

Université Mohamed Khider de Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Electrique

## MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies Electrotechnique Machines électriques

Réf. :

Présenté et soutenu par : CHETTIH ABDERRAHMANE NOUR ELISLAM

Le :

## L'ETUDE DE LA CONDUCTION THERMIQUE

Jury :				
M.	Betka Achour	Pr	Université de Biskra	Président
M.	Boumaaraf Rabia	Pr	Université de Biskra	Examinateur
M.	Kamel Srairi	Pr	Université de Biskra	Rapporteur

Année universitaire : 2021 - 2022

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية République Algérienne Démocratique et Populaire وزارة التعليم العالي والبحث العلمي Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie Electrique Filière : Electrotechnique Option : Machines électriques

Réf:

Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme :

## **MASTER II**

## Thème

## L'ETUDE LA CONDUCTION THERMIQUE

Présenté par : Chettih Abd Errahman Nour Elislam

Avis favorable de l'encadreur : P<sup>r</sup>.Kamel Serairi Avis favorable du président du jury : P<sup>r</sup>.Betka Achour

**Cachet et signature** 

Année Universitaire 2021\_2022

#### Résumé:

Dans cette mémoire ont traité un grand sujet aux sciences techniques c'est la base de l'industrie et tous les domaines de recherches ST et sur tout l'énergie renouvelable c'est le transfert de la chaleur par la conduction thermique.

Une étude sur le transfert chaleur dans les moteurs asynchrone à cage et comment déterminé et modélisé le phénomène par plusieurs méthodes, j'ai choisi dans un modèle simple par la méthode de Mellor & Turner.



الملخص:

في هذه الذكرة عالجنا واحدة من أهم المواضيع في ميدان العلوم التكنولوجية تعتبر أساس الصناعات وجميع الأبحاث في ميادين العلوم التكنولوجية خاصة فيما يتعلق بالطاقات المتجددة و هو الانتقال الحراري عبر الناقلية الحرارية في الأوساط

دراسة حول الانتقال الحراري في المحركات اللامتزامنة ذات دوار من نوع قفص السنجاب كيفية تحديد ونمذجة هاته الظاهرة بعدة طرق اخترنا نموذج بسيط يعتمد على طريقة ميلور وتورنر.

الكلمات المفتاحية: الانتقال الحراري، الانتقال الحراري في الأوساط، الناقلية الحرارية، الفيزياء التطبيقية، محرك لامتزامن ذو دوار من نوع قفص السنجاب





ٱللَّهُ لَا إَلَهُ إِلَهُ إِلَّهُ هُوَ ٱلْحَى ٱلْقَيْوُمُ لَا تَأْخُذُهُ سِنَةٌ وَلَا نَوْمٌ لَّهُ مَافِي ٱلسَّمَوَ تِوَمَا ڣۣٱلأَرْضَّ مَن ذَاٱلَّذِى يَشْفَعُ عِندَهُ وَإِلَّا بِإِذْنِهِۦْ يَعْلَمُ مَابَيْنَ أَيَدِ بِهِمْ وَمَاخَلْفَهُمْ وَلَا يُجِيطُونَ بِشَيْءٍ مِّنْ عِلْمِهِ إِلَّا بِمَا شَاءَ وَسِعَكُر سِيُّهُ ٱلسَّمَاوَتِ وَٱلْأَرْضَ وَلَا يَغُودُهُ حِفْظَهُ مَا وَهُوَٱلْعَلَىٰ ٱلْعَظِيمُ ٢

## Remerciements

Nous tenons à remercier tous les éléments du département d'électrotechnique de l'université Mohamed Khider Biskra.

Nos remerciements les plus sincères vont à Monsieur Pr.Kamel Serairi notre enseignant et encadreur de ce projet pour son disponibilité à chaque fois que nous l'avons sollicité et qui nous a constamment guidé par ces conseils, ces remarques et travaille du pratique et ces critiques.

Nous remercions vivement Monsieur Chettih Med Lamine et tous les cadres au ENNA Aéroport de Biskra qui nous a encadré et a fourni la documentation et les plus chaleureux vont aux ingénieurs de ENNA ; Adouan, Khelil, Ahmed et le déricteur de la sécurité d'aéronautique Habib Dimi...,

Nous remercions vivement les plus sincères à Monsieurs Pr. k/Serairi et Pr.Betka Notres Docteurs Dr.A/Magherbi et Dr.Khan .....,

Nous remercions également tous ceux qui contribué de près ou de loin à la réalisation de ce présent travail.

## Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A mes très chère parents El Hadi et Malika, A mon grand frère M<sup>r</sup> Chettih Mohamed Lamine le père spirituel En génie électrique pour moi

A mes frère et mes sœurs ; Oum Hani, Imad, Hamida, Ibtissem, Fatima (Allah yarhmha), Chamse Eddine, Ikhlas, Aya et Salah Eddine A mes amis de la 38 <sup>eme</sup> Compagnie de reconnaissance, chasse et traque de La 38 <sup>eme</sup> Brigade d'infanterie mécanisée à tous les unités qui travaillé Ensemble à Boumerdasse A tous les éléments de L'armée National Populaire.

A Mes collègues de groupe les ingénieurs d'opérations à Hyundai Engineering & construction CCPP Biskra Kateb, Houili, Saouli , Yaakob, Adel,...

A Tout les Cadres et les opérateurs d'E.N.N.A Aéroport de Biskra Med lamine, Okba, Abbes, Ahmed, Adouane, Habib, Messaoud, Rabie,...

A tous ceux qui m'aiment et que j'aime : I.Hedouache, B. Mouada, B, Masmoudi, DJ.Abbassi, O. Benmechiche, N. Benmechiche, H. Chitour, I. Meghazzi, A.Ouafi, I. Maafi, I.khelifi, B. Fodil, T. Belkbir, Y. Bekhti, Khalil, Fayçal Sassoui,...

Avec qui j'ai partagé vraiment des meilleurs moments d'aventure, de Risque et de bonheur, et qui hantent mon esprit, que je ne peux pas Oublier....

A vous.

L'ingénieur. Chettih Abd Errahman Nour El Islam

#### Sommaire

Remerciements I
Dédicace III
Sommaire IV
Notations et symboles
Introduction générale
Chapitre I: Généralités sur le transfert de la chaleur.
Introduction :
I.1 Généralités sur le transfert de chaleur :
I.1.1 Historique :
I.1.2 Champ de température :
I.1.3 Gradient de température :
I.1.4 Flux de chaleur :
I.1.5 Bilan d'énergie :
I.2 Transfert de chaleur par conduction :
I.2.1 Loi de Fourier :
I.2.2 Equation de la chaleur :
I.2.3 La conduction thermique :
I.2.4 Conductivité thermique :
I.2.5 Analogie électrique :
I.3 Conductivité thermique des solides hétérogènes :
I.3.1 Notion de résistance thermique :
I.3.1.1Schéma équivalent :
I.3.2Résistance thermique de contact :
Conclusion :
Chapitre II : modélisation mathématique de la conduction thermique
Introduction
II.1 Le principe de modélisation mathématique du phénomène physique la conduction thermique18
II.1.1Energie générée à l'intérieur du solide
II.1.2Energie emmagasinée
II.2 Etablissement de l'équation différentielle
II.3 Les conditions de la modélisation
II.3.1 Conditions aux limites
II.3.2 Conditions initiales
II.3.3 Conditions aux limites spatiales
II.3.4 Condition de Dirichlet ou du premier type

II.3.5 Condition de Neumann ou du deuxième type	23
II.3.6 Condition de Fourier ou du troisième type	24
II.4 Les régimes du transfert de la chaleur par conduction	24
II.4.1 Conduction en régime permanent (stationnaire)	24
II.4.2 Conduction en régime dynamique (variable ou instationnaire)	28
Conclusion	30
ChapitreIII: les méthodes de la résolution et l'application sur les moteurs asynchrone	
Introduction	32
III. Les méthodes de la résolution	33
III.1 Méthodes théoriques	33
III1.1 Méthodes empiriques	33
III.1.2. Méthodes nodales	33
III.1.3. Méthodes numériques	37
III.1.3.1 Méthode des différences finies	37
III.1.3.2 Méthode des éléments fini	37
III.1.3.2.1 Etapes de résolution	38
III.2 Méthodes expérimentales	39
III.2.1 Méthode calorimétrique	39
III.2.2 Mesure de température par des capteurs	39
III.2.2.1. Les thermocouples	40
III.2.2.1.b. Principe de mesure de température par un thermocouple	40
III.2.2.1.c. Avantages et inconvénients des thermocouples	41
III.2.2.2 La thermistance	41
III.2.2.2.b. Principe de mesure de la température par des thermistances	41
III.2.3 La caméra thermique	42
III2.3.1 Avantages et inconvénients de la caméra thermique	43
III.3 Elaboration d'un modèle thermique simplifié d'un moteur asynchrone à cage (Mellor et Tu	urner) 43
III.3.1 Modèle thermique simplifié	44
III.3.2 Simplification du modèle détaillé	45
III.3.3 Identification et calcul des paramètres du modèle thermique simplifié	50
III.3.4 Résistance thermique mesurée de la carcasse au milieu ambiant	50
III.3.5 Résistance thermique de contact entre la culasse statorique et la carcasse	50
III.3.6 Résistance thermique radiale conductive de la culasse statorique vers la carcasse	50
III.3.7 Résistance thermique radiale conductive de la culasse statorique vers les dents statorique	es50
III.3.8 Résistance radiale conductive des dents statoriques vers la culasse statorique	50
III.3.9 Résistance thermique radiale conductive des dents statoriques vers l'entefer	52

III.3.10. Résistance thermique de l'enroulement dans l'encoche	52
III.3.11. Résistances convectives de l'air emprisonné	53
III.3.12. Résistance thermique des têtes de bobines	54
III.3.13 Résistance thermique axiale des têtes de bobines	54
III.3.14 Résistance thermique de l'entrefer	55
III.3.15 Résistance thermique radiale des barres rotoriques	55
III.3.16 Résistance radiale des barres rotoriques vers l'entrefer	55
III.3.17 Résistance radiale des barres rotoriques vers le fer rotorique	55
III.3.18. Résistance radiale conductive du fer rotorique	56
III.3.19. Résistance thermique de l'arbre	56
III.3.20 Résistance thermique radiale de l'arbre sous le circuit rotorique	56
III.3.21 Résistance thermique axiale de l'arbre sous le circuit rotorique	56
III.3.22Partie de l'arbre sous le roulement	57
III.3.23Partie de l'arbre formant une connexion entre les blocs 7 et 8	57
III.4 Mise en place d'une deuxième approche d'un modèle thermique simplifié	58
Conclusion	61
Conclusion générale	62
Bibliographie	63
La liste des tableaux et figures	70
Annexe	73
Résumé/ abstract	79

### Notion et Symbole

a,α	conductivité (Diffusivité) thermique
С	Chaleur spécifique
d	Diamètre
е	Epaisseur
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection
L	Longueur, Luminance
m	Débit massique
р	Variable de Laplace
ре	Périmètre
Q	Quantité de chaleur
qc	Débit calorifique
r, R	Rayon, Résistance
Rc	Résistance de contact
S	Surface
t	Temps
Т,Ө	Température
V	Volume
grad	operateur Scalaire
div	operateur Véctorielle
Rot	operateur Véctorielle
x, y, z	Variables d'espace
φ	Densité de flux de chaleur
Φ	Transformée de Laplace du flux de chaleur
φ	Flux de chaleur
λ,k	Conductivité thermique, longueur d'onde
ρ	Masse volumique, coefficient de réflexion du rayonnement
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
τ	Coefficient de transmission du rayonnement
θ	Transformée de Laplace de la température
s,r	Indices stator et rotor, respectivement
т	Temps [s]
u	Tension [V]
i	Courant [A]

Ψ	Flux [ Wb ]
R <sub>r</sub>	Résistance rotorique [ $\Omega$ ]
R <sub>s</sub>	Résistance statorique [ $\Omega$ ]
f	La fréquence [rad/s]
MAS	Moteur Asynchrone ou Machine Asynchrone
IP	Indice de protection
B <sub>6</sub>	Induction dans l'entrefer
A	Surface ; aire ; densité de courant linéaire.
F.E.M	Force électromotrice.
F.M.M	Force magnétomotrice
н	Hauteur
K <sub>d</sub>	Facteur de distribution d'un enroulement.
La	Longueur d'empilage.
P <sub>fe</sub>	Pertes fer.
Pu	Puissance utile
P <sub>méc</sub>	Puissance mécanique
Psupp	Pertes supplémentaires W
PJS	Pertes Joule statoriques W
PJR	Pertes Joule rotorique W
Ptot	Pertes totales W
Pmec	Pertes mécaniques W
Pfer	Pertes fer W
т	Températures °C
S	Surface m2
е	épaisseur m
L	Longueur m
ei	Epaisseur de la couche i m
Si	Surface de la couche i m2
Smoy	Surface moyenne m2
λi	Conductivité thermique de la couche i W/m°C
λeq	Conductivité thermique équivalente W/m°C
h	Coefficient d'échange convectif W/m2°C
Ts	Température de surface °C
Р	Chaleur massique à pression constante J/Kg°C

т	Température °C
Lc	Longueur de contact avec le solide m
РН	Pertes massiques par hystérésis W/m3
PF	Pertes fer massique W/m3
В	Induction T
R	Résistance Ω
I	Courant A
Pabs	Puissance absorbée W
g	Glissement %
λа	Conductivité thermique dans la direction axiale W/m°C
λr	Conductivité thermique dans la direction radiale W/m°C
λcan	Conductivité thermique du caniveau d'encoche W/m°C
λair	Conductivité thermique de l'air W/m°C
r1	Rayon interne d'un cylindre m
r2	Rayon externe d'un cylindre m
Le	L'épaisseur de l'entrefer m
d1,d2	Diamètre m
δcan	Epaisseur du caniveau d'encoche m
δC	Epaisseur de contact m
хтоу	Position moyenne m
A	Surface m2
Scu	Surface du cuivre dans l'encoche m2
Ra,Rb,Rc,R0,R	1,R2,R3,Rm Résistances thermiques °C/W
R1a, R2a, R3a	, R1r, R2r,R3r Résistances thermiques °C/W
Rth1	Rth41 Résistances thermiques
Rct	Résistance thermique de contact °C/W
Rc	Résistance convective °C/W
Рс	Pression de contact N/m2
α	Angle Rd
NZ	Nombre d'encoche
remp	Coefficient de remplissage -
hP	Coefficient d'échange de l'air emprisonné W/m2°C
hamb	Coefficient d'échange du milieu ambiant W/m2°C
hentrefer	Coefficient d'échange de l'entrefer W/m2°C
а	La moitié du stator m

b	Rayon de l'interface dos du stator-carcasse m
С	Diamètre de la carcasse
Es	Module d'élasticité du fer statorique N/m2
Ef	Module d'élasticité de la carcasse N/m2
μs	Rapport de poisson pour le dos du stator -
μf	Rapport de poisson pour la carcasse -
rm , rm1 ,rm	2 Rayon moyen m
r1r8	3 Rayons m
λr1,λr2	Conductivités thermiques dans la direction radiale W/m°C
λa1,λa2	Conductivités thermiques dans la direction axiale W/m°C
λal	Conductivité thermique de l'aluminium W/m°C
λarb	Conductivité thermique de l'arbre W/m°C
λν	Conductivité thermique du vernis W/m°Ca1,a2,a3 Angles Rd
Zd	Nombres de dents statoriques -
Ltet	Longueur de la tête de bobine (géométrie cylindrique) m
Nc	Nombres de conducteurs dans l'encoche -
LO	Longueur de l'extension entre encoche et têtes de bobines
r0	Rayon d'un conducteur dans l'encoche m
hP	Coefficient d'échange de l'air emprisonné W/m2°C
S1S4	Surfaces m2
Lacc	Longueur de l'anneau de court circuit m
racc	Rayon interne de l'anneau de court circuit m
Lroul	Longueur du roulement m
R1	Résistance électrique du stator $\Omega$
R	Résistance électrique du rotor ramenée au stator $\Omega$
Xm	Réactance de magnétisation Ω
Rm	Résistance de magnétisation Ω
Xs / c	Réactance de fuite ramenée au stator $\Omega$
V1	Tension d 'alimentation Volt
11	Courant A
Pferdos	Proportions des pertes fer allouées au dos du stator W
Pferdents	Proportions des pertes fer allouées aux dents statorique
λisol	Conductivité thermique de l'isolant W/m°C
{        } θi	Vecteur température °C
Δθ	Ecart de température °C

[C]	Matrice capacités -
G	Conductance thermique W/°C
[G]	Matrice conductances -
hamb	Coefficient d'échange du milieu ambiant W/m2°C
F	Fonctionnelle -
A	Potentiel Vecteur
В	Induction Magnétique Tesla
J	Densité de courant A/m2
ls	Courant A
qJoule	Densité de pertes par effet Joule W/m3
qfer	Densité de pertes fer W/m3
ε0	Permittivité du vide F.m-1
εr	Permittivité relative F.m-1
μ0	Perméabilité du vide H.m-1
μr	Perméabilité relative H.m-1
σΕ	Conductivité électrique Ω-1.m-1
Js	Densité de courant A
А	Potentiel vecteur T.m
μC	Perméabilité du cuivre H.m-1µi Perméabilité de l'induit H.m-1
Tref	Température de référence °C
hC	Coefficient d'échange par convection W/m2°C
Ni, Nj	Fonction de forme -
Нсо	Coefficient de contact W/m2°C

#### **Introduction générale :**

A partir mon parcourt dans une centrale électrique en cycle combiné comme un ingénieur de la production de l'énergie de l'électricité avec le groupe des ingénieurs d'opérations et ma curiosité au domaine de la conversation de l'énergie et les phénomènes physiques j'ai vu plusieurs problème reliée avec la chaleur et les influences sur le rendement de la production, la première remarque c'est le système de refroidissement de l'alternateur en cycle fermé (CCW : Close Cooling Water) en plus l'injection de l'hydrogène pour faire la refroidissement de matériaux ferromagnétique et le bobinage dans ce cas la chaleur est un inconvénient, mais d'autre coté est un objectif par exemple dans le dilatateur de gaz ou bien le système de traitement de la chaleur dégagé au niveau de l'échappement de la turbine à gaz avant l'admission vers la turbine vapeur.

On a trouvé plusieurs fois dans des problèmes de l'échauffement des câbles, ici j'ai posé des questions par curiosité quels sont les causes de ce phénomène ? Et ces origines ? Es qu'il y a des solutions ? etc.

C'est pour cela j'ai choisi le thème de la conduction thermique pour trouver des réponses.

J'ai revenir au physique appliquée par ce que l'origine de la chaleur c'est-àdire la température d'origine est physique (grandeur physique) et c'est un champ de scalaire pour réussir l'étude on utilise les drivées partielles pour assurer la convergence mathématiquement.

Donc, l'origine est physique, pour la modélisation ou bien pour trouver des solutions ou optimisation on utilise plusieurs méthodes mathématiques.

Pour l'application, comme des électrotechniciens machinistes la majorité du temps travaillent avec les machines tournantes sur tous les Moteurs asynchrone à cage d'écureuil.

Dans les trois chapitres de cette mémoire on a posé un plan progressif :

Premier chapitre Ciblé l'origine de phénomène par des généralités du transfert de la chaleur.

Deuxième chapitre parle sur comment va faire la modélisation mathématique.

Troisième chapitre parle les méthodes et les méthodes mathématiques les plus utilisé pour les résolutions des équations de la modélisation et une application par la méthode de Mellor & Turner sur les moteurs asynchrone à cage d'écureuil de petite puissance.

## **Chapitre I:** Généralités sur le transfert de la chaleur.

#### **Introduction :**

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et des composantes électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, l'amélioration du transfert de chaleur est l'objet principal de plusieurs travaux.



Fig.I.1) les modes de transfert de la chaleur

On définit le transfert de chaleur comme de l'énergie thermique en transit à cause d'une différence de température. On peut observer les phénomènes de transfert de chaleur aussi bien dans des situations industrielles (fours, réacteurs, échangeurs de chaleur, colonnes à distiller, chambres froides, presses à injection, coulée des métaux...) que dans notre vie quotidienne (le chauffage et l'isolation de la maison, la cuisson des aliments, les vêtements d'hiver et le facteur de refroidissement éolien, le coup de soleil sur la plage ...)

Le concept d'énergie est utilisé en thermodynamique pour préciser l'état d'un système. Il est bien connu le fait que l'énergie n'est ni créée ni détruite, mais seulement transformée d'une forme à l'autre. La science de la thermodynamique étudie la relation entre la chaleur et d'autres formes d'énergie mais l'objectif de la science du transfert de chaleur (du transfert thermique) est l'analyse du taux de transfert thermique ayant lieu dans un système. L'énergie transférée par transfert de chaleur n'est pas directement mesurable mais peut être appréciée par une quantité mesurable appelée la température. Il a été constaté par des observations expérimentales que lorsque dans un système il y a une différence de température, un flux de chaleur (flux thermique) apparaît et il est orienté de la région à haute température vers la région à basse température. Lorsqu'il y a un flux thermique dans un système, un gradient de température y est présent également. La connaissance de la distribution de la température dans un système est nécessaire dans l'étude du transfert thermique.

#### **Chapitre I**

Dans l'étude du transfert thermique, on distingue trois modes de transmission de la chaleur: la conduction, la convection et le rayonnement. Le premier phénomène, la conduction, a lieu dans les solides. La convection se rencontre spécialement dans les fluides. L'apport de chaleur par rayonnement peut avoir lieu dans tous les milieux transparents aux ondes électromagnétiques. En réalité la distribution de la température, dans un milieu, est la conséquence des effets de ces trois modes de transfert thermique.

#### I.1 Généralités sur le transfert de chaleur

La conduction thermique (ou diffusion thermique) est un mode de phénomène de transfert thermique provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu, ou entre deux milieux en contact, et se réalisant sans déplacement global de matière (à l'échelle macroscopique) par opposition à la convection qui est un autre transfert thermique.

Elle peut s'interpréter comme la transmission de proche en proche de l'agitation thermique : un atome (ou une molécule) cède une partie de son énergie cinétique à l'atome voisin.

La conduction thermique est un phénomène de transport de l'énergie interne dû à une hétérogénéité de l'agitation moléculaire.

C'est donc un phénomène irréversible Dans les fluides (liquides et gaz) ce transport d'énergie résulte du non uniformité du nombre de chocs par unité de volume, de façon analogue au phénomène de diffusion. Dans les solides, la conduction thermique est assurée conjointement par les électrons de conduction et les vibrations du réseau cristallin (phonons). [1]

#### I.1.1 Historique :

La conduction thermique est un transfert thermique spontané d'une région de température élevée vers une région de température plus basse, et obéit à la loi dite de Fourier établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Fourier en 1822. **[1]** 

#### I.1.2 Champ de température :

La valeur instantanée de la température en tout point dans l'espace est un scalaire appelé : champ de température T(x,y,z,t). On distingue deux cas :

- A. Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- B. Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

#### I.1.3 Gradient de température :

Le transfert de chaleur est déterminé à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps température T(x, y, z, t). La variation dans le temps en un point M(x, y, z) du système est do par la dérivée partielle T(x, y, z, t) par rapport au temps :  $\frac{\partial T}{\partial t}$ 

Pendant un intervalle de temps dt, la variation de température en un point M sera  $\mathbf{dT} = \frac{\partial T}{\partial t} \mathbf{dt}$  La variation dans l'espace à un instant t est donnée par le gradient de température [1] :

$$\overrightarrow{\nabla} = \overrightarrow{\operatorname{grad} T} = \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases}$$
(I-1)

#### I.1.4 Flux de chaleur

La densité de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\rho} = -\lambda \, \overrightarrow{\text{grad}} \, (\mathbf{T})$$
 (I - 2)

La constante de proportionnalité  $\lambda$  est nommée conductivité thermique du matériau. Elle est toujours positive. Avec les unités du système international, la conductivité thermique  $\lambda$  s'exprime en J.m<sup>-1</sup>.K<sup>1</sup>.s<sup>-1</sup>, soit des W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>[1]

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\phi = \frac{1}{s} \frac{d\Phi}{dt} = -\lambda \frac{\delta T}{\delta x} dS \qquad (I-3)$$

Où s est l'aire de la surface en m<sup>2</sup>

On appelle flux de chaleur, la quantité de chaleur transmise sur la surface s par unité de temps :

$$\Phi = \frac{d\Phi}{dt} = -\lambda \frac{\delta T}{\delta x} dS dt \qquad (I - 3.a)$$

[J/s] ou [W]

Le flux thermique  $\Phi$  se met sous la forme :

$$\Phi = \iint \overrightarrow{J_{th}} \overrightarrow{n} \, dS \qquad (I - 3. b)$$

 $\overrightarrow{J_{th}}$ : Appelé vecteur densité de courant thermique (W.m<sup>2</sup>)

 $\vec{n}$  : est le vécteur unitaire normal à l'élément de surface orienté

Le transfert thermique élémentaire à travers une surface élémentaire dS entre les instants t et (t+dt) s'écrit :

$$\delta^2 Q = \vec{j}_{th} \, d\vec{S} \, dt \qquad (I-4)$$

## Conduction thermique



Fig.II.1) Le sens de transfert de la chaleur par conduction

#### I.1.5 Bilan d'énergie

On définit un système (S) à travers lequel de l'énergie et de la matière peuvent circuler. On fait l'inventaire des différents flux d'énergie mis en jeu qui influent sur l'état du système [1] :

- φ<sub>st</sub>: Flux de chaleur stoqué
- φ<sub>g</sub>: Flux de chaleur généré
- $\varphi_e$ :Flux de chaleur entrant
- $\phi_s$ : Flux de chaleur sortant



Fig.III.1) Bilan de l'énergie et les flux de chaleur

On applique alors le premier principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st} \qquad (I-5)$$

On peut définir le transfert de chaleur entre deux corps comme étant le transfert d'énergie qui résulte d'une différence de température entre deux corps. On distingue habituellement trois modes de transmission de chaleur. **[1]** 

#### I.2 Transfert de chaleur par conduction [2] :

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu solide opaque, sans déplacement de la matière, sous l'influence d'une différence de température. Dans les fluides, elle est presque toujours combinée à la convection et au rayonnement.

#### I.2.1 Loi de Fourier [1]:

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de la température :

$$\vec{\rho} = \lambda \, S \, \overline{\text{grad}(T)}$$
  $(I - 2.a)$ 

Ou sous sa forme algébrique :

$$\rho = -\lambda. \, S. \frac{d}{dx} \qquad (I - 2. \, b)$$

Avec :

 $\boldsymbol{\phi}$ : Flux de chaleur transmis par conduction [w]

 $\lambda$ : Conductivité thermique du milieu [w. °C<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup>] ou [w.K<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup>]

**s** : Aire de la section de passage du flux [m<sup>2</sup>]

**x** : Variable d'espace dans la direction du flux [m]

Le signe moins (-) provient d'une convention qui rend positif un flux de chaleur s'écoulant du chaud vers le froid dans le sens d'un gradient négatif.

#### I.2.2 Equation de la chaleur [2]:

Considérons le système de la figure suivante :

• Flux d'énergie convertie en énergie thermique

$$\varphi g = \rho. s. dx \qquad (I - 5.a)$$

• Flux de chaleur stocké

$$\varphi st = \rho. c. dx \qquad (I - 5. b)$$

- **ρ** : Masse volumique [kg.m-3]
- **c** : Chaleur spécifique ou capacité calorifique [J.kg<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>]
- T : Température [°C] ou [K]

**t** : Temps [s].





$$\varphi_x + \varphi_g = \varphi_x \, dx + \varphi_{st} \qquad (I - 5. c)$$
  
Donc :

8

$$-\left[\lambda S\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{dx} + qsdx = \left[\lambda S\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x+dx} + \rho csdx\frac{\partial T}{\partial t}$$

Divisons par dx :

$$\frac{\left[\lambda S\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x+dx} - \left[\lambda S\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x}}{dx} + qs = \rho cs\frac{\partial T}{\partial t}$$

Soit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \Big[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big] + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Et dans le cas tridimensionnel (cas le plus général) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right] + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I - 5. d)$$

Cette équation peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

A. Si le milieu est isotrope :

$$div(\lambda(T)\overrightarrow{\text{grad}}T) + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (I-6)$$
  
$$\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda \qquad (I-7)$$

B. S'il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système : q=0

$$\frac{\partial}{\partial x} \Big[ \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \Big] + \frac{\partial}{\partial y} \Big[ \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \Big] + \frac{\partial}{\partial z} \Big[ \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big] + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \ (I - 6. \, a)$$

C. Si le milieu est homogène,  $\lambda$  n'est pas fonction de T :

$$div(\lambda(T)\overrightarrow{\text{grad}} T) + q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \qquad (I - 6. b)$$

D. En régime permanent sans génération d'énergie, nous obtenons l'équation de Laplace :

$$div(\lambda(T)\overline{grad} T) = 0 \qquad (I - 6. c)$$
  
$$\lambda \nabla^2 T = 0 \qquad (I - 6. d)$$

#### I.2.3 La conduction thermique [3] :

Soit un corps homogène dont la température T(x,t) ne dépend que du temps t et de la coordonnée x.

La conduction thermique se manifeste par l'existence d'un vecteur densité de courant thermique orienté dans le sens des températures décroissantes.

La conduction thermique est un transfert de chaleur à travers deux corps solides (fer, cuivre et solides) sans déplacement de matière. Cette chaleur se propage suivant des lignes de flux normales à des surfaces isothermes. La conduction thermique est un transfert thermique ayant lieu au cœur d'un matériau c'est-à-dire à l'échelle microscopique elle résulte de l'élévation ou de la baisse de la température dans certaine région d'un corps ceci provoque une différence de température dans l'intégrité du corps ainsi la région la plus froide du corps s'échauffe au contact de la région la plus chaude.

Ce transfert thermique a lieu sans transfert de matière mais avec transfert d'énergie. En effet, on peut considérer la conduction thermique au sein d'un solide comme la transmission de proche en proche de l'énergie microscopique de vibration du réseau cristallin car le fais que le corps soit chaud se traduit par une agitation microscopique des atomes cristallins. La loi fondamentale de la conduction thermique a été énoncée par Fourier, elle permet de relier la densité du flux de chaleur au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \, \overrightarrow{\operatorname{grad}(\mathbf{T})} \qquad (\mathbf{I} - \mathbf{2}, \mathbf{a})$$

Avec :

• **φ**: Densité du flux de chaleur [W/m<sup>2</sup>]

- $\lambda$  : Conductivité thermique [W/m°C]
- **T** : température [°C]

#### I.2.4 Conductivité thermique [3] :

La conductivité thermique appelée aussi coefficient de conduction thermique est une propriété liée à la structure physico-chimique de la matière (solide, liquide ou gaz).

Elle représente une grandeur thermo-physique importante caractéristique pour chaque substance, qui joue un rôle extrêmement important pour le transfert thermique.

La conductivité thermique définit la nature du matériau conducteur ou isolant. En effet, plus la valeur de la conductivité thermique est importante, plus le matériau est bon conducteur de la chaleur. Les solides sont généralement plus conducteurs de chaleur par rapport aux liquides. La conductivité thermique des gaz est souvent très faible. La valeur de la conductivité thermique dépend essentiellement de la nature du matériau et de la température Dans de nombreux cas pratiques, lorsque les écarts de température ne sont pas trop élevés, on peut considérer avec une précision suffisante  $\lambda$  comme une constante pour un milieu donné Le signe (-) de la relation de Fourier traduit le fait que l'échange de chaleur se fait du corps chaud vers le corps froid A partir de la loi de Fourier, on peut définir la conductivité thermique par la relation qui permet de saisir sa signification physique **[3]**:

$$\lambda = \frac{\vec{\varphi}}{\vec{\text{grad}}\vec{T}} \qquad (I - 2.a)$$
  
$$\lambda [W/(m^{\circ}C)]$$



## Fig.V.1) Ordre de grandeur de la conductivité thermique pour divers états de la matière dans les conditions normales de température et de pression

Soit vectoriellement  $\vec{j_{th}} = -\lambda \, \overline{\text{grad}} \, T$  avec  $\lambda > 0$  $j_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$  (I - 2. c)

La loi de Joseph Fourier, qui est une loi expérimentale [1]

Elle représente du point de vue numérique l'énergie-chaleur transférée par unité de surface isotherme, dans une unité de temps sous un gradient de température unitaire.

La loi de Fourier est une loi semi-empirique analogue à la loi de Fick pour la diffusion de particule ou la loi d'Ohm pour la conduction électrique. Ces trois lois peuvent s'interpréter de la même façon : l'inhomogénéité d'un paramètre intensif (température, nombre de particules par unité de volume, potentiel électrique) provoque un phénomène de transport tendant à combler le déséquilibre (flux thermique, courant de diffusion, courant électrique).

Est une loi expérimentale (phénoménologie), elle n'est pas valable dans les cas où le gradient thermique est fort ou bien varie trop rapidement dans le temps ou bien sur un milieu est anisotrope [4]

#### I.2.5 Analogie électrique [5] :

On considère qu'il n'y a pas de génération, ni de stockage d'énergie.

En effectuant un bilan thermique sur le système constitué par la tranche de mur comprise entre x et x+dx :

$$\varphi_{x} = \varphi_{x+dx} \qquad (I-5.d)$$
$$-\left[\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right]_{dx} = -\left[\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x+dx}$$

$$\begin{bmatrix} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}_{x} = \begin{bmatrix} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix}_{x+dx}$$
(I - 5. d. 1)  
D'où : A= $\frac{dT}{dx}$   
Et T(x)=Ax+B  
Avec les conditions aux limites :  
T(x=0)=T1 et T(x=e)=T2  
T = T<sub>1</sub> -  $\frac{x}{e}$ (T<sub>1</sub> - T<sub>2</sub>) (I - 8)  
Le profil de température est donc linéaire

La densité de flux de chaleur

$$\phi = \lambda S \frac{dT}{dx} \qquad (I - 5.e)$$

#### I.3 Conductivité thermique des solides hétérogènes [6] : I.3.1 Notion de résistance thermique [6] :

Considérons un matériau de conductivité  $\lambda$ , d'épaisseur (x) et de section (s) dans la direction de la conduction.

Sachant que la quantité de chaleur transmise par conduction entre deux surfaces égales et parallèles est donnée par la loi de Fourier suivante :

$$\Phi = \frac{\lambda S}{x} (T1 - T2) \qquad (I - 8)$$

 $\Phi$ : Flux d'énergie transmis [W]

S : surface à travers laquelle se propage le flux thermique [m2]

 $\lambda$ : Conductivité thermique [W/m°C]

**x**: distance entre deux surfaces dont les températures sont T1et T2 [m]



Fig.VI.1) Représentation schématique de la résistance thermique dans circuit thermique

Que l'on peut réécrire comme suit :

$$\Phi \frac{\mathbf{x}}{\lambda \mathbf{S}} = (\mathbf{T}\mathbf{1} - \mathbf{T}\mathbf{2}) \tag{I-8.a}$$

On peut déduire d'après cette relation l'expression de la résistance thermique par Cette relation est analogue à la loi d'ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique : La température apparait comme un potentiel thermique et  $(e/\lambda.s)$  comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e. analogie avec la loi d'ohm [] :

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{x}}{\lambda \, \mathbf{S}} = \frac{(\mathbf{T}\mathbf{1} - \mathbf{T}\mathbf{2})}{\Phi} \tag{I-9}$$

#### I.3.1.1 Schéma équivalent [6] :



Fig.VII.1) la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e. analogie avec la loi d'ohm

Dans le cas des milieux de formes différentes, cette relation peut se généraliser comme suit :

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{x}}{\lambda \, \mathbf{Smoy}} \tag{I-9.a}$$

Smoy: La moyenne géométrique des surfaces internes et externes.

Si on considère plusieurs couches (i) de milieu différents mais de formes semblables traversées par un flux de chaleur, on distingue deux cas : association série et association parallèle des résistances thermiques.

#### • Association série

$$Req = \frac{x}{\lambda eq S} = \sum \frac{x i}{\lambda i Si}$$
 (I - 9.b)

#### • Association parallèle

La conductivité thermique est déduite de la relation suivante :

$$\operatorname{Req} = \lambda \operatorname{eq} \frac{S}{x} = \sum \frac{\lambda \operatorname{i} Si}{x \operatorname{i}}$$
 (I - 9. c)

#### I.3.2 Résistance thermique de contact [7]:

La formation d'interface solide - solide, lors d'assemblages industriels, ne peut donner lieu à un contact parfait entre ces solides. Pour illustrer l'effet de contacts imparfaits entre deux solides.

#### **Chapitre I**

Entre les zones de contact subsiste un espace interstitiel, en général mauvais conducteur, qui constituent un frein au transfert de chaleur, qui de ce fait passe de manière préférentielle au niveau des contacts directs là où le passage de la chaleur est facilité.

Le champ de température se trouve donc considérablement perturbé dans la région localisée de part et d'autre de l'interface. Il en résulte une constriction des lignes de flux dont dépend la résistance thermique de contact. Celle-ci dépend des propriétés physiques des solides en contact, de l'état des surfaces et de la pression de contact.

La résistance thermique de contact de l'écoulement de la chaleur à travers l'interface s'écrit comme suit :

$$\operatorname{Rct} = \frac{1}{\operatorname{hct} S} \tag{I-10}$$

Avec :

 $\mathbf{h}_{ct}$ : Coefficient de contact [W/m2°C] ; ce coefficient est donné pour quelques interfaces solides-solides en fonction de la pression.

**S** : surface [m2]

#### **Conclusion :**

Dans le premier chapitre on a découvrir les trois modes de transfert de la chaleur conduction, convection et rayonnement et la différence entre les trois.

La chaleur est un phénomène physique et Température est un champ de scalaire.

Les notions de base de la conduction thermique posé Fourier par des théories et des équations par les dérivés partielle et l'importance de le paramètre de la conductivité thermique par un matériau d'autre.

Dans le prochain chapitre on va détailler profondément et expliquer mathématiquement.

# **Chapitre II** modélisation mathématique de la conduction thermique

#### Chapitre II modélisation mathématique de la conduction thermique

#### **Introduction :**

La modélisation de la conduction thermique est baser sur les dérivé partielle par ce que la température est un champ de scalaire à partir l'étude de les théories de Fourier on remarque que les équations différentiels généralement en première ou deuxième dégrée pour la simplification du calcul d'un côté et la convergence de le phénomène.

Dans ce chapitre on attaque la modélisation du phénomène et la forme des métaux, dimensionnement, les coordonnées, etc

Encore, posé la question es que la conduction linéaire ou non linéaire ?

Es qu'il y a des relations avec le temps ou indépendant ?

La conductivité thermique des matériaux ?

On va rependre sur toutes les questions précédentes dans ce chapitre

## **II.1** Le principe de modélisation mathématique du phénomène physique la conduction thermique :

La relation fondamentale de la transmission de chaleur par conduction, établit que le flux de chaleur par conduction transmis dans le matériau, est égal au produit de trois quantités:

K: la conductivité thermique

A: l'aire de la section à travers laquelle s'écoule la chaleur par conduction, cette section étant mesurée perpendiculairement à la direction du flux thermique.

 $\frac{dT}{dx}$ : Le gradient de température dans la section, c'est-à-dire le rapport de la Variation de température T à la distance x parcourue par le flux thermique [8]:



Fig.I.2) Schéma indiquant le sens du flux

Pour écrire l'équation de la conduction de chaleur sous forme mathématique, nous devons adopter un signe conventionnel. Nous considérerons que le sens des (x) croissant serait dans le sens positif de l'écoulement de chaleur. En outre, comme le deuxième principe de la thermodynamique implique nécessairement, que la chaleur s'écoule des points les plus chauds vers les points les plus froids, le flux serait donc positif lorsque le gradient de température est négatif.

En conséquence, l'équation élémentaire de la conduction unidimensionnelle en régime stationnaire s'écrit :

$$\mathbf{q}_{\mathbf{x}} = -\mathbf{K}\mathbf{A}\frac{\mathbf{d}\mathbf{T}}{\mathbf{d}\mathbf{x}} \quad (\mathbf{I}\mathbf{I}-\mathbf{1})$$

Proposée par J. B. FOURIER en 1822[1].

Pour l'uniformité de l'équation, le flux de chaleur, qx est exprimé en kcal/h et l'aire A en m<sup>2</sup>.

 $\frac{dT}{dx}$ : Le gradient de température est exprimé en °c/m et k, la conductivité du matériau, indique la quantité de chaleur qui traverse une surface d'aire unité si le gradient de température est égale à l'unité. L'unité de k est kcal/hm°c

En général, la conductivité thermique k varie avec la température, cependant dans beaucoup de problèmes pratiques, cette variation est suffisamment faible pour qu'elle soit négligée.

#### II.1.1Energie générée à l'intérieur du solide [9] :

A côté des énergies qui passent à travers le corps, il y a aussi l'énergie générée à l'intérieur du solide par les sources chimiques, électriques, nucléaires, et qui est transformée en énergie thermique. Cette énergie est donnée par:

$$E_{deg} = qV (II - 2.a)$$

Où:

Edeg: énergie dégagée

q: est le flux de chaleur généré par unité de temps et de volume

V: est le volume du corps.

#### II.1.2Energie emmagasinée [9] :

Une partie de l'énergie qui passe à travers les solides peut être emmagasinée sous forme de variation d'énergie interne du solide. Ce phénomène est décrit par:

$$E_{ci} = \rho . c . V \frac{\partial T}{\partial t} (II - 2. b)$$

Où p est la densité du solide et c sa chaleur spécifique

#### II.2 Etablissement de l'équation différentielle [10] :

Avant d'entreprendre l'étude des problèmes particuliers, nous allons établir l'équation différentielle définissant la répartition des températures dans un corps, ensuite à l'aide de certaines hypothèses, nous transformerons cette équation après l'avoir simplifiée afin de la mettre sous des formes appropriées aux cas qui font l'objet de cette étude



Fig.II.2)Schéma indiquant les notions pour l'établissement de l'équation différentielle de conduction en coordonnées cartésiennes

Considérons un petit parallélépipède, découpé dans un corps de côté (dx, dy, dz). L'équation définissant la répartition de température s'obtient en décrivant le principe de la conservation de l'énergie pour l'élément considéré pendant un temps dt. Le bilan des énergies s'écrit littéralement, sous la forme:

$$E_{in} + E_{deg} = E_{sort} + E_{ei}$$
 (II – 2. c)

 $(q_x + q_y + q_z) dt + q(d_x d_y d_z) dt = (q_x + d_x + q_y + d_y + q_z + d_z) dt + c.\rho.dT(d_x d_y d_z)$ 

Où:

dt: est la variation du temps

 $q_x q_y q_z$ : flux de chaleur qui entrent comme indiqué sur la fig. I-2

 $q_{x+dx} \;\; q_{y+dy} \; q_{z+dz}$  : flux de chaleur qui sortent des faces comme indiqué sur la figure.

c: chaleur spécifique du matériau

p: densité du corps

T: est la fonction de x, y, z et du temps t; T=f(x, y, z, t)

La quantité de chaleur qui entre dans la direction x est:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{x}} = \left| -\mathbf{K} \frac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dx}} \right| \left( \mathbf{II} - \mathbf{1} \cdot \mathbf{a} \right)$$

Celle qui sort s'écrit:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{x}+\mathbf{dx}} = \left[-K\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left|-K\frac{\mathbf{dT}}{\mathbf{dx}}\right|\right]\mathbf{dy}\,\mathbf{dz} \quad (\mathbf{II}-\mathbf{1},\mathbf{b})$$
#### Chapitre II modélisation mathématique de la conduction thermique

En retranchant le flux de chaleur qui sort de celui qui entre de l'élément de volume dans la direction x, on obtient:

$$\mathbf{q}_{x} - \mathbf{q}_{x+dx} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left| \mathbf{K} \frac{d\mathbf{T}}{dx} \right| \right] dx dy dz \quad (\mathbf{II} - \mathbf{1}. \mathbf{c})$$

De même pour les directions y et z:

$$q_{y} - q_{y+dy} = \left[\frac{\partial}{\partial y} \left| K \frac{dT}{dx} \right| \right] dx dy dz (II - 1. d)$$
$$q_{z} - q_{z+dz} = \left[\frac{\partial}{\partial z} \left| K \frac{dT}{dx} \right| \right] dx dy dz (II - 1. e)$$

En substituant ces relations dans l'équation de conservation d'énergie, et en divisant chaque terme par dx dy dz, on obtient l'équation:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} (II - 3)$$

En supposant que c et  $\rho$  sont indépendantes de la température et que k est le même dans les trois directions x, y, z.

Cette équation s'écrit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{a} + \frac{\partial T}{\partial t} (II - 4)$$

Cette équation est dite l'équation générale de conduction.

Où:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{\rho}.\mathbf{c}}$$
, la diffusivité thermique en (m²/h) du matériau

Si le système ne contient aucune source de chaleur, l'équation ci-dessus se réduit à l'équation de FOURIER [1] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} (II - 4.a)$$

Dans le cas du régime permanent et en présence de source de chaleur, elle devient l'équation de POISSON [11] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{k} = 0 (II - 4.b)$$

Et pour le régime permanent en l'absence de source de chaleur, la répartition des températures doit satisfaire l'équation de LAPLACE **[12]** :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \ (II - 4. c)$$

L'équation générale de conduction dans un système de coordonnées cylindriques s'écrit:



Fig.III.2) Système de coordonnées cylindriques

L'équation générale de la conduction dans un système de coordonnées sphériques s'écrit:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}(rT) + \frac{1}{r^2\sin\psi}\left[\sin\psi\frac{\partial T}{\partial\psi}\right] + \frac{1}{r^2\sin^2\psi}\frac{\partial^2 T}{\partial\phi^2} + \frac{q}{k}\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}$$
  
(II - 4. e)





#### II.3 Les conditions de la modélisation :

#### **II.3.1** Conditions aux limites [13] :

La solution analytique d'un problème de conduction en régime permanent s'exprime par une certaine fonction T(x, y, z,t) représentant la température qui devra satisfaire à l'équation différentielle propre du problème. Cette équation différentielle ne fait qu'exprimer comment les variations de température se font dans l'espace et le temps, mais pour que le phénomène soit décrit complètement, il faut que la solution trouvée satisfait aussi aux conditions aux limites (spatiales et temporelles).

#### **II.3.2** Conditions initiales :

Elles expriment dans les problèmes en régime non-permanent, la distribution spatiale des températures à un instant donné, le plus souvent pris comme origine de temps:

T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) à t = 0

#### **II.3.3** Conditions aux limites spatiales :

Elles expriment comment, à partir de l'instant zéro, variant sur les frontières du corps étudié, la température ou sa dérivée, ou encore une combinaison des deux.

#### II.3.4 Condition de Dirichlet ou du premier type [14]:

La distribution de la température à la surface frontière considérée est donnée en fonction du temps et pour tous les points de la surface:

$$\mathbf{T} = \mathbf{f1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}).$$

Souvent, on aura affaire à l'un des cas particuliers, où la température en surface ne dépend que de la position du point:

T = f1(x, y, z).

Ou du temps seulement, où cette température est constante dans le temps et uniforme sur la surface, c'est-à-dire une constante dans le sens mathématique du mot.

#### II.3.5 Condition de Neumann ou du deuxième type [15]:

On impose la densité de flux à la surface, pour tous les points de la surface et en fonction du temps

$$\frac{q}{k} = -K\frac{\partial T}{\partial t} = f_2(x, y, z, t) \quad (II - 5)$$

#### II.3.6 Condition de Fourier ou du troisième type [1]:

On impose au fluide ambiant une température très loin et en outre un coefficient de convection h pour l'échange entre la paroi (x=L par exemple) et le fluide.  $T_{\infty}$ , La condition s'exprimera par:

$$k\frac{\partial T}{\partial x}(L,t) = h[T(L,t) - T_{\infty}(t)](II - 6)$$

Souvent, la température Ts de la surface n'est pas connue et comme h dépend de Ts,  $T\infty$ , la vitesse,.....etc., on aura fréquemment recours aux approximations successives.

La formule la plus générale de la conduction de FOURIER sur la frontière s'écrit:

$$h(T) + k \frac{\partial T}{\partial n} = hT_{\infty} = f_3(x, y, z, t)$$
 (II - 6. a)

Où

 $\frac{\partial T}{\partial n}$  Est la dérivée effectuée le long de la normale extérieure à la surface.

L'équation de la diffusion permet de déterminer l'évolution de la température T(M, t) en fonction des coordonnées du point M et du temps t. La solution de cette équation dépend des constantes d'intégration qui sont déterminées par les conditions aux limites spatiales et temporelles. Notons que pour des conditions initiales données la solution est unique.

#### II.4 Les régimes du transfert de la chaleur par conduction :

#### II.4.1 Conduction en régime permanent (stationnaire) [16]:

L'équation de transfert se réduit à:

$$\operatorname{div}(\lambda \, \overrightarrow{\operatorname{grad}} \, \mathrm{T}) + q = 0 \, (\mathrm{II} - \mathbf{7})$$

Dans le cas de la conduction morte (pas de source interne), le système est à flux conservatif puisque:

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{\overline{grad}} T) = 0 \to \operatorname{div}(\varphi) = 0 (\mathbf{II} - \mathbf{7}, \mathbf{a})$$

En régime permanent (indépendant du temps), l'équation de diffusion thermique s'écrit :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \text{ par ce que } \frac{\partial T}{\partial x} = \text{contant}$$

 $T(x) = Cx_1 + C_2$ 

T(x) est une fonction affine de x.

 $\frac{dj_{th}}{dx} = 0$  $J_{th} = constante$ 

div 
$$\overrightarrow{J_{th}} = \overrightarrow{0}$$

La densité de courant thermique est un champ à flux conservatif. On a aussi  $\Delta T=0$ 

Le champ de température vérifie l'équation de Laplace.

Considérons un mur plan d'épaisseur L. Quelles est la température T(x) à l'intérieur du mur, défini par  $0 \le x \le L$ , sachant que  $T(0) = T_1$  et  $T(L) = T_2$ ?

L'équation de la diffusion thermique s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{T}}{\partial \mathbf{x}^2} = 0 \ (\mathbf{II} - \mathbf{8})$$

On trouve pour la température une loi affine :

T(x) = Ax + B où A et B sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites. Les conditions aux limites sonnées conduisent à :

$$T(x) = T_1 + (T_2 - T_1)\frac{x}{L}$$
$$\phi = j_{th}.S = \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda (T_2 - T_1)\frac{S}{L} (II - 9)$$

Ce flux est indépendant de x.

Pour un système sans source interne et dont la conductivité thermique  $\lambda$  est indépendante de la température, on introduit la notion de résistance thermique d'un tube de courant (analogue à la résistance électrique). Soit un tube de courant compris entre deux surfaces isothermes.

$$\Phi = -\lambda(s)S(s)\frac{dT}{ds} (\mathbf{II} - \mathbf{9}, \mathbf{a})$$

Il vient :

$$-\frac{\mathrm{dT}}{\Phi} = \frac{\mathrm{ds}}{\lambda(\mathrm{s})\mathrm{S}(\mathrm{s})} \ (\mathbf{II} - \mathbf{9}, \mathbf{b})$$

Soit en intégrant entre les deux surfaces isothermes :

Que l'on peut écrire

Le

 $T1 - T2 = R \Phi$ 

Avec R résistance du tube de courant:

$$R = \int_{S1}^{S2} \frac{ds}{\lambda(s) S(s)} (II - 10)$$

Une analogie est alors possible avec la loi d'Ohm:  $U = RI \Leftrightarrow \Delta T = R\Phi$ 

Ou : 
$$\mathbf{R} = \int_{\mathbf{S1}}^{\mathbf{S2}} \frac{\mathrm{ds}}{\lambda(s) \, \mathbf{S}(s)}$$

Par exemple et le flux de chaleur traversant la surface S du mur et d'épaisseur e On se place dans le cas où l'écoulement est unidirectionnel et qu'il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie. On considère un mur d'épaisseur e, de conductivité thermique  $\lambda$ , et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures T1 et T2.



Fig.V.2)le flux de chaleur traversant la surface S

Les surfaces isothermes sont planes et parallèles, la résistance d'un mur s'écrit :

$$R = \int_0^e \frac{ds}{\lambda(s) S(s)} = \frac{1}{\lambda S} \int_0^e ds = \frac{e}{\lambda S} (II - 10.a)$$

Et le flux de chaleur traversant la surface S du mur selon

$$\Phi_{(w)} = \frac{\frac{(T1 - T2)}{e}}{\lambda S} \quad (II - 9. c)$$

Cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité  $(I = \frac{U}{R})$  qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme  $R(KW - 1) = \frac{e}{\lambda S}$  e apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e, de conductivité thermique  $\lambda$  et de surface latérale S, on a donc le schéma équivalent suivant:



Fig.VI.2) résistance thermique

En régime permanent dans le cas non linéaire (n'est pas indépendant du temps), l'équation de diffusion thermique s'écrit :

$$\rho. c \frac{\partial T}{\partial x} = -\text{div } j_{\text{th}} + Pv = 0 (II - 11)$$
$$\text{div } j_{\text{th}} = Pv$$

Cette équation est formellement analogue à l'équation de Maxwell-Gauss en électrostatique:

$$\iint_{S} \overrightarrow{J_{th}} \, \overrightarrow{dS} = \iiint_{V} P_{V}(M, t) dV \, (II - 11. a)$$
$$\varphi = P_{produit}$$

En régime permanent, toute l'énergie produite à l'intérieur d'un volume M est évacuée par transfert thermique à travers sa surface.

On considère un barreau de combustible radioactif est cylindrique de rayon R1 et longueur L; les réactions radioactives y dégagent la puissance volumique Pu uniforme. Quelle est la répartition de température à l'intérieur du barreau? On considère le régime permanent. Par symétrie, la température ne dépend que de la distance r à l'axe du barreau:

T(r) : Le vecteur densité de courant thermique est :

$$\operatorname{div}_{Jth} = -\lambda \frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dr}} \vec{\mathrm{u}}_{\mathrm{r}} (\mathbf{II} - \mathbf{11}, \mathbf{b})$$

Effectuons le bilan thermique d'un cylindre de rayon r tel que r < R1

La puissance dégagée à l'intérieur du cylindre est Pproduite =  $P_v \pi r^2 L$ 

Puissance thermique quittant le cylindre est :

$$\Phi = \iint_{S} \overrightarrow{\mathfrak{g}_{th}} \, \overrightarrow{\mathrm{dS}} = \iiint_{V} -\lambda \frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dr}} \mathrm{dV} = -\lambda \frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{dr}} 2\pi \mathrm{rL} \left( \mathbf{II} - \mathbf{9}, \mathbf{d} \right)$$

$$\Phi = P_{\text{produit}} \quad \text{donc} \quad \frac{dT}{dr} = -\frac{P_v r}{2\lambda} \quad \text{donc} \quad T(r) = T(R_1) + \frac{P_v}{4\lambda} (R_1^2 - r^2)$$

La température diminue lorsqu'on s'éloigne de l'axe.

## **II.4.2 Conduction en régime dynamique (variable ou instationnaire) [17]:**

La formulation générale de l'équation de la chaleur est :

div
$$\left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T\right) + q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} (\mathbf{II} - \mathbf{3} \cdot \mathbf{d})$$

Elle nécessite une condition initiale T0 en tout point, et deux conditions aux limites. Envisageons le cas particulier où la conductivité ne dépend pas de la température dans la gamme de températures considérée. On obtient alors l'équation de Fourier:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} (II - 4. f)$$

#### Nombres sans dimension :

Le nombre de variables dans un problème de transfert thermique peut être réduit par l'introduction de nombres sans dimensions. Montrons le sur cet exemple de conduction unidirectionnelle avec dégagement de chaleur interne. Soit:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q}{k} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \text{ Pour } 0 < x < 1 \text{ et } t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ Pour } x = 0 \text{ et } t > 0$$
$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -h(T - T\infty) \text{ Pour } x = 1 \text{ et } t > 0$$
$$T = T_0 \text{ Pour } 0 < x < 1 \text{ et } t = 0$$

### Chapitre II modélisation mathématique de la conduction thermique

#### **Conclusion :**

Dans ce chapitre on conclure L'importance de math aux études des phénomènes physiques à partir de dimensionnement, les coordonnées utilisé à base de la forme du matériau pour avoir une approximation.

Aussi l'importance des conditions de limite (déterminer la convergence de phénomènes).

Les types des différents matériaux homogène, hétérogène et non homogène.

La différence entre conduction en régime permanant et en régime dynamique

L'étude de linéarité de la conductivité thermique.

Dans le prochain chapitre on attaque les méthodes utilisée pour traiter les problèmes de l'étude de modélisation.

# ChapitreIII Les méthodes de la résolution et application sur les moteurs asynchrone

#### **Introduction :**

La modélisation des problèmes liés aux phénomènes de transferts en général et de la thermique en particulier est primordiale, d'une part, pour la phase étude ou conception d'un produit, et d'autre part, pour le suivi du produit en phase de fonctionnement. Parallèlement aux progrès technologiques, des avancées importantes ont vu le jour dans le domaine des transferts de chaleur et de masse, et les sciences liées à la thermique en particulier et cette discipline se développe depuis quelques décennies à un rythme élevé dans de nombreux secteurs: nucléaire, spatial, aéronautique, automobile, pétrochimie, etc...

Le but de cette thèse est de recueillir et d'établir des solutions analytiques simplifiées de transfert instationnaire de la chaleur dans un matériau bicouche en contact imparfait et soumis à une source de chaleur en mouvement. Il s'agira d'établir des estimations théoriques de l'évolution et la distribution du champ thermique dans le bicouche, en particulier à l'interface dans le cas de matériau hétérogène, et d'étudier l'effet de certains paramètres géométriques et thermophysiques telle que l'étude de l'influence de la qualité du contact à l'interface du multicouche sur le transfert de chaleur dans le milieu étudié. Ceci permettra, par la suite, de développer un modèle analytique permettant d'optimiser les paramètres essentiels d'un procédé, à condition de connaître les propriétés thermophysiques des matériaux projetés. Il permettra aussi de valider les codes numériques avant leur extension à des cas plus complexes.

Ces approches théoriques sont confrontées à des cas pratiques dans le domaine de traitements:

 $\checkmark$  estimation de la résistance thermique de contact dépôt substrat lors des prmiers instants de refroidissement d'un splat sur un substrat;

 $\checkmark$  extension de la solution analytique au cas d'une source de chaleur en mouvement ;

 $\checkmark$  fabrication de pistes électroniques par traitement laser d'une fine couche de cuivre en poudre sur un substrat en alumine ;

✓ mise en forme par frittage flash (appliquée aux matériaux sous forme de poudre);

 $\checkmark$  changement de phase et suivi du front de fusion à l'aide des solutions analytiques.

✓ Usage de solutions analytiques comme un point de départ de calculs complexes menés par le biais d'un logiciel commercial

#### III. Les méthodes de la résolution:

La modélisation thermique des machines électriques n'est pas un problème nouveau. De nombreux travaux ont abordé ce sujet. Certain de ces travaux s'appuient sur des résultats antérieurs, notamment pour la modélisation nodale ou la modélisation numérique basée sur l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Dans ce chapitre, nous présentons les principales méthodes utilisées pour déterminer l'échauffement dans les machines asynchrones. Nous constatons que la majorité des travaux publiés dans le domaine associent réalisation expérimentale et modélisation théorique où l'on distingue trois techniques :

- ✓ les méthodes dites empiriques ;
- ✓ la méthode nodale ;
- ✓ et les méthodes numériques

#### **III.1 Méthodes théoriques :**

#### **III1.1 Méthodes empiriques**

Nous trouvons ces méthodes dans les ouvrages de construction des machines électriques destinés à la formation des ingénieurs [16]. Ces méthodes permettent d'évaluer la température en régime permanent au point de fonctionnement nominal. Cette estimation, quoique très délicate, vu le nombre important de paramètres qui interviennent, est rendue possible en employant des abaques et des formules issues de l'expérience acquise dans le domaine de construction des machines électriques.

Les températures estimées des parties bien précises de la machine (généralement le cuivre) et pour les alimentations classiques (sinusoïdale ou parfaitement continue), découlent d'un dimensionnement géométrique et électromagnétique effectué au préalable.

Ces méthodes sont de moins en moins utilisées, car les machines conçues actuellement utilisent des technologies et des moyens de calcul plus précis et font appel de moins en moins aux méthodes empiriques. Ceci est d'autant plus vrai, car les actionneurs électromécaniques ne se conçoivent plus sans leurs alimentations et les harmoniques de courant et de tension introduits par celle-ci exigent le développement de nouvelles méthodes de calcul plus rigoureuses.

#### III.1.2. Méthodes nodales :

Cette méthode de modélisation, très ancienne [2] consiste à ramener l'étude du comportement thermique à un schéma équivalent électrique en utilisant des résistances et des capacités thermiques. Les pertes constituent alors la source de chaleur et le potentiel aux différents nœuds donne la température. La machine est considérée comme un assemblage de pièces homogènes dans sa construction et son fonctionnement.

Nous rappelons sur la Table (III.1) l'analogie thermoélectrique et sur le tableau (III.2). Les expressions générales des résistances thermiques pour différents modes d'écoulement.

Grandeurs thermiques	Grandeurs électriques
Puissance calorifique	Courant électrique
Température	Tension
Conductance thermique	Conductance électrique
Capacité calorifique	Capacité électrique

#### Tableau I.3) Analogie thermoélectrique

Mode de transfert	Expression de la résistance
Conduction	$R_{cond} = \frac{L}{\lambda S}$
Convection	$R_{conv} = \frac{1}{hS}$
Rayonnement	$R_{r} = \frac{1}{\epsilon_{e}\sigma S(T^{4} - T_{ref}^{4})}$

Tableau II.3) Résistance thermique pour différents modes de transfert de chaleur

En régime permanent on détermine les températures aux nœuds en résolvant le système suivant :

$$[G]\{\theta\} = \{q\} \qquad (\mathbf{III} - \mathbf{1})$$

G : la matrice des conductances thermiques

 $\theta$ : le vecteur des températures inconnues

q : le vecteur des sources de chaleur (pertes

#### ChapitreIII les méthodes de la résolution et application sur les moteurs asynchrone

L'approximation la plus simple et de considérer la machine composé de trois parties homogène (bobinage, bobines statorique, fer statorique et fer rotorique) une autre approximation plus performante divise la machine en cinq parties comme présente par la figure :



Fig.I.3) Découpage en 5 corps du moteur à induction

Une autre alternative toujours en utilisant la méthode nodale est d'introduire la notion de blocs, ces blocs doivent tous présenter des homogénéités, tant du point de vue géométrique que du point de vue physique et thermique [1].

 $\neg$  L'unité géométrique se traduit par une forme qui se ramène à un volume simple (cylindre,sphère,... etc)

 $\neg$  L'unité thermique se traduit par l'uniformité de la production de chaleur (lorsqu'elle existe)

Un bloc représente une partie homogène de la machine (unité physique), qui peut être uni, bi, ou bien tri directionnel et dans chaque direction un nombre bien défini de nœuds et de résistances thermiques, qui est issus de la résolution analytique de l'équation de la chaleur en régime permanant. En suite ces nœuds sont raccordés à un nœud central représentant la température moyenne d'un bloc, ce qui suppose que le transfert de chaleur est indépendant dans chaque direction.

La machine électrique représente un système thermique complexe, mais elle présente plusieurs symétries, ainsi les diverses parties solides actives (blocs) peuvent s'inscrire dans une géométrie de résolution cylindrique, la subdivision de cette géométrie en composants élémentaires est généralement basée sur la carte des échanges thermiques dans la machine, selon le compromis entre la simplicité du modèle et la qualité de l'information désirée, ce qui implique que le modèle thermique qui sera mis en place doit représenter simplement et fidèlement que possible les parties actives de la machine.

Les difficultés liées à l'application de cette méthode sont de trois types [14]

- La détermination des conductivités et des capacités thermiques dans des matériaux non homogènes.

- La localisation des sources de chaleur qui dépend directement de la séparation des pertes dans la machine. Ce problème est rendu encore plus accru dans le cas des alimentations par des convertisseurs statiques.

- La prise en compte de la ventilation ou de la source de refroidissement

Soit un réseau thermique comprenant n nœuds. A tout instant, l'équation du bilan thermique pour le nœud (bloc) i, s'écrit ainsi :

$$Ci \frac{dTi}{dt} + Gij (Ti - Tj) + \dots \dots + Gin (Ti - Tn) = Pi (III - 2)$$

Ti, ....,Tn : surélévation de la température des blocs i,...,n par rapport à la température du milieu ambiant

G ij [W/°C] : conductance thermique de connexion entre les blocs i et j

Ci [J/°C] : capacité thermique du bloc i

P i [W] : chaleur par unité de temps générée dans le bloc i

En régime permanant thermique, l'équation (III-2) devient

Gij (Ti -Tj ) + ....+ Gin (Ti -Tn) = Pi (**III-3**)

Ainsi nous pourrons définir, pour les nœuds du réseau thermique un système à n équations différentielles pour l'équation (**III-2**) et n équations algébriques pour l'équation (**III-3**) qui traduit le comportement thermique transitoire ou permanant.

La capacité thermique est introduite lors d'une étude transitoire afin de représenter la variation de l'énergie interne, elle est donnée par la formule :

 $Cth = \rho Cp V$  (**III-4**)

Les éléments minces seront représentés par de simples résistances thermiques de contact

$$R_{\text{thcon}} = \frac{d}{S\lambda} (\text{III-5})$$

Où :

- $Cth: capacité \ thermique \ [J/^{\circ}C]$
- CP : capacité calorifique
- V : volume élémentaire
- d : épaisseur de contact
- $\rho$  : masse volumique

La difficulté majeure pour la mise en œuvre d'un modèle thermique nodal réside dans la détermination des conductances et capacités thermiques qui dépendent de la géométrie, des propriétés thermiques des matériaux et des échanges de chaleur, ainsi que de la localisation des sources de chaleur qui dépend elle-même directement de la séparation des pertes dans la machine et de la prise en compte de la source de refroidissement (ventilation) [4], [18].

#### III.1.3. Méthodes numériques :

Les méthodes de résolution numérique présentent de plus grands avantages au détriment d'une complexité certaine. Ces méthodes sont basées sur un découpage plus ou moins fin du système modélisé et permettant de tenir compte de plusieurs paramètres (linéarité, géométrie complexe...etc), généralement non considérés avec les méthodes analytiques.

Les méthodes numériques les plus utilisées dans le domaine de la thermique sont les différences finis et les éléments finies.

#### III.1.3.1 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies a trouvé diverses applications dans les domaines traditionnels de la thermique [14]. Cette méthode permet la résolution numérique des équations dérivées de la forme différentielle de l'équation de transfert. A chaque élément est associé un nœud relié aux nœuds voisins par un nombre fini de connexions. La température de chaque nœud est exprimée en fonction de celle des nœuds adjacents

#### III.1.3.2 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est largement utilisée à l'heure actuelle, pour ses possibilités de calcul de la distribution de températures dans la machine avec une grande précision et les différents couplages envisageables. Une tendance actuelle dans les simulations numériques est le couplage électromagnétique et thermique dans le cas des machines électriques. La difficulté majeure en utilisant la méthode des éléments finis est l'étude du problème thermique de la machine électrique en 3D. En effet, il est en particulier difficile avec cette méthode de tenir compte des couches fines dans certaines parties de la machine et de prendre en compte l'éventuel échauffement du liquide de refroidissement [10]. De plus, le temps de calcul nécessaire au traitement de ce type de problème est souvent important

Résoudre un problème thermique par EF consiste à déterminer la répartition spatio-temporelle de la température.

#### III.1.3.2.1 Etapes de résolution

La méthode des éléments finis consiste à remplacer un problème continu par un problème discret équivalent, en utilisant une approximation simple des variables inconnues sur des sous-domaines pour transformer les équations aux drivées partielles en un système d'équations algébriques dont la résolution fournit une solution approchée du problème. Cette méthode fait appel aux trois domaines suivant [14] :

- Sciences de l'ingénieur pour construire les équations aux dérivées partielles.
- Méthodes numériques pour construire et résoudre les équations algébriques.
- Programmation et informatique afin d'exécuter automatiquement les calculs.

Les principales étapes permettant la mise en œuvre de cette méthode sont schématisées dans la figure suivante



Fig. III.3 Principales étapes de la mise en œuvre de la MEF [14]

#### **III.2** Méthodes expérimentales :

L'association des données expérimentales et des modèles thermiques théorique permet de vérifier la validité des derniers et de déterminer certains paramètres plus ou moins bien connus du modèle (pertes, coefficient, d'échange de chaleur, résistances et capacité thermique).

Les méthodes expérimentales consistent à réaliser des maquettes pour mesurer avec précision la distribution de la température dans la machine et de maitriser les phénomènes d'échanges de chaleur ayant lieu à l'interieur de la machine ou bien avec le milieu extérieur.

#### III.2.1 Méthode calorimétrique

Une première approche qui permet de déterminer les pertes dans une machine électrique consiste en une infrastructure lourde car il faut mettre cette machine dans une enceinte isolée et mesurer l'énergie calorifique évacuée par le système de refroidissement.

Un schéma d'une telle réalisation et présenté sur la figure iii2 c'est une méthode très lente qui requiert l'utilisation des moyens de mesure très précis les difficultés liées à l'utilisation de cette méthode sont

✓ existence des pertes de chaleur aux parois de l'enceinte qui emmagasinent de l'énergie calorifique.

✓ Fuite de chaleur au contact arbre-parois (défaut d'isolant).

✓ Imprécision des appareils de mesure

![](_page_54_Figure_10.jpeg)

Fig.IV.3) Dispositif de mesure calorimétrique III.2.2 Mesure de température par des capteurs :

La deuxième méthode expérimentale consiste à placer des capteurs de température en différents endroits stratégiques de la machine et mesure la température en ces points en utilisant des systèmes d'acquisition de données souvent reliés à un ordinateur. Les capteurs les plus utilisés étant les thermocouples et les thermistances.

#### **III.2.2.1.** Les thermocouples

Les thermocouples sont des capteurs de grande variété qui peuvent assurer les mesures dans une large gamme de température. Un thermocouple est constitué de deux fils métalliques différents (A et B), soudés à l'une de leurs extrémités appelée «soudure de mesure», l'autre extrémité forme la jonction de référence qui doit être maintenue à une température uniforme et stable (référence à 0°C dans les normes internationales).

#### III.2.2.1.b. Principe de mesure de température par un thermocouple

Quand on ouvre un circuit de deux métaux A et B (fig.V.3) soumis à des différences de température quelconque, une force électromotrice (f.e.m) apparait, cette dernière dépend de la nature des métaux et de l'écart existant entre les températures T1et T2 des deux points de jonction des métaux. En particulier, si les températures T1et T2 sont identiques, la f.e.m produite est nulle même si les points intermédiaires des métaux A et B sont portés à des températures différentes de T1 et T2.

Un thermocouple produit donc une f.e.m en rapport avec les températures des deux jonctions, la température du milieu considéré sera déterminée en mesurant cette force électromotrice que délivre le thermocouple.

Le générateur thermoélectrique fournit une différence de potentiel (ddp) directement exploitable à l'entrée d'un amplificateur. Cette ddp est en fonction de la différence de température entre la jonction dite de mesure (appelée aussi soudure chaude) et celle de référence (appelée aussi soudure froide) supposée connue.

On appelle :

• Soudure chaude : jonction de l'ensemble thermocouple soumis à la température à mesurer (c'est la jonction capteur).

• Soudure froide : jonction de l'ensemble thermocouple maintenu à une température connue ou à 0°C (c'est la jonction de référence).

Donc un thermocouple produit une f.e.m en rapport avec les températures des deux jonctions Le montage utilisé est schématisé par la figure (**fig.V.3**) où A et B sont des conducteurs de matériaux différents.

![](_page_56_Figure_1.jpeg)

Fig.V.3) Schéma descriptif d'un thermocouple III.2.2.1.c. Avantages et inconvénients des thermocouples

#### -Avantages

- Robustesse: pour leurs simplicités, ils résistent aux chocs et vibrations.

- Une grande souplesse d'utilisation et non encombrant.

- Gamme de température très large, ils peuvent convenir jusqu'à 1700 °C (3100°F).

- Une vitesse de réponse très élevée.

#### -Inconvénients

- La température de référence doit être connue.

- Défaut d'isolement au-delà de 1800K ou isolement difficile.

- La non-linéarité.

- La nécessité d'une correction automatique ou manuelle due à la température de la soudure froide.

- Faible amplitude du signal.

#### **III.2.2.2** La thermistance

Les thermistances sont tout simplement des résistances qui ont la propriété de varier en fonction de la température. Elles sont constituées à partir de mélange d'oxydes métalliques semi-conducteurs polycristallins tels que : Mg O, Mg Al2 O4, Fe3 O4...

#### III.2.2.2.b. Principe de mesure de la température par des thermistances

Les thermistances sont branchées en série avec un générateur, présentant une résistance variable. Elles se laissent traverser par un courant également variable, en fonction de leur température. Les oxydes en poudre sont agglomérés par compression et durcis par frittage à des températures de l'ordre de 1000°C. Les fils métalliques de liaison sont soudés en deux points de la surface semiconductrice préalablement métallisée [19]. Des études comparant les avantages et les inconvénients de ces deux types de capteurs guident l'utilisateur dans le choix des thermocouples ou des thermistances. Sur le tableau (**III.3**), une comparaison des principales caractéristiques de ces capteurs est donnée [14] :

Caractéristique	Thermistance	Thermocouple
précision	Plus précis	Moins précis
encombrement	important	Réduit
Cout	Plus cher	Moins cher
Temps de réponse	lent	Rapide
Nécessité d'une alimentation	nécessaire	Pas nécessaire
Auto échauffement	existant	non existant
Reproductibilité des résultats	bonne	Moyenne
Stabilité dans le temps	bonne	Moins bonne
Gamme de température	réduite	Large
sensibilité	Peu sensible aux bruits extérieurs	Assez sensible aux parasites

## Tableau.III.3) comparaison des principales caractéristiques III.2.3 La caméra thermique

La caméra thermique est l'un des équipements nécessaire à la thermographie infrarouge. Celle-ci consiste à détecter des tendances thermiques ou variations de température dans les objets. Ces variations permettant à l'utilisateur de déceler les problèmes avant que le temps d'arrêt couteaux ne soit nécessaire, ce qui permet également de surveiller les problèmes imminents afin de prévoir la maintenance lors d'un arrêt planifié ou dès que le budget est disponible. Cette caméra thermique peut être utilisée dans plusieurs secteurs d'activités, comme le bâtiment, l'automobile, dans le domaine scientifique, ... etc. Elle peut également être employée à des fins personnelles, pour prévenir des problèmes d'humidité en mesurant le niveau d'isolation dans une habitation par exemple.

![](_page_58_Picture_1.jpeg)

Fig.VI.3) Caméra thermique III2.3.1 Avantages et inconvénients de la caméra thermique

#### -Avantages

- Prévention des risques.

- Economie et gain de temps.

- Détection et traitement du problème avant que les premières symptômes d'un défaut soient visibles.

- Outils de grande précision et facilité d'utilisation.

#### -Inconvénient

- La caméra thermique donne une carte de température surfacique. Elle ne permet pas de voir les informations en profondeur

Nous avons apporté dans ce chapitre des éléments d'information sur les différentes méthodes d'étude du comportement thermique des machines électriques. La modélisation thermique en utilisant la méthode nodale ou la méthode numérique (Différence finie et éléments finis) présentent des difficultés liées à la complexité de transfert de chaleur dans ces machines électriques liée à la géométrie de ces dernières ainsi qu'à la non uniformité des matériaux utilisés. Le recours à des hypothèses simplificatrices est donc nécessaire, ce qui limite la précision des résultats. De plus, un modèle théorique n'est jamais validé sauf s'il est comparé à des résultats expérimentaux. Donc les méthodes expérimentales restent incontournables si on veut avoir l'image la plus proche de la réalité et si on veut valider un modèle quelque soient les degrés de sa sophistication et sa complexité.

## **III.3** Elaboration d'un modèle thermique simplifié d'un moteur asynchrone à cage (Mellor et Turner) :

Le modèle thermique détaillé donne une image générale de l'échauffement dans chaque partie de la machine, mais la mise en œuvre d'un tel modèle est relativement complexe. Cela est dû aux nombres de résistances thermiques qui doivent être évaluées avec précision. L'analyse de la sensibilité effectuée dans le chapitre précédent, Tableau V.10, nous a permis de développer un modèle thermique simplifié réduit seulement à quelques résistances thermiques les plus influentes. Cette simplification s'accompagne évidemment de l'introduction de nouveaux facteurs correctifs, tant pour les surfaces que pour les volumes. Le modèle ainsi développé est constitué de résistances thermiques calculées par de simples équations comparées aux équations plus complexes nécessaires dans le modèle détaillé. Une deuxième approche d'un modèle thermique simplifié est développée dans ce chapitre où toutes les parties constituant le moteur sont ramenées à la forme géométrique d'un cylindre creux contenant les mêmes volumes que les éléments réels. Ces modèles doivent représenter aussi fidèlement et simplement que possible les parties actives de la machine (enroulement statorique, circuits magnétiques statorique et rotorique) et les liaisons thermiques entre elles et avec l'extérieur.

Le modèle simplifié, de par sa rapidité et sa taille réduite peut s'intégrer dans un logiciel interactif de conception de machines électriques. Le programme issu de ce modèle réduit, de par son temps de réponse, il peut s'intégrer dans un dispositif de commande en temps réel où l'estimation ou l'observation d'une variable ou d'un paramètre dépendant de la température est nécessaire.

#### III.3.1 Modèle thermique simplifié

Le modèle thermique détaillé développé dans le chapitre III est modélisé en tenant compte des différents transferts de chaleur radial et axial ainsi que de la complexité du transfert de chaleur par convection dans l'entrefer et les enceintes du moteur. En raison de la complexité géométrique de la machine et de la circulation de l'air, il est très difficile de déterminer tous les paramètres du modèle détaillé. Ce dernier, comprend 41 résistances thermiques, 9 capacités thermiques et 6 sources de chaleur. L'étude de la sensibilité effectuée dans le chapitre précédent, a révélé que quelques résistances thermiques seulement affectent d'une manière significative la température dans le moteur, alors que la majorité a un effet mineur. En raison de leurs grandeurs et de la topologie du réseau, certaines d'entre elles peuvent être négligées. En conséquence, le calcul des nombreuses résistances

dans le modèle détaillé peut être évité. Pour cette raison, nous développons et nous mettons en œuvre un réseau thermique plus simple approprié à l'analyse thermique des moteurs à induction en utilisant seulement les résistances thermiques les plus influentes. Pour le réseau thermique simplifié, quelques hypothèses simplificatrices additionnelles ont été adoptées :

✓ Le moteur est supposé symétrique autour de l'arbre et du plan radial à travers le centre de la machine ; ✓ L'influence de la distribution de la température asymétrique due au ventilateur extérieur monté en bout d'arbre est négligée ;

✓ Chaque cylindre est thermiquement symétrique dans la direction radiale ;

✓ Les sources de chaleur interne sont uniformément distribuées;

 $\checkmark$  Le transfert de chaleur par rayonnement est négligé. Sa contribution est supposée faible comparé aux processus de conduction et de convection ;

✓ Le transfert de chaleur dans la direction axiale est considéré seulement dans les enroulements et l'arbre. Il a été négligé dans le reste de la machine. Tout le reste du flux thermique se propage radialement ;

 $\checkmark$  Un contact imparfait existe entre la culasse statorique et la carcasse ;

#### III.3.2 Simplification du modèle détaillé :

Le réseau élémentaire proposé par Mellor et Turner [15] pour un simple cylindre creux est illustré par la figure Fig.VII.3. Les éléments R1 et R2 représentent les résistances thermiques dans la direction radiale, tandis que l'élément R3 représente la résistance thermique par conduction dans la direction axiale. Rm tient compte de la chaleur qui n'est pas transférée dans les résistances précédentes. C'est une résistance radiale de connexion.

![](_page_60_Figure_9.jpeg)

**(a)** 

**(b)** 

Fig.VII.3) (a) élément cylindrique creux de base, (b) réseau thermique élémentaire suivant le modèle de Mellor et Turner Les résistances R1, R2, R3 peuvent être évaluées en utilisant les relations suivantes :

$$R1 = \frac{1}{4\pi\lambda L} \left[ \frac{2r_2^2}{(r_2^2 - r_1^2)} Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - 1 \right]$$

$$R2 = \frac{1}{4\pi\lambda L} \left[ 1 - \frac{2r_1^2}{(r_2^2 - r_1^2)} Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right]$$
$$R3 = \frac{L}{6\pi\lambda L(r_2^2 - r_1^2)}$$

où

r1 et r2 sont les rayons interne et externe du cylindre considéré,  $\lambda$  est la conductivité thermique et L est la longueur du cylindre. Même si Rm est considérée du point de vue théorique, elle est toujours négligée du point de vue pratique [15].

Si on néglige le transfert de chaleur axial dans le cylindre de base illustré par la figure VI.1.a, le réseau thermique élémentaire équivalent est réduit à celui donné par la figure VI.2, où les résistances thermiques peuvent être calculées par de simples équations bien connues dans le domaine de transfert de chaleur dans les cylindres creux.

![](_page_61_Figure_5.jpeg)

Fig.VII.3.a) réseau thermique simplifié pour un cylindre creux

$$R1 = \frac{1}{2\pi\lambda L} Ln\left(\frac{r_m}{r_1}\right)$$
$$R2 = \frac{1}{2\pi\lambda L} Ln\left(\frac{r_2}{r_m}\right)$$

$$r_m = \frac{r_2 + r_1}{2}$$

 $\theta$ m est la température moyenne correspondant au rayon moyen rm .

R1 et R2 sont utilisées pour modéliser la culasse et les dents statoriques ainsi que les barres rotoriques. Les figures VI.4.(a-f) montrent la comparaison entre les valeurs des résistances thermiques R1 et R2 calculées par l'équation VI.1 et l'équation VI.2 et celles déduites par VI.4 et VI.5 respectivement pour la culasse et les dents statoriques ainsi que les barres rotoriques. Sachant que dans les moteurs à induction le rapport r2/r1 se situe dans l'intervalle [1,2,1,3]. L'erreur en pourcentage introduite par les équations simplifiées est inférieure à 2.5%. Le modèle simplifié proposé est donné par la figure VII.3.b Ce modèle est constitué de onze (11) nœuds au total.

*f* Les nœuds numérotés de 1 à 8 correspondent aux nœuds d'éléments conductifs (nœuds à température moyenne).

f Le nœud 9 correspond à la partie fluide (air interne).

f Les nœuds 10 et 11 correspondent aux nœuds de liaisons.

Un programme de calcul écrit en Fortran est développé dans le but de déterminer l'évolution de la température dans les différentes parties de la machine sous différents régimes de fonctionnement. Les résultats obtenus à partir du modèle sont confrontés au modèle détaillé et aux résultats expérimentaux afin de valider l'approche proposée.

![](_page_62_Figure_6.jpeg)

Fig.VI.3.b) réseau thermique simplifié pour un moteur asynchrone à cage

![](_page_63_Figure_1.jpeg)

Fig.VI.4.a) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

![](_page_63_Figure_3.jpeg)

Fig.VI.4.c) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

![](_page_63_Figure_5.jpeg)

Fig.VI.4.b) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

![](_page_64_Figure_1.jpeg)

Fig.VI.4.c) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

![](_page_64_Figure_3.jpeg)

Fig.VI.4.e) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

![](_page_64_Figure_5.jpeg)

Fig.VI.4.f) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

## **III.3.3 Identification et calcul des paramètres du modèle thermique simplifié**

Le schéma synoptique du moteur où sont illustrés les différents rayons est donné par la figure VI.5.

![](_page_65_Figure_3.jpeg)

Fig.VI.5) Dimensions principales du moteur asynchrone à cage

#### III.3.4 Résistance thermique mesurée de la carcasse au milieu ambiant

La résistance thermique mesurée de la carcasse au milieu ambiant est donnée par:

$$R_{th1} = \frac{1}{h_{amb}S_c}$$

avec :

hamb: Coefficient d'échange convectif du milieu ambiant SC : Surface de la carcasse

$$C_{1=} \frac{\delta_{al} C_{al} \pi (r_{ext}^2 - r_1^2) L_{tot}}{2}$$

avec :

δal : Masse volumique de l'aluminium

Cal : Capacité thermique de l'aluminium

Ltot : longueur totale de la carcasse

Rext : Rayon extérieur de la machine

r2 : Rayon extérieur de la tôle statorique

## **III.3.5** Résistance thermique de contact entre la culasse statorique et la carcasse

La résistance thermique de contact entre la culasse statorique et la carcasse est donnée par l'expression suivante :

$$R_{th2} = \frac{1}{h_{ct}S_{cont}}$$

avec

hct : Coefficient de contact entre la culasse statorique et la carcasse Scont : Surface de contact entre la culasse statorique et la carcasse.

## **III.3.6** Résistance thermique radiale conductive de la culasse statorique vers la carcasse

La résistance thermique radiale conductive de la culasse statorique vers la carcasse est donnée par :

$$R_{th3} = \frac{1}{2\pi\lambda_r L} Ln\left(\frac{r_1}{r_m}\right)$$

avec :

 $\lambda r$ : Conductivité radiale du fer statorique

L : Longueur du stator

r1: Rayon extérieur de la culasse statorique

## **III.3.7** Résistance thermique radiale conductive de la culasse statorique vers les dents statoriques

La résistance thermique conductive de la culasse vers la dent statorique est exprimée par la relation :

$$R_{th4} = \frac{1}{2\pi\lambda_r L} Ln\left(\frac{r_m}{r_2}\right)$$
$$C_{2=} \frac{\delta_{tot}C_{tot}\pi(r_{ext}^2 - r_1^2).L}{2}$$

avec :

r2 : Rayon intérieur de la culasse statorique

δtot : Masse volumique de la culasse statorique

Ctot : Capacité thermique de la culasse statorique

L : Longueur du stator

## **III.3.8** Résistance radiale conductive des dents statoriques vers la culasse statorique

C'est une résistance équivalente qui tient compte d'un transfert de chaleur des dents statoriques vers la culasse. La géométrie de la dent est ramenée à un cylindre creux en introduisant un facteur correctif pour maintenir constant sa surface et son volume. r

$$R_{th5} = \frac{\frac{r_2}{r_{m1}}}{0.5\lambda_r \alpha_1 L Z_d}$$

avec :

 $\alpha 1$  : représente l'ouverture angulaire de la dent statorique qui permet d'avoir la même surface

que la dent réelle.

Zd : nombre de dents statorique

## **III.3.9** Résistance thermique radiale conductive des dents statoriques vers l'entefer

La résistance thermique radiale conductive des dents statorique vers l'entrefer est donné par :

$$R_{th6} = \frac{Ln\frac{r_{m1}}{r_3}}{0.5\lambda_r\alpha_1 LZ_d}$$
$$C_{3=}\frac{\delta_{tot}C_{tot}\,\alpha_1 Z_d (r_2^2 - r_3^2).L}{2}$$

:

avec

r3 : Rayon de l'alésage statorique

#### III.3.10. Résistance thermique de l'enroulement dans l'encoche

Les enroulements sont modélisés en considérant l'encoche comme une structure géométrique simplifiée d'un cylindre creux rempli de cuivre et entouré d'un isolant (caniveau d'encoche) tout en conservant sa surface et son volume. Une description complète du modèle de l'enroulement est montrée dans le chapitre IV

$$R_{th7} = \frac{\alpha_2(r_2 + r_3)}{6\lambda_{r1}(r_2 - r_3)LN_z} + \frac{2\delta_{can}}{\lambda_{can}(r_2 - r_3)LN_z}$$
$$R_{th8} = \frac{L}{3\alpha_2\lambda_{al}(r_2^2 - r_3^2)LN_zK_{remp}}$$

$$K_{remp} = \frac{2S_{cu}}{\alpha_2(r_2^2 - r_3^2)}$$

$$R_{th9} = \frac{1}{\alpha_2 \lambda_{r1} L N_z} \left[ 1 - \frac{2r_3^2 L n \frac{r_2}{r_3}}{(r_2^2 - r_3^2)} \right] + \frac{2\delta_{can}}{\alpha_2 r_2 L N_z}$$

$$R_{th10} = \frac{1}{\alpha_2 \lambda_{r1} L N_z} \left[ 1 - \frac{2r_2^2 L n \frac{r_1}{r_2}}{(r_2^2 - r_3^2)} \right] + \frac{2\delta_{can}}{\alpha_2 r_3 L N_z}$$
$$R_{th11} = \frac{-1}{\alpha_2 \lambda_{r1} L N_z (r_2^2 - r_3^2)} \left[ r_2^2 + r_3^2 - \frac{4(r_2^2 \cdot r_3^2) L n \frac{r_2}{r_3}}{(r_2^2 - r_3^2)} \right]$$
$$C_{4=} \frac{\delta_{cu} C_{cu} \cdot L \cdot N_z}{2}$$

avec :

 $\alpha 2$ : Représente l'ouverture angulaire équivalente de l'encoche statorique qui permet d'avoir la même surface et le même volume que l'encoche réelle.  $\lambda r 1 = F.\lambda V$  (Conductivité radiale équivalente de l'enroulement statorique). F : Facteur multiplicatif qui dépend du taux volumique du cuivre dans l'encoche.

 $\lambda V$ : Conductivité thermique du vernis.

 $\lambda a1$ : Conductivité axiale de l'enroulement statorique.

λcan : Conductivité de l'isolant d'encoche.

Scu : Section du cuivre dans l'encoche.

δcan : Epaisseur de l'isolant d'encoche.

Kremp : Coefficient de remplissage.

Nz : Nombre d'encoches

 $\delta cu$ : Masse volumique du cuivre

Ccu : Capacité thermique du cuivre

#### III.3.11. Résistances convectives de l'air emprisonné.

Les résistances thermiques convectives de l'air emprisonné sont données par les expressions suivantes :

$$R_{th12} = \frac{1}{h_p S_1}$$
$$R_{th13} = \frac{1}{h_p S_2}$$
$$R_{th14} = \frac{1}{h_p S_3}$$

avec

S1 : Surface de contact entre la surface externe du tore et l'air emprisonné.

S2 : Surface de contact entre la surface interne du tore et l'air emprisonné S3 : Surface de contact pallier-air emprisonné. he : Coefficient d'échange convectif entre l'air emprisonné et les surfaces externes du moteur

#### III.3.12. Résistance thermique des têtes de bobines

Les têtes de bobines sont modélisées comme une structure toroïdale de rayon extérieur r4 et de rayon intérieur r5 donnés par le constructeur. Les résistances thermiques formant les têtes de bobines sont données par les expressions suivantes :

$$R_{th15} = \frac{\frac{1}{\alpha_3 \lambda_{r2} L_{tet}} \left[ 1 - \frac{2r_5^2 Ln \frac{r_4}{r_5}}{(r_4^2 - r_5^2)} \right]}{2}$$

$$R_{th15} = \frac{\frac{1}{\alpha_3 \lambda_{r2} L_{tet}} \left[ \frac{2r_4^2 Ln \frac{r_4}{r_5}}{(r_6^2 - r_7^2)} - 1 \right]}{2}$$

$$R_{th16} = \frac{\frac{-1}{2\alpha_3 \lambda_{r2} (r_4^2 - r_5^2) L_{tet}} \left[ r_4^2 + r_5^2 - \frac{4(r_4^2 \cdot r_5^2) Ln \frac{r_4}{r_5}}{(r_4^2 - r_5^2)} \right]}{2}$$

$$R_{th17} = \frac{2}{R_{th17}} \frac{R_{th15} + R_{th12} (R_{th16} + R_{th13})}{2}$$

#### III.3.13 Résistance thermique axiale des têtes de bobines

La résistance thermique axiale représentant l'extension des têtes de bobines est exprimée par la relation suivante :

$$R_{th18} = \frac{L_0}{\lambda_{a2} \cdot \pi r_0^2 N_c N_z}$$
$$C_5 = \delta_{cu} C_{cu} \cdot V_{cutb}$$

avec :

NC : Nombre de conducteurs dans l'encoche

Ltet : Longueur de la tête de bobine

L0 : Longueur de l'extension entre encoche et têtes de bobines

r4 : Rayon externe du tore (constructeur)

r5 : Rayon interne du tore (constructeur)

 $\lambda a 2$ : Conductivité axiale du cuivre des têtes de bobines

 $\lambda r2 = F \cdot \lambda V$ : Conductivité thermique radiale équivalente des têtes de bobines

 $\alpha$ **3** : Ouverture angulaire des têtes de bobines

r0 : Rayon d'un conducteur dans l'encoche

Vcutb : Volume du cuivre dans les têtes de bobines

#### III.3.14 Résistance thermique de l'entrefer

Les résultats obtenus pour le moteur électrique étudié dont la puissance nominale est de 2.2 kW, ont montré que le nombre de Rynolds dans l'entrefer est souvent inférieur à la valeur critique. Cela signifie que l'échange thermique se fait seulement par conduction. Dans ce cas, les trois résistances Rth24, Rth25 et Rth26 de l'entrefer du modèle détaillé peuvent être remplacés par une simple résistance équivalente de l'entrefer Rentrefer.

$$R_{entrefer} = \frac{1}{2\pi\lambda_{air}L} Ln\left(\frac{r_3}{r_6}\right)$$

r6 : Rayon externe du rotor

#### III.3.15 Résistance thermique radiale des barres rotoriques

Les barres rotoriques sont modélisées comme étant un cylindre en aluminium entourant le paquet de tôle. Cette simplification est rendue possible en raison de l'homogénéité thermique de la structure rotorique où un contact parfait existe entre les barres et le circuit magnétique rotorique. L'extrémité de l'encoche rotorique est reliée à un disque de volume égal à celui de l'anneau de court-circuit.

#### III.3.16 Résistance radiale des barres rotoriques vers l'entrefer

La résistance radiale des barres rotoriques vers l'entrefer est donnée par :

$$R_{th19} = \frac{1}{2\pi\lambda_{al}(L - L_{acc})} Ln\left(\frac{r_6}{r_{m2}}\right)$$

#### III.3.17 Résistance radiale des barres rotoriques vers le fer rotorique

La résistance radiale des barres rotoriques vers le fer rotorique est donnée par :

$$R_{th20} = \frac{1}{2\pi\lambda_{al}(L - L_{acc})} Ln\left(\frac{r_{m2}}{r_{7}}\right)$$
$$C_{6} = \frac{1}{2}\delta_{al}C_{al}.\left(\pi(r_{6}^{2} - r_{7}^{2}).L.V_{acc}\right)$$

avec :

Lacc : Longueur de l'anneau de court-circuit

 $\lambda$ al : Conductivité de l'aluminium

Vacc : Volume de l'anneau de court-circuit

δal : Masse volumique de l'aluminium

Cal : Capacité thermique de l'aluminium

#### III.3.18. Résistance radiale conductive du fer rotorique

Le fer rotorique est considéré comme un cylindre creux de rayon interne r8 et de rayon externe r7. Le transfert de chaleur n'est considéré que dans la direction radiale. La résistance radiale du fer rotorique est donnée par :

$$R_{ferrot} = \frac{1}{2\pi\lambda_r L} Ln\left(\frac{r_7}{r_8}\right)$$

Avec :

r7 : Rayon équivalent interne du rotor

r8 : Rayon de l'arbre

#### III.3.19. Résistance thermique de l'arbre

L'arbre représente un cylindre en acier. Il est divisé en trois sections, la première se trouve au-dessous du fer rotorique, la deuxième se trouve au-dessous du roulement et la troisième joue le rôle de connexion thermique entre les températures moyennes des deux premières sections. Il comprend les deux blocs 7 et 8.

#### III.3.20 Résistance thermique radiale de l'arbre sous le circuit rotorique

La résistance thermique radiale de l'arbre sous le circuit rotorique est donnée par :

$$R_{th21} = \frac{1}{4\pi\lambda_{arb}L}$$

#### III.3.21 Résistance thermique axiale de l'arbre sous le circuit rotorique

La résistance thermique axiale de l'arbre sous le circuit rotorique est donnée par :

$$R_{th22} = \frac{1}{6\pi\lambda_{arb}r_8^2}$$
$$C_7 = \frac{\delta_{ac}C_{ac}.\pi r_8^2 L}{2}$$
#### III.3.22Partie de l'arbre sous le roulement

La résistance thermique radiale de l'arbre sous le roulement est donnée par :

$$R_{th23} = \frac{1}{8\pi\lambda_{arb}L_{roul}}$$
$$C_8 = \delta_{ac}C_{ac} \cdot \pi r_8^2 (L_{roul} - L_{conc}) \,.$$

#### III.3.23Partie de l'arbre formant une connexion entre les blocs 7 et 8

La résistance thermique de l'arbre formant une connexion entre les blocs 7 et 8 est donnée par :

$$R_{th24} = \frac{L_{tot} - L}{2\pi r_8^2 \lambda_{arb}}$$

avec :

λarb : Conductivité de l'arbreR8 : Rayon de l'arbreLtot : Longueur totale de la machine

Lroul : Longueur du roulement

L : Longueur du stator

Lconc : Longueur formant une connexion entre les blocs 7 et 8.

Les différentes résistances thermiques qui constituent le réseau thermique simplifié équivalent sont les suivantes :

 $R1 \rightarrow 2 = Rth2 + Rth3$   $R1 \rightarrow 9 = Rth14$   $R1 \rightarrow 8 = R th23$   $R2 \rightarrow 10 = Rth4$   $R3 \rightarrow 4 = Rth7$   $R3 \rightarrow 10 = Rth5$   $R3 \rightarrow 11 = R th6 + Rentrefer$   $R4 \rightarrow 5 = Rth8 + Rth18$   $R5 \rightarrow 9 = R_{th17} \frac{(R_{th15} + R_{th12}) \cdot (R_{th16} + R_{th13})}{(R_{th12} + R_{th13} + R_{th15} + R_{th16})}$   $R6 \rightarrow 11 = Rth19$   $R6 \rightarrow 7 = Rth19 + Rferrot + Rth21$  $R7 \rightarrow 8 = Rth22 + R24$ 

### III.4 Mise en place d'une deuxième approche d'un modèle thermique simplifié :

Dans ce modèle, la machine est considérée comme un assemblage de pièces homogènes dans la construction et dans le fonctionnement [86].

Les différents éléments constituant la machine peuvent s'inscrire dans une géométrie de révolution cylindrique ayant chacun un volume équivalent au volume réel du matériau correspondant. Les éléments de la machine pour lesquels les simplifications vont s'avérer les plus importantes afin de se ramener aux formes de la géométrie cylindrique sont:

1. Les enroulements ainsi que l'isolant et le caniveau d'encoche contenus dans les encoches statoriques.

2. Les barres rotoriques et les têtes de bobines statoriques.

Les encoches statoriques et l'isolant ainsi que le caniveau d'encoche sont ramenées à la forme géométrique d'un cylindre creux contenant le même volume du cuivre et de l'isolant que les encoches réelles. La même modélisation est considérée dans le rotor où les encoches rotoriques remplies d'aluminium sont ramenées aussi à la forme géométrique d'un cylindre creux contenant le volume total des barres. Le transfert de chaleur dans la direction axiale est considéré seulement dans les enroulements et l'élément formant le fer rotorique et l'arbre. Tout le flux thermique se propage radialement. Ce qui simplifie le nombre de paramètres à identifier.

La structure réelle de tous les éléments de la machine est transformée en une structure équivalente simplifiée. La machine est modélisée par des cylindres creux concentriques représentant les différents matériaux et ayant chacun un volume équivalent au volume réel du matériau correspondant. La figure VI.6 représente la simplification des formes des éléments constituants la machine ramenées toutes à une forme unique.



Fig.VI.6) Simplification des formes

- 1. Culasse et dents statorique
- 2. Isolant d'encoche
- 3. Enroulement dans l'encoche
- 4. Caniveau d'encoche
- 5. Barres rotorique
- 6. Arbre et fer rotorique

Une paroi cylindrique de conductivité  $\lambda$  d'épaisseur e = r2 - r1 et de longueur L est représentée par une résistance modélisant le régime permanent et un condensateur représentant le régime transitoire.

$$R_{th} = \frac{1}{4\pi\lambda L} Ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$
$$C_{th} = \rho \cdot V \cdot C_p$$

Où r2 et r1 sont respectivement le rayon extérieur et intérieur de la couche

et

 $\lambda$ : la conductivité thermique du matériau.

V : le volume de la paroi considéré

Cp : Capacité calorifique (J/Kg.°C)

Le modèle simplifié développé est présenté par la figure VI.7. La culasse et les dents statoriques sont représentées par un seul élément numéroté (1). L'enroulement statorique reste représenté par deux éléments : tête de bobines (4) et la partie dans l'encoche (2). Le dos du fer rotorique et l'arbre sont représentés par un seul élément (6) La décomposition du rotor ne distingue pas les barres de la cage des dents du circuit magnétique. Compte tenu de la procédure de fabrication et de l'absence d'isolation, on peut estimer, en effet, en première

approximation que le contact thermique est bon entre ces éléments. Par ailleurs, les barres et le fer rotorique sont représentés par un seul élément (5). Les éléments 3 et 4 représentent respectivement l'isolant et le caniveau d'encoche. Le modèle est donc constitué de:

- 7 noeuds d'éléments conductifs numérotés de 1 à 7
- 1 noeud d'élément convectif (air interne) numérotés 8
- un nœud secondaire numéroté 9.

L'enroulement dans l'encoche et les têtes de bobines sont modélisés en utilisant les équations VI.1, VI.2 et VI.3. Les éléments 3 et 4 sont modélisés par l'équation VI.42. En négligeant le transfert de chaleur axial, les modèles élémentaires concernant le circuit magnétique statorique et rotorique sont développés en utilisant les équations VI.4 et VI.5.

La comparaison des températures calculées avec les modèles détaillés et simplifiés avec ceux mesurées est donnée par la figure.VII.8 (a-e). D'après cette figure, on remarque que les températures en régime permanent sont pratiquement les mêmes pour les trois modèles. Bien qu'il existe une légère différence en régime transitoire, particulièrement, pour le premier modèle. Par contre, la comparaison des résultats entre le modèle détaillé et le modèle simplifié suivant la deuxième approche est très encourageante tant en régime permanant qu'en transitoire thermique.

#### **Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux approches d'un modèle thermique simplifié. Le premier modèle est développé en fonction de l'analyse de la sensibilité effectuée sur les résistances thermiques constituant le réseau thermique équivalent. La seconde approche, est développée en modélisant la machine par des cylindres creux concentriques ayant les mêmes volumes que les éléments réels. L'inconvénient du modèle thermique détaillé est la connaissance détaillée nécessaire des dimensions géométriques et les paramètres thermophysiques de la machine. En raison de la complexité de la détermination de tous ces paramètres, un premier modèle thermique simplifié a été développé en utilisant seulement les paramètres les plus influents. Les résistances thermiques formant ce modèle simplifié sont calculées par de simples équations. Cette simplification de la géométrie de la machine s'accompagne évidemment de l'introduction de nouveaux facteurs correctifs, tant pour les surfaces que pour les volumes.

Ce dernier, peut être utilisé avec confidence si les dimensions géométriques complètes du moteur ne sont pas toutes disponibles. Concernant la deuxième approche, les températures obtenues dans les différents endroits du moteur comparées au modèle détaillé et aux résultats expérimentaux sont très satisfaisantes aussi bien en régime permanent qu'en transitoire thermique.

#### **Conclusion générale :**

Pour conclure, nous avons choisi un projet qui suscitait notre intérêt, chaque personne a fait son mieux pour résoudre les problèmes différents. Nous avons expliqué nos objectifs au début de rapport.

Ce projet nous a permis de combiner le phénomène commun dans la vie avec les théories mathématiques et physiques, ce qui nous donne une meilleure compréhension. Ce projet n'était pas simple à appréhender, un grand travail était demandé, il nous a fallu quelques semaines pour comprendre les rapports des années précédentes, les principes et les équations

qui étaient compliqués. Mais grâce aux pré-spécialisations différentes que nous avons choisi), nous avions toujours de nouvelles idées quand nous étudions les équations. Pendant cette étude, nous avons étudié par nous-même beaucoup de connaissances que nous n'avions pas vues en classe, par exemple, la loi de Fourier, l'équation de la diffusion thermique, etc. Nous avons consulté beaucoup de données sur internet et surmonté

Nous avancions pas à pas, et par le même temps, nous avons été initiés à différentes méthodes d'approximation de la solution d'une équation différentielle du deuxième ordre à l'aide de notre professeur.

Après la réussite de ce projet, notre capacité d'apprentissage a été améliorée, notre horizon a été élargi et notre intérêt a été développé, nous avons accumulé des expériences pour les recherches prochaines, ce qui est aussi bon pour les potentielles études à venir

Nous avons commencé par les divers modes de transfert de chaleur ainsi que leurs lois générales comme la loi de Fourier.

Dans le troisième chapitre on a étudié les principales méthodes utilisées pour déterminer l'échauffement dans les machines asynchrones pour ensuite choisir l'approche expérimentale pour déterminer la distribution de température dans le moteur en utilisant les thermocouples et en utilisant une caméra thermique.

Le modèle thermique peut non seulement déterminer l'évolution de la température dans le moteur, mais, il peut aussi donner un aperçu intéressant sur le comportement thermique de la machine, en étudiant l'impact de la variation des différents paramètres sur la distribution de la température dans les différents éléments, comme les coefficients d'échanges, les différentes conductivités et les pertes. L'étude de la sensibilité a montré que du point de vue thermique le stator et le rotor sont faiblement couplés. La distribution de la température est relativement insensible aux variations de la plus part des paramètres. Cependant,

la distribution de la température à niveau d'un élément, est affectée par le changement des paramètres de l'élément lui-même et des éléments adjacents. Par exemple, la température au niveau de l'enroulement dans l'encoche est plus sensible à la conductivité de l'isolant, alors que la variation des autres paramètres influent faiblement sur la température de celui-ci La distribution de la température peut être aussi sensible à d'autres paramètres, tels que les pertes, qui peuvent affecter la température d'une manière significative. En effet, on a constaté que les pertes supplémentaires et les pertes Joule rotorique ont un effet non négligeable sur la distribution de la température sur pratiquement tous les éléments constituant la machine.

## Bibliographie

[1] DeVriendt A. B. "La transmission de chaleur: Volume I, Tomes 1 et 2", Gaëtan Morin, 1982.

[2] Holman J. P. "heat transfer", McGraw-Hill Book Co., 8ème édition, 1997.

[3] Kreith F. "Transmission de la chaleur et thermodynamique", Masson, Paris, 1967.

[4] Kreith F. Bohn M-S. "Principles of Heat Transfer" 4th Edition, Harper & Row, Publisher, USA, 1986.

[5] Léontiev A. "Théorie des échanges de chaleur et de masse", éditions MIR, Moscou,1979.

[6] Sacadura J. F. "Initiation aux transferts thermiques", Tec. et Doc., Lavoisier, 1982.

[7] McAdams W. H. " Transmission de la chaleur ", Dunod, Paris, 1961.

[8] Patankar S. V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing, 1980.

[9] Rohsenow W. M., Choi H. Y "Heat, Mass and Momentum Transfer", Prentice-Hall,Inc.,1963.

[10]. El-Wakil M. M "Nuclear Heat Transport", International Textbook Company, 1971.

[11] Schneider P. J. "Conduction Heat Transfer", Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 1957.

[12] Chapman A. J. "Heat Transfer", The Macmillan Co., 1960.

[13] Incropera F. P., DeWitt D. P. "Fundamentals of Heat Transfer", John Wiley & Sons, 1985.

[14] Kays W. M.,. Crawford M. E "Convective Heat and Mass Transfer", McGraw-Hill Book Co., Inc., 1993.[15] Godunov, Ryabenski "Schémas aux différences", édition Mir, Moscou, 1984.

[16] Gourdin A. Boumahrat M. "Méthodes Numériques Appliquées", OPU Alger, 1991.

[17] Özişik M. N. "Heat Conduction" 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1993.

[18] Carslaw H. S. & Jaeger J. C. "Heat Conduction in Solids", Clarendon Press, London, 1957.

[19] Pitts D. R., Sissom L. E. "1000 Solved Problems in Heat Transfer", McGraw-Hill,1991.

#### Bibliographié

[20] Paul L. DeVries "A First Course in COMPUTATIONAL PHYSICS", John Wiley & Sons, Inc., 1994.

[21] Blomberg, T. "HEAT3 – A three-dimensional heat transfer computer program". Manual for HEAT3 (Version 4.0), 2001.

[22] Blomberg, T. "HEAT2 – A heat transfer PC-program in two dimensions". Manual for Version 6.0, 2003.

[23] Loukarfi, L. " Exercices résolus de conduction thermique ", Dar El-Oumma Alger, 2002

[24] Çengel Y. A. " Heat transfer " A practical approach, WCB/McGraw-Hill, 2002

[25] Taibi N. & S. " Pratique du FORTRAN77 ", éditions Berti, 1992.

[26] Delannoy C. " Programmer en Fortran 90 Guide complet ", Editions Eyrolles, 2001.

[27] Hirsch, C. " Numerical computation of internal and external flows ", John Wiley & Sons Ltd. (1992),

[28] ANSYS 5.6 Swanson Analysis System Inc. Johnson road, P.O. Box 65, Houston, USA.

[29] M. BENAROUS "Méthodes Numériques Avancées", Cours, Exercices et Programmes Fortran, (Polycopié) C.U. de Chlef, 1995.

[30] G.Bellenda., L.Ferraris., A.Tenconi.," A new simplified thermal model for inductionmotors for EVs application." Electrical machines and drives, 11-13 september,1995,conference,publication,N°.412,IEE,1995.

[31] B.Assaii., B.Moghtaderi., S.Sathiakumar and D.F. Gosden.," A new thermal model for Ev induction machine drives". IEEE, 1996,pp175-182 (à REVOIR).

[32] A.Bousbaine., M.McCormick and W.F.Low.,"Thermal modelling of permanent –split capacitor single-phase induction motors based on accurate loss density measurement". In Proc.IEE EMD conf .,1997,pp.175-179.

[33] E.Chauveau.," Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques. Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des Moteurs asynchrones". Thèse de Doctorat de l'université de Nante(France),Novembre,2001,147p.

[34] D.Sarkar., P.K.Mukherjee., S.K.Sen., 'Use of 3-diemensional finite element for computation of temperature distribution in the stator of an induction motor''. IEE proceeding–B,vol.138,N°.2, March 1991, pp.75-84.

[35] Y.Liu., Y.Lee., H.K.Jung., S.Hahn., G.H. Youn., KW.Kim., J.L.Kwon., D.Bae., J.I.Lee'' 3D Thermal stress Analysis of the rotor of an induction motor''. IEEE Transactionson Magnetics, vol.36, N°.4, july 2000, pp.1394-1397.

[36] Y.F.Chen.," Modélisation Thermique des moteurs Asynchrones en vue de la réalisation d'un outil CAO". Thèse de Doctorat de l'université de Rouen, 30 Novembre,1994.

[37] Chang-chou Hwang., S.S.Wu., and Y.H.Jiang.''Novel approach to the solution of temperature distribution in the stator of an induction motor''. IEEE transactions on Energy conversion, Vol.15,N°.4, December, 2000.

[38] R.Glises., A.Miraoui., J.M.Kauffmann.," Thermal modelling for an induction motor". Journal de physique III, vol.3, September 1993, pp.4849-1859.

[39] N.Bianchi., S.Bolognani and F.Tonel.,"Thermal analysis of run-capacitor single-phase induction motor". IEEE transactions on Industry Applications, vol.39,N°.143,N°.1,January,1996.

[40] P.Cosar.," Transmission de la chaleur"Technique de l'ingénieur, vol.B-90 à,B-96.

[41] N.Benamrouche.," An investigation of the loss distribution in induction motors fed from nonsinusoidal supplies". Thèse PhD, Sheffield, Angleterre, 1990.

[42] M.Kostenko., L.Piotrovski.,"Machines à courant alternatif Edition .Mir. Moscou, 1979,766p.

[43] G.Grellet.,'' Pertes dans les machines tournantes''. Technique de l'ingénieur, traité de génie électrique. Dec.1989, vol.D3450-D3451.

[44] P.L.Alger.," Induction machines". Gordon and Breach Science Publishers, 1970.

[45] K.K.Schwarz.," Survey of basic stray load losses in squirrel cage induction

motors''.Proc.IEE,vol.111,1964,pp.1565-1573.

[46] P.L.Alger., G.Angst., E.J.Davies.,"Stray load losses in polyphase induction

machines".trans.AIE,June1959,vol.78,pp.349-357.

[47] A.Bousbaine., W.F.Low., M.McCormick.,"Novel approach to measurement of ironand stray load losses in induction motors. IEE Proc. Electric power Appl., January 1996,vol.143,N°1, pp.78-86.

[48] P.G.Cummings.,"Estimating effect of system harmonics on loss and temperature rise of squirrel –cage motors". IEEE Trans.Ind Appl., Nov/Dec 1986,vol.IA-22,N°.6,pp.1121-1126.

[49] S.L.Ho.," Study of stray losses under phantom loading conditions in inductionmotors.ICEM,1994,D.19,pp.548-553.

[50] E.Spooner.," Stray loss in solid-rotor induction machines.IEE Proc.Bt.B,July,1982,vol.129,N°4,pp.181-189.

[51] F.Taegen., R.Walczak.," Experimental verification of stray losses in cage induction motors under no-load, full load and reverse rotation test conditions. Archiv fur elektrotechnik,1987,vol.70,N°.4,pp.255-263.

[52] A.A.Jimoh.," Thermal effetcs of stray load losses in induction machines". IEEE Transactions on Industry application, vol.36,n°.4, July/august 2000.

[53] A.A.Jimoh., R.D. Findlay and M.Polujadoff.," stray losses in induction machines : Part I, definition, origin and measurement".IEEE Trans.Power app.syst,vol.pas.104, pp.1500-1505, June 1985.

[54] D.Roye., R.Perret.," Définition des règles de modélisation thermique des machines électriques tournantes". Revue de phys.Appl.20, N°.3, pp.191-202, Mars 1985.

[55] G.Bonnier., H.Ronsin.,"Thermistance CTN et autres thermometres à semi

conducteurs''. Technique de l'ingénieur. Traité mesure et contrôle, R2580, 1991, pp.1-9.

[56] J.Rogez., J.Le Coze.," Mesure de température". Techniques de l'ingénieur. Traité mesure et contrôle, R2515,1992,pp.13-20.

[57] F.P.Incropera., D.P de Witt.," Fundamentals of heat and mass transfer, Jhon Wiley and sons Inc., New York (USA), 2nd editions, 1985,802p.

[58] J.Mugglestone., S.J.Pickering., D.Lampard.," Prediction of the heat transfer from the end winding of a TEFC strip-wound induction motor". IEMDC 99, IEEE International Electric Machines ans drives conference, seattle (USA), May,1999,pp.484-486.

[59] J.Mukosiej.,"Problems of thermal resistances measurement of equivalent thermal networks of electric machnies". Proc.ICEM, Munich (Ger), pp.199-202, sept.1986.

[60] E.Olivier., R.Perret., J.Perard.," Localisation of the losses in an induction machine suplied by an inverter". Journal of Electrical Machines and Power systems, N°.9, pp.401-412,1984.

[61] G.Henneberger., K.Ben Yahia., M.Schmitz.," Calculation and identification of a thermal equivalent circuit of a water cooled induction motor for electric vehicle applications". Electrical Machines and drives, 11-13 september 1995, conference publication N°.412, IEE, 1995.

[62] M.liwshitz., L.Marret.," calcul des machines électriques". Tome I et II, Editions SPES, lausane (Suisse), 1967.

[63] Y.Liu., Y.Lee., H.K.Jung., S.Hahn., G.H. Youn., KW.Kim., J.L.Kwon., D.Bae., J.I.Lee' 3D Thermal stress Analysis of the rotor of an induction motor''. IEEE Transactions on Magnetics, vol.36, N°.4, july 2000, pp.1394-1397.

[64] M.EL-Bakry., S.Wahsh.," Upper and lower limits in eddy current and hysteresis losses.ICEM, 1992, PP.1211-1215.

[65] M.Amar., R.Kaczmarek., F.Protat.," Magnetic losses in PWN voltage exicitation schemes".ICEM, 1994, D.19, pp.536-541.

[66] H-P.Nee., E.Nipp.," A contribution to the calculation of harmonic iron losses of inverter- fed induction motors". ICEM 1994, pp.698-703.

[67] N.Christofield.," Origin of load losses in induction motors with cast aluminium rotors". Proc.IEE, vol.112, 1965, PP.2317-2332.

[68] R.Bourne.," No load method of estimating stray load loss in small cage induction motors". IEE Proc. Pt.B, March 1989, vol.136, N°2, PP.92.95

[69] J.S.Hsu or (HTSUI)., S.P.Liou., B.T.Lin., W.T.Weldon.," Losses influenced by thirdharmonic flux induction motors". IEEE Trans. On Energy Conversion, September 1991, vol.6, N°.3, pp.461-468.

[70] A.F.Armor., M.V.K.Chari.," Heat flow in the stator core of large turbine generators by the method of 3- dimensional finite element. Part I : Analys by scalar potentiel formulation. Part II : Temperature distribution in the stator iron". Trans.IEEE Pas, vol.95, N°5, Sept/Oct 1976, PP.1648-1668.

[71] C.Gazley.," Distribution of velocity and temperature between concentric cylinder". Proc.Royal Society, vol.159 A, 1935, pp.546-578.

[72] G.I.Taylor.,"Distribution of velocity and temperature between concentric cylinders". Proc.royal society, vol.159A, 1935,pp.546-578.

[73] L.J.Segerlind.," Applied finite element analysis". John Willey et Sons Inc. New York, USA, 1976, 422P.

[74] G.Touzot., G.Dhatt.,'' Une présentation de la méthode des éléments finis''. Editions Maloines, Paris (France), 1984.

[75] CN.Glew.," Stray load losses in induction motors". A challenge to academia". IEEE Engineering journal, Feb.1998,pp.27-32.

[76] J.F.Moreno., F.P.Hidalgo., And M.D Martinez.," Realisation of tests to determine the parameters of the thermal model of an induction machine".IEE Proc.Electric.Power Appl.vol.148, N°5, September 2001, pp.393-397.

[77] A.DI Gérlando., And I.Vistoli.,"Improved thermal modeling of Induction motors for design purposes".Vol.36.IEE EMD conf, 1993, pp.381-386.

[78] D.Staton.," Solving the more difficult Aspects of Electrics motor thermal Analysis in small and medium size Industrial induction motors". IEEE Transactions on Industry Application, vol.20,Sept 2005, pp.620-628.

[79] ANSI/IEEE.," IEEE Standard procedure for induction motors and generators,"

[80] J.C Sabonnadière., J.L Coulomb.," Calcul des champs électromagnétique" techniques de l'ingénieur, vol.D1, N°D3020, pp.1-20.

[81] Y.W. Kwon., H.Bang.," The finite element method using Matlab".CRC Press,LLC,1997.

[82] J.Driesen., R.Belmans., K.Hameyer.," Finite element modeling of thermal contact resistances and insulation layers in electrical machines".Proc.IEEE, International Electric machines and Drives conference, May 1999, Seattle, Washington,,USA,pp.222-224.

[83] J.Driesen., R.J.M.Belmans., K.Hameyer.," Finite element modeling of thermal contact resistances and insulation layers in electrical machines". IEEE transactions on Magnetics, vol.37, N°1, pp. 15-19, January/February 2001.

[84] J.Driesen., R.Belmans., K.Hameyer.," Adaptive relaxation algorithms for thermoelectromagnetic FEM problems". IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, N°3, pp.1622-1625, May 1999.

[85] Yves Bertin, E.Videcoq, S.Thieblin, and D.Petit.," Thermal behaviour of an electrical motor through a reduced model". IEEE, Transactions of energy conversion, 15(2):129-134, Mars 2000.

[86] R.Khaldi, '' Etude expérimentale du comportement thermique du moteur asynchrone alimenté par convertisseur''. Mémoire de magister, U.S.T.H.B. (Alger).. Dec 1996.

### La liste des tableaux et figures

- [1] Fig.1) les modes de transfert de la chaleur.
- [2] Fig.I.1) Le sens de transfert de la chaleur par conduction
- [3] Bilan de l'énergie et les flux de chaleur
- [4] Fig.II.1) le flux de la chaleur unidimensionnelle
- [5] Fig.III.1) Ordre de grandeur de la conductivité thermique pour divers états de la matière dans les conditions normales de température et de pression
- [6] Fig.IV.1) Représentation schématique de la résistance thermique dans circuit thermique
- [7] Fig.V.1) la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur e. analogie avec la loi d'ohm
- [8] Fig.I.2) Schéma indiquant le sens du flux
- [9] Fig.II.2) Schéma indiquant les notions pour l'établissement de l'équation différentielle de conduction en coordonnées cartésiennes
- [10] Fig.III.2) Système de coordonnées cylindriques
- [11] Fig.IV.2) Système de coordonnées sphérique
- [12] le flux de chaleur traversant la surface S
- [13] Fig.V.2) résistance thermique
- [14] Tableau I.3) Analogie thermoélectrique
- [15] Tableau II.3) Résistance thermique pour différents modes de transfert de chaleur
- [16] Fig.I.3) Découpage en 5 corps du moteur à induction
- [17] Fig. III.3 Principales étapes de la mise en œuvre de la MEF [14]
- [18] Fig.IV.3) Dispositif de mesure calorimétrique
- [19] Fig.V.3) Schéma descriptif d'un thermocouple
- [20] Tableau.III.3) comparaison des principales caractéristiques
- [21] Fig.VI.3) Caméra thermique
- [22] Fig.VII.3) (a) élément cylindrique creux de base,
- [23] (b) réseau thermique élémentaire suivant le modèle de Mellor et Turner
- [24] cylindre creux
- [25] Fig.VI.3.b) réseau thermique simplifié pour un moteur asynchrone à cage
- [26] Fig.VI.4.a) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique
- [27] Fig.VI.4.c) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique
- [28] Fig.VI.4.b) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique
- [29] Fig.VI.4.c) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique
- [30] Fig.VI.4.e) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique

- [31]Fig.VI.4.f) comparaison entre les équations proposées et les équations de Mellor et Turner pour la résistance R2 de Culasse statorique
- [32] Fig.VI.5) Dimensions principales du moteur asynchrone à cage
- [33] Fig.VI.6) Simplification des formes

# Annexe



Fig.VII.3 : Géométrie de la machine étudiée



Fig. VII.4 : Discrétisation en éléments finis du domaine d'étude



Fig.VII.5 : Lignes équipotentielles de la partie réelle du potentiel vecteur A avec un glissement de 6%.



Fig.VII.6 : Carte de la densité des pertes fer dues à l'hystérésis magnétique [W/m<sup>3</sup>].



Fig.VII.7 : Distribution de la densité des pertes Joule sur la section radiale de la machine



Fig.VII.8 : Carte de température de la machine en régime permanent [°C]

#### Les équations de Maxwell :

Les équations fondamentales pour le calcul du champ électromagnétique au sein des dispositifs en électrotechnique sont représentées par les équations locales de Maxwell. Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (où les courants de déplacement sont négligés) et en négligeant toute distribution de charges spatiales, ces équations s'écrivent :

$$\nabla \cdot D = 0$$
$$\nabla \cdot B = 0$$
$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
$$\nabla \times H = J$$

Les équations de Maxwell sont générales et s'appliquent à tous les milieux :

$$D = \varepsilon \cdot E = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$$

$$B = \mu \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \frac{1}{\upsilon} = \frac{1}{\upsilon_0 \cdot \upsilon_r} \cdot H$$

$$J = \sigma_E \cdot E$$

Régions	σ <sub>E</sub> (S m <sup>-1</sup> )
Bobinage du stator	5.8.107
Cage du rotor	3.57.10 <sup>7</sup>
Tôles du stator/Tôles du rotor	0
Arbre	3.5.10 <sup>6</sup>

Tableau.VII.1 : Conductivités électriques carctérisant les différentes régions de la machine

Régions	C <sub>p</sub> (J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	$\lambda (W m^{-1} K^{-1})$
Bobinage du stator	383	2.48
Cage du rotor	896	204
Tôles du stator/Tôles du rotor	460	45
Entrefer	1006	0.09
Arbre	465	50

Tableau.VII.2 : Capacité thermique massique et conductivité thermique caractérisant chaque partie de la machine.

Eléments	Températures simulées	Températures mesurées	Erreur %
Culasse statorique	81.26	80.22	1.27
Dent statorique	91.39	90	1.52
Enroulement	105.34	103.43	1.81
Rotor	123.98	118.87	17.63

Tableau VII.3 : Comparaison des températures simulées et mesurées pour le point nominal.

#### Résumé:

Dans cette mémoire ont traité un grand sujet aux sciences techniques c'est la base de l'industrie et tous les domaines de recherches ST et sur tout l'énergie renouvelable et les problèmes l'augmentation de la chaleur au semi-conducteurs domaine de l'intégration des circuits intégré à l'électronique, même le problème de faible rendement aux panneaux photovoltaïques je pense que les recherches va découvrir des solutions soit disant découvrit des nouveaux matériaux ou bien les formes, c'est la même chose au capacité de stockage de les batteries ou les piles à combustible.



**Mots clés :** Transfert de la chaleur, La conduction thermique, la conductivité thermique, physique appliquée, Moteur asynchrone à cage,

الملخص:

في هذه الذكرة عالجنا واحدة من أهم المواضيع في ميدان العلوم التكنولوجية تعتبر أساس الصناعات وجميع الأبحاث في ميادين العلوم التكنولوجية خاصة فيما يتعلق بالطاقات المتجددة والمشاكل المتعلقة بارتفاع الحرارة في أشباه النواقل في الدارات المندمجة في علم الالكترونيك ناهيك عن مشكل ضعف المردود في لوحات الطاقة الشمسية، أرى أن الأبحاث في هذا الميدان ستجد حلولا سواءا باكتشاف معادن جديدة أو تغيير الأشكال، حتى الأمور المتعلقة بسعة تخزين الطاقة الكهربائية في جانب البطاريات أو البطاريات التي تعمل بالطاقة المتولدة عن الهيدروجين.

الكلمات المفتاحية: الانتقال الحراري، الانتقال الحراري في الأوساط، الناقلية الحرارية، الفيزياء التطبيقية، محرك لامتزامن ذو دوار من نوع قفص السنجاب