

Estimation de la position et de la vitesse du moteur synchrone à aimants permanents en utilisant le filtre de Kalman étendu

K. YAHIA, A. MENACER, A. BENAKCHA, F. BENCHABANE, D. TAIBI

Laboratoire LGEB, Université de Biskra, B. P 145 Biskra, Algérie

menacer_arezki@hotmail.com

kd_yahia@yahoo.fr

Abstract--This paper presents the vector control of a permanent magnets synchronous machine without mechanical speed and position sensors. Those are estimated by using the extended Kalman filter. The position of the rotor is used to realize the function of the three-phases/two-phases transformation and conversely. The estimated speed constitutes the return of the loop of speed regulation. Simulations tests carried out show the robustness of the proposed filter for various conditions (load, inversion of rotation direction and tracking) of operation of the total system drive.

Résumé-- Cet article présente la commande vectorielle d'une machine synchrone à aimants permanents sans capteurs mécaniques de vitesse et de position. Celles-ci sont estimées en utilisant le filtre de Kalman étendu. La position du rotor sert à réaliser la fonction de transformation triphasée/ biphasée et inversement. Cependant, la vitesse estimée constitue le retour de la boucle de régulation de la vitesse. Les tests des simulations effectuées démontrent la robustesse du filtre proposé pour diverses conditions (charge, inversion de sens de rotation et poursuite) de fonctionnement du système global d'entraînement.

I. Introduction

Les moteurs synchrones à aimants permanents sont de plus en plus employés dans des applications à vitesse variable ou de positionnement. Plusieurs recherches sont orientées vers le développement de la commande vectorielle du MSAP sans capteurs afin d'éviter les problèmes rencontrés dans les systèmes de régulation, causés par les imperfections inhérentes aux capteurs de mouvement de rotation utilisés. Les inconvénients tels que l'encombrement, le coût, l'humidité et les vibrations dégradent les performances du système. Pour ces raisons, plusieurs auteurs [1], [2], [3] ont proposé différentes stratégies d'estimation en vue de déterminer la position et la vitesse pour la commande du moteur. Parmi ces stratégies on peut citer le filtre de Kalman étendu. Ce dernier permet de déterminer des grandeurs d'états non mesurables, évolutives ou des paramètres du système d'état à partir des grandeurs physiques mesurables [1].

II. Modélisation du MSAP

Nous utilisons la transformation de Park pour transformer le système triphasé en un système diphasé disposé selon deux axes en quadrature et liés au rotor.

La figure 1 en donne une illustration.

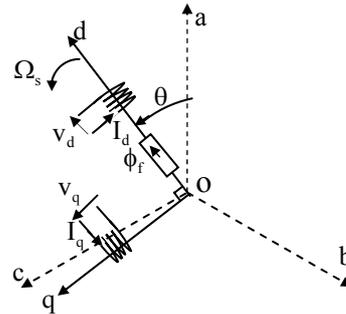


Figure.1: Schéma équivalent de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère (d,q)

Le modèle du MSAP à p paires de pôles, tient compte des hypothèses simplificatrices suivantes : la symétrie, le régime de fonctionnement non saturé et la faiblesse des différentes pertes. Les expressions des tensions relatives au rotor s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -L_q \omega \\ L_d \omega & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \omega \phi_f \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Le couple électromagnétique est donné par l'expression suivante :

$$C_e = p((L_d - L_q)I_d \cdot I_q + \Phi_f \cdot I_q) \quad (2)$$

Les expressions (1) et (2) peuvent être représentées par le modèle de la figure 2.

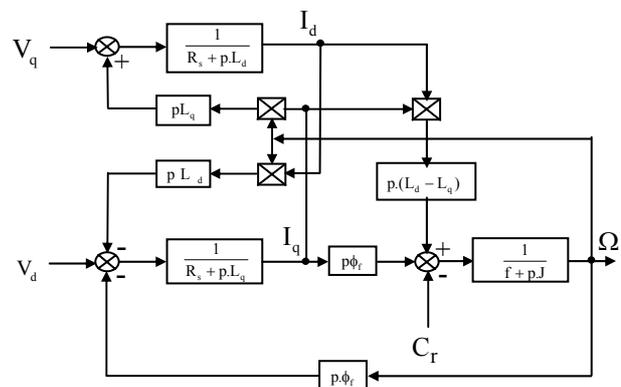


Figure.2: Modèle du MSAP dans le repère de Park

Le modèle d'état discret du MSAP peut se mettre avec :
sous la forme :

$$x_{k+1} = A(x_k) \cdot x_k + B(x_k) \cdot u_k \quad (3)$$

où la vitesse de rotation mécanique Ω est supposée constante dans chaque période d'échantillonnage T_s .

avec:

$$x_k = [I_d \ I_q \ \Omega \ \theta]^T, u_k = [V_d \ V_q \ C_r]^T$$

et :

$$A(x_k) = \begin{bmatrix} 1 - T_s \frac{R_s}{L_d} & \omega T_s \frac{L_q}{L_d} & 0 & 0 \\ -\omega T_s \frac{L_d}{L_q} & 1 - T_s \frac{R_s}{L_q} & -T_s \frac{\phi_f}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & T_s & 1 \end{bmatrix};$$

$$B(x_k) = \begin{bmatrix} T_s \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & T_s \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & -T_s \frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les grandeurs de sortie sont données par:

$$y_k = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k \quad (4)$$

III. Commande vectorielle du MSAP

Le principe de la commande vectorielle consiste à assimiler la machine synchrone à aimants permanents à une machine à courant continu du point de vue couple. Ceci se traduit par le maintien de la composante I_d nulle et le contrôle de la vitesse par la composante I_q .

Le contrôle du couple nécessite la maîtrise correcte des courants I_d et I_q . L'organisation des boucles de courants est faite pour orienter en valeurs instantanées d'amplitude et de phase le vecteur courant statorique I_s par action sur ses composantes d'axes (d, q). Cette disposition explique le vocable de contrôle vectoriel.

Pour découpler parfaitement les courants I_d et I_q , on ajoute à la sortie des régulateurs des *fem* (e_d, e_q) de compensation [3] comme ci-dessous:

$$\begin{cases} V_q = V'_q + e_q \\ V_d = V'_d + e_d \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} e_q = p \cdot \Omega \cdot L_d \cdot I_d + p \cdot \Omega \cdot \phi_f \\ e_d = -p \cdot \Omega \cdot L_q \cdot I_q \end{cases}$$

La figure 3 représente le schéma global de la commande vectorielle du MSAP. Pour les composantes du courant statorique, on choisit des régulateurs PI, tandis que pour la vitesse, on opte pour un régulateur IP.

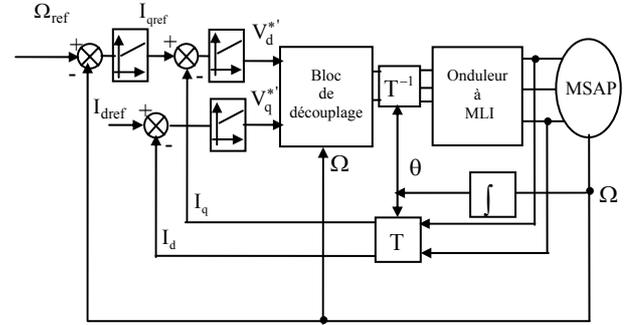


Figure.3: Schéma globale de commande vectorielle du MSAP

IV. Estimation de la position et de la vitesse par le filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu est un observateur d'état qui repose sur un certain nombre d'hypothèses, notamment sur les bruits. En effet, il suppose que les bruits qui affectent le modèle sont centrés et blancs et que ceux-ci sont décorrelés des états estimés. De plus, les bruits d'état doivent être décorrelés des bruits de mesure. Leur principe de base est la minimisation de la variance de l'erreur d'estimation [5].

Le choix du référentiel pour l'application du filtre de Kalman étendu est essentiel. Le cas idéal consisterait à utiliser le référentiel de Park lié au rotor.

Dans notre cas, on a choisi un modèle avec le référentiel lié au rotor et le filtre de Kalman étendu est utilisé pour l'estimation du vecteur d'état x_k composé des courants I_d et I_q , la vitesse mécanique de rotation et la position du rotor. Ce modèle non linéaire suppose que la vitesse mécanique est un état et non un paramètre. Le modèle du MSAP peut être mis sous la forme:

$$\begin{cases} X(k+1) = f(X(k), u(k)) + w(k) \\ Y(k) = h(X(k)) + v(k) \end{cases} \quad (6)$$

avec :

$$f(X(k), u(k)) = \begin{bmatrix} I_d & I_q & \Omega & \theta \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} (1 - T_s \frac{R_s}{L_d})I_d + \omega T_s \frac{L_q}{L_d} I_q + T_s \frac{1}{L_d} V_d \\ (-\omega T_s \frac{L_d}{L_q})I_d + (1 - T_s \frac{R_s}{L_q})I_q - T_s \frac{\phi_f}{L_q} \omega + T_s \frac{1}{L_q} V_q \\ p T_s \frac{L_d - L_q}{J} I_q I_d + p T_s \frac{\phi_f}{J} I_q + (1 - T_s \frac{f}{J})\omega - T_s \frac{1}{J} C_r \\ \omega \end{bmatrix}$$

et:

$$h(X(k)) = [I_d \quad I_q]^T$$

On ramène le système non linéaire précédent à un système linéaire et on en déduit l'ensemble des équations du filtre de Kalman étendu. La procédure d'estimation se décompose en deux étapes:

Etape 1 : Phase de prédiction

L'estimation sous forme de prédiction est :

$$\hat{X}(k+1/k) = f(\hat{X}(k/k), u(k)) \quad (7)$$

Cette étape permet de construire une première estimation du vecteur d'état à l'instant $k+1$. On cherche alors à déterminer sa variance.

Le calcul de la matrice de covariance de l'erreur de prédiction est donnée par :

$$P(k+1/k) = F(k)P(k)F(k)^T + Q \quad (8)$$

avec:

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(X(k), u(k))}{\partial X^T(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k/k)}$$

où :

$$F = \begin{bmatrix} 1 - T_s \frac{R_s}{L_d} & \omega T_s \frac{L_q}{L_d} & T_s \frac{L_q}{L_d} I_q & 0 \\ -\omega T_s \frac{L_d}{L_q} & 1 - T_s \frac{R_s}{L_q} & (-T_s \frac{\phi_f}{L_q} + T_s \frac{L_d}{L_q} I_d) & 0 \\ p T_s \frac{L_d - L_q}{J} I_q & p T_s (\frac{L_d - L_q}{J} I_d + \frac{\phi_f}{J}) & 1 - T_s \frac{f}{J} & 0 \\ 0 & 0 & T_s & 1 \end{bmatrix}$$

Etape 2: Phase de correction

En fait, la phase de prédiction permet d'avoir un écart entre la sortie mesurée y_{k+1} et la sortie prédite $\hat{y}_{k+1/k}$. Pour améliorer l'état, il faut donc tenir compte de cet écart et le corriger par l'intermédiaire du gain du filtre K_{k+1} . En minimisant la variance de l'erreur, on procède ainsi:

Le calcul du gain de Kalman est:

$$K(k+1) = P(k+1/k)H(k)^T (H(k)P(k+1/k)H(k)^T + R)^{-1} \quad (9)$$

avec:

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(X(k))}{\partial X(k)} \right|_{x(k)=\hat{x}(k)}$$

tel que:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le calcul de la matrice de covariance de l'erreur du filtre est donnée par :

$$P(k+1/k+1) = P(k+1/k) - K(k+1)H(k).P(k+1/k) \quad (10)$$

Ainsi que l'estimation du vecteur d'état à l'instant $k+1$:

$$\hat{X}(k+1/k+1) = \hat{x}(k+1/k) + K(k)(Y(k+1) - H\hat{X}(k+1/k)) \quad (11)$$

Dans ce cas, le schéma global de la commande vectorielle du MSAP avec l'utilisation du filtre de Kalman étendu est donné par la figure suivante:

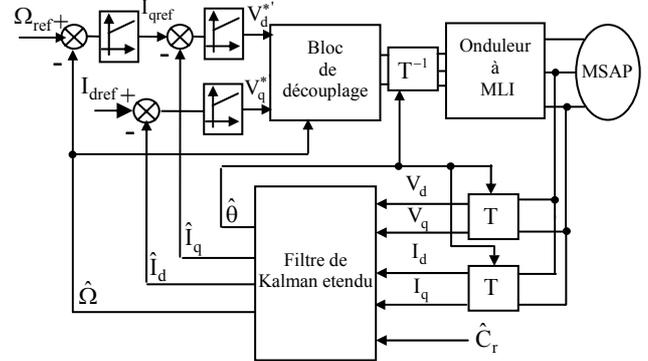


Figure.4: Commande vectorielle en vitesse avec application du filtre de Kalman étendu

V. Estimation du couple de charge

Le filtre de Kalman étendu nécessite un vecteur de commande (entrée) constitué de deux composantes d'axes (d, q) du courant et de la tension ainsi que le couple de charge C_r . Ce dernier est difficilement mesurable. Ceci nous oblige à utiliser sa valeur estimée.

La méthode proposée par *le Pioufle* permet d'estimer en temps réel ce couple de charge [7]. La figure.5 illustre le principe de cette estimation.

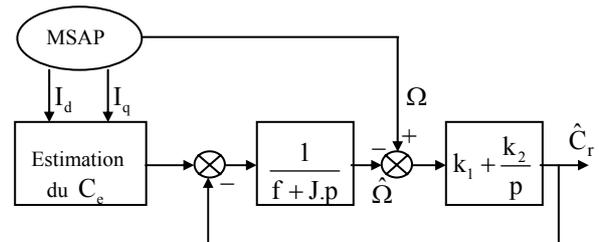


Figure.5: Estimation du couple de charge

L'erreur entre la vitesse mesurée et la vitesse estimée est présentée comme entrée d'un régulateur PI dont la sortie est:

$$\hat{C}_r = \frac{1 + \frac{k_1}{p}}{1 + \frac{1+k_1}{k_2}p + \frac{1}{k_2}p^2} C_r \quad (12)$$

ou :

k_1 et k_2 sont déterminés par une imposition des pôles.

VI. Résultats de simulation

Les figures (6.a, 6.c) représentent les réponses en vitesse et position estimées et réelles dans le cas d'un échelon de vitesse de 200 rd/s avec une application d'une charge de 5Nm à l'instant $t=0.1s$.

On observe d'après les figures 6.b et 6.d que les erreurs d'estimation de la vitesse et la position par le filtre de Kalman étendu sont faibles.

Dans la figure 7, le moteur subit une inversion de sens de rotation de 200 à -200 rd/s à l'instant 0.1s. Les valeurs réelles et estimées de la vitesse et de la position obtenues sont comparables.

Le troisième test réalisé est l'application d'une référence de vitesse sinusoïdale (figure 8), pour analyser la robustesse du filtre proposé dans le cas de poursuite. On observe que les grandeurs estimées suivent parfaitement leurs grandeurs réelles avec une erreur d'estimation négligeable en régime permanent.

Ces tests de simulation montrent clairement la robustesse de l'algorithme d'estimation du filtre de Kalman étendu.

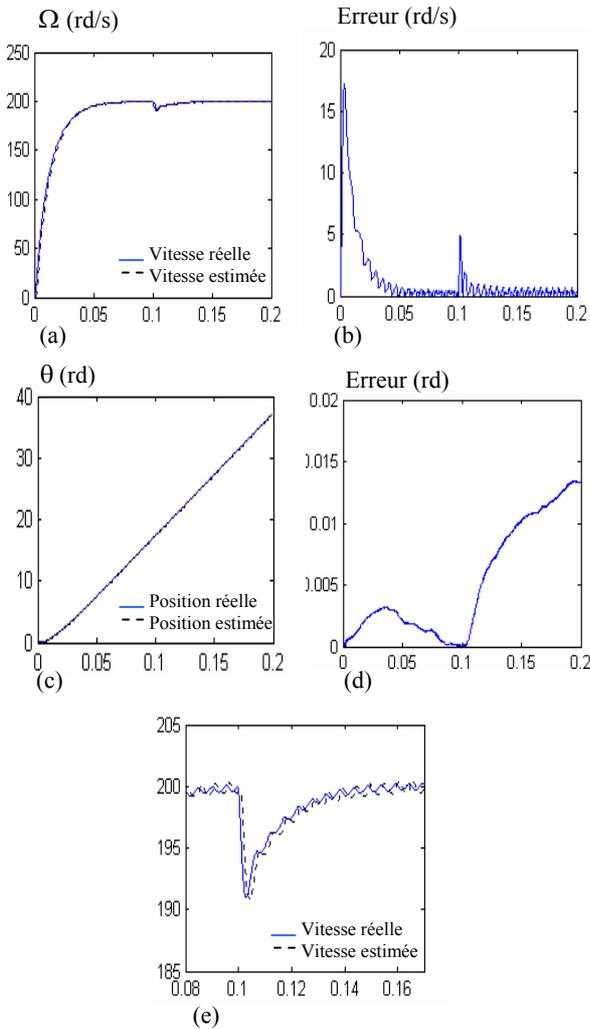


Figure.6: Résultats de simulation pour un démarrage à un échelon de vitesse avec l'application d'une charge de 5Nm à l'instant $t=0.1s$

- a) vitesse réelle et estimée
- b) Erreur d'estimation de la vitesse.
- c) Position réelle et estimée
- d) Erreur d'estimation de la position.
- e) Zoom de la vitesse réelle et estimée.

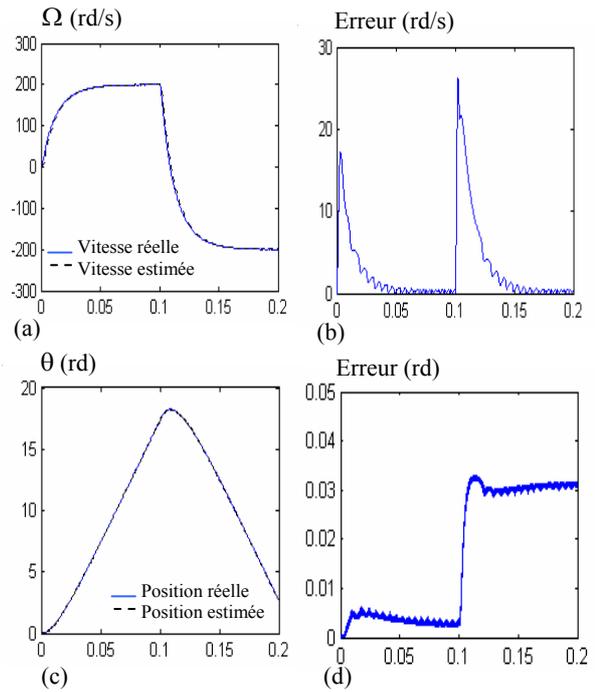


Figure.7: Résultats de simulation pour l'inversion du sens de rotation (+200 à -200) rad/s à l'instant $t=0.1s$.

- a) vitesse réelle et estimée
- b) Erreur d'estimation de la vitesse
- c) position réelle et estimée
- d) Erreur d'estimation de la position.

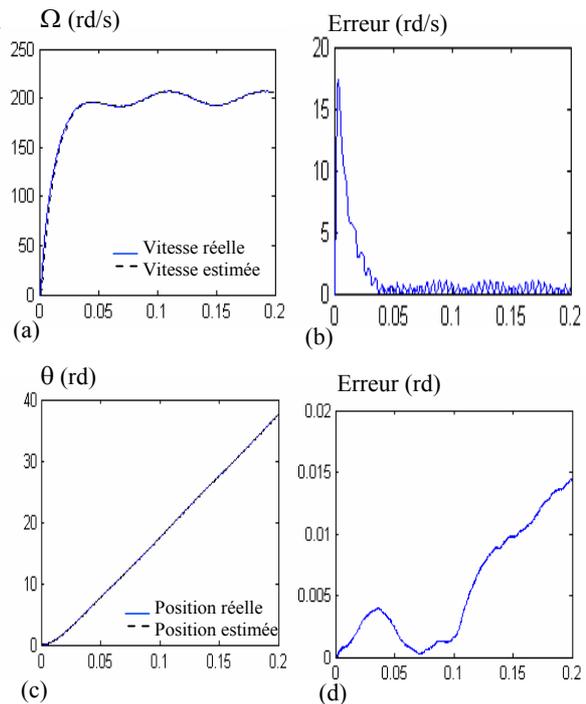


Figure.8: Résultats de simulation pour une poursuite de vitesse

- a) vitesse réelle et estimée
- b) Erreur d'estimation de la vitesse.
- c) Position réelle et estimée
- d) Erreur d'estimation de la position.

Conclusion

Dans cet article, nous avons analysé les propriétés statiques et dynamiques de la commande vectorielle sans capteurs mécaniques de vitesse et de position d'un moteur synchrone à aimants permanents en utilisant le filtre de

Kalman étendu. Les résultats obtenus pour l'estimation de la vitesse et de la position sont très satisfaisants des points de vue erreur d'estimation, robustesse et stabilité du système global dans diverses conditions de fonctionnement (charge, inversion du sens de rotation du moteur, poursuite).

P opérateur de Laplace
 w(t) bruit d'état
 v(t) bruit de mesure
 Q matrice du bruit d'état
 R matrice du bruit de mesure

Paramètres du moteur

$$L_d = 4\text{mH}, L_q = 2.8\text{mH}, \phi_f = 0.12\text{Wb}, p = 4,$$

$$J = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{Kg.m}^2, f = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{Nm.s.rd}^{-1},$$

$$C_r = 8.5\text{Nm}, R_s = 0.6\Omega, I_{qn} = 20\text{A}, \Omega = 230\text{rd/s}$$

Liste des symboles

MSAP	moteur synchrone à aimants permanents
0d,0q	repère de Park (lié au rotor)
CV	commande vectorielle
MLI	modulation de largeur d'impulsion
R_s	résistance statorique [Ω]
f	coefficient de frottement visqueux [Nm/rad/s]
J	moment d'inertie de l'entraînement [kg.m^2]
p	nombre de paires de pôles
Ω	vitesse de rotation mécanique [rad/s]
Ω_{ref}	vitesse de référence [rad/s]
ω	pulsation électrique des courants statorique
T	matrice de Park normalisée
C_e	couple électromagnétique [Nm]
C_r	couple mécanique résistant [Nm]
θ	position réelle [rad]
V_d, V_q	tensions statoriques du repère de Park [V]
I_d, I_q	courants statoriques du repère de Park [A]
L_d, L_q	inductance du stator selon les axes d,q [H]
ϕ_f	flux des aimants [Wb]
u	vecteur de commande

Références

- [1] H. Ziane, T.Rekioua, "Commande vectorielle d'une machine synchrone à aimants permanents sans capteur mécanique avec prise en compte du temps mort de l'onduleur", 3^{ème} Séminaire National en Génie Electrique 29-31/10/2002; université de Batna.
- [2] W.Laala. A, R, Debilou. S, Guedidi, "Commande de la machine synchrone à aimants permanents sans capteurs de vitesse et de position, robustesse contre les dérives paramétriques", Conférence On Electrical Engineering 10/11 Décembre 2002.
- [3] M.Boussak, R. Pilioua-Sendo, "Commande vectorielle sans capteur mécanique avec l'estimation de la position initiale des servomoteurs synchrones à aimants", 16^{ème} journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'automatique, Hammamet Tunisie, 8 et 9 Novembre 1996.
- [4] F.Bouchafaa, E.M.Berkouk, "Stratégie de commande d'un onduleur multi niveaux a structure NPC par la triangulo-sinusoidale a une porteuse (application a la conduit d'une MSAP)", 3^{ème} Séminaire National en Génie Electrique 29-31/10/2002; université de Batna.
- [5] Barut.M., Bogosyan.O. S, Gokasan. M, "An EKF Based Reduced Order Estimator for The Sensor less Control of IM's", .IEEE Trans.power Electron, 2003.
- [6] Ouhrouche. M. A, Lefebvre. S, Do. X. D, "Application of an Extended Kalman Filter to Rotor Speed and Resistance Estimation in Induction", IEEE Trans.power Electron, 2003.
- [7] A.Meroufel, "Commande par mode de glissement d'une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un onduleur de tension à MLI", Conférence on Electrical engineering 10-11 décembre 2002; université de Batna.