Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des sciences appliquées
Département de Génie des mécaniques

MÉMOIRE DE

Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Construction Mécanique

Réf. : **Master**

Présenté et soutenu par :
BERROUSSI Chaouki

Le : lundi 5 juillet 2021

ETUDES DINAMIQUE D'UN ROTOR

Jury :

Dr.	Guerira Belhi	MCA	Université de Biskra	Président
Dr.	Jelabe Mounir	MCA	Université de Biskra	Examinateur
Dr.	Ammrane Nadir	MCA	Université de Biskra	Encadreur

Année universitaire : 2020 - 2021

Remerciement

Nous remerciements vont premièrement à **Allah** *pour tous qu'il nous donne de la volonté et la santé durant toutes ces années d'étude.*

Le grand merci à notre encadreur ***Dr Ammrane Nadir*** *maitre de conférence à Université Mohammed Khaider Biskr a département de Génie des mécaniques le suivi sérieux les encouragements et ses conseils.*

Nous tenons également à remercier les membres du jury, ***Dr Guerira Belhi, Dr Jelabe Mounir****, Nous les remercions d'avoir accepté.*

Que tous les enseignants qui ont contribué à nos formations trouvent ici l'expression de nos estimes, de nos reconnaissances et de nos gratitudes.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à nos familles : nos parents, nos sœurs, nos frères et tous nos proches et amis, qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

Je dédie ce mémoire…………

A ceux qui m'ont tant aimée et encouragé, a ceux que n'ont jamais cessés de croire en moi, à ceux qui quoi que je fasse je ne leur serais jamais reconnaissante que sont mes très chers parents ***Elhadi*** *et* ***Saadia,*** *que dieu me les garde et fasse qu'ils soient toujours fières de moi*

A mes très chers frères ***M.Elhafed*** *a qui je souhaite la réussit et le bonheur dans leurs vies.*

A mes très chers sœurs ***Nidhal*** *et* ***Khaoula*** *qui je souhaite une future brillant*

A toutes mes amies ***Imame belkacem,***

A mes camarades de la section ensemble sédimentaire année 2012-2021 pour ces années au cours desquelles nous avons appris à s'apprécier mutuellement.

Chaouki

Listes des figures et des tableaux

Liste des Figures

Chapitre I

Généralités sur Les Rotors

Chapitre II

Analyse dynamique des systèmes en rotation

Chapitre III

Modélisation ELEMENTS FINIS Et simulation par ANSYS Workbeneche DU ROTOR

Liste des Tableaux

Chapitre III

Modélisation ELEMENTS FINIS Et simulation par ANSYS Workbeneche DU ROTOR

Listes des Acronymes et Symboles

Listes des Acronymes et Symboles

U	Déplacement longitudinal.
V	Déplacement transversal longitudinal.
W	Déplacement vertical.
s	Déformation.
σ	Contrainte de flexion.
y	Déformation angulaire.
ε_{ij}	Tenseur de déformation.
σ_{ij}	Tenseur de contrainte.
y_{ij}	Déformation angulaire.
ν	Coefficient de poisson.
E	Module de Young.
ρ	Masse volumique.
E_{gd}	Energie cinétique globale (arbre+disque).
E_{gc}	Energie de déformation globale (arbre+disque).
Ω	Vitesse de rotation.
$[qi]$	Les coordonnées généralisées.
L	Longueur de l’arbre.
D	Diamètre de l’arbre.
D_{ext}	Diamètre extérieur de disque.
$[C_d]$	Matrice d’amortissement globale.
$[C_a]$	Matrice d’amortissement globale.
$[M_a]$	Matrice masse globale de l’arbre.
Md	Matrice masse globale de disque.
$[Gd]$	Matrice de couplage due à l’effet gyroscopique globale de disque.
$[Ga]$	Matrice de couplage due à l’effet gyroscopique globale de l’arbre.
$[K_a]$	Matrice de rigidité globale de l’arbre.

δw	Travail virtuel des forces généralisées.
$\{Fv\}$	Vecteur des forces de Coriolis.
$\{Fg\}$	Vecteur des forces non-linéaires.
$\{Fex\}$	Vecteur des forces généralisées (des paliers).
K_{yy}, K_{zz}, K_p	Raideurs des paliers.
C_{yy}, C_{zz}, C_p	Coefficients d'amortissement des paliers.

Sommaire

Sommaire

Chapitre II

Analyse dynamique des systèmes en rotation

Chapitre III

Modélisation ELEMENTS FINIS Et simulation par ANSYS Workbeneche DU ROTOR

Introduction Générale

Introduction

La dynamique du rotor est un domaine très particulier et riche de la mécanique, où l'abondance des phénomènes peut être responsable de l'instabilité des structures tournantes. Un intérêt commun notamment de l'industrie des machines tournantes est de comprendre correctement les phénomènes vibratoires et de prédire le comportement dynamique de la flexibilité des rotors. En effet, une connaissance suffisante des phénomènes vibratoires est essentielle pour l'examen des moyens adéquats pour réduire ou éliminer les vibrations et pour la conception de machines tournantes. Il s'agit des vitesses de rotation critiques et des régimes linéairement instables, dont les conséquences sont souvent catastrophiques. En effet, les vitesses critiques sont fonction de la rigidité dynamique des systèmes tournants et la présence d’efforts gyroscopiques crée une dépendance entre la vitesse de rotation et les pulsations propres de telles structures: ceci implique que la détermination juste des vitesses critiques est un des éléments primordial lors du dimensionnement de tels systèmes dynamiques.

Les exigences fonctionnelles de tous ces équipements sont bien entendu le premier souci du concepteur de façon à chercher d’optimiser leurs rendements et amélioré les régimes de fonctionnement en toutes conditions. Mais les tendances actuelles visent à développer des rotors plus légers, et par conséquence plus flexible, qui peuvent atteindre des vitesses très élevées afin de minimiser le rapport poids/puissance et contrôler la stabilité de régime de fonctionnement, ainsi que minimiser les jeux entre le stator et le rotor pour avoir une meilleur duré de vie et bon fiabilité en service.

Les arbres tournants peuvent être le siège des phénomènes vibratoires qui perturbent leur fonctionnement normal. Deux phénomènes sont particulièrement dangereux et peuvent conduire à des niveaux vibratoires inacceptables : il s'agit des vitesses de rotation critiques et des régimes linéairement instables, dont les cônes.

Notre étude est présentée en quatre chapitres :

- Le premier chapitre comme premier lieu est une introduction su la dynamique des
- rotors, avec des généralités et des définitions pou largement visionner le domaine qu’on va analyser.
- Le deuxième chapitre est consacré à des généralités sur les rotors des machines tournantes industrielles, description, classification ainsi que leurs applications.
- Le troisième La détermination des fréquences propres du rotor en fonction de sa vitesse de rotation.

La conclusion, les principales conclusions de ce travail sont faites connus et quelques suggestions de travaux futurs possibles sont présentées.

Chapitre I

Généralités sur Les Rotors

I.1. Introduction

Avant de commencer l'analyse dynamique des rotors, il convient de présenter, brièvement, une définition du rotor, ses domaines d'utilisation, lues types, lues paliers de guidage et leurs relations avec le rotor. Enfin, nous donnons une idée su les vibrations et l'eus causes dans les rotors.

I.2. Définition d'un rotor

Un rotor est l'ensemble des pièces fixées à l'arbre d'une machine et tournant avec lui. Pami ces éléments on compte les roues dentées, les disques de turbines, de compresseurs, bagues de roulements . . . etc.

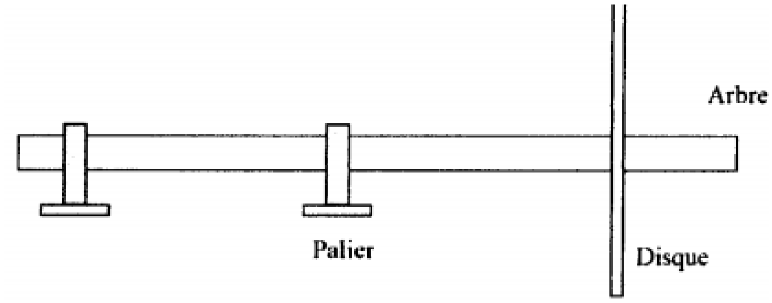


Figure I. 1 *Représentation d'un rotor simple.*

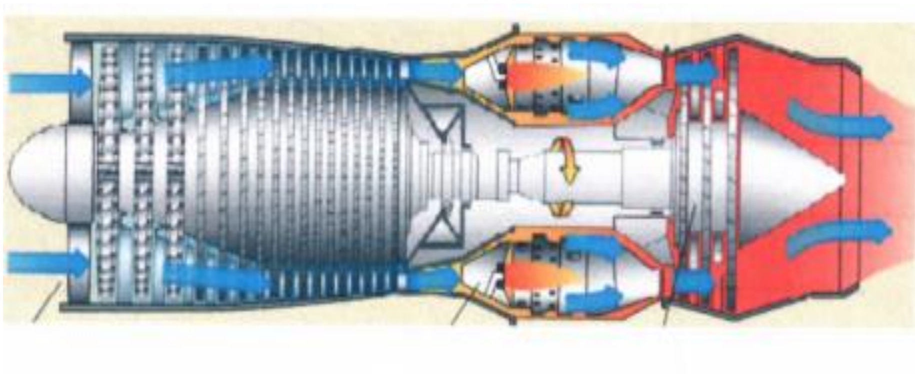
Figure I. 2 *Rotor d'une turbine a vapeur.*

I.3. Domaines d'utilisation

Les rotors sont utilisés dans différentes domaines en citant :

I.3.1. Aéronautique

L'arbre et l'hélice dans les moteurs d'avions à hélices, l'arbre et les disques de turboréacteur dans les avions supersoniques.



Figuier I. 3 *Turboréacteur.*

1.3.2. Moteurs et turbines

Le rotor est un arbre sur lequel sont fixés les disques à aubes dans les différentes turbomachines.

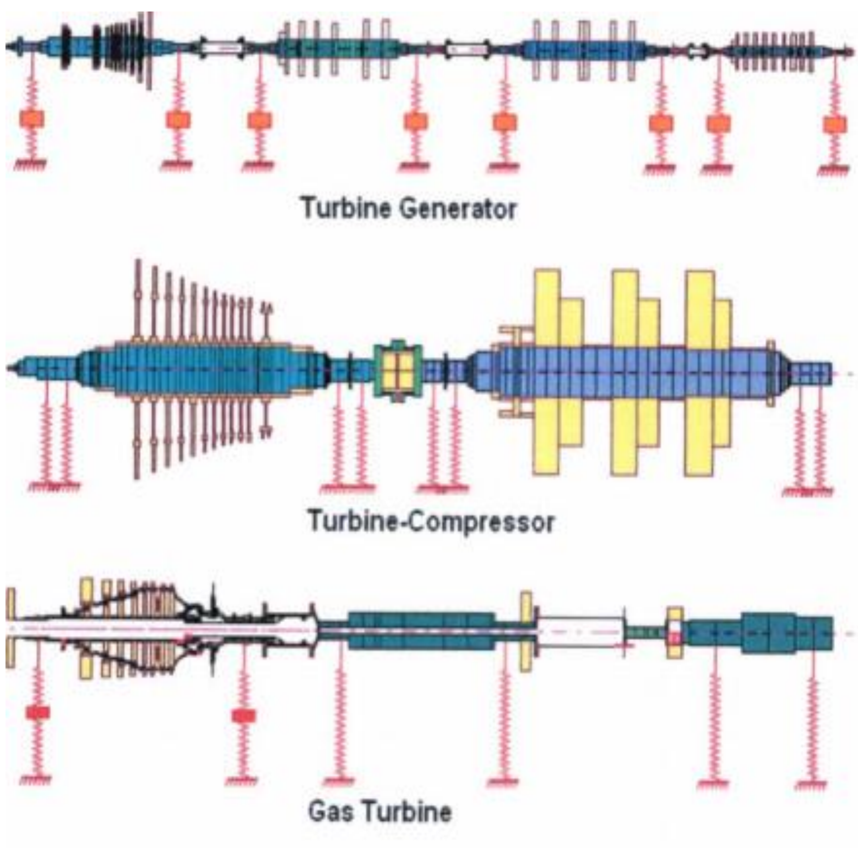


Figure I. 4 *Rotors des turbines.*

I.4. Les avantages et les inconvénients des rotors

I.4.l. Les avantage

Le rotor génère un mouvement rotatif à vitesse élevée afin de maximiser la puissance de sortie qu'elle conduit à :
• Un rendement plus élevé, donc une meilleure performance.
• Une énergie cinétique plus grande, donc plus d'utilité et d'efficacité dans tous les domaines. • L'augmentation du débit de produits de haute qualité.

I.4.2 Les Inconvénients

Le mouvement de rotation génère des vibrations qui sont le premier ennemi des rotors et des machines tournantes en générale. Ces vibrations peuvent conduire à des catastrophes humaines et matérielles dans l'industrie.

Figure I. 5*Catastrophe (explosion d'une turbine).*

I.5. Type de rotors

11 existe deux types de rotors :

I.5.1. Rotor rigide

La déformation de l'arbre rotatif est négligeable dans la plage de vitesses de fonctionnement.

I.5.2 Rotor flexible

L'arbre se défourné remarquablement à me certaine vitesse de la plage de vitesses de fonctionnement. On ne peut pas dire si un rotor est rigide ou flexible par considération seulement de ses dimensions. Car la déformation d'un rotor devienne très élevée à proximité de la vitesse critique (vitesse de résonance). Alors la plage de vitesse relative à ces vitesses critiques détermine si le rotor est rigide ou flexible.

I.6. Paliers du rotor

Les paliers (Figure 1. 6) sont des organes utilisés en consumation mécanique pour supporter et guider, en rotation, les rotors

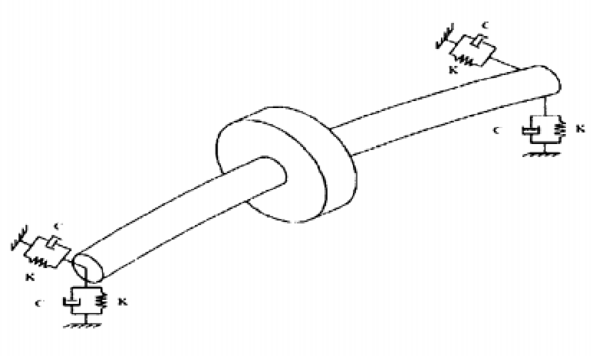


Figure I. 6 *Paliers d'un rotor.*

I.7. Types des paliers

11 existe deux types de paliers

I.7.1 Palier rigide

Si la rigidité du palier est supérieure à la rigidité de l'arbre.

I.7.2. Palier flexible

Si la rigidité du palier est inferieur la rigidité de 1'arbre (Figure 1.7). Les paliers flexibles sont les plus utiliser dans le guidage des rotors surtout ceux tournant à très grandes vitesse. Les paliers flexibles sont de deux types :

I.7.2.1. Palies isotopes

On appelle palier isotrope si sa rigidité est constante dans toutes les directions$K_{xx} = k_{zz} = K_{xz} = K_{zx}$, c'est-à-dire que la réaction qu'il applique sur le rotor pendant sa rotation est identique de toutes les directions.

I.7.2.2. Paliers anisotrope

Lorsque la rigidité du palier est différente d'une direction à une Autier, le palier est dit anisotrope : $K_{xx} \neq k_{zz} \neq K_{xz} \neq K_{zx}$

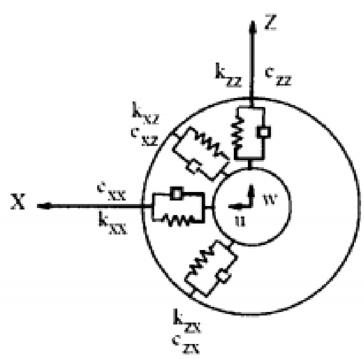


Figure 1. 7*Modèle d'un palier flexible.*

Les coefficients de rigidité et d'amortissement sont obtenus après linéarisation des forces hydrodynamiques (Problème mécanique de fluide) au palier. Ces coefficients dépendent de: -La nature du lubrifiant (viscosité). - La vitesse de rotation. - etc...

I.8. Liaison palier-rotor : Prenant compte le facteur rigidité entre le rotor et ses paliers, on distingue les quatre cas possibles pour un modèle du rotor :

I.8.1. Rotor rigide palies rigides

Quand la rigidité des paliers et du rotor n'est influencée ni par les efforts d'excitation ni par les efforts résultant de rotation du système.

I.8.2. Rotor rigide-palie flexible

Lorsque la rigidité du rotor est nettement supérieure à la rigidité des paliers et que les efforts d'excitation ne déforment que les paliers.

I.8.3. Rotor flexible paires rigides

On dit que le rotor est considéré flexible, lorsqu'il se déforme dans son état d'exploitation, sous l'effet des efforts dû à la rotation du système. Alors que ses paliers restent rigides.

I.8.4. Rotor flexible+ paliers flexibles

Dans ce cas le système complet se déforme sous les efforts dus à la rotation du système, donc on dit que le rotor et les paliers sont flexibles. Les rotors sont souvent soumis à un effet gyroscopique (effet de Coriolis). Cet effet est d'autant plus ressenti dans le cas de modèle de rotors flexibles-paliers flexibles. Notre étude repose sur ce modèle car c'est le modèle le plus souvent rencontré dans l'industrie.

I.9. Vibration des rotors

Les vibrations est un problème de préoccupation perpétuelle pour les fabricants des machines rotatives en raison de leur rôle central dans la performance, la sécurité et la fiabilité des machines.

I.9.1. Causes des vibrations

Ces vibrations sont nuisibles et indésirables, en particulier dans le cas des rotors tombants à vitesse élevée. On cite les principales causes :

I.9.1.1. effort de balourd

Dus aux couples massiques non équilibrés $(m_0 e)$ (Figure 1.8). Cet effort est de la forme : $F(t) + m_0 e \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad \Omega = 2\pi \left(\frac{N}{60}\right) \qquad f_r = \left(\frac{N}{60}\right)$ (1.1)

N : Vitesse de rotation du rotor

Ω : Pulsation du rotor.

f_r: Fréquence de rotation du rotor.

m_0 : Masse non-équilibrée.

e : Excentricité de la masse.

Cet effort est synchrone, sa pulsation égale à la pulsation de rotation du rotor, et son intensité varie avec le carré de la variation de la pulsation de rotation du rotor. Les efforts de balourd sont les plus dangereux à cause des vibrations excessives qui peuvent engendrer à la résonance.

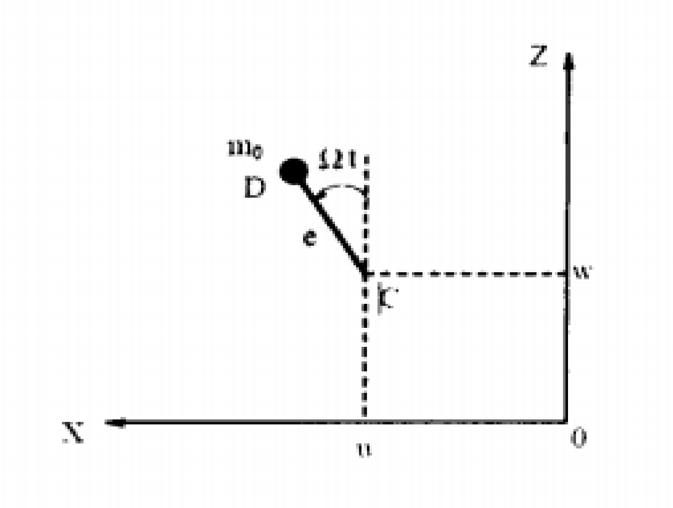


Figure 1. 8*Effet de balourd.*

I.9.1.2. Couple gyroscopique

Ce couple est, généralement, duaux non perpendicularité du disque par rapport à l'axe de rotation du rotor. Ce couple se traduit par deux réactions tournantes, de même intensité et de sens opposés aux niveaux des paliers. Les projections de ces réactions su les axes X et Z sont synchrones, leu module varie en fonction du carré de la pulsation de rotation.

$$R_{xz}(t) = \frac{(I_{dy}-I_{dx})}{2l}\sin(2\alpha)\,\Omega^2 * \sin(\Omega t) \quad \text{.....................(1.2.a)}$$

$$R_{yz}(t) = \frac{(I_{dy}-I_{dx})}{2l}\sin(2\alpha)\,\Omega^2 * \cos(\Omega t) \quad \text{.....................(1.2.b)}$$

α: Angle d'inclinaison du disque$\alpha = \left(\widehat{y,Y}\right)$
I_{dy}: Moment d'inertie polaire.
I_{dx}: Moment d'inertie diamétral.
l: Longueur entre paliers.

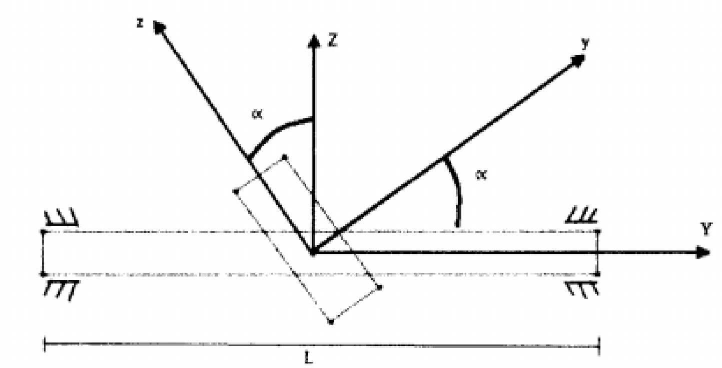


Figure 1. 9 *Effort de couple*

I.9.1.3. Déformation de l'arbre du rotor

La déformation de l'arbre se trouve la plus part du temps dans les grands systèmes de rotation, cette déformation crée m arceau d'arbre, alors une force d'un déséquilibre massique synchrone apparaitre dans le système, d'où elle a une relation directe avec la vitesse de rotation du rotor.

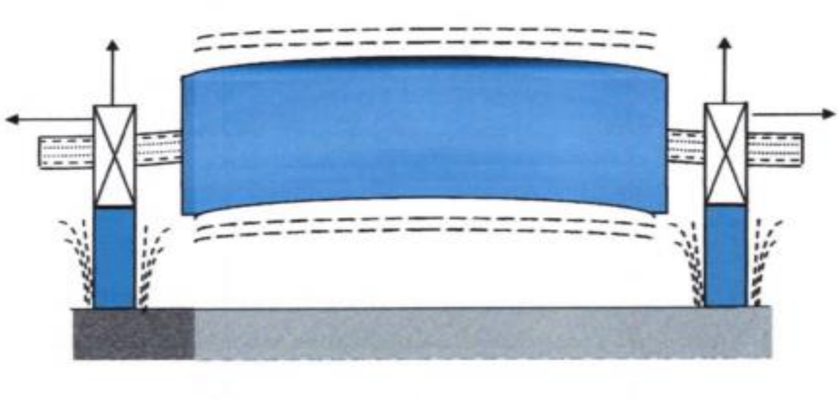


Figure 1. 10 *Arbre d'un rotor déformé.*

I.9.2. Les dangers des vibrations

Les dangers des all vibrations peuvent êtres mortelles pour les personnes et catastrophique du côté matériel. Ces vibrations sont excessives au voisinage des vitesses critiques raison de quoi chercher ces vitesses dans un système tomant. De plus la surveillance de ces vibrations est un objectif indispensable dans le domaine d'industrie pour la sécurité et la réduction des pannes qui influent directement ou à long terme su les machines.

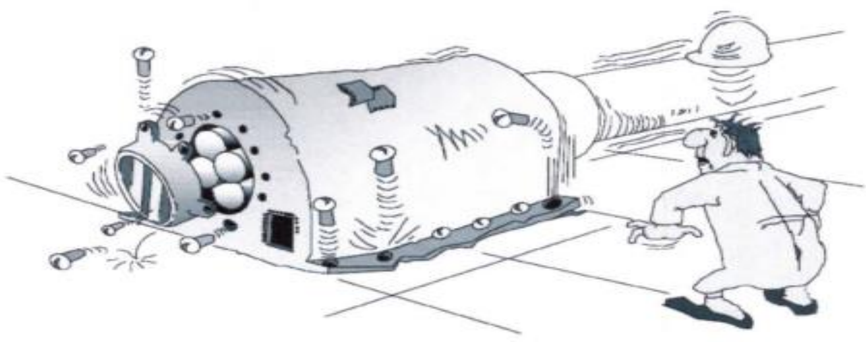


Figure 1. 11 *Surveillance d'un système mécanique en vibrations****.***

I.10. Conclusion

Ce chapitre est un ensemble des rappels et des définitions sur les rotors et ses composants (arbre, disques, paliers), ainsi que ses domaines d'utilisation. On a parié aussi sur les cuisses de vibrations et leurs conséquences. Ce chapitre a pour but de donner une vision globale sur le domaine étudié.

Chapitre II
Analyse dynamique des rotors

1. Introduction

Ladynamiquedesrotorsestl'étudedeladynamiqueetdelastabilitédesmachinesto urnantes. Elle joue un rôle important dans l'amélioration de la sécurité et des performances de ces systèmes. Les machines tournantes trouvent des applications très diverses dans l'industrie. On peut citer quelques applications des arbres tournants des machines tournantes telles que moteur électrique (figure2.1) les turbines à gaz (figure2.2), les turbocompresseurs (figure2.3).

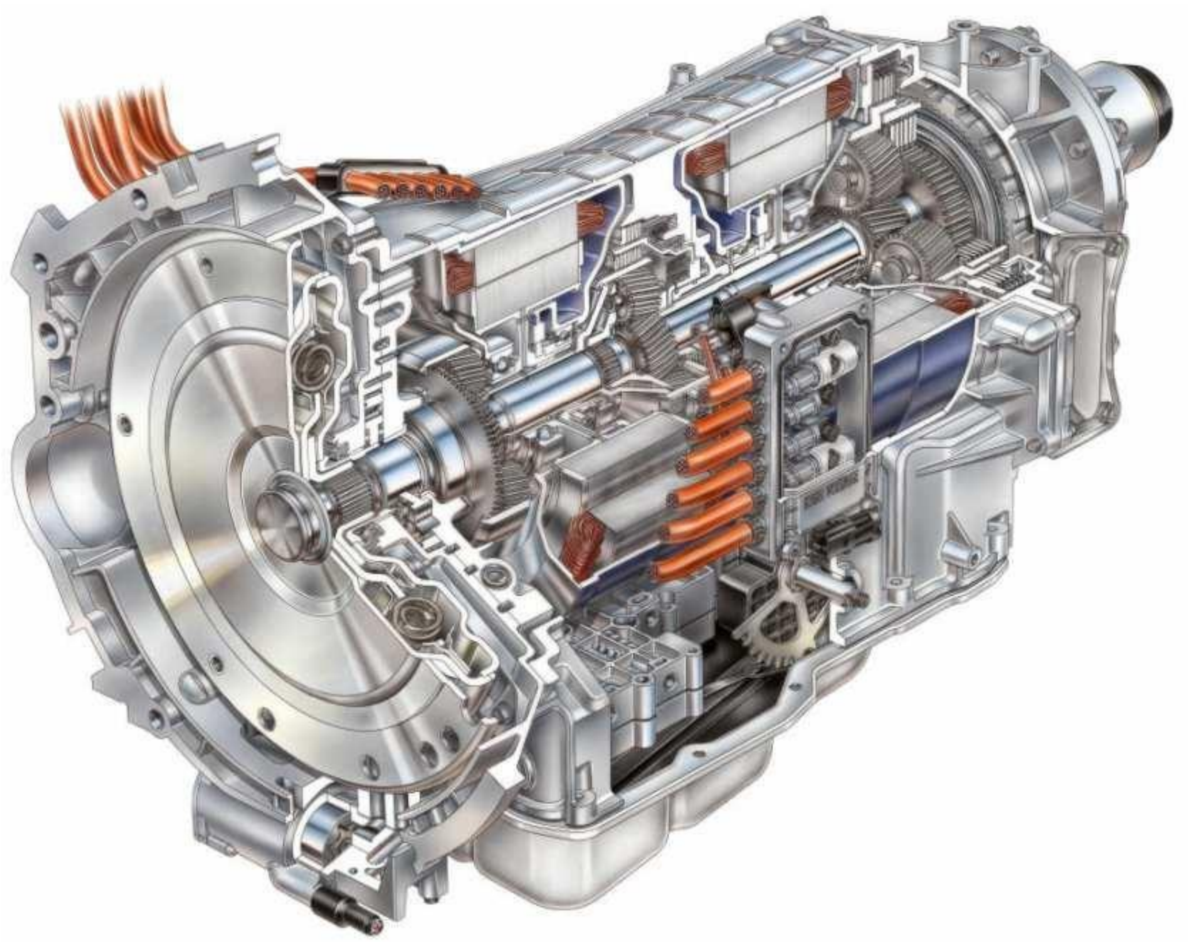


Figure 2.1: Moteur électrique.

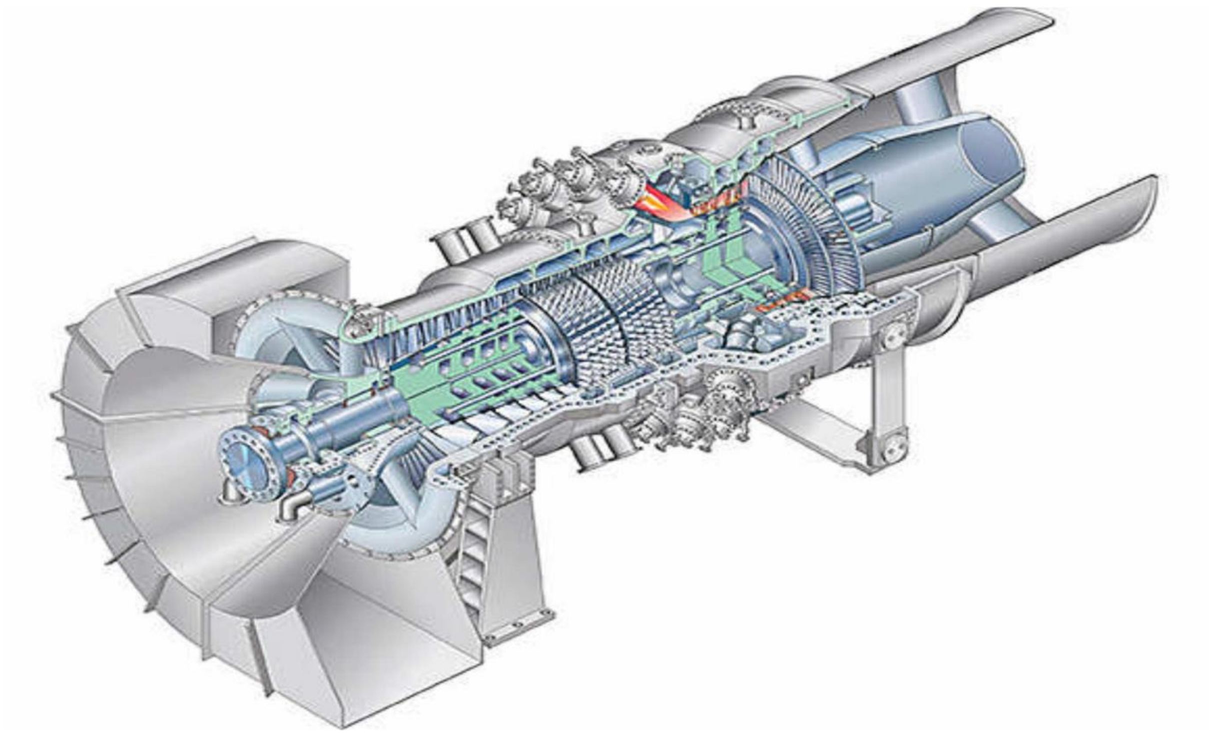


Figure 2.2: Turbine à gaz.

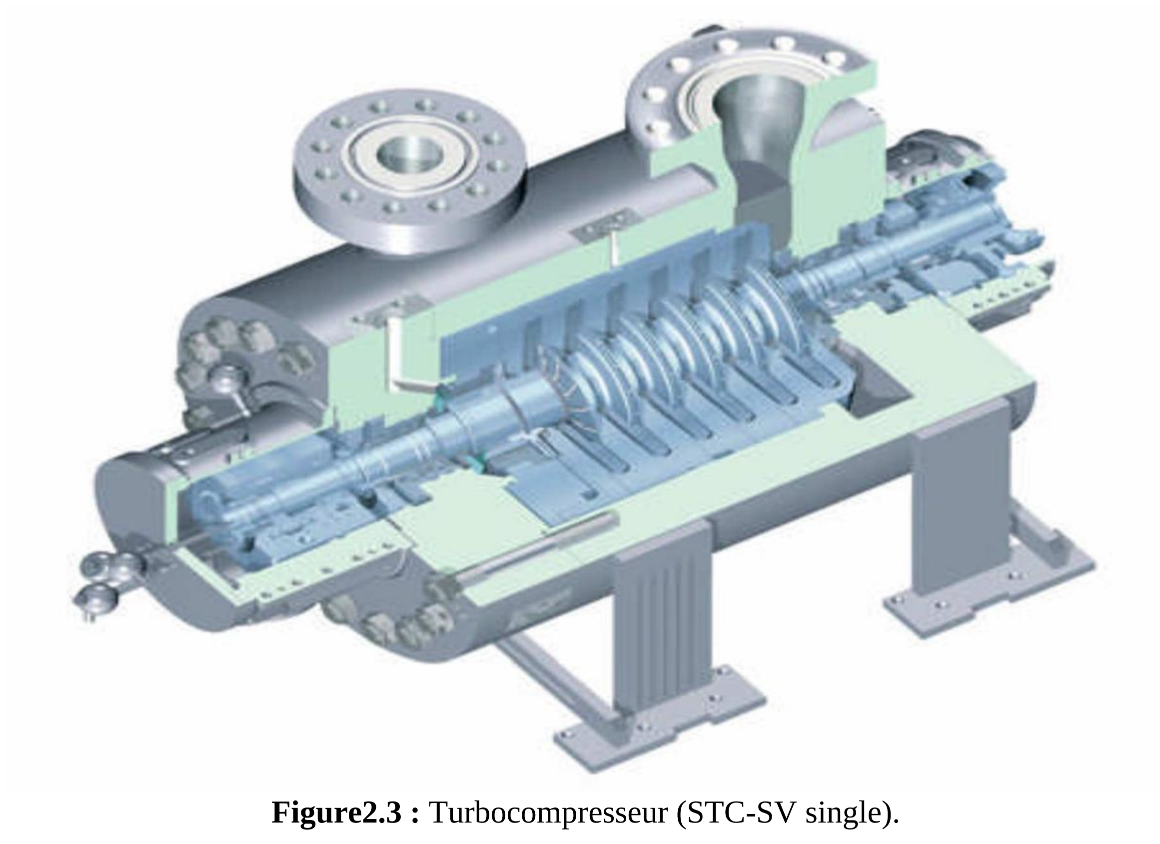


Figure2.3 : Turbocompresseur (STC-SV single).

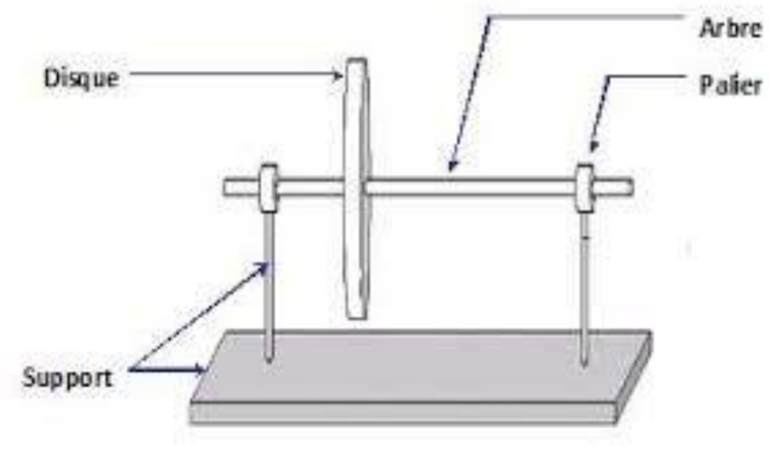
II. 1. Notions sur les rotors industrielles

I.1.1 Définition

Par définition, un rotor est un élément tournant autour d'un axe fixe. Le champ d'application des rotors est vaste, nous les trouvons dans les satellites géostationnaires animés d'une rotation libre, dans les machines tournantes industrielles qui constituent des structures assez complexes à analyser. Le rôle principale des rotors est de transformer un mode d'énergie selon les applications auxquelles ils sont destinés (l'aéronautique, l'industrie pétrolière, centrale électrique et hydraulique, l'industrie électronique et pharmaceutique, …etc.), ils sont souvent composés de plusieurs tronçons et soumis à des sollicitations d'origines diverses.

II. 2. Caractéristiques des éléments de rotor

Les éléments de rotor (arbres, disque, support, palier, ..) (figure1.4) dont les caractéristiques mécaniques et géométriques, ont des influences directes sur le comportement dynamique global de rotor, suivant le phénomène qui lui envisagées. Le changement de ces caractéristiques engendre dans la plus part des cas des forces non linéaire influent directement sur les équations dynamiques de système (rendre en système non linéaire). Nous traitions quelques caractéristiques des éléments de rotor suivants les recherches qui ont été envisagées.



.

Figure 2.4 : Les organes d'un rotor

II.2. 1. Classifications des rotors

Suivant les éléments principaux de rotor (arbre, disque, support) on peut classer les rotors industriels selon deux paramètres:

Selon le paramètre géométrique:

- **Modèleusuelàlongarbre:**lesdimensionsdel'arbresontplusgrandesàceluide disque. Il est bien adapté pour modéliser les rotors des différentes machines tournantes industrielles (turbine, générateur, …etc.). La majorité des travaux de recherche concernant l'étude de comportement vibratoire et dynamique des machines industrielles sont focalisées sur ce modèle.

- **Modèle de disque rotor :** les dimensions du disque sont plus grandes à celles de l'arbre.
  Ce modèle est bien adapté pour étudier le comportement dynamique de quelques que machine industrielle par exemple, un disque dur d'un ordinateur, micro turbine, turbine hydraulique... etc. Parmi les recherches effectuées sur ce modèle, nous évoquons par exemple les travaux tentative au début de H.Lamb et R.Southwell [2], ils ont traité le comportement dynamique d'un disque en rotation à l'aide de la théorie des vibrations des membranes. Récemment, on trouve les travaux de G.Genta et A.Tonoli [3] qui ont étudiées en détaille, analytiquement et numériquement le comportement vibratoire en torsion, inflexion et axiale d'un disque rotor.

- **Modèle de rotor aubage :**ce modèle est bien adapté pour étudier le comportement vibratoire de quelques rotors ayant une structure aubage (hélicoptère, aérogénérateur, fan de turboréacteur, soufflerie industrielle…etc.). L'étude de comportement dynamique de ce modèle reste assez compliquée, car le mode vibratoire du rotor est liée aux différents phénomènes combinatoires (aérodynamique ,aéroélasticité ,hydrodynamique…etc.). John F.Ward[4] et K.Sinhas [5] présentent une solution approximative pour étudier et identifier le comportement vibratoire en déterminant les fréquences et les modes propres de résonance d'un rotor aubage soumis à une force radiale concentrée qui due au verticité aérodynamique.
  D'autre part V.L.Gulyaevavec son équipe font une série des études sur un rotor aubage en fonction de leur rigidité et leur flexibilité, dans un premier temps

  V.L.Gulyaev ,I.L.Solv'en et S.N. Khodo [6] ont exprimées les équations de mouvement et ont tracé l'allure d'amplitude en fonction de fréquence d'un rotor aubage en deux pales supposés parfaitement rigides montés sur un arbre élastique
  en cinq dégrées de liberté , ils ont conclus que la variation des amplitudes en fonction de vitesse de rotation a une forme régulière en précision cylindrique ou conique ; dans une seconde temps V.L.Gulyaev, et P.P.Lizunov[7] étudié le comportement dynamique d'un rotor aubage avec des pales flexible monté sur des articulations cylindriques supposées élastiques et monté sur un arbre flexible ; et enfin V.L.GulyaevetI. L.Solv'en[8]ont étudié es le comportement dynamique d'un rotor aubage contenue des pales flexibles, connecté par un disque suppose parfaitement rigide et monté sur un arbre flexible. Alan

.D.Wight [9] et son équipe développée un bon d'essais et en parallèle un code de calcul numérique(ADMAS) dans le but et de minimiser le maximum des phénomènes de battement des pales d'un aérogénérateur (éolienne). B.O.AL-Bedoor [10]a étudié le phénomène de couplage entre la flexion des pales et la torsion de l'arbre en tenant compte les effets de gravité et les forces axiales durent à la flexion des pales, les résultats de simulation obtenue sont basés sur la méthode des éléments fini, ils montrent qu'il y a une très grand couplage entre la flexion des pales et la torsion des arbres et la matrice d'amortissement est non linéaire et de pend particulièrement aux déformation de torsion et la vitesse de torsion.

- **Modèle de rotor libre :** ce modèle de rotor est caractérisé par l'absence des suspensions (paliers, support). Il est bien atterré l'attention des chercheurs dans les dernières années pour développer et étudier le comportement dynamique des projectiles, satellites géostationnaires. P.Hughes[11] et P.W. FortescueetJ.Stark[12] sont considérés parmi les premiers chercheurs qui ont étudiées le comportement dynamique de ce
- genre de rotor, la majorité des travaux qui sont suivi, sont faites par les méthodes de simulation numérique. La validation des résultats jusqu'à nos jours reste difficile de raison de complexité de réaliser des bonne d'essais expérimentales.

Suivant les paramètres mécaniques :

- Modèle de rotor rigide : un rotor peut être considéré comme rigide lorsqu'il tourne à des vitesses sensiblement inférieures à la vitesse critiques associées à la flexion de l'arbre [13]. Outre la simplicité du modèle découlant d'une telle hypothèse, la réalisation de calculs pour un rotor rigide est intéressante d'un point de vue de dimensionnement de bâti. En effet, puisque les éléments tournants ne se déforment pas, la charge dynamique est entièrement transmise au palier.

Ce modèle ne sera pas traité dans notre travail.

- **Modèle de rotor de Jeffcott :** c'est un modèle simple (figure 2.5) utilisé pour étudier le comportement dynamique en flexion des rotors industriels, la configuration de ce modèle est caractérisée par des points matériels attachés dans un arbre non massique dans le but de négliger les effets gyroscopique. Leur comportement dynamique a été étudié par Jeffcott en 1919[14]. ce modèle est très souvent utilisé par les chercheurs dans un but phénoménologique, car il permet une interprétation plus directe de l'influence de quelque phénomène sur le comportement dynamique de système.
- **Modèle de rotor réel:** la combinaison entre le modèle de rotor rigide et le modèle de rotor de Jeffcott ne représente que de manière très approximative la dynamique d'un rotor réel, c'est le modèle de rotor flexible quand il tourne avec des vitesses supérieures à la première vitesse critique en flexion [13]. Ce modèle a été l'objet d'étude de plusieurs chercheurs et l'objet de notre étude.
- **Modèle de rotor flexible:** un rotor est généralement considéré comme étant

souple ou flexible quand il fonctionne à proximité ou au-dessus de sa fréquence naturelle (vitesse critique). La règle de base est de considérer un rotor flexible s'il fonctionne à 70% de la 1ère critique ou plus rapide.

Si l'arbre commence à se déformer sensiblement au début de la plage des vitesses de fonctionnement, il est appelé un rotor flexible.

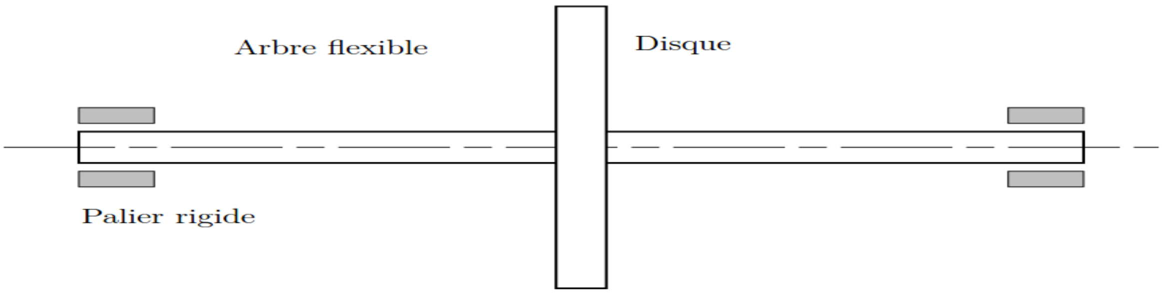


Figure 2.5 : Rotor de jeffcott.

II. 3. Analyse dynamique et vibratoire d'un rotor flexible

Toute machine tournante en fonctionnement généré des vibrations dont les amplitudes dépendent essentiellement :

- de la géométrie du rotor.
- de la raideur des paliers et de son supportage.
- de l'amortissement apporté par ces mêmes paliers.
- des sources d'excitation.
- de la vitesse de rotation du rotor.

II.3. 1. Notion de vitesse critique et diagramme de Campbell

Nelson [15], l'une des premières citations concernant la notion de vitesse critique remonte à la fin de XVIII siècle lors d'essais expérimentaux réalisés par Dunkerley. Il définit alors la vitesse critique comme la vitesse où, de manière analogue à la résonance d'une structure élastique non tournant, les vibrations de la machine atteignent des niveaux élevés. Dans notre jourlanotiondevitessecritiqueaévoluéd'unemanièreàserattached'unpointdevueth éorique à la notion de valeurs propres du système tournant ≪ la vitesse critique correspond à des fréquences propres du système≫.

L'analyse dynamique de système montre que pour un système (rotor) conservatif en rotation, les modes propres dent aux effets gyroscopiques ont des formes complexe deux a deux conjugués et dont les pulsations et les fréquences sont purement imaginaires avec une forte dépendance de la vitesse de rotation Ω. Ce dernier permet nous de construire un utile de base pour déterminer les vitesses critiques de façon à tracer le graphe représentant l'évolution de fréquence propre en fonction de la vitesse de rotation, ce graphe s'appelle le diagramme de Campbell [16]. L'excitation majeure par les forces synchrones des balourds, permet nous de détecter les phénomènes de résonance et donc les vitesses critiques en reportant la droite d'équation $f = \Omega$, appelée droit d'excitation synchrone, sur le diagramme de Campbell (figure 2.4). Les points d'intersection avec les courbes des fréquences propres directes fournissent les vitesses auxquelles les résonances ont lieu donc les vitesses critiques de système. Les points d'intersection avec les fréquences propres rétrogrades n'ont pas d'intérêt à première vue puisqu'elles ne peuvent être excitées par un balourd.

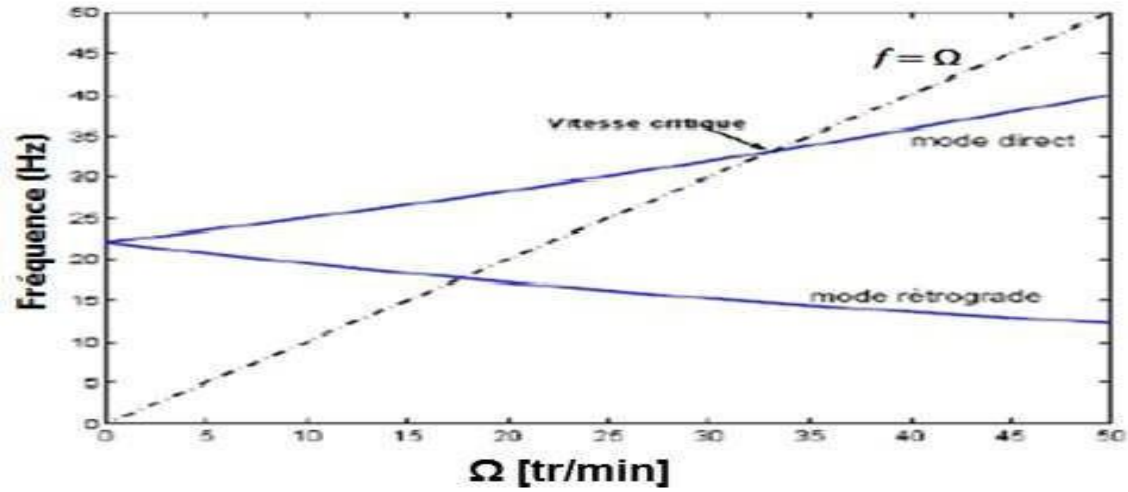


Figure 2.6 : Diagramme de Campbell

II.3. 2. L'orbite modale

Les points situés dans l'axe générateur de rotor décrivent par le mouvant de rotation de rotor et due au mode propre des orbites qui ont des formes suivant le phénomène aux quelles envisagée [16] (circulaire pour un rotor symétrique nom amorti, elliptique pour un rotor dis symétrique nom amorti…). Ces orbites sont engendrées selon deux précessions possibles :

- ❖ une précession directe où les orbites sont décrites dans le même sens que la vitesse de rotation de rotor **Ω**, dans ce cas-là sous les effets gyroscopiques, la fréquence de résonance associée croit.
- ❖ une précession rétrograde (inverse), où les orbites sont décrites dans le sens inverse que le sens de la vitesse de rotation de rotor, de qui engendrent un effet d'assouplissement et donc une chute de la vitesse critique.

II.3.2.1 Modes propres

Les modes propres représentent la déforme du rotor sous une fréquence donnée. Le premier mode corresponds à la déformée de l'arbre sous la première fréquence propre.

II.3. 3. L'analyse de stabilité

L'analyse de stabilité dans l'étude de comportement vibratoire et dynamique d'un rotor flexible est nécessaire puisqu'il a considéré comme un système dynamique régit par des systèmes d'équation différentielle. La définition de stabilité recouvre la définition de La ypunov pour l'analyse de la stabilité des points d'équilibre et la définition de Poincaré pour la notion de stabilité orbitale [17].

On peut prédire les seuils de l'instabilité d'un système dynamique et en particulièrement en dynamique des rotors à partir des divers technique:

- ✓ Signe de la partie réelle des valeurs propres complexe du système d'équations en mouvement libre. Si la fréquence propre est donnée par $s = -a \pm jb$, le seuil d'instabilité est déterminé quand a devient négatif (partie réelle positive)[16].Avec ce critère on peut estimer la fréquence ainsi que le mode pour lequel le système deviendra instable.
- ✓ Le critère de Routh-Hrwitz permet d'analyser la stabilité de systèmes autonomes [18]. L'utilisation de ce critère est intéressante pour de systèmes à faible nombre de degrés de liberté, pour lesquels des expressions analytiques du polynôme caractéristique associé au mouvement perturbé peuvent être déduites. Elle devient, toutefois, complexe pour des systèmes comportant un nombre élevé de degrés de liberté.

Ces deux critères tu disent la stabilité d'un système dynamique est règnent à des cas de figure particuliers, ou lorsque qu'ils sont décrit par des modèle linéaires .Par exemple R.Sino [19]

Dans l'objet de leur thèse utilise ces deux méthode pour étudier et analysé la stabilité d'un rotor due au amortissement tournant.

II.3. 4. Les méthodes de la stabilité

II.3.4.1. La méthode exhaustive

Il s'agit ici d'une approche systématique qui ne peut être appliquée que sur 1 plan d'équilibrage .Elle consiste à chercher de manière exhaustive la masse et la phase de correction conduisant a minimum de vibration .L'avantage majeur de cette méthode est de pouvoir trouver la correction nécessaire à l'équilibrage du rotor indépendamment de toute hypothèse sur le modèle.

La procédure générale qui sera utilisée se déroule selon les étapes suivantes :

- ✓ Faire tourner le rotor et mesurer la vibration initiale;
- ✓ Trouver la relation entre l'amplitude de vibration (V_0) dans le plan de mesure et la position angulaire (ψ) d'une masse de test dans le plan d'équilibrage ($V_0 = V_0(\psi)$).
- ✓ Trouver le ψ qui minimise V_0.
- ✓ Dans la position ψ optimale, trouver la relation entre la masse de test(MT) et l'amplitude de vibration (V_1) ($V_1 = V_1$ (MT)).
- ✓ Trouver la valeur de MT qui minimise V_1 (MT).

Cependant, cette méthode exige de nombreuses mises en fonctionnement et est donc très consommatrice en temps. De plus, elle n'est envisageable que sur un unique plan d'équilibrage.

Afin de gagner du temps lors des phases d'équilibrage, d'autres techniques telles que la méthode des coefficients d'influence ou la méthode des trois masselottes seront utilisées. Nous allons maintenant décrire ces dernières.

II.3.4.2. La méthode des coefficients d'influence à un plan

Avant de présenter la procédure d'équilibrage, nous allons définir la notion de coefficient d'influence. En plaçant une masse unitaire sur le plan de correction (plan 1) à une phase nulle pour un rotor initialement équilibré, nous allons mesurer une certaine vibration sur le plan A. La transformation linéaire entre le balourd appliqué et la vibration mesurée définit alors le coefficient d'influence. Dans ce cas idéal, il est obtenu directement. Cependant, généralement il faut effectuer plusieurs essais (avec des masses et angles va-ribles) pour estimer les coefficients d'influences associées.

II.3.4.3. La méthode des trois masselottes

La méthode des trois masselottes est conçue pour l'équilibrage à 1 plan des rotors rigides où des rotors flexibles à vitesse constante. La principale différence par rapport à la méthode des coefficients d'influence à un plan est l'absence de mesures de phase. En fait, une des principales difficultés lors de l'équilibrage est la mesure précise des phases, ce qui peut engendrer des erreurs significatives dans les calculs. De plus, si la vitesse d'équilibrage est au voisinage d'une vitesse critique, le taux de variation de la phase de la réponse autour de cette vitesse (surtout pour des systèmes faiblement amortis) est assez important.

II.3.4.4. La méthode des coefficients d'influence

La méthode des coefficients d'influence qui altérés entée pour 1plan peut être généralisée de manière à prendre en compte plusieurs plans de mesure, plusieurs plans d'équi- libage et plusieurs vitesses d'équilibrage. Soit Nb le nombre de plans de correction, Nm le nombre de plans de mesure et Nv le nombre de vitesses d'équilibrage.

Méthode proposée nécessite 7 essais et 14 mesures d'amplitude de vibration sur les plans de mesure. Les avantages de cette méthode par rapport à la méthode des coefficients d'influence à 2 plans sont: (1) pouvoir équilibrer un rotor à une vitesse proche des vitesses critiques et, (2) équilibrer des rotors où la mesure de phase est difficile, voire impossible.

II.3.4.5. Stabilité modale

La méthode de stabilité modale est basée sur la connaissance du comportement modal du système au voisinage des vitesses critiques. La méthode est capable des stabiliser le rotor sur des vitesses critiques successives sans dégrader les équilibrages effectués auparavant.

En général, le nombre de plans nécessaires pour la stabilité de la vitesse critique j est égal à j. La Position des plans de la stabilité est définie grâce à la déformée modale (les plans se situent au niveau d'un ventre de vibration). Cependant, si les modes de corps rigide sont gênants et empêchent le franchissement de la première vitesse critique, le nombre de plans d'équilibrage est augmenté de 2 (pour prendre en compte l'équilibrage des modes de corps rigide).Les méthodes les plus utilisées sont les méthodes de stabilité modale et la méthode des coefficients d'influence. La première utilise la réduction modale du balourd continu initial et le rotor est équilibré à ses vitesses critiques mode après mode, c'est-à-dire il faut calculer les balourds de correction équilibrant un mode déterminé sans déséquilibrer les modes inférieurs et supérieurs. Elle requiert une bonne connaissance de la base modale du rotor (qui est considérée comme un inconvénient car la modélisation de la machine tournante est habituellement complexe) et est souvent utilisée pour des rotors à grande vitesse ayant un grand nombre de vitesses critiques de rotation dans leur plage de fonctionnement. La deuxième est une méthode expérimentale. Elle est ainsités la recentré pan due et la plus utilisée à ce jour pour des rotors à faible vitesse ayant un petit nombre de vitesses critiques dans leur plage de fonctionnement.

II. 4. Dynamique des rotors

La dynamique des rotors est l'étude de la dynamique et de la stabilité des machines tournantes. Elle joue un rôle important dans l'amélioration de la sécurité et des performances de ces systèmes. Les machines tournantes trouvent des applications très diverses dans l'industrie : machines-outils, centrales électriques, turbomachines turbines d'avions, automobiles, propulsion marine W.J.M.Rankine [1] en 1869, il a utilisé la deuxième. Loi de Newton sur l'étude de stabilité de mouvement d'un arbre en rotation, il conclut que l'équilibre d'un rotor sans friction est uniformément perturbé autour de sa position initiale, et le mouvement de rotor dont la vitesse de rotation est impossible de dépasser la première vitesse critique.

En 1895 S.Dunkerley publié un article dans laquelle, il a développé expérimentalement les formules des vitesses critiques et les vitesses supercritiques d'un rotor en fonction de leur diamètre et leur poids de disque [20].

L'ingénieur Suédine décontracté les résultats obtenus par Rankine et montre par un essai expérimental sur une turbine à vapeur qu'il est possible de tourner un rotor au-dessous de la vitessecritique.Leurrésultatsaétévérifiéanalytiquementpar A.Foppl[21].J.W.S.Rayleigh[22] introduit une méthode approximative basée sur les méthodes énergétique pour l'analyse dynamique d'une poutre continue en flexion, il a été utilisé aussi la méthode de séparation des variables qui sera connu la méthode de Rayleigh Ritz pour calculer les fréquences propres.

Cette méthode permet d'obtenir un modèle simple de rotor à deux degrés de liberté, mais elle est peu précise dès qu'il s'agit d'étudier des system réels. M.Schilhansl[23] et D.Pruelli[24] ont étudié les vibrations de flexions en déterminants les fréquences naturelles et les modes propre d'une poutre en rotation. Ils ont conclues que le chargement de poutre par une vitesse de rotation augmente leurs fréquences naturelle, d'autre part les effets des forces d'extensions tendent vers une augmentation de raideur de poutre en flexion et en torsion, par contre les effets d'inertie diminuées les fréquences naturelles. S.Timoshenko [25] découvert les effets de déformation transversale due au cisaillement sur les fréquences normales d'une poutre continue en particulièrement dans le cas de l'arbre en rotation. Il est connu après par le modèle de poutre de Timoshenko.

T.Koyama[26] a développé une procédure basée sur la méthode des éléments finis pour déterminer les caractéristiques des vibrations libre de rotation uniforme d'une poutre de Timoshenko en tient compte l'effet de cisaillement transversal et les inerties de rotation sur les fréquences propre. Les résultats numériques montrent que les fréquences propres augmentent avec le chargement par la vitesse angulaire ainsi que l'effet de cisaillement transversal et l'inertie sont appréciablement aux nombres de mode avec une large influence de l'effet de cisaillement.

A.Bazoune[27] a réalisé des études sur l'effets de cisaillement transversal et les inertie sur une poutre en rotation à section variable. Leurs études basées sur les deux modèles comparatifs, le modèle de poutre d'Euler Bernoulli et le modèle de poutre de Timoshenko. Les poutres sont discrétisées par la méthode des éléments finie dans chaque éléments contient quatre degré de liberté.

II. 5. Aspect numériques

L'utilisation des techniques numériques est primordiale pour l'analyse en dynamique des structures notamment en dynamique des rotors et surtout dans large progresse des utiles informatiques. Il existe deux méthodes qui sont souvent employé pour l'analyse dynamique des rotors, la méthode de la matrice de transfert et la méthode des éléments finis.

- **La méthode de la matrice de transfert :** cette méthode historiquement a été développé par N. Myklestad [27] et M.A.Prohl[28] pour calculer les fréquences naturelles et les modes propre d'un rotor en régime sou critique. W.Lundet F.K.Orcutt[29] diversifié le domaine d'utilisation de cette méthode en présentant un algorithme pour calculer la réponse linaire d'un force synchrone (balourd) d'un rotor flexible supporté sur un palier hydrodynamique. D.W.Childs[30] comparé la solution linéaire de système avec la solution obtenue par cette méthode, il a conclu que cette méthode a un avantage sur le temps de convergence de solution par un mémoire d'un ordinateur, par contre cette méthode est difficile à appliquer dans un système multi rotor et complexe .A.Liew [31] développé cette méthode dans le cas d'utilisation pour un problème non linéaire.
- **La méthode des éléments finie :** les premiers travaux utilisant cette méthode pour la modélisation ont été publiés par H.D.Nelson et J.M.McVaugh[32]. Ils prennent en compte les effets d'inertie de rotation, de charges axiales et d'effort gyroscopique. Cette modélisation a été complétée par E.S.Zaezi et H.D.Nelson [33] pour prendre en compte l'amortissement interne des parties tournantes .Plusieurs travaux ont suivi, confirmant la

maturité et la fiabilité de cette méthode.

- **ANSYSWorkbench:**estl'épinedorsalequipermetdedélivrerunsystèmedesimulation global et intégré à nos clients. Avec ANSYS Workbench, vous bénéficiez d'applications intégrées et de données partagées et compatibles, et votre productivité est accrue. ANSYS Workbench vous permet d'appréhender des phénomènes multi physiques au niveau du système, ce qui n'était pas possible auparavant. Pour les services informatiques, ce las traduit par une plus grande fiabilité, des coûts de support réduits et un coût total de possession plus faible car notre plate-forme apporte une réponse aux problèmes de matériel, de logiciel et de compatibilité des données que l'on rencontre lorsque l'on utilise plusieurs application indépendantes.

II. 6. Sources d'excitation

Le rotor en rotation est soumis à des excitations diverses, d'amplitudes et de fréquences très différentes. Ces excitations peuvent d'être de nature périodique, aléatoire ou a impulsion, nous traitons en particulière quelle mode d'excitation directe à la machine.

III. 1. L'effet gyroscopique : Les effets gyroscopiques génèrent des modes propres (et donc des fréquences naturelles correspondantes) appelés « modes à précession directe ou positive » orbitant dans le même sens que la rotation Ω du rotor et des modes propres appelés « modes à précession inverse ou négative » orbitant dans le sens opposé à celui de la rotation du rotor. Il est alors nécessaire de séparer, par leur précession, les deux modes propres qui ont le même type de forme modale (deux modes propres correspondant à la première flexion du rotor par exemple). Dans le cas, par exemple, d'un rotor symétrique monté sur des paliers isotropes (symétriques), seuls les modes propres à précession directe sont excitables par le balourd (au même titre qu'une poutre sollicitée horizontalement ne peut pas vibrer verticalement).La détermination du sens de la précession est effectuée par le signe du produit vectoriel des déplacements calculés à deux instants différents. Le sens de la précession peut varier tout au long du rotor et notamment au franchissement des nœuds de vibration. Caractéristiques des éléments du rotor

III. 7. Caractéristiques des éléments du rotor

La mise en équation commence par la détermination des caractéristiques des éléments du rotor. Il s'agit de déterminer les expressions des énergies ainsi que du travail virtuel correspondant aux éléments de base : disque, arbre, palier, balourd.

L'énergie cinétique caractérise le disque, l'arbre et les balourds.
L'énergie de déformation caractérise l'arbre
Enfin, le travail virtuel des forces des paliers sur le rotor.

L'application des équations de Lagrange permet ensuite la détermination des équations du mouvement. La démarche utilisée est celle développée dans [35].

II.7.1. Les éléments de rotor

Les éléments de base d'un rotor sont : (voir Figure 2.7) Le disque, l'arbre, les paliers et le balourd

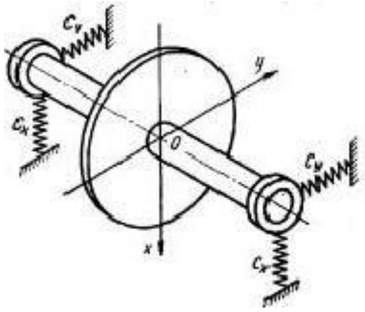
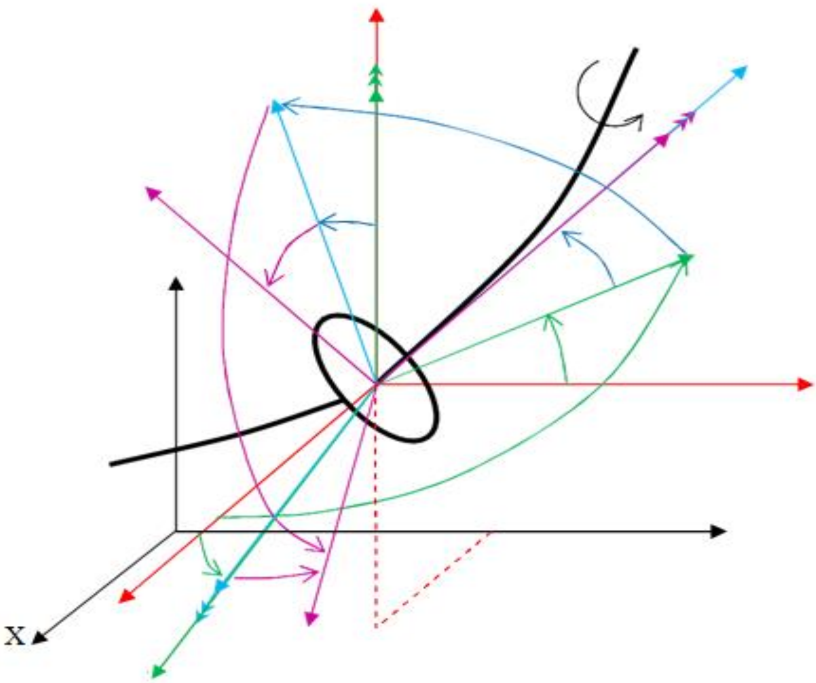


Figure 2.7 : Eléments de base d'un rotor

II.7.1.c. Le disque

Le disque est supposé rigide et donc caractérisé seulement par son énergie cinétique. La Figure 2. 8 présente les repères de référence utilisés dans l'étude du rotor. Le repère R_0(XYZ) définit un repère galiléen. R (xyz) est le repère lié au disque. Le système d'axes (xyz) est repéré par rapport à XYZ par les trois angles d'Euler ψ, θ et φ. Supposons que la position initiale du repère R(xyz) lié au disque, était confondue avec celle du repère R_0 (XYZ). Le passage à la position xyz, s'effectue d'abord par une première rotation ψ autour de l'axe Z suivie d'une rotation de θ autour du nouvel axe x_1 ; enfin d'une dernière rotation φ autour de l'axe y.



Figur2.8 : Repères liés au disque sur un arbre flexible en rotation

Dans ces conditions,

le vecteur rotation instantané du repère R(xyz) est donné par :

$$\vec{\omega}_{R/R_0} = \dot{\psi}Z + \dot{\theta}x + \dot{\phi}y \qquad (2.1)$$

Où *Z, x_1 et y* sont des vecteurs unitaires liés aux axes Z, x_1 et y.

L'énergie cinétique du disque autour de son centre d'inertie O, supposé situé sur l'axe de l'arbre, est calculée dans le repère R(xyz). Dans ce repère, la vitesse angulaire du disque est donnée par :

$$\vec{\omega}^{R}_{R/R_0} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi}\cos\theta\sin\phi + \dot{\theta}\cos\phi \\ \dot{\phi} + \dot{\psi}\ \sin\theta \\ \dot{\psi}\cos\theta\sin\phi + \dot{\theta}\sin\phi \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

Soient u et w les coordonnées de O dans R_0, la coordonnée suivant y est constante. La masse du disque donnée par M_D et son tenseur d'inertie en O avec xyz directions principales d'inertie :

$$I_0 = \begin{bmatrix} I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Dy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

L'énergie cinétique du disque est dans ce cas donnée par :

$$T_D = \frac{1}{2}M_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}\left(I_{Dx}\omega_x^2 + I_{Dy}\omega_y^2 + I_{Dz}\omega_z^2\right) \qquad (2.4)$$

Où $\boldsymbol{\psi}$, θ et φ sont les angles d'orientation du repère lié au disque par rapport au repère fixe voir Figure 2. 2.

Le calcul des inerties et des masses est détaillé dans [24].

L'expression de l'énergie cinétique peut être simplifiée. Les angles θ et ψ sont petits, la vitesse de rotation est constante et le disque symétrique ($\dot{\phi} = \Omega$) et le disque symétrique ($I_{Dx} = I_{Dy}$) Cas, l'énergie cinétique du disque devient :

$$T_D = \frac{1}{2}M_D(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2}I_{Dx}\left(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2\right) + \frac{1}{2}I_{Dy}\left(\Omega^2 + 2\Omega\dot{\psi}\theta\right) \qquad (2.5)$$

Terme constant Effet Coriolis

Le terme $I_{Dy}2\Omega\dot{\psi}\theta$ représente l'effet gyroscopique (Coriolis).

Le terme $I_{Dy}\Omega^2$ est constant et n'a pas d'influence dans les équations.

II.7.1.b. L'arbre

L'arbre est représenté par une poutre de section circulaire et caractérisé par ses énergies cinétiques et de déformation.

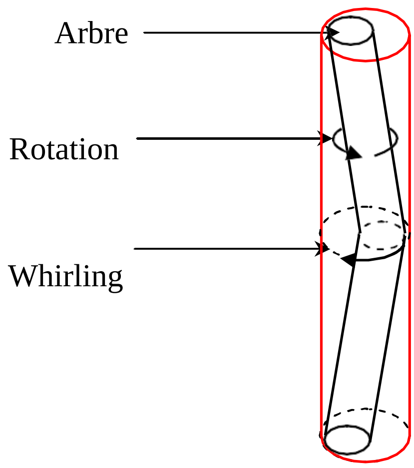


Figure 2.9 : Mouvement de l'arbre : Rotation & whirling

L'expression de l'énergie cinétique de l'arbre est une extension de l'expression de l'énergie cinétique du disque. Pour un élément de longueur L, l'énergie cinétique est donnée par :

$$T_s = \frac{\rho S}{2}\int_0^L(\dot{u}^2 + \dot{w}^2)dy + \frac{\rho S}{2}\int_0^L(\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2)dy + 2IL\Omega^2 + 2\rho I \int \dot{\psi}\theta dy \qquad (2.6)$$

Translation rotation Terme constant Effet gyroscopique

L'énergie de déformation de l'arbre se calcule à partir de la déformation d'un point de la section droite de l'arbre.

$$U_s = \frac{1}{2}\int_t \varepsilon^{\tau}\sigma d\tau \qquad (2.7)$$

Avec $\sigma = E\varepsilon$

E : module de Young

ε, σ : déformation et contrainte suivant l'axe de l'arbre

L'expression de la déformation est donnée par :

$$\varepsilon = -x\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2} - z\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u^*}{\partial y^2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w^*}{\partial y^2}\right)^2 \quad (2.8)$$

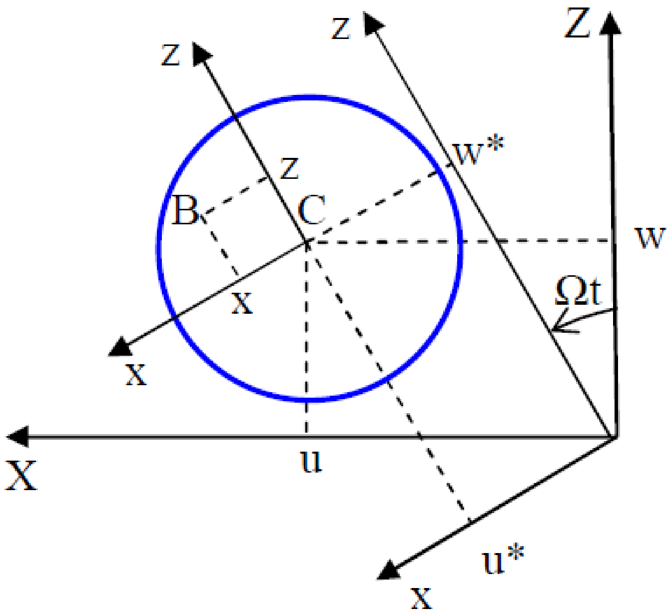


Figure 2.10 : Section droite de l'arbre

D'après les expressions de la déformation et de la contrainte l'énergie de déformation, est donnée par :

$$U_S = \frac{EI}{2}\int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2\right] dy + \frac{F_0}{2}\int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y^2}\right)^2\right] dy \quad (2.9)$$

II.7.2.c. Le balourd

Le balourd initial est généralement réparti de manière continue et quelconque sur le rotor (voir Figure 2. 11)

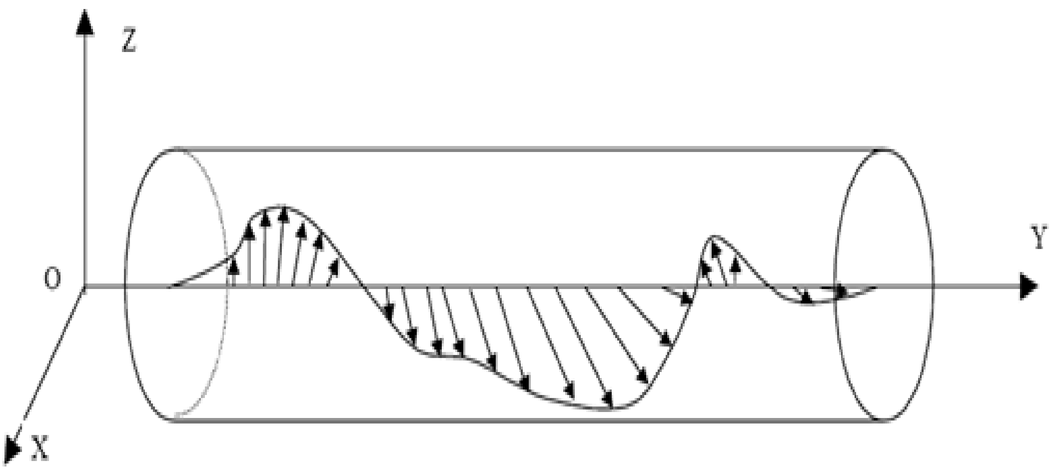


Figure 2.11 : Répartition du balourd sur le rotor

Pour modéliser ce balourd, il est décomposé en masses concentrées situées dans différents plans (Figure 2.12). Ces masses sont supposées avoir le même effet que le balourd continu sur le comportement dynamique du rotor.

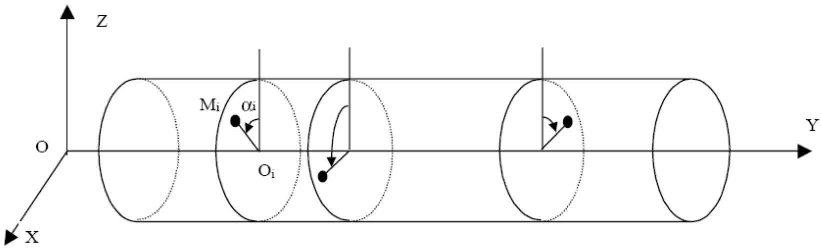


Figure 2.12 : Modélisation de la répartition du balourd sur le rotor

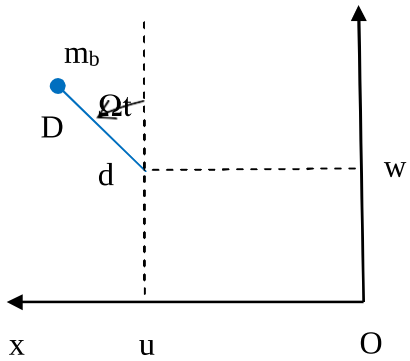


Figure 2.13 : Position du balourd

La vitesse du point D (position du balourd):

$$V = \frac{\overrightarrow{dOD}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{u} + d\cos(\Omega t) \\ 0 \\ \dot{w} - d\Omega\sin(\Omega t) \end{bmatrix} \qquad (2.10)$$

Et son énergie cinétique :

$$T = \frac{m_u}{2}\left(\dot{u}^2 + \dot{w}^2\,2\, + \Omega^2 d^2 + 2\Omega d\,\dot{u}cos\Omega t - 2\Omega\dot{w}\,d\,sin\Omega t\right) \qquad (2.11)$$

En éliminant les termes constants et ceux liés à la masse m_u, négligeable devant celle du rotor, l'expression de l'énergie cinétique du balourd devient :

$$Tu \approx m\_u\,\Omega d(\,\dot{u}\cos(\Omega t) - \dot{w}\sin(\Omega t)\,) \qquad (2.12)$$

II.7.1.d. Les paliers

Les paliers se caractérisent par leurs raideurs et amortissements (voir Figure 2.14).

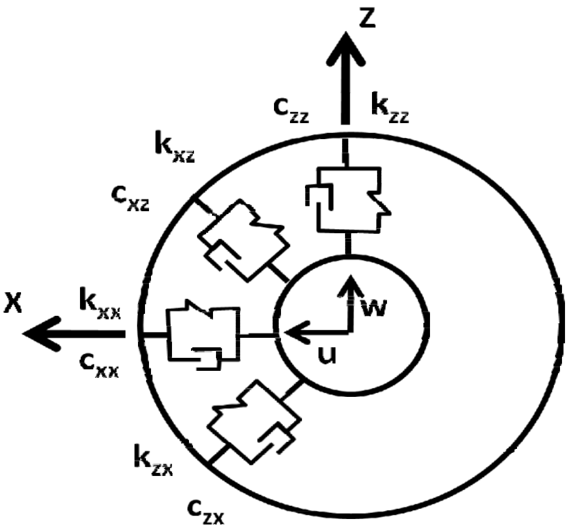


Figure 2.14 : Amortissement et raideur du palier

Le travail virtuel des forces extérieures dues aux paliers agissant sur l'arbre se met sous la forme

$$\delta W = -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w - C_{xx}\dot{u}\delta u - C_{xz}\dot{w}\delta u - C_{zz}\dot{w}\delta w - C_{zx}\dot{u}\delta w \tag{2.13}$$

$$\delta W = F_w\delta u + F_w\delta w \tag{2.14}$$

II.7.2. Réduction du nombre de degrés de liberté

La méthode de Rayleigh Ritz est l'une des méthodes les plus commodes pour calculer quelques-uns des premiers modes d'une structure.

Elle est basée sur l'hypothèse selon laquelle la déformée d'une structure peut être le résultat d'une combinaison linéaire de fonctions représentants chacune une déformée possible du système. Ces fonctions sont appelées les déplacements généralisés de la structure.

La Figure 2.15 illustre la représentation de la déformée d'une poutre simple par série trigonométrique.

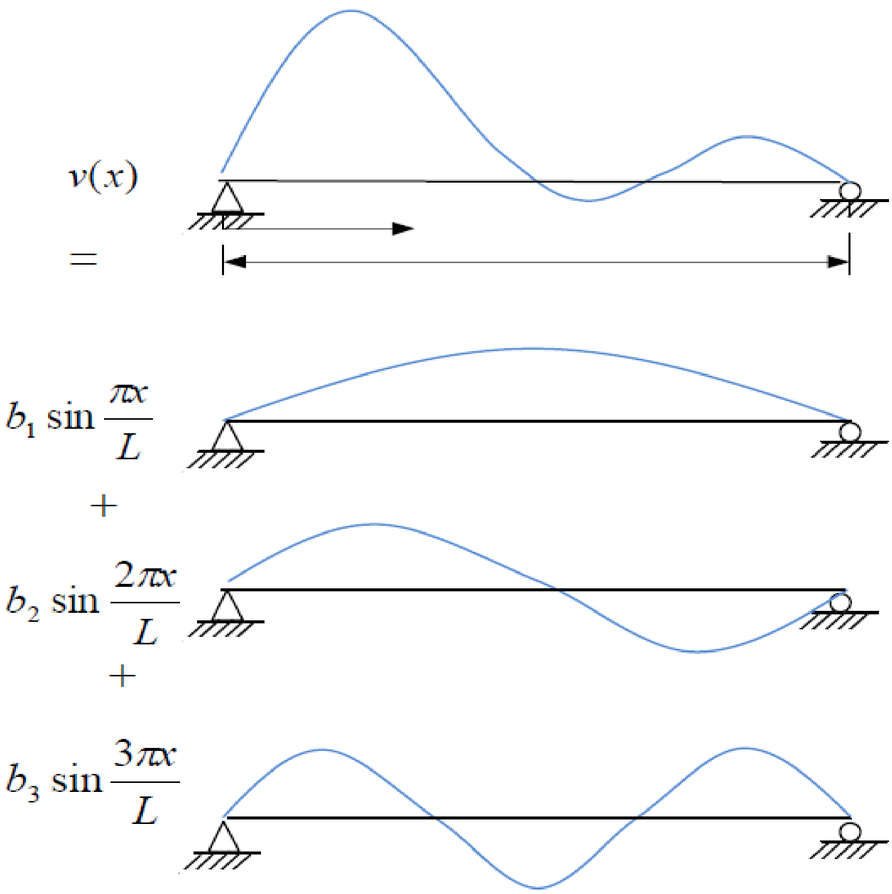


Figure 2.15 : Représentation de la déformée d'une poutre simple par série trigonométrique.

Les déplacements dans les directions *X* et *Z* sont définis par:

$$u(y,t) = f(y)q_1(t) = f(y)q_1 \quad (2.15)$$

$$w(y,t) = f(y)q_2(t) = f(y)q_2 \quad (1.16)$$

Où q_1 et q_2 sont les coordonnées généralisées indépendantes. f(y) est la forme du mode.

θ et ψ sont approximées par (Figure 2.16):

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{df(y)}{dy} q_2 = g(y)q_2 \quad (2.17)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{df(y)}{dy} q_1 = -g(y) \quad (2.18)$$

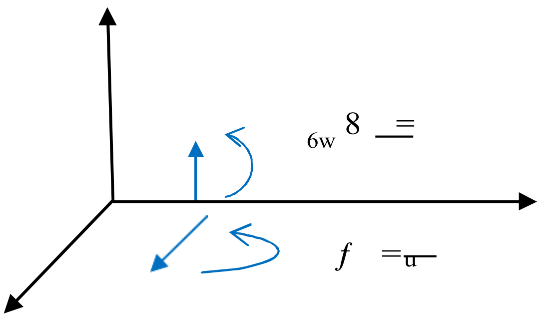


Figure 2.16 : Degrés de liberté de la section de l'arbre

L'énergie cinétique disque-arbre devient :

$$T = \frac{1}{2}\left[M_D f^2(l_1) + I_{Dx} g^2(l_1) + \rho S \int_0^L f^2(y)dy + \rho I \int_0^L g^2(y)dy\right](\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) - \Omega[I_{Dx} g^2(l_1) + 2\rho I g^2(y)dy]\dot{q}_1 q_2 \quad (2.19)$$

L'énergie de déformation de l'arbre :

$$U_s = \frac{EI}{2}\int_0^L h^2(y)dy\,(q_1^2 + q_2^2) \quad (2.20)$$

$$U_s = \frac{1}{2}k(q_1^2 + q_2^2) \quad (2.21)$$

III. 8. Équations du mouvement

En intégrant les énergies cinétiques et les énergies de déformation dans les équations de Lagrange, on obtient :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_1} + \frac{\partial U}{\partial q_1} = Fq_1 \quad (2.22)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_2} + \frac{\partial U}{\partial q_2} = Fq_2 \quad (2.23)$$

Les équations de mouvement ; sous forme matricielle, s'écrivent :

$$M\ddot{x} + C(\Omega)\dot{x} + Kx = F \quad (2.\,24)$$

M, C et K sont respectivement les matrices masse, l'effet gyroscopique et raideur.
F : balourd, palier, force asynchrone, ou autre.

$$x = [q1, q2]' \quad (2.25)$$

II.8. 1. Fréquences propres du rotor

Les fréquences propres du rotor en fonction de la vitesse de rotation sont données par :

$$m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_1 + k_1 q_1 = 0 \quad (2.26)$$

$$m\ddot{q}_2 - a\Omega\dot{q}_1 + k_2 q_2 = 0 \quad (1.27)$$

Ou : 'a' représente l'effet gyroscopique
m : la masse
k_1, k_2 : les raideurs

- A l'arrêt (Ω=0)

$$\omega_{10} = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \quad (2.28)$$

$$\omega_{10} = \sqrt{\frac{k_2}{m}} \quad (2.29)$$

- En tournant ($\Omega \neq 0$)

Les expressions des fréquences propres sont données en fonction de la vitesse de rotation sous la forme :

$$\omega_1 = \left[\frac{\omega_{10}^2}{2} + \frac{\omega_{20}^2}{2} + \frac{a^2\Omega^2}{2m^2} + \sqrt{(\frac{\omega_{10}^2}{2} + \frac{\omega_{20}^2}{2} + \frac{a^2\Omega^2}{2m^2})^2 - \omega_{10}^2\omega_{20}^2}\right]^{1/2} \quad (2.30)$$

$$\omega_2 = \left[\frac{\omega_{10}^2}{2} + \frac{\omega_{20}^2}{2} + \frac{a^2\Omega^2}{2m^2} + \sqrt{(\frac{\omega_{10}^2}{2} + \frac{\omega_{20}^2}{2} + \frac{a^2\Omega^2}{2m^2})^2 - \omega_{10}^2\omega_{20}^2}\right]^{1/2} \quad (2.31)$$

II.8. 2. Diagramme de Campbell

La courbe donnant les fréquences propres du rotor en rotation en fonction de la vitesse de rotation du rotor s'appelle le Diagramme de Campbell. Elle représente les équations (1. 30) et (1. 31).

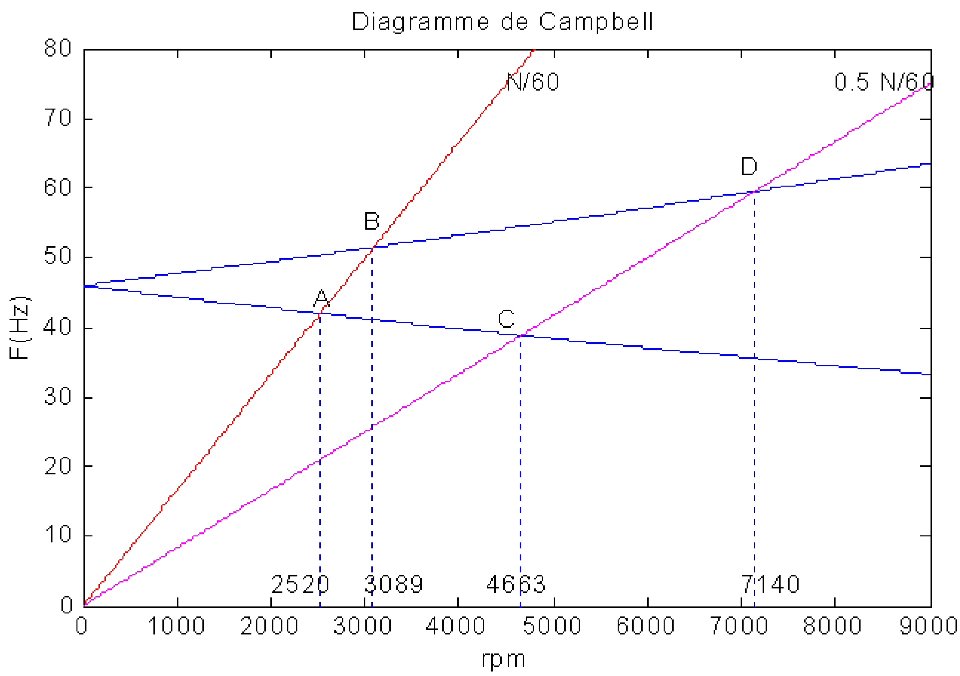


Figure 2.17 : Diagramme de Campbell

Les deux courbes en bleu, représentent les fréquences propres du rotor. Les deux droites y=N/60, y=0.5 N/60 donnent les points d'intersection A, B, C et D représentent les excitations sous balourd et force asynchrone. Les réponses du balourd dans ces points sont représentées dans la suite.

II.8. 3. Réponse au balourd

Les équations (2. 26) et (2. 27) en cas d'excitation par balourd prennent la forme suivante :

$$m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_1 + kq_1 = m_u\Omega^2 f(l_1)\cos\Omega t \tag{2.32}$$

$$m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 = m_u\Omega^2 f(l_1)\sin\Omega t \tag{2.33}$$

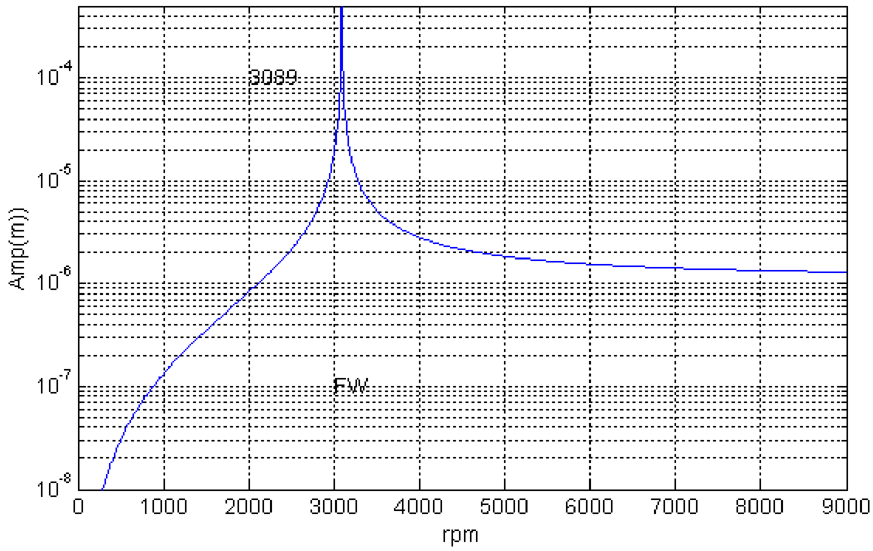


Figure 2.18: Réponse au balourd

Le pic représente le point B sur le diagramme de Campbell.

L'amplitude dans ce point est maximale et peut mener à la destruction du rotor.

II.8. 4. Réponse à une force asynchrone

Les équations (2. 26) et (2. 27) en cas d'excitation par force asynchrone prennent la forme suivante :

$$m\ddot{q}_1 - a\Omega\dot{q}_1 + kq_1 = F_0\cos(s\Omega t) \tag{2. 34}$$

$$m\ddot{q}_2 - a\Omega\dot{q}_1 + kq_2 = F_0\cos(s\Omega t) \tag{2.35}$$

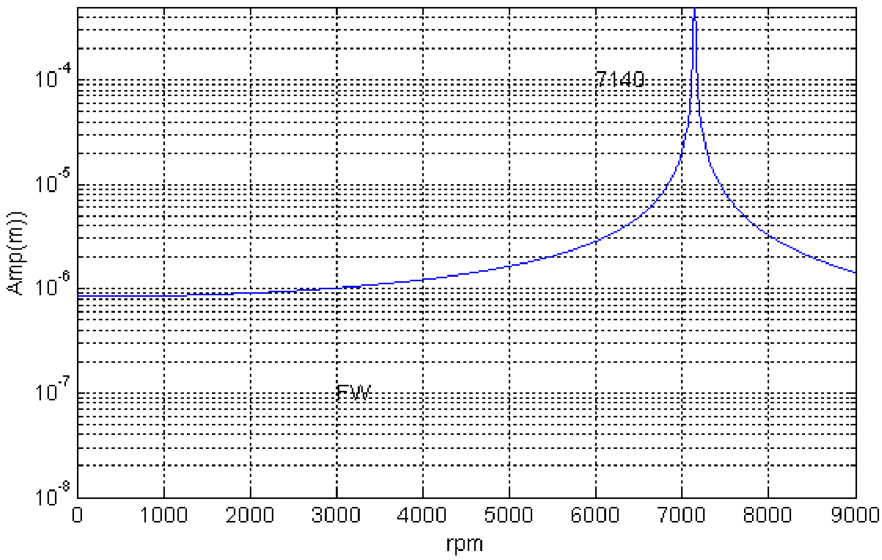


Figure 2.19: Réponse à une force asynchrone de fréquence 0.5 Le pic représente le point D sur le diagramme de Campbell.

L'amplitude dans ce point est maximale et peut mener à la destruction du rotor.

II.8. 5. Précession directe et inverse

Le mouvement du rotor, comme le montre la Figure 2.9 a un mouvement de rotation autour de son axe géométrique fléchi (Rotation) et un mouvement de rotation autour de l'axe droit liant ses deux appuis (whirling ou précession). Quand les deux rotations (Rotation & whirling) sont dans le même sens, le rotor est en précession directe (forward), dans le cas contraire, le rotor est en précession inverse (backward).

III. 9. Conclusion

Cette partie est une modélisation mathématique du comportement dynamique des rotors. Nous avons présenté les éléments constituants un rotor qui sont : l'arbre, le disque et les paliers. L'arbre et le disque sont caractérisés par leur énergie cinétique. La flexibilité de l'arbre se traduit par son énergie de déformation. L'utilisation de la méthode de Rayleigh-Ritz dans l'estimation des déformations du rotor, permet de réduire le nombre de degrés de liberté du système et d'estimer ses plus basses fréquences.

L'application des équations de Lagrange aux différentes énergies et aux travaux virtuels dues aux paliers, nous donne les équations du mouvement. Elles sont différentielles d'ordre deux et à coefficients constants. Ces derniers sont les matrices masse, effet gyroscopique (Coriolis) et raideur.

Pour comprendre le comportement dynamique du rotor, on trace les amplitudes de ses vibrations sous différentes excitations. Elles peuvent êtres une masse excentrique du rotor même (balourd) ou excitations extérieures de forme quelconque. En dynamique, les fréquences propres du rotor changent en fonction de sa vitesse de rotation. Le tracé du diagramme de Campbell permet de voir ces variations. Connaissant les fréquences des excitations extérieures, on doit choisir des vitesses de rotation du rotor loin des zones critiques. En pratique, on nous impose des vitesses de rotation, donc la forme et la conception du rotor qui doit permettre l'absorption des vibrations excessives. Le diagramme de Campbell est d'une importance majeure dans la dynamique du rot

Chapitre III.

Modélisation ELEMENTS FINIS Et simulation par ANSYS Workbeneche DU ROTOR

III. 1. Introduction

Dans la plupart des cas de structures réelles, la détermination du comportement statique ou dynamique ne peut s'effectuer que numériquement à cause de la complexité des géométries et des conditions aux limites. Dans ce cas la méthode des éléments finis est très utilisée. Elle présente la réalité beaucoup plus que la méthode de réduction modale, par exemple.

Ce chapitre est composé de deux parties. La première présente la théorie de la méthode des éléments finis qui nous permet d'aboutir aux équations de mouvement du rotor. La deuxième est consacrée à notre code de calcul basé sur cette méthode et qui accompagne notre banc d'essai.

III. 1. Partie théorique

La méthode principale est dérivée du livre « *Rotor Dynamics Prédiction in Engineering* »

De La lanne et Ferraris [24] dont les étapes sont les suivantes :

- la structure est discrétisée en éléments de dimensions finies appelés éléments finis qui sont réunis en des points situés sur leur contour appelés pointons deux ou nœuds,
- à partir d'hypothèses raisonnables sur le vecteur déplacement d'un point de l'élément i, on calcule l'énergie cinétique T_i, l'énergie de déformation U_i et la fonction de dissipation de l'élément i en fonction des déplacements des points nodaux,
- Si la structure est composée de N éléments alors, l'énergie totale est la somme des énergies élémentaires des N éléments.

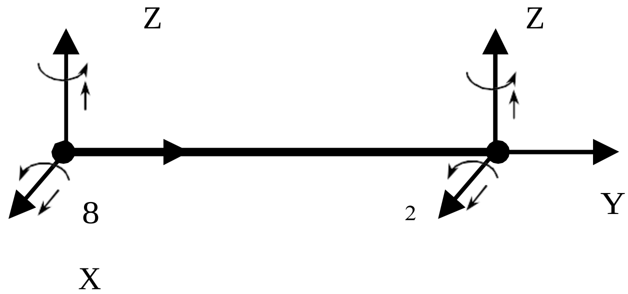


Figure 3. 1 : Modèle de poutre en flexion

L'élément sur la Figure 3. 1 représente un élément fini en flexion à deux nœuds et 4 ddl par nœud. Les deux flexions principales dans les deux plans perpendiculaires (y, x)et (y, z) et définies par les deux flèches u et w et les deux pentes 8 et f respectivement.

Le vecteur des déplacements nodaux est:

$$\delta = [u_1, w_1, \theta_1, \psi_1, u_2, w_2, \theta_2, \psi_2]^T \qquad (3.1)$$

$$\text{Avec } \theta = \frac{\partial w}{\partial y} \text{et} \psi = \frac{\partial w}{\partial y}$$

Les mouvements le long et autour des axes X et Z sont respectivement :

$$\delta u = [u_1,, \psi_1, u_2,, \psi_2]^T \qquad (3.2)$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2,]^T \qquad (3.3)$$

L'élément fini est construit à partir de :

$$u = N_1(y)\delta u \qquad (3.4)$$

$$w = N_2(y)\delta w \qquad (3.5)$$

Où N_1 et N_2 sont des fonctions de forme d'une poutre en flexion, avec :

$$N_1 = \left[1 - 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; -y + 2\left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right); 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; \left(\frac{y^2}{L}\right) - \left(\frac{y^3}{L^2}\right)\right] (3.6)$$

$$N_2 = \left[1 - 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; y - 2\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right); 3\left(\frac{y}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{L}\right)^3 ; -\left(\frac{y^2}{L}\right) + \left(\frac{y^3}{L^2}\right)\right] (3.7)$$

L'énergie cinétique

Le rotor tourne à une vitesse Ω . Son énergie cinétique est donnée en fonction de ses caractéristiques physiques par :

$$T = \frac{\rho S}{2}\int_0^L [\delta\dot{u}^T N_1^T N_1 \delta\dot{u} + \delta\dot{w}^T N_2^T N_2 \delta\dot{w}]d_y$$

$$+\frac{\rho S}{2}\int_0^L \left[\delta\dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy}\frac{dN_1}{dy}\delta\dot{u} + \delta\dot{w}^T \frac{dN_2^T}{dy}\frac{dN_2}{dy}\delta\dot{w}\right] d_y$$

$$-2\rho I\Omega \int_0^L \delta\dot{u}^T \frac{dN_1^T}{dy}\frac{dN_2}{dy}\delta w dy$$

$$+\rho I L \Omega^2 \qquad (3.8)$$

III.1. 1. L'énergie de déformation:

L'énergie de déformation prenant en compte l'effet du cisaillement dû aux forces axiales, est donnée par:

$$U = \frac{\rho S}{2}\int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2N_1^T}{dy^2}\frac{d^2N_1}{dy^2}\delta u + \delta w^T \frac{d^2N_2^T}{dy^2}\frac{d^2N_2}{dy^2}\delta w\right] d_y$$

$$+\frac{F_0}{2}\int_0^L \left[\delta u^T \frac{dN_1^T}{dy}\frac{dN_1}{dy}\delta u + \delta w^T \frac{dN_2^T}{dy}\frac{dN_2}{dy}\delta w\right] d_y \qquad (3.9)$$

III.1. 2. Effets des paliers:

Les paliers jouent le rôle de forces extérieures agissant sur le rotor. Ils sont caractérisés par leurs raideurs et amortissements.

$$F_u = -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \qquad (3.10)$$

$$F_w = -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u} \qquad (3.11)$$

Qui sous forme matricielle s'écrivent:

$$[F] = -[K]\delta - [C]\ddot{\delta} \qquad (3.12)$$

Avec $$Raideurealier[k] = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & k_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{zx} & 0 & k_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.13)$$

$$\text{t}Anortissenentealier[c] = \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 & c_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{zx} & 0 & c_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.14)$$

III.1. 3. Equations du mouvement du rotor

L'application des équations de Lagrange sur les différentes énergies donne :

III. 1.4.a. *Pour l'arbre*

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right)\frac{\partial T}{\partial \delta} = (M + M_S)\ddot{\delta} + C\dot{\delta} \qquad (3.15)$$

La matrice masse est symétrique. La matrice C est antisymétrique.

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = (k_c + k_F) \qquad (3.16)$$

K_{C} : prend en compte l'effet de cisaillement, K_F est due aux forces axiales.

III. 2.4.a. *Pour le disque*

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = M_d\ddot{\delta} + C_d\dot{\delta} \qquad (3.17)$$

$$M_d = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{DZ} \end{bmatrix} \qquad (3.18)$$

$$C_d = \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{DY} \\ 0 & 0 & I_{DY} & 0 \end{bmatrix} \qquad (3.19)$$

A partir des équations de l'arbre, du disque et des paliers l'équation du mouvement du rotor s'écrit sous la forme :

$$M\delta \ + \ C(\Omega)\delta \ + \ \dot{K}\delta = 0 \qquad (3.20)$$

La matrice masse contient la masse du rotor et des disques. La matrice raideur contient la raideur de l'arbre et des paliers. C contient l'effet gyroscopique de l'arbre et des disques et la matrice amortissement des paliers.

L'assemblage des vecteurs déplacements de tous les nœuds du rotor en éléments finis donne le vecteur déplacement global {X} et les matrices globales. Dans ce cas l'équation du mouvement du rotor devient :

$$[M]\{\ddot{X}\} + (\Omega[C_g] + [Cp])\{\dot{X}\} + ([Kr] + [Kp])\{X\} = 0 \qquad (3.21)$$

La matrice masse contient la masse du rotor et des disques. Ces matrices sont détaillées ci-dessus. La matrice raideur contient la raideur de l'arbre et des paliers. C contient l'effet gyroscopique de l'arbre et des disques et la matrice amortissement des paliers. F peut représenter le balourd ou toutes autres forces extérieures.

III. 2. Partie simulations

L'objectif principal de ce travail est la réalisation d'un banc d'essai pour l'étude des vibrations. Un code de calcul doit accompagner ce banc. Ce code doit être capable de donner la géométrie du rotor en éléments finis, de tracer le diagramme de Campbell, donner les modes en rotation et les différentes déformées sous balourd ou forces extérieures.

La recherche des valeurs propres et des vecteurs propres est une opération fondamentale dans l'étude de la dynamique du rotor. Les valeurs propres comportent les fréquences propres et les amortissements modaux. Les vecteurs propres comportent les formes modales et les précessions. La courbe donnant les fréquences propres du rotor en fonction de la vitesse de rotation sous forme d'un diagramme de Campbell doit accompagner chaque rotor.

III.2. 1. Algorithme de résolution

L'algorithme du code de calcul est décrit dans la figure 3.2. Tous les calculs sont effectués avec le code de programmation AnsysWorkbench.

Elements du rotor	**Caractéristiques**	**Degrees de liberté (ddl)**
Arbres	Les effetspris en comptesont : • Le cisaillement • La forceaxiale • L'inertie des action • L'effet gyroscopique	Eléments de pouter en flexion 2 nœuds et 4 ddl
Disques	Les effetspris en comptesont: • L'inertie • L'effetgyroscopique	Indéformables 1 nœud à 4 ddl par nœud
Paliers	Caractéristiques de : • raideur • d'amortissement	1 nœud à 2 ddl en déplacement par nœud

Tableau 3. 1 : Caractéristiques du rotor

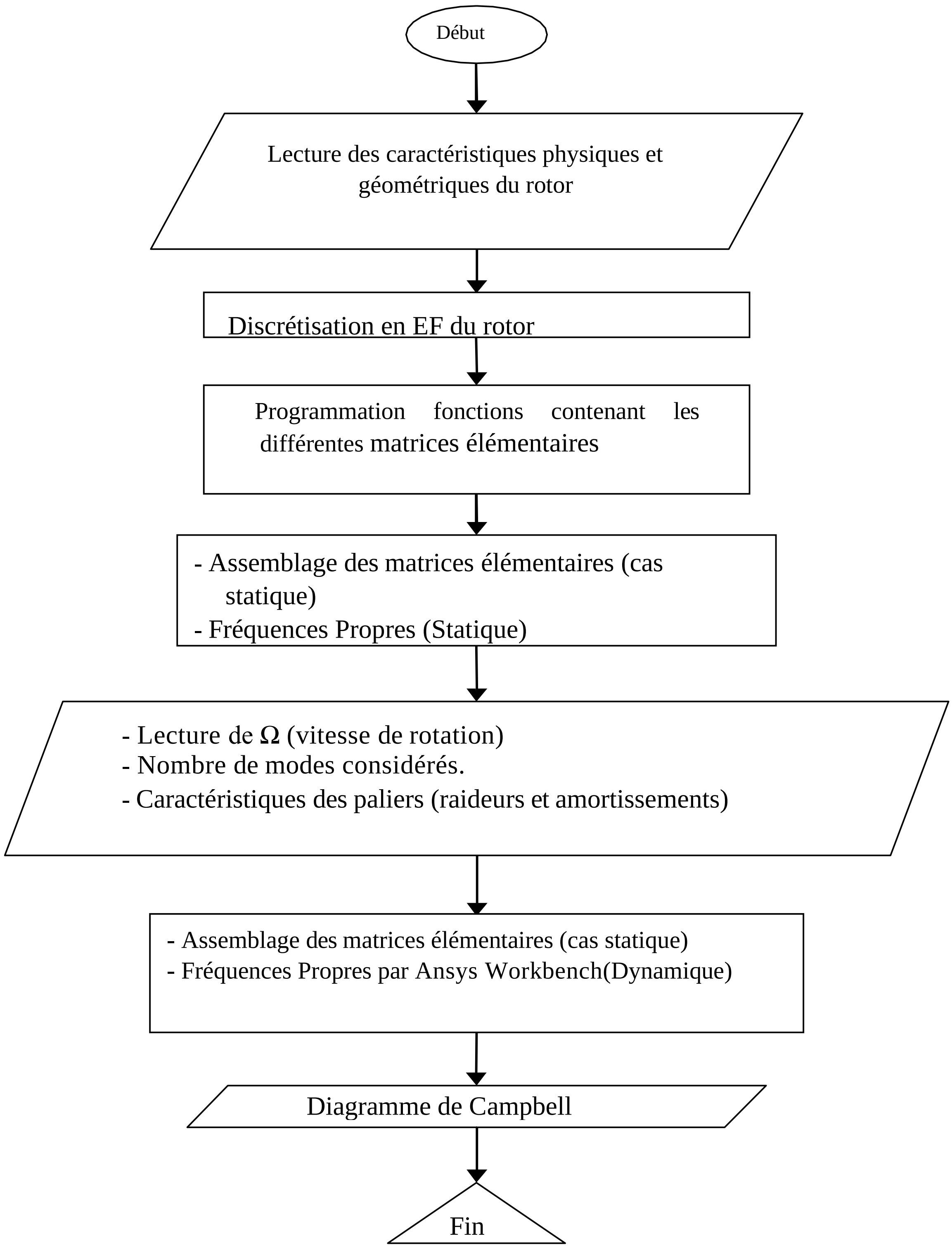


Figure3.2.Organigramme structural de Cod

III. 3. MATRICE RAIDEUR DES PALIERS

La charge dynamique est très importante aux vitesses élevées. La raideur des paliers dans ces conditions varient en fonction de la vitesse de rotation. Des éléments extra diagonaux apparaissent dans la matrice raideur du rotor sur paliers. Le diagramme de Campbell (fréquences propres) change par rapport aux courbes tracées aux chapitres1.

III.3. 1. Les paliers

III. 1.1.b. Paliers linéaires

Dans une première approximation, un comportement linéaire peut être retenu pour les paliers. La matrice raideur est constante et ne dépend pas de la charge appliquée au palier.

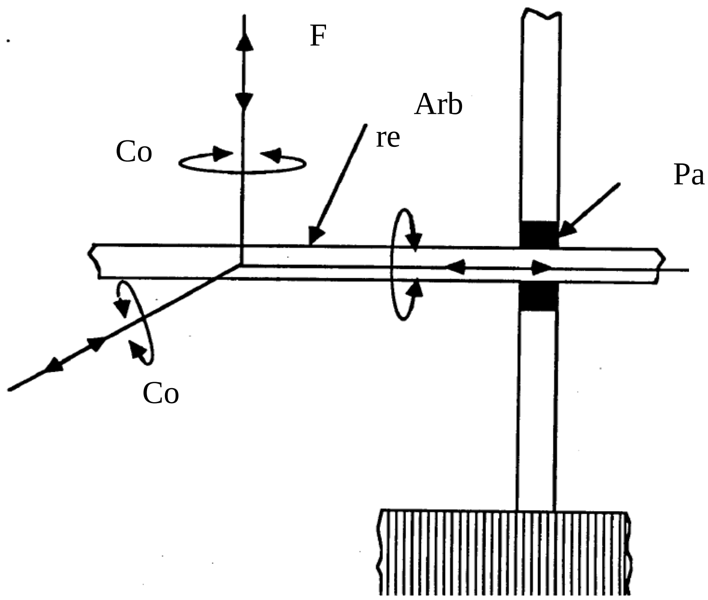


Figure 3. 3 : les différents chargements transmis aux paliers

III. 3.1.b.Paliers non linéaires

Pour une étude exacte, et pour éviter les zones d'instabilité, il faut considérer l'aspect non linéaire de la raideur des paliers.

En calculant le travail virtuel W des paliers à partir des forces externes agissants sur l'arbre, il vient :

$$\delta W = -K_{xx}u\delta u - K_{xz}w\delta u - K_{zz}w\delta w - K_{zx}u\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad (3.22)$$

Soient X et F le vecteur déplacement et vecteur chargement au niveau du palier :

$$X = \left[x\ yz\theta_x\theta_y\theta_z\right] \quad (3.23)$$

$$F = \left[f_x f_y f_z M_x M_y M_z\right] \quad (3.24)$$

III. 4. Matrice raideur non linéaire

La raideur varie en fonction du chargement appliqué :

$$K = \frac{\partial F}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial f_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \dot{M}_Z}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial \dot{M}_Z}{\partial \theta_Z} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Numériquement, elle est donnée par le Jacobine. Si on suppose un Contact de Hertz ; la relation force/déformation est donnée par :

$$Q_i = k_e \delta_i^n \quad (3.26)$$

Où$k_e$est la raideur de l'élément roulant et l'exposant *n* dépend du type de roulement.

δest la déformation sous le$i^{ème}$élément.

Charge appliquée sur le palier

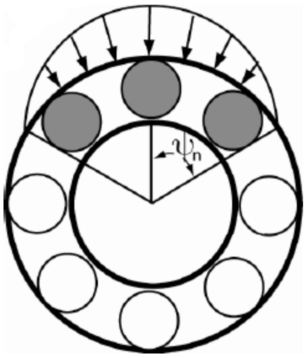


Figure 3. 4 : Répartition de la charge appliquée au palier

La force équivalente appliquée à chaque palier en fonction de Q est donnée par :

$$F = \sum_{\psi_i=0}^{\psi_i=\mp\psi} Q_i \cos\psi_i (3.27)$$

Dans la littérature, on trouve la raideur sous la forme de la courbe de la Figure 3. 4 Y.Guo([25]).

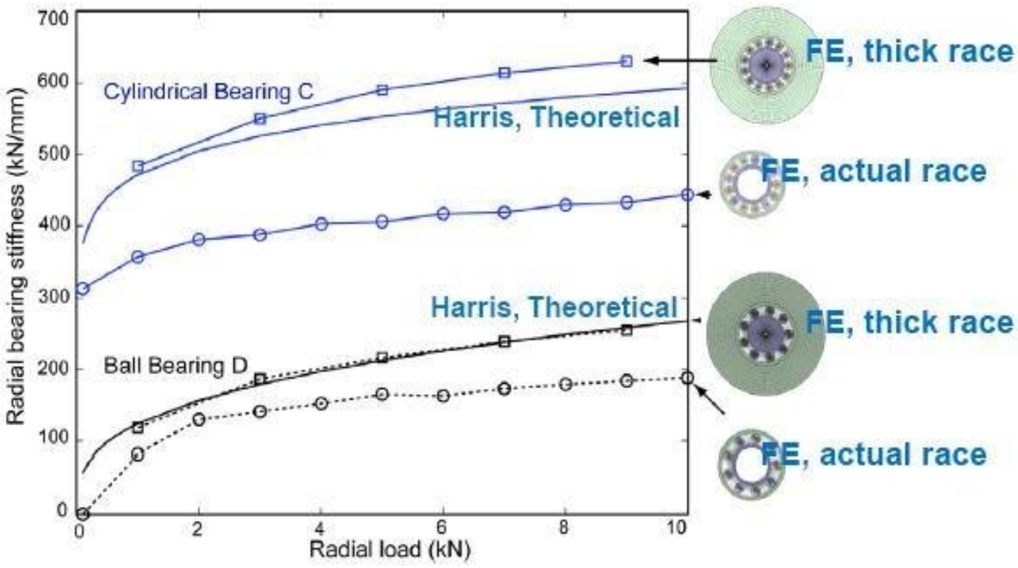


Figure 3. 5 : Variation de la raideur radiale en fonction du chargement [YI12]

Le non linéarité existe dans le cas des paliers hydrodynamiques. En effet, le film d'huile a des propriétés de raideur et d'amortissement qui varient selon le régime de fonctionnement de la turbine comme la vitesse de rotation (notamment aux vitesses critiques). Les réactions aux paliers sont obtenues après intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation non linéaire de Reynolds.

D’après la Figure 3. 3, la raideur radiale du palier dépend du chargement appliqué.

En dynamique, ce chargement est fonction de de la vitesse de rotation. Le palier présente dans ce cas, une excitation extérieure aux rotors. Elle est non linéaire.

$$M\ddot{x} + C(\Omega)x + Kx = F_{palier}(x,\dot{x},\mathrm{t}) + F(t) \tag{3.28}$$

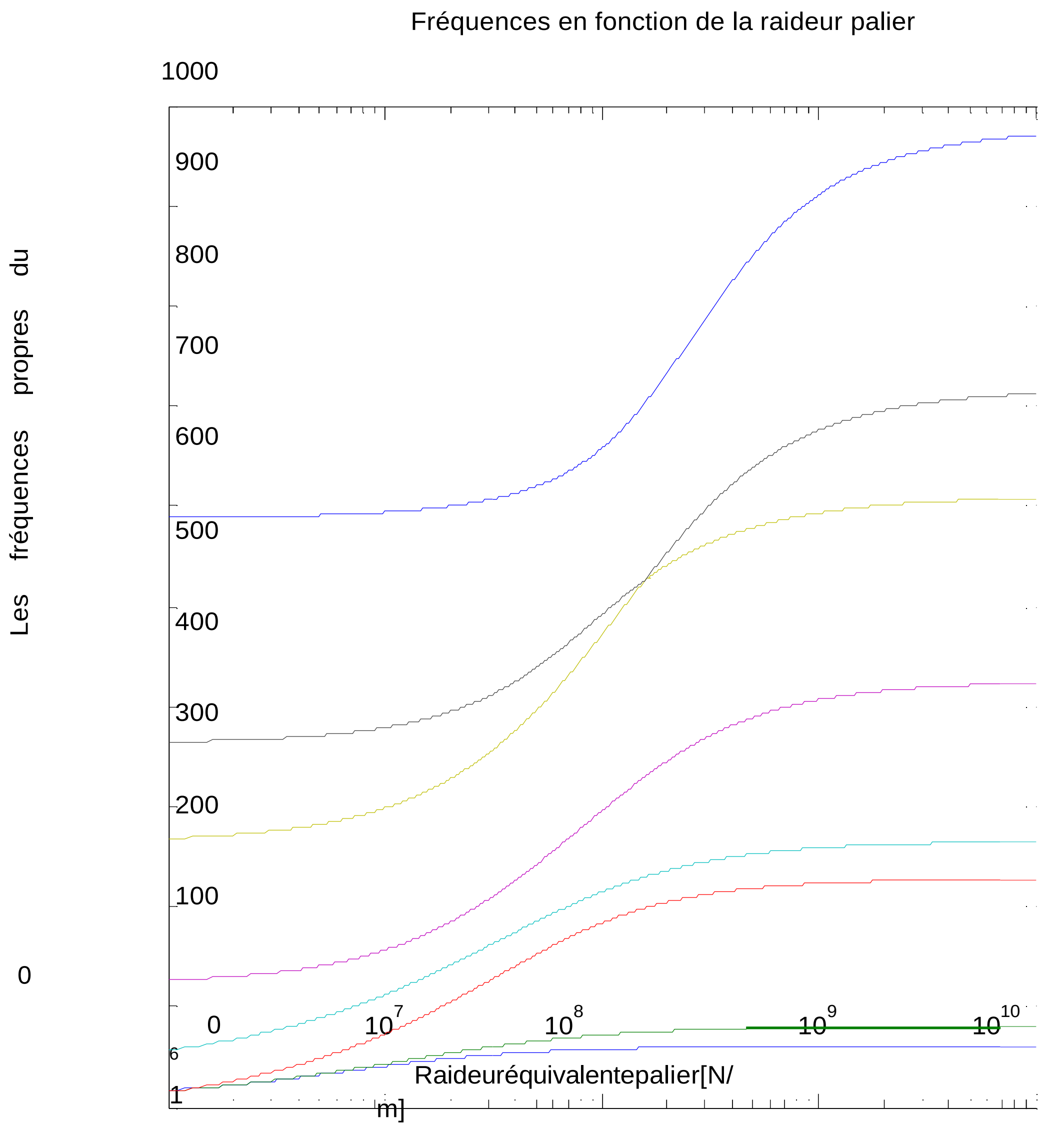


Figure 3. 6: Fréquences du rotor en fonction de la raideur palier

On a utilisé notre code éléments finis pour tracer la variation des fréquences propres du rotor en fonction de la raideur des paliers. Les fréquences du rotor varient dans ce cas avec la raideur comme le présente la Figure3.5.

III.5. 1. Menu principal du logiciel ANSYS Workbench

L'ouverture du logiciel fait apparaitre le menu principal présenté ci-dessous voir figure 3.7.

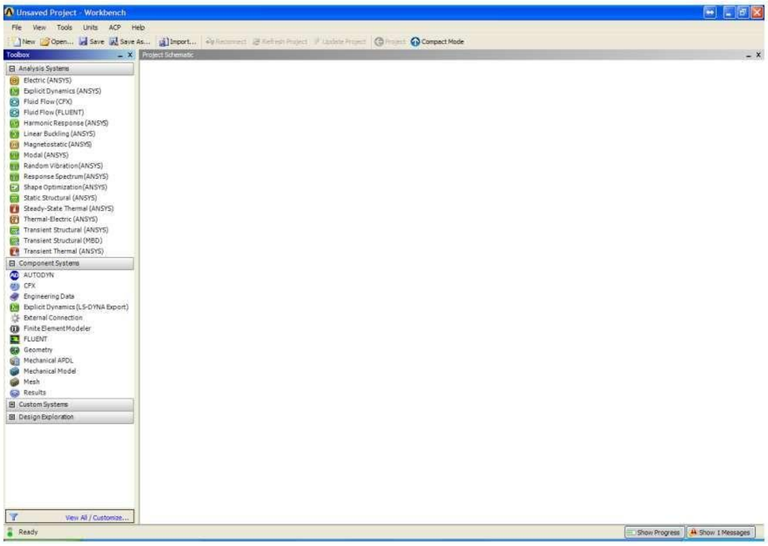
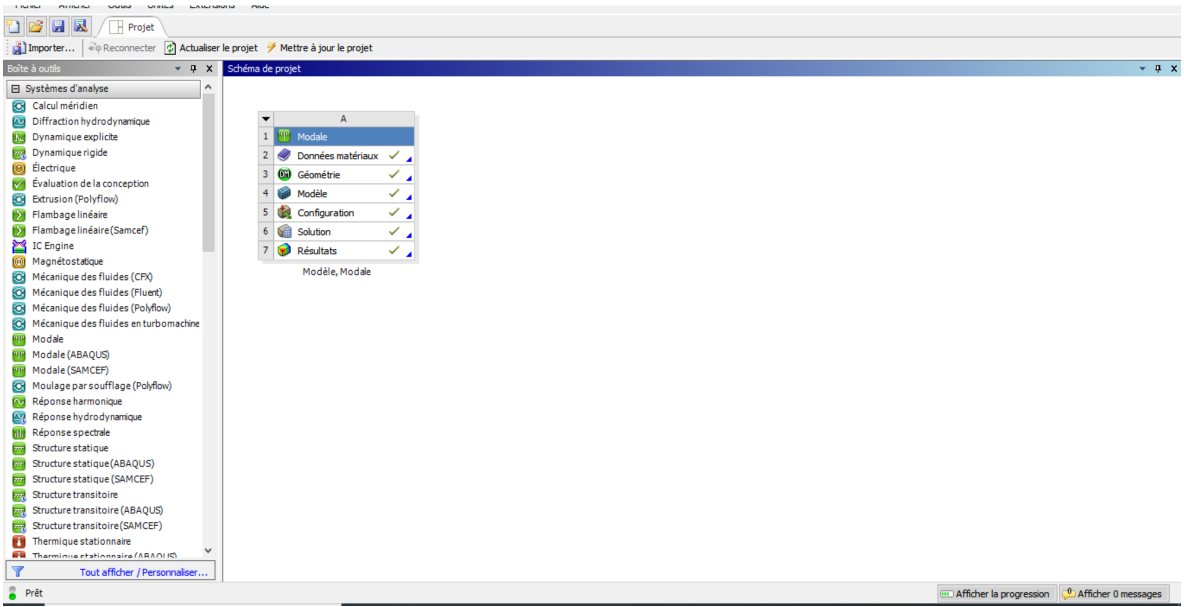


figure 3.7 : Menu principal

. La barre d'outils Boite *d'outil* vous donne accès à plusieurs systèmes d'analyse. Pour débuter une analyse modale, LMC sur Modal (ANSYS) et glisser dans Project Schématique voir figure



-Le système A est maintenant créé dans Project Schématique voir figure 3.8

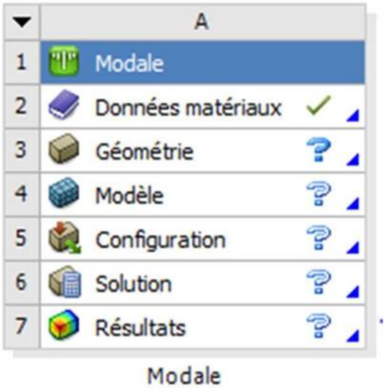


Figure 3.8 : Schéma de projet.

Le système comporte différentes cellules soit : Engineering Data, Geometry, Model, Setup, Solution, Results. Pour faciliter leurs compréhensions, on peut les regroupés selon le logiciel déjà étudié Mechanical APDL (ANSYS)

Prétraitement : Engineering Data, Geometry et Model

Résolution : Setup et solution

Post-traitement : Résultats

Il est possible d'obtenir une description de chaque cellule dans le fichier d'aide d'ANSYS Workbench.

- ❖ **Engineering Data**

La cellule Engineering Data est utilisée pour définir et accéder à des modèles de matériau pour être utilisé dans une analyse. LMC la cellule Engineering Data ou RMC et choisir Edit dans le menu contextuel qui apparait pour entrer l'environnement.

- ❖ **Geometry**

Utilisez la cellule Géométrie pour importer, créer, modifier ou mettre à jour un modèle pouvant être utilisé pour une analyse. LMC sur la cellule ou RMC et choisir Edit dans le menu contextuel qui apparait pour entrer l'environnement.

- **Model/Mesh**

La cellule Model est associée à la définition de la géométrie, des systèmes de coordonnées, des connections et du maillage dans le module de simulation Mechanical.

- **Setup**

La cellule Setup permet de définir les chargements, conditions frontières et autre configuration de l'analyse

- **Solution**

La cellule Solution permet d'avoir accès aux données de résolution.

- **Results**

La cellule Results regroupe les résultats de l'analyse. Celle-ci est souvent référée à une cellule de post-traitement.

III.5. 2. Module de modélisation

III. 5.2.1. La géométrie

Ouvrez un nouveau projet et démarrez une analyse modale. Entrez le module de création géométrique et sélectionner mètre comme unité. Créez un nouveau dessin voir figure 3.8.

Propriétés du matériau

Workbench utilise de l'acier structural par défaut d'où le crochet vert pour Engineering Data. Il faut par contre modifier les propriétés. Double LMC sur Engineering Data. LMC sur Structural Steel.LMC sur la valeur Density (masse voumique) et entrez 7800 Kg /m^3. Le module de Young est bien de 210 GPa et le coefficient de poisson est bien de 0.3 voir figure 3.9.

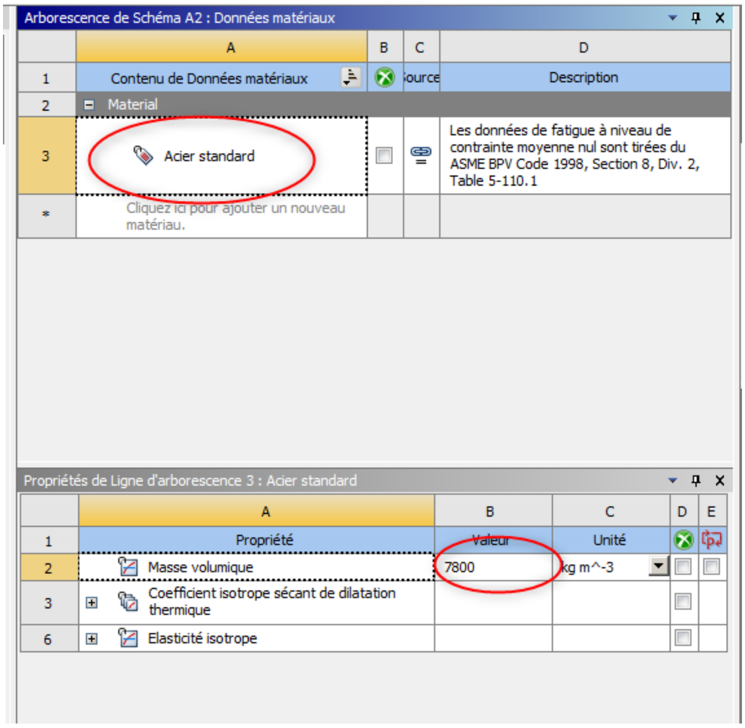


Figure 3.9 : Propriétés du matériau.

III.5. 3. Le maillage du modèle

ANSYS AIM fournit des capacités de maillage pour différents modèles géométriques. Lorsque la géométrie représente une région structurelle (ou une partie solide), ou lorsque la géométrie représente une région fluide (ou un débit de fluide), utilisez un maillage partiel pour créer un maillage. Vous pouvez également utiliser un maillage partiel pour créer des mailles distinctes pour les régions fluides et les régions structurelles ; Par exemple, lorsque vous importez plusieurs fichiers géométriques voir figure 3.10 et tableau 3.1.

Lorsque la géométrie représente des parties solides et qu'un volume d'écoulement doit être extrait, utilisez la tâche de création de volume, avec le maillage du volume de flux, pour créer un maillage. Dans ce cas, le maillage du volume d'écoulement consiste à identifier l'emplacement du volume d'écoulement, à générer un maillot d'enveloppe de surface pour le volume extrait, puis à engranger le volume lui-même. Lorsque la géométrie représente plusieurs parties solides que vous souhaitez unir pour créer une région d'écoulement unique, ou si vous souhaitez simplifier un corps avec plusieurs patchs de surface, utilisez une tâche de création de volume pour simplifier la géométrie et générer le maillage de surface, puis utiliser Flux de volume maillant pour créer le maillage du volume voir figure 3.12.

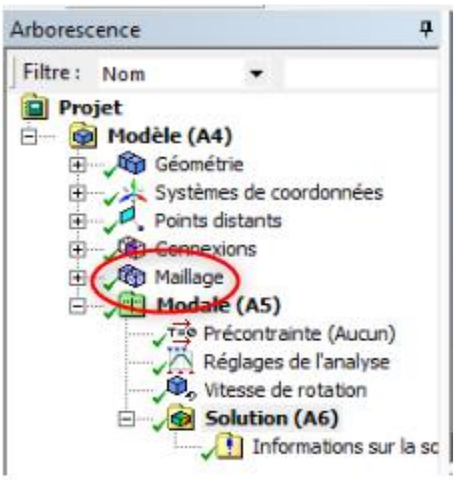


Figure 3.10 Le maillage du modèle

Nom de l'objet	*Maillage*
Etat	Résolu
Affichage	
Style d'affichage	Couleur du corps
Réglages par défaut	
Physique de préférence	Mécanique
Pertinence	0
Dimensionnement	
Utiliser la fonction de taille avancée	Activé: Courbure
Centre de pertinence	Fin
Taille d'élément initiale	Assemblage actif
Lissage	Elevé
Transition	Lente
Centre d'angle de course	Fin
Angle normal de courbure	Par défaut (18,0 °)
Taille min	Par défaut (2,4583e-004 m)
Taille de face max	Par défaut (2,4583e-002 m)
Taille de tétraèdre max	Par défaut (4,9166e-002 m)
Taux de croissance	Par défaut (1,20)
Longueur d'arête minimale	4,e-002 m
Inflation	
Utiliser l'inflation tét. automatique	Aucun
Option Inflation	Transition progressive
Rapport de transition	0,272
Maximum couches	5
Taux de croissance	1,2
Algorithme d'inflation	Pré
Afficher les options avancées	Non
Options conforme aux surfaces paramétriques	
Mailleur surfacique triangulaire	Contrôlé par le programme
Options indépendant des surfaces paramétriques	
Vérification topologique	Non

Figure 3.11 : Objet de maillage.

Avancés	
Nombre de CPUs pour le maillage parallélisé de la pièce	Contrôlé par le programme
Contrôle de forme	Mécanique standard
Nœuds intermédiaires d'éléments	Contrôlé par le programme
Eléments à arêtes rectilignes	Non
Nombre de tentatives	0
Tentatives suplémentaires pour l'assemblage	Oui
Comportement de corps rigide	Dimensionnellement réduit
Morphing de maillage	Désactivé
Simplification	
Tolérance de pincement	Par défaut (2,2125e-004 m)
Générer le pincement à l'actualisation	Non
Simplification du maillage de base automatique	Activé
Tolérance de simplification	Par défaut (1,2291e-004 m)
Statistiques	
Nœuds	69754
Eléments	27432
Paramètres de maillage	Aucun

Tableau 3.2 : Type de maillage.

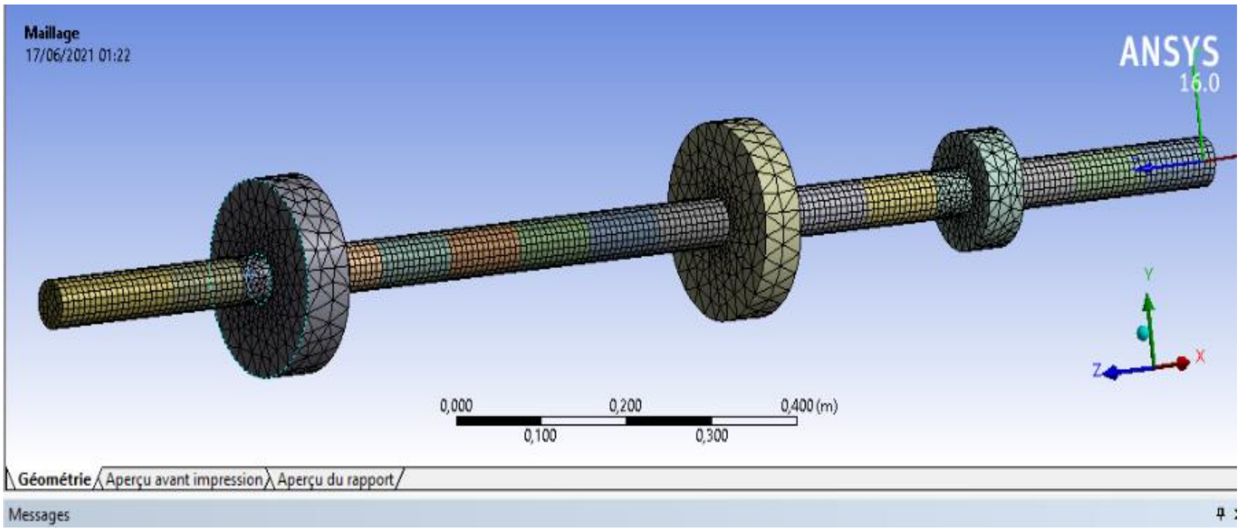


Figure 3.12 : Maillage du modèle.

III.5. 4. Module de simulation

Entrez le module de simulation. N'oubliez pas de sélectionner corps filaire dans les propriétés de la géométrie. Le module de simulation ne reconnaitra pas votre géométrie dans le cas contraire.

III.5.4. 1. Les conditions aux limites

LMC sur Modal, LMC sur Palier (Raideur) voir figure 3.13.

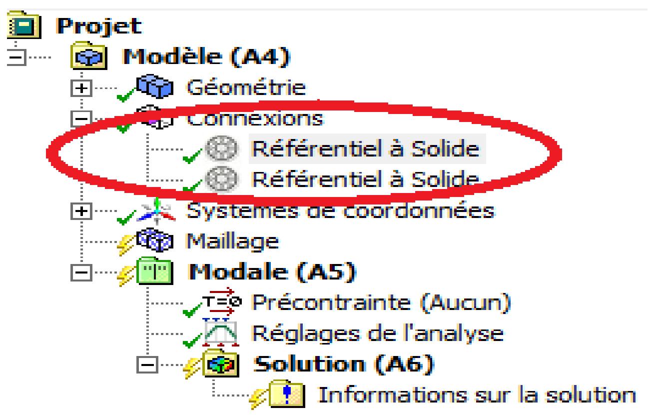


Figure 3.13 : Raideurs des paliers.

III.5.4. 2. Coefficient d'amortissement

LMC sur Modal, LMC sur Palier coefficient d'amortissement voir figure 3.15.

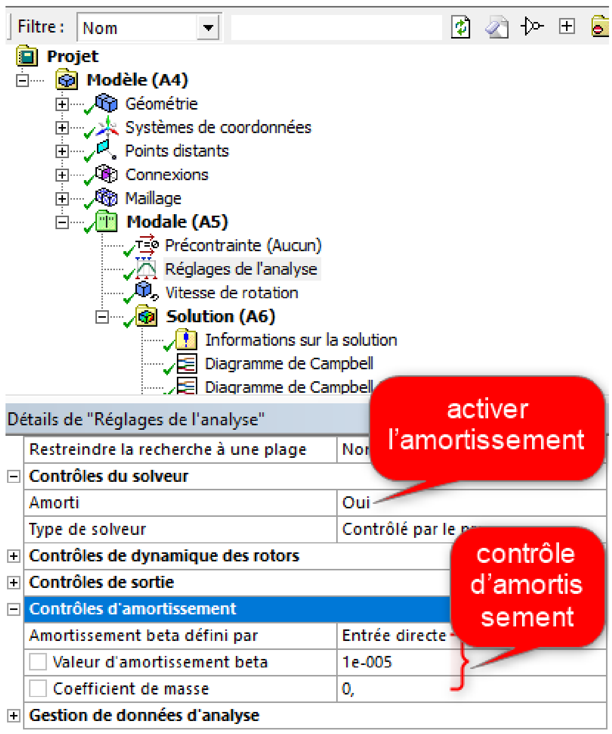


Figure 3.14 : Coefficients d'amortissement des paliers.

III.5.4. 3. La vitesse de rotation et effet gyroscopique

On déclare la vitesse de rotation et l'effet gyroscopique voir figure 3.15.

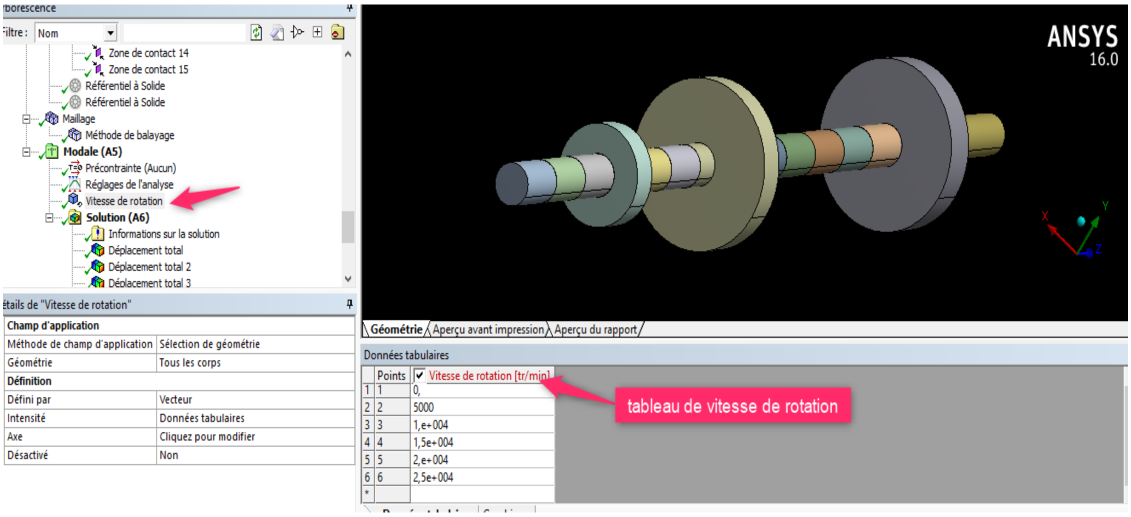


Figure 3.15 : vitesse de rotation et l'effet gyroscopique.

III.5.4. 4. Diagramme de Campbell et diagramme de stabilité

La figure 3.17 ci-dessous pour l'affichage de diagramme de Campbell et de stabilité.

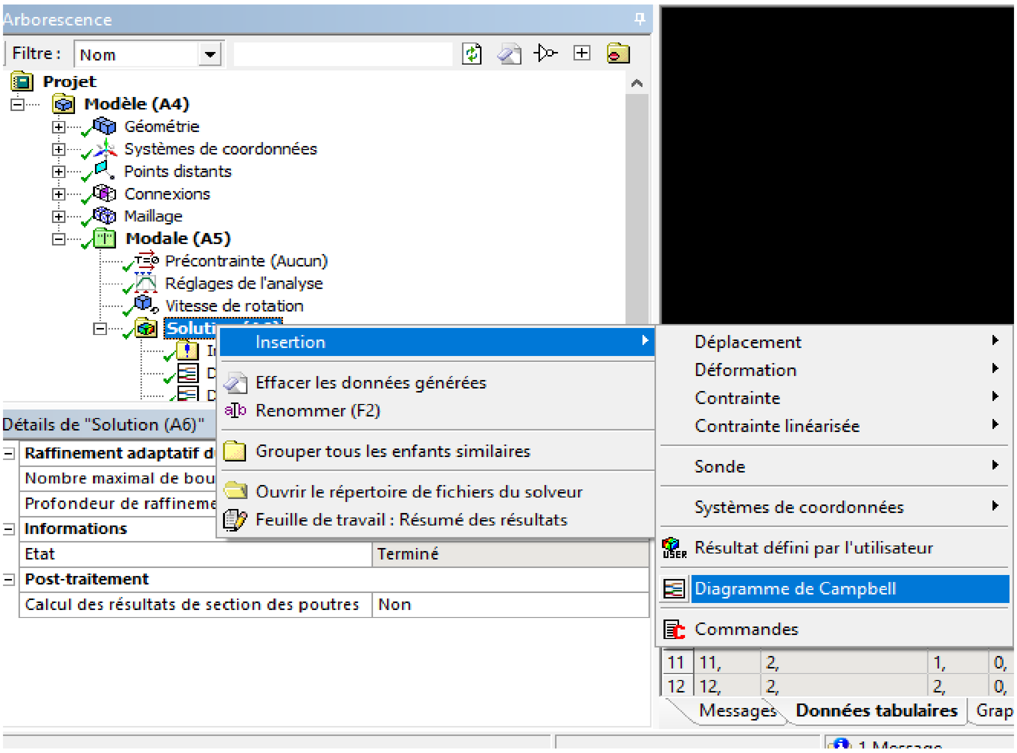


Figure 3.16 : Diagramme de Campbell et de stabilité.

III.5.4. 5. Résolution du modèle

Pour résoudre le modèle, RMC sur Solution et LMC sur Solve. Pour visualiser l'information sur la solution, LMC sur Solution Information voir figure 3.18

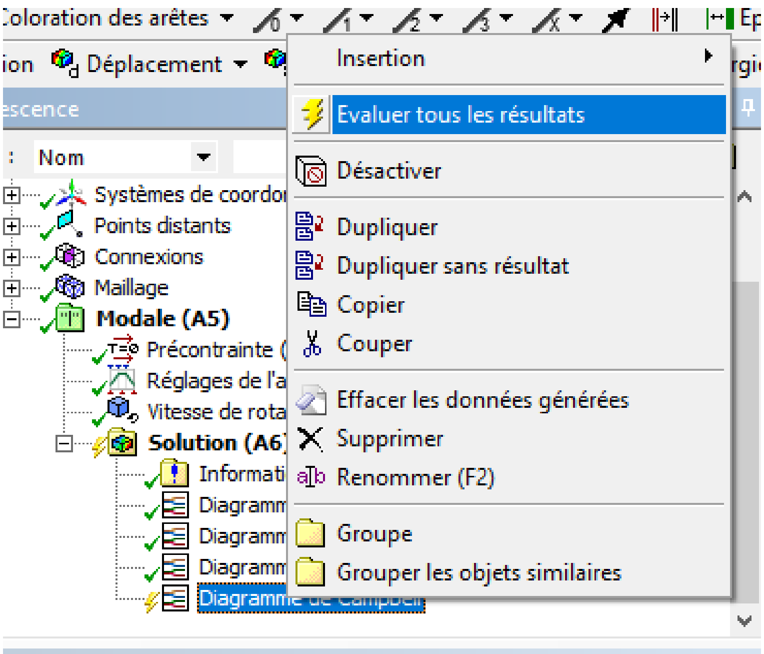


Figure 3.17 : Résolution.

III.5.4. 6. Affichage des résultats

Pour affiché la déformation. LMC sur Solution, LMC sur Déformation voir figure 3.18.

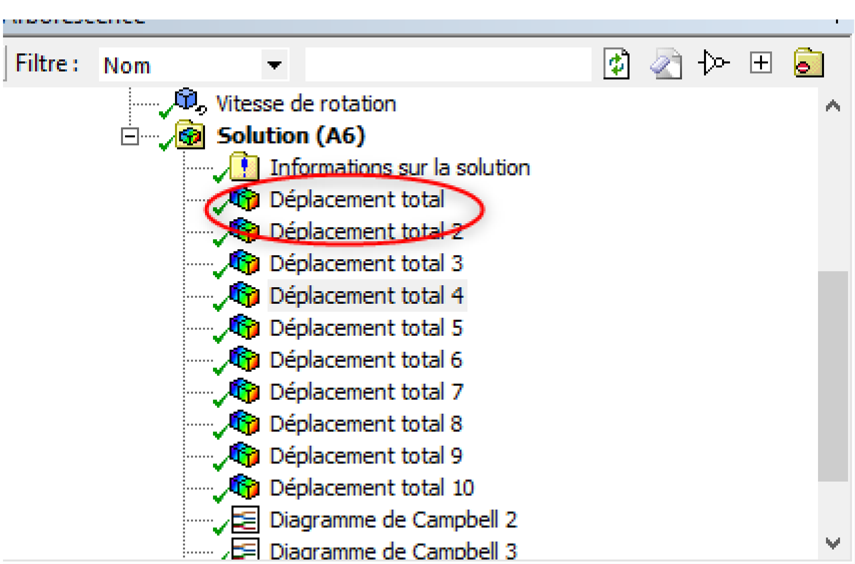


Figure 3.18 : Direction de déformation

✓ **Mode stable**

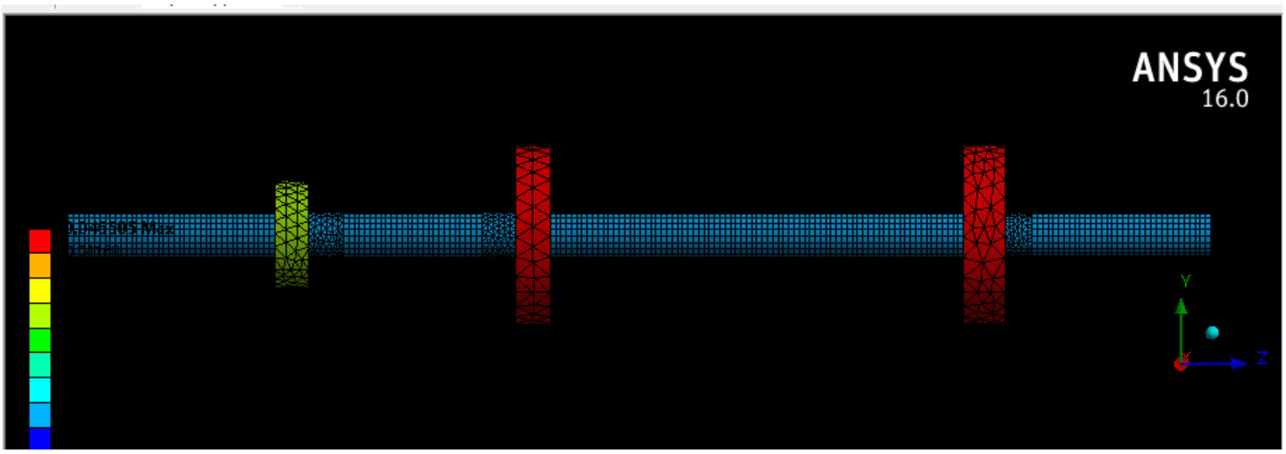


Figure 3.19 : Rotor stable.

✓ **Mode instable**

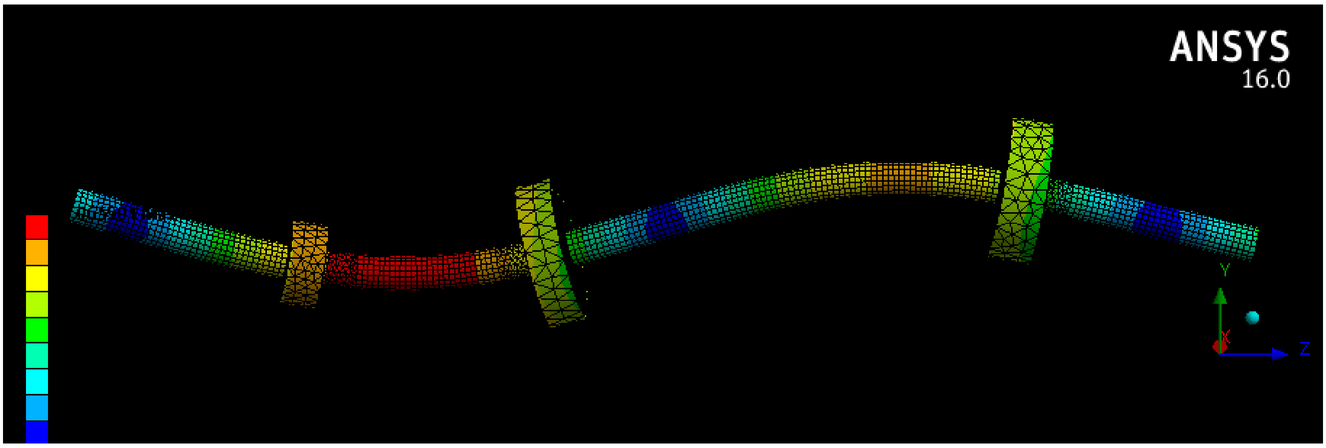


Figure 3.20: Rotor instable.

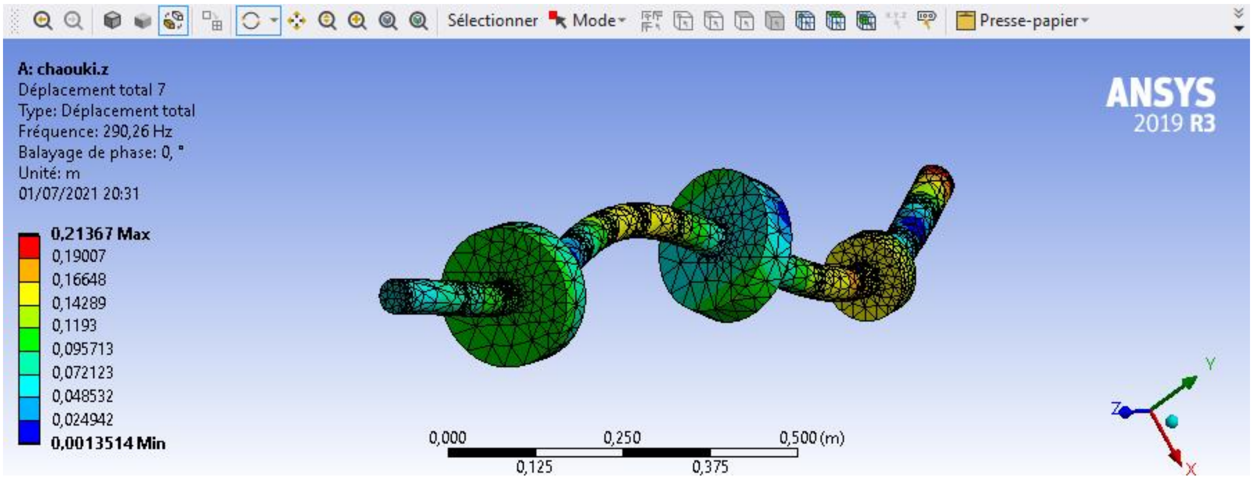


Figure 3.21 : déformation d'un rotors dans la fréquence 290.26hz

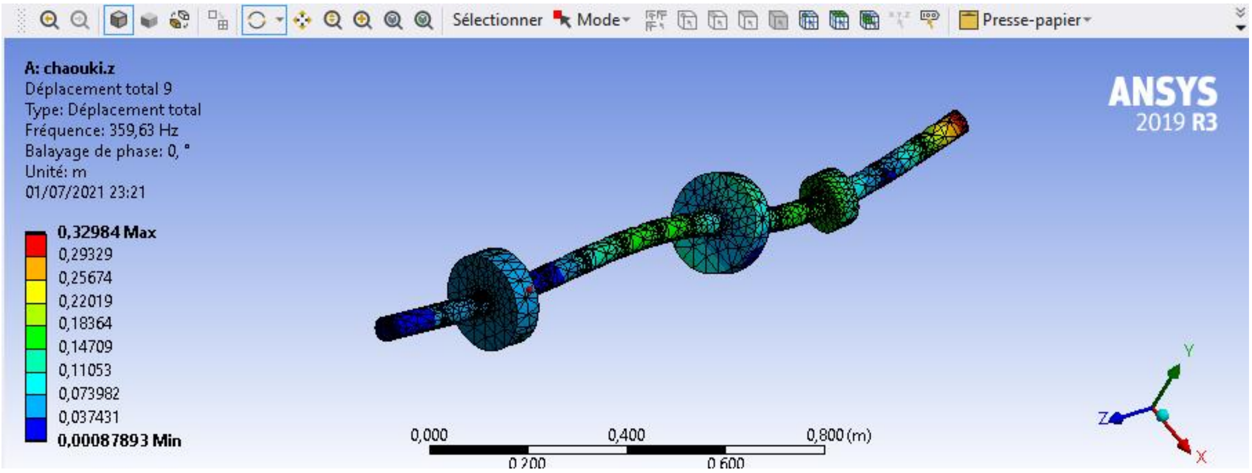


Figure 3.22 : déformation d'un rotors dans la fréquence 359.63 hz

III. 6. Matériels du travail

Le travail a été réalisé avec micro-ordinateur Lenovo de configuration suivante :

Système d'exploitation Win10 (64)

Intel® Core™ I3 CPU 500 Go

Mémoire physique 4 Go

Logiciel : Ansys version 16.0 (Ansys workbench)

III. 7. Résultat et interprétation

Dans cette partie, nous allons étudier l'influence des paramètres cités dans l'introduction précédente. La modélisation et la simulation sont faites par le logiciel Ansys, en utilisant un modèle 3D .

III.7. 1. Influence des propriétés géométriques de l'arbre sur les fréquences propres et les vitesses critiques

Dans le premier exemple, on varie les paramètres géométriques de l'arbre (rapport entre la longueur **L** et le diamètre **D**) pour avoir ces influences sur les fréquences propres, les vitesses critiques et la stabilité du rotor, on garde les mêmes conditions aux limites (bi-appui flexible amorti) et les mêmes propriétés physiques de l'arbre.

Les propriétés physiques et géométriques de l'arbre sont :

$$- E = 2 \times 10^{11}\, N/m^2\, ;\, \rho = 7800\, Kg/m3\, ;\, \nu = 0.3.$$

- [E] : Module de Young. ;
- [ρ] : La masse volumique. ;
- [v] : coefficient de poisson.

- Les raideurs : $K_{yy} = K_{zz} = K_p = 108\ N/m.$; les coefficients d'amortissement :

$$C_{yy} = C_{zz} = C_p = \ 6 * 104N.s/m$$

- La longueur de l'arbre tournant : L = 1,5 m.

Les figures 3.2, 3.4, 3.6 et 3.8 présentent les Diagrammes de Campbell pour les différents rapports L/D. On observe que si le rapport L/D augmente la vitesse critique diminue et l'inverse est juste.

Les figures .3, 21, 3.22 et 3.23 présentent les Diagrammes de la stabilité pour différents rapports L/D. On observe que si le rapport L/D augmente (tans les modes sont stables) l'arbre tournant tend vers la stabilité voir figure 3.21.

Les résultats montrent que les propriétés géométriques d'un arbre tournant ont une influence très importante sur les fréquences propres et par conséquence sur les vitesses critiques et la stabilité de l'arbre tournant.

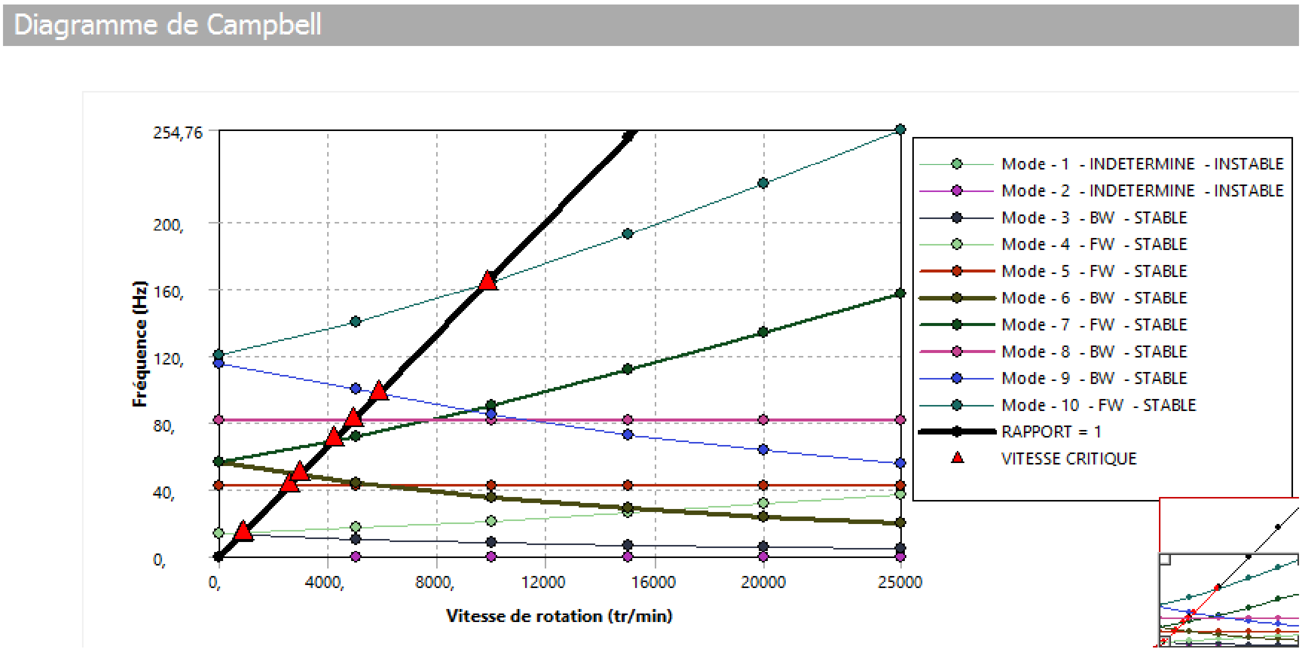


Figure 3.23: Diagramme de Campbell pour les trois premiers modes de flexion **ω** pour L/D=5.

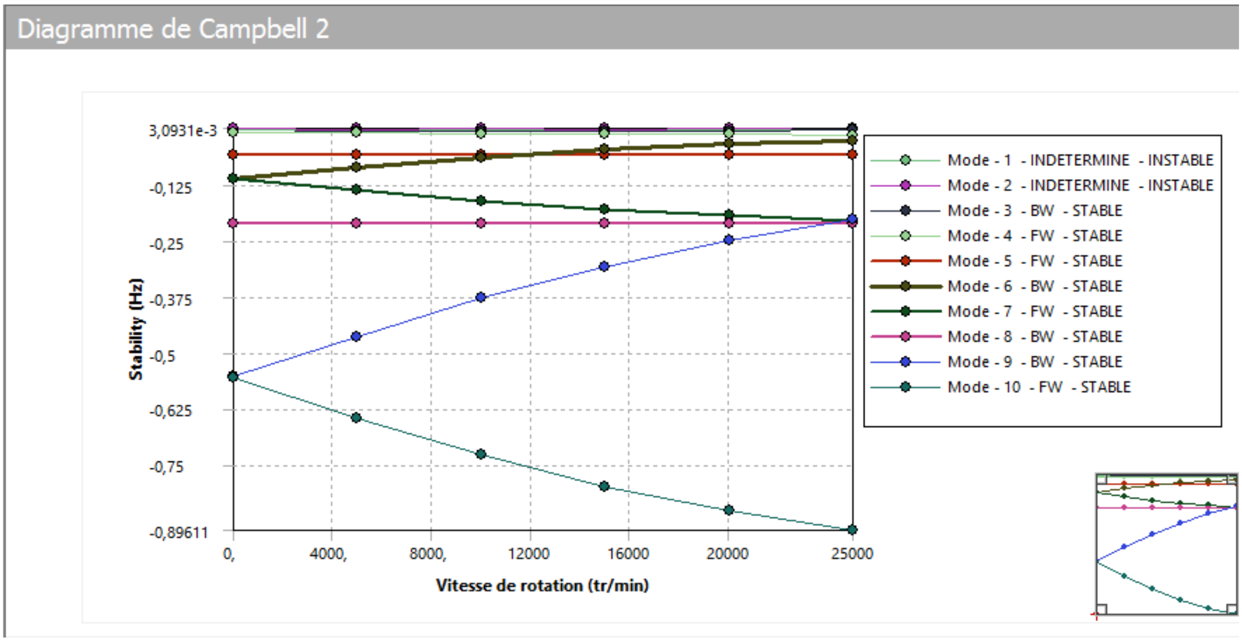


Figure 3.24: Diagramme de stabilité pour les trois premiers modes pour L/D=5.

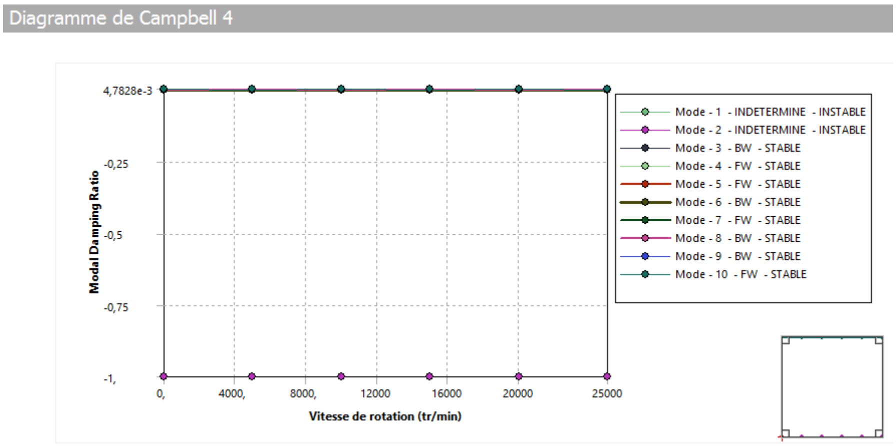


Figure 3.25: Diagramme de modale Damping rotation pur 10 mode de flextion

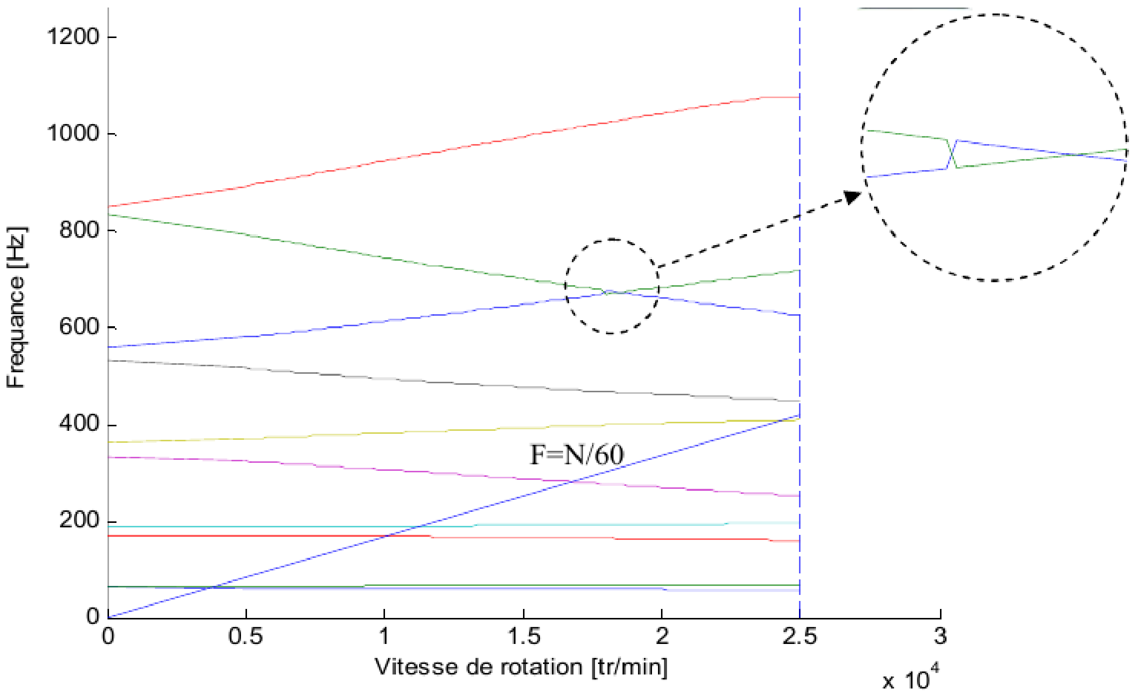


Figure 3.26 : Diagramme de Campbell donné par le code de calcul

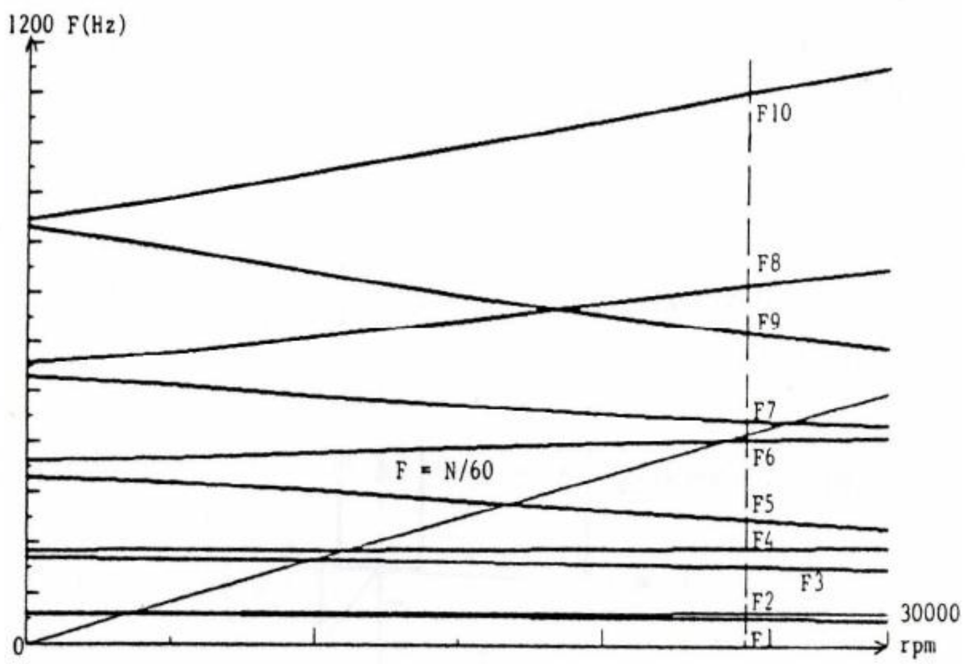
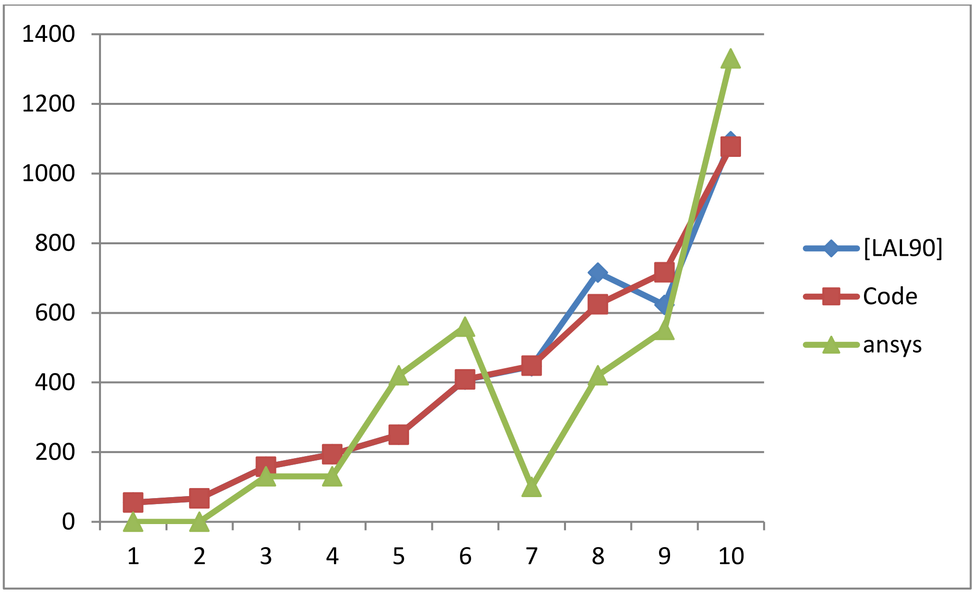


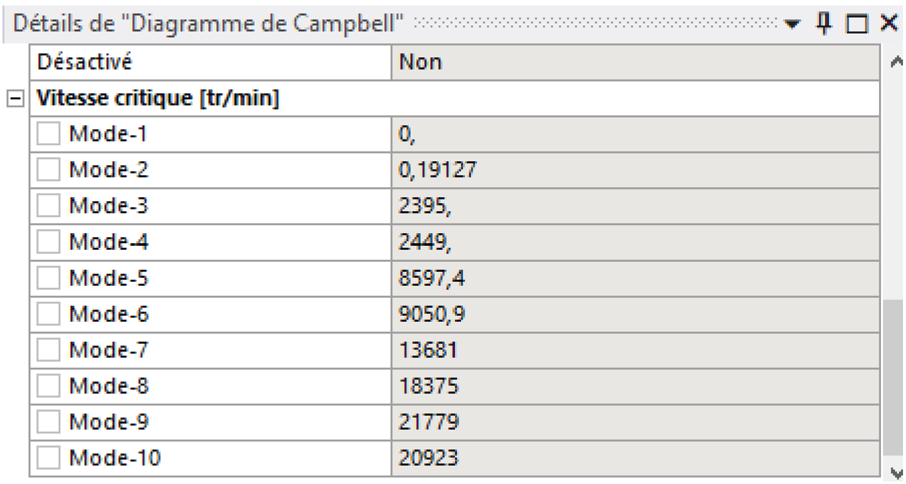
Figure 3.27 : Diagramme de Campbell dans la référence [34]



Figoure.3.28. Représentation de l'écart entre le code de calcul et la référence [34] et calcul par ansys à Ω= 25000 tr/min

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8	Mode 9	Mode 10
[LAL90]	55,408	67,209	157,9	193,71	249,9	407,62	446,62	715,03	622,65	1093
Code	55,42	67,24	158,03	193,95	250,01	408,32	447,83	624,3	716,23	1077,09
ansys	0	0	130,775	130,81	420,589	560,525	100,4476	420,594	550,719	1330,31

Tableau 3.3 : fréquences propres en Hz à 25000 tr/mn.



Figoure.3.29.affichage la vitesse critique

II. 7. Conclusion

Les équations générales d'un rotor soumis à une rotation uniforme ont été développées dans ce chapitre en utilisant la méthode des éléments finis. Elle est plus adaptée pour modéliser les systèmes réels dans la mesure où l'on connait les caractéristiques dynamiques des paliers par exemple. Elle permet l'étude de l'ensemble des modes de vibration du rotor. Elle est également modulaire car chaque élément du rotor possède ses propres caractéristiques. Des éléments peuvent donc être ajoutés ou enlevés au gré de l'utilisateur qui peut également ajouter des raideurs, des amortissements ou des forces extérieures en chaque nœud. Le code de calcul développé reproduit

tous les principaux phénomènes de dynamique linéaire de rotor en flexion. Il constitue une plateforme pour l'étude de la dynamique des rotors en flexion. Le code Ansys workbench est testé via la comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés dans la référence M . F . L a n n e . [34et le cod].

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce mémoire est une initiation à l'étude de la dynamique des rotors. Notre objectif est de comprendre les phénomènes liés à la dynamique des rotors et les voir sur un banc d'essai.

Le premier chapitre est une modélisation mathématique du comportement dynamique des rotors. On a présenté les éléments constituants un rotor et qui sont : l'arbre, le disque et les paliers. L'arbre et le disque sont caractérisés par leur énergie cinétique. La flexibilité de l'arbre se traduit par son énergie de déformation.

Par le biais de cette étude on a fait un premier pas dans la dynamique de rotor, Ce travail a touché en particulier :

1- La modélisation d'un rotor en éléments finis avec considération de l'effet gyroscopique.

2- L'analyse modàle du rotor par programme ANSYS Workbench .

3- La mise en évidence de l'effet gyroscopique su les pulsations naturelles d'un rotor en mouvement de rotation.

4- La mise en évidence de la nature des paliers su les modes propres du rotor en mouvement de rotation.

5- Le traçage du diagramme de Cainpbell et la détermination des vitesses critiques du rotor.

6- La coaimssance des capacités de programme ANSYS Workbench le traitement des problèmes aux valeurs propres. Sans ces capacités ce travail aurait encore duré longtemps.

Annexe

Les dimensions du rotor étudié :

Arbre : L=1.4m, R 1 =0.05m

Nombre de nœuds = 14

Nombre de disques. = 3

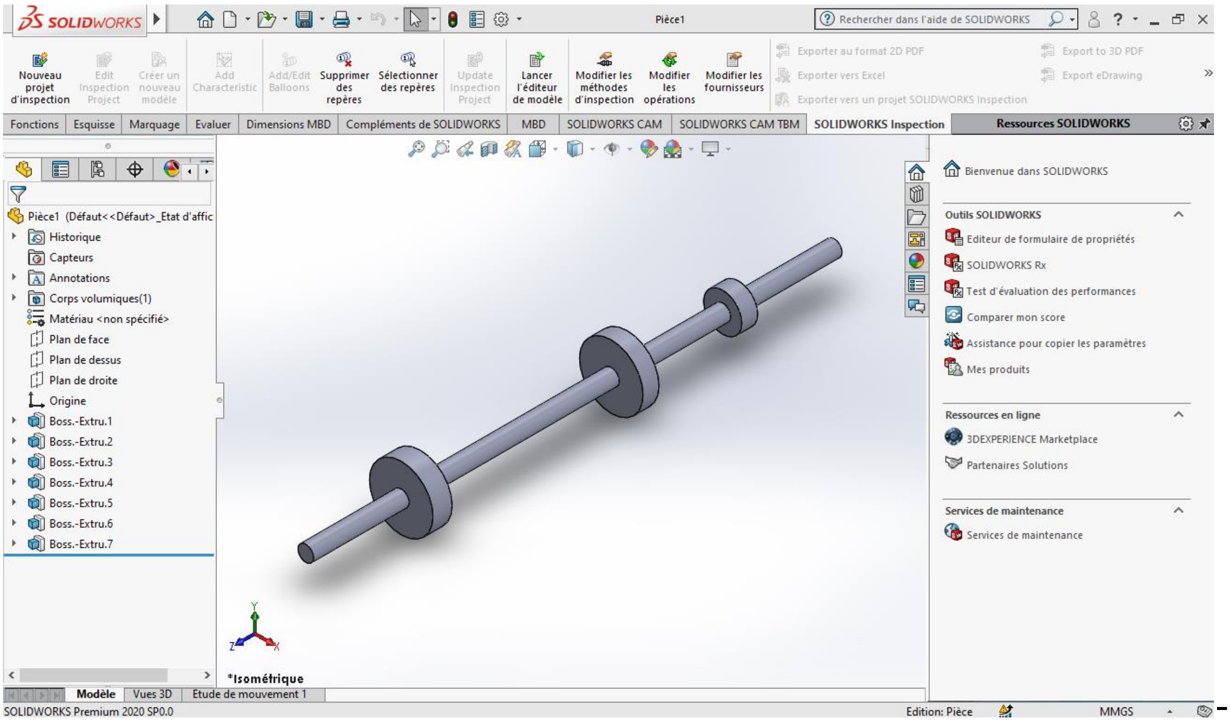
Nombre de paliers. = 2

Les dimensions de l'arbre et du disque sont :

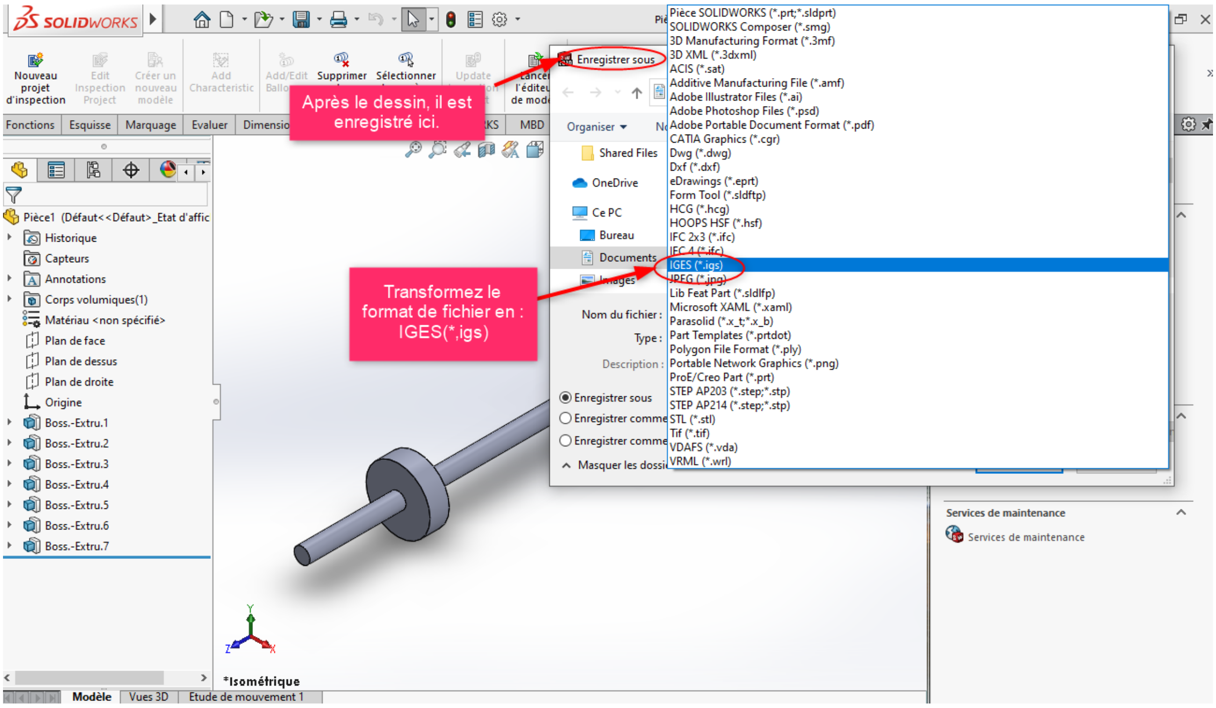
Disque 1 : R1 =0.05m, R2 =0.12m, épaisseur h1= 0.05m

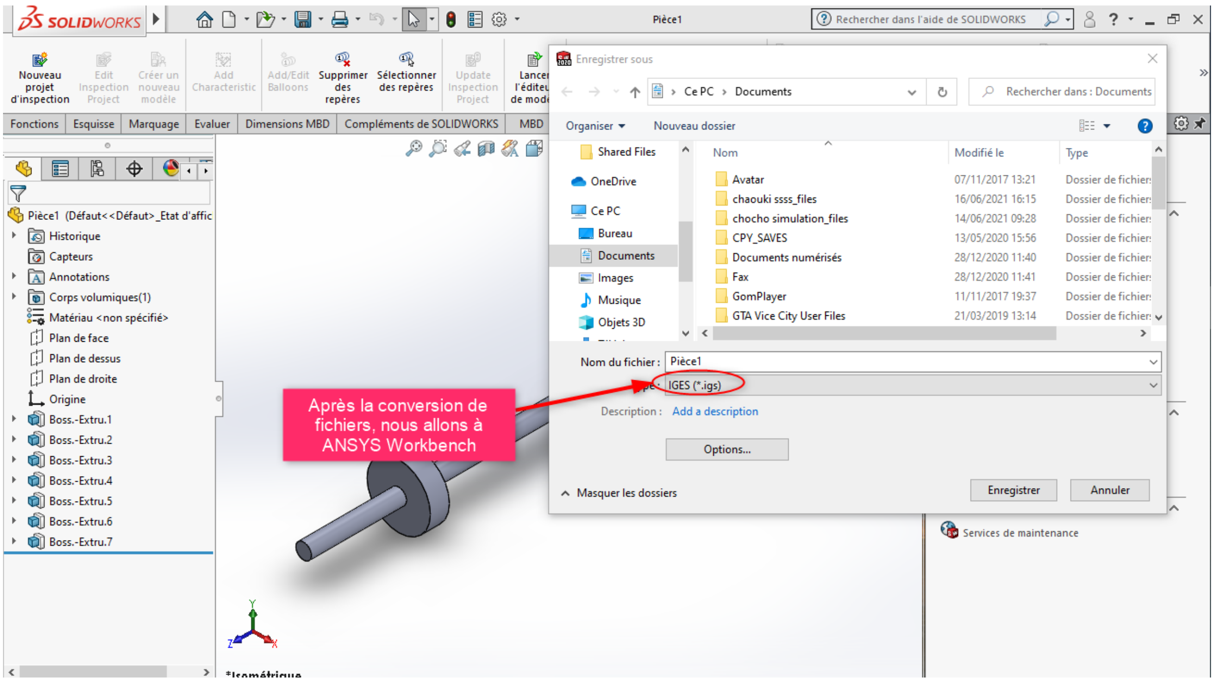
Disque 2 : R2 =0.05m, R2 =0.2m, épaisseur h2= 0.05m

Disque 3 : R3 =0.05m, R3 =0.2m, épaisseur h3= 0.06m

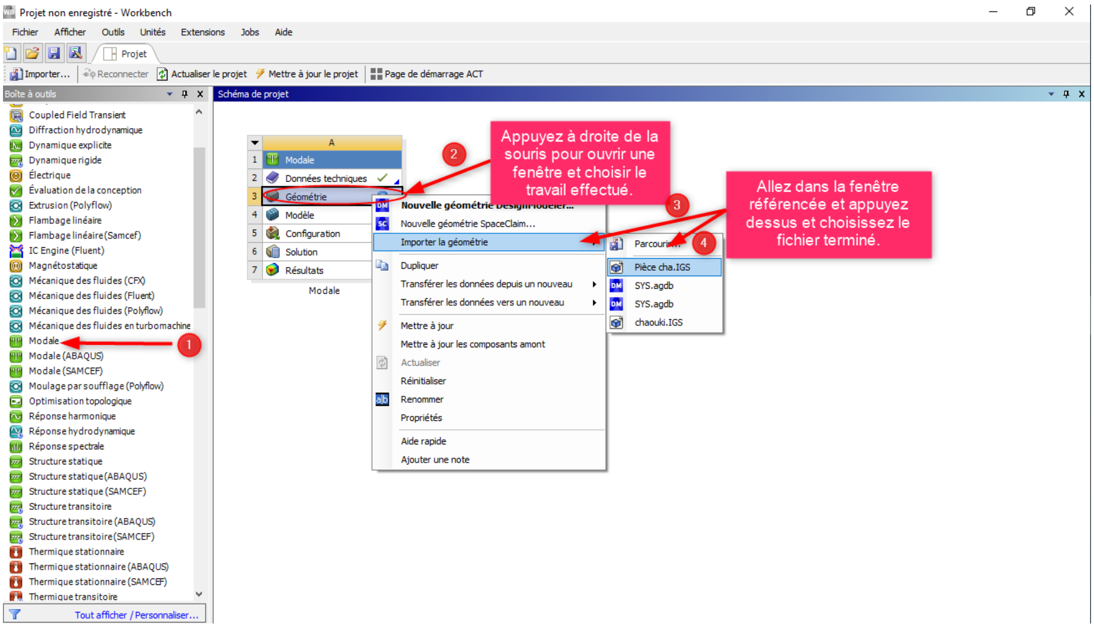


Dessin de rotor par SolidWorks

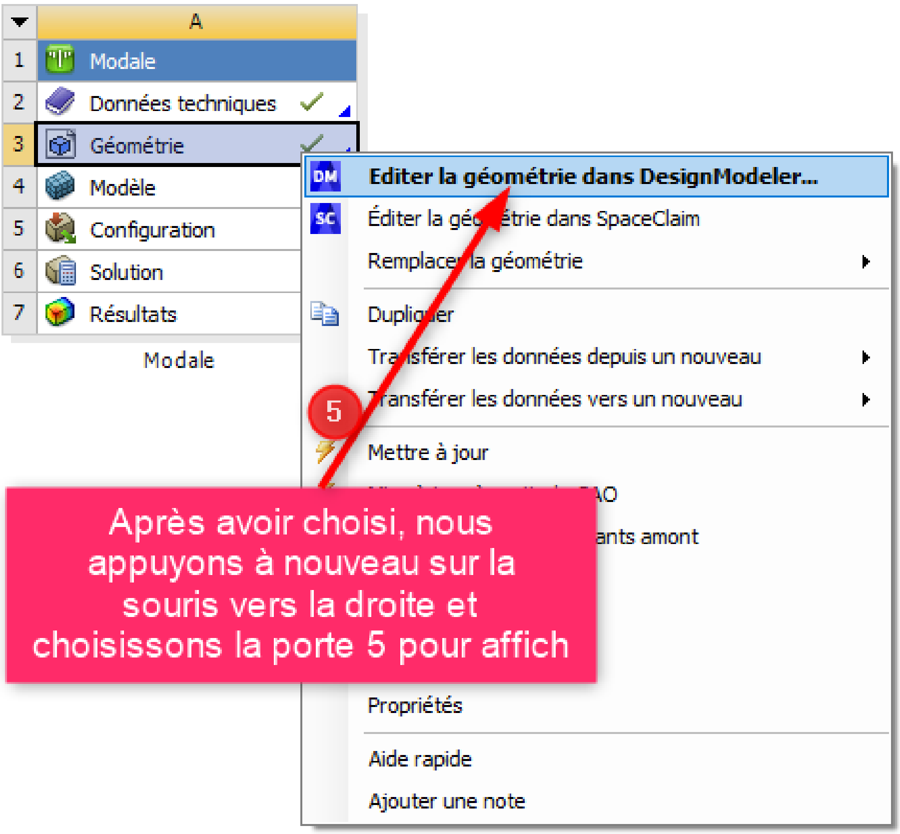


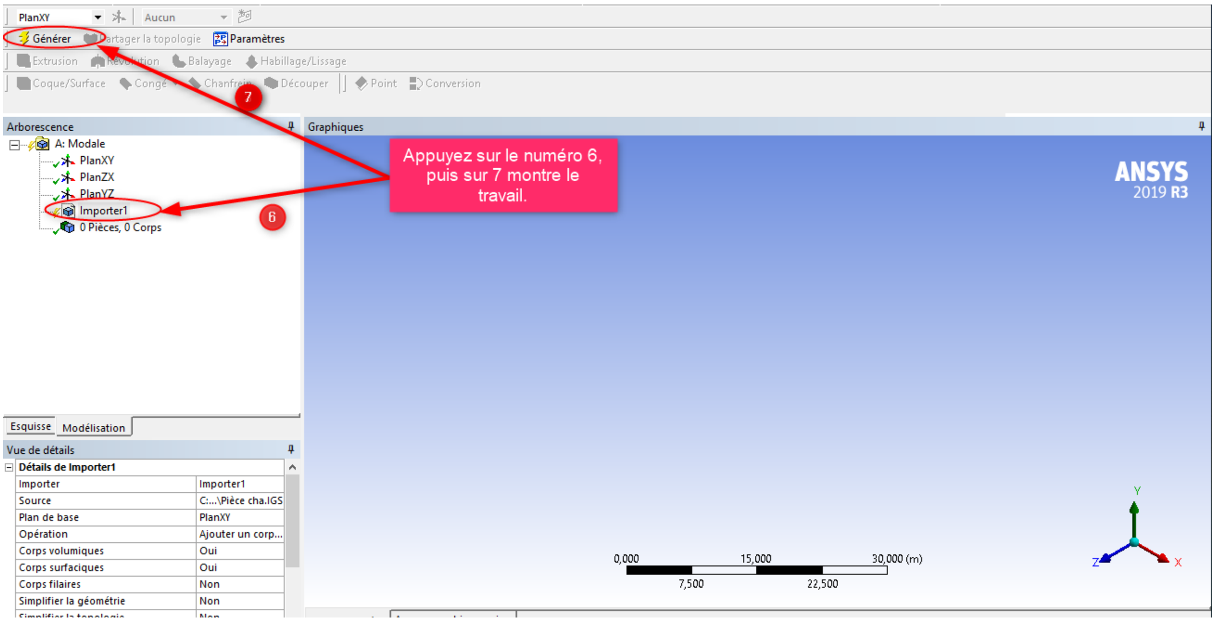


-Enregistrez le travail et modifiez le style de fichier.

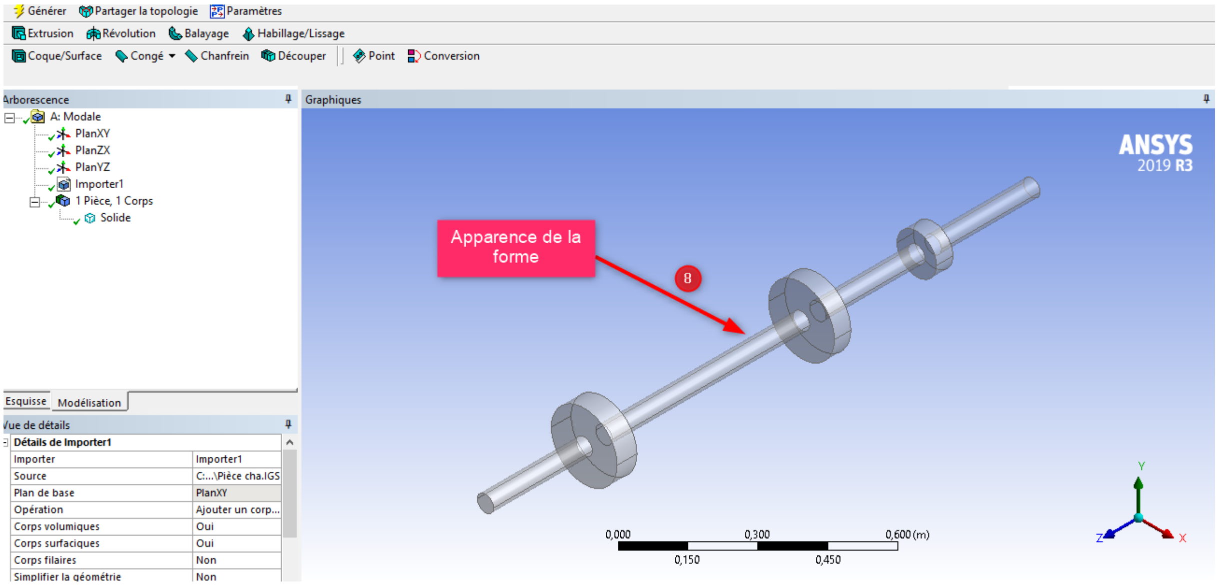


-Ouvrez ANSYS Workbench et appelez le dessin terminé à partir de solideworks

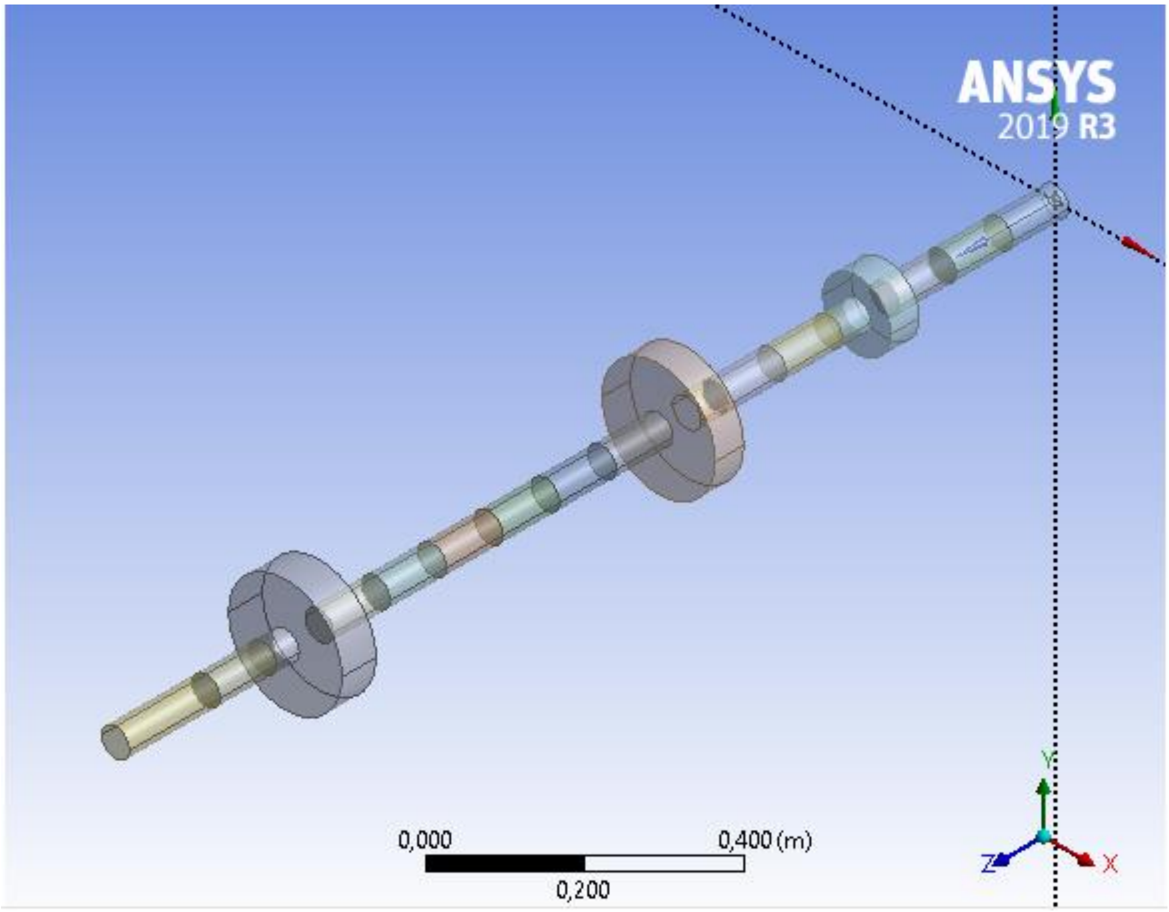




-Étapes sur la façon de montrer dessine.



-L’apparence du dessin



-Couper le rotor en 14 morceauxsur l’axe Z.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

[1] W.J.M.Rankin (1869) “on the centrifugal force of rotating shaft” engineer, Vol.27, pp.249- 249.

[2] H.Lamb and R.Southwell “the vibration of spinning disk” Proc.of the royal society of London, vol 99.pp.272-280,1921.

[3] G.Genta and A.Tonoli “a harmonic finite element for analysis of flexural, torsional, and rotordynamic behaviour of discs” journal of sound and vibration, vol, 196, no1, pp.19-43, 1996.

[4] John F.Ward “the dynamic response of flexible rotor blade concentrated for moving from tiptoroot” national aeronautics and space administration. Washington. D.C.Septem BFR 1969, document NASA TN D-5410.

[5] K.Sinhas “dynamic characteristics of a flexible bladed rotor with coulomb damping due to tip rub” journal of sound and vibration, vol 273,2004.pp.875-919.

[6] V.L.Gulaev, I.L.Solv’ev and S.N.Khudo “precession vibration of the two blade rotor elastic weighyless shaft in compound rotation” journal of strength of materials, vol.34.No2,2002.

[7] V.L.Gulaev and P.P.Lizunov “vibration of the systems of solid and deformable bodies in compound motion” Vyshcha, Shkola, Kiev (1989).

[8] V.L.Gulaev, I.L.Solv’ev “precession vibration and resonance of composite shells in compound rotation” Prikl mekh, 35,No 6.74-81 (1999).

[9] A.Wright, N.Kelley and R.Osgood “validation of a model for a two bladed flexible rotor system: progress to data” national wind technology center, national review able energy laboratory . A.IAA/ASME wind energy symposium Rena, Nevada 11,14, 1999.

[10] B.O.AL-Bedoor “dynamic model of coupled shaft torsional and blade bending de performation in rotor” journal of computer methods in applied mechanic and engineering. 169(1999) 177-190.

[11] P.Hughes “space craft attitude dynamics” Wiley, New York 1986

[12] P.W.Fortesue and J.Starck “spacecraft systems engineering” Wiley, New York 1991

[13] F.F.Ehrich “handbook of rotordynamic” namics, Krieger publishing company 1999

[14] H.Jeffcott "the lateral vibration of loaded shafts in the neighbour hood of wirling speed-the effect of want of balance" Phil.Mag, vol 37.no 6.pp.304-314,1919

[15] F.C.Nelson "a review of the origins and current of rotor dynamics" In IFTomm-sixth international conference on rotor dynamics, Sydney, Australia, 2002

[16] M.Lanane and G.Ferraris "rotordynamic prediction in engineering" John Wiley Sons 1990

[17] D.P. Atherton " Nonlinear Control Engineering". Van Nostrand Reinhold Company, 1975.

[18] L.Meirovitch "elements of vibration analysis" Mac Graw Hill international editions, 1986

[19] R.Sino "comportement dynamique et stabilité des rotors : application aux rotors composites" thèse doctorat INSA Lyon, P 187, 2007.

[20] S.Dunkerly "on the whirling and vibration of shafts" PH.L. Trans.R.Soc. London A, 185,279, (1895).

[21] R.L.Begue "influence of orthotropic stiffness .damping in Hydropower Rotor" master's hesis , Lulea university of technology, 2005.

[22] A.Tondl "some problems of rotor dynamics", London, Champman and Hall 1965, 433P.

[23] M.Shilhans "bending frequency of rotating beam" international journal of applied mechanics 25, p28-30,1958.

[24] D.Prunelli "natural bending frequency comparable to rotational frequency in rotating cantilever beam" international journal of applied mechanics, 39 p 602-604, 1972.

[25] S.Timoshenko "vibration problems in engineering" New York, van nostrand reihold company, 1955.

[26] T.Koyama "free vibration characteristics of rotating Timoshenko beams" international journal of mechanical science 30(10), 743-755.

[27] A.Bazoune " vibration frequencies of rotating tapered beam including rotating inertia and transverse shear deformation" master's thesis, FCGS, King Fahd university of petroleum, minerals, Dharan Saudi Arabia 1990.

[28] M.A.Prohl "a general method for calculating critical speeds of flexible rotor" Trans, ASME, journal of applied mechanics, vol 12, pp142-148, 1945.

[29] W.Lund and F.K.Orcutt "calculations and experiments on the umbalance response of flexible rotor" trans, ASME, journal of engineering for industry, vol 89, pp185-796, 1967.

[30] D.W.Childs "turbomachinery rotordynamics: phenomena, modelling and analysis" John Wiley Sons, Inc.New York, 476p 1993.

[31] A.Lew "a study of rotor system with ball bearing induced non linearities and the development of transfer matrix technique suitable for analysing such systems" Phd thesis , SMME, University of New South Wales, 2002.

[32] H.D.Nelson and J.M.McVaugh "the dynamics of rotor bearing systems using finite elements" ASME journal of engineering for industry, 98:p593-600, 1976.

[33] E.S.Zorzi and H.D.Nelson "finite element simulation of rotor bearing system with internal damping" ASME, journal of engineering for power, pages 71-76, 1977.

[34] **LALANNE M., FERRARIS G.,** Rotordynamics prediction in engineering**,** John Wiley & sons, 1990, 198p.

YI Guo , Rolling Element Bearing Stiffness Matrix Determination, Gearbox Reliability Collaborative Meeting 20

Résumé

Le travail de ce mémoire est consacré pour l'analyse de stabilité des arbres tournants avec des disques flexibles, sur des paliers élastiques amortis modélisés comme ressorts et amortisseurs. Pour ce là. On a utilisé logiciel ANSYS WORKBENCH pour modéliser et simuler la structure étudiée, pour déterminer le diagramme de Campbell permet de donner les fréquences propres et les vitesses critiques, aussi le diagramme de stabilité du rotor.

On a étudié l'influence des différents paramètres géométriques et mécaniques et les conditions aux limites de l'arbre tournant avec plusieurs exemples, pour comprendre les causes qui conduisent à l'instabilité des rotors.

Les mots clés : Dynamique des rotors, Stabilité, Ansys

Abstract

The work of this thesis is devoted to the stability analysis of rotating shafts with flexible discs on resilient elastic bearings modeled as springs and shock absorbers. Forit. ANSYS WORKBENCH software was used to model and simulate the structure studied, to determine the diagram of Campbell allows giving the clean frequencies and the critical speeds, also the rotor stability diagram.

The influence of the different geometric and mechanical parameters and the boundary conditions of the rotating shaft were studied with several examples to understand the causes that lead to the instability of the rotors.

Keywords: Dynamics of rotors, Stability, Ansys.

ملخص

يكرس عمل هذه الذاكرة تحليل عدم استقرار الأعمدة الدوارة مع أقراص متجانسة مرنة على اسندة مخمدة و مدمجة على شكل نوابض و مخمدات . يتم استخدام برنامج ANSYS لنمدجة وإنشاء مخطط Campbell الذي يعطي ترددات الطبيعية والسرعات الحرجة وكذلك مخططات الاستقرار .

كل هذا لدراسة تأثير الخصائص الهندسية والميكانيكية والشروط الحدودية للعمد الدوار مع عدة أمثلة مبينة لفهم الأسباب التي تؤدي الى عدم استقرار الدوار .

كلمات البحث : ديناميكية الدوار , الاستقرار . ANSYS,