

Université Mohamed Khider de Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de génie électrique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies Electrotechnique Machines électriques

Réf. : .....

Présenté et soutenu par : Hamdi Wail et Djouadi Aymen

Le : Septembre 2020

# Optimisation de la machine asynchrone en régime dynamique sous contrôle vectoriel

Jury :				
M.	Ghoggal Adel	Pr	Université de Biskra	Président
M.	Betka Achour	Pr	Université de Biskra	Encadreur
M.	Sahraoui Mohamed	Pr	Université de Biskra	Examinateur

Année universitaire : 2019 - 2020

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية République Algérienne Démocratique et Populaire وزارة التعليم العالي والبحث العلمي Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Electrique Filière : Électrotechnique Option : Machines Électriques

Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme : MASTER

# Thème

# Optimisation de la machine asynchrone en régime dynamique sous contrôle vectoriel

Présenté par :

Avis favorable de l'encadreur :

Hamdi Wail Djouadi Aymen

Pr. Betka Achour

Avis favorable du Président du Jury

Ghoggal Adel

**Cachet et signature** 



Nous dédions ce modeste travail à :

- Nos chers parents.
- Nos familles.
- Nos chers amis.
- Sans oublier ceux qui ont nous aide à faire ce travail

par leurs conseils et leurs encouragements.

#### REMERCIEMENTS



Nous tenons à remercier premièrement Dieu Tout Puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à notre encadreur monsieur « **Betka Achour** » enseignant à l'université de Mohamed Khider Biskra pour avoir d'abord proposé ce thème et suivi le déroulement de ce mémoire et pour la confiance et l'intérêt qu'il nous a témoigné tout au long de La réalisation de ce travail.

Mes vifs remerciements distingués vont à Monsieur « Y. Khaled », professeur à l'Université de Mohamed Khider Biskra et Monsieur « A. Guettaf » pour l'aide qu'ils nous ont fournie et pour leurs contributions scientifiques qui a été très fructueuse dans l'avancement de ce travail.

Nos respectueux remerciements à l'ensemble des membres du jury qui nous rendent honneur de leurs présences et par leurs intérêts à notre travail.

Un grand merci pour toutes les personnes qui ont crues en nous et en nos capacités, qui nous ont encouragées et qui nous ont aidés de près ou de loin.

Enfin nous remercions tous ceux qui de près ou de loin ont participé à l'élaboration de ce travail.

# SOMMAIRE

# **SOMMAIRE :**

I : TOPOLOGIES DE COMMANDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE	3
I - 1 : INTRODUCTION :	4
I - 2 : LA COMMANDE SCALAIRE :	4
I - 2 - 1 : Les avantages et les inconvenients de la commande scalaire :	7
I - 3 : La commande vectorielle :	7
I - 3 - 1 : COMMANDE VECTORIELLE PAR L'ORIENTATION DU FLUX ROTORIQUE :	7
I - 3 - 2 : Les avantages et les inconvenients de la commande vectorielle :	8
I - 3 - 3 : Les Application de de la commande vectorielle :	9
I - 4: LA COMMANDE DIRECTE DU COUPLE « DTC » :	9
I - 4 - 1 : Caracteristiques generales d'une commande directe de couple : [9], [10]	10
I - 4 - 2 : Les avantages et les inconvenients :	10
I - 5 : Comparaison entre les trois techniques de commandes :	11
I - 6 : Conclusion :	11
II : MODELISATION DE L'ENSEMBLE MACHINE-CONVERTISSEUR STATIQUE	12
II - 1 : INTRODUCTION :	13
II - 2 : Description de la machine asynchrone :	13
II - 3 : LE PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR ASYNCHRONE :	14
II - 4 : Hypotheses simplificatrices sur le modele dynamique de la machine asynchrone : [12]	15
II - 5 : Les modeles mathematiques de la machine asynchrone :	16
II - 5 - 2 : Le modele en biphase (Transforme de Park) :	19
II - 6 : Le modele simplifie de la machine asynchrone (Modele a un axe) :	27
II - 7 : LA REPRESENTATION D'ETAT DU MODELE DE LA MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTEE EN TENSION :	29
II - 8 : LA SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE SUR MATLAB SIMULINK :	30
II - 8 - 1 : Le schema bloc de simulation :	31
II - 8 - 2 : Resultats obtenus de la simulation :	32
II - 8 - 3 : INTERPRETATION DES RESULTATS OBTENUS :	33
II - 9 : LA MODELISATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE AVEC PRISE EN COMPTE DES PERTES FER :	33

# SOMMAIRE

	II - 9 - 1 : Modele de la machine asynchrone ou les pertes fer sont representees par une	
	RESISTANCE EN PARALLELES :	34
	II - 9 - 2 : MODELE DE LA MACHINE ASYNCHRONE OU LES PERTES FER SONT REPRESENTEES PAR UNE	
	RESISTANCE EN SERIE :	37
	II - 9 - 3 : MODELE DE LA MACHINE ASYNCHRONE AVEC DES PERTES FER REPRESENTEES EN SERIE DANS LE	E
	REPERE LIE AU STATOR :	40
	II - 10 : LA SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE AVEC DES PERTES FER :	42
	II - 10 - 1 : Resultats obtenus de la simulation :	42
	II - 10 - 2 : Des remarques sur les resultats obtenus :	43
	II - 11 : MODELISATION DE L'ALIMENTATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE :	43
	II - 11 - 1 : MODELISATION DU REDRESSEUR TRIPHASE :	44
	II - 11 - 2 : MODELISATION DU FILTRE :	45
	II - 11 - 3 : Association de l'Onduleur :	46
	II - 12 : Commande Rapprochee de l'onduleur :	48
	II - 12 - 1 : MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION SINUS TRIANGLE :	48
	II - 13 : CONCLUSION :	52
		-
11	II : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	53
11	II : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54
11	II : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54 54
11	II : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54 54 55
11	III : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54 54 55 55
11	III: LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54 54 55 55 55
11	III : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE	<b>53</b> 54 55 55 56 56
	<ul> <li>II : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE</li></ul>	<b>53</b> 54 54 55 55 56 56 56
	<ul> <li>III : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE</li></ul>	<b>53</b> 54 54 55 55 56 56 56 56
	<ul> <li>III : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE</li></ul>	<b>53</b> 54 55 55 56 56 56 58
	<ul> <li>III: LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE</li></ul>	<b>53</b> 54 55 55 56 56 56 58 58
	<ul> <li>III - 1 : INTRODUCTION :</li></ul>	<b>53</b> 54 55 55 56 56 56 58 58 58

# SOMMAIRE

III - 7 - 1 : Le modele de la machine asynchrone base sur la commande vectorielle a flux	
ROTORIQUE ORIENTE :	69
III - 7 - 2 : LA COMMANDE VECTORIELLE A FLUX ORIENTE DIRECT EN TENSION :	70
III - 8 : Commande sans capteur de vitesse par la methode MRAS :	73
III - 8 - 1 : Systeme adaptatif avec modele de reference « MRAS » :	73
III - 8 - 2 : Structures de la MRAC bases sur le flux rotorique :	74
III - 8 - 3 : Resultats de la simulation :	80
III - 8 - 4 : INTERPRETATIONS DES RESULTATS OBTENUS :	82
III - 9 : Conclusion :	83
IV : COMMANDE A FLUX ROTORIQUE ORIENTE AVEC MINIMISATION DES PE	RTES
	85
IV - 1 : INTRODUCTION :	86
IV - 2 : Le BILAN DE PUISSANCE DE LA MACHINE ASYNCHRONE :	86
IV - 3 : Le rendement de la machine :	89
IV - 4 : La minimisation des pertes de la machine asynchrone :	89

IV - 4 - 1 : LA MINIMISATION DANS LE REGIME PERMANENT :	89
IV - 4 - 2 : LA MINIMISATION DANS LE REGIME DYNAMIQUE :	100
IV - 5 : Conclusion :	

# **LISTE DES FIGURES :**

FIGURE I-1 : LA CARACTERISTIQUE MECANIQUE EN FONCTION DE LA VITESSE
FIGURE I-2 : PRINCIPE DE "V/F"6
FIGURE I-3 : LA STRUCTURE DE LA COMMANDE SCALAIRE DE LA TENSION
FIGURE I-4 : LA STRUCTURE DE LA COMMANDE VECTORIELLE INDIRECT EN TENSION
FIGURE I-5 : L'EVOLUTION DES VECTEURS DE COUPLE ET DE FLUX A L'INTERIEUR DES BANDS D'HYSTERESIS9
FIGURE I-6 : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA « DTC » 10
FIGURE II-1 : LE STATOR DE LA MACHINE ASYNCHRONE
FIGURE II-2 : ROTOR BOBINE DE LA MACHINE ASYNCHRONE
FIGURE II-3 : ROTOR A CAGE DE LA MACHINE ASYNCHRONE14
FIGURE II-4 : REPRESENTATION SCHEMATIQUE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE
FIGURE II-5 : REPRESENTATION DES AXES TRIPHASES REELS ET LES AXES BIPHASES DE LA MAS
FIGURE II-6 : LA REPRESENTATION VECTORIELLE DU VECTEUR DE X
FIGURE II-7 : LE SCHEMA EQUIVALENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE DANS LE REGIME DYNAMIQUE
FIGURE II-8 : SCHEMA BLOC DE LA MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTEE EN TENSION
FIGURE II-9 : SIMULATION D'UN MOTEUR ASYNCHRONE ALIMENTE A PARTIR DU RESEAU DIRECTEMENT
FIGURE II-10 : ALIMENTATION TRIPHASEE
FIGURE II-11 : PARTIE ELECTRIQUE
FIGURE II-12 : PARTIE ELECTROMAGNETIQUE
FIGURE II-13 : PARTIE MECANIQUE
FIGURE II-14 : RESULTATS DE SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE EN BOUCLE OUVERT
FIGURE II-15 : Schema equivalent de la machine asynchrone dans le repere « $d,q$ » avec des pertes fer
REPRESENTEES EN PARALLELES
FIGURE II-16 : Schema equivalent de la machine asynchrone dans le repere « $d,q$ » avec des pertes fer
REPRESENTEES EN SERIE
FIGURE II-17 : REPRESENTATION DES DIFFERENTS ANGLES ENTRE LES REPERES BIPHASES
FIGURE II-18 : DEMARRAGE A VIDE SUIVI PAR L'APPLICATION D'UNE CHARGE DE LA MACHINE ASYNCHRONE EN
BOUCLE OUVERT SANS ET AVEC DES PERTES FER
FIGURE II-19 : L'ASSOCIATION MACHINE-CONVERTISSEURS

# LISTE DES FIGURES

FIGURE II-20 : REDRESSEUR TRIPHASE A DOUBLE ALTERNANCE
FIGURE II-21 : LES TENSIONS SIMPLES DU RESEAU AVEC LA TENSION REDRESSEE
FIGURE II-22 : FILTRE PASSE BAS LC
FIGURE II-23 : SCHEMA DE L'ONDULEUR TRIPHASE
FIGURE II-24 : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA MLI SINUS-TRIANGLE
FIGURE II-25 : L'ONDE PORTEUSE AVEC L'ONDE DE REFERENCE
FIGURE II-26 : LES SEQUENCES D'AMORÇAGE ET DE BLOCAGE
FIGURE II-27 : LA TENSION DE SORTIE DE L'ONDULEUR AVEC LA FONDAMENTALE
FIGURE II-28 : RESULTATS DE SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE ALIMENTEE PAR L'ONDULEUR
FIGURE III-1 : PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE
FIGURE III-2 : Representation de l'orientation du repere ${f d} q$
FIGURE III-3 : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA COMMANDE A FLUX ORIENTE INDIRECTE
FIGURE III-4 : SCHEMA DE PRINCIPE DE LA COMMANDE A FLUX ORIENTE DIRECTE
FIGURE III-5 : LES NOUVELLES VARIABLES DE COMMANDE
FIGURE III-6 : LA RECONSTITUTION DES TENSIONS Vsd et Vsq60
FIGURE III-7 : LA STRUCTURE DE LA COMMANDE VECTORIELLE DIRECTE EN TENSION
FIGURE III-8 : EXEMPLE DE FONCTIONNEMENT DU REGULATEUR DEADBEAT
FIGURE III-9 : LA BOUCLE DE REGULATEUR DEADBEAT
FIGURE III-10 : LE REGULATEUR DE COURANT
FIGURE III-11 : LE REGULATEUR DE FLUX
FIGURE III-12 : LE REGULATEUR DE VITESSE
FIGURE III-13 : LES RESULTATS DE L'ESSAI DE DEMARRAGE A VIDE SUIVIE PAR APPLICATION DE COUPLE RESISTANT
(COMMANDE VECTORIELLE)
FIGURE III-14 : RESULTATS DE SIMULATION DE LA VARIATION DE LA VITESSE DE REFERENCE (CV)
FIGURE III-15 : LES NOUVELLES VARIABLES DE COMMANDE71
FIGURE III-16 : LE REGULATEUR DE COURANT
FIGURE III-17 : LE REGULATEUR DE FLUX
FIGURE III-18 : CONFIGURATION DE BASE DE LA METHODE MRAS
FIGURE III-19 : DECOMPOSITION D'UN SYSTEME A CONTRE REACTION

# LISTE DES FIGURES

FIGURE III-20 : REPRESENTATION DE LA MRAS COMME UN SYSTEME A RETOUR NON LINEAIRE
FIGURE III-21 : SCHEMA BLOC DE LA MRAS
FIGURE III-22 : SYNTHESE DU CORRECTEUR DE VITESSE
FIGURE III-23 : CORRECTEUR DEADBEAT DE L'ESTIMATEUR DE VITESSE
FIGURE IV-1 : CHEMINEMENT DE LA PUISSANCE ACTIVE DANS UN MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASE
FIGURE IV-2 : LA VARIATION DES PERTES JOULE STATORIQUES DANS LE REGIME PERMANENT EN FONCTION DE FLUX
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE
FIGURE IV-3 : SCHEMA BLOC DE LA COMMANDE OPTIMALE EN REGIME PERMANENT
FIGURE IV-4 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE
FIGURE IV-5 : L'ALLURE DES PERTES JOULE STATORIQUES
FIGURE IV-6 : L'ALLURE DES PERTES JOULE ROTORIQUES
Figure IV-7 : L'allure du rendement
Figure IV-8 : La variation des pertes joule dans le regime permanent pour $Cr=4[Nm]$
FIGURE IV-9 : LA VARIATION DES PERTES JOULE TOTALES DANS LE REGIME PERMANENT EN FONCTION DE FLUX
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE       95         FIGURE IV-10 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE       95         FIGURE IV-11 : L'ALLURE DES PERTES JOULE TOTALES       95         FIGURE IV-12 : LE FLUX ROTORIQUE DIRECT       96         FIGURE IV-13 : L'ALLURE DU RENDEMENT       96         FIGURE IV-13 : L'ALLURE DU RENDEMENT       96         FIGURE IV-14 : LA VARIATION DES PERTES TOTALES POUR UN COUPLE RESISTANT Cr = 4 Nm ET POUR Rfss =       10 [Ω]         10 [Ω]       98         FIGURE IV-15 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE       95         FIGURE IV-10 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE       95         FIGURE IV-11 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE       95         FIGURE IV-11 : L'ALLURE DES PERTES JOULE TOTALES       95         FIGURE IV-12 : LE FLUX ROTORIQUE DIRECT       96         FIGURE IV-13 : L'ALLURE DU RENDEMENT       96         FIGURE IV-14 : LA VARIATION DES PERTES TOTALES POUR UN COUPLE RESISTANT Cr = 4 Nm ET POUR Rfss =       96         FIGURE IV-15 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 Nm ET POUR Rfss =       98         FIGURE IV-15 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER       99         FIGURE IV-17 : L'ALLURE DES PERTES TOTALES       99
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE       95         FIGURE IV-10 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE       95         FIGURE IV-11 : L'ALLURE DES PERTES JOULE TOTALES       95         FIGURE IV-12 : LE FLUX ROTORIQUE DIRECT       96         FIGURE IV-13 : L'ALLURE DU RENDEMENT       96         FIGURE IV-14 : LA VARIATION DES PERTES TOTALES POUR UN COUPLE RESISTANT Cr = 4 Nm ET POUR Rfss =       10 [Ω]         10 [Ω]       98         FIGURE IV-15 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER       99         FIGURE IV-17 : L'ALLURE DES PERTES TOTALES       99         FIGURE IV-18 : L'ALLURE DU RENDEMENT       99
POUR DIFFERENTES VALEURS DE CHARGE       95         FIGURE IV-10 : L'ALLURE DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE       95         FIGURE IV-11 : L'ALLURE DES PERTES JOULE TOTALES       95         FIGURE IV-12 : LE FLUX ROTORIQUE DIRECT       96         FIGURE IV-13 : L'ALLURE DU RENDEMENT       96         FIGURE IV-14 : LA VARIATION DES PERTES TOTALES POUR UN COUPLE RESISTANT Cr = 4 Nm ET POUR Rfss =       10 [Ω]         10 [Ω]       98         FIGURE IV-15 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER POUR UN COUPL RESISTANT Cr = 4 [Nm] ET POUR DIFFERENTES       98         FIGURE IV-16 : L'ALLURE DES PERTES FER       99         FIGURE IV-17 : L'ALLURE DES PERTES TOTALES       99         FIGURE IV-18 : L'ALLURE DU RENDEMENT       99         FIGURE IV-19 : LE SCHEMA FONCTIONNEL DE LA COMMANDE VECTORIELLE OPTIMALE       113

# **NOTATION ET SYMBOLES :**

 $[Vs_{abc}] et [Vr_{abc}]$ : Vecteurs des tensions statoriques et rotoriques respectivement.

 $[is_{abc}] et [ir_{abc}]$ : Vecteurs des courants statoriques et rotoriques respectivement.

 $[\Psi s_{abc}] et [\Psi r_{abc}]$ : Vecteurs des flux statoriques et rotoriques respectivement.

- *Rs* : la résistance statorique.
- *Rr* : la résistance rotorique.
- $R'_r$ : résistance rotorique ramené au primaire.
- *L*1 : L'inductance propre statorique.
- M1: L'inductance mutuelle entre les phases statoriques.
- *L*2 : L'inductance propre rotorique.
- M2: L'inductance mutuelle entre les phases rotoriques.

Ls = L1 - M1: L'inductance cyclique statorique.

Lr = L2 - M2: L'inductance cyclique rotorique.

 $Lm = \frac{3M_{max}}{2}$ : L'inductance mutuelle cyclique entre le stator et le rotor.

 $M_{max}$ : L'inductance mutuelle max entre le stator et le rotor lorsque ses axes se coïncident.

Los: L'inductance homopolaire statorique.

Lor: L'inductance homopolaire rotorique.

*ls* : inductance cyclique de fuite statorique.

lr : inductance cyclique de fuite rotorique

[Rs] et [Rr]: Les matrices des résistances statoriques et rotoriques respectivement.

[Ls] et [Lr] : sont les matrices d'inductances statoriques et rotoriques respectivement.

[Msr] : La matrice d'inductances mutuelle qui corresponde à l'effet du rotor sur le stator.

[*Mrs*] : La matrice d'inductances mutuelle qui corresponde à l'effet du stator sur le rotor.

*Tr*: Constant du temps rotorique.

 $C_e$ : Le couple électromagnétique de la machine.

 $Ce_{max}$ : Couple électromagnétique max.

 $C_r$ : Le couple résistant de la charge mécanique.

Cp : le couple de frottement

*J* : Le moment d'inertie.

- *F* : Le coefficient de frottement.
- P : nombre de paires de pôles
- $\omega_e$  : la vitesse électrique de rotation du rotor.
- $\omega_s$  : pulsation statorique.
- $\omega_q$  : pulsation de glissement.
- $\omega_{coor}$ : la vitesse électrique de rotation du système biphasé U, V par rapport au stator.
- $\boldsymbol{\Omega}$  : la vitesse mécanique de rotation.
- $\Omega_n$  : la vitesse mécanique nominal de rotation
- $\Omega_s$  : la vitesse de synchronisme.
- g : glissement

Sa, Sb et Sc : les axes magnétiques des phases statoriques.

Ra, Rb et Rc : les axes magnétiques des phases rotoriques.

*a*, *b*, *c* : Les indices des axes du système triphasé.

U, V, O : Les indices des axes du système biphasé où l'indice O c'est la composant homopolaire

qui est ajoutée pour que la transformation devient équilibrée.

 $\alpha$ ,  $\beta$  : les indices de l'axes correspondants au référentiel lié au stator.

d, q : les indices de l'axes correspondants au référentiel lié au champ tournant.

- X, Y : les indices de l'axes correspondants au référentiel lié au rotor.
- $\theta$  : L'angle entre les axes confondus U, V, O et les axes naturels a, b, c.
- $\theta_s$ : L'angle de rotation du système biphasé U, V par rapport au stator.

 $\theta_r$ : L'angle de rotation du système biphasé U, V par rapport au rotor.

 $\theta e$ : l'angle électrique de rotation du rotor par rapport au stator.

 $[A(\theta)]$ : La matrice de transformation de Park initiale.

 $[A_p(\theta)]$ : La matrice de transformation de Park modifiée.

 $\overline{\Psi m}_{(U,V)}$  : flux de magnétisation ou flux de l'entrefer.

 $\overline{Im}_{(U,V)}$ : courant de magnétisation.

[X] : Le vecteur d'état.

[A] : Matrice d'état.

[*U*] : Le vecteur d'entrée ou de commande.

- [*B*] : Matrice d'entrée ou de commande.
- Pf<sub>e</sub> : Les pertes par courant de Foucault
- $Pf_h$ : Les pertes par hystérésis
- Pf: les pertes fer  $(Pf = Pf_e + Pf_h)$ .
- $K_e$ : Coefficient de courant de Foucault.
- *K<sub>h</sub>* : Coefficient d'hystérésis.
- $Pf_s$ : Pertes fer statorique
- $Pf_r$ : Pertes fer rotorique
- $Pf_{tot} = Pf_s + Pf_r$ : Pertes fers totales
- *Pjs* : Pertes joules statorique
- *Pjr* : Pertes joules rotorique
- *Pjt* : Pertes joules totales
- Pt: Pertes totales « Pt = Pf + Pjt »
- Pw : La variation de l'énergie magnétique
- Pém : Puissance électromagnétique
- Pfv: Pertes mécaniques
- Cfv : coefficient de frottement et de ventilation.
- $Rfp_s$  : résistance des pertes fer statorique parallèle avec la branche de magnétisation.
- $Rfp_r$  : résistance des pertes fer rotorique parallèle avec la branche de magnétisation.
- Rfp : La résistance des pertes fer statoriques et rotoriques équivalent
- *Ifp* : le courant qui circule dans *Rfp*
- $L_M$  : L'inductance mutuelle en série.
- *Rfss* : résistance des pertes fer en série associe au stator.
- Rfsr : résistance des pertes fer en série associe au rotor.
- $\sigma_r$  : coefficient de fuite du rotor.
- $\sigma$  : coefficient de dispersion
- $\gamma$  : représente l'angle entre deux repères.
- $\theta_{sd}$ : L'angle de rotation du système biphasé d, q par rapport au stator.
- $\theta_{rd}$ : L'angle de rotation du système biphasé d, q par rapport au rotor.

 $R(\gamma)$  : matrice de passage des axes dans le sens horaire.

 $R(\gamma)^{-1}$ : matrice de passage des axes dans le sens anti-horaire.

 $[A_{avec \ pertes \ fer}]$ : la matrice d'état avec des pertes fers

 $[A_{sans pertes fer}]$  : la matrice d'état sans pertes fers

 $[A_{diff}]$  : la différence entre la matrice d'état avec et sans pertes fers

V1, V2, V3 : les tensions du système triphasé du réseau.

 $U_{red}$ : la tension instantanée à la sortie du redresseur.

 $\overline{U}_{red}$ : la tension moyenne du redresseur.

Uf : la tension à la sortie du filtre.

*L* : L'inductance de lissage du courant du filtre.

C : La condensateur de lissage de la tension du filtre.

 $f_0$  : la fréquence de coupure

Si : les trois bras de l'onduleur ou « i=1,2,3 ».

[T] : la matrice de modélisation de l'onduleur.

*Sci* : Le signale de commande de l'interrupteur de l'onduleur.

 $m = \frac{f_p}{f_m}$ : L'indice de modulation.

 $f_p$ : La fréquence de la porteuse.

 $f_m$  : La fréquence du modulante.

 $r = \frac{V_m}{V_m}$ : Le taux de modulation (ou le coefficient de réglage en tension).

 $V_m$  : La tension de référence (L'onde modulatrice).

 $V_p$ : La tension de porteuse.

 $V_{1max}$ : La valeur maximale du fondamentale de la tension de phase à la sortie de l'onduleur.

S : Opérateur de Laplace

 $e_d$ : le terme de compensation de l'axe direct

 $e_q$ : le terme de compensation de l'axe transversale

Te : le pas d'échantillonnage

 $\eta_{rp}$  : Le rendement en régime permanent

 $\eta_{rd}$  : Le rendement en régime dynamique

# **RESUME :**

La machine asynchrone est la machine la plus utilisée dans les installations industrielles, et la commande vectorielle à flux orienté est l'une des méthodes de commande appropriée et largement recommandée, dont plusieurs efforts de recherches sont mis en œuvre pour économiser l'énergie et optimiser la machine associée à sa commande.

Nous proposons dans ce travail une méthode d'optimisation de l'énergie absorbée par la machine asynchrone commandée vectoriellement dans le régime dynamique, et ce via des approches de la commande optimale. La méthode consiste à minimiser une fonction coût donnée par la somme des pertes totales engendrés par la machine, et où la méthode est conçue pour développer un flux optimal qui devinera le flux de référence de commande de la machine, tout en tenant en compte des contraintes dynamiques liant le flux et la vitesse à travers un modèle réduit de la machine.

Mot clé: commande vectorielle, commande optimale, minimisation des pertes, machine asynchrone, régime dynamique.

# الملخص:

الماكنة اللاتزامنية هي الماكنة الأكثر استعمالا في المنشئات الصناعية، والتحكم الشعاعي هو أحد طرق التحكم المناسبة والموصى بها على نطاق واسع، حيث أن كثيرًا من الجهود المبذولة في الأبحاث نفذت من اجل توفير الطاقة والحصول على التحكم الأمثل للماكنة المرتبطة بهذا التحكم.

نقترح في هذا العمل واحدة من طرق توفير الطاقة الممتصة من قبل الماكنة اللاتز امنية التي يتم التحكم بها شعاعيا وذلك في النظام الانتقالي، وذلك من خلال نهج التحكم الأمثل. الطريقة تنص على القيام بتقليل دالة التكلفة المعطاة على شكل مجموع الضياعات المتولدة من الماكنة، بحيث ان هذه الطريقة مصممة من اجل إعطاء تدفق أمثل والذي سيصبح هو التدفق المرجعي للتحكم بالماكنة، كل ذلك مع اخذ بعين الاعتبار قيود من النظام الانتقالي والتي تربط التدفق والسرعة وذلك من خلال نموذج مخفض للآلة.

كلمات مفتاحية: التحكم الشعاعي، التحكم الأمثل، تقليل الضياعات، الماكنة اللاتز امنية، النظام الديناميكي.

## **INTRODUCTION GENERALE :**

L'énergie électrique et la conversion électromécanique représentent une des priorités les plus Importantes de l'homme. Dans les pays industrialisés, 65% de l'énergie électrique est consommée par des moteurs dont la plupart sont asynchrones [1].

La machine asynchrone est le moteur utilisé dans la plupart des applications à petite, moyenne et forte puissance. On la retrouve dans de nombreuses applications, particulièrement dans le transport (métro, trains, propulsion des navires), dans l'industrie (machines-outils), la chimie (entretien moins fréquent), et dans l'électroménager.

Elle est appréciée grâce à son principal avantage qui réside dans l'absence de contacts électriques glissants (ce qui conduit à une structure simple et robuste facile à construire) et L'absence du collecteur mécanique. Son domaine de puissance va de quelques watts à plusieurs mégawatts.

La plupart des stratégies de commande vectorielles utilisées dans les applications industrielles caractérisées par de hautes performances dynamiques maintiennent la norme du flux constante et égale à sa valeur nominale. Dans cette situation, le rendement est maximal lorsqu'on est au point nominal. Au-dessous de ce point, l'excessive énergie emmagasinée dans les inductances, diminue inutilement le rendement de la machine. Nous notons que beaucoup d'entraînements électriques travaillent en dehors du point nominal de fonctionnement, car le couple désiré change en fonction de la vitesse ou de la position [2].

Notre travail consiste à optimiser la commande de la machine asynchrone en régime dynamique et statique dans le but de minimiser les pertes mesurables du moteur et d'améliorer ses performances énergétiques. Contrairement à la commande vectorielle classique ou l'état magnétique est maintenu à sa valeur nominale.

Pour la minimisation des pertes en régime statique, on doit calculer la valeur de flux rotorique optimale qui corresponde au minimum des pertes dans le régime permanent. Cela se fait lorsque le dérivé de la somme des pertes par rapport au flux est nul

La minimisation en régime dynamique nécessite l'utilisation des méthodes mathématiques analytiques spécialisées inspirées de la commande optimale. A cet égard, deux approches sont utilisées : La méthode d'Euler-Lagrange du calcule variationnel et le principe de minimum de Pontryaguin qui doivent minimiser une fonction cout, exprimant la somme des pertes le long d'une trajectoire à horizon fini.

Les travaux publiés sur ce sujet montent que le fonctionnement optimal peut être restauré par la recherche de la valeur du flux optimal permettant la minimisation de la consommation d'énergie.

Le travail présenté dans ce mémoire est organisé de la manière suivante :

- Le premier chapitre : est consacré à l'étude théorique des déférentes stratégies de commande de la machine asynchrone avec capteur mécanique (commande scalaire, commande vectorielle et la DTC),
- Le deuxième chapitre : est consacré à la modélisation de la machine asynchrone, où nous donnerons la représentation mathématique de la machine dans un référentiel triphasé avant d'utiliser la transformation de Park pour réduire sa représentation à des référentiels biphasés. Puis nous précéderons à l'étude de l'onduleur de tension commandé par la technique (MLI sinus - triangle).
- Dans le troisième chapitre : nous commencerons la première partie par une description du principe de la commande vectorielle, en explicitant la commande vectorielle directe avec orientation du flux rotorique appliquée à une machine asynchrone alimentée en tension. Dans la deuxième partie nous présenterons la commande de la machine sans capteur mécanique en utilisant un estimateur adaptif, type MRAS (Model Référence Adaptive System).
- Pour Le quatrième chapitre : la première partie sera consacrée à l'étude d'une stratégie de minimisation des pertes de la machine asynchrone en régime statique. Pour étendre l'étude, la deuxième partie servira à minimiser les pertes dans le régime dynamique. Alors, la résolution du problème sera faite via les outils de la commande optimale, par

l'intermédiaire de l'équation d'Euler-Lagrange et le principe de minimum de Pontryaguin. Enfin, ce travail sera clôturé par une conclusion générale à travers laquelle on exposera les principaux résultats obtenus.

# I : Topologies de commande de la machine asynchrone

## I - 1 : Introduction :

La machine asynchrone de part ses plusieurs avantages (simplicité de conception et d'entretien, faible coût, et l'absence de l'ensemble balais-collecteur) s'impose de plus en plus dans les domaines de l'entraînement à vitesse variable, où des hautes performances en couple sont requises.

De part sa structure, toute commande de la machine asynchrone ne peut se faire qu'à travers la variation des paramètres de l'onde tension (alimentation en tension) ou de l'onde courant (alimentation en courant).

Ces variateurs peuvent être divisés en deux groupes : [3]

Variateurs de vitesse à fréquence constante

Le contrôle de la vitesse à fréquence statorique constante est obtenu par la variation de l'amplitude de la tension d'alimentation (ou du courant).

Variateurs de vitesse à fréquence variable

Plusieurs méthodes de commande de la machine asynchrone ont été proposées, on cite à titre d'exemple, la commande scalaire, la commande vectorielle et la commande directe du couple.

#### I - 2 : <u>La commande scalaire :</u>

C'est l'une des premières commandes, développée pour la variation de vitesse des moteurs asynchrones. Dans cette commande, on s'intéresse qu'à l'amplitude de la variable contrôlée et non à sa phase. [4]

Plusieurs commandes scalaires existent selon que l'on agit sur le courant ou sur la tension. Elles dépendent surtout de la topologie de l'actionneur utilisé (onduleur de tension ou de courant). Maintenant, l'onduleur de tension est le plus utilisé en petite et moyenne puissance, c'est la commande en « V/f » qui est la plus utilisée. Son principe est de maintenir « V/f=Constant » ce qui implique que le flux est constant «  $\Psi$ r = Vs/ $\omega$ s = Constant ». Le contrôle du couple se fait par l'action sur le glissement.

A faible glissement et avec la négligence de la chute de tension de la résistance statorique. On a en régime statique, le couple est déterminé selon l'équation suivante :

$$C_e = 3 \times \frac{p}{R_r'} \times \left(\frac{V_s}{\omega_s}\right)^2 \times \omega_g \qquad (\text{éq}: I-1)$$

Avec :

 $\omega_a$  : pulsation de glissement.

 $\omega_s$ : pulsation statorique.

- $V_s$  : tension statorique.
- $R'_r$  : résistance rotorique ramené au primaire.

#### p : paire du pôle.

Cette équation montre que Le couple est directement proportionnel au carré du rapport de la tension sur la fréquence statorique **(flux).** Si le flux est maintenu constant, on obtient une caractéristique de commande rappelant celle de la machine à courant continu où le rôle du courant d'induit est joué par la pulsation de glissement

Pour une fonction simple, en garde ce rapport constant (V/f), alors le couple max est constant comme la figure suivante montre.



Figure I-1 : La caractéristique mécanique en fonction de la vitesse

En fait, garder le rapport « V/f » constant revient à garder le flux constant :

$$\frac{V}{f} = cst \Rightarrow \begin{bmatrix} \Psi = cst \\ Ce_{max} = cst \end{bmatrix} \Rightarrow \Omega \le \Omega_{n}$$
 (éq: I-2)

❖ Quand la tension atteint sa valeur maximale, et pour entrainer la machine à une vitesse supérieur à la vitesse nominale «  $Ω_n ≤ Ω$  ». On garde la tension « Vs = Vs<sub>nominal</sub> » et on augmente la fréquence **(le rapport se décroit)** qui provoque une diminution du couple que peut produire la machine.

À basse vitesse, la chute de tension de la résistance statorique ne peut pas être négligée.
 On compense cette chute de tension alors en ajoutant un terme de tension V0 (terme de compensation).



Figure I-2 : Principe de "V/f"

La structure de la commande scalaire en tension est illustrée dans la figure suivante :





# I - 2 - 1 : Les avantages et les inconvénients de la commande scalaire :

#### Les Avantages :

- Large plage de variation de vitesse.
- Plus de stabilité.

• Flux constant 
$$\Psi \approx \frac{Vs}{f} \Rightarrow Ce_{max} = Cst$$

#### Les Inconvénients :

- Problème à faible vitesse à cause de la chute « Rs. Is ».
- Réponse du couple longe (dynamique du couple lente).
- Cette méthode est n'est valable qu'en régime permanent car elle est basée sur les lois de commande statique.
- Le contrôle des grandeurs se fait en amplitude et non à sa phase.

# I - 3 : La commande vectorielle :

Introduite par **Blaschke** en **1972**, elle constitue une révolution historique pour la commande de la machine asynchrone. Le but est d'obtenir un contrôle indépendant du couple et du flux magnétique en régime transitoire, similaire au contrôle de la machine à courant continu. [5] Un découplage entre le couple et le flux permet d'obtenir une réponse plus rapide du couple.

# I - 3 - 1 : Commande vectorielle par l'orientation du flux rotorique :

La commande par orientation du flux consiste à régler le flux par la composante du courant « *Isd* » et le couple par l'autre composante « *Isq* ». Pour assurer cette commande, le flux rotorique doit être orienté selon l'axe « direct *d* », donc la loi de la commande vectorielle par orientation du flux rotorique est :

$$\begin{cases} \Psi r_d = \Psi_r \\ \Psi r_q = 0 \end{cases}$$
 (I-3)

En appliquent cette loi sur la machine asynchrone on obtient les expressions de couple et de flux suivantes :

$$Ce = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi r_d \times is_q) \qquad (éq: I-4)$$

$$\Psi r_d = \frac{Lm \times Is_d}{(1+Tr \times S)} \qquad (éq: I-5)$$

#### CHAPITRE 1 : TOPOLOGIES DE COMMANDE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

La commande vectorielle par orientation du flux peut être classée soit selon le type d'alimentation (en tension ou en courant) soit selon la méthode de détermination de l'angle du vecteur de flux rotorique (direct ou indirect), on va plus détailler ultérieurement dans « le chapitre III : » sur ces catégories.

La structure de la commande vectorielle indirect en tension est illustrée dans la figure suivante :



#### Figure I-4 : La structure de la commande vectorielle indirect en tension

## I - 3 - 2 : Les avantages et les inconvénients de la commande vectorielle :

#### Les Avantages :

- ✤ Valable en régime permanent et transitoire.
- Découplage entre le couple et le flux.
- Réponse du couple est rapide.
- Le contrôle des grandeurs se fait en amplitude et en phase.
- Une précision bonne pour la vitesse et le couple.

#### Les Inconvénients :

- Faible robustesse aux variations paramétriques.
- Le volume de traitement informatique nécessaire pour son et l'obligation de faire une bonne identification des paramètres du moteur.
- Coûteuse (capteur de vitesse, capteur de flux ...).

# I - 3 - 3 : Les Application de de la commande vectorielle :

# I - 3 - 3 - 1 : Traction électrique :

- Minimiser les ondulations du couple (diminution des vibrations).
- Fournir un couple d'appel important au démarrage du train.
- Assurer un contrôle rapide du couple.

# I - 3 - 3 - 2 : <u>Robotique :</u>

- Dynamique élevée.
- Fournir un couple de maintien à vitesse nulle.
- D'avoir un asservissement de position sans dépassement.

On va plus détailler la commande vectorielle de la machine asynchrone dans « le chapitre III : ».

# I - 4 : La Commande directe du couple « DTC » :

Au milieu des années 80, une stratégie de contrôle direct du couple de la machine asynchrone apparue dans la littérature sous le nom de DTC (Direct Torque Control), a été proposée par I. Takahashi et T. Noguchi et de Depenbrock. [6], [7]

Le principe de la commande DTC est la régulation directe du couple de la machine, cela est réalisé à travers des comparateurs à hystérésis qui comparent les valeurs de références avec celles estimées, puis commande directement les états de l'onduleur afin de réduire les erreurs de couple et de flux dans les limites de la bande d'hystérésis (voir Figure I-5).

Quand le flux est hors de la bande d'hystérésis, la fréquence de l'onduleur change et le flux prend un chemin optimal vers la valeur désirée, ceci est la cause du principal inconvénient de la DTC qui est l'ondulation que présente le couple, le flux, et le courant en régime permanent. [8]



Figure I-5 : L'évolution des vecteurs de couple et de flux à l'interieur des bands d'hystérésis

# I - 4 - 1 : Caractéristiques générales d'une commande directe de couple : [9], [10]

- La DTC est basée sur la sélection des vecteurs optimaux de commutation de l'onduleur.
- L'obtention des flux et des courants statoriques proches des formes sinusoïdales.
- La réponse dynamique du couple de la machine est très rapide.
- L'existence des oscillations de couple qui dépend de la largeur des bandes des comparateurs à hystérésis.
- La fréquence de commutation de l'onduleur dépend de l'amplitude des bandes d'hystérésis.

# I - 4 - 2 : Les avantages et les inconvénients :

# Les Avantages :

- Moins sensible à la variation paramétrique.
- Il n'existe pas de bloc qui calcule la modulation de la tension « MLI ».
- Découplage entre le couple et le flux.
- Réponse du couple très rapide (dynamique élevée).
- Simple à implanter.

#### Les inconvénients :

- L'existence de problème à faible vitesse (influence du terme résistif).
- L'existence de l'oscillation du couple.
- Fréquence de commutation n'est pas constante.





	Comportement à Base vitesse	Adapté eaux sur vitesse	Sensibilité aux variations paramétriques	Contrôle aux régimes permanents	Contrôleur aux régimes transitoires
Commande scalaire (V/f)	Médiocre	Oui mais avec des performances Moyennes	Oui pour certaine algorithmes	Oui	Non
Commande vectorielle (Foc)	Bon	Bon	Beaucoup	Oui	Oui
DTC	Médiocre	Oui avec de bonnes performances	Moyen	Oui	Oui

# I - 5 : <u>Comparaison entre les trois techniques de commandes :</u>

# Tableau I-1 : Comparaison entre V/f=cst - FOC et DTC

# I - 6 : Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons décrit les déférentes stratégies de commande de la machine asynchrone (commande scalaire, commande vectorielle et la DTC) qui permet à la machine de fonctionner au-delà de sa vitesse nominale.

On a commencé par l'étude de la commande scalaire et son principe de fonctionnement. Cette technique occupe une place importante dans l'industrie. Elle est utilisée essentiellement pour des applications ne nécessitant que des performances statiques ou dynamiques moyennes

Ensuite, on a donné une brève explication sur la commande vectorielle à base d'orientation des flux rotorique ainsi que pour la commande DTC avec la présentation de leurs avantages et inconvénients.

# II : Modélisation de L'ensemble Machine-Convertisseur Statique

## II - 1 : Introduction :

Dans ce deuxième chapitre, on présentera une description de l'actionneur utilisé, qui est le moteur asynchrone à cage. On abordera son principe de fonctionnement, sa modélisation dans les différents repères, et une écriture de son bilan de puissance. La modélisation sera effectuée selon deux critères, la première sans tenir en compte l'effet des pertes fer et la deuxième les en tenir en compte soit par une représentation en parallèle ou par une représentation en série. En outre, on parlera sur les convertisseurs statiques utilisés dans un entrainement électrique. A cet effet, on présentera des simulations de l'association de l'onduleur-machine en boucle ouverte.

#### II - 2 : Description de la machine asynchrone :

La machine asynchrone connue aussi sous le nom de « la machine à induction » est une machine électrique à courant alternatif de vitesse variable, elle est la machine la plus utilisée dans l'industrie à cause de ces performances élevées : La maintenance de ce type du moteur est facile, robuste et moins chère par rapport à les autres types des moteurs, bon rendement, excellente fiabilité. La machine asynchrone se comporte essentiellement de deux parties [11] :

#### Le stator :

La partie fixe, comporte une carcasse en fonte ou en tôle d'acier dans laquelle est inséré un circuit magnétique formé d'un empilage de tôles. Le stator d'une machine asynchrone triphasée porte un enroulement triphasé réparti dans des encoches du circuit magnétique. Il est généralement couplé en étoile.



Figure II-1 : Le stator de la machine asynchrone

#### <u>Le rotor :</u>

Deux grandes catégories de machines asynchrones apparaissent suivant la structure de leur rotor qui peut être bobiné ou à cage. Pour ces deux variantes, le circuit magnétique du rotor est un assemblage de tôles ferromagnétiques muni d'encoches :

#### \* Rotor bobiné :

Dans ce cas, les encoches présentes à la périphérie du rotor contiennent un enroulement similaire à celui du stator. Le bobinage rotorique est toujours couplé en étoile et il est accessible de l'extérieur grâce à un système de bagues et de balais, ce qui permet soit de le courtcircuiter, soit de le relier à un circuit permettant d'agir sur les caractéristiques de la machine dans certains fonctionnements.



Figure II-2 : Rotor bobiné de la machine asynchrone

Rotor à cage :

Dans ce cas, les encoches contiennent des barres reliées aux deux extrémités par des anneaux de court-circuit. L'ensemble forme une cage d'écureuil. Les barres sont en alliage d'aluminium pour les machines de petite et moyenne puissance, en cuivre pour les machines de forte puissance. L'enroulement ainsi obtenu n'est pas accessible de l'extérieur. La cage rotorique forme un enroulement dont le nombre de phases et le nombre de pôles ne sont pas fixés par construction.



Figure II-3 : Rotor à cage de la machine asynchrone

## II - 3 : Le principe de fonctionnement du moteur asynchrone :

L'enroulement statorique est parcouru par un système de courant triphasé symétrique de pulsation  $\omega_s$ , crée un champ magnétique tournant à la vitesse de synchronisme  $\Omega_s = \omega_s/p$ rapport au stator.

Le flux statorique balayant l'enroulement rotorique qui est en court-circuit y induit des F.E.M et donc des courants.

L'interaction entre le champ tournant statorique et le courant rotorique provoquera une couple moteur (Loi de Laplace) qui entrainera la rotation du rotor dans le même sens du champ tournant statorique avec une vitesse mécanique  $\Omega$ .

La vitesse du rotor est inférieure à la vitesse du champ tournant statorique où la différence relative entre eux est le glissement :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$
 (éq: II-1)

La vitesse du champ tournant statorique par rapport au rotor est  $\Omega_s - \Omega$  et la pulsation  $\omega_q$  des courants rotoriques est alors :

$$\omega_{g} = p \times (\Omega_{s} - \Omega) = g \times \omega_{s} \qquad (\text{ éq : II-2})$$

Pour la création du couple il faut avoir une interaction entre le champ tournant statorique et le courant rotorique, et pour la création de ce courant rotorique il faut avoir une variation du champ statorique dans le circuit du rotor (lois de Lenz) alors il faut avoir une différence entre les vitesses  $\Omega_s$  et  $\Omega$  alors il faut avoir le glissement.

# II - 4 : <u>Hypothèses simplificatrices sur le modèle dynamique de la machine</u>

# asynchrone : [12]

Mathématiquement, les machines électriques sont représentées par des modèles entrées-sorties sous la forme de fonction de transfert ou encore sous forme standard d'équations en variables d'état. Il existe des méthodes générales qui conduisent à des équations dont le développement nécessite souvent des calculs importants, mais qui rendent compte correctement du comportement des machines tournantes dans la majorité des cas.

Cependant, l'étude des régimes transitoires des machines électriques tournantes s'accommode d'une moindre rigueur numérique que l'étude des régimes permanents établis. Pour cette raison, on adopte des hypothèses simplificatrices qui, tout en permettant de simplifier notablement les calculs, conduisent à des résultats suffisamment précis pour la plupart des applications :

- Hypothèse 1 : L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encochage est négligeable.
- Hypothèse 2 : La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.

- Hypothèse 3 : Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température et l'effet de peau n'est pas pris en compte.
- Hypothèse 4 : De plus, il est admis que la *f*.*m*.*m* créée par chacune des phases des deux armatures est à répartition sinusoïdale.

Parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer :

- Conséquences 1 : L'additivité des flux.
- **Conséquences 2 :** La constance des inductances propres.
- Conséquences 3 : La loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements du stator et du rotor en fonction de l'angle électrique de leurs axes magnétiques.

## II - 5 : Les modèles mathématiques de la machine asynchrone :

# II - 5 - 1 : Le modèle en triphasé :

Le stator est constitué de trois enroulements répartis dans l'espace, et séparés d'un angle électrique de 120°, les mêmes propos s'appliquent au rotor qu'il soit à cage ou bobiné.





Sa, Sb et Sc : sont les axes magnétiques des phases statoriques.

Ra, Rb et Rc : sont les axes magnétiques des phases rotoriques.

 $\omega_e$  : la vitesse électrique de rotation du rotor.

 $\theta e = \int \omega_e \times dt$ : l'angle électrique entre la phase *a* statorique et la phase *a* rotorique.

II - 5 - 1 - 1 : Les équations électriques :

La loi de Faraday permet d'obtenir l'équation matricielle des tensions pour l'ensemble des phases statoriques et rotoriques :

$$[Vs_{abc}] = [Rs] \times [is_{abc}] + \frac{d}{dt} [\Psi s_{abc}] \qquad (éq: II-3)$$
$$[Vr_{abc}] = [Rr] \times [ir_{abc}] + \frac{d}{dt} [\Psi r_{abc}] \qquad (éq: II-4)$$

Cette notation est l'écriture condensée de :

$$\begin{bmatrix} Vsa \\ Vsb \\ Vsb \\ Vsc \\ Vsabc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 \\ 0 & Rs & 0 \\ 0 & 0 & Rs \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} isa \\ isb \\ isb \\ isc \\ isabc \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psisa \\ \Psisb \\ \Psisb \\ \Psisc \\ \Psisc \\ \Psisabc \end{bmatrix}$$
(éq: II-5)  
$$\begin{bmatrix} Vra \\ Vrb \\ Vrb \\ Vrb \\ Vrc \\ Vrabc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rr & 0 & 0 \\ 0 & Rr & 0 \\ 0 & 0 & Rr \\ Rr & 0 \\ 0 & 0 & Rr \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ira \\ irb \\ irb \\ irc \\ irabc \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psira \\ \Psirb \\ \Psirb \\ \Psirb \\ \Psirb \\ \Psirb \\ \Psirc \\ \Psirabc \end{bmatrix}$$
(éq: II-6)

Avec :

 $[Vs_{abc}] et [Vr_{abc}]$ : Vecteurs des tensions statoriques et rotoriques respectivement.  $[is_{abc}] et [ir_{abc}]$ : Vecteurs des courants statoriques et rotoriques respectivement.  $[\Psi s_{abc}] et [\Psi r_{abc}]$ : Vecteurs des flux statoriques et rotoriques respectivement. [Rs] et [Rr]: Les matrices des résistances statoriques et rotoriques respectivement.

II - 5 - 1 - 2 : Les équations magnétiques :

La matrice d'inductance  $L(\theta e)$  de 36 éléments est représentée par :

$$\begin{bmatrix} [\Psi s_{abc}] \\ [\Psi r_{abc}] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} [Ls] & [Msr] \\ \\ [Mrs] & [Lr] \\ L(\theta e) \end{bmatrix}}_{L(\theta e)} \times \begin{bmatrix} [is_{abc}] \\ \\ [ir_{abc}] \end{bmatrix}$$
(éq: II-7)

#### CHAPITRE 2 : Modélisation de L'ensemble Machine-Convertisseur Statique

F 7 4

Où les sous matrices sont :

$$[Ls] = \begin{bmatrix} L1 & M1 & M1 \\ M1 & L1 & M1 \\ M1 & M1 & L1 \end{bmatrix}$$
 (éq : II-8)  
$$[Lr] = \begin{bmatrix} L2 & M2 & M2 \\ M2 & L2 & M2 \\ M2 & M2 & L2 \end{bmatrix}$$
 (éq : II-9)  
$$\begin{bmatrix} eqq(\theta) & eqq(\theta) & eqq(\theta) & \frac{4\pi}{2} \end{bmatrix}$$

$$[Msr] = [Mrs]^{Tr} = M_{max} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{\pi}{3}) & \cos(\theta_e - \frac{\pi}{3}) \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta_e - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e) \end{bmatrix}$$
 (éq: II-10)

Avec :

[Ls] et [Lr] : sont les matrices d'inductances statoriques et rotoriques respectivement.

[Msr] : La matrice d'inductances mutuelle qui corresponde à l'effet du rotor sur le stator.

[*Mrs*] : La matrice d'inductances mutuelle qui corresponde à l'effet du stator sur le rotor.

 $M_{max}$ : L'inductance mutuelle max entre le stator et le rotor lorsque ses axes se coïncident.

*L*1 : L'inductance propre statorique.

M1: L'inductance mutuelle entre les phases statoriques.

*L*2 : L'inductance propre rotorique.

M2: L'inductance mutuelle entre les phases rotoriques.

# II - 5 - 1 - 3 : Les équations mécaniques :

Pour obtenir le modèle complète qui permet d'étudie les phénomènes de la machine on doit ajouter l'équation du mouvement qui est décrit par la deuxième loi de Newton :

$$C_e - C_r = J \times \frac{d\Omega}{dt} + F \times \Omega$$
 (éq: II-11)

Où :

 $C_e$ : Le couple électromagnétique de la machine.

 $C_r$ : Le couple résistant de la charge mécanique.

*J* : Le moment d'inertie.

*F* : Le coefficient de frottement.

 $\Omega$  : La vitesse angulaire du rotor, ou la vitesse mécanique du rotor.

# II - 5 - 2 : Le modèle en biphasé (Transformé de Park) :

En utilisant les équations de tension obtenues dans le repère triphasé et en remplacent les équations de flux dans ces équations, on obtient le système suivant :

$$[Vs_{abc}] = Rr \times [is_{abc}] + [Ls] \times \frac{d}{dt} [is_{abc}] + \frac{d}{dt} [[Msr(\theta_e)] \times [ir_{abc}]] \quad (éq: II-12)$$

$$[Vr_{abc}] = Rr \times [ir_{abc}] + [Lr] \times \frac{d}{dt} [ir_{abc}] + \frac{d}{dt} [[Msr(\theta_e)]^{Tr} \times [is_{abc}]] \quad (éq: II-13)$$

C'est un système d'équations différentielles avec des coefficients variables à cause de la variation de l'inductance mutuelle en fonction de l'angle  $\theta_e$  donc la résolution de ce système est difficile. La solution est d'obtenir un système d'équations différentielles avec des coefficients constants en transformant le modèle réel triphasé en un modèle biphasé en utilisant la transformation de « Park ».

À cet effet, on passe des axes naturels (du stator «*Sa*, *Sb* et *Sc* » et du rotor «*Ra*, *Rb* et *Rc*») aux axes réunis (confondus) pour le stator et le rotor « U, V » qui tournent avec une vitesse quelconque  $\omega_{coor}$ . [12]





 $\omega_{coor}$ : La vitesse angulaire de rotation du système d'axes biphasé U, V par rapport au stator.  $\theta_s = \int \omega_{coor} \times dt$ : L'angle de rotation du système biphasé U, V par rapport au stator.  $\theta_r = \int (\omega_{coor} - \omega_e) \times dt$ : L'angle de rotation du système biphasé U, V par rapport au rotor.  $\theta_e$ : L'angle de rotation du rotor par rapport au stator. La relation qui lié les angles est :  $\theta_s = \theta_r + \theta_e$ .

II - 5 - 2 - 1 : La matrice de transformation de Park :

Pour le passage du système d'axes triphasé au système d'axes biphasé on utilise la matrice de Park comme suite :

$$\begin{bmatrix} X_U \\ X_V \\ X_0 \end{bmatrix} = [A(\theta)] \times \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$
 (éq: II-14)

*X* : Vecteur qui corresponde au courant, tension ou flux.

*U*, *V*, *O* : Les indices des axes du système biphasé où l'indice *O* c'est la composant homopolaire qui est ajoutée pour que la transformation devient équilibrée.

*a*, *b*, *c* : Les indices des axes du système triphasé.

 $\theta$  : L'angle entre les axes confondus U, V, O et les axes naturels a, b, c où elle prend la valeur  $\theta_s$ pour la transformation des grandeurs statoriques elle prend la valeur  $\theta_r$  pour la transformation des grandeurs rotoriques.

 $[A(\theta)]$ : La matrice de transformation de Park dont il y'a deux formes d'utilisation :

II - 5 - 2 - 1 - 1 : La matrice de Park initiale :

$$[A(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
 (éq: II-15)

- Les amplitudes des grandeurs dans le système d'axes réels et les amplitudes des grandeurs dans le système d'axes réunis sont égales alors cette transformation fait de l'égalité des amplitudes.
- La puissance dans le système d'axes réels et la puissance dans le système d'axes réunis ne sont pas égales alors cette transformation ne fait pas de l'égalité des puissances.

II - 5 - 2 - 1 - 2 : La matrice de Park modifiée :

$$\begin{bmatrix} A_p(\theta) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
 (éq: II-16)

- Les amplitudes des grandeurs dans le système d'axes réels et les amplitudes des grandeurs dans le système d'axes réunis ne sont pas égales alors cette transformation ne fait pas de l'égalité des amplitudes.
- La puissance dans le système d'axes réels et La puissance dans le système d'axes réunis sont égales alors cette transformation fait de l'égalité des puissances ce qui conduit à l'équivalence physique des deux systèmes triphasé et biphasé.

Dans tout ce qui vient on va utiliser la matrice de Park « initiale ».

# II - 5 - 2 - 2 : Les équations électriques :

Les équations de tension dans le repère biphasé sont obtenues en appliquant la transformation de Park au système d'équations de tension dans le repère triphasé [13] :

Premièrement pour le stator, en appliquent ( éq : II-14 ) sur ( éq : II-3 ) on obtient :

$$[A(\theta_s)]^{-1} \times [Vs_{UVO}] = [Rs] \times [A(\theta_s)]^{-1} \times [is_{UVO}] + \frac{d}{dt} [[A(\theta_s)]^{-1} \times \Psi s_{UVO}] \quad (éq: II-17)$$

Soit en multipliant à gauche par  $[A(\theta_s)]$ :

$$[Vs_{UVO}] = [Rs] \times [is_{UVO}] + [A(\theta_s)] \times \frac{d}{dt} [[A(\theta_s)]^{-1} \times \Psi s_{UVO}] \qquad (\text{ éq}: \text{ II-18})$$

Alors :

$$[Vs_{UVO}] = [Rs].[is_{UVO}] + \underbrace{[A(\theta_s)].[A(\theta_s)]^{-1}}_{=1} \times \frac{d}{dt} [\Psi s_{UVO}]$$

$$+ [A(\theta_s)].\frac{d}{dt} [[A(\theta_s)]^{-1}].[\Psi s_{UVO}]$$
(éq: II-19)

On démontre que :

$$[A(\theta_s)] \times \frac{d}{dt} [[A(\theta_s)]^{-1}] = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d\theta_s}{dt} & 0 \\ +\frac{d\theta_s}{dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \frac{d\theta_s}{dt} \qquad (\text{ \acute{eq}: II-20})$$

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA
En remplaçant ( éq : II-20 ) dans ( éq : II-19 ) on obtient :

$$\begin{bmatrix} Vs_{U} \\ Vs_{V} \\ Vs_{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 & 0 \\ 0 & Rs & 0 \\ 0 & 0 & Rs \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} is_{U} \\ is_{V} \\ is_{O} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi s_{U} \\ \Psi s_{V} \\ \Psi s_{O} \end{bmatrix} + \frac{d\theta_{s}}{dt} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Psi s_{U} \\ \Psi s_{V} \\ \Psi s_{O} \end{bmatrix}$$
 (éq: II-21)

Finalement on obtient le système des équations de tension statorique dans le repère biphasé :

$$\begin{cases} Vs_U = Rs \times is_U + \frac{d}{dt}(\Psi s_U) - \omega_{coor} \times \Psi s_V & (\text{éq}: \text{II-22}) \\ Vs_V = Rs \times is_V + \frac{d}{dt}(\Psi s_V) + \omega_{coor} \times \Psi s_U & (\text{éq}: \text{II-23}) \\ Vs_O = Rs \times is_O + \frac{d}{dt}(\Psi s_O) & (\text{éq}: \text{II-24}) \end{cases}$$

En utilisant les mêmes étapes on obtient les expressions des tensions rotoriques :

$$\begin{cases} Vr_{U} = 0 = Rr \times ir_{U} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{U}) - (\omega_{coor} - \omega_{e}) \times \Psi r_{V} & (\text{éq}: \text{II}-25) \\ Vr_{V} = 0 = Rr \times ir_{V} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{V}) + (\omega_{coor} + \omega_{e}) \times \Psi r_{U} & (\text{éq}: \text{II}-26) \\ Vr_{O} = 0 = Rr \times ir_{O} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{O}) & (\text{éq}: \text{II}-27) \end{cases}$$

#### II - 5 - 2 - 3 : Les équations magnétiques :

Les équations magnétiques dans le repère biphasé sont obtenues en appliquant la transformation de Park au système d'équations magnétiques dans le repère triphasé [13] : Premièrement pour le stator, en appliquent la transformé de Park ( éq : II–14 ) sur l'équation de flux statorique de ( éq : II–7 ) on obtient :

$$[A(\theta_s)]^{-1} \times [\Psi s_{UVO}] = [Ls] \times [A(\theta_s)]^{-1} \times [is_{UVO}] + [Msr] \times [A(\theta_s)]^{-1} \times [ir_{UVO}] \quad (\text{ éq}: II-28)$$
  
Soit en multipliant à gauche par  $[A(\theta_s)]$ :

$$[\Psi s_{UVO}] = [A(\theta_s)] \times [Ls] \times [A(\theta_s)]^{-1} \times [is_{UVO}]$$
  
+  $[A(\theta_s)] \times [Msr] \times [A(\theta_r)]^{-1} \times [ir_{UVO}]$  (éq: II-29)

Avec :

$$[A(\theta_s)] \times [Ls] \times [A(\theta_s)]^{-1} = \begin{bmatrix} L1 - M1 & 0 & 0 \\ 0 & L1 - M1 & 0 \\ 0 & 0 & L1 + 2 \times M1 \end{bmatrix} \quad (éq: II-30)$$

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

Et aussi avec :

$$[A(\theta_s)] \times [Msr] \times [A(\theta_r)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s - \theta_r - \theta_e) & \sin(\theta_s - \theta_r - \theta_e) & 0\\ -\sin(\theta_s - \theta_r - \theta_e) & \cos(\theta_s - \theta_r - \theta_e) & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{éq}: \text{II-31})$$

En remplaçant  $\theta_s$  en utilisant la relation  $\theta_s = \theta_r + \theta_e$ , l'équation ( éq : II–31 ) devient :

$$[A(\theta_s)] \times [Msr] \times [A(\theta_r)]^{-1} = \frac{3}{2} \times M_{max} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3M_{max}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3M_{max}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{éq}: \text{II-32})$$

214

En remplaçant ( éq : II–30 ) et ( éq : II–32 ) dans ( éq : II–29 ) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \Psi s_{U} \\ \Psi s_{V} \\ \Psi s_{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L1 - M1 & 0 & 0 \\ 0 & L1 - M1 & 0 \\ 0 & 0 & L1 + 2 \times M1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} is_{U} \\ is_{V} \\ is_{O} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3M_{max}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3M_{max}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ir_{U} \\ ir_{V} \\ ir_{O} \end{bmatrix}$$
 (éq: II-33)

Finalement on obtient les équations magnétiques statorique dans le repère biphasé :

$$\begin{cases} \Psi s_U = Ls \times is_U + Lm \times ir_U & (éq: II-34) \\ \Psi s_V = Ls \times is_V + Lm \times ir_V & (éq: II-35) \\ \Psi s_0 = Lso \times is_0 & (éq: II-36) \end{cases}$$

Où :

Ls = L1 - M1: L'inductance cyclique statorique.

Lr = L2 - M2: L'inductance cyclique rotorique.

 $Lm = \frac{3M_{max}}{2}$ : L'inductance mutuelle cyclique entre le stator et le rotor.

 $Los = L1 + 2 \times M1$ : L'inductance homopolaire statorique.

 $Lor = L2 + 2 \times M2$ : L'inductance homopolaire rotorique.

De la même manière et en utilisant les mêmes étapes on obtient les équations magnétiques rotoriques dans le repère biphasé :

$$\Psi r_U = Lr \times ir_U + Lm \times is_U \quad (éq: II-37)$$
  

$$\Psi r_V = Lr \times ir_V + Lm \times is_V \quad (éq: II-38)$$
  

$$\Psi r_0 = Lro \times ir_0 \quad (éq: II-39)$$

En remplaçant les équations de flux dans les équations de tension on obtient :

$$Vs_U = Rs \times is_U + Ls \times \frac{d}{dt}(is_U) + Lm \times \frac{d}{dt}(ir_U) - \omega_{coor} \times \Psi s_V \qquad (\text{ éq: II-40})$$

$$Vs_{V} = Rs \times is_{V} + Ls \times \frac{d}{dt}(is_{V}) + Lm \times \frac{d}{dt}(ir_{V}) + \omega_{coor} \times \Psi s_{U} \qquad (\text{ éq: II-41})$$

$$Vr_U = 0 = Rr \times ir_U + Lr \times \frac{d}{dt}(ir_U) + Lm \times \frac{d}{dt}(is_U) - (\omega_{coor} - \omega_e) \times \Psi r_V \quad (\text{ éq: II-42})$$

$$Vr_{V} = 0 = Rr \times ir_{V} + Lr \times \frac{d}{dt}(ir_{V}) + Lm \times \frac{d}{dt}(is_{V}) + (\omega_{coor} - \omega_{e}) \times \Psi r_{U} \quad (\text{éq: II-43})$$

On constat :

- Qu'on a obtenu un système d'équation différentielle avec des coefficient constantes.
- Le nombre d'équations se réduit de six à quatre dans le cas où la composant homopolaire est nulle lorsque la somme des composants réel *a*, *b*, *c* et nulles.

## II - 5 - 2 - 4 : L'expression du couple et de la puissance :

La puissance électrique absorbée par la machine asynchrone est calculée comme suit :

$$P_a = [Vs_{abc}]^{Tr} \times [is_{abc}] + [Vr_{abc}]^{Tr} \times [ir_{abc}]$$
 (éq: II-44)

En appliquent la transformation de Park ( éq : II-14 ) sur ( éq : II-44 ) on obtient :

$$P_a = ([A(\theta_s)]^{-1} \times [Vs_{UVO}])^{Tr} \times [A(\theta_s)]^{-1} \times [is_{UVO}]$$
  
+  $([A(\theta_r)]^{-1} \times [Vr_{UVO}])^{Tr} \times [A(\theta_r)]^{-1} \times [ir_{UVO}]$  (éq: II-45)

Après simplification on obtient :

$$P_{a} = ([Vs_{UV0}]^{Tr}) \times ([A(\theta_{s})]^{-1})^{Tr} \times [A(\theta_{s})]^{-1} \times [is_{UV0}]$$
  
+  $([Vr_{UV0}]^{Tr}) \times ([A(\theta_{r})]^{-1})^{Tr} \times [A(\theta_{r})]^{-1} \times [ir_{UV0}]$  (éq: II-46)

On a dans le cas de l'utilisation de la matrice de Park initiale :

$$([A(\theta)]^{-1})^{Tr} \times [A(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
 (éq: II-47)

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

En remplaçant ( éq : II-47 ) dans ( éq : II-46 ) on obtient :

$$P_{a} = \frac{3}{2} (Vs_{U} \times is_{U} + Vs_{V} \times is_{V}) + 3Vs_{o} \times is_{o}$$

$$+ \frac{3}{2} (Vr_{U} \times ir_{U} + Vr_{V} \times ir_{V}) + 3Vr_{o} \times ir_{o}$$
(éq: II-48)

En négligeant la composant homopolaire l'expression de la puissance devient :

$$P_a = \frac{3}{2} (Vs_U \times is_U + Vs_V \times is_V) + \frac{3}{2} (Vr_U \times ir_U + Vr_V \times ir_V)$$
 (éq: II-49)

En remplaçant les tensions par leur expression on obtient :

$$P_{a} = \underbrace{\frac{3}{2} (Rs. is_{U}^{2} + Rs. is_{V}^{2} + Rr. ir_{U}^{2} + Rr. ir_{V}^{2})}_{A}}_{A} + \underbrace{\frac{3}{2} (\frac{d}{dt} (\Psi s_{U}). is_{U} + \frac{d}{dt} (\Psi s_{V}). is_{V} + \frac{d}{dt} (\Psi r_{U}). ir_{U} + \frac{d}{dt} (\Psi r_{V}). ir_{V})}_{B}}_{B}$$
 (éq: II-50)  
$$+ \underbrace{\frac{3}{2} ((\Psi s_{U}. is_{V} - \Psi s_{V}. is_{U}). \omega_{coor} + (\Psi r_{U}. ir_{V} - \Psi r_{V}. ir_{U}). (\omega_{coor} - \omega_{e}))}_{C}$$

En remplaçant les équations ( éq : II–34 ), ( éq : II–35 ), ( éq : II–37 ) et ( éq : II–38 ) dans la partie *C* de l'équation ( éq : II–50 ) on obtient l'expression final de la puissance :

$$P_{a} = \underbrace{\frac{3}{2} (Rs. is_{U}^{2} + Rs. is_{V}^{2} + Rr. ir_{U}^{2} + Rr. ir_{V}^{2})}_{A}}_{A} + \underbrace{\frac{3}{2} (\frac{d}{dt} (\Psi s_{U}). is_{U} + \frac{d}{dt} (\Psi s_{V}). is_{V} + \frac{d}{dt} (\Psi r_{U}). ir_{U} + \frac{d}{dt} (\Psi r_{V}). ir_{V})}_{B}}_{B}$$
(éq: II-51)  
$$+ \underbrace{\frac{3}{2} ((\Psi s_{U}. is_{V} - \Psi s_{V}. is_{U}). \omega_{e})}_{C}}_{C}$$

La puissance instantanée est composée de trois parties :

*A* : La puissance dissipée en pertes Joule statoriques et rotoriques.

*B* : La variation d'énergie magnétique.

*C* : La puissance électromagnétique.

Le couple électromagnétique est calculé en utilisant l'expression suivante :

$$C_e = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{P_{em} \times p}{\omega_e} \qquad (\text{ éq: II-52})$$

En remplaçant la puissance électromagnétique par leur expression de ( éq : II–51 ) on obtient :

$$\Rightarrow C_e = \frac{3}{2}p \times (\Psi s_U . is_V - \Psi s_V . is_U) \quad (\text{ éq}: \text{ II-53})$$

En remplaçant ( éq : II–34 ) et ( éq : II–35 ) dans ( éq : II–53 ) on obtient une deuxième formule de couple :

$$\Rightarrow C_e = \frac{3}{2}p \times Lm \times (ir_U \cdot is_V - ir_V \cdot is_U) \quad (\text{ éq : II-54})$$

En utilisant les équations ( éq : II–37 ) et ( éq : II–38 ) on remplace  $ir_U$  et  $ir_V$  par leurs équivalents dans ( éq : II–54 ) on obtient une troisième formule de couple :

$$\Rightarrow C_e = \frac{3}{2}p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi r_U . is_V - \Psi r_V . is_U) \quad (\text{ éq}: \text{ II-55})$$

#### II - 5 - 2 - 5 : Les différents repères d'orientation du système d'axes biphasés :

Le système d'axe biphasé U, V tourne avec une vitesse de rotation quelconque  $\omega_{coor}$ , il existe trois cas particuliers pour cette vitesse où le choix entre eux dépende des conditions du problème posé :

#### II - 5 - 2 - 5 - 1 : <u>Système d'axes α, β</u> :

La vitesse de rotation dans ce cas prend la valeur  $\omega_{coor} = 0$  alors ce système est immobile par rapport au stator.

La transformation correspondante à ce système est souvent nommée transformation de « CLARKE » dans le cas de l'utilisation de la matrice de Park initiale et elle prend le nom « CONCORDIA » dans le cas de l'utilisation de la matrice de Park modifiée.

Les indices U, V sont remplacées par  $\alpha, \beta$ .

Le système d'équation de la machine asynchrone dans ce repère devient :

$$Vs_{\alpha} = Rs \times is_{\alpha} + \frac{d}{dt}(\Psi s_{\alpha}) \qquad (\text{ éq : II-56 })$$

$$Vs_{\beta} = Rs \times is_{\beta} + \frac{d}{dt} (\Psi s_{\beta}) \qquad (\text{ éq}: \text{ II-57})$$

$$Vr_{\alpha} = Rr \times ir_{\alpha} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{\alpha}) + \omega_e \times \Psi r_{\beta}$$
 (éq: II-58)

$$Vr_{V} = Rr \times ir_{\beta} + \frac{d}{dt} (\Psi r_{\beta}) - \omega_{e} \times \Psi r_{\alpha} \qquad (\text{ éq : II-59 })$$

#### II - 5 - 2 - 5 - 2 : <u>Système d'axes d, q</u> :

La vitesse de rotation dans ce cas prend la vitesse du champ tournant crée par les enroulements statoriques  $\omega_{coor} = \omega_s$  alors ce système est immobile par rapport au champ tournant. Les indices U, V sont remplacées par d, q.

Le système d'équation de la machine asynchrone dans ce repère devient :

$$Vs_d = Rs \times is_d + \frac{d}{dt}(\Psi s_d) - \omega_s \times \Psi s_q \qquad (\text{ éq}: II-60)$$

$$Vs_q = Rs \times is_q + \frac{d}{dt}(\Psi s_q) + \omega_s \times \Psi s_d \qquad (\text{ eq}: II-61)$$

$$Vr_{d} = Rr \times ir_{d} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{d}) - (\omega_{s} - \omega_{e}) \times \Psi r_{q} \qquad (\text{ éq : II-62})$$
$$Vr_{q} = Rr \times ir_{q} + \frac{d}{dt}(\Psi r_{q}) + (\omega_{s} - \omega_{e}) \times \Psi r_{d} \qquad (\text{ éq : II-63})$$

 $O\dot{u}: (\omega_s - \omega_e) = \omega_g$ : Pulsation de glissement.

#### II - 5 - 2 - 5 - 3 : <u>Système d'axes X, Y :</u>

La vitesse de rotation dans ce cas prend la vitesse de rotation du rotor  $\omega_{coor} = \omega_e$  alors ce système est immobile par rapport au rotor. Les indices U, V sont remplacées par X, Y. Le système d'équation de la machine asynchrone dans ce repère devient :

$$Vs_X = Rs \times is_X + \frac{d}{dt}(\Psi s_X) - \omega_e \times \Psi s_Y \qquad (\text{ éq}: II-64)$$

$$Vs_Y = Rs \times is_Y + \frac{d}{dt}(\Psi s_Y) + \omega_e \times \Psi s_X \qquad (\text{ éq}: II-65)$$

$$Vr_X = Rr \times ir_X + \frac{d}{dt}(\Psi r_X)$$
 (éq: II-66)

$$Vr_Y = Rr \times ir_Y + \frac{a}{dt}(\Psi r_Y)$$
 (éq: II-67)

#### II - 6 : Le modèle simplifie de la machine asynchrone (Modèle à un axe) :

À partir le système des axes réunis « U, V » on peut simplifie la représentation de la machine asynchrone en utilisant les nombres complexes. En considérant que l'axe « U » est confondu avec l'axe réel « Re » et que l'axe « V » est confondu avec l'axe imaginaire « Im » les grandeurs électriques peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$X_{(U,V)} = X_U + jX_V \qquad (éq: II-68)$$

Le vecteur  $\overline{X}_{(U,V)}$  peut représenter les grandeurs statoriques et rotoriques, il peut-être soit une tension, un courant ou même un flux.



Figure II-6 : La représentation vectorielle du vecteur de X

En appliquent cette notion sur les équations de la machine on obtient :

$$\overline{Vs}_{(U,V)} = Rs \times \overline{Is}_{(U,V)} + \frac{d}{dt} (\overline{\Psi s}_{(U,V)}) + j \times \omega_{coor} \times (\overline{\Psi s}_{(U,V)})$$
 (éq: II-69)

$$\overline{Vr}_{(U,V)} = Rr \times \overline{Ir}_{(U,V)} + \frac{d}{dt} \left( \overline{\Psi r}_{(U,V)} \right) + j \times (\omega_{coor} - \omega_e) \times \left( \overline{\Psi r}_{(U,V)} \right) \qquad (\text{ éq : II-70 })$$

$$\overline{\Psi s}_{(U,V)} = Ls \times \overline{Is}_{(U,V)} + Lm \times \overline{Ir}_{(U,V)}$$
 (éq: II-71)

$$\overline{\Psi r}_{(U,V)} = Lr \times \overline{Ir}_{(U,V)} + Lm \times \overline{Is}_{(U,V)}$$
 (éq: II-72)

Où :

$$\left| \begin{array}{c} \overline{Vs}_{(U,V)} = Vs_U + jVs_V \\ \overline{Vr}_{(U,V)} = Vr_U + jVr_V \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \overline{Is}_{(U,V)} = Is_U + jIs_V \\ \overline{Ir}_{(U,V)} = Ir_U + jIr_V \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \overline{\Psi s}_{(U,V)} = \Psi s_U + j\Psi s_V \\ \overline{\Psi r}_{(U,V)} = \Psi r_U + j\Psi r_V \end{array} \right|$$

Maintenant on va poser :

$$\overline{\Psi s}_{(U,V)} = ls \times \overline{Is}_{(U,V)} + \overline{\Psi m} \qquad (\text{ éq : II-73 })$$

$$\overline{\Psi r}_{(U,V)} = lr \times \overline{Ir}_{(U,V)} + \overline{\Psi m}_{(U,V)} \qquad (\text{ éq : II-74 })$$

Où :

ls = Ls - Lm: inductance cyclique de fuite statorique.

lr = Lr - Lm: inductance cyclique de fuite rotorique.

 $\overline{\Psi m}_{(U,V)} = Lm \times \overline{Im}_{(U,V)}$ : flux de magnétisation ou flux de l'entrefer.

 $\overline{Im}_{(U,V)} = \overline{Is}_{(U,V)} + \overline{Ir}_{(U,V)}$  :courant de magnétisation

Alors le système d'équation peut être écrit sous la forme suivante :

$$\overline{Vs}_{(U,V)} = Rs. \overline{Is}_{(U,V)} + ls \frac{d}{dt} (\overline{Is}_{(U,V)}) + Lm \frac{d}{dt} (\overline{Im}_{(U,V)})$$

$$+ j\omega_{coor} \times (ls. \overline{Is}_{(U,V)} + Lm. \overline{Im}_{(U,V)})$$

$$\overline{Vr}_{(U,V)} = Rr. \overline{Ir}_{(U,V)} + lr \frac{d}{dt} (\overline{Ir}_{(U,V)}) + Lm \frac{d}{dt} (\overline{Im}_{(U,V)})$$

$$+ j(\omega_{coor} - \omega_e) \times (lr. \overline{Ir}_{(U,V)} + Lm. \overline{Im}_{(U,V)})$$

$$(éq: II-76)$$

$$\overline{\Psi s}_{(U,V)} = ls \times \overline{ls}_{(U,V)} + \overline{\Psi m}_{(U,V)} \qquad (\text{ éq : II-77 })$$

$$\overline{\Psi r}_{(U,V)} = lr \times \overline{lr}_{(U,V)} + \overline{\Psi m}_{(U,V)}$$
 (éq: II-78)

$$\overline{Im}_{(U,V)} = \overline{Is}_{(U,V)} + \overline{Ir}_{(U,V)} \qquad (\text{ éq : II-79 })$$

Le schéma équivalent de la machine asynchrone dans le régime dynamique peut être représenté comme suite :



**Figure II-7 : Le schéma équivalent de la machine asynchrone dans le régime dynamique** Finalement U, V et  $\omega_{coor}$  peuvent être remplacées par n'importe quel repère désiré.

# II - 7 : La représentation d'état du modèle de la machine asynchrone alimentée

#### en tension :

On va utiliser la représentation d'état pour modéliser la machine asynchrone alimentée en tension en utilisant le repère lié au stator  $\alpha$ ,  $\beta$  en considérant que les tensions  $Vs_{\alpha}$  et  $Vs_{\beta}$ représentons le vecteur des entrées et que les variables d'états sont  $is_{\alpha}$ ,  $is_{\beta}$ ,  $\Psi r_{\alpha}$  et  $\Psi r_{\beta}$ :



Figure II-8 : Schéma bloc de la machine asynchrone alimentée en tension

Dans ce repère, la représentation d'état est la suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} is_{\alpha} \\ is_{\beta} \\ is_{\beta} \\ \psi r_{\alpha} \\ \psi r_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma Ls} \left( Rs + \frac{Lm^2}{Lr.Tr} \right) & 0 & \frac{Lm}{\sigma Ls.Lr.Tr} & \frac{pLm}{\sigma Ls.Lr} \Omega \\ 0 & -\frac{1}{\sigma Ls} \left( Rs + \frac{Lm^2}{Lr.Tr} \right) & -\frac{pLm}{\sigma Ls.Lr} \Omega & \frac{Lm}{\sigma Ls.Lr.Tr} \\ \frac{Lm}{Lr} & 0 & -\frac{1}{Tr} & -p\Omega \\ 0 & \frac{Lm}{Lr} & p\Omega & -\frac{1}{Tr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} is_{\alpha} \\ is_{\beta} \\ \psi r_{\alpha} \\ \psi r_{\beta} \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma Ls} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma Ls} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [U] \\ Vs_{\alpha} \\ Vs_{\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Où :

 $[X] = \begin{bmatrix} is_{\alpha} & is_{\beta} & \Psi r_{\alpha} & \Psi r_{\beta} \end{bmatrix}^{Tr} : \text{Le vecteur d'état.}$ 

[A] : Matrice d'état.

 $[U] = \begin{bmatrix} Vs_{\alpha} & Vs_{\beta} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{Tr}$ : Le vecteur d'entrée ou de commande.

[*B*] : Matrice d'entrée ou de commande.

Tr = Lr/Rr: Constant du temps rotorique.

II - 8 : La simulation de la machine asynchrone sur Matlab SIMULINK :

Pour maitre en œuvre me modèle précité, on procède à une série de simulations en boucle ouverte. La machine, dont les paramètres figurent en annexe A ; est alimentée par la tension du réseau. Premièrement, la marche est à vide et puis sous un couple résistant Cr = 10 [Nm] à l'instant t = 0.7 [s]. Le schéma bloc de simulation est illustré ci-après :

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

F \* \* 7



#### II - 8 - 1 : Le schéma bloc de simulation :





2

cr

С

Où les schémas blocs de simulation sont :



х

Product2





## CHAPITRE 2 : Modélisation de L'ensemble Machine-Convertisseur Statique



Figure II-14 : Résultats de simulation de la machine asynchrone en boucle ouvert

#### II - 8 - 3 : Interprétation des résultats obtenus :

#### II - 8 - 3 - 1 : La courbe du couple :

La courbe du couple présente aux premiers instants de démarrage des battements importants ce qui explique le bruit engendré par la machine au démarrage, dès que la vitesse atteint le régime permanant le couple converge vers le couple de la charge soit  $Ce = Cp = f \times \Omega$  à vide ou Ce = Cp + Cr en charge.

#### II - 8 - 3 - 2 : <u>Le courant :</u>

Pour que la machine puisse démarrer, elle doit posséder un grand couple au démarrage pour vaincre le couple dynamique engendré par l'inertie. Alors, elle doit fournir un courant important pendant le démarrage pour produire un couple suffisamment. C'est pour ça la courbe du courant présente des dépassements excessifs dans le démarrage. Lorsque la vitesse s'établit l'amplitude du courant diminue, qui mène à un flux de magnétisation à vide, et lorsqu'on applique un couple résistant, l'amplitude augmente jusqu'à la création du couple électromagnétique qui fait vaincre le couple résistant de la charge.

#### II - 8 - 3 - 3 : La courbe de la vitesse :

La courbe de la vitesse présente des oscillations pendant les premiers instants à cause des oscillations dans le couple, puis la vitesse converge vers une valeur proche à la vitesse de synchronisme à cause de la faible valeur de glissement, mais à l'instant de l'application du couple résistant la vitesse va diminuer.

# II - 9 : <u>La modélisation de la machine asynchrone avec prise en compte des</u>

#### <u>pertes fer :</u>

Dans les hypothèses simplificatrices on a négligé l'effet de l'hystérésis et les courants de foucault c'est pour ça ils ne sont pas présents dans les équations développées, ces deux phénomènes représentent les pertes fer dans la machine, en suivant le travail de Jinhwan Jung et Kwanghee Nam dans l'article [14] on peut tenir en compte l'effet des pertes fer statoriques et rotoriques dans le modèle de la machine asynchrone.

# II - 9 - 1 : <u>Modèle de la machine asynchrone où les pertes fer sont représentées</u> par une résistance en parallèles :

Les pertes fer sont constitués de pertes par courant de Foucault et par hystérésis où ses expressions sont données selon [15] par :

Les pertes par courant de Foucault :

$$Pf_e = \frac{3}{2} \times K_e \times \omega^2 \times \Psi m^2$$
 (éq: II-80)

Les pertes par hystérésis :

$$Pf_h = \frac{3}{2} \times K_h \times \omega \times \Psi m^2$$
 (éq: II-81)

Les pertes fer totales :

$$Pf = Pf_e + Pf_h = \frac{3}{2} \times (K_e \times \omega^2 + K_h \times \omega) \times \Psi m^2 \quad (\text{ éq : II-82 })$$

Où :

- *K<sub>e</sub>* : Coefficient de courant de Foucault.
- *K<sub>h</sub>* : Coefficient d'hystérésis.

Dans la machine asynchrone les pulsations des courants statoriques et rotoriques sont différentes où la pulsation des courants statoriques est  $\omega_s$  et la pulsation des courants rotoriques est  $g \times \omega_s$ , alors l'expression des pertes fer statorique et rotorique devient :

Pertes fer statorique :

$$Pf_{s} = \frac{3}{2} \times (K_{e} \times \omega_{s}^{2} + K_{h} \times \omega_{s}) \times \Psi m^{2} = \frac{\frac{3}{2} \times \omega_{s}^{2} \times \Psi m^{2}}{\frac{1}{(K_{e} + \frac{K_{h}}{\omega_{s}})}}$$
(éq: II-83)  
$$= \frac{\frac{3}{2} \times \omega_{s}^{2} \times \Psi m^{2}}{Rfp_{s}} = \frac{3}{2} \times \frac{Vm^{2}}{Rfp_{s}}$$

$$Pf_{r} = \frac{3}{2} \times (K_{e} \times (g \times \omega_{s})^{2} + K_{h} \times g \times \omega_{s}) \times \Psi m^{2}$$
$$= \frac{\frac{3}{2} \times \omega_{s}^{2} \times \Psi m^{2}}{\frac{1}{(g^{2} \times K_{e} + g \times \frac{K_{h}}{\omega_{s}})}} = \frac{3}{2} \times \frac{Vm^{2}}{Rfp_{r}}$$
(éq: II-84)

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

Puisque  $Vm = \omega_s \times \Psi m$  représente la tension dans l'entrefer qui est en volte et aussi puisque l'unité des pertes est le watt alors  $Rfp_s$  et  $Rfp_r$  ont les dimensions des résistances qui sont en ohm d'une façon où :

- *Rfp<sub>s</sub>* : résistance des pertes fer statorique parallèle avec la branche de magnétisation.
- $Rfp_r$  : résistance des pertes fer rotorique parallèle avec la branche de magnétisation.

**<u>Remarque 1</u>**: Les pertes fer rotoriques ( éq : II–84 ) sont assez petit par rapport au pertes fer statoriques ( éq : II–83 ) puisque  $|g \times \omega_s| < |\omega_s|$  dans les deux cas soit à haute vitesse ou à basse vitesse. Cependant, nous les gardons pour la généralité.

**<u>Remarque 2</u>**: Les pertes par courant de foucault (éq : II-80) sont proportionnelles à la pulsation  $\omega^2$  par contre les pertes par hystérésis (éq : II-81) sont proportionnelles à la pulsation  $\omega$ , c'est pour ça dans les régions à haute fréquence les pertes par courant de foucault sont dominants sur les pertes par hystérésis. Dans l'article [14] l'effet de l'hystérésis est négligé pour la simplification mais dans notre travail nous le garde pour la généralité.

La figure suivante montre le schéma équivalent de la machine asynchrone dans le repère lié au champ tournant « d, q » avec des pertes fer statoriques et rotoriques représentées en parallèles où le schéma est basé sur le modèle simplifie (modèle à un axe) de la machine asynchrone qui est développé dans le paragraphe « II - 6 : » :



Figure II-15 : Schéma équivalent de la machine asynchrone dans le repère « d, q » avec des pertes fer représentées en parallèles

Les équations de la machine sont :

$$\overline{Vs}_{(d,q)} = Rs.\overline{Is}_{(d,q)} + ls\frac{d}{dt}(\overline{Is}_{(d,q)}) + Lm\frac{d}{dt}(\overline{Im}_{(d,q)})$$

$$+ j.\omega_s.(ls.\overline{Is}_{(d,q)} + Lm.\overline{Im}_{(d,q)})$$
(éq: II-85)

$$\overline{Vr}_{(d,q)} = Rr.\overline{Ir}_{(d,q)} + lr\frac{d}{dt}(\overline{Ir}_{(d,q)}) + Lm\frac{d}{dt}(\overline{Im}_{(d,q)})$$

$$+ j.(\omega_s - \omega_e).(lr.\overline{Ir}_{(d,q)} + Lm.\overline{Im}_{(d,q)})$$
(éq: II-86)

$$\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)} = \overline{Ifp}_{(d,q)} + \overline{Im}_{(d,q)}$$

$$= \frac{Lm}{Rfp} \cdot \left(\frac{d}{dt} (\overline{Im}_{(d,q)}) + j \cdot \omega_s \cdot \overline{Im}_{(d,q)}\right) + \overline{Im}_{(d,q)} \qquad (\text{ éq : II-87 })$$

La résistance des pertes fer statoriques et rotoriques équivalent est :

$$Rfp = \frac{Rfp_s \times Rfp_r}{Rfp_s + Rfp_r} = \frac{1}{K_e(1+g^2) + K_h\left(\frac{1+g}{\omega_s}\right)}$$
(éq: II-88)

#### II - 9 - 1 - 1 : Les expressions du flux statorique et rotorique :

Dans ce modèle les expressions des flux statoriques et rotoriques se changent un peu par rapport au modèle sans pertes fer, pour obtenir les nouvelles expressions des flux on suivre les étapes suivantes :

Selon ( éq : II – 87 ) on obtient l'expression du courant de magnétisation dans ce modèle :

$$\overline{Im}_{(d,q)} = \overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)} - \overline{Ifp}_{(d,q)}$$
 (éq: II-89)

En remplaçant ( éq : II-89 ) dans ( éq : II-77 ) on obtient :

$$\Rightarrow \overline{\Psi s}_{(d,q)} = Ls \times \overline{Is}_{(d,q)} + Lm \times \left(\overline{Ir}_{(d,q)} - \overline{Ifp}_{(d,q)}\right) \qquad (\text{ éq : II-90 })$$

De la même manière en remplaçant ( éq : II-85 ) dans ( éq : II-78 ) on obtient :

$$\overline{\Psi r}_{(d,q)} = Lr \times \overline{Ir}_{(d,q)} + Lm \times \left(\overline{Is}_{(d,q)} - \overline{Ifp}_{(d,q)}\right) \qquad (\text{ éq : II-91 })$$

#### II - 9 - 1 - 2 : L'expression du couple électromagnétique :

L'expression du couple développée dans le modèle sans pertes fer ( éq : II–53 ) est la même dans ce modèle qui représente les pertes fer en parallèle.

Mais l'expression ( éq : II–55 ) n'est pas valable dans ce modèle parce que leur développement se change un peu à cause du changement des expressions des flux, en suivant les mêmes étapes

utilisées dans la démonstration de (éq : II-55) mais avec les expressions des flux (éq : II-90) et (éq : II-91) on obtient :

$$C_e = \frac{3}{2}p \times \frac{Lm}{Lr} \times \left(\Psi r_d \cdot \left(is_q - ifp_q\right) - \Psi r_q \cdot \left(is_d - ifp_d\right)\right) \quad (\text{ éq : II-92 })$$

# II - 9 - 2 : <u>Modèle de la machine asynchrone où les pertes fer sont représentées</u> par une résistance en série :

Par rapport aux équations normale du modèle de la machine asynchrone le modèle avec des pertes fer représentées en parallèle utilise deux autres équations (éq : II-87) avec deux variables d'état supplémentaires  $\overline{Im}_{(d)}$  et  $\overline{Im}_{(q)}$  pour tenir en compte l'effet des pertes fer, pour réduire ces équations et ces variables d'états supplémentaires un autre modèle développée par [14] transforme la résistance des pertes fer en parallèle par une autre résistance équivalente en série.

En supposant que le taux de variation du courant  $\overline{Im}_{(d,q)}$  est lent par rapport à les autres termes de l'équation ( éq : II-87 ). Par conséquence ( éq : II-87 ) devient :

$$\overline{Im}_{(d,q)} = \frac{Rfp}{Rfp+j.\,\omega_s.\,Lm} \times \left(\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)}\right)$$
$$\Rightarrow \overline{Im}_{(d,q)} = \frac{Rfp.\,(Rfp-j.\,\omega_s.\,Lm)}{Rfp^2 + \omega_s^2.\,Lm^2}.\left(\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)}\right) \qquad (\text{ éq : II-93 })$$

En remplaçant (éq : II–93) dans (éq : II–85) et (éq : II–86) on obtient après simplification :

$$\overline{Vs}_{(d,q)} = Rs \times \overline{Is}_{(d,q)} + ls \frac{d}{dt} (\overline{Is}_{(d,q)}) + \frac{d}{dt} \left( \left( L_M - j \cdot \frac{Rfss}{\omega_s} \right) \times (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)}) \right)$$
 (éq: II-94)  
+  $j\omega_s \times ls \times \overline{Is}_{(d,q)} + (j\omega_s \times L_M + Rfss) \times (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$ 

$$\overline{Vr}_{(d,q)} = Rr \times \overline{Ir}_{(d,q)} + lr \frac{d}{dt} (\overline{Ir}_{(d,q)}) + \frac{d}{dt} \left( \left( L_M - j \cdot \frac{Rfsr}{\omega_g} \right) \cdot \left( \overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)} \right) \right)$$
(éq: II-95)  
+  $j \cdot \omega_g \times lr \times \overline{Ir}_{(d,q)} + (j \cdot \omega_g \times L_M + Rfsr) \cdot (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$ 

Sachant que généralement  $Rfp \gg \omega_s \times Lm$  on pose :

$$L_{M} = \frac{Lm \times Rfp^{2}}{Rfp^{2} + \omega_{s}^{2}.Lm^{2}} \approx Lm \qquad (\text{ éq : II-96 })$$

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

$$Rfss = \frac{\omega_s^2 . Lm^2 . Rfp}{Rfp^2 + \omega_s^2 . Lm^2} \approx \frac{\omega_s^2 . Lm^2}{Rfp} \qquad (\text{ éq : II-97 })$$

$$Rfsr = \frac{\omega_g.\,\omega_s.\,Lm^2.\,Rfp}{Rfp^2 + \omega_s^2.\,Lm^2} \approx \frac{\omega_g.\,\omega_s.\,Lm^2}{Rfp}$$
(éq: II-98)

Où :

- ↔  $L_M$  : L'inductance mutuelle en série.
- ✤ Rfss : résistance des pertes fer en série associe au stator.
- ✤ Rfsr : résistance des pertes fer en série associe au rotor.

En remarquant que :

$$\frac{Rfss}{\omega_s} = \frac{Rfsr}{\omega_g} = \frac{\omega_s. Lm^2. Rfp}{Rfp^2 + \omega_s^2. Lm^2} \le \frac{\omega_s. Lm^2. Rfp}{2. Rfp. \omega_s. Lm} = \frac{Lm}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{Rfss}{\omega_s} = \frac{Rfsr}{\omega_g} \ll L_M$$

Alors les équations ( éq : II-94 ) et ( éq : II-95 ) deviennent :

$$\overline{Vs}_{(d,q)} = Rs \times \overline{Is}_{(d,q)} + ls \frac{d}{dt} (\overline{Is}_{(d,q)}) + L_M \times \frac{d}{dt} (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$$

$$+ j\omega_s \times ls \times \overline{Is}_{(d,q)} + (j\omega_s \times L_M + Rfss) \times (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$$

$$\overline{Vr}_{(d,q)} = Rr \times \overline{Ir}_{(d,q)} + lr \frac{d}{dt} (\overline{Ir}_{(d,q)}) + L_M \times \frac{d}{dt} (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$$

$$+ j.\omega_g \times lr \times \overline{Ir}_{(d,q)} + (j.\omega_g \times L_M + Rfsr). (\overline{Is}_{(d,q)} + \overline{Ir}_{(d,q)})$$

$$(\acute{eq} : II-99)$$

$$(\acute{eq} : II-100)$$

Les deux équations ( éq : II–99 ) et ( éq : II–100 ) représentent le modèle de la machine asynchrone avec des pertes fers en série et leur schéma équivalent est :



Figure II-16 : Schéma équivalent de la machine asynchrone dans le repère « d,q » avec des

#### pertes fer représentées en série

Maintenant on va récrire les équations ( éq : II–99 ) et ( éq : II–100 ) en fonction de flux  $\overline{\Psi r}_{(d,q)}$  au lieu du courant  $\overline{Ir}_{(d,q)}$ , d'après ( éq : II–72 ) on obtient :

$$\overline{Ir}_{(d,q)} = \frac{\overline{\Psi r}_{(d,q)} - Lm \times \overline{Is}_{(d,q)}}{Lr} \qquad (\text{ éq : II-101 })$$

En remplaçant ( éq : II–101 ) dans ( éq : II–99 ) et ( éq : II–100 ) on obtient après des simplifications :

$$\left( \begin{array}{c} \overline{Vs}_{(d,q)} = \left( Rs + Rfss\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r} \right) \left( \overline{Is}_{(d,q)} \right) + \sigma Ls\frac{d}{dt} \left( \overline{Is}_{(d,q)} \right) + \frac{Lm}{Lr}\frac{d}{dt} \left( \overline{\Psi r}_{(d,q)} \right) \\ + j\omega_s \sigma Ls\overline{Is}_{(d,q)} + \frac{Rfss}{Lr}\overline{\Psi r}_{(d,q)} + j\omega_s\frac{Lm}{Lr}\overline{\Psi r}_{(d,q)} \\ \overline{Vr}_{(d,q)} = \left( Rfsr\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r} - \frac{Lm \times Rr}{Lr} \right)\overline{Is}_{(d,q)} + \left( \frac{Rr + Rfsr}{Lr} \right)\overline{\Psi r}_{(d,q)} \\ + j.\omega_g.\overline{\Psi r}_{(d,q)} + \frac{d}{dt} \left( \overline{\Psi r}_{(d,q)} \right) \end{array}$$
 (éq: II-102)

Où :

$$\sigma_r = \frac{Lr - Lm}{Lm} : \text{coefficient de fuite du rotor.} \quad (\text{ éq : II-104})$$
  
$$\sigma = 1 - \frac{Lm^2}{Ls \times Lr} : \text{coefficient de dispersion total.} \quad (\text{ éq : II-105})$$

**<u>Remarque 1</u>**: Les deux équations et les deux variables d'états supplémentaires dans le modèle avec des pertes fer en parallèle ont été réduites dans le modèle avec des pertes fer en série et par conséquence l'ordre du système avec des pertes fer en série est le même que le système sans pertes fer.

**<u>Remarque 2</u>**: Si on pose Rfss = Rfsr = 0 on obtient le même modèle de la machine sans pertes fer.

**Remarque 3**: Les deux résistances Rfss et Rfsr représentent les pertes fer statoriques et rotoriques à la fois parce que ces deux résistances sont en fonction de Rfp qui représente les deux pertes statoriques et rotoriques, si on néglige l'effet des pertes fer rotoriques de Rfp alors Rfss et Rfsr vont représenter seulement les pertes fer statoriques. Alors ce n'est pas juste de dire que Rfss représente seulement les pertes fer statoriques et que Rfsr représente seulement le

**<u>Remarque 4</u>**: On peut récrire les formules des résistances Rfs et Rfsr en remplaçant Rfp par leur expression ( éq : II–88 ) dans ( éq : II–97 ) et ( éq : II–98 ) :

$$Rfss = \underbrace{K_e(1+g^2).Lm^2}_{A} \times \omega_s^2 + \underbrace{K_h(1+g).Lm^2}_{B} \times \omega_s \quad (éq: II-106)$$

$$Rfsr = \underbrace{K_e(1+g^2).Lm^2}_{A} \times \omega_g.\omega_s + \underbrace{K_h(1+g).Lm^2}_{B} \times \omega_g \quad (éq: II-107)$$

Dans les deux équations (éq : II–106) et (éq : II–107) il y a deux termes  $(1 + g^2)$  et (1 + g) où le glissement g est associé aux pertes fer rotoriques et le un est associé aux pertes fer statoriques, si on veut négliger les pertes fer rotoriques on doit supprimer le glissement des termes.

# II - 9 - 3 : <u>Modèle de la machine asynchrone avec des pertes fer représentées en</u> série dans le repère lié au stator :

Le passage d'un repère à un autre se fait en utilisant la matrice de rotation  $R(\gamma)$ :

$$[R(\gamma)] = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix}$$
 (éq : II-108)

Où  $\gamma$  représente l'angle entre les deux repères.





 $\theta_{sd} = \int \omega_s \times dt$ : L'angle de rotation du système biphasé d, q par rapport au stator.

 $\theta_{rd} = \int (\omega_s - \omega_e) \times dt$ : L'angle de rotation du système biphasé d, q par rapport au rotor.

On utilise la matrice  $R(\gamma)$  pour le passage des axes dans le sens horaire par exemple de « d, q » vers «  $\alpha, \beta$  » :

$$\begin{bmatrix} X_{\alpha} \\ X_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta s d) & -\sin(\theta s d) \\ & & \\ \sin(\theta s d) & \cos(\theta s d) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{d} \\ X_{q} \end{bmatrix}$$
(éq: II-109)

Et on utilise  $R(\gamma)^{-1}$  pour le passage des axes dans le sens anti-horaire par exemple de «  $\alpha, \beta$  » vers « d, q » :

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta sd) & -\sin(-\theta sd) \\ \sin(-\theta sd) & \cos(-\theta sd) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix}$$
 (éq: II-110)

Sous forme complexe on peut récrire ( éq : II-109 ) et ( éq : II-110 ) comme suit :

$$\bar{X}_{(\alpha,\beta)} = \bar{X}_{(d,q)} \times e^{j\theta s d} \qquad (\text{ \'eq}: \text{ II-111})$$

$$\bar{X}_{(d,q)} = \bar{X}_{(\alpha,\beta)} \times e^{-j\theta sd} \qquad (\text{ \'eq}: \text{ II-112})$$

En remplaçant ( éq : II–112 ) dans ( éq : II–102 ) et ( éq : II–103 ) on obtient :

$$\begin{split} \overline{Vs}_{(\alpha,\beta)} &= \left(Rs + Rfss\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r}\right) \left(\overline{Is}_{(\alpha,\beta)}\right) + \frac{\sigma Ls}{e^{-j\theta sd}} \frac{d}{dt} \left(\overline{Is}_{(\alpha,\beta)} \times e^{-j\theta sd}\right) \\ &+ \frac{Lm}{Lr \times e^{-j\theta sd}} \frac{d}{dt} \left(\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} \times e^{-j\theta sd}\right) + j\omega_s \sigma Ls \overline{Is}_{(\alpha,\beta)} + \frac{Rfss}{Lr} \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} \quad (\text{ éq : II-113 }) \\ &+ j\omega_s \frac{Lm}{Lr} \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} \\ \overline{Vr}_{(\alpha,\beta)} &= \left(Rfsr\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r} - \frac{Lm \times Rr}{Lr}\right) \overline{Is}_{(\alpha,\beta)} + \left(\frac{Rr + Rfsr}{Lr}\right) \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} + j. \omega_g. \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} \\ &+ \frac{1}{e^{-j\theta sd}} \times \frac{d}{dt} \left(\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} \times e^{-j\theta sd}\right) \end{split}$$

Après simplification les équations ( éq : II-113 ) et ( éq : II-114 ) deviennent :

$$\overline{Vs}_{(\alpha,\beta)} = \left(Rs + Rfss\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r}\right)\left(\overline{Is}_{(\alpha,\beta)}\right) + \sigma Ls\frac{d}{dt}\left(\overline{Is}_{(\alpha,\beta)}\right) + \frac{Lm}{Lr}\frac{d}{dt}\left(\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)}\right) + \frac{Rfss}{Lr}\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)}$$

$$\overline{Vr}_{(\alpha,\beta)} = \left(Rfsr\frac{\sigma_r}{1+\sigma_r} - \frac{Lm \times Rr}{Lr}\right)\overline{Is}_{(\alpha,\beta)} + \left(\frac{Rr + Rfsr}{Lr}\right)\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} - j.\omega_e.\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} + \frac{d}{dt}\left(\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)}\right)$$

$$(éq: II-116)$$

Les équations (éq : II–115) et (éq : II–116) représentent le modèle de la machine asynchrone avec les pertes fer en série dans le repère lié au stator dont leur matrice d'état s'écrit sous la forme suivante :

$$[A_{avec \, pertes \, fer}] = [A_{sans \, pertes \, fer}] + [A_{diff}] \qquad ( \acute{eq} : II-117 )$$

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

Où la matrice d'état sans pertes fer est la même matrice d'état qui a été écrite dans le paragraphe « II - 7 : », et la différence entre la matrice d'état avec et sans pertes fers est :

$$\begin{bmatrix} A_{diff} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma Ls} \left( Rfss' - \frac{Lm}{Lr} Rfsr' \right) & 0 & \left( -\frac{Rfss}{Lr} + \frac{Lm}{Lr^2} Rfsr \right) \cdot \frac{1}{\sigma Ls} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sigma Ls} \left( Rfss' - \frac{Lm}{Lr} Rfsr' \right) & 0 & \left( -\frac{Rfss}{Lr} + \frac{Lm}{Lr^2} Rfsr \right) \cdot \frac{1}{\sigma Ls} \\ -Rfsr' & 0 & -\frac{Rfsr}{Lr} & 0 \\ 0 & -Rfsr' & 0 & -\frac{Rfsr}{Lr} \end{bmatrix}$$

Où :

$$Rfss' = \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r}$$
 (éq: II-118)

$$Rfsr' = \frac{Rfsr \times \sigma_r}{1 + \sigma_r}$$
 (éq: II-119)

#### II - 10 : La simulation de la machine asynchrone avec des pertes fer :

#### II - 10 - 1 : Résultats obtenus de la simulation :

Les figures suivantes montrent les résultats de simulation d'une marche en boucle ouverte en alimentant la machine par la tension du réseau, premièrement la marche est à vide et puis sous un couple résistant Cr = 10 [Nm] à l'instant t = 0.7 [s],les figures montrent les résultats pour les deux modèles sans et avec pertes fer :



Figure II-18 : Démarrage à vide suivi par l'application d'une charge de la machine asynchrone

#### en boucle ouvert sans et avec des pertes fer

#### II - 10 - 2 : Des remarques sur les résultats obtenus :

On remarque clairement selon les résultats de simulation obtenus que la négligence des pertes fer cause des erreurs dans les calculs, il y a des erreurs dans toutes les grandeurs calculées. Ces erreurs peuvent causer ultérieurement des problèmes dans les algorithmes de commande par exemple dans la commande vectorielle à flux rotorique orienté que nous intéresse, alors nous devons tenir en compte l'effet des pertes fer dans le modèle de la machine asynchrone pour éviter les erreurs de calcul et pour améliorer les performances de la commande à réaliser.

#### II - 11 : Modélisation de l'alimentation de la machine asynchrone :

La commande des machines électriques consiste à varier d'une façon souple et continue la vitesse et le couple engendrer par ces machines. Pour ce faire on doit varier la fréquence et l'amplitude de la tension de l'alimentation de la machine.

La méthode adéquate est de découpler l'alimentation de la machine du réseau électrique, qui présente une tension et une fréquence fixe. Pour concrétiser ça, on propose d'intégrer des convertisseurs statiques entre le réseau et la machine qui nous permettent d'assurer la variation souhaitée. La figure ci-dessous montre la procédure à faire :



Figure II-19 : L'association machine-convertisseurs

#### II - 11 - 1 : Modélisation du redresseur triphasé :

Le redresseur est un convertisseur statique qui fait la transformation de l'énergie alternative de l'entrée à une énergie continue, il existe plusieurs montages, on a choisi le redresseur à double alternance non commandé qui convient à notre travail (Figure II-20).

Ce premier passage permet d'annuler l'impact du réseau d'une part, et présenter une tension continue à l'entrée de l'onduleur de tension.



Figure II-20 : redresseur triphasé à double alternance

Le redresseur est alimenté par le système triphasé suivant :

$$V1 = V_{max} \times \sin(\omega t) \qquad (éq: II-120)$$

$$V2 = V_{max} \times \sin(\omega t - 2\pi/3) \qquad (éq: II-121)$$

$$V3 = V_{max} \times \sin(\omega t - 4\pi/3) \qquad (éq: II-122)$$

La valeur de la tension instantanée à la sortie du redresseur est :

$$U_{red} = Max[V1(t), V2(t), V3(t)] - Min[V1(t), V2(t), V3(t)]$$
 (éq: II-123)

La valeur de la tension moyenne est :

$$\overline{U}_{red} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \times V_{max} \qquad (\text{ éq: II-124})$$

La forme de la tension de sortie du redresseur est illustrée dans la figure suivante :



Figure II-21 : Les tensions simples du réseau avec la tension redressée

#### II - 11 - 2 : Modélisation du filtre :

Pour minimiser les ondulations dans la sortie du redresseur on doit associer à lui un filtre passe bas de deuxième ordre « L-C » [16] :



Figure II-22 : Filtre passe bas LC

- L'inductance est utilisée pour le lissage du courant.
- Le condensateur est utilisé pour le lissage de la tension.

Le filtre est modélisé par les équations suivantes :

$$Ured(t) = L\frac{di1}{dt} + Uf(t) \qquad (éq: II-125)$$
$$\frac{dUf(t)}{dt} = \frac{1}{C} \times (i1 - i2) \qquad (éq: II-126)$$

Le filtre passe bas fait diminuer à chaque décade l'amplitude des composantes de fréquence supérieurs à celle de la fréquence de coupure qui est :

$$f_0 = \frac{1}{\left(2\pi \times \sqrt{L \times C}\right)} \tag{éq: II-127}$$

Les valeurs de *L* et *C* doivent être calculées judicieusement en plaçant la fréquence de coupure au-dessous de la fréquence de la première harmonique de Ured(t). Sous cette condition on peut dimensionner les deux éléments du filtre [16].

Premièrement on fixe la valeur de C à une valeur physiquement acceptable par exemple 5 [ $\mu$ F], puis on détermine la valeur de la fréquence de coupure qui doit être inférieure à la fréquence de la fondamentale de Ured(t) où cette dernière égal à six fois la fréquence du réseau d'alimentation dans ce type de redresseur alors  $f_{1red} = 6 \times 50$  [Hz], enfin on détermine la valeur de L selon la relation suivante :

$$L = \frac{1}{(2\pi \times f_0)^2 \times C} \qquad (\text{ éq}: \text{ II-128})$$

Les valeurs des composantes passives seront : L = 0.1267 [H],  $C = 5 [\mu F]$ .

#### II - 11 - 3 : Association de l'onduleur :

L'onduleur utilisée est un convertisseur statique à deux niveaux, qui permet de fournir une tension sinusoïdale avec une amplitude et fréquence variable à partir d'une source de tension continue. Le schéma de l'onduleur est représenté ci-dessous :



Figure II-23 : Schéma de l'onduleur triphasé

On suppose que les interrupteurs sont parfaits et les signales de commande de ces interrupteurs sont définies par *Si* (où i = 1,2,3 *représentent les trois bras de l'onduleur*) pour les

interrupteurs du demi bras haut tout en assurant que les interrupteurs de chaque bras sont complémentaires alors  $\overline{Si}$  pour les interrupteurs du demi bras bas.

On distingue alors deux états de commutations pour chaque bras et huit états globaux possibles :

Si = 1 : L'interrupteur du demi bras haut est fermé et du demi bras bas est ouvert.

Si = 0 : L'interrupteur du demi bras bas est fermé et du demi bras haut est ouvert.
 Les tensions Vao, Vbo et Vco qui sont les tensions d'entrée de l'onduleur sont :

**\*** La tension de la phase a :
$$\begin{cases}
V_{ao} = \frac{Uf}{2} : lorsque K1 est fermé (S1 = 1) \\
V_{ao} = \frac{-Uf}{2} : lorsque K4 est fermé (\overline{S1} = 1)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
V_{bo} = \frac{Uf}{2} : lorsque K2 est fermé (S2 = 1) \\
V_{bo} = \frac{-Uf}{2} : lorsque K5 est fermé (\overline{S2} = 1)
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
V_{co} = \frac{Uf}{2} : lorsque K3 est fermé (S3 = 1) \\
V_{co} = \frac{-Uf}{2} : lorsque K6 est fermé (\overline{S3} = 1)
\end{cases}$$

Ces tensions peuvent être exprimées en fonction de signale de commande Si :

$$V_{jo} = (2 \times Si - 1) \times \left(\frac{Uf}{2}\right) \qquad (\text{ éq}: \text{ II-129})$$

Où : j = a, b et c respectivement à l'ordre de i = 1, 2 et 3.

Les équations de tension simples appliquées aux trois phases de la charge sont :

$$V_{an} = V_{ao} + V_{on} \qquad (éq: II-130)$$

$$V_{bn} = V_{bo} + V_{on} \qquad (éq: II-131)$$

$$V_{cn} = V_{co} + V_{on} \qquad (éq: II-132)$$

Où :  $V_{on}$  est la tension entre le point neutre et le point fictif « o » de la source.

Le système des équations Van, Vbn et Vcn est équilibré alors :

$$Van + Vbn + Vcn = 0 \qquad (\acute{eq}: II-133)$$

Alors :

$$Vao + Vbo + Vco + 3Von = 0 \Rightarrow Von = -\frac{Vao + Vbo + Vco}{3}$$
 (éq: II-134)

Donc les équations de tension simples appliquées aux trois phases de la charge deviennent :

$$V_{an} = \frac{1}{3} (2 \times V_{ao} - V_{bo} - V_{co}) \qquad (\acute{eq} : II-135)$$

$$V_{bn} = \frac{1}{3} (-V_{ao} + 2 \times V_{bo} - V_{co}) \qquad (\acute{eq} : II-136)$$

$$V_{cn} = \frac{1}{3} (-V_{ao} - V_{bo} + 2 \times V_{co}) \qquad (\acute{eq} : II-137)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$
(éq: II-138)

En remplaçant les tensions de l'entrée de l'onduleur par ces expressions ( éq : II–129 ) on obtient après simplification :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{Uf}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$
(éq: II-139)

C'est un système matriciel qui lie le signale de commande avec la tension de sortie de l'onduleur.

Enfin l'onduleur de tension qui nous permette de contrôler la tension et la fréquence de l'alimentation de notre machine peut être modélisé en utilisant la matrice [T] suivante :

$$[T] = \frac{Uf}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$
 (éq: II-140)

#### II - 12 : Commande Rapprochée de l'onduleur :

#### II - 12 - 1 : Modulation de largeur d'impulsion Sinus Triangle :

La commande de l'onduleur se fait par la commande de ses interrupteurs en envoyant à eux des impulsions d'amorçage et de blocage afin d'obtenir à son sortie une tension sinusoïdale avec une amplitude et fréquence spécifiques. Parmi les techniques de commande de l'onduleur nous allons parler sur la commande par modulation de largeur d'impulsion Sinus Triangle (MLI Sinus-Triangle) ou connue publiquement par la MLI naturelle.

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

#### II - 12 - 1 - 1 : Le principe de fonctionnement :

La MLI sinus-triangle est basé sur la comparaison entre deux signaux : la première est une onde modulée sinusoïdale à basse fréquence (tension de référence) et la deuxième est une onde porteuse triangulaire à haute fréquence. Les intersections entre ces deux signaux déterminent les instants de commutation des interrupteurs. Pour la machine asynchrone triphasé nous avons besoins de comparer l'onde porteuse avec trois ondes de références sinusoïdaux décalées entre eux avec 120° électrique.



Figure II-24 : schéma de principe de la MLI sinus-triangle

L'algorithme de cette technique est le suivant :

$V_m > V_p \Rightarrow Sci = 1$	(éq: II-141)
$V_m < V_p \Rightarrow Sci = 0$	(éq: II-142)

Où :

 $V_m$  : La tension de référence (L'onde modulatrice).

 $V_p$ : La tension de porteuse.

*Sci* : Le signale de commande de l'interrupteur.

Les deux paramètres essentiels caractérisent cette commande :

✤ L'indice de modulation « m » : Le rapport entre la fréquence de la porteuse  $f_p$  à la fréquence du modulante  $f_m$  :

$$m = f_p / f_m \qquad (\acute{eq}: II-143)$$

✤ Le taux de modulation (ou le coefficient de réglage en tension) « r » : Le rapport de l'amplitude de la tension de référence  $V_m$  à la valeur crête de l'onde de la porteuse  $V_p$  :

$$r = V_m / V_p \qquad (éq: II-144)$$

La valeur maximale du fondamentale de la tension de phase à la sortie de l'onduleur est :

$$V_{1max} = r \times (Uf/2)$$

(éq: II-145)



Figure II-25 : l'onde porteuse avec l'onde de référence



Figure II-26 : les séquences d'amorçage et de blocage





#### II - 12 - 1 - 2 : Les résultats de simulation :

Dans cette simulation on reproduit les mêmes tests que ceux effectués sans onduleur, et où on remarque clairement l'impact de la commutation dans la courbe du couple électromagnétique.





#### II - 13 : Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons effectué une modélisation explicite du circuit de puissance du système d'entrainement basé sur une machine asynchrone à cage. Pour ce faire un ensemble d'hypothèses simplificatrices sont introduites pour nous permettre de faciliter l'étude. Puis nous avons étudier la transformation de Park et son importance pour la simplification de la modélisation mathématique de notre machine. Nous avons passé après à la modélisation des convertisseurs de puissance qui nous permettent d'ajuster la vitesse en boucle fermée. Une série de simulations en boucle ouverte a été introduite pour la mise en œuvre des modelés utilisés.

# III : La commande vectorielle à flux rotorique orienté

#### III - 1 : Introduction :

Depuis plusieurs décennies, l'utilisation d'une machine asynchrone à vitesse variable est rendue possible à travers différents dispositifs. Le domaine est vaste et est couvert par une bibliographie abondante. De nos jours les variateurs de vitesse, pour de telles machines, intègrent différentes stratégies de commande connues : commande scalaire, commande vectorielle et commande directe de couple. [17]

La commande vectorielle à flux orienté était proposée par BLASHCHKE en 1971 et par HASSE en 1968, cette commande consiste à rendre la machine asynchrone similaire à la machine à courant continue d'une manière où la machine asynchrone peut avoir un découplage naturel entre le couple et le flux, aussi à la base de cette commande la machine asynchrone peut avoir la capabilité à fonctionner dans le régime transitoire contrairement à la commande scalaire qu'avait des problèmes dans ce régime.

#### III - 2 : Principe de fonctionnement :

Le principe de la commande vectorielle à flux orienté est l'utilisation de la transformation de Park pour transformer les courants statoriques triphasés de la machine asynchrone en deux composantes l'une direct et l'autre en quadratique, puis on doit assurer un découplage entre ces deux composant d'une façon où la commande de flux dépende de la composant direct et la commande du couple dépende de la composant en quadratique quand le flux est constant, de la même façon du fonctionnement de la machine à courant continu à excitation séparée :





#### III - 3 : Les possibilités d'orientation des flux :

La commande vectorielle à flux orienté de son nom consiste à orienter le flux, on l'orient selon l'axe « d », il existe trois possibilités selon le type de flux qu'on va l'orienter :

- ♦ Commande vectorielle à flux rotorique orienté : «  $\Psi r_d = \Psi r$  ;  $\Psi r_q = 0$  ».
- Commande vectorielle à flux statorique orienté : «  $\Psi s_d = \Psi s$  ;  $\Psi s_a = 0$  ».
- ↔ Commande vectorielle à flux d'entrefer orienté : «  $\Psi m_d = \Psi m$  ;  $\Psi m_q = 0$  ».

#### III - 4 : Le choix de la commande vectorielle à flux rotorique orienté :

Dans tous les cas présentés précédemment nous allons trouver que le couple électromagnétique *Ce* est proportionnel au produit de flux choisi par le courant *isq*. Mais seulement le choix du flux rotorique qui permet d'obtenir un flux qui dépende du courant statorique « *isd* » et ne dépende pas du courant statorique « *isq* » alors ce choix et le seul qui permet d'obtenir un découplage entre le flux et la composante du courant « *isq* ». Pour cette raison dans la majorité des cas le choix se fait sur le flux rotorique.



Figure III-2 : Représentation de l'orientation du repère dq

Selon la Figure III-2 on remarque que par l'orientation du flux rotorique selon l'axe « d » :

$$\Psi r_d = \Psi_r \tag{III-1}$$

$$\Psi r_q = 0$$

 1- En appliquant la loi de la commande vectorielle sur l'expression du couple ( éq : II-55 ) on obtient :

$$Ce = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi r_d \times is_q) \qquad (\text{ éq : III-2})$$

Le couple *Ce* est proportionnel au produit de flux choisi par le courant *isq*.

2- À partir de la première équation du rotor dans l'axe « dq » ( éq : II–62 ) on obtient :

$$\Psi r_d = \frac{Lm \times Is_d}{(1 + Tr \times S)}$$
 (éq: III-3)

Ainsi le flux ne dépende que de la composante du courant *isd*.

#### III - 5 : Classification de la commande vectorielle à flux orienté :

On peut classer la commande vectorielle à flux orienté selon :

#### III - 5 - 1 : <u>Type d'alimentation :</u>

#### III - 5 - 1 - 1 : Commande vectorielle à flux orienté en courant :

Dans ce cas la machine asynchrone est alimentée en courant alors les signales de commande sont des courants « *iqs* » et « *ids* », et la commande rapprochée de l'onduleur devient via des bascules de shmidt, connus sous le nom de contrôleurs par hystérésis.

#### III - 5 - 1 - 2 : Commande vectorielle à flux orienté en tension :

Dans ce cas la machine asynchrone est alimentée en tension alors les signales de commande sont des tensions « Vqs » et « Vds ». Contrairement à la première méthode, qui ne permet de prédire la fréquence de commutation des interrupteurs ; la commande en tension est réalisée par la technique de modulation de largeur d'impulsion, qui permet à volonté de fixer la fréquence de commutation, et minimiser le stress sur les interrupteurs de puissance.

#### III - 5 - 2 : La méthode de détermination de l'angle de Park θs (Position du flux) :

Après l'orientation du flux suivant l'axe direct « d » son angle devient le même angle que celle de cet axe donc son angle est l'angle de Park  $\theta s$  (angle par rapport au stator). Deux méthodes existantes pour la détermination de la position de flux :

#### III - 5 - 2 - 1 : <u>Commande vectorielle à flux orienté indirect :</u>

La méthode indirect été proposé par Hasse en 1968. Elle est basée sur la détermination de la position du flux seulement et ne consiste pas la détermination de son amplitude, ainsi la régulation de l'amplitude de flux se fait en boucle ouvert sans contre réaction.

La position du flux est déterminée selon la loi suivante :

$$\theta_s = \int (\omega_e + \omega_g) \times dt \qquad (\text{ éq : III-4})$$

Le schéma de principe de la CV indirect est illustré dans la figure ci-dessous [18] :



Figure III-3 : Schéma de principe de la commande à flux orienté indirecte

L'inconvénient la plus major dans cette méthode est la sensibilité aux variations paramétriques surtout dans la constante du temps rotorique, la température affecte sur la résistance et la saturation affect sur l'inductance.

#### III - 5 - 2 - 2 : Commande vectorielle à flux orienté direct :

La méthode directe été proposé par Blaschke en 1971. Elle est basée sur la détermination de l'angle  $\theta s$  directement à partir de vecteur de flux, alors elle est basée sur la connaissance du module et de la phase du vecteur de flux soit en le mesurant ou en le estimant. Le flux dans ce cas est régulé en boucle fermé et le courant *ids* est déduit directement de la sortie de ce régulateur.

Le schéma de principe de la CV direct est illustré dans la figure ci-dessous [18] :




L'avantage majeur de cette méthode est qu'elle est moins sensible aux variations paramétriques par rapport à la méthode indirect, et surtout l'impact de la constante de temps rotorique Tr. En tenant compte des considérations précédentes, dans notre travail nous adoptons la commande vectorielle à flux orienté direct, et où la machine est alimentée en tension.

III - 6 : La commande vectorielle de la machine asynchrone sans pertes fer :

III - 6 - 1 : Le modèle de la machine asynchrone basé sur la commande

# vectorielle à flux rotorique orienté :

Lorsque la transformé de Park est appliquée au régime sinusoïdal permanant et si le système d'axes biphasé « UV » tourne à la vitesse de synchronisme  $\omega_{coor} = \omega_s$  les courants *ids* et *iqs* sont constants [12]. Lorsque les grandeurs à régulier au régime permanent sont des constants, la réglementation devient plus facile, pour cette raison la commande vectorielle nécessite le choix de ce repère.

En appliquant la loi de la commande vectorielle à flux rotorique orienté (III–1) sur les équations de la machine asynchrone présenter dans le chapitre précédemment on obtient le modèle suivant :

$$Vs_d = (Rs + S.\sigma.Ls) \times Is_d + S.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r - \omega_s.\sigma.Ls.Is_q \quad (\text{ éq}: III-5)$$

$$= (Rs + S. \sigma. Ls) \times Is_q + \omega_s. \frac{dw}{Lr} \cdot \Psi r + \omega_s. \sigma. Ls. Is_d \quad (\text{ eq}: III-6)$$

$$\Psi r = \frac{Lm}{1 + S.Tr} \times Is_d \qquad (\text{ éq}: III-7)$$

$$\omega_g = \frac{Lm}{Tr.\Psi r} \times Is_q \qquad (\text{ éq : III-8})$$

$$Ce = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi_r \times is_q) \qquad (\text{ éq}: III-9)$$

# III - 6 - 2 : La Commande vectorielle à flux orienté direct en tension :

Les équations de la tension statoriques de la machine ( éq : III– 5 ) et ( éq : III– 6 ) permettent la réalisation de la commande vectorielle mais avec des performances non élevées à cause de la présence des termes de couplage :

- ★ La tension  $Vs_d$  influe sur  $Is_d$  et même sur  $Is_q$ . Alors elle influe sur le couple et le flux.
- ✤ La tension  $Vs_q$  influe sur  $Is_q$  et même sur  $Is_d$ , et alors, elle influe sur le couple et le flux.

Alors pour obtenir des performances élevées un découplage doit être réaliser. Il existe diverses techniques de découplage parmi lesquelles nous allons utiliser la méthode de découplage par compensation (découplage statique).

# III - 6 - 2 - 1 : Découplage par compensation (Découplage statique) :

Premièrement pour la simplification on suppose que le flux rotorique ne varie que très lentement par rapport à  $Is_d$  et  $Is_q$  [19], alors :

$$\frac{d\Psi r}{dt} = 0$$

Ainsi, les équations de la tension statoriques deviennent :

$$\begin{bmatrix} Vs_d = (Rs + S. \sigma. Ls) \times Is_d - \omega_s. \sigma. Ls. Is_q & (éq: III-10) \\ Vs_q = (Rs + S. \sigma. Ls) \times Is_q + \omega_s. \frac{Lm}{Lr}. \Psi r + \omega_s. \sigma. Ls. Is_d & (éq: III-11) \end{bmatrix}$$

Deuxièmement pour faire le découplage nous introduirons des nouvelles variables  $Vs_d^*$  et  $Vs_q^*$  telles que :

- $Vs_d^*$  affecte seulement sur  $Is_d$ .
- $Vs_a^*$  affecte seulement sur  $Is_a$ .

$$Vs_d^* = (Rs + S. \sigma. Ls) \times Is_d = Vs_d + e_d \quad (\text{ éq : III-12})$$
$$Vs_q^* = (Rs + S. \sigma. Ls) \times Is_q = Vs_q - e_q \quad (\text{ éq : III-13})$$

Où  $e_d$  et  $e_q$  sont les termes de compensations :

$$e_{d} = \omega_{s}.\sigma.Ls.Is_{q} \qquad (\text{ éq : III-14})$$

$$e_{q} = \omega_{s}.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \omega_{s}.\sigma.Ls.Is_{d} \quad (\text{ éq : III-15})$$

La Figure III-5 montre le découplage réaliser par les nouvelles variables de commande :







La Figure III-6 montre comment les tensions  $Vs_d$  et  $Vs_q$  sont reconstituées :



# III - 6 - 2 - 2 : La structure de la commande vectorielle directe en tension :

Dans le schéma de la figure suivante, est illustré le synoptique de la commande vectorielle directe en tension. On peut constater que dans chaque axe, faisant asservir la vitesse rotorique et l'amplitude du flux rotorique, deux boucles imbriquées sont utilisées. Les boucles externes contrôlent la vitesse et le flux, alors que les boucles internent déduisent les tensions de référence pour la commande rapprochée en MLI de l'onduleur.





Il est à noter ici que lors d'ajout des termes de couplage, des régulateurs PI sont généralement utilisés. Le calcul de flux se fait en utilisant les expressions suivantes :

$$\Psi r_{\alpha} = \frac{Lr}{Lm} (\Psi s_{\alpha} - \sigma. Ls. is_{\alpha}) \quad (\text{ éq : III-16})$$
$$\Psi r_{\beta} = \frac{Lr}{Lm} (\Psi s_{\beta} - \sigma. Ls. is_{\beta}) \quad (\text{ éq : III-17})$$

Où les expressions des flux statoriques sont :

$$\Psi s_{\alpha} = \int (V s_{\alpha} - Rs \times i s_{\alpha}) dt \quad (\text{ éq : III-18 })$$
$$\Psi s_{\beta} = \int (V s_{\beta} - Rs \times i s_{\beta}) dt \quad (\text{ éq : III-19 })$$

En fin le module et l'argument du flux sont :

$$|\Psi r| = \sqrt{\Psi s_{\alpha}^{2} + \Psi s_{\beta}^{2}} \quad (\text{ éq : III-20})$$
$$\theta s = \operatorname{arctg}\left(\frac{\Psi s_{\beta}}{\Psi s_{\alpha}}\right) \qquad (\text{ éq : III-21})$$

# III - 6 - 2 - 3 : Synthèse des régulateurs :

Nous allons adopter dans notre travail un régulateur discret qui est le régulateur à temps fini « Deadbeat Controller » :

L'algorithme Deadbeat est conçu pour conduire la sortie d'un état initial arbitraire à un état final souhaité dans le nombre minimum de temps d'échantillonnage. La conception de l'algorithme de Deadbeat dépend de la connaissance du modèle du système à réguler [20].

La figure ci-dessous représente un exemple où l'entrée est une échelonne :



Figure III-8 : Exemple de fonctionnement du régulateur Deadbeat

En utilisant la transformé en Z la fonctionne de transfert en boucle fermée du système qui mené à cette réponse est :

$$G_{BF}(z) = Z^{-K} \quad o \dot{\mathbf{u}} K \ge 1 \qquad (\text{ éq}: III-22)$$

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

Le coefficient *K* corresponde au nombre d'échantillonnage requit pour que la sortie atteint la valeur souhaitée.

La transformée en Z du régulateur Deadbeat est déduite ainsi :

$$D(z) = \frac{1}{G_{BO}(z)} \times \frac{G_{BF}(z)}{1 - G_{BF}(z)} = \frac{1}{G_{BO}(z)} \times \frac{Z^{-K}}{1 - Z^{-K}}$$
(éq:III-23)

En utilisant le régulateur Deadbeat tous les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée sont à l'origine du plan Z [20]. Lorsque les pôles de la fonctionne de transfert en boucle fermée sont situées à l'origine du plan Z veut dire que la réponse est la plus rapide possible.

La Boucle de régulation est représentée dans la figure suivante :



Figure III-9 : La boucle de régulateur Deadbeat

# III - 6 - 2 - 3 - 1 : Le régulateur des courants ids et iqs :

La fonctionne de transfert liant le courant *ids* avec la tension Vds \* est obtenue à partir de (éq : III-12) :

$$\frac{Is_d}{Vs_d^*} = \frac{1}{Rs + S.\sigma.Ls} = \frac{\frac{1}{\sigma.Ls}}{\frac{Rs}{\sigma.Ls} + S} = \frac{A}{B + S}$$
 (éq: III-24)

La transformée en Z de cette fonction est :

$$\frac{Is_d(z)}{Vs_d^{*}(z)} = \frac{A}{B} \times \frac{1 - e^{-B \times Te}}{(Z - e^{-B \times Te})}$$
(éq: III-25)

Où Te est le pas d'échantillonnage

Ainsi la transformée en Z du régulateur est obtenu en remplaçant (éq : III-25) dans (éq : III-23) :

$$D(z) = \frac{1}{\frac{A}{B} \times \frac{1 - e^{-B \times Te}}{(Z - e^{-B \times Te})}} \times \frac{Z^{-K}}{1 - Z^{-K}} = \frac{B \times (Z - e^{-B \times Te})}{A \times (1 - e^{-B \times Te})} \times \frac{1}{Z^{K} - 1} \qquad (\text{éq: III-26})$$

Comme on sait que le degré de dénominateur soit supérieur ou égal au degré de numérateur alors il faut que K soit supérieur ou égale à un, on a choisi K = 1 alors :

$$D(z) = \frac{B \times (Z - e^{-B \times Te})}{A \times (1 - e^{-B \times Te})} \times \frac{1}{Z - 1} = \frac{Rs \times \left(Z - e^{-\frac{Rs}{\sigma.Ls} \times Te}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{Rs}{\sigma.Ls} \times Te}\right)} \times \frac{1}{Z - 1} \qquad (\text{ eq: III-27})$$

Ce régulateur fait la régulation du courant *ids* et au même temps la régulation du courant *iqs*, comme ils sont représentés par la même fonction de transfert.

Le schéma de régulateur est représenté dans la figure suivante :



Figure III-10 : Le régulateur de courant

Il est à noter ici que ce contrôleur permet de suivre d'une façon parfaite des consignes transitoires.

## III - 6 - 2 - 3 - 2 : Le régulateur de flux :

La fonction de transfert de flux est obtenue à partir de ( éq : III-7 ) :

$$\frac{\Psi r}{Is_d} = \frac{Lm}{1+S.Tr} = \frac{\frac{Lm}{Tr}}{\frac{1}{Tr}+S} = \frac{E}{F+S}$$
 (éq: III-28)

En suivant les mêmes étapes de calcul de régulateur du courant, on obtient la transformée en Z du régulateur de flux :

$$D(z) = \frac{\left(Z - e^{-\frac{Te}{Tr}}\right)}{Lm \times \left(1 - e^{-\frac{Te}{Tr}}\right)} \times \frac{1}{Z - 1} \qquad (\text{ éq : III-29 })$$

On peut réaliser le régulateur de flux d'une autre manière selon [21], en utilisant l'écriture de l'équation dynamique du flux dans le domaine temporel :

$$\Psi r + Tr \times \frac{d(\Psi r)}{dt} = Lm \times is_d$$
 (éq: III-30)

On peut remplacer la dérivée de flux via l'équation d'Euler :

$$\frac{d(\Psi r)}{dt} = \frac{\Psi r(t + \Delta t) - \Psi r(t)}{\Delta t}$$
 (éq: III-31)

Afin d'imposer le régulateur Deadbeat de flux, il faut considérer que  $\Psi r(t + \Delta t) = \Psi r^*$  ce qui signifie qu'après une période d'échantillonnage  $\Delta t = Te$  le flux attient la valeur de référence, alors le courant  $is_d$  est le courant de référence  $is_d^*$ , ainsi l'expression de flux devient :

$$\Psi r + Tr \times \frac{\Psi r^*(t) - \Psi r(t)}{\Delta t} = Lm \times is_d^* \qquad (\text{ éq : III-32})$$

Pour réduire les ondulations dans le flux ou dans le courant *ids* qui est l'image de flux on adopte que le flux rotorique atteint sa référence après  $\Delta t = 10 \times Te$  (il est préférable de choisir la valeur de  $\Delta t$  appropriée par des essais afin d'obtenir une réponse sans ondulations).

Ainsi le régulateur peut être réaliser comme suite :



Figure III-11 : Le régulateur de flux

#### III - 6 - 2 - 3 - 3 : Le régulateur de vitesse :

On va utiliser la même méthode qu'on a utilisé dans la réalisation de régulateur de flux pour la réalisation de régulateur de vitesse, en utilisant le principe de régulateur Deadbeat sur l'équation du mouvement ( éq : II–11 ) on obtient :

$$C_e^* - C_r = J \times \frac{\Omega^*(t) - \Omega(t)}{\Delta t} + F \times \Omega \qquad (\text{ éq : III-33 })$$

Afin d'imposer le régulateur Deadbeat de flux, il faut considérer que  $\Omega(t + \Delta t) = \Omega^*$  et pour éviter les ondulations dans le couple on a choisi  $\Delta t = 40 \times Te$  (il est préférable de choisir la valeur de  $\Delta t$  appropriée par des essais afin d'obtenir une réponse sans ondulations).

Ainsi le régulateur peut être réaliser comme suite :



#### Figure III-12 : Le régulateur de vitesse

#### III - 6 - 2 - 4 : Les résultats de simulations :

Pour valider la faisabilité des régulateurs choisis, on effectue dans ce qui suit une série de simulations, en faisant varier la vitesse de référence et le couple de charge. On note ici que l'onduleur n'est pas encore incorporé.

#### III - 6 - 2 - 4 - 1 : Démarrage à vide suivie par application de couple résistante :

Les paramètres de l'essai sont : une vitesse de référence 100 [rad/s], flux de référence 0.946 [Wb] et un couple de référence de 10 [Nm] appliqué à l'instant t = 0.7 [s].



#### Les figures suivantes montrent les résultats obtenus de cet essai :



résistant (Commande vectorielle)

# III - 6 - 2 - 4 - 2 : Variation de la vitesse de référence :

Dans cet essai on va varier la vitesse de référence avec un couple résistant nul :



# III - 6 - 2 - 5 : Interprétations des résultats obtenus :

#### III - 6 - 2 - 5 - 1 : Interprétation des résultats du premier essai :

Au cours du démarrage et avant l'application du couple résistant :

On va parler premièrement sur les courbes de flux :

- ✤ L'orientation de flux rotorique consiste à rendre la valeur de  $\Psi r_q$  égale à zéro et c'est ce qu'on voit sur la courbe de  $\Psi r_q$  et que le flux rotorique suivant l'axe d embrasse complètement l'amplitude du flux rotorique, ce qui prouve le respect du principe de la commande vectorielle.
- ✤ On remarque que malgré la variation du couple résistant qui représente un régime transitoire l'orientation du flux rotorique selon l'axe d est encore respectée, où la composant  $\Psi r_q$  est encore nul ce qui montre la robustesse de la commande vectorielle à flux orienté même dans le régime transitoire.

Deuxièmement on va parler sur la courbe de la vitesse :

On remarque que la vitesse de rotation a atteint la vitesse de référence sans dépassement et avec un temps de réponse petite même après l'application du couple résistant. Lors de l'application du couple de charge, on remarque qu'il y a une très petite variation dans la vitesse presque invisible ce qui signifie que le régulateur Deadbeat utilisé est efficace.

Maintenant on va parler sur la courbe du couple :

On remarque qu'au cours du démarrage le couple électromagnétique est différente de couple de référence, causé principalement par l'initialisation du flux rotorique. Mais quand le flux rotorique attient la consigne, il en reste là, même après l'application du couple résistant.

Finalement on va parler sur les courbes des courants :

✤ À partir de ces courbes, on remarque clairement l'intérêt de la commande vectorielle qui fait le découplage entre le courant I<sub>ds</sub> et I<sub>qs</sub> de manière à commander le flux  $\Psi r$  par Ids et à commander le couple Ce par Iqs, de sorte que la machine asynchrone devient similaire à la machine à courant continu à excitation séparé. On remarque aussi que le courant Ids devient l'image de flux et le courant Iqs devient l'image du couple.

#### III - 6 - 2 - 5 - 2 : Interprétation des résultats du deuxième essai :

Cet essai montre deux remarques importantes :

- Malgré la variation de la vitesse de référence on remarque que la vitesse réelle suit cette variation sans dépassement et avec un temps de réponse très petite, ce qui montre l'efficacité de la commande vectorielle dans les applications à vitesse variable.
- À l'instant de la variation de la vitesse, on remarque que le signe du couple s'inverse : ça s'est passé parce que la machine dans cette phase devient une génératrice (freinage par récupération), et elle dissipe l'énergie cinétique emmagasiner de rotation. Lorsque cette énergie est dissipée le signe du couple revient au signe positive, et la machine refonctionnera dans le premier quadrant.

#### III - 7 : La commande vectorielle de la machine asynchrone avec pertes fer :

Dans les machines réelles si la commande est développée à la base du modèle sans pertes fer elle va créer des erreurs où les régulateurs ne vont pas fonctionner correctement. Le régulateur de flux, les régulateurs des courant *ids* et *iqs* et même les termes de découplage des tensions *ed* et *eq* doivent être corriger sinon on va obtenir des erreurs dans les signaux de command des convertisseurs statiques et par conséquence on va obtenir des mauvaises performances dans la machine.

# III - 7 - 1 : <u>Le modèle de la machine asynchrone basé sur la commande vectorielle</u> à flux rotorique orienté :

La commande vectorielle à la base du modèle de la machine avec des pertes fer représentées en parallèle été développée par Levi et al [22] mais le problème est qu'il augmente le nombre des variables et des équations par rapport à la commande vectorielle sans pertes fer, pour ça on va utiliser le modèle qui représente les pertes fer en série qui est développé par [14] où le nombre des variable est le même comme la commande vectorielle sans pertes fer.

En appliquent la loi de la commande vectorielle à flux rotorique orienté (III-1) sur les équations (éq : II-102) et (éq : II-103) on obtient le modèle suivant :

$$Vs_d = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_d + S.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \frac{Rfss}{Lr}.\Psi r - \omega_s.\sigma.Ls.Is_q \quad (\text{ eq: III-34})$$

$$Vs_q = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_q + \omega_s.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \omega_s.\sigma.Ls.Is_d \qquad (\text{ éq: III-35})$$

$$\Psi r = \frac{Lm - Rfsr \times Tfr}{1 + Tfr.s} \times Is_d \qquad (éq: III-36)$$

$$\omega_g = \left(\frac{Lm}{Tfr} - Rfsr\right) \times \frac{Is_q}{\Psi r} \tag{éq: III-37}$$

$$Ce = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi_r \times is_q)$$
 (éq: III-38)

Où :

$$Tfr = \frac{Lr}{Rfsr + Rr}$$
 (éq: III-39)

# III - 7 - 2 : La commande vectorielle à flux orienté direct en tension :

Dans cette section on va faire justement des modifications sur la commande classique pour s'adopter au nouveau modèle de la machine qui tient en compte les pertes fer.

# III - 7 - 2 - 1 : Le découplage par compensation :

Nous introduirons des nouvelles variables  $Vs_d^*$  et  $Vs_q^*$  telles que :

- $Vs_d^*$  affecte seulement sur  $Is_d$ .
- $Vs_q^*$  affecte seulement sur  $Is_q$ .

$$\begin{bmatrix} Vs_d^* = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_d = Vs_d + e_d \quad (\text{ éq}: III-40) \\ Vs_q^* = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_q = Vs_q - e_q \quad (\text{ éq}: III-41) \end{bmatrix}$$

Où :

 $e_d$  et  $e_q$  sont les termes de compensations :

$$e_{d} = \omega_{s}.\sigma.Ls.Is_{q} - \frac{Rfss}{Lr}.\Psi r \quad (\text{ éq : III-42})$$
$$e_{q} = \omega_{s}.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \omega_{s}.\sigma.Ls.Is_{d} \quad (\text{ éq : III-43})$$

« Comme le découplage statique dans la commande vectorielle classique, on suppose une variation très lentement du flux rotorique par rapport à  $Is_d$  et  $Is_q$  [19], alors  $d\Psi r/dt = 0$  ».

La figure ci-dessous montre le découplage réaliser par les nouvelles variables de commande :



Figure III-15 : Les nouvelles variables de commande

# III - 7 - 2 - 2 : Les régulateurs :

# III - 7 - 2 - 2 - 1 : Les régulateurs des courants ids et iqs :

La fonctionne de transfert liée le courant *ids* avec la tension Vds \* est obtenue à partir de (éq : III-40) :

$$\frac{Is_d}{Vs_d^*} = \frac{\frac{1}{\sigma.Ls}}{\frac{Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r}}{\sigma.Ls} + S} = \frac{G}{N+S}$$
 (éq: III-44)

La transformée en Z de cette fonction est :

$$\frac{Is_d(z)}{Vs_d^{*}(z)} = \frac{G}{N} \times \frac{1 - e^{-N \times Te}}{(Z - e^{-N \times Te})}$$
(éq: III-45)

Ainsi la transformée en Z du régulateur est :

$$D(z) = \frac{N \times (Z - e^{-N \times Te})}{G \times (1 - e^{-N \times Te})} \times \frac{1}{Z^{K} - 1}$$
 (éq: III-46)

Comme on sait que le degré de dénominateur soit supérieur ou égal au degré de numérateur alors il faut que K soit supérieur ou égale à un, on a choisi K = 1 alors :

$$D(z) = \frac{N}{G \times (1 - e^{-N \times Te})} \times \frac{Z}{Z - 1} + \frac{N \times e^{-N \times Te}}{G \times (1 - e^{-N \times Te})} \times \frac{-1}{Z - 1} \qquad (\text{ éq : III-47 })$$

Ce régulateur fait la régulation du courant *ids* et au même temps la régulation du courant *iqs* parce qu'ils ont la même fonction de transfert.

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA



Figure III-16 : Le régulateur de courant

# III - 7 - 2 - 2 - 2 : Le régulateur de flux :

D'après l'équation ( éq : III– 36 ) on obtient l'écriture de l'équation dynamique du flux dans le domaine temporel :

$$\frac{\Psi r}{Tfr} + \frac{d(\Psi r)}{dt} = \left(\frac{Lm - Rfsr \times Tfr}{Tfr}\right) \times is_d \qquad (\text{ éq : III-48})$$

En remplaçant la dérivée de flux de (éq : III–48) via l'équation d'Euler (éq : III–31) tout en considérer que  $\Psi r(t + \Delta t) = \Psi r^*$  on obtient :

$$\Psi r + Tfr \times \frac{\Psi r^{*}(t) - \Psi r(t)}{\Delta t} = (Lm - Rfsr \times Tfr) \times is_{d}^{*} \quad (\text{ eq: III-49})$$

Pour réduire les ondulations dans le flux ou dans le courant *ids* qui est l'image de flux on posse  $\Delta t = 5 \times Te$ .



Figure III-17 : Le régulateur de flux

# III - 7 - 2 - 2 - 3 : Le régulateur de vitesse :

Le régulateur de vitesse ne se change pas et il reste le même régulateur qui est utilisé dans le modèle classique ( éq : III-33 ).

#### III - 8 : Commande sans capteur de vitesse par la méthode MRAS :

La commande de la machine asynchrone basé sur la mesure de ses courants statoriques et rotorique, ainsi que la vitesse et la position du rotor. Cela se fait par des capteurs électriques (courants, tensions, flux) ou mécanique (vitesse de rotation, position angulaire) qui sont des éléments coûteux et fragiles qui augmentent le coût et la complexité des machines.

Jusqu'aux années 90, la vitesse de rotation était mesurée soit au travers d'une génératrice tachymétrique soit grâce à l'utilisation d'un codeur. Le coût de tels capteurs devient prohibitif pour les moteurs de faible puissance, et la fiabilité est non garantie. De nouvelles solutions ont été imaginées [17]. Parmi les solutions possibles, on propose la suppression du capteur de la vitesse mécanique et le remplacer par le remplacer par des observateurs d'états ou d'estimateurs. Dans ce présent travail, on utilisera un estimateur basé sur la commande adaptative à modèle de référence « MRAS ».

#### III - 8 - 1 : Système adaptatif avec modèle de référence « MRAS » :

La commande adaptative avec modèle de référence a été principalement développée pour minimiser l'erreur entre une grandeur réelle et une grandeur estimée. Dans notre cas on l'utilise pour estimer la vitesse mécanique en utilisant uniquement les mesures de la tension et du courant statorique [23].

L'approche basée sur MRAS utilise deux structures de modèles de la machine qui estiment la même variable d'état. Le modèle qui ne contient pas la quantité estimée (la vitesse du rotor) est considéré comme le modèle de référence, quant au second, il est pris comme modèle ajustable [23]. Les deux modèles sont comparés, et l'erreur qui s'en suit est injectée à un mécanisme d'adaptation.



#### Figure III-18 : configuration de base de la méthode MRAS

Il y a beaucoup de structures de la « MRAS » selon le choix de la variable de sortie :

- MRAS basé sur le flux rotorique.
- MRAS basé sur l'estimation de la f.é.m.
- MRAS basée sur la puissance réactive instantanée.
- MRAS basé sur le courant statoriques.

Dans ce chapitre nous étudions un estimateur par la méthode (MRAS) basé sur flux rotorique.

#### III - 8 - 2 : Structures de la MRAC basés sur le flux rotorique :

Dans cette structure la variable d'état à estimer (la variable de sorite de chaque modèle) est le flux rotorique. Pour ce faire, l'équation du flux rotorique collectée des équations statoriques constituera le modèle de référence, alors que la même variable, déduite des équations rotoriques, et fonction de la vitesse électrique constituera le modèle ajustable.

# III - 8 - 2 - 1 : Modèle de référence :

On doit réécrire l'écriture complexe de la tension statorique dans le repère lié au stator (éq : II–69) en fonction de la grandeur à estimer qui est le flux rotorique : D'après (éq : II–72) on obtient :

$$\overline{Ir}_{(\alpha,\beta)} = \frac{\overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} - Lm \times \overline{Is}_{(\alpha,\beta)}}{Lr} \qquad (\text{ éq : III-50 })$$

On remplace ( éq : III-50 ) dans l'écriture complexe du flux statorique ( éq : II-71 ) on obtient :

$$\overline{\Psi s}_{(\alpha,\beta)} = \frac{Lm}{Lr} \times \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} + Ls \times \sigma \times \overline{Is}_{(\alpha,\beta)}$$
 (éq: III-51)

En remplaçant ( éq : III-51 ) dans ( éq : II-69 ) on obtient :

$$\frac{\overline{\Psi}r}{\mu r}_{(\alpha,\beta)} = \frac{Lr}{Lm} \times \left(\overline{Vs}_{(\alpha,\beta)} - Rs \times \overline{Is}_{(\alpha,\beta)} + \sigma. L_s. s. \overline{Is}_{(\alpha,\beta)}\right) \qquad (\text{éq}: \text{III-52})$$

L'équation ( éq : III–52 ) ne dépend pas de la vitesse mécanique de rotation c'est pour ça on a la considère comme étant le modèle de référence, et le flux rotorique obtenu à partir de lui est le flux de référence.

#### III - 8 - 2 - 2 : Modèle Ajustable :

En remplaçant ( éq : III–50 ) dans l'écriture complexe de la tension rotorique dans le repère lié au stator ( éq : II–70 ) on obtient :

$$\dot{\overline{\Psi}}_{(\alpha,\beta)} = \left(-\frac{1}{Tr} + j.\,\omega_e\right) \times \overline{\Psi}_{(\alpha,\beta)} + \frac{Lm}{Tr} \times \overline{Is}_{(\alpha,\beta)} \qquad (\text{ éq : III-53 })$$

L'équation ( éq : III–53 ) dépend de la vitesse mécanique de rotation c'est pour ça on a la considère comme étant le modèle ajustable, et le flux rotorique obtenu à partir de lui est le flux estimé. Donc l'équation ( éq : III–53 ) devient :

$$\widehat{\overline{\Psi r}}_{(\alpha,\beta)} = \left(-\frac{1}{Tr} + j.\,\widehat{\omega_e}\right) \times \widehat{\overline{\Psi r}}_{(\alpha,\beta)} + \frac{Lm}{Tr} \times \overline{Is}_{(\alpha,\beta)} \qquad (\text{ éq : III-54})$$

# III - 8 - 2 - 3 : Mécanisme d'adaptation :

Le rôle du mécanisme d'adaptation est de régler l'erreur entre le modèle de référence et le modèle ajustable pour assurer la stabilité du système d'estimation, et pour que la valeur estimée converge vers la valeur de référence. Parmi les méthodes qui assure la stabilité du système, « **la méthode d'hyper stabilité** » est bien prononcée :

# III - 8 - 2 - 3 - 1 : La méthode d'hyper stabilité :

Selon Popov, la boucle de régulation du système non linéaire comprend une boucle combinée :



Figure III-19 : Décomposition d'un système à contre réaction

Ce système est stable quand il satisfait les deux conditions suivantes :

- La fonction de transfert qui représente la partie linéaire est une fonction réelle strictement positive.
- Le système non linéaire satisfait à l'inégalité de POPOV.

L'inégalité de POPOV est :

$$\int_{0}^{t} Unl^{tr} \times Ynl \times d\tau \ge -\gamma^{2} \quad \text{pour tout } t > 0 \qquad (\text{ eq}: III-55)$$

Avec : Ynl : la sortie de la partie non linéaire, Unl : L'entrée de la partie non linéaire,  $\gamma$  : une constante indépendante du temps.

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

# III - 8 - 2 - 3 - 2 : Développement de mécanisme d'adaptation :

L'erreur entre la valeur estimée par le modèle ajustable et la valeur supposée exacte du modèle de référence sera notée :

$$\overline{\varepsilon} = \varepsilon_{\alpha} + j \times \varepsilon_{\beta} = \overline{\Psi r}_{(\alpha,\beta)} - \widehat{\overline{\Psi r}}_{(\alpha,\beta)} \qquad (\text{ éq : III-56 })$$

Dans le cas où  $\widehat{\omega_e} = \omega_e$  on peut utiliser l'équation ( éq : III–53 ) comme modèle de référence dans l'analyse de mécanisme d'adaptation parce qu'elle fournit la valeur exacte de flux [17]. Donc l'erreur dynamique entre les deux modèles ( éq : III–53 ) et ( éq : III–54 ) est :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varepsilon_{\alpha} \\ \varepsilon_{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Tr} & \omega_{e} \\ \omega_{e} & -\frac{1}{Tr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{\alpha} \\ \varepsilon_{\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widehat{\Psi} \widehat{r}_{\beta} \\ -\widehat{\Psi} \widehat{r}_{\alpha} \end{bmatrix} \times (\omega_{e} - \widehat{\omega_{e}}) \qquad (\text{ éq : III-57 })$$

Ce modèle est équivalent à :

$$\frac{d}{dt}[\varepsilon] = [A] \times [\varepsilon] - [W] \qquad (\text{ éq}: III-58)$$

La représentation de ce modèle est illustrée comme suite [24] :



#### Figure III-20 : représentation de la MRAS comme un système à retour non linéaire

L'inégalité de POPOV appliquée sur ce système est :

$$\int_{0}^{t} \varepsilon^{tr} \times W \times d\tau \ge -\gamma^{2} \quad \text{pour tout } t > 0 \qquad (\text{ éq : III-59 })$$

Pour la résolution de cette inégalité, POPOV propose la loi d'adaptation suivante :

$$\widehat{\omega_e} = Q_2(\varepsilon) + \int_0^t Q_1(\varepsilon) \times d\tau \qquad (\text{ éq : III-60})$$

En remplaçant  $\varepsilon$  et W par leurs expressions dans l'inégalité de POPOV (éq : III-59) on obtient :

$$\int_{0}^{t} \left\{ \left[ \varepsilon_{\alpha} \times \widehat{\Psi} \widehat{r}_{\beta} - \varepsilon_{\beta} \times \widehat{\Psi} \widehat{r}_{\alpha} \right] \times \left[ \omega_{e} - Q_{2}(\varepsilon) - \int_{0}^{t} Q_{1}(\varepsilon) \times d\tau \right] \right\} \times d\tau \ge -\gamma^{2} \qquad (\text{ eq: III-61})$$

La solution de l'inégalité (éq : III-61) est obtenu à l'aide de l'inégalité suivante :

$$\int_{0}^{t} K \times \frac{df(t)}{dt} \times f(t) \times dt = \frac{K}{2} \times \left( f^{2}(t) - f^{2}(0) \right) \ge -\frac{K}{2} \times f^{2}(0), \quad K > 0 \quad (\text{ eq: III-62})$$

Où [25]:

$$\frac{df(t)}{dt} = \left[\varepsilon_{\beta} \times \widehat{\Psi}r_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha} \times \widehat{\Psi}r_{\beta}\right] = \Psi r_{\beta} \times \widehat{\Psi}r_{\alpha} - \Psi r_{\alpha} \times \widehat{\Psi}r_{\beta} \qquad (\text{ éq : III-63 })$$

On pose K = Ki pour la partie de ( éq : III-61 ) qui corresponde à  $Q_1$ , et K = Kp pour la partie qui corresponde à  $Q_2$ .

Donc l'inégalité de Popov est satisfaite par les équations suivantes :

$$Q_{1}(\varepsilon) = Ki \times \left[\varepsilon_{\beta} \times \widehat{\Psi r_{\alpha}} - \varepsilon_{\alpha} \times \widehat{\Psi r_{\beta}}\right] = Ki \times \left[\Psi r_{\beta} \times \widehat{\Psi r_{\alpha}} - \Psi r_{\alpha} \times \widehat{\Psi r_{\beta}}\right] \qquad (\text{ éq : III-64 })$$

$$Q_{2}(\varepsilon) = Kp \times \left[\varepsilon_{\beta} \times \widehat{\Psi r}_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha} \times \widehat{\Psi r}_{\beta}\right] = Kp \times \left[\Psi r_{\beta} \times \widehat{\Psi r}_{\alpha} - \Psi r_{\alpha} \times \widehat{\Psi r}_{\beta}\right] \qquad (\text{ éq : III-65 })$$

En remplaçant ( éq : III-64 ) et ( éq : III-65 ) dans ( éq : III-60 ) on obtient :

$$\widehat{\omega_e} = Kp \times \left[\Psi r_\beta \times \widehat{\Psi} r_\alpha - \Psi r_\alpha \times \widehat{\Psi} r_\beta\right] + \int_0^t Ki \times \left[\Psi r_\beta \times \widehat{\Psi} r_\alpha - \Psi r_\alpha \times \widehat{\Psi} r_\beta\right] \times d\tau \qquad (\text{ eq: III-66})$$

Ainsi le schéma bloc de la MRAS est :





L'erreur destinée au correcteur est calculée suivant le produit croisé :

$$\varepsilon = \Psi r_{\beta} \times \widehat{\Psi r_{\alpha}} - \Psi r_{\alpha} \times \widehat{\Psi r_{\beta}}$$
 (éq : III-67)

# III - 8 - 2 - 3 - 3 : Identification des paramètres du mécanisme d'adaptation :

En général, les quantités  $\hat{\omega}_e$  et  $\omega_e$  varient dans le temps, et chacune peut être considérée comme une entrée dans le système décrit par ( éq : III–53 ). Afin d'étudier la réponse dynamique de l'estimateur de vitesse MRAS, il est nécessaire de linéariser ces équations pour des petites perturbations autour d'une solution en régime permanent particulière. Si cela se fait dans un référentiel stationnaire, les équations linéaires résultantes varieront toujours dans le temps. Par conséquent, il est utile de transformer d'abord les équations en un référentiel lié au champ tournant. On obtient ainsi les équations suivantes [24]:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \Psi r_d \\ \Delta \Psi r_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Tr} & \omega_{s0} - \omega_{e0} \\ \omega_{e0} - \omega_{s0} & -\frac{1}{Tr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \Psi r_d \\ \Delta \Psi r_q \end{bmatrix} + \frac{Lm}{Tr} \times \begin{bmatrix} \Delta is_d \\ \Delta is_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\Psi r_{q0} \\ \Psi r_{d0} \end{bmatrix} \times \Delta \omega_e$$
(éq: III-68)
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta \widehat{\Psi} r_d \\ A \widehat{W} r_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Tr} & \omega_{s0} - \widehat{\omega_{e0}} \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \widehat{\Psi} r_d \\ A \widehat{W} r_d \end{bmatrix} + \frac{Lm}{Tr} \times \begin{bmatrix} \Delta is_d \\ \Delta is_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\widehat{\Psi} r_{q0} \\ \widehat{\Psi} r_{q0} \end{bmatrix} \times \Delta \widehat{\omega_e}$$

$$\overline{dt} \begin{bmatrix} \Delta \widehat{\Psi} \widehat{r}_q \end{bmatrix}^{=} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \widehat{\omega_{e0}} - \omega_{s0} & -\frac{1}{Tr} \end{bmatrix}^{\times} \begin{bmatrix} \Delta \widehat{\Psi} \widehat{r}_q \end{bmatrix}^{+} \overline{Tr}^{\times} \begin{bmatrix} \Delta i s_q \end{bmatrix}^{+} \begin{bmatrix} \widehat{\Psi} \widehat{r}_{d0} \end{bmatrix}^{\times} \Delta \widetilde{\omega_e}^{*}$$
(éq: III-69)

La fonction d'erreur  $\varepsilon$  (éq : III-67) a la forme d'un produit interne vectoriel qui est indépendant du référentiel dans lequel les vecteurs sont exprimés. Il peut donc être représenté par l'expression linéarisée suivante :

$$\Delta \varepsilon = \left(\Psi r_{q0} \times \Delta \widehat{\Psi} r_d - \Psi r_{d0} \times \Delta \widehat{\Psi} r_q\right) - \left(\widehat{\Psi} r_{q0} \times \Delta \Psi r_d - \widehat{\Psi} r_{d0} \times \Delta \Psi r_q\right) \quad (\text{ eq : III-70 })$$

A partir de ces équations, nous pouvons obtenir la fonction de transfert reliant  $\Delta \omega_e$  à  $\Delta \varepsilon$  comme suit (la démonstration est dans l'annexe B) :

$$G(S) = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\omega_e}\Big|_{\Delta\tilde{\omega}_e=0} = \frac{\Delta\varepsilon}{-\Delta\tilde{\omega}_e}\Big|_{\Delta\omega_e=0} = \frac{\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times |\Psi_{r0}|^2}{\left(s + \frac{1}{T_r}\right)^2 + (\omega_{s0} - \omega_{e0})^2} \qquad (\text{éq: III-71})$$

Où  $|\Psi_{r_0}|^2 = (\Psi r_{d0}^2 + \Psi r_{q0}^2)$  est le module de flux, et on suppose que  $\Psi r_{q0} = \widehat{\Psi} r_{q0}$  et  $\Psi r_{d0} = \widehat{\Psi} r_{d0}$ .

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

La transformée de Laplace de l'équation ( éq : III-66 ) est la suivante :

$$\frac{\Delta \widehat{\omega}_e(s)}{\Delta \varepsilon(s)} = Kp + \frac{Ki}{s}$$
 (éq: III-72)

La figure suivante représente la synthèse du correcteur de vitesse :



Figure III-22 : Synthèse du correcteur de vitesse

La pulsation du glissement  $\omega_{g0} = \omega_{s0} - \omega_{e0}$  dans l'équation (éq : III-71) sera d'autant plus petit que le glissement g sera proche de zéro. Cela correspond à un fonctionnement "à vide", lorsque le moment du couple demandé par la charge est relativement faible par rapport au moment du couple nominal, ce qui pose un problème en base vitesse [26].

La fonction de transfert de la chaîne directe s'écrit après la négligence de  $\omega_{g0}$  dans (éq : III-71):

$$F(s) = \frac{(Kp \times s + Ki) \times |\Psi_{r0}|^2}{\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times s}$$
 (éq: III-73)

La fonction de transfert « H(s) » en boucle fermée, s'obtient alors sous la forme suivante :

$$H(s) = \frac{(Kp \times s + Ki) \times |\Psi_{r0}|^2}{s^2 + (|\Psi_{r0}|^2 \times Kp + \frac{1}{T_r}) \times s + Ki \times |\Psi_{r0}|^2}$$
 (éq: III-74)

La représentation standard du dénominateur du second ordre s'écrit «  $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$  » de sorte que, par identification, nous trouvons :

$$Kp = \frac{2\xi\omega_n - \frac{1}{T_r}}{|\Psi_{r0}|}$$
 (éq: III-75)  
$$Ki = \frac{\omega_n^2}{|\Psi_{r0}|^2}$$
 (éq: III-76)

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

On peut aussi utiliser le régulateur Deadbeat qui est plus robuste que le régulateur PI, en négligeant la pulsation de glissement, la fonction de transfert (éq : III–71) devient :

$$G(S) = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\omega_e}\Big|_{\Delta\bar{\omega}_e=0} = \frac{|\Psi_{r0}|^2}{s + \frac{1}{T_r}} = \frac{T}{s + R}$$
 (éq: III-77)

La transformée en Z de cette fonction est :

$$G(Z) = \frac{T}{R} \times \frac{1 - e^{-R \times Te}}{(Z - e^{-R \times Te})}$$
 (éq: III-78)

En remplaçant ( éq : III-78 ) dans ( éq : III-23 ) on obtient :

$$D(z) = \frac{R \times (Z - e^{-R \times Te})}{T \times (1 - e^{-R \times Te})} \times \frac{1}{Z - 1}$$
 (éq: III-79)



Figure III-23 : Correcteur Deadbeat de l'estimateur de vitesse

#### III - 8 - 3 : <u>Résultats de la simulation :</u>

Dans cette partie nous avons éliminé le capteur de vitesse de la machine asynchrone et on l'a remplacé par un estimateur, qui basé sur la commande adaptative à modèle de référence « MRAS » qui permet d'estimer la vitesse de rotation.

III - 8 - 3 - 1 : <u>Démarrage à vide puis introduction du couple résistant plus une</u> inversion du sens de rotation :

Les paramètres de l'essai sont : une vitesse de référence 100 [rad/s], flux de référence 0.946 [Wb] et un couple résistant Cr = 10 [Nm] appliqué à l'instant t = 0.4 [s], puis on inverse le sens de la vitesse de référence à -100 [rad/s] à l'instant t = 0.8 [s].



# Les figures suivantes montrent les résultats obtenus de cet essai :



# III - 8 - 3 - 2 : Essai avec une faible vitesse :

La machine démarre à vide, pour une faible vitesse de référence d'amplitude 30 [rad/s], avec un flux de référence 0.946 [Wb] et un couple de référence de 10 [Nm] appliqué à l'instant t = 0.4 [s], puis on augmente la vitesse de référence à 100 [rad/s] à l'instant t = 0.8 [s].





# III - 8 - 4 : Interprétations des résultats obtenus :

# III - 8 - 4 - 1 : Interprétation des résultats du premier essai :

On remarque que la vitesse estimée par la « MRAS » suit la référence sans dépassement et converge vers la vitesse réelle du moteur avec une erreur statique très faible, (pratiquement nulle), et qui diminue avec le temps (erreur entre la vitesse de référence) et réelle, la référence et la vitesse estimée), cela apparaît au démarrage ou à l'inversion de sens de rotation

- On remarque que les vitesses estimée et réelle sont tout à fait confondues ainsi que le flux rotorique
- On remarque que l'erreur (l'entrée du régulateur) a une valeur très faible ce qui signifie l'efficacité de la méthode de « MRAS »
- A l'instant d'insertion d'une couple résistance, on remarque une très faible variation (négligeable) dans les vitesses réelles et estimée ce qui signifie l'efficacité de l'estimateur.
- On remarque que le flux rotorique estimée suit sa valeur de référence et converge vers la valeur réelle de la machine. L'erreur entre le flux référence et réelle qu'apparait au démarrage ou à l'inversion de la sens de rotation est très faible et qui diminue avec le temps. La même chose pour le flux de référence et réelle.

#### III - 8 - 4 - 2 : Interprétation des résultats de le deuxième essai :

On observe que la vitesse estimée par la « MRAS » converge vers celle du moteur, ainsi que le flux rotorique même pour une faible référence de vitesse. Donc, les résultats d'estimation sont satisfaisants et l'estimateur « MRAS » reste stable (efficace).

#### III - 9 : <u>Conclusion :</u>

Dans ce chapitre nous avons présenté les concepts de base de la commande vectorielle par orientation du flux rotorique. Cette commande assure le découplage nécessaire, permettant de séparer la commande du flux et celle du couple. On a effectué des essais pour montrer l'efficacité de cette commande sur la machine asynchrone. On a fait aussi des essais pour vérifier la robustesse du régulateur Deadbeat. Les résultats montrent l'efficacité de ce régulateur en qualité de temps de réponse qui est très petit ou bien sur l'erreur de poursuite qui est pratiquement nul et même sur le dépassement qui est petite aussi. À la fin on a introduit les pertes fer dans le modèle de la commande vectorielle d'une façon où le nombre des équations reste le même comme le modèle classique, et puis on a réglé les régulateurs pour s'adopter à ce nouveau modèle. Les résultats obtenus démontrent un respect parfait du concept de la commande vectorielle.

#### CHAPITRE 3 : La commande vectorielle à flux rotorique orienté

Pour décrire la faisabilité de la commande, en cas d'usure du capteur mécanique, un estimateur MRAS a été ajouté à la boucle de régulation. La synthèse par la méthode d'hyper stabilité de Popov a démontré des performances notables en basse et en haute vitesse, où cette dernière rejoint la valeur réelle en toute circonstance.

# IV : Commande à flux rotorique orienté avec minimisation des pertes

## IV - 1 : Introduction :

Les machines asynchrones sont généralement conçues pour assurer un maximum de facteur de puissance et de rendement autour de son point de fonctionnement nominal [27] et [28]. La commande vectorielle conventionnelle opère généralement à flux rotorique nominal constant. Cependant ce fonctionnement ne permet pas d'assurer un bilan énergétique optimal dès qu'on s'éloigne du régime nominal [29]. Ainsi pour obtenir une commande vectorielle optimale un changement dans le niveau de flux est nécessaire.

Dans ce chapitre nous allons présenter deux techniques d'optimisation de la commande vectorielle par la minimisation de la somme des pertes lorsque le fonctionnement de la machine est loin de point de fonctionnement nominale ; le principe de ces techniques est de calculer la valeur de flux de référence approprié à la valeur minimum de la somme des pertes. La première technique est développée seulement pour le régime permanent et la deuxième est convenable pour les deux régimes permanent et dynamique.

Premièrement nous allons définir le bilan de puissance de la machine asynchrone puis nous passons aux techniques d'optimisation où une comparaison sera faite entre la commande vectorielle conventionnelle et la commande optimale pour chaque technique pour montrer son efficacité et à la fin du chapitre nous allons appliquer la commande sans capteur mécanique, via un estimateur adaptatif à modèle de référence « MRAS ».

#### IV - 2 : Le bilan de puissance de la machine asynchrone :

L'expression de la puissance électrique instantanée absorbée par la machine asynchrone a été démontrée dans l'équation ( éq : II–51 ) où il se décompose en trois termes :

 La puissance dissipée par effet de joule : elle représente les pertes de chaleur résistives qui se produisent dans les enroulements statoriques et dans les enroulements rotoriques. Les expressions de ces deux pertes sont :

$$Pjs = \frac{3}{2} (Rs. is_d^2 + Rs. is_q^2)$$
 (éq: IV-1)  

$$Pjr = \frac{3}{2} (Rr. ir_d^2 + Rr. ir_q^2)$$
 (éq: IV-2)

 La variation de l'énergie magnétique : elle représente les échanges d'énergie électromagnétique avec les sources. L'expressions de cette puissance est :

$$Pw = \frac{3}{2} \left[ \frac{d}{dt} (\Psi s_d) . is_d + \frac{d}{dt} (\Psi s_q) . is_q + \frac{d}{dt} (\Psi r_d) . ir_d + \frac{d}{dt} (\Psi r_q) . ir_q \right] \qquad (\text{ eq: IV-3})$$

La puissance électromagnétique : elle représente la puissance mécanique fournie au rotor du moteur. Son expression est :

$$P\acute{e}m = \frac{3}{2} \left[ \left( \Psi s_d. is_q - \Psi s_q. is_d \right). \omega_e \right]$$
 (éq: IV-4)

Une autre expression est obtenue de cette puissance en remplaçant le couple *Ce* de l'équation mécanique ( éq : II-11 ) dans l'équation ( éq : II-52 ) on obtient :

$$P\acute{e}m = \frac{J}{2} \times \frac{d\Omega^2}{dt} + F \times \Omega^2 + C_r \times \Omega \qquad (\acute{e}q: IV-5)$$

Une partie de la puissance électromagnétique va être fournie à la charge mécanique, alors que les deux parties restantes sont dissipées dans l'inertie en dynamique, et sous forme des pertes mécaniques.

Les pertes mécaniques : Les pertes mécaniques dans une machine à courant alternatif sont les pertes associées aux effets mécaniques. Il existe deux types de base de pertes mécaniques : le frottement et la ventilation. Les pertes par frottement sont des pertes causées par le frottement des roulements dans la machine, tandis que les pertes par ventilation sont causées par le frottement entre les pièces mobiles de la machine et l'air à l'intérieur du carter du moteur [30].

Ces pertes sont généralement modélisées par l'équation suivante [31] :

$$P_{fv} = C_{fv} \times \Omega^2 \qquad (\text{ éq}: \text{ IV-6})$$

Où  $C_{fv}$  est le coefficient de frottement et de ventilation.

Les pertes fer : Ce sont les pertes par effet d'hystérésis et par les courants de foucault,
 Les pertes fer statoriques et rotoriques ont été représentées dans ( éq : II-83 ) et ( éq : II-84 ) respectivement, la somme de ces deux pertes est :

$$Pf_{tot} = \frac{3}{2} [K_e \times (1+g^2) \times \omega_s^2 + K_h \times (1+g) \times \omega_s] \times \Psi m^2 \qquad (\text{éq}: \text{IV-7})$$

Une autre expression des pertes fer peut être démontrée à partir du modèle de la machine asynchrone avec des pertes fer mise en séries dans le schéma équivalent En utilisant (éq : II-49) avec les expressions des tensions (éq : II-102) et (éq : II-103) on obtient :

$$Pf = \frac{3}{2} \left[ Rfss \frac{\sigma_r}{1 + \sigma_r} \left( Is_d^2 + Is_q^2 \right) + \frac{Rfss}{Lr} \left( \Psi r_d \cdot Is_d + \Psi r_q \cdot Is_q \right) \right]$$

$$+ \frac{3}{2} \left[ Rfsr \frac{\sigma_r}{1 + \sigma_r} \left( Is_d \cdot Ir_d + Is_q \cdot Ir_q \right) + \frac{Rfsr}{Lr} \left( \Psi r_d \cdot Ir_d + \Psi r_q \cdot Ir_q \right) \right]$$
(éq: IV-8)

Sous la commande vectorielle à flux rotorique orienté l'équation ( éq : IV-8 ) devient :

$$Pf = \frac{3}{2} \left[ Rfss \frac{\sigma_r}{1 + \sigma_r} \left( Is_d^2 + Is_q^2 \right) + \frac{Rfss}{Lr} (\Psi r. Is_d) \right]$$

$$+ \frac{3}{2} \left[ Rfsr \frac{\sigma_r}{1 + \sigma_r} \left( Is_d. Ir_d + Is_q. Ir_q \right) + \frac{Rfsr}{Lr} (\Psi r. Ir_d) \right]$$
(éq: IV-9)

Le bilan de puissance est illustré dans la Figure IV-1 ci-dessous montre le cheminement de la puissance active que la machine absorbe :





Avant que la machine asynchrone puisse transmettre de la puissance absorbée vers le rotor, deux parties sont dissipées par le stator, sous forme de pertes joule des enroulements statoriques Pjs et sous l'effet des pertes fer statorique Pfs. La puissance déduite, dite puissance transmise Ptr va être transformer à une puissance mécanique (électromagnétique) Pém mais après de retrancher les pertes joule rotorique Pjr et les pertes fer rotorique Pfr. La puissance mécanique totale déduite, et après diminuer les pertes mécanique fv, la puissance utile fournie a la charge est alors collectée sur l'arbre Pu.

## IV - 3 : Le rendement de la machine :

Le rendement est la capacité d'un moteur électrique à convertir l'énergie électrique en énergie mécanique.

Le rendement en régime permanent est :

$$\eta_{rp} = \frac{Pu}{Pa} = \frac{Pu}{P_{pertes\_joule} + P_{pertes\_fer} + P_{pertes\_m\acute{e}c} + Pu}$$
(éq: IV-10)

En régime dynamique, il est défini en termes des énergies dans un intervalle de temps donné *T* [32]:

$$\eta_{rd} = \frac{\int_0^T Pu.\,dt}{E} = \frac{\int_0^T Pu.\,dt}{\int_0^T P_{pertes\_joule}.\,dt + \int_0^T P_{pertes\_fer}.\,dt + \int_0^T P_{pertes\_m\acute{e}c}.\,dt + \int_0^T Pu.\,dt}$$
(éq: IV-11)

Selon les deux expressions du rendement (  $\acute{eq}$  : IV-10 ) et (  $\acute{eq}$  : IV-11 ) on remarque que la maximisation du rendement se fait par la minimisation des pertes.

# IV - 4 : La minimisation des pertes de la machine asynchrone :

# IV - 4 - 1 : La minimisation dans le régime permanent :

Le principe de cette technique d'optimisation est de calculer la valeur de flux rotorique de référence qui corresponde au minimum des pertes dans le régime permanent. Le flux de référence est déterminé en calculent la dérivée de la somme des pertes par rapport à lui, et on obtient le flux optimal lorsque la dérivée est nul :

$$\frac{dL}{d\Psi r}\Big|_{\Psi r_o pt} = 0 \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 12})$$

Où L est la somme des pertes que l'on veut minimiser.

Cette technique été développée dans plusieurs articles, parmi lesquels le travail [33] qui a fait minimiser les pertes joule statorique, rotoriques et les pertes fer au même temps. Aussi il y'a le travail [31] qui a fait minimiser la somme des pertes joule, les pertes fer, les pertes de frottement et de ventilation, les pertes des harmoniques et les Stray losses.

Dans cette section on va faire la minimisation en trois partie, la minimisation des pertes joule statoriques, la minimisation des pertes joule statoriques et rotoriques, et enfin la minimisation des pertes joule avec les pertes fer.

# IV - 4 - 1 - 1 : La minimisation des pertes joule statoriques :

# IV - 4 - 1 - 1 - 1 : La détermination de flux de référence optimal :

On va réécrire l'équation des pertes joule statoriques ( éq : IV-1 ) en fonction de flux rotorique dans le régime permanent et sous la commande vectorielle à flux rotorique orienté : Le courant statorique direct dans le régime permanent peut être obtenu d'après ( éq : III-7 ) :

$$Is_d = \frac{\Psi r}{Lm} \qquad (\text{ éq: IV-13})$$

Le courant statorique en quadratique peut être obtenus d'après ( éq : III-9 ) :

$$is_q = \frac{Ce}{c \times \Psi_r}$$
 (éq: IV-14)

Où :

$$c = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr}$$

Dans le régime permanent le couple électromagnétique Ce est invariable par rapport au flux rotorique  $\Psi_r$ .

En remplaçant les équation ( éq : IV-13 ) et ( éq : IV-14 ) dans ( éq : IV-1 ) on obtient :

$$Pjs = K1 \times \Psi r^2 + K2 \times \frac{Ce^2}{\Psi_r^2} \qquad (\text{ éq : IV-15})$$

Où :

$$K1 = \frac{3}{2} \frac{Rs}{Lm^2}$$
 (éq: IV-16)  
$$K2 = \frac{3}{2} \frac{Rs}{c^2}$$
 (éq: IV-17)

La variation des pertes joule statoriques en fonction de flux rotorique direct est représentée dans la Figure IV-2 ci-dessous.

En appliquent ( éq : IV-12 ) sur ( éq : IV-15 ) on obtient :

$$\frac{dL}{d\Psi r} = \frac{2 \times (K1 \times \Psi r_opt^4 - K2 \times Ce^2)}{\Psi r_opt^3} = 0 \qquad (\text{ éq : IV-18})$$

D'après (  $\acute{eq}$  : IV-18 ) on obtient :

$$\Psi r_opt = \sqrt[4]{\frac{K2}{K1}} \times \sqrt{Ce} \qquad (\text{ éq: IV-19})$$

Lorsque le flux de référence de la commande est obtenu selon l'équation (éq : IV–19) on obtient le minimum des pertes joule statoriques, mais il faut assurer que ce flux ne dépasse pas des limites :



Figure IV-2 : La variation des pertes joule statoriques dans le régime permanent en fonction

### de flux pour différentes valeurs de charge

Comme on peut le remarquer sur la Figure IV-2, qu'un minimum de pertes est obtenu pour une valeur optimale du flux rotorique. En outre, cette valeur croit en monotonie avec l'augmentation du couple de charge.

L'implémentation de cette technique est représentée sur la figure suivante :



# IV - 4 - 1 - 1 - 2 : <u>Résultats de simulations :</u>

On va simuler la marche de la machine asynchrone sous commande vectorielle pour un vitesse constante  $\Omega = 100 [rad/s]$ . Premièrement sous un couple résistant Cr = 1 [Nm] puis à l'instant t = 2 [s] on va augmenter le couple jusqu'à Cr = 4 [Nm]. Enfin on va interpréter les résultats obtenus :







# IV - 4 - 1 - 1 - 3 : Des remarques et des interprétations sur les résultats obtenus :

Selon la Figure IV-5 on remarque que les pertes joule statoriques ont été minimisées ce qui montre l'efficacité de la méthode d'optimisation utilisée, mais cette minimisation affecte

#### CHAPITRE 4 : Commande à flux rotorique orienté avec minimisation des pertes

seulement dans le régime permanent ce qui est en accorde avec le fait que cette méthode a été développée selon les équations du régime permanent et pas du régime transitoire ; la même remarque sur la courbe du couple (Figure IV-4), on remarque que le couple obtenu selon la commande optimale a un dépassement dans le régime transitoire par rapport à la méthode conventionnelle parce que la technique de commande optimale a été développée pour le régime permanent seulement.

Selon la Figure IV-7 on remarque qu'un rendement optimum est maintenu le long de la variation du couple de charge, et que cette amélioration est plus prononcée pour les faibles couples de charges (1 [Nm]), contrairement à la commande vectorielle classique. Pour un couple de 4 [Nm] on remarque que le rendement sous la commande conventionnelle est mieux par rapport à la méthode optimale, mais comment cela s'est passé ? La méthode d'optimisation des pertes joule statoriques ne fait pas nécessairement la minimisation des pertes joule rotoriques et selon la Figure IV-6 on remarque que les pertes joule rotoriques ont été augmentées et par conséquent les pertes joule totales deviennent plus grand comme il est illustré dans la Figure IV-8 ci-dessous c'est pour ça le rendement a été diminué pour un couple Cr = 4 [Nm], c'est pour ça on ne recommande pas d'utiliser cette technique de minimisation et on passe à la deuxième méthode qui fait la minimisation des pertes joule statoriques avec les pertes joule rotoriques simultanément.



Figure IV-8 : La variation des pertes joule dans le régime permanent pour Cr = 4 [Nm]

UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA
#### IV - 4 - 1 - 2 : La minimisation des pertes joule totales :

### IV - 4 - 1 - 2 - 1 : La détermination de flux de référence optimal :

On va réécrire l'équation des pertes joule rotoriques (éq : IV-2) en fonction de flux rotorique dans le régime permanent et sous la commande vectorielle à flux rotorique orienté : Le courant rotorique direct dans le régime permanent peut être obtenu d'après (éq : II-37) :

$$ir_{d} = \frac{\Psi_{r} - Lm \times is_{d}}{Lr} \qquad (\text{ éq: IV-21})$$

En remplacent ( éq : IV–13 ) dans ( éq : IV–21 ) on obtient :

$$ir_d = 0$$
 (éq: IV-22)

Le courant rotorique en quadratique dans le régime permanent sous l'orientation du flux rotorique peut être obtenu d'après ( éq : II-38 ) :

$$ir_q = \frac{-Lm}{Lr} \times is_q = \frac{-Lm}{Lr} \times \frac{Ce}{c \times \Psi_r}$$
 (éq: IV-23)

En remplaçant les équations ( éq : IV-22 ) et ( éq : IV-23 ) dans ( éq : IV-2 ) on obtient :

$$Pjr = \frac{3}{2} \times Rr \times \frac{Lm^2}{Lr^2} \times \frac{Ce^2}{c^2 \times \Psi_r^2}$$
 (éq: IV-24)

Les pertes totales égalent à la somme de ( éq : IV-15 ) avec ( éq : IV-24 ) :

$$Pjt = K1 \times \Psi r^2 + K3 \times \frac{Ce^2}{\Psi_r^2} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 25})$$

Avec :

$$K1 = \frac{3}{2} \frac{Rs}{Lm^2} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 26})$$

$$K3 = \frac{3}{2}\frac{Rs}{c^2} + \frac{3}{2} \times \frac{Rr}{c^2} \times \frac{Lm^2}{Lr^2}$$
 (éq: IV-27)

La variation des pertes joule totales en fonction de flux rotorique direct est représentée dans la Figure IV-9 ci-dessous.

En appliquent (  $\acute{eq}$  : IV-12 ) sur (  $\acute{eq}$  : IV-25 ) on obtient :

$$\Psi r_o pt = \sqrt[4]{\frac{K3}{K1}} \times \sqrt{Ce} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 28})$$

Le schéma bloc de cette commande est le même schéma de la commande précédemment qui est représenté dans la Figure IV-3 ci-dessus.



Figure IV-9 : La variation des pertes joule totales dans le régime permanent en fonction de flux pour différentes valeurs de charge

### IV - 4 - 1 - 2 - 2 : Résultats de simulations :

On va simuler la marche de la machine asynchrone sous commande vectorielle pour un vitesse constante  $\Omega = 100 \ [rad/s]$  premièrement sous un couple résistant  $Cr = 1 \ [Nm]$  puis à l'instant  $t = 1 \ [s]$  on va augmenter le couple jusqu'à  $Cr = 4 \ [Nm]$  puis à l'instant  $t = 2 \ [s]$  on va diminuer le couple jusqu'à  $Cr = 1.5 \ [Nm]$ . Enfin on va interpréter les résultats obtenus :



Figure IV-10 : L'allure du couple électromagnétique



Figure IV-11 : L'allure des pertes joule totales

#### CHAPITRE 4 : Commande à flux rotorique orienté avec minimisation des pertes





Figure IV-13 : L'allure du rendement

#### IV - 4 - 1 - 2 - 3 : Des remarques et des interprétations sur les résultats obtenus :

Selon la Figure IV-9, on remarque que la somme des pertes joule a été diminuée pour toutes les valeurs de la charge effectuées et par conséquent le rendement a été amélioré aussi (Figure IV-13) ce qui signifie l'efficacité de la méthode d'optimisation utilisée, mais on remarque que lorsque le couple est 4 [Nm] la différence entre les deux résultats n'est pas significative et ça se passe parce que la valeur de flux optimale obtenu est très proche à la valeur de flux nominale (voir Figure IV-12).

Pour une vitesse constante on remarque l'influence du couple de la charge sur le rendement dans la Figure IV-13, sous la commande conventionnelle lorsqu'on augmente le couple résistant le rendement s'améliore parce qu'on s'approche du point de fonctionnement nominale et par contre la diminution du couple résistant fait diminuer le rendement parce qu'on s'éloigne au point de fonctionnement nominale, mais sous la commande vectorielle optimale le rendement est toujours élevé grâce à la variation du niveau de flux rotorique pour s'adopter au minimum des pertes.

# IV - 4 - 1 - 3 : La minimisation des pertes joule totales avec les pertes fer :

### IV - 4 - 1 - 3 - 1 : La détermination de flux de référence optimal :

On va réécrire l'équation des pertes fer en fonction de flux rotorique dans le régime permanent et sous la commande vectorielle à flux rotorique orienté en suivent la référence [33]. En considèrent seulement la résistance Rfss et en négligeant la résistance Rfsr, le modèle de la machine asynchrone sous commande vectorielle avec pertes fer devient :

$$Vs_d = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_d + S.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \frac{Rfss}{Lr}.\Psi r - \omega_s.\sigma.Ls.Is_q \quad (\text{éq:IV-29})$$

$$Vs_q = \left(Rs + \frac{Rfss \times \sigma_r}{1 + \sigma_r} + S.\sigma.Ls\right) \times Is_q + \omega_s.\frac{Lm}{Lr}.\Psi r + \omega_s.\sigma.Ls.Is_d \qquad (\text{ éq: IV-30})$$

$$\Psi r = \frac{Lm}{1 + S.Tr} \times Is_d \tag{éq: IV-31}$$

$$\omega_g = \frac{Lm}{Tr.\,\Psi r} \times Is_q \tag{éq: IV-32}$$

$$Ce = \frac{3}{2} \times p \times \frac{Lm}{Lr} \times (\Psi_r \times is_q)$$
 (éq: IV-33)

L'expression des pertes fer (  $\acute{eq}$  : IV-9 ) devient :

$$Pf = \frac{3}{2} \left( Rfss \frac{\sigma_r}{1 + \sigma_r} \left( Is_d^2 + Is_q^2 \right) + \frac{Rfss}{Lr} (\Psi r. Is_d) \right)$$
 (éq: IV-34)

En remplaçant (éq: IV-31) et (éq: IV-33) en régime permanent dans (éq: IV-34) on obtient :

$$Pf = \frac{3}{2} \times \frac{Rfss}{1 + \sigma_r} \left( \frac{1 + \sigma_r}{Lm^2} \times \Psi r^2 + \frac{\sigma_r \times Ce^2}{c^2 \times \Psi_r^2} \right)$$
 (éq: IV-35)

La somme des pertes totales égale à la somme des équations ( éq : IV-25 ) et ( éq : IV-35 ) :

$$Pt = K4 \times \Psi r^2 + K5 \times \frac{Ce^2}{\Psi_r^2} \qquad (\text{ éq: IV-36})$$

Où :

$$K4 = \frac{3}{2}\frac{Rs}{Lm^2} + \frac{3}{2} \times \frac{Rfss}{1+\sigma_r} \times \frac{1+\sigma_r}{Lm^2}$$
 (éq: IV-37)

$$K5 = \frac{3}{2}\frac{Rs}{c^2} + \frac{3}{2} \times \frac{Rr}{c^2} \times \frac{Lm^2}{Lr^2} + \frac{3}{2} \times \frac{Rfss}{1+\sigma_r} \times \frac{\sigma_r}{c^2}$$
 (éq: IV-38)

En appliquent (  $\acute{eq}$  : IV-12 ) sur (  $\acute{eq}$  : IV-36 ), on obtient :

$$\Psi r_opt = \sqrt[4]{\frac{K5}{K4} \times \sqrt{Ce}} \qquad (\text{ éq: IV-39})$$

Le schéma bloc de cette commande est le même, celui représentée dans la Figure IV-3 ci-dessus.







On remarque selon la Figure IV-14 que les pertes fer augmentent la somme des pertes totales surtout quand le flux augment et on remarque aussi selon la Figure IV-15 que l'augmentation de la valeur de Rfss (comme résultat de la pulsation statorique selon (éq : II–106)) cause l'augmentation des pertes fer et par conséquence l'augmentation des pertes totales. D'après ces deux remarques, on peut dire que dans un but d'optimisation il faut tenir en compte l'effet des pertes fer pour obtenir une bonne performance énergétique.

IV - 4 - 1 - 3 - 2 : <u>Résultats de simulations :</u>

On va simuler la marche de la machine asynchrone sous commande vectorielle pour un vitesse constante  $\Omega = 100 \ [rad/s]$ . De même, le couple de charge subit une variation en échelon de  $Cr = 1 \ [Nm]$  à  $Cr = 4 \ [Nm]$  à l'instant  $t = 2 \ [s]$ .

#### CHAPITRE 4 : Commande à flux rotorique orienté avec minimisation des pertes



IV - 4 - 1 - 3 - 3 : Des remarques et des interprétations sur les résultats obtenus :

La Figure IV-16 montre que la valeur des pertes fer est très importante et par l'intégration de ces pertes dans le modèle de la machine on remarque que le rendement sous la commande conventionnelle a diminué beaucoup en comparant entre la Figure IV-13 ci-dessus et la Figure IV-18 mais grâce à la méthode d'optimisation qui pris en compte les pertes fer, on remarque une sauvegarde d'une valeur optimale du rendement est obtenue tout au long de la simulation.

#### IV - 4 - 2 : La minimisation dans le régime dynamique :

Par contre à la méthode d'optimisation dans le régime permanent cette technique est plus générale parce qu'elle tinet en compte l'évolution de la trajectoire du flux rotorique de référence affectant la minimisation des pertes en régime transitoire. Diverses techniques ont été développée pour la minimisation dans le régime transitoire et parmi lesquelles on va suivre le travail de professeur Abdelati [29] qui a implémenté la minimisation d'une fonctionne de cout via deux approches de la commande optimale : « l'équation d'Euler-Lagrange » du calcul variationnel et « le principe de minimum de Pontryaguin ». La fonctionne cout proposé contient la somme des pertes le long d'une trajectoire à horizon fini T :

$$J_r = \int_0^T Pt \times dt \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 40})$$

IV - 4 - 2 - 1 : Formulation du problème d'optimisation :

La formulation du problème d'optimisation d'énergie consommée par la machine asynchrone est ainsi [34] :

Trouver la commande optimale  $U^* = \begin{bmatrix} Vs_d^* \\ Vs_q^* \end{bmatrix}$  dans un intervalle de temps donné, en admettant que le système est contrôlé vectoriellement, sert à transférer de l'état initial  $\{Is_d(0), Is_q(0), \Psi r_d(0), \Omega(0)\}$  à l'état final  $\{Is_d(T), Is_q(T), \Psi r_d(T), \Omega(T)\}$  et que la fonction coût (éq : IV-40) est minimisée :

$$I\dot{s}_{d} = \frac{Vs_{d}}{\sigma.Ls} - \frac{1}{\sigma Ls} \left( Rs + \frac{Lm^{2}}{Lr.Tr} \right) \times Is_{d} + \frac{Lm}{\sigma Ls.Lr.Tr} \times \Psi r - \omega_{s} \times Is_{q} \quad (\acute{eq}: IV-41)$$
$$I\dot{s}_{q} = \frac{Vs_{q}}{\sigma.Ls} - \frac{1}{\sigma Ls} \left( Rs + \frac{Lm^{2}}{Lr.Tr} \right) \times Is_{q} - \frac{pLm}{\sigma Ls.Lr} \Omega \times \Psi r + \omega_{s} \times Is_{d} \quad (\acute{eq}: IV-42)$$

$$\dot{\Psi r} = -\frac{1}{Tr}\Psi r + \frac{Lm}{Tr} \times Is_d \qquad (\text{ éq}: \text{IV-43})$$

$$\dot{\Omega} = \frac{c \times \Psi_r \times Is_q}{I} - \frac{Kl}{I} \times \Omega \qquad (\text{ éq}: \text{IV-44})$$

Où *Kl* est le coefficient du couple résistant (cas d'un couple résistant proportionnel à la vitesse). Cependant, ce problème avec 4 états et deux commandes n'est pas facile à résoudre analytiquement ; mais nous pouvons le simplifier, si l'on considère les courants statoriques comme les nouvelles variables de commande du système, en dérivant à partir du modèle complet

de la machine asynchrone, un modèle réduit. De ce fait, nous considérons une boucle interne de courant à haut gain [35]:

$$\overline{Vs}_{(d,q)} = \frac{\sigma.Ls}{\varepsilon} \left( U - \overline{Is}_{(d,q)} \right) \qquad (\text{ éq : IV-45 })$$

Où :  $0 < \varepsilon \ll 1$ , et  $U = \begin{bmatrix} u1\\ u2 \end{bmatrix}$  est la nouvelle variable de commande.

Le système à modèle réduit est [32], [35]:

$$\overline{Is}_{(d,q)} = \begin{bmatrix} Is_d \\ Is_q \end{bmatrix} = U = \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \end{bmatrix} \quad (éq: IV-46)$$
$$\dot{\Psi}r = -\frac{1}{Tr}\Psir + \frac{Lm}{Tr} \times u1 \quad (éq: IV-47)$$
$$\dot{\Omega} = \frac{c \times \Psi_r \times u2}{J} - \frac{Kl}{J} \times \Omega \quad (éq: IV-48)$$

Ce système traduit les nouvelles contraintes du problème d'optimisation :

Trouver la commande optimale  $U^* = \begin{bmatrix} Is_d^* = u1^* \\ Is_q^* = u2^* \end{bmatrix}$  dans un intervalle de temps donné, en admettant que le système dynamique ci-dessus est transféré de l'état initial { $\Psi r_d(0), \Omega(0)$ } à l'état final { $\Psi r_d(T), \Omega(T)$ } et que la fonction coût ( éq : IV-40 ) est minimisée :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Psi}r = -\frac{1}{Tr}\Psi r + \frac{Lm}{Tr} \times u1 & (\text{ éq}: \text{IV-49}) \\ \dot{\Omega} = \frac{c \times \Psi_r \times u2}{J} - \frac{Kl}{J} \times \Omega & (\text{ éq}: \text{IV-50}) \end{bmatrix}$$

# IV - 4 - 2 - 2 : L'écriture de la fonction coût :

La fonction coût égale à l'intégral de la somme des pertes joule totales dans le régime transitoire (éq : IV-1) et (éq : IV-2) :

$$Pt = \frac{3}{2}(Rs.u1^{2} + Rs.u2^{2}) + \frac{3}{2}(Rr.ir_{d}^{2} + Rr.ir_{q}^{2})$$
 (éq: IV-51)

On peut réécrire ( éq : IV-51 ) sous la forme suivante :

$$Pt = \frac{3}{2} \times \left(Rs + Rr \times \left(\frac{Lm}{Lr}\right)^2\right) \times \left(u1^2 + u2^2\right) - \frac{3}{2} \times \frac{Rr}{Lr^2} \times \Psi_r^2 - \frac{3}{2} \times \frac{1}{Lr} \times \frac{d(\Psi r^2)}{dt}$$

(éq: IV-52)

La fonctionne coût (  $\acute{eq}$  : IV-40 ) devient :

$$J_r = \frac{3}{2} \times \int_0^T \left( \left( Rs + Rr \times \left( \frac{Lm}{Lr} \right)^2 \right) \times (u1^2 + u2^2) - \frac{Rr}{Lr^2} \times \Psi_r^2 - \frac{1}{Lr} \times \frac{d(\Psi r^2)}{dt} \right) \times dt$$
(éq: IV-53)

Comme l'intégrale du dernier terme des pertes Joule  $\int_0^T \left( -\frac{1}{Lr} \times \frac{d(\Psi r^2)}{dt} \right) \times dt = \frac{1}{Lr} \left( \Psi r^2(0) - \Psi r^2(T) \right)$  dépend seulement des valeurs initiales et finales du flux, lesquelles sont données par le problème, alors il n'est pas nécessaire de les prendre en compte pour l'optimisation [2]. Donc la fonctionne ( éq : IV-53 ) devient :

$$J_r = \frac{3}{2} \times \int_0^T \left( \left( Rs + Rr \times \left(\frac{Lm}{Lr}\right)^2 \right) \times (u1^2 + u2^2) - \frac{Rr}{Lr^2} \times \Psi_r^2 \right) \times dt \qquad (\text{ eq: IV-54})$$

En remplaçant u1 et u2 par leur expression d'après (éq : IV-49) et (éq : IV-50) la fonction coût (éq : IV-54) devient :

$$J_{r} = \int_{0}^{T} \left( \lambda_{1} \cdot \dot{\Psi_{r}}^{2} + \lambda_{2} \cdot \frac{\dot{\Omega}^{2}}{\Psi_{r}^{2}} + \lambda_{3} \cdot \Psi_{r} \cdot \dot{\Psi_{r}}^{2} + \frac{\lambda_{4}}{\Psi_{r}^{2}} \Omega \cdot \dot{\Omega} + \lambda_{5} \cdot \Psi_{r}^{2} + \frac{\lambda_{6}}{\Psi_{r}^{2}} \Omega^{2} \right) \times dt$$
(éq: IV-55)

Où :

$$\lambda_{1} = \frac{r \times Tr^{2}}{Lm^{2}} ; \qquad \lambda_{2} = \frac{r \times J^{2}}{c^{2}} ; \qquad \lambda_{3} = \frac{2 \times r \times Tr}{Lm^{2}} ; \qquad \lambda_{4} = \frac{2 \times r \times J \times Kl}{c^{2}} ; \qquad \lambda_{5} = \frac{r}{Lm^{2}} + q ; \qquad \lambda_{6} = \frac{r \times Kl^{2}}{c^{2}} ; \qquad r = \frac{3}{2} \times \left(Rs + Rr \times \left(\frac{Lm}{Lr}\right)^{2}\right) ; \qquad q = -\frac{3}{2} \times \frac{Rr}{Lr^{2}} .$$

L'intégrale dans ( éq : IV-55 ) peut être exprimé comme suit :

$$J_r = \int_0^T L(\dot{\Psi}_r, \Psi_r, \Omega^*, \Omega) \times dt \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 56})$$

## IV - 4 - 2 - 3 : Résolution du problème de la commande optimale :

### IV - 4 - 2 - 3 - 1 : Commande optimale de la machine asynchrone via l'équation

#### <u>d'Euler-Lagrange :</u>

#### IV - 4 - 2 - 3 - 1 - 1 : L'équation d'Euler-Lagrange :

L'intégral (éq : IV–56) peut être résolu par l'équation d'Euler-Lagrange en respectant les condition suivantes : Cette intégrale a un minimum absolu  $\Omega^*$  et  $\Psi_r^*$ , si leur trajectoire satisfait aux conditions suivantes [36], [37], [38]:

$$\frac{\partial}{\partial \Psi_r} \left( L(\dot{\Psi}_r, \Psi_r, \dot{\Omega}, \Omega) \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\Psi}_r} \left( L(\dot{\Psi}_r, \Psi_r, \dot{\Omega}, \Omega) \right) \right) = 0 \qquad (\text{ } \acute{eq} : \text{ IV- 57 })$$

$$\frac{\partial}{\partial\Omega} \left( L(\dot{\Psi}_r, \Psi_r, \dot{\Omega}, \Omega) \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\Omega}} \left( L(\dot{\Psi}_r, \Psi_r, \dot{\Omega}, \Omega) \right) \right) = 0 \qquad (\acute{eq}: IV-58)$$

# IV - 4 - 2 - 3 - 1 - 2 : Développement de l'équation d'Euler-Lagrange :

La résolution de l'équation ( éq : IV-57 ) est [29] :

$$-2.\lambda_{1}.\ddot{\Psi}_{r} - 2.\lambda_{2}.\frac{\dot{\Omega}^{2}}{\Psi_{r}^{3}} - 2.\frac{\lambda_{4}}{\Psi_{r}^{3}}\Omega.\dot{\Omega} + 2.\lambda_{5}.\Psi_{r} - 2.\frac{\lambda_{6}}{\Psi_{r}^{3}}\Omega^{2} = 0 \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 59})$$

La résolution de l'équation ( éq : IV-58 ) est [29] :

$$4.\lambda_2 \cdot \frac{\dot{\Psi}_r \cdot \dot{\Omega}}{\Psi_r^3} - 2.\lambda_2 \cdot \frac{\ddot{\Omega}}{\Psi_r^2} + 2.\frac{\lambda_4}{\Psi_r^3} \cdot \dot{\Psi}_r \cdot \Omega + 2.\frac{\lambda_6}{\Psi_r^2} \Omega = 0 \qquad (\text{ } \text{éq}: \text{ IV- } 60 \text{ })$$

D'après ( éq : IV-59 ) et ( éq : IV-60 ) on obtient :

$$\begin{cases} \ddot{\Psi}_{r} = -a_{0} \cdot \frac{\dot{\Omega}^{2}}{\Psi_{r}^{3}} - a_{1} \cdot \frac{\Omega \cdot \dot{\Omega}}{\Psi_{r}^{3}} + a_{2} \cdot \Psi_{r} - a_{3} \cdot \frac{\Omega^{2}}{\Psi_{r}^{3}} & (\acute{eq}: IV-61) \\ \ddot{\Omega} = 2 \cdot \frac{\dot{\Psi}_{r} \cdot \dot{\Omega}}{\Psi_{r}} + a_{4} \cdot \frac{\dot{\Psi}_{r} \cdot \Omega}{\Psi_{r}} + a_{5} \cdot \Omega & (\acute{eq}: IV-62) \end{cases}$$

Où :

$$a_0 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \quad a_1 = \frac{\lambda_4}{\lambda_1}; \quad a_2 = \frac{\lambda_5}{\lambda_1}; \quad a_3 = \frac{\lambda_6}{\lambda_1}; \quad a_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2}; \quad a_5 = \frac{\lambda_6}{\lambda_2}.$$

L'équation (éq : IV-62) est inutile parce que la stratégie de commande utilisée consisté à déterminé le flux de référence qui minimise la somme des pertes et pas la vitesse de référence qui minimise la somme des pertes, alors on a besoin seulement de l'équation (éq : IV-61).

# IV - 4 - 2 - 3 - 2 : <u>Commande optimale de la machine asynchrone via le principe</u> de minimum de Pontryaguin :

#### IV - 4 - 2 - 3 - 2 - 1 : Le principe de minimum de Pontryaguin :

La résolution en utilisant le principe du minimum de Pontryaguin fait intervenir des variables intermédiaires appelées variables de co-état qui dépendent de l'état final du système [29]. Nous pouvons reformuler le problème d'optimisation dans le cas général d'un problème d'une commande optimale [39]. Dans ce cas, on peut écrire  $J_r$  sous la forme suivante :

$$J_r = K(x(t_b), t_b) + \int_{t_a}^{t_b} L(x(t), u(t), t) \times dt \qquad (\text{ éq : IV-63 })$$

Où  $x(t_b)$  est libre et  $t_b$  est fixe (commande optimale type C [40]).

En utilisant les multiplicateurs de Lagrange de vecteur  $\Lambda$  (variables de co-état) pour réécrire la fonctionnelle sous la forme suivante :

$$J_r = K(x(t_b), t_b) + \int_{t_a}^{t_b} \{ L(x(t), u(t), t) + \Lambda^{tr} \times (f(x(t), u(t), t) - \dot{x}(t)) \} \times dt$$
(éq: IV-64)

Avec la contrainte suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$
 (éq : IV-65)

Nous pouvons ainsi décrire d'une manière plus compacte le problème, en définissant la fonction Hamiltonienne ou fonction d'état de Pontryaguin par :

$$H(x(t), u(t), \Lambda(t), t) = L(x(t), u(t), t) + \Lambda^{tr} \times f(x(t), u(t), t)$$
 (éq: IV-66)

Nous intégrons par parties la fonctionnelle donnée par ( éq : IV-63 ), nous obtenons :

$$J_{r} = K(x(t_{b}), t_{b}) - \Lambda^{tr}(t_{b}) \cdot x(t_{b}) + \Lambda^{tr}(t_{a}) \cdot x(t_{a}) + \int_{t_{a}}^{t_{b}} \{H(x(t), u(t), \Lambda(t), t) + \dot{\Lambda}^{tr} \times x(t)\} \times dt \qquad (\acute{eq}: IV-67)$$

La variation de la fonctionnelle due à la variation de la commande u(t) dans un intervalle de temps donné  $[t_a, t_b]$  est donnée par :

$$\delta J_r = \left[ \left( \frac{\partial K}{\partial x} - \Lambda^{tr} \right) \delta x \right]_{t=t_b} + \left[ \Lambda^{tr} \times \delta x \right]_{t=t_a} + \int_{t_a}^{t_b} \left\{ \left( \frac{\partial H}{\partial x} + \Lambda^{tr} \right) \delta x + \frac{\partial H}{\partial u} \delta u \right\} \times dt$$
(éq: IV-68)

Généralement, il est difficile de quantifier la variation des variables d'état  $\delta x$  à partir de la variation des variables de commande  $\delta u$ . C'est pour cette raison que nous choisissons les fonctions multiplicatrices de Lagrange  $\Lambda(t)$ , appelées aussi les variables co-état, de façon à faire disparaître les coefficients en  $\delta x$ . Soit alors :

$$\dot{\Lambda}^{tr} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial L}{\partial x} - \Lambda^{tr} \frac{\partial f}{\partial x} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 69})$$

Avec des conditions aux limites définies par :

$$\Lambda^{tr}(t_b) = \frac{\partial K}{\partial x(t_b)}(x(t_b), t_b) \qquad (\text{ éq : IV-70 })$$

En combinant les équations ( éq : IV-69 ) et ( éq : IV-70 ) , la variation de la fonctionnelle devient ainsi :

$$\delta J_r = \Lambda^{tr}(t_a) \times \delta x(t_a) + \int_{t_a}^{t_b} \left\{ \frac{\partial H}{\partial u} \delta u \right\} \times dt \qquad (\text{ eq: IV-71})$$

Dans le cas d'un extrémum,  $\delta J_r$  est forcée à zéro pour une variation  $\delta u$  arbitraire. Cela n'est vrai que lorsque :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \qquad avec \quad t_a \le t \le t_b \qquad (\text{ éq : IV-72 })$$

En conclusion, pour trouver un vecteur de commande  $u^*(t)$  qui minimise une mesure de performance stationnaire de la fonctionnelle  $J_r$ , il faut résoudre les équations suivantes :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad ou \quad \dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial \Lambda}(x^*(t), u^*(t), t) \qquad (\text{ éq: IV-73})$$

Où  $u^*(t)$  est déterminée par l'équation :

$$\frac{\partial H}{\partial u}(x^*(t), u^*(t), \Lambda^*(t), t) = 0$$

$$ou \quad \frac{\partial L}{\partial u}(x^*(t), u^*(t), t) + \left[\frac{\partial f}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), t)\right]^{tr} \times \Lambda^*(t) = 0$$
(éq: IV-74)

### IV - 4 - 2 - 3 - 2 - 2 : <u>Développement du principe de minimum de Pontryaguin</u>

En tenant compte du terme  $\int_0^T \left(-\frac{1}{Lr} \times \frac{d(\Psi r^2)}{dt}\right) \times dt = \frac{1}{Lr} \left(\Psi r^2(0) - \Psi r^2(T)\right)$  présenté dans le paragraphe « IV - 4 - 2 - 2 : », comme étant une quantité qui n'intervient pas dans le processus d'optimisation, alors que son existence est essentielle dans ce cas de résolution de commande optimale pour définir l'état final des nouvelles variables de co-état [29].

Donc on peut réécrire la fonction du coût ( éq : IV-54 ) comme suite :

$$J_r = -\frac{1}{Lr} \left( \Psi r^2(0) - \Psi r^2(T) \right) + \int_0^T \left( r \times (u 1^2 + u 2^2) + q \times \Psi_r^2 \right) \times dt \qquad (\text{ eq: IV-75})$$

Le vecteur des fonctions multiplicatrices de Lagrange  $\Lambda(t)$  est définit par  $\Lambda(t) = \begin{bmatrix} \lambda 1 \\ \lambda 2 \end{bmatrix}$ .

L'hamiltonien ainsi est d'écrite comme suite :

$$H(x1(t), x2(t), u1(t), u2(t), \lambda1(t), \lambda2(t), t)$$
  
=  $L(x1(t), x2(t), u1(t), u2(t), t) + \lambda1(t) \times \dot{x}1 + \lambda2(t) \times \dot{x}2$  (éq: IV-76)

En remplaçant L,  $\dot{x}1$ , et  $\dot{x}2$  par leurs expressions on obtient :

$$H(\Psi r(t), \Omega(t), u1(t), u2(t), \lambda 1(t), \lambda 2(t), t)$$

$$= r. (u1^{2} + u2^{2}) + q. \Psi_{r}^{2} + \lambda 1(t) \times \left(-\frac{1}{Tr}\Psi r + \frac{Lm}{Tr} \times u1\right) + \lambda 2(t) \times \left(\frac{c.\Psi_{r}.u2}{J} - \frac{Kl}{J} \times \Omega\right)$$

$$(éq: IV-77)$$

D'après ( éq : IV-74 ) on obtient :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial H}{\partial u 1} \delta u 1 + \frac{\partial H}{\partial u 2} \delta u 2 = 0 \qquad (\text{ éq : IV-78})$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial u1} = 0 & (éq: IV-79) \\ \frac{\partial H}{\partial u2} = 0 & (éq: IV-80) \end{cases}$$

En appliquant ( éq : IV–79 ) et ( éq : IV–80 ) sur ( éq : IV–77 ) on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial u1} = 2 \times r \times u1 + \lambda 1(t) \times \frac{Lm}{Tr} = 0 & (\text{éq}: \text{IV-81}) \\ \frac{\partial H}{\partial u2} = 2 \times r \times u2 + \lambda 2(t) \times \frac{c \times \Psi_r}{J} = 0 & (\text{éq}: \text{IV-82}) \end{cases}$$

Ce qui conduit à :

$$u1^{*} = -\lambda 1(t) \times \frac{Lm}{2 \times r \times Tr} \qquad (éq: IV-83)$$
$$u2^{*} = -\lambda 2(t) \times \frac{e \times \Psi_{r}}{2 \times r} \qquad (éq: IV-84)$$

Où:

$$e = \frac{c}{J} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 85})$$

À partir de ( éq : IV-69 ) on obtient les multiplicateurs de Lagrange :

$$\dot{\lambda 1}(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial \Psi_r} = -2 \times q \times \Psi_r + \frac{\lambda 1(t)}{Tr} - \lambda 2(t) \times e \times u2^* \qquad (\text{ éq: IV-86})$$

$$\dot{\lambda 2}(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial \Omega} = \lambda 2(t) \times d$$
 (éq: IV-87)

Οù፡

$$d = \frac{Kl}{J} \qquad (\text{ éq}: \text{ IV- 88})$$

En remplaçant  $u^2$  (éq : IV-84) dans  $\dot{\lambda}1$  (éq : IV-86) et  $\dot{\lambda}2$  (éq : IV-87) on obtient :

$$\begin{cases} \lambda \dot{1}(t) = \left(\frac{\lambda 1(t)}{Tr} + \lambda 2^{2}(t) \times \frac{e^{2}}{2 \times r} - 2 \times q\right) \times \Psi_{r} & (\text{ éq : IV-89}) \\ \dot{\lambda 2}(t) = \lambda 2(t) \times d & (\text{ éq : IV-90}) \end{cases}$$

En remplaçant  $u1^*$  (éq: IV-83) et  $u2^*$  (éq: IV-84) dans  $\Psi_r$  (éq: IV-49) et  $\dot{\Omega}$  (éq: IV-50) on obtient :

$$\begin{bmatrix} \lambda 1(t) = -Tr \frac{2 \times r}{Lm^2} \Psi r - Tr^2 \frac{2 \times r}{Lm^2} \Psi r & (\text{ éq : IV-91}) \\ \Psi_r^2 \times \lambda 2(t) = -\frac{2 \times r}{e^2} \times \dot{\Omega} - \frac{2 \times r \times d}{e^2} \times \Omega & (\text{ éq : IV-92}) \end{bmatrix}$$

En dérivant les deux équations (éq: IV-91) et (éq: IV-92) par rapport aux temps, nous aboutissons à :

$$\begin{cases} \dot{\lambda 1}(t) = -Tr\frac{2 \times r}{Lm^2}\dot{\Psi}r - Tr^2\frac{2 \times r}{Lm^2}\ddot{\Psi}r & (\acute{eq}:IV-93) \\ \dot{\lambda 2}(t) = -\frac{2 \times r}{e^2} \times \frac{\ddot{\Omega}}{{\psi_r}^2} - \frac{2 \times r \times d}{e^2} \times \frac{\dot{\Omega}}{{\psi_r}^2} - 2 \times \lambda 2(t) \times \frac{\dot{\psi_r}}{{\psi_r}} & (\acute{eq}:IV-94) \end{cases}$$

De même, à partir les deux équations ( éq : IV-91 ) et ( éq : IV-92 ) nous déduisons  $\lambda 1(t)$  et  $\lambda 2(t)$  telles que :

$$\lambda 1(t) = -Tr \frac{2 \times r}{Lm^2} \Psi r - Tr^2 \frac{2 \times r}{Lm^2} \Psi r \qquad (\text{ éq : IV-95 })$$
$$\lambda 2(t) = -\frac{2 \times r}{e^2} \times \frac{\dot{\Omega}}{{\psi_r}^2} - \frac{2 \times r \times d}{e^2} \times \frac{\Omega}{{\psi_r}^2} \qquad (\text{ éq : IV-96 })$$

En remplaçant l'expression de  $\lambda 2(t)$  donnée par (éq: IV-96) dans (éq: IV-94), nous obtenons le système suivant :

$$\dot{\lambda 1}(t) = -Tr \frac{2 \times r}{Lm^2} \dot{\Psi}r - Tr^2 \frac{2 \times r}{Lm^2} \ddot{\Psi}r \qquad (\acute{eq}: IV-97)$$

$$\dot{\lambda}2(t) = -\frac{2 \times r}{e^2} \cdot \frac{\Omega}{\Psi_r^2} - \frac{2 \times r \times d}{e^2} \cdot \frac{\Omega}{\Psi_r^2} + 4\frac{r}{e^2} \cdot \dot{\Psi_r} \cdot \frac{\Omega}{\Psi_r^3} + 4\frac{r \times d}{e^2} \cdot \dot{\Psi_r} \cdot \frac{\Omega}{\Psi_r^3} \quad (\text{ éq : IV-98 })$$

En remplaçant l'expression de  $\lambda 1(t)$  (éq : IV-95) et  $\lambda 2(t)$  (éq : IV-96) dans  $\dot{\lambda} 1(t)$  (éq : IV-89) et  $\dot{\lambda} 2(t)$  (éq : IV-90), nous obtenons :

$$\dot{\lambda 1}(t) = \frac{2 \times r}{e^2} \frac{\dot{\Omega}^2}{\psi_r^3} + \frac{2 \times r \times d^2}{e^2} \frac{\Omega^2}{\psi_r^3} + 4 \frac{r \times d}{e^2} \cdot \dot{\Omega} \cdot \frac{\Omega}{\psi_r^3} - Tr \frac{2 \times r}{Lm^2} \dot{\Psi}r \qquad (\text{éq: IV-99})$$
$$- \left(2q + \frac{2r}{Lm^2}\right) \psi_r$$
$$\dot{\lambda 2}(t) = -\frac{2 \times r \times d}{e^2} \times \frac{\dot{\Omega}}{\psi_r^2} - \frac{2 \times r \times d^2}{e^2} \times \frac{\Omega}{\psi_r^2} \qquad (\text{éq: IV-100})$$

En faisant l'égalité entre les deux équations ( éq : IV–97 ) et ( éq : IV–98 ) avec ( éq : IV–99 ) et ( éq : IV–100 ) , nous obtenons finalement les deux équations différentielles suivantes :

En comparant les équations (éq : IV-101) et (éq : IV-102) à celui obtenu dans le calcul variationnel via l'équation d'Euler-Lagrange donné (éq : IV-61) et (éq : IV-62). Nous pouvons montrer que les coefficients des équations (éq : IV-101) et (éq : IV-102) sont les mêmes coefficients des équations différentielles obtenues les équations (éq : IV-61) et (éq : IV-62). En effet :

$$_{0} = \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}} = \frac{\frac{r \times J^{2}}{c^{2}}}{\frac{r \times Tr^{2}}{Lm^{2}}} = \frac{Lm^{2}}{Tr^{2} \cdot e^{2}} ; \qquad a_{1} = \frac{\lambda_{4}}{\lambda_{1}} = \frac{2 \cdot d \cdot Lm^{2}}{Tr^{2} \cdot e^{2}} ; \qquad a_{2} = \frac{\lambda_{5}}{\lambda_{1}} = \frac{Lm^{2}}{Tr^{2} \cdot r}q + \frac{1}{Tr} ;$$

$$a_3 = \frac{Lm^2 \cdot d}{Tr^2 \cdot e^2}$$
;  $a_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} = 2 \cdot d$ ;  $a_5 = \frac{\lambda_6}{\lambda_2} = d^2$ .

IV - 4 - 2 - 4 : <u>Résolution du problème de la commande optimale pour des</u> <u>trajectoires de vitesse prédéfinie :</u>

Après trouver les équations différentielles qui permettant l'optimisation de la machine asynchrone via les deux méthodes précédentes, on va résoudre ces équations différentielles pour trouver le flux rotorique optimal pour des trajectoires de vitesse spécifiques.

#### IV - 4 - 2 - 4 - 1 : Vitesse de référence linéaire :

Dans ce cas l'expression de la vitesse de référence est :

$$\Omega^* = c_0 \times t + c_1 \tag{éq: IV-103}$$

 $O\dot{u}: c_0 > 0$ 

En remplaçant ( éq : IV-103 ) dans ( éq : IV-61 ) on obtient :

$$\ddot{\Psi}_r \Psi_r^3 - a_2 \cdot \Psi_r^4 = -(y_1 \cdot t^2 + y_2 \cdot t + y_3) \qquad (\text{ éq : IV-104 })$$

Avec :

$$y_1 = a_3 c_0^2$$
 (éq: IV-105)

$$y_2 = a_1 c_0^2 + 2a_3 c_0 c_1 \qquad (éq: IV-106)$$

$$y_3 = a_0 c_0^2 + a_1 c_0 c_1 + a_3 c_1^2 \qquad (éq: IV-107)$$

La solution de l'équation différentielle ( éq : IV-104 ) peuvent être résolu comme suite [41] : En posant :

$$q = \Psi_r \qquad (\text{ \acute{eq}}: \text{ IV- 108})$$

Alors :

$$\ddot{\Psi_r} = \dot{q} = \frac{dq}{dt} \operatorname{avec} \dot{\Psi_r} = \frac{d\Psi_r}{dt} \Rightarrow dt = \frac{d\Psi_r}{d\dot{\Psi_r}}$$

On obtient finalement :

$$\dot{q} = \ddot{\Psi}_r = \frac{dq}{d\Psi_r} \dot{\Psi}_r = q \frac{dq}{d\Psi_r}$$
 (éq: IV-109)

En remplaçant ( éq : IV-109 ) dans ( éq : IV-104 ) on obtient :

$$q \frac{dq}{d\Psi_r} \Psi_r^3 - a_2 \cdot \Psi_r^4 = -(y_1 \cdot t^2 + y_2 \cdot t + y_3) \Rightarrow q \frac{dq}{d\Psi_r} = a_2 \cdot \Psi_r - \frac{(y_1 \cdot t^2 + y_2 \cdot t + y_3)}{\Psi_r^3}$$

$$\Rightarrow q \times dq = \left(a_2. \Psi_r - \frac{(y_1. t^2 + y_2. t + y_3)}{\Psi_r^3}\right) \times d\Psi_r \qquad (\text{ éq : IV-110})$$

En intégrant les deux membres deux l'égalité de ( éq : IV-110 ) on obtient :

$$q^{2}(t) - q^{2}(t_{0}) = a_{2} \cdot \Psi_{r}^{2}(t) - a_{2} \cdot \Psi_{r}^{2}(t_{0}) + \frac{(y_{1} \cdot t^{2} + y_{2} \cdot t + y_{3})}{\Psi_{r}^{2}(t)} - \frac{(y_{1} \cdot t_{0}^{2} + y_{2} \cdot t_{0} + y_{3})}{\Psi_{r}^{2}(t_{0})}$$
(éq: IV-111)

On peut réécrire L'équation ( éq : IV-111 ) comme suite :

$$q^{2}(t) + q_{0} = a_{2} \cdot \Psi_{r}^{2}(t) + \frac{(y_{1} \cdot t^{2} + y_{2} \cdot t + y_{3})}{\Psi_{r}^{2}(t)}$$
 (éq: IV-112)

Où :

$$q_0 = -q^2(t_0) + a_2 \cdot \Psi_r^2(t_0) + \frac{(y_1 \cdot t_0^2 + y_2 \cdot t_0 + y_3)}{\Psi_r^2(t_0)}$$
 (éq: IV-113)

En remplaçant ( éq : IV-108 ) dans ( éq : IV-113 ) on obtient :

$$q_0 = -\dot{\Psi_r}^2(t_0) + a_2 \cdot \Psi_r^2(t_0) + \frac{(y_1 \cdot t_0^2 + y_2 \cdot t_0 + y_3)}{\Psi_r^2(t_0)}$$
 (éq: IV-114)

D'après (  $\acute{eq}$  : IV-112 ) on obtient :

$$\dot{\Psi}_{r}(t) = \sqrt{a_{2} \cdot \Psi_{r}^{2}(t) + \frac{(y_{1} \cdot t^{2} + y_{2} \cdot t + y_{3})}{\Psi_{r}^{2}(t)} - q_{0}} \qquad (\text{ eq: IV-115 })$$

Il est difficile de résoudre cette équation différentielle de premier ordre, mais elle peut être implémentée sous forme numérique :

$$\dot{\Psi}_{r}(k) = \frac{\Delta \Psi_{r}(k)}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \Psi_{r}(k) = \Delta t \times \dot{\Psi}_{r}(k) = h \times \dot{\Psi}_{r}(k)$$
$$\Rightarrow \Psi_{r}(k+1) = \Psi_{r}(k) + h \times \dot{\Psi}_{r}(k)$$

Alors on obtient finalement :

$$\Psi_r(k+1) = \Psi_r(k) + h \times \sqrt{a_2 \cdot \Psi_r^2(k) + \frac{(y_1 \cdot k^2 + y_2 \cdot k + y_3)}{\Psi_r^2(k)}} - q_0 \qquad (\text{éq: IV-116})$$

Où h est le pas de discrétisation.

### IV - 4 - 2 - 4 - 2 : Vitesse de référence constante :

Dans ce cas l'expression de la vitesse de référence est :

$$\Omega^* = c_2 \qquad (\text{ éq : IV-117 })$$

En remplaçant ( éq : IV-117 ) dans ( éq : IV-61 ) et en suivant les mêmes étapes dans le paragraphe précédemment on peut obtenir :

$$\dot{\Psi}_{r}(t) = \pm \sqrt{a_{2} \cdot \Psi_{r}^{2}(t) + \frac{y_{0}}{\Psi_{r}^{2}(t)} - q_{1}} \qquad (\text{ éq : IV-118 })$$

Où :

$$q_1 = -\dot{\Psi}_r^2(t_0) + a_2 \cdot \Psi_r^2(t_0) + \frac{y_0}{\Psi_r^2(t_0)}$$
 (éq: IV-119)

$$y_0 = a_3 c_2^2$$
 (éq : IV-120)

En posant :

$$\dot{\Psi}_{r}(t_{0}) = \sqrt{a_{2}} \cdot \Psi_{r}(t_{0}) - \frac{\sqrt{y_{0}}}{\Psi_{r}(t_{0})}$$
 (éq: IV-121)

En remplaçant ( éq : IV-121 ) dans ( éq : IV-119 ) on obtient :

$$\Rightarrow q_1 = 2\sqrt{a_2 \cdot y_0} \qquad (éq: IV-122)$$

En remplaçant ( éq : IV-122 ) dans ( éq : IV-118 ) on obtient :

$$\dot{\Psi}_r(t) = \pm \left| \sqrt{a_2} \cdot \Psi_r(t) - \frac{\sqrt{y_0}}{\Psi_r(t)} \right| \qquad (\text{ éq : IV-123 })$$

On a l'équation :

$$f(\Psi_r) = \sqrt{a_2} \cdot \Psi_r(t) - \frac{\sqrt{y_0}}{\Psi_r(t)} \qquad (\text{ éq : IV-124 })$$

Cette équation a deux racine  $\Psi_{r_0} = \pm \sqrt[4]{\frac{y_0}{a_2}}$  et puisque le flux est positif on s'intéresse seulement à la racine positive.

La dérivée de ( éq : IV-124 ) est :

$$f'(\Psi_r) = \sqrt{a_2} + \frac{\sqrt{y_0}}{\Psi_r(t)^2}$$
 (éq: IV-125)

On remarque que (  $\acute{eq}$  : IV- 125 ) est toujours positif alors on obtient le tableau de variation suivant :



Dans le cas où  $\Psi_r > \sqrt[4]{\frac{y_0}{a_2}}$  la seul solution réelle et bornée de ( éq : IV–123 ) corresponde à :

$$\dot{\Psi}_r(t) = -\left(\sqrt{a_2}.\Psi_r(t) - \frac{\sqrt{y_0}}{\Psi_r(t)}\right) \qquad (\text{ éq : IV-126 })$$

Qui donne en fait la solution suivante :

$$\Psi_r(t) = \sqrt{\Psi_r^2(t_0) \times e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)} + \sqrt{\frac{y_0}{a_2}} \times \left(1 - e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)}\right)} \qquad (\text{éq: IV-127})$$

Dans le cas où  $\Psi_r < \sqrt[4]{\frac{y_0}{a_2}}$  la seul solution réelle et bornée de ( éq : IV-123 ) corresponde à :

$$\dot{\Psi}_r(t) = + \left(-\sqrt{a_2}.\Psi_r(t) + \frac{\sqrt{y_0}}{\Psi_r(t)}\right) \qquad (\text{ éq : IV-128 })$$

Qui donne en fait la solution suivante :

$$\Psi_r(t) = \sqrt{\Psi_r^2(t_0) \times e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)} + \sqrt{\frac{y_0}{a_2}} \times \left(1 - e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)}\right)} \qquad (\text{éq: IV-129})$$

Alors dans les deux cas pour obtenir un flux de référence qui converge vers la solution optimale on choix :

$$\dot{\Psi}_{r}(t) = -\sqrt{a_{2}} \cdot \Psi_{r}(t) + \frac{\sqrt{y_{0}}}{\Psi_{r}(t)}$$
 (éq: IV-130)

Qui donne en fait la solution suivante :

$$\Psi_r(t) = \sqrt{\Psi_r^2(t_0) \times e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)} + \sqrt{\frac{y_0}{a_2}} \times \left(1 - e^{-2\sqrt{a_2}(t-t_0)}\right)} \qquad (\text{éq: IV-131})$$

La démonstration de l'équation ( éq : IV-131 ) est dans l'annexes C.

L'équation ( éq : IV–131 ) est l'équation de flux qui permet de minimiser la somme des pertes dans le régime transitoire. On peut simplifie cette équation pour obtenir le flux optimal dans le régime permanent quand le temps tend vers l'infinie :

$$\lim_{t \to \infty} \Psi_r(t) = \Psi_{rPR} = \sqrt[4]{\frac{y_0}{a_2}}$$
 (éq: IV-132)

Le flux obtenu par ( éq : IV–132 ) égal exactement au flux obtenu par ( éq : IV–28 ) qui été développée dans la section de régime permanent précédemment.

#### IV - 4 - 2 - 4 - 3 : Le schéma fonctionnel de la commande vectorielle optimale :

Le schéma de commande de la Figure IV-19 ci-dessous est celui proposé dans « le chapitre III : », à la différence de la déduction du flux de référence rotorique. Pour ce faire, l'algorithme va choisir l'équation de calcul du flux, respectivement (éq : IV–116) ou (éq : IV–131) selon la consigne de vitesse : variable ou constante.



Figure IV-19 : Le schéma fonctionnel de la commande vectorielle optimale

# IV - 4 - 2 - 4 - 4 : <u>Résultats de simulation :</u>

La simulation a été réalisé en utilisant la vitesse de référence qui est représentée dans la figure ci-dessous, cette vitesse contient des parités constantes et d'autres linéaires pour vérifier la validité des deux méthodes d'optimisation développées précédemment.



UNIVERSITÉ DE MOHAMED KHIDER BISKRA

#### IV - 4 - 2 - 4 - 5 : Des remarques et des interprétations sur les résultats obtenus :

La figure de l'énergie absorbée par la machine montre clairement l'efficacité de la méthode d'optimisation utilisé à économiser la consommation de l'énergie par la machine pendant toute la période de fonctionnement ce qui est en accord avec la figure de rendement où les résultats sont toujours mieux dans la commande optimale par rapport à la commande conventionnelle.

À cause de la proportionnalité entre le couple résistant et la vitesse on remarque que le couple prend la même forme de la vitesse et tant que la vitesse augment, le couple augment aussi et avec cette augmentation on remarque que le flux rotorique optimale évolue, et il tend vers sa valeur nominale.

D'après cet essai on peut conclure l'influence de la variation de la vitesse sur le rendement de la machine : on a remarqué précédemment dans l'algorithme de commande développée pour le régime permanent (Figure IV-13) que pour une vitesse constante la variation du couple résistant ne fait pas varier le rendement de la commande optimale et il reste presque constant et à sa valeur max, alors on peut conclue que le changement du rendement de la commande optimale dans la Figure IV-20 est dû à la variation de la vitesse de rotation et pas dû à la variation du couple. Donc on peut dire qu'avec l'augmentation de la vitesse de rotation le rendement optimal de la machine augment aussi. On remarque aussi que même le rendement de la machine sous la commande conventionnelle s'améliore avec l'augmentation de la vitesse.

### IV - 5 : Conclusion :

L'optimisation de la consommation de l'énergie absorbée par la machine est une tâche très importante pour augmenter les bénéfices et réduire les pertes. À la fin de ce chapitre nous avons montré l'importance du fonctionnement à flux variable afin d'obtenir cette optimisation par la minimisation des pertes de la machine au cours d'un fonctionnement éloigne du point de fonctionnement nominale.

Nous avons vérifié la validité des deux méthodes proposées dans notre travail, l'optimisation dans le régime permanant et l'optimisation dans le régime transitoire. Cette dernière a été développée par deux méthodes analytiques : la méthode d'Euler-Lagrange et le principe de minimum de Pontryaguin où dans les deux cas nous avons tenu en compte deux

#### CHAPITRE 4 : Commande à flux rotorique orienté avec minimisation des pertes

contraint du régime transitoire ; qui sont la contraint de flux et la contraint de la vitesse, et grâce au modèle réduit nous avons évité la complexité du processus d'optimisation. Puisque les deux méthodes d'optimisation dans le régime dynamique sont utilisées pour faire l'optimisation de la même fonction coût, on a obtenu la même solution à travers eux.

#### **CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES :**

L'optimisation de la machine asynchrone est l'une parmi les sujets des recherches les plus importantes dans le domaine de la commande des actionneurs électriques. C'est une tâche nécessaire dans les industries pour augmenter ces bénéfices et réduire les pertes. Le travail présenté dans ce mémoire vise à améliorer la consommation de l'énergie électrique absorbée par la machine asynchrone sous la commande vectorielle par orientation du flux rotorique dans le régime dynamique, et afin d'arriver à ce but nous avons présenté les chapitres suivants :

Premièrement, nous avons commencé par décrire les topologies de commande de la machine asynchrone, en allant des plus anciennes, comme la commande scalaire, et arrivant a la commande directe du couple. Dans cette partie, on a passé d'une manière brève sur la commande a flux orienté faisant l'objet de ce mémoire.

Le deuxième chapitre concerne la modélisation mathématique de la machine asynchrone à la base de la transformation de Park, où nous avons présenté :

- L'application des lois fondamentales de cette transformation sur la machine asynchrone avec des règles qui simplifient la modélisation.
- Nous avons introduit un modèle de la machine avec des pertes fer en séries qui a pour but de tenir en compte l'effets de ces pertes dans le processus de l'optimisation puisque nous avons montré par des simulations que ces pertes occupent une grande partie dans la somme des pertes engendrés par la machine.
- Le modèle des pertes fer représentés en série été choisi puisque l'ordre du système avec ce modèle est le même que le système sans pertes fer ce qui simplifie ultérieurement la commande vectorielle.

Puisque le but de notre travail est l'optimisation de la machine asynchrone sous la commande vectorielle à flux rotorique orienté, cette dernière est le sujet que le troisième chapitre concerne de parler. Nous avons classifié les types de cette commande, son principe de fonctionnement, son modèle sans et avec l'introduction des pertes fer, puis nous avons proposé un régulateur à temps finie « Deadbeat » qui a montré son efficacité et ses hautes performances, même quand nous l'avons introduit dans le mécanisme d'adaptation de l'estimateur de vitesse « MRAS », qui il donne en fait de bons résultats par rapport au régulateur classique « PI ».

Le dernier chapitre est le but essentiel de notre travail, fixant l'optimisation de la machine en régime permanent puis par en régime dynamique :

- Nous avons montré l'importance du fonctionnement à flux variable pour la minimisation de la somme des pertes et donc l'optimisation de l'énergie électrique absorbée par la machine.
- À travers des essais de simulation nous avons montré que cette méthode est essentiellement conçue pour fonctionner dans les régimes éloignés au point de fonctionnement nominale puisque la machine est conçue au début pour assurer un maximum de rendement dans le régime nominal.

L'élaboration de la méthode d'optimisation dans le régime dynamique a requis l'utilisation des méthodes mathématiques analytiques spécialisées où on tient en compte la minimisation des pertes mesurables en dynamique en utilisant la méthode d'Euler-Lagrange du calcul variationnel et le principe de minimum de Pontryaguin. Ces dernières techniques nous ont donné des solutions optimales similaires, et à travers une série des essais nous avons montrés l'efficacité de ces méthodes.

En conclusion nous pouvons dire que ce travail est une petite contribution dans le domaine de l'optimisation des systèmes électriques où il présente un certain nombre des perspectives pour améliorer ce domaine :

- Nous pouvons améliorer le critère à minimiser par l'introduction de l'énergie magnétique emmagasiner dans la machine pour améliorer le facteur de puissance [29].
- Nous proposons aussi d'ajouter la variation de l'énergie magnétique avec la somme des pertes parce qu'elle contribue explicitement dans la puissance électrique instantanée absorbée.

#### ANNEXES

### **ANNEXES :**

# Annexe A : Les paramètres de la machine asynchrone étudiée :

Les caractéristiques et les paramètres électriques et mécaniques de la machine que nous avons utilisé dans notre travail sont [29] :

Les paramètres	Les valeurs
Puissance nominale	Pn = 1.5 [KW]
Tension nominale	220/380 [V]
Flux nominal	$\Psi n = 0.946 [Wb]$
Courant nominal	In = 3.2 [A]
Fréquence	$f = 50 \ [Hz]$
Couple nominal	Cn = 10 [Nm]
Nombre de paires de pôles	<i>p</i> = 2
Résistance du stator	$Rs = 6.06 [\Omega]$
Résistance du rotor	$Rr = 4.2 [\Omega]$
Inductance du stator	Ls = 462 [mH]
Inductance du rotor	Lr = 462 [mH]
Inductance mutuelle stator-rotor	Lm = 0.44 [H]
Moment d'inertie	$J = 0.049 [kg.m^2]$
Coefficient d'hystérésis	Kh = 0.0012
Coefficient de courant de Foucault	Ke = 0.0012
Coefficient de charge	Kl = 0.0067

### Annexe B : La démonstration de la fonction de transfert reliant $\Delta \omega e$ à $\Delta \varepsilon$ de la

### <u>MRAS :</u>

Si on suppose que  $\Psi r_{q0} = \widehat{\Psi r}_{q0}$  et  $\Psi r_{d0} = \widehat{\Psi r}_{d0}$ , on peut réécrire l'équation ( éq : III–70 ) comme suite :

$$\Delta \varepsilon = \Psi r_{q0} \left( \Delta \widehat{\Psi} \widehat{r}_d - \Delta \Psi r_d \right) - \Psi r_{d0} \left( \Delta \widehat{\Psi} \widehat{r}_q - \Delta \Psi r_q \right) \qquad (\text{ éq} : B - 1)$$

La transformée de Laplace de la soustraction de (éq : III-69) moins (éq : III-68) donne les deux équations suivantes :

#### ANNEXES

$$s \times (\Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \Delta \Psi_{rd}) = -\frac{1}{T_r} \times (\Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \Delta \Psi_{rd}) + \widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \omega_g \times \Delta \Psi_{rq} \qquad (\text{éq}: B-2)$$
$$-\Psi_{rq0} \times (\Delta \widehat{\omega}_e - \Delta \omega_e)$$
$$s \times (\Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \Delta \Psi_{rq}) = -\frac{1}{T_r} \times (\Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \Delta \Psi_{rq}) - \widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rd} + \omega_g \times \Delta \Psi_{rd} \qquad (\text{éq}: B-3)$$
$$-\Psi_{rd0} \times (\Delta \widehat{\omega}_e - \Delta \omega_e)$$

La simplification de ces deux équations donne :

$$\begin{cases} \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times \left(\Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \Delta \Psi_{rd}\right) = \underbrace{\widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \omega_g \times \Delta \Psi_{rq} - \Psi_{rq0} \times \left(\Delta \widehat{\omega}_e - \Delta \omega_e\right)}_{A} & (\text{éq}: B-4) \\ \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times \left(\Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \Delta \Psi_{rq}\right) = \underbrace{-\widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rd} + \omega_g \times \Delta \Psi_{rd} - \Psi_{rd0} \times \left(\Delta \widehat{\omega}_e - \Delta \omega_e\right)}_{B} & (\text{éq}: B-5) \end{cases}$$

On multiple les deux membres de l'égalité de (éq : B - 4) par  $\Psi r_{q0}$  et on multiple les deux membres de l'égalité de (éq : B - 5) par  $\Psi r_{d0}$  puis on fait la soustraction de la première équation moins la deuxième, on obtient après simplification :

$$\begin{pmatrix} s + \frac{1}{T_r} \end{pmatrix} \times \Delta \varepsilon = \Psi_{rq0} \times \left( \widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \omega_g \times \Delta \Psi_{rq} \right) + \Psi_{rd0} \times \left( \widehat{\omega}_g \times \Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \omega_g \times \Delta \Psi_{rd} \right)$$

$$+ (\Delta \omega_e - \Delta \widehat{\omega}_e) \times \left( \Psi_{rq0}^2 + \Psi_{rd0}^2 \right)$$

$$( \text{éq} : B - 6 )$$

Pour continue la démonstration il faut considérer que  $\omega_g = \hat{\omega}_g$ , alors l'équation (éq : B – 6) devient :

$$\begin{pmatrix} s + \frac{1}{T_r} \end{pmatrix} \times \Delta \varepsilon = \Psi_{rq0} \times \omega_g \left( \Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \Delta \Psi_{rq} \right) + \Psi_{rd0} \times \omega_g \left( \Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \times \Delta \Psi_{rd} \right)$$

$$+ (\Delta \omega_e - \Delta \widehat{\omega}_e) \times |\Psi r_0|^2$$
( éq: B-7)

On doit maintenant multiplier les deux membres de l'égalité de (éq : B – 7) par  $\left(s + \frac{1}{T_r}\right)$ , et on compare le résultat par rapport aux équations (éq : B – 4) et (éq : B – 5) on obtient :

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right)^2 \times \Delta \varepsilon = \omega_g \times \left(\Psi_{rq0} \times B + \Psi_{rd0} \times A\right)$$
  
+  $\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times \left(\Delta \omega_e - \Delta \widehat{\omega}_e\right) \times |\Psi r_0|^2$  (éq: B-8)

On remplace A et B par leur expression dans l'équation (éq : B - 8), on obtient après simplification :

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right)^2 \times \Delta \varepsilon =$$

$$\omega_g \times \left(-\Psi_{rq0} \times \omega_g \times \left(\Delta \widehat{\Psi}_{rd} - \Delta \Psi_{rd}\right) + \Psi_{rd0} \times \omega_g \times \left(\Delta \widehat{\Psi}_{rq} - \Delta \Psi_{rq}\right)\right) \qquad (\text{ éq : } B - 9)$$

$$+ \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times \left(\Delta \omega_e - \Delta \widehat{\omega}_e\right) \times |\Psi r_0|^2$$

On peut réécrire l'équation ( éq : B - 9 ) comme suite :

$$\left(s + \frac{1}{T_r}\right)^2 \times \Delta \varepsilon = -\omega_g^2 \times \Delta \varepsilon + \left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times (\Delta \omega_e - \Delta \widehat{\omega}_e) \times |\Psi r_0|^2 \qquad (\text{ eq: } B - 10)$$

Finalement à partir de l'équation ( éq : B - 10 ) on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{(\Delta\omega_e - \Delta\widehat{\omega}_e)} = \frac{\left(s + \frac{1}{T_r}\right) \times |\Psi r_0|^2}{\left(s + \frac{1}{T_r}\right)^2 + \omega_g^2}$$
 (éq: B-11)

# Annexe C : <u>La démonstration de l'équation de flux rotorique optimale pour une</u> vitesse de référence constante :

On va maintenant démontrer comment on obtient l'équation ( éq : IV – 131 ) présentée dans le paragraphe « IV - 4 - 2 - 4 - 2 : » :

On va utiliser le changement de variable sur  $\Psi_r^2(t)$  :

$$S(t) = \Psi_r^2(t) \qquad (\acute{eq}: C-1)$$

La dérivée de S(t) est :

$$\dot{S}(t) = 2.\Psi_r(t).\dot{\Psi}_r(t) \qquad (\acute{eq}: C-2)$$

En remplaçant ( éq : IV-130 ) dans ( éq : C - 2 ) on obtient :

$$\dot{S}(t) = \frac{dS(t)}{dt} = -2\sqrt{a_2}.S(t) + 2.\sqrt{y_0} \qquad (\text{ éq}: C-3)$$

D'après ( éq : C - 3 ) on obtient :

$$dS(t) = \left(-2\sqrt{a_2}.S(t) + 2.\sqrt{y_0}\right) \times dt \Rightarrow dS(t) = -2\sqrt{a_2} \left(S(t) - \sqrt{\frac{y_0}{a_2}}\right) \times dt$$
$$\Rightarrow \frac{dS(t)}{S(t) - \sqrt{\frac{y_0}{a_2}}} = -2\sqrt{a_2} \times dt \qquad (\text{éq}: C-4)$$

L'intégrale de ( éq : C - 4 ) donne :

#### ANNEXES

$$Ln\left(\frac{S(t) - \sqrt{\frac{y_0}{a_2}}}{S(t_0) - \sqrt{\frac{y_0}{a_2}}}\right) = -2\sqrt{a_2} \times (t - t_0) \qquad (\text{ éq}: C - 5)$$

En appliquant l'exponentielle sur ( éq : C - 5 ) et après simplification on obtient :

$$S(t) = S(t_0) \times e^{-2\sqrt{a_2} \times (t-t_0)} + \sqrt{\frac{y_0}{a_2}} \times (1 - e^{-2\sqrt{a_2} \times (t-t_0)})$$
 (éq: C-6)

En remplaçant ( éq : C – 6 ) dans ( éq : C – 1 ) on obtient :

$$\Psi_r(t) = \sqrt{\Psi_r^2(t_0) \times e^{-2\sqrt{a_2} \times (t-t_0)} + \sqrt{\frac{y_0}{a_2}} \times (1 - e^{-2\sqrt{a_2} \times (t-t_0)})} \qquad (\text{éq}: C-7)$$

#### **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :**

- [1] Y. Zouaoui, «Commande par mode glissant des courants statoriques de la machine asynchrone,» Mémoire de magister en université de Sétif, 2010.
- [2] J. M. RAMIREZ, «Contribution à la Commande Optimale des Machines Asynchrones,» thèse de doctorat à l'institut National Polytechnique de Grenoble, 1998.
- [3] G. grellet et G. Clerc, Actionneurs électriques, 2 éd., 2000.
- W. Leonhard, «Control of AC-Machines with the help of Microelectronics,» 3rd IFAC Symposium on Control in Power Electronics and Electrical Drives, vol. 16, n° 16, pp. 769-792, 12-14 September 1983.
- [5] F. Blaschke, «The Principle of Field Orientation as Applied to the NEW Transvector Closed-Loop System for Rotating-Field Machines,» *Siemens Review*, vol. 34, n° 3, pp. 217-220, 1972.
- [6] I. Takahashi et Y. Ohmori, «High-performance direct torque control of an induction motor,» IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 25, n° 2, pp. 257 - 264, Mar/Apr 1989.
- [7] D. M, «Direct self-control (DSC) of inverter-fed induction machine,» IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 3, n° 4, pp. 420 - 429, Oct 1988.
- [8] D. Casadei , G. Grandi , G. Serra et A. Tani , «Effects of flux and torque hysteresis band amplitude in direct torque control of induction machines,» *Proceedings of IECON'94 - 20th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pp. 299-304, 5-9 Sept. 1994.
- [9] D. Casadei , F. Profumo, G. Serra et A. Tani , «FOC and DTC: two viable schemes for induction motors torque control,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, n° 5, pp. 779 - 787, Sept. 2002.
- [10] H. F. Hofmann et S. R. Sanders, «Speed-sensorless vector torque control of induction machines using a two-time-scale approach,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, n° 1, pp. 169 - 177, Jan/Feb 1998.
- [11] P. Mayé, Aide-mémoire électrotechnique, Dunod, L'Usine Nouvelle, 2006.
- [12] R. Abdessemed et M. Kadjoudj, Modélisation des machines electriques, batna university press, 1997.
- [13] J.-P. Hautier et J.-P. Caron, Modélisation et commande de la machine asynchrone, Technip, Éd., 15/01/1995.
- [14] J. Jinhwan et N. Kwanghee, «A Vector Control Scheme for EV Induction,» IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, vol. 45, n° 4, pp. 617-624, 4, AUGUST 1998.

- [15] R. D. Lorenz et S.-M. Yang, «Efficiency-Optimized Flux Trajectories for Closed-Cycle Operation of Field-Orientation Induction Machine Drives,» *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS*, vol. 28, n° 3, pp. 574-580, 3, MAY /JUNE 1992.
- [16] M. BACHIR, «DTC INTELLIGENTE APPLIQUÉE À LA COMMANDE,» thèse de doctorat, 2014.
- [17] C. Claude , E. Erik, C. Sébastien et R. Laurent, commande vectorielle sans capteur des machines asynchrones, Paris: Lavoisier, 2005.
- [18] M. Popescu, INDUCTION MOTOR MODELLING FOR VECTOR CONTROL PURPOSES, Helsinki University of Technology, January 2000.
- [19] L. BAGHLI, «Contribution à la commande de la machine asynchrone,,» thèse de doctorat, January 1999.
- [20] Sathya S et Arun jayakar S, «CONTROLLER OF PRESSURE TANK USING,» International Journal of Innovative Research in Technology, Science & Engineering (IJIRTSE), vol. 1, 10 December 2015.
- [21] M. Messaoudi, H. Kraiem et L. Sbita, «Deadbeat Torque and Flux Control of Induction Motor with Online Resistances Tuning,» 14th IFAC Conference on Methods and Models in Automation and Robotics, vol. 42, n° 13, pp. 174-179, 2009.
- [22] E. Levi, M. Sokola, A. Boglietti et M. Pastorelli, «Iron loss in rotor-flux-oriented induction machines: identification, assessment of detuning, and compensation,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONIC*, vol. 11, n° 5, pp. 698-709, SEPTEMBER 1996.
- [23] R. BOUZIDI, «Contribution à l'optimisation et à la commande adaptative des entraînements électriques,» *thèse de doctorat*.
- [24] C. Schauder, «Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, n° 5, pp. 1054 - 1061, Sep/Oct 1992.
- [25] T. Jun, S. Lei, L. Li-juan et F. Chen-yue, «Speed Estimation of Asynchronous Motor Based on Model Reference Adaptive Method and On-line Identification of Rotor Time Constant,» *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*, May 2019.
- [26] S. CHEKROUN, «COMMANDE NEURO-FLOUE SANS CAPTEUR DE VITESSE D'UNE MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASEE,» *MEMOIRE DE MAGISTER*, 2009.
- [27] J. Mugglestone, D. Lampard et S.J. Pickering, «Effects of end winding porosity upon the flow field and ventilation losses in the end region of TEFC induction machines,» *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 145, n° 5, pp. 423 - 428, Sep 1998.
- [28] A. Gerard, H. Humberto, L. Vincent, B. Franck, N. Babak, C. Gerard-Andre, B. JeanMarie et F. Guy, «Design comparison of two rotating electrical machines for 42V electric power,» *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*, pp. 431-436, 15-15 May 2005.

- [29] R. ABDELATI, «CONTRIBUTION A L'OPTIMISATION DU REGIME DE FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE SOUS CONTRÔLE VECTORIEL,» *thèse de doctorat*, Juillet 2010.
- [30] S. J. Chapman, Electric Machinery Fundamentals, 5 éd., M. H. Education, Éd.
- [31] W. M, S. A et N. S. N., «New Online Loss- Minimization-Based Control of Scalar and Vector-Controlled Induction Motor Drives,» 2012 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems, pp. 1-7, December16-19, 2012.
- [32] C. C. D. WIT, Optimisation discrétisation et observateurs commande des moteurs asynchrones 2, H. S. Publications, Éd., mai 2000.
- [33] E. Mendes, A. Baba et A. Razek, «LOSSES MINIMIZATION OF A FIELD ORIENTED CONTROLLED INDUCTION MACHINE,» *IEE transactions on electrical machines and drivers*, vol. 45, n° 412, pp. 310-314, September 1995.
- [34] R. Abdelati et M. F. Mimouni, «Optimisation énergétique en régime dynamique dune Machine Asynchrone sous Commande Vectorielle,» 16/02/2008.
- [35] H. P. Geering, Optimal Control with Engineering Applications, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007.
- [36] R. Weinstock, Calculus of Variations with Applications, D. P. Inc, Éd., New York, Department of Mathematics, 1974.
- [37] I. B. Russak, Calcumlus of variations MA 4311 Lecture, N. Postgraduate, Éd., Department of Mathematics.
- [38] A. Sasane, Calculus of Variations and Optimal Control, 6 September 2004.
- [39] J. Chiasson, Modeling and High-Performance Control of Electric Machines, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2005.
- [40] D. S. Naidu, OPTIMAL CONTROL SYSTEMS, CRC Press LLC .
- [41] R. Abdelati et F. Mimouni, «MINIMUM-ENERGY CONSUMPTION OF AN INDUCTION MOTOR OPERATING IN DYNAMIC REGIME,» *Journal of Electrical Engineering*, vol. 10, pp. 91-101, June 2010.