

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique.

Université Mohamed Khider – Biskra.

Faculté des Sciences et de la technologie.

Département de Génie Civil et d'Hydraulique.

Réf :.....



جامعة محمد خيضر - بسكرة.

كلية العلوم والتكنولوجيا.

قسم الهندسة المدنية والري.

المرجع .....

Thèse présentée en vue de l'obtention  
du diplôme de :

**Doctorat en Sciences.**

**Spécialité : Génie Civil**

**Option : Structures.**

**Thème :**

**Les dômes câbles à base de tensegrité :  
Conception – comportement – stabilité.**

Présentée par :

**M<sup>r</sup> LOGZIT Nacer**

Soutenue publiquement le : 23/09 /2021

Devant le jury composé de :

Mr HAMADI Djamel	Professeur	Université de Biskra.	Président
Mr KEBICHE Khelifa	Professeur	Université de Sétif.	Directeur de thèse
Mr MAALEM Toufik	Professeur	Université de Batna.	Examineur
Mr TATI Abdelouahab	Professeur	Université de Biskra	Examineur
Mr MANSOURI Mouloud	MCA	Université de Sétif	Examineur.

## Remerciements

Cette recherche a été réalisée à l'Université Ferhat Abbas de Setif 1, au sein du Laboratoire d'Architecture Méditerranéenne, Département de Génie Civil, sous la direction de Mr : Khelifa KEBICHE, Professeur à l'Université de Sétif. Je tiens à le remercier chaleureusement, et lui exprimer ma reconnaissance, pour ses conseils, et le soutien qu'il m'a accordé durant ce travail. Sa patience, sa disponibilité, et sa grande compétence m'ont aidé à surmonter les obstacles pendant ces longues années de recherches, sans oublier me guider et m'encourager tout au long des travaux, et plus particulièrement durant les moments difficiles.

Mes remerciements s'adressent également à Mr. HAMADI Djamel, Professeur à l'Université de Biskra, Mr MAALEM Toufik, Professeur à l'Université de Batna, Mr TATI Abdelouahab, Professeur à l'Université de Biskra, et Mr MANSOURI Mouloud, Maître de conférences à l'Université de Sétif, pour avoir accepté d'évaluer ce travail de thèse.

A titre personnel, je pense fortement à mes parents qui m'ont donné toujours le courage, et m'ont apporté le soutien, durant tous mon parcours de scolarité, et qui malheureusement, m'ont quitté avant de voir le résultat de leurs sacrifices. Pour tout cela, je les remercie très chaleureusement, que Dieu leur accorde sa miséricorde Inchallah.

Finalement, je remercie de tout cœur, ma petite et grande famille de m'avoir facilité la vie pendant le travail de ma thèse, soutenu et encouragé pendant ce travail de longue haleine.

Enfin, je ne peux terminer sans remercier tous ceux qui m'ont soutenu et ont contribué, de près ou de loin, à ce travail. Merci à tous.

Mr LOGZIT Nacer

---

# **PLAN GENERAL**

## **LES DOMES CABLES A BASE DE TENSEGRITE : Conception – Comportement – Stabilité.**

- Résumé.
- Table des matières.
- Notations.
- Table des figures.
- Liste des tableaux.

### **INTRODUCTION GENERALE.**

**CHAPITRE 1 :** Dômes câbles à base de tensegrité : Connaissances actuelles.

**CHAPITRE 2 :** Optimisation des dômes câbles sous chargement monotone.

**CHAPITRE 3 :** Phénomène de fatigue des câbles.

**CHAPITRE 4 :** Modèle d'analyse en fatigue des dômes câbles.

### **CONCLUSION GENERALE**

- Références bibliographiques.

---

## Résumé

### **LES DOMES CABLES A BASE DE TENSEGRITE : Conception – Comportement – Stabilité.**

Les dômes câbles à base de tensegrité sont des structures partiellement sphériques, composées de câbles tendus, et de barres comprimés. Ces structures sont caractérisées par une légèreté particulière. La présente thèse a pour but de proposer une démarche globale d'étude du comportement mécanique de ces systèmes, en non-linéarité géométrique, en intégrant tous les paramètres nécessaires de conception et de stabilité, à la recherche des performances mécanique élevées. L'étude de simulation numérique sous chargement monotone, a montré que les critères proposés peuvent guider l'optimisation pour pouvoir atteindre des performances mécaniques améliorées du système. A travers un modèle d'analyse en fatigue, appliqué sur plusieurs dômes câbles du type Geiger, avec un couple de chargement cyclique non proportionnel en phase, composé du niveau de l'autocontrainte, et d'une charge extérieure dirigée vers le bas, la limite de fatigue est déterminée. Et dans le même sens, un critère de fatigue pour prédire la durée de vie des dômes câbles est également proposé, il est fonction directe du niveau de l'autocontrainte et de la réponse en mode chargement monotone. La démarche globale proposée dans cette thèse, pourra donner une solution réaliste aux problèmes d'analyse pratique des dômes câbles à base de tensegrité, avec une vision plus étendue.

---

**Mots-clés :** Dômes câbles, Tensegrité, Non linéarité géométrique, Comportement mécanique, Chargement monotone, Fatigue.

---

## Summary

### **TENSEGRITY CABLE DOMES : Design - Behavior - Stability.**

Tensegrity cable domes are partially spherical structures, composed of cables in tension, and compressed bars. These structures are characterized by a particular lightness. The purpose of this thesis is to propose a global approach to study the mechanical behavior of these systems, in geometric non-linearity, by integrating all the necessary design and stability parameters, in search of high mechanical performance. The digital simulation study under monotonous loading has shown that the proposed criteria can guide optimization in order to be able to achieve improved mechanical performance of the system. Through a fatigue analysis model, applied to several cable domes of the Geiger type, with a non-proportional cyclic loading torque in phase, composed of the self-stress level, and an external load directed downwards, the fatigue limit is determined. In the same vein, a fatigue criterion to predict the life of cable domes is also proposed, it is a direct function of the level of self-stress and the response in monotonous loading mode. The global approach proposed in this thesis, will be able to give a realistic solution to the problems of practical analysis of tensegrity cable domes, with a broader vision.

---

**Key words:** Cable Domes, Tensegrity, geometric non-linearity, Mechanical behavior, Monotonous loading, Fatigue.

---

---

## ملخص

### قباب الكابلات ذات الشد المتصل : التصميم - السلوك - الاستقرار.

قباب الكابلات ذات الشد المتصل هي هياكل كروية جزئياً ، تتكون من كابلات مشدودة وقضبان مضغوطة. تتميز هذه الهياكل بخفة متميزة. الغرض من هذه الأطروحة هو اقتراح منهج متكامل لدراسة السلوك الميكانيكي لهذه الأنظمة ، مع فرضية اللاخطية الهندسية ، من خلال دمج جميع عناصر التصميم والاستقرار الضرورية ، بحثاً عن الأداء الميكانيكي العالي. أظهرت دراسة المحاكاة الرقمية تحت التحميل الثابت أن المعايير المقترحة يمكن أن توجه الحصول على أفضل الحلول لتحسين الأداء الميكانيكي للنظام. من خلال نموذج لتحليل الإعياء و المطبق على العديد من قباب الكابلات من نوع جيجر ، مع ثنائي التحميل الدوري غير المتناسب في الطور ، يتألف من مستوى الاجهاد الذاتي ، وتحميل خارجي موجه للأسفل ، فإن حد الإعياء قد تم تحديده. في نفس السياق ، تم أيضاً اقتراح معيار للتعب من أجل التنبؤ بعمر قباب الكابلات ، هذا المعيار له علاقة مباشرة بمستوى الاجهاد الذاتي ونوع الاستجابة في حالة التحميل الثابت. سيكون المنهج المتكامل المقترح في هذه الأطروحة قادراً على إعطاء حل واقعي لمشاكل التحليل و الحساب العملي لقباب الكابلات ذات الشد المتصل، مع رؤية أوسع.

---

**الكلمات المفتاحية :** القباب الكابلية، الشد المتصل، اللاخطية الهندسية، السلوك الميكانيكي، التحميل الثابت، الإعياء.

---

## TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>01</b>
<b>CHAPITRE 1 : Dômes câbles à base de tenségrité : Connaissances actuelles.....</b>	<b>06</b>
1. Introduction. ....	08
2. Définitions, principes, et caractéristiques.....	08
2.1 Définition de la tenségrité. ....	08
2.2 Principe général de tenségrité.....	09
2.3 Caractéristiques générales des structures de tenségrité.....	10
2.4 Cas particulier des dômes câbles de tenségrité.....	10
3. Etat des connaissances.....	11
3.1 Méthodes et modèles de conception.. ....	11
3.1.1 Point de départ .....	11
3.1.2 Anneaux de tenségrité.....	12
3.1.3 Modèles : numérique et physique.....	13
3.1.4 Dômes câbles de tenségrité. ....	14
3.1.5 Optimisation de l'autocontrainte.....	14
3.1.6 Conception règlementaire.....	15
3.1.7 Automatisation de la conception.....	15
3.1.8 Optimisation de la conception des dômes.....	16
3.2 Formes et configurations.....	16
3.2.1 Forme cylindrique.....	16
3.2.2 Solution en dômes géodésiques.....	16
3.2.3 Structure déployable à nombre de nœuds réduits.....	17
3.2.4 Modèles réduits et répétitifs des dômes de tenségrité.....	17
3.2.5 Ajustement linéaire de l'auto contrainte.....	18
3.2.6 Configuration de la partie centrale.....	18
3.2.7 Optimisation entre forces et formes des systèmes.....	20
3.2.8 Montage des dômes câbles.....	20
3.3 Paramètres d'études de comportement.....	21
3.3.1 Etude expérimentale du comportement.....	21
3.3.2 Etudes dynamiques.....	21
3.3.3 Paramètres affectant la capacité portante d'un dôme.....	22
3.3.4 Elimination des câbles périphériques supérieurs.....	23
3.3.5 Comparaison entre conceptions.....	24
3.4 Études des phénomènes d'instabilité.....	24
3.4.1 Stabilité des systèmes de tenségrité.....	24
3.4.2 Sensibilité des dômes câbles.....	25
3.4.3 Augmenter la rigidité de la partie centrale du dôme.....	25
3.4.4 Analyse de stabilité.....	26
4. Conclusion.....	26

<b>CHAPITRE 2 : Optimisation des dômes câbles sous chargement monotone.</b> .....	27
1. Introduction. ....	28
2. Approches et formulations mathématiques : .....	29
2.1 Recherche de forme : .....	29
2.1.1 Principe de la recherche de forme : .....	29
2.1.2 Etats d'autocontrainte : .....	29
2.1.3 Les mécanismes : .....	30
2.2 Méthode numérique en non linéarité géométrique : .....	30
2.2.1 Considérations générales : .....	30
2.2.2 Modèle d'analyse en non linéarité géométrique : .....	31
3. Coefficient de la capacité relative et critères d'optimisation. ....	32
4. Processus de vérification des critères d'optimisation. ....	32
5. Application numérique... ..	34
5.1 Présentation du dôme étudié... ..	34
5.2 Principe d'étude du comportement et de vérification des critères... ..	36
5.2.1. Comportement du dôme sous la charge F. ....	36
5.2.2. Vérification du principe de tenségrité : efforts dans les câbles les plus sensibles... ..	37
5.2.3. Contrôle des taux de travail des câbles.....	37
5.2.4. Contrôle de la résistance et de la stabilité au flambement des barres.....	38
5.3 Coefficient de capacité relative de la structure... ..	39
5.4 Proposition de nouvelles configurations de la structure du dôme... ..	40
5.5 Synthèse des résultats de l'étude... ..	42
6. Conclusion... ..	44
<b>CHAPITRE 3 : Phénomène de fatigue des câbles...</b> .....	45
1. Introduction... ..	46
2. Notions générales sur la fatigue .....	47
2.1 Définition et historique... ..	47
2.2 Fatigue des matériaux et des structures.....	48
2.3 Dimensionnement d'une structure à l'état limite de fatigue... ..	49
2.4 Résistance à la fatigue... ..	49
2.5 Durée de vie et sécurité à la fatigue... ..	50
2.5.1 Définition de la durée de vie. ....	50
2.5.2 Essai de fatigue... ..	50
2.5.3 Propagation de la fissure... ..	51
2.5.4 Calcul de la durée de vie.....	51
2.5.5 Vérification de la sécurité à la fatigue... ..	52
2.6 Sollicitations de fatigue... ..	52
3. Fatigue des câbles... ..	53
3.1 Complexité du comportement mécanique des câbles... ..	53
3.2 Evaluation expérimentale de la résistance à la fatigue des câbles... ..	54

3.3	Chargement de flexion cyclique.....	55
3.4	Influence du vent sur la fatigue des câbles.....	58
3.5	Propagation des fissures dans les câbles.....	58
3.6	Câbles de précontrainte sous différentes conditions.....	59
3.7	Evaluation par test en place.....	60
4.	Fatigue – corrosion des câbles.....	61
4.1	Paramètre environnement.....	61
4.2	Dégradation des câbles soumis à un niveau de contrainte.....	61
4.3	Fatigue de contact des fils d'un câble déjà corrodé.....	62
4.4	Surveillance du champ de contraintes.....	63
5.	Cas particulier des structures de tensegrité.....	63
5.1	Spécificité des structures de tensegrité.....	63
5.2	Réponse dynamique d'une structure de tensegrité.....	64
5.3	Mesure de la précontrainte dans les câbles soumis à la flexion cyclique.....	65
6.	Les critères de fatigue multiaxiale.....	66
6.1	Introduction.....	66
6.2	Critère de Dang Van.....	66
6.3	Critère de Mataké.....	67
6.4	Critère de Findley.....	68
6.5	Modélisation d'un problème de fatigue des structures.....	68
6.6	Validité des critères.....	69
7.	Conclusion.....	69
<b>CHAPITRE 4 : Modèle d'analyse en fatigue des dômes câbles.....</b>		<b>71</b>
1.	Introduction.....	72
2.	Algorithme de l'étude du comportement mécanique.....	73
3.	Formulation mathématique de l'analyse en fatigue.....	75
4.	Caractéristiques des câbles et des barres.....	78
5.	Détermination du signal de chargement cyclique multiaxial.....	81
6.	Modélisation des structures à étudier.....	82
7.	Illustration sur un exemple simple d'un module plan.....	82
7.1	Géométrie et données de conception et de calcul.....	82
7.2	Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase.....	84
7.3	Analyse en fatigue du dôme plan.....	85
7.3.1	Description générale.....	85
7.3.2	Influence du niveau de l'autocontrainte.....	89
7.3.3	Influence de la variation de l'amplitude de la charge F.....	90
7.3.4	Influence de la section des câbles les plus sollicités.....	91
7.3.5	Influence de la longueur de la barre centrale.....	92
8.	Comportement mécanique en fatigue du dôme à huit barres et trente-deux câbles.....	94
8.1	Géométrie 3D et données de conception et de calcul.....	94
8.2	Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase.....	95
8.3	Analyse en fatigue du dôme de 8 barres et 32 câbles.....	95
8.3.1	Influence du niveau de l'autocontrainte.....	95
8.3.2	Influence de la section des câbles les plus sollicités.....	98

---

8.3.3 Influence de la portée du dôme.....	100
9. Comportement mécanique en fatigue du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. ....	102
9.1 Géométrie 3D et données de conception et de calcul. ....	102
9.2 Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase. ....	108
9.3 Analyse en fatigue du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. ....	108
9.3.1 Description générale. ....	108
9.3.2 Influence du niveau de l'autocontrainte.....	110
9.3.3 Influence du coefficient multiplicateur de la section des câbles.....	111
9.3.4 Influence du diamètre du dôme.....	113
10. Construction d'un critère de fatigue pour les dômes câbles. ....	115
10.1 Problématique et hypothèses. ....	115
10.2 Fondement de la formulation du critère. ....	116
10.3 Calcul des paramètres du comportement mécanique. ....	118
10.4 Détermination de la fonction de fatigue. ....	119
10.5 Forme finale du critère de fatigue. ....	121
10.6 Validation du critère et représentation graphique.....	122
11. Conclusion. ....	124
<b>CONCLUSION GENERALE.</b> ....	127
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.</b> ....	131

## Table des figures

### Chapitre 1 : Dômes câbles à base de tensegrité : Connaissances actuelles.

Figure 1.1 : La needle tower, un système de tensegrité crée par Snelson en 1956. ....	08
Figure 1.2 : Analogie entre un ballon et un système de tensegrité. ....	09
Figure 1.3 : Dôme de tensegrité de Fuller. ....	11
Figure 1.4 : Dôme câble de type Geiger. ....	11
Figure 1.5 : Arène olympique en construction. ....	11
Figure 1.6 : Forme du Simplex. ....	12
Figure 1.7 : Anneau de tensegrité en Mono-module à Base Hexagonale. ....	13
Figure 1.8 : Modèle numérique, et modèle physique. ....	13
Figure 1.9 : Modèle expérimental, structure de tensegrité rigidifiée par un arc à mi-épaisseur. ....	14
Figure 1.10 : Construction d'un dôme suspendu en chine. ....	14
Figure 1.11 : Modèle de dôme géodésique en atelier. ....	17
Figure 1.12 : Dôme conçu en modules. ....	17
Figure 1.13 : Dôme du type Levy. ....	18
Figure 1.14 : Deux types de dômes : Fuller et Geiger. ....	19
Figure 1.15 : Ajustement de la partie centrale d'un dôme. ....	19
Figure 1.16 : Optimisation d'un dôme du type Geiger. ....	20
Figure 1.17 : Modèle d'expérimentation d'une mini grille de tensegrité. ....	21
Figure 1.18 : Plate-forme suspendue. ....	22
Figure 1.19 : Configuration du dôme Type Lamella. ....	23
Figure 1.20 : Dôme sans câbles périphériques supérieurs. ....	23
Figure 1.21 : Trois structures objet de la comparaison comportementale. ....	24

### CHAPITRE 2 : Optimisation des dômes câbles sous chargement monotone.

Figure 2.1 : Algorithme général d'optimisation de la conception des dômes câbles. ....	33
Figure 2.2 : Schéma général de vérification des critères d'optimisation de la conception des dômes câbles. ....	33
Figure 2.3 : Vue générale du dôme. ....	34
Figure 2.4 : Coupe diamétrale. ....	34
Figure 2.5 : Comportement de la structure du dôme sous la charge F. ....	36
Figure 2.6 : Efforts dans les câbles les plus sensibles. ....	37
Figure 2.7 : Taux de travail des câbles. ....	38
Figure 2.8 : Taux de travail des barres. ....	39
Figure 2.9 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles : Changement de configuration des structures. ....	40
Figure 2.10 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles. Structure 2. ....	41
Figure 2.11 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles. Structure 3. ....	41
Figure 2.12 : Optimisation de la conception des dômes câbles. ....	43

### CHAPITRE 3 : Phénomène de fatigue des câbles.

Figure 3.1 : Courbes de durcissement ou adoucissement cycliques schématiques. ....	49
Figure 3.2 : Définition des contraintes et effet des contraintes résiduelles de traction. ....	50
Figure 3.3 : Essai de fatigue, sollicitation cyclique sinusoïdale. ....	50
Figure 3.4 : Résultats d'essais sous sollicitations d'amplitude constante. ....	51
Figure 3.5 : Initiation et propagation d'une fissure de fatigue. ....	51

Figure 3.6 : Courbes de résistance à la fatigue normalisées. ....	52
Figure 3.7 : Eléments constitutifs d'un câble métallique. ....	53
Figure 3.8 : Courbe typique de Wöhler pour les câbles. ....	54
Figure 3.9 : Exemple d'un test de fatigue en traction – traction sur câble. ....	54
Figure 3.10 : Dispositif d'essai de fatigue par frottement. ....	55
Figure 3.11 - Essais de fatigue par frottement sur fils clairs non lubrifiés. Représentation de Wöhler . ....	55
Figure 3.12 : Modèle simplifié d'un câble en mouvement. ....	56
Figure 3.13 : Configuration originale de chargement pour les spécimens de faible diamètre	56
Figure 3.14 : Dispositif LCPC de flexion cyclique associé à l'essai de traction. ....	59
Figure 3.15 : Comparaison du comportement en fatigue de contact des fils clairs, galvanisés ou lubrifiés. ....	60
Figure 3.16 : Vue générale du pont de l'Île-d'Orléans. ....	61
Figure 3.17 : Rupture par corrosion fissurante sous contrainte. ....	62
Figure 3.18 : Rupture d'un toron attribuée à la combinaison de phénomènes de corrosion fissurante et de fatigue (en flexion). ....	62
Figure 3.19 : Vue globale de la mini-grille de tenségrité. ....	64
Figure 3.20 : Evolution de la fréquence du premier mode en fonction du niveau d'autocontrainte pour chaque série. ....	65
Figure 3.21 : Analyse des fréquences de vibration des éléments. ....	66

#### CHAPITRE 4 : Modèle d'analyse en fatigue des dômes câbles.

Figure 4.1 : Algorithme d'étude du comportement mécanique sous chargement monotone et cyclique. ....	74
Figure 4.2 : Définition du domaine de sécurité en chargement monotone et le sous-domaine de fatigue. ....	75
Figure 4.3 : Principe d'un critère de fatigue à deux variables. ....	77
Figure 4.4 : Zone de sécurité d'un critère de fatigue. ....	78
Figure 4.5 : Signal de chargement cyclique bi-axial en phase. ....	81
Figure 4.6 : Géométrie du module plan. ....	82
Figure 4.7 : Nœud de connexion des éléments en sphère. ....	83
Figure 4.8 : Module plan – Système d'appuis et chargement extérieur. ....	83
Figure 4.9 : Module plan – Maillage en tétraèdre. ....	84
Figure 4.10 : Module plan – Signal de l'autocontrainte. ....	85
Figure 4.11 : Module plan – Signal du chargement extérieur. ....	85
Figure 4.12 : Module plan sous l'autocontrainte seule – Contrainte de Von Mises. ....	86
Figure 4.13 : Module plan sous la combinaison : Autocontrainte + F Contrainte de Von Mises. ....	86
Figure 4.14 : Module plan sous la combinaison : Autocontrainte + F : Contrainte de Von Mises au niveau des câbles à la jonction au nœud inférieur	87
Figure 4.15 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Fendley). ....	87
Figure 4.16 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Dang Van). ....	88
Figure 4.17 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Mataké). ....	88
Figure 4.18 : Module plan – Influence du niveau de l'autocontrainte sur la limite de fatigue	90
Figure 4.19 : Module plan - Influence du diamètre des câbles sur la limite de fatigue. ....	92
Figure 4.20 : Module plan – Influence de la longueur de la barre centrale. ....	93
Figure 4.21 : Géométrie d'un dôme de 8 barres et 32 câbles. ....	94
Figure 4.22 : Dôme de 8 barres et 32 Câbles – Système d'appuis et chargement extérieur. ....	94
Figure 4.23 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Maillage en tétraèdre. ....	95
Figure 4.24 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du niveau de l'autocontrainte sur la limite de fatigue. ....	96

Figure 4.25 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Contrainte de VM en mode statique Niveau d’autocontrainte : 0,30 R <sub>0</sub> .	97
Figure 4.26 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Comportement et fatigue : Niveau d’autocontrainte : 0,30 R <sub>0</sub> .	97
Figure 4.27 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du diamètre des câbles sur la limite de fatigue.	100
Figure 4.28 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du diamètre du dôme sur la limite de fatigue.	102
Figure 4.29 : Géométrie du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.	103
Figure 4.30 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Demi-coupe diamétrale.	105
Figure 4.31 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Contrainte de VM en statique - Niveau d’autocontrainte : 0,35 R <sub>0</sub> .	108
Figure 4.32 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Fendley) - Niveau d’autocontrainte : 0,35 R <sub>0</sub> .	109
Figure 4.33 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Dang Van) - Niveau d’autocontrainte : 0,35 R <sub>0</sub> .	109
Figure 4.34 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Mataké) - Niveau d’autocontrainte : 0,35 R <sub>0</sub> .	109
Figure 4.35 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du niveau de l’autocontrainte sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.	111
Figure 4.36 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence de la section des câbles sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.	112
Figure 4.37 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Influence du diamètre de dôme sur le comportement en statique.	114
Figure 4.38 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Influence du diamètre de dôme sur le déplacement maximal des nœuds suivant la direction -Z.	114
Figure 4.39 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles -Influence du diamètre de dôme sur la limite en fatigue.	115
Figure 4.40 : Réponse de la structure des dômes en chargement monotone.	117
Figure 4.41 : Réponse de la structure des dômes en chargement cyclique.	117
Figure 4.42 : Approche numérique de la fonction de fatigue de toutes les structures étudiées.	120
Figure 4.43 : Approche numérique de la fonction de fatigue des dômes câbles étudiés.	120
Figure 4.44 : Régression linéaire et prédiction de la fonction de fatigue.	121
Figure 4.45 : Calage du critère proposé.	123
Figure 4.46 : Formulation graphique du critère de fatigue.	124

## Liste des tableaux

### CHAPITRE 2 : Comportement mécanique sous chargement monotone.

Tableau 2.1 : Coordonnées, nature et chargement des nœuds. ....	35
Tableau 2.2 : Liste des éléments de la structure et base d'autocontrainte. ....	35
Tableau 2.3 : Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments. ....	36
Tableau 2.4 : Indicateurs de performance de la structure 1. ....	39
Tableau 2.5 : Indicateurs de performance de la structure 2. ....	41
Tableau 2.6 : Indicateurs de performance de la structure 3. ....	42
Tableau 2.7 : Paramètres principaux d'optimisation de la conception des dômes câbles. ....	42

### CHAPITRE 4 : Modèle d'analyse en fatigue des dômes câbles.

Tableau 4.1 : Caractéristiques des matériaux sous chargement monotone. ....	79
Tableau 4.2 : Limites de fatigue des matériaux. ....	80
Tableau 4.3 : Paramètres des critères de fatigue des matériaux. ....	80
Tableau 4.4 : Module plan – Validation des coefficients de charge du signal. ....	84
Tableau 4.5 : Module plan – Influence du niveau de l'autocontrainte. ....	89
Tableau 4.6 : Module plan – Influence de la variation de l'amplitude de charge F... ..	91
Tableau 4.7 : Module plan – Influence de la section des câbles. ....	92
Tableau 4.8 : Module plan – Influence de la longueur de la barre centrale. ....	93
Tableau 4.9 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence du niveau de l'autocontrainte. ....	96
Tableau 4.10 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence de la section des câbles. ....	99
Tableau 4.11 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence de la portée du dôme. ....	101
Tableau 4.12 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles : Coordonnée des nœuds. ....	103
Tableau 4.13 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Liste des éléments de la structure et base d'autocontrainte. ....	106
Tableau 4.14 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles : Validation des coefficients du signale de charge. ....	108
Tableau 4.15 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du niveau de l'autocontrainte sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m. ....	110
Tableau 4.16 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence de la section des câbles sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m. ....	112
Tableau 4.17 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du diamètre de dôme sur la limite de fatigue. ....	113
Tableau 4.18 : Définition des structures et paramètres de réponse mécanique. ....	119
Tableau 4.19 : Calibrage du critère pour les structures étudiées. ....	122

## Notations

### Symboles Grecs

- $\sigma_a$  : l'amplitude de contrainte ou la contrainte alternée.  
 $\sigma_m$  : la contrainte moyenne.  
 $\sigma_{max}$  : la contrainte maximale.  
 $\sigma_{min}$  : la contrainte minimale.  
 $\sigma_D$  : la limite d'endurance.  
 $\Delta K$  : Différence du facteur d'intensité de contrainte.  
 $\Delta \sigma$  : la variation totale de contrainte.  
 $\Delta y/D$  : Déplacement relatif max suivant la direction y.  
 $\sigma_f'$  : Résistance maximale en traction sous chargement cyclique.  
 $+\sigma, -\sigma$  : Valeurs extrêmes de la contrainte.  
 $\sigma$  : Contrainte normale.  
 $\sigma_{res}$  : Contrainte résiduelle.  
 $\tau$  : Contrainte de cisaillement.  
 $\sigma_{-1}$  : Contrainte à traction alternée symétrique.  
 $\sigma_0$  : Contrainte de flexion rotative alternée.  
 $\tau_{-1}$  : Contrainte de torsion alternée symétrique.  
 $\sigma_{VM}$  : Contrainte de Von Mises.  
 $\sigma_1, \sigma_2,$  et  $\sigma_3$  : Contraintes principales.  
 $\sigma_{12}$  : Composante tangentielle due à la charge extérieure.  
 $[\sigma_{ij}(t)]_T$  : le tenseur de contraintes à l'instant t sous le chargement multiaxial appliqué.  
 $\nu$  : Coefficient de Poisson.  
 $\varepsilon$  : Déformation uni axiale.  
 $\varepsilon_e$  : Déformation élastique.  
 $\varepsilon_p$  : Déformation plastique.  
 $\omega$  : Pulsation.  
 $\alpha$  et  $\beta$  : Constante du matériau pour le critère de Dang Van.  
 $\mu$  et  $\lambda$  : Constante du matériau pour le critère de Mataké.  
 $\exists$  : Il existe.

### Symboles

- $[A]$  : Matrice d'équilibre à N lignes et b colonnes.  
 $\{f\}$  : Vecteur à N composantes des forces extérieures appliquées aux nœuds.  
 $\{q\}$  : Vecteur à b composantes des coefficients de densité de force des éléments.  
 $\{q^0\}$  : base des états d'autocontraintes d'un système réticulé.  
 $A$  : Autocontrainte à introduire au niveau des câbles de la structure du dôme.  
 $a$  : Ouverture de la fissure.  
 $a_0$  : Ouverture initiale de la fissure.  
 $Aa$  : Amplitude de l'autocontrainte.  
 $A_b$  : Section des barres.  
 $A_c$  : Section des câbles.  
 $a_{cr}$  : Ouverture critique de la fissure.

- $A_m$  : Valeur moyenne de l'autocontrainte.  
 $A_x$  : Section suivant la direction x.  
 $A^t$  : Transposé de la matrice A.  
 $b$  : Nombre d'éléments d'un système  
 $C_{cr}$  : Le Coefficient de la capacité relative du dôme.  
 $C_{OC}$  : Coefficient d'optimisation de la conception  
 $d(E_{M,k})$  : Fonction de fatigue.  
 $D$  et  $n$  : Constantes du matériau.  
 $D$  : Diamètre.  
 $dN$  : Variation du nombre de cycles.  
 $E$  : Module d'élasticité de Young des matériaux (câbles ou barres).  
 $E_b$  : Module d'élasticité pour l'élément barre.  
 $E_c$  : Module d'élasticité pour l'élément câble.  
 $E_{F,k}$  : Rapport de réponse de la structure du dôme en chargement cyclique en fonction du niveau de l'autocontrainte, l'indice k est le numéro de cas de la structure testée.  
 $E_{M,k}$  : Rapport de réponse de la structure du dôme en chargement monotone en fonction du niveau de l'autocontrainte, l'indice k est le numéro de cas de la structure testée.  
 $E$  : Paramètre de dommage en fatigue d'un critère.  
 $E/E_c$  : Facteur d'utilisation d'un critère.  
 $E_c$  : Seuil critique de dommage en fatigue.  
 $E_j$  : Module d'Young de l'élément j.  
 $F$  : Force extérieure appliquée verticalement au niveau des nœuds supérieurs du dôme.  
 $\{^t_0F\}$  : Vecteur des efforts internes.  
 $f$  : Fréquence, flèche, ou facteur limite pour chaque critère.  
 $F_a$  : Amplitude de la force extérieure.  
 $F_m$  : Valeur de la force extérieure moyenne.  
 $F_{max}$  : Force extérieure maximale dans le domaine de sécurité en mode monotone.  
 $k$  : Coefficient de sensibilité de la contrainte normale pour chaque critère.  
 $K$  : Facteur d'intensité de contrainte.  
 $[^t_0K]$  : Matrice de rigidité tangente de la structure.  
 $m$  : Nombre de mécanismes indépendants d'un système réticulé.  
 $N$  : Nombre de cycles (entre  $10^6$  et  $10^7$ ).  
 $n$  : Nombre de nœuds d'un système.  
 $N$  : Nombre de degrés de liberté d'un système, ou effort normal.  
 $q_j$  : Coefficient de densité de force de l'élément j.  
 $R$  : le rapport de chargement ou ratio de fatigue.  
 $R$  : Sous-domaine de fatigue, ou rapport de charge.  
 $R_e$  : limite d'élasticité à la traction des matériaux (câbles et barres).  
 $R_m$  : Résistance à la traction.  
 $S$  : Domaine de sécurité (élasticité linéaire des matériaux) de la structure du dôme câbles en mode chargement monotone.  
 $s$  : Le nombre d'états d'autocontraintes indépendants.  
 $S_D$  : Surface au  $m^2$  du dôme.  
 $S_t$  : Surface au  $m^2$  des triangles du dôme suivant une direction méridienne.  
 $t$  : Temps.  
 $T$  : Période.

## **INTRODUCTION GENERALE**

## Introduction générale

Nous assistons actuellement dans le domaine de Génie Civil à une révolution structurelle mettant à l'épreuve : la légèreté, l'utilisation rationnelle des composants de structures d'une manière innovante, et les performances mécaniques très élevées, pour aboutir à une solution pratique et rapide, qui peut répondre aux besoins des systèmes de couvertures des grands espaces. C'est l'idée qui a conduit aux structures à câbles, et par la suite, à une classe plus particulière connue sous le nom des dômes câbles.

Les dômes câbles appartiennent aux structures réticulées, spatiales, et légères, destinées généralement à la couverture des grands espaces, ils sont constitués de barres et de câbles, arrangés par le principe de tensegrité, avec une configuration partiellement sphérique, la traction est continue dans les câbles, et la compression est discontinue dans les barres. Cette conception trouvera sa rigidité à la forme équilibrée du système.

Ces structures particulières ont été inventées suite à une série de recherches dès le début des années 50, pour avoir l'idée pratique la plus particulière en 1986 par Geiger.

Ces structures, du fait de l'innovation, la spécificité de conception, de montage, et de légèreté, ont connu un intérêt énorme sur les plans théoriques et pratiques.

Les recherches à nos jours, sur la conception, le comportement mécanique, et la stabilité, n'ont pas fait le succès attendu, les travaux en cet axe restent liés à des aspects d'analyse et de calcul sur des contextes séparés.

En l'absence d'une démarche réaliste, qui traite le sujet des dômes câbles à base de tensegrité d'une manière cohérente, liant la conception, la stabilité et le comportement mécanique, dans une vision globale pouvant présenter le sujet dans un cadre d'optimisation entre la légèreté, l'architecture, la configuration, la forme, la conception, le niveau de chargement, la stabilité d'ensemble, la stabilité partielle, la résistance, le comportement mécanique en chargement monotone et cyclique, la capacité portante, et les performances mécaniques recherchées pour une utilisation en Génie Civil.

La maîtrise du sujet avec cette vision, exige d'abord la connaissance des dernières avancées démontrées en la matière dans les moyens de conception, d'analyse, de simulation, et de calcul, pour pouvoir créer la liaison nécessaire entre ces différents aspects. Et dans le deuxième volet, il faut utiliser les techniques numériques appropriées pour expliquer les interactions, et les écarts éventuels qui tranchent d'une manière évidente.

Face aux méthodes classiques de conception des structures, on a utilisé dans ce travail le concept de tensegrité, qui implique une sollicitation prédéfinie du système, cette considération est liée directement à la forme initialement équilibrée, dans ce contexte on aura besoin de l'utilisation des méthodes DAO pour pouvoir générer des configurations optimales et stables.

La recherche de forme stable exige la détermination des mécanismes infinitésimaux du système, et les états d'autocontraintes pour trouver la forme stable, une formulation matricielle du problème est donc nécessaire, et des vérifications par des méthodes basées sur l'équilibre direct des nœuds sont effectuées.

Le niveau de chargement a été choisi d'une manière plus réaliste, il est composé du niveau de l'autocontrainte, nécessaire à la stabilité primaire du système, et d'une charge extérieure verticale concentrée aux nœuds supérieurs et dirigée vers le bas, elle représente la charge statique verticale supportée par la structure, elle peut être qualifiée comme-étant la charge la plus dimensionnante. La valeur maximale de cette charge que peut supporter le système dans les limites de concept, de stabilité et de résistance, définira le domaine de sécurité de la structure, c'est à partir de ce couple de chargement qu'on pourra étudier le comportement mécanique sous chargement monotone.

L'expérience montre que la seule connaissance du comportement mécanique des structures soumises à des charges appliquées une fois d'une manière constante, ou par un choc, ne suffit pas, pour décider du comportement mécanique global décrivant la sécurité de ces structures, il est souvent constaté des structures qui se rompent sous des charges variables dans le temps, à des amplitudes mêmes inférieurs à celles des charges constantes supportées. C'est dans cette optique qu'on a jugé utile d'étudier l'interaction entre la réponse en chargement monotone et la réponse en chargement cyclique.

Au vu de la flexibilité de ce genre de structures, on a préféré d'adopter les méthodes d'analyse en non linéarité géométrique, ces méthodes ont prouvé leur capacité de décrire réellement le comportement mécanique.

Dans le cadre de ce travail nous nous limitons au domaine de l'élasticité linéaire des matériaux utilisés.

La simulation numérique a été faite en utilisant l'étude du système avec une modélisation en éléments câbles et barres, pour le chargement monotone, elle représente une méthode globale et suffisante pour cibler le comportement général des composants en traction et compression. Une méthode plus poussée en éléments finis est adoptée, pour pouvoir identifier le comportement en tous points du système à la fatigue.

Le type du dôme câbles qui a fait prototype des simulations numériques pour les systèmes à grands diamètres est celui du Geiger, il possède le moins de nœuds, et avec un nombre optimisé de câbles, donc il s'adapte au mieux avec les performances mécaniques recherchées.

A travers le travail de la présente thèse, on vise à proposer une démarche pour décrire le comportement mécanique des dômes câbles à base de tensegrité, en incluant tous les paramètres nécessaires de conception et de stabilité, avec la recherche d'une interaction entre la réponse en mode chargement monotone et la réponse en fatigue.

Cette démarche a été approchée d'une manière générale, suivie par des applications numériques, pour tester sa fiabilité. On a préféré parfois dans un cadre plus explicite, de commencer par des exemples très simples pour passer aux exemples les plus complexes.

On vise par les résultats de ces recherches à présenter un outil plus réaliste, relatif aux dômes câbles à base de tensegrité, cet outil pourra servir à la fois à la recherche des configurations les plus appropriées aux bonnes performances mécaniques, à la conception stable et optimale, et aux critères du comportement mécanique. De cette manière, la présente étude peut contribuer favorablement

pour placer ces structures distinctes et innovantes en mesure de répondre à des questions utiles et pratiques, dans le domaine de Génie Civil.

La présente thèse aborde les aspects de simulation numérique du comportement mécanique des dômes câbles à base de tenségrité, en mode chargement statique et à la fatigue.

Sa structuration en quatre chapitres retrace la logique de l'évaluation présentée à l'introduction générale : Dômes câbles à base de tenségrité : Connaissances actuelles, Comportement mécanique sous chargement monotone, Phénomène de fatigue des câbles, et enfin : Analyse en fatigue des dômes câbles.

Le premier chapitre traite donc la présentation d'une revue actualisée des recherches relatives aux dômes câbles, avec une synthèse des résultats, comparés aux différents aspects attendus de notre axe de recherche, permettant d'une part de dégager les méthodes et moyens fiables et démontées, et d'autre part, d'aboutir à une première conclusion quant à la pertinence de tenir compte de la démarche proposée par la suite.

Le second chapitre aborde une simulation numérique du comportement mécanique en mode chargement monotone, basée sur une approche globale d'optimisation, qui vise à obtenir des performances élevées de la structure, à travers une rationalisation des critères de dimensionnement. Et nous montrons par la suite, dans un cadre simple, que les critères proposés peuvent donner une interaction logique à la recherche d'une capacité relative améliorée.

Le troisième chapitre est consacré à une étude élargie du phénomène de fatigue des câbles, il commence par une présentation général de la fatigue des matériaux, les différents aspects de la fatigue, la fatigue des câbles dans les structures de Génie Civil d'ordre général, et il se termine par une étude spécifique sur la fatigue des câbles des structures de tenségrité. Il est jugé utile de présenter à la fin du chapitre quelques critères de fatigue multiaxiale, pour servir d'un outil au chapitre qui suit.

Le chapitre quatre est consacré à l'analyse en fatigue, il commence par la présentation d'un modèle d'analyse en fatigue, intégré à l'étude sous chargement statique, et il aborde plusieurs simulations numériques pour décrire le comportement mécanique, en commençant par des dômes simples, en allant vers des dômes de vraies grandeurs, enfin une construction d'un critère de fatigue spécifique aux dômes câbles est proposée.

## **CHAPITRE 1 :**

Dômes câbles à base de tensegrité :  
Connaissances actuelles.

## 1. Introduction :

Les dômes câbles à base de tensegrité représentent un sujet de recherche d'actualité, Le présent travail s'inscrit dans le cadre des structures légères. En comparant le nombre d'articles publiés en ce sujet par rapport à d'autres sujets plus connus dans le domaine de Génie Civil, comme le béton ou l'acier, on constate une nette différence, ce qui montre que le sujet des dômes câbles à base de tensegrité représente un domaine vierge, et loin d'être suffisamment abordé par la communauté scientifique.

Il est également clair -à travers des indicateurs de statistique avec des moteurs de recherches- que les recherches scientifiques en cet axe se poursuivent, et prennent actuellement une cadence accélérée dans la plage de ces dernières années. Notant que plus de 50 % de ces articles sur les dômes câbles ont été publiés après 2005.

Dans ce chapitre nous avons examiné un nombre important d'articles ayant une relation avec le sujet de notre recherche. Notre démarche consiste à faire une synthèse dans le but de passer en revue les principales contributions apportées par les chercheurs dans les systèmes basés sur le principe de tensegrité en général, et plus particulièrement sur les systèmes des dômes câbles.

Et dans le but de procéder à une classification de ces contributions suivant la nature de recherche d'une part, et sa relation avec notre travail de thèse d'une autre part, cinq axes principaux de recherches ont été définis, et qui convergent vers la problématique de notre étude : Conception, comportement, et stabilité. Ces axes peuvent être regroupés sous les titres suivants :

- ✓ Méthodes et modèles de conception.
- ✓ Formes et configurations.
- ✓ Paramètres d'études de comportement.
- ✓ Études des phénomènes d'instabilité.

Il ressort en premier lieu, que la tensegrité est un principe universel, qui interviendra dans plusieurs disciplines de recherches.

Les recherches examinées présentent une contribution diversifiée sur les dômes câbles, elles touchent pratiquement plusieurs aspects, mais elles ne traitent pas notre problématique de recherche d'une manière globale, reliant la conception, le comportement et la stabilité dans le même contexte.

Donc, nous nous retrouvons dans l'obligation pour le traitement positif de notre sujet, d'en profiter des avancées enregistrées jusqu'à ici en la matière, pour essayer de concevoir cette vision globale dans la problématique à aborder.

Il est aussi à noter que l'aspect fatigue, ne fait pas partie de ce chapitre, et pour une présentation plus cohérente de la recherche, un chapitre à part exposera une revue détaillée sur la fatigue en générale, et sur la fatigue des câbles autocontraints en particulier.

Le présent chapitre introduit par une revue rapide sur la tensegrité, qui constitue le principe de base de conception des dômes câbles, puis le point sera marqué sur les contributions apportées par les chercheurs sur la conception, le comportement, et l'instabilité des dômes câbles.

## 2. Définitions, principes, et caractéristiques :

### **2.1 Définition de la tenségrité :**

La tenségrité est un principe structurel spatial conçu pour les systèmes à câbles, composés par des éléments tendus et des éléments comprimés, la connexion se fait par des nœuds articulés (rotules), qui n'admettent – théoriquement – que la transmission d'efforts de traction ou compression. La stabilité primaire et la rigidité du système sont assurées par l'introduction d'un état de sollicitation interne appelé : autocontrainte. Parmi les premières applications de ce principe dans des réalisations concrètes, on trouve la tour conçue par Snelson (Figure 1.1).



Figure N°1.1 : La needle tower, un système de tenségrité créée par Snelson en 1956 [QUI14].

Ce principe a été développé dans les années 50 et 60, suite aux travaux innovants de plusieurs chercheurs, dont les plus connus sont : R. B. Fuller [FUL61], K. D. Snelson [SNE65] et D. G. Emmerich [EMM64].

Pour bien appréhender le rôle de l'autocontrainte dans de tels systèmes [QUI14], il est souvent fait une analogie entre les systèmes de tenségrité et un ballon. Pour un ballon, la membrane, tendue, contient l'air insufflé, comprimé. C'est cet état qui donne au ballon sa forme et sa rigidité. Pour les systèmes de tenségrité, il en est de même : l'état de sollicitation interne stabilise et rigidifie la structure lorsqu'il s'accroît en intensité (Figure 1.2).

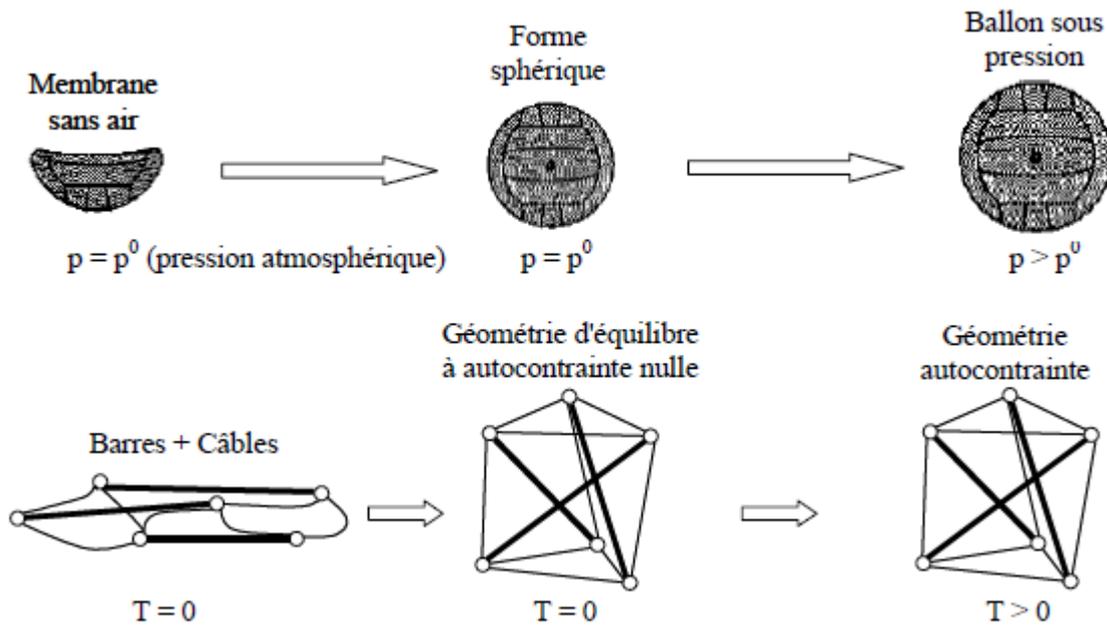


Figure N°1.2 : Analogie entre un ballon et un système de tensegrité [QUI14].

Pendant longtemps, la définition de la tensegrité (en anglais tensegrity, contraction de tensile et integrity) [QUI14] a été beaucoup discutée, notamment sur la possibilité ou non pour les éléments comprimés d'être en contact ; cela a donné lieu à la distinction de plusieurs classes de systèmes. R. MOTRO [MOT05], donne une définition qui englobe la plupart des classes de tensegrité :

« Les systèmes de tensegrité sont des systèmes réticulés spatiaux en état d'autocontrainte. Tous leurs éléments ont une fibre moyenne rectiligne et sont d'une taille équivalente. Les éléments tendus n'ont pas de rigidité en compression et constituent un réseau continu. Les éléments comprimés n'ont pas de rigidité en traction et constituent un ensemble discontinu. Chaque nœud reçoit un et un seul élément comprimé et au moins trois câbles. »

Malgré la précision de cette définition, mais il peut y avoir d'autres classes dans lesquels plusieurs barres s'articulent sur un seul nœud. Et également des modules avec deux câbles seulement qui arrivent à un nœud. La condition à vérifier pour ces systèmes articulés, est la nature des efforts dans les éléments, et l'état d'autocontrainte.

## 2.2 Principe général de tensegrité :

Du fait de la présence des articulations aux nœuds, l'état d'autocontrainte a pour objet la stabilisation vis-à-vis des mécanismes infinitésimaux qui peuvent se présenter [VAS97]. On parle ici d'une stabilité primaire du système avant application du chargement extérieur. Toute la difficulté consiste à trouver la géométrie convenable du système, permettant de créer l'équilibre des nœuds tout-en vérifiant le principe de tensegrité. Cette phase de conception est appelée : recherche de forme.

Le principe de tensegrité permet de concevoir une diversité de géométries des structures modulaires, pliables et très légères. Cette considération les classe à caractère particulier, innovant et convenables à plusieurs applications. Les dômes câbles à base de tensegrité représente une classe remarquable, sa forme et sa conception, leur permet d'être la solution la plus technique, mais aussi agréable, pour les structures légères de couvertures à grands diamètres.

---

Il en résulte enfin, une adéquation à trouver entre forme, conception, stabilité, niveau de chargement et comportement mécanique des structures de tensegrité. Tout-en assurant des performances recherchées, et une fonction en service de la structure.

### **2.3 Caractéristiques générales des structures de tensegrité :**

Les structures de tensegrité, sont légères, leur comportement est pneumatique, elles absorbent les chocs de façon exceptionnelle. Leur rigidité croît avec le niveau d'autocontrainte. Sous charges, la déformation est non-linéaire, du même type que celle des tissus animaux.

Déformables, pliables sous certaines conditions, ces structures constituent d'excellents modèles pour générer des systèmes intelligents, autorégulés.

L'ensemble de ces propriétés et de ces comportements orientent immédiatement vers des analogies entre la tensegrité et le vivant.

Les savants pensent que l'intégrité tensionnelle est un principe organisateur central du monde physique dans son entier [MAU07]. Les structures auto-stabilisantes se forment spontanément à toutes les échelles. La forme de la cellule est déterminée par son cytosquelette. Celui-ci lui permet de changer de forme et de générer des forces et des tensions.

Les médecins de médecine manuelle ont depuis longtemps remarqués l'association de plusieurs zones dysfonctionnelles chez le rachialgique, l'unicité étant l'exception; le traitement manipulatif, qui doit concerner tous les niveaux perturbés, favorise ainsi le retour à l'équilibre tension - compression général du rachis [SAL05].

Les structures de tensegrité font l'objet de plusieurs systèmes de construction, dont une thèse de doctorat [AND07], le concept d'utiliser la tensegrité dans les structures marines, a été introduit. Les contributions de cette thèse ont été axées dans la modélisation à l'origine et le contrôle des structures de tensegrité. La théorie dérivée a été aussi étendue pour se rapprocher du comportement des structures à câble relativement longues et lourdes.

### **2.4 Cas particulier des dômes câbles de tensegrité :**

Le principe de tensegrité a été souvent consacré aux modèles théoriques, aux fins purement scientifiques, dans ce paragraphe nous signalons l'importance de ce principe sur sa mise en valeur en pratique, il s'agit de réalisations concrètes à travers le monde pour former des systèmes structuraux à des couvertures de grandes superficies.

Les dômes câbles de tensegrité sont des structures spatiales réticulées, d'une géométrie partiellement sphérique, destinées à des couvertures de grands diamètres, ces structures sont composées de barres en compression et de câbles en traction, les dômes appartiennent à une classe particulière caractérisée par une forte légèreté.

L'idée créative des dômes câbles était de trouver la solution pour combler des surfaces de grandes portées, tout en utilisant efficacement les matériaux et l'énergie. Certains auteurs ont concentré leurs recherches vers les différentes possibilités des types de dômes câbles de tensegrité [ALE10]. En 1964, Fuller a breveté son concept de base du dôme de tensegrité (figure 1.3) après avoir essayé de nombreux modèles.

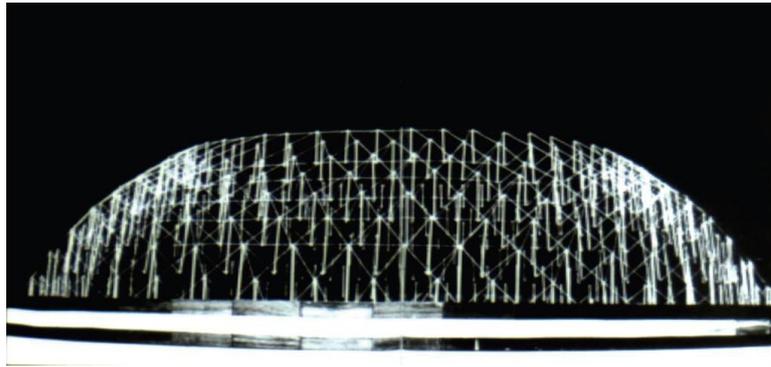


Figure N°1.3 : Dôme de tenségrité de Fuller.

David Geiger, a combiné le principe de tenségrité de Fuller avec la formation de réseaux de câbles précontraints, et a proposé un système triangulé (figure 1.4) appelé dôme câble.

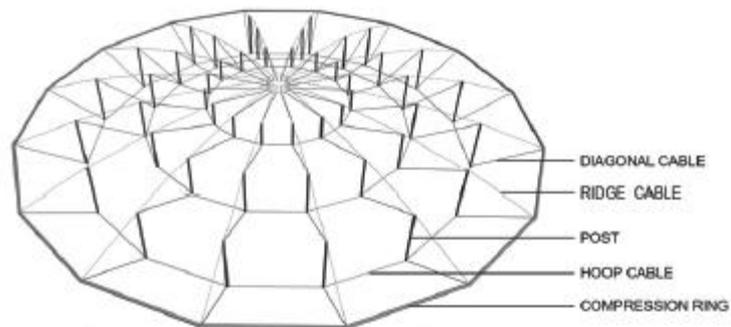


Figure N°1.4 : Dôme câble de type Geiger.

Le premier câble de type tension à grande portée des dômes a été construit à Séoul pour les jeux olympiques de 1986 (figure 1.5).



Figure N°1.5 : Arène olympique en construction.

### 3. Etat des connaissances

#### 3.1 Méthodes et modèles de conception :

##### 3.1.1 **Point de départ :**

Avant de parler des dômes câbles -structures relativement complexes- basés sur le principe de tenségrité, nous allons mettre le point sur les premières réflexions de base pour aboutir à un système de tenségrité.

Il est possible de séparer dans une poutre en flexion, la partie travaillant principalement en compression de celle travaillant exclusivement en tension [VAH07]. Et bien l'idée serait d'étendre le procédé à l'ensemble de la structure et plus seulement à un élément. Cela aboutirait à relier les barres comprimées entre elles par des câbles au lieu de les fixer ensemble à l'aide de connecteurs. Un niveau supplémentaire de simplification est donc atteint, du moins au niveau conceptuel.

Est-ce possible ? Peut-on effectivement concevoir des structures qui seraient en quelque sorte réduites à leur plus simple expression : des tiges rigides tenues par un réseau de câbles tendus? Avantages : une grande économie de moyens et des matériaux employés à l'optimum de leurs possibilités.

C'est l'idée du simplex (Figure 1.6), la conception de base des structures à base de tenségrité.

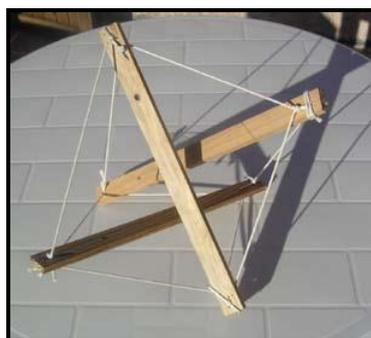


Figure N° 1.6 : Forme du Simplex. [VAH07]

Cet objet bizarre est appelé simplex. Bien que simple comme son nom l'indique, il est déjà intéressant [VAH07]. D'abord parce qu'il montre qu'il est effectivement possible de réaliser une structure tridimensionnelle faite d'éléments en compression qui ne se touchent pas, enserrés par un réseau de câbles en tension.

C'est donc le point de départ des conceptions à base de tenségrité.

##### 3.1.2 **Anneaux de tenségrité :**

Pour des conceptions plus poussées, les anneaux de tenségrité, représentent une classe innovante plus développée du principe de tenségrité, les barres non seulement entrent en contact, mais de plus, forment des circuits fermés permettant de réaliser des configurations de tenségrité d'une rigidité considérable, comparés aux configurations de tenségrité classiques (le simplexe, le quadruplex, l'octaèdre expansé..) caractérisés par une grande souplesse [KHE14].

Un modèle de calcul de ces structures spécifiques, avec une analyse non linéaire combinée (Géométrique et Matérielle), a été développé [KHE14] pour décrire le comportement mécanique des anneaux de tensegrité à base hexagonale [KHE13] (figure 1.7) ou carrée [KHE14a]. L'effet du relâchement, de la plastification des câbles et du niveau de l'autocontrainte sur le comportement mécanique a été considéré.

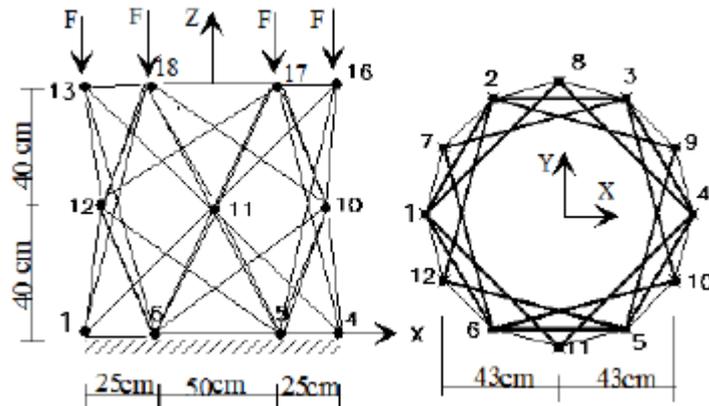


Figure N°1.7 : Anneau de tensegrité en Mono-module à Base Hexagonale [KHE14].

A travers cette étude, on peut suggérer des conceptions pratiques et plus complexes, en partant des principes plus avancés du concept tensegrité.

### 3.1.3 Modèles : numérique et physique :

Partant de ces principes de conception, on pourra trouver des conceptions plus complexes, suivant les géométries recherchées, les matériaux utilisés, les composants associés, et les modèles utilisés. Divers modèles construits (Figure 1.8) à partir du principe de tensegrité, ont fait l'objet de plusieurs études de modélisation, une recherche établie [ADR01] considère une structure d'une voûte à doubles couches, d'une forme libre, pour assurer le support des membranes comprimées. L'analyse numérique a été établie par une méthode développée sur le principe de la relaxation dynamique.

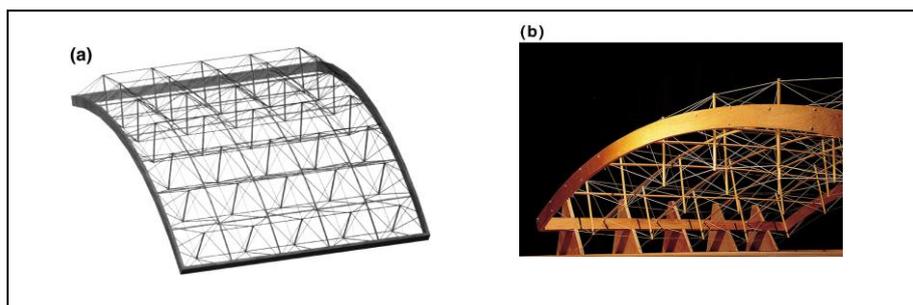


Figure N°1.8 : Modèle numérique (a), et modèle physique (b) [ADR01].

L'objectif est de trouver une conception stable, possédant un comportement mécanique bien décrit, avec une concordance entre la réalité et le modèle numérique, mais la rigidité du système est ici renforcée par d'autres éléments qui sortent du vrai concept de tensegrité.

L'une des solutions pour augmenter la rigidité d'une structure de tensegrité est d'introduire un élément rigide associé au système.

Dans une étude [MIN07], une enquête a été menée sur le comportement statique et dynamique d'une voûte en câble en utilisant un moyen comparatif entre méthodes numériques et expérimentales (Figure 1.9).

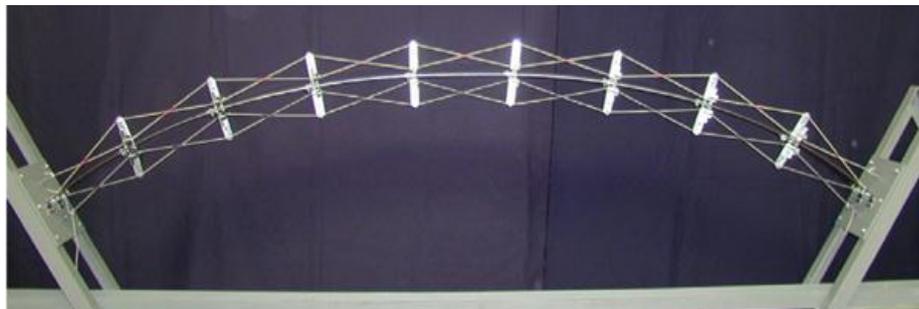


Figure 1.9 : Modèle expérimental, structure de tenségrité rigidifiée par un arc à mi- épaisseur [MIN07].

Au moins pour des fins théoriques on peut être satisfait, mais pour des solutions plus pratiques, à des couvertures de grandes portées, le problème sera posé autrement.

### **3.1.4 Développement des dômes câbles de tenségrité :**

ZHAN et DONG [ZHA04] montrent l'avancement qu'a connu la conception des dômes câbles en terme de réalisations, il ont décrit le développement dans ce domaine en introduisant l'exemple de la technique de conception de six cas des réalisations très connues au monde, dont il décrit, le système et la morphologie structurelle, la technologie de réalisation et le comportement sous charge statique et dynamique. Ils ont mis le point également sur les axes de recherches nouvelles dans ce domaine.

Les dômes câbles; et vu leur élancement; possèdent souvent un point faible au centre, il s'agit d'un relâchement des câbles supérieurs après un chargement extérieur excessif. Une étude statique et dynamique a été présentée [WEN03], en introduisant un système de barres métalliques en une couche associée au système de tenségrité, et en étudiant trois conceptions de dômes, sur un exemple de dôme suspendu (Figure 1.10) de diamètre 35 m, et de flèche de 4.6 m. En comparant les résultats d'analyse effectuée, il en résulte l'apport considérable de cette technique.



Figure N°1.10 : Construction d'un dôme suspendu en chine [WEN03]

Le point clé de la conception des dômes câbles, pour éviter cet inconvénient, est donc de maîtriser le niveau d'autocontrainte dans les câbles, et d'avoir une répartition cohérente, pour améliorer son comportement homogène, et rendre une meilleure sensibilité aux charges extérieures, pour tous les composants.

### 3.1.5 Optimisation de l'autocontrainte :

Le développement récent des systèmes de tensegrité [SAN05] explique l'absence, et donc la nécessité, de mettre au point une méthodologie complète et fiable de dimensionnement. Pour satisfaire cet objectif, J. Quirant a exposé une étude de sensibilité aux imprécisions de fabrication qui reste toutefois à approfondir. Il a aussi présenté les étapes de conception et de dimensionnement pour des systèmes à multiples états d'autocontrainte. Dans ce travail, il propose un état d'autocontrainte initial à répartition variable pour optimiser la solution.

Une étude menée sur les dômes - câbles à faible nombre d'états d'autocontrainte a été présentée par X. Yuan., Dong S., 2002. Dans celle-ci, il expose les procédures d'analyse et de dimensionnement optimal sur des configurations régulières soumises à un état à répartition uniforme adaptée au chargement.

L'introduction de l'autocontrainte dans un système est cependant un paramètre qui doit être étudié. Sur les systèmes à nombreux états d'autocontrainte, les possibilités d'exploitation de ce paramètre n'ont pas été suffisamment explorées.

Une partie de ce travail a été consacrée à la détermination d'une base des vecteurs d'autocontrainte qui exploite la présence périodique des composants dans le système, ainsi qu'à la détermination de l'état d'autocontrainte initial de répartition homogène et non-homogène, il a été abordé ensuite le dimensionnement optimal de ces systèmes et l'étude de l'influence des variations de hauteur et de densité de maillage sur l'autocontrainte initiale et sur le poids total de la structure.

Mais un dimensionnement ne peut être validé en pratique, sauf s'il a été établi suivant des règles techniques à respecter.

### 3.1.6 Conception réglementaire :

Les systèmes basés sur le principe de tensegrité ont fait souvent l'objet d'approches et de formulations théoriques sans retour aux différents aspects de la réglementation.

Une approche est mise en évidence [QUI03] pour le dimensionnement des grilles de tensegrité à double couches suivant les directives des Eurocodes, pour déterminer en particulier les facteurs partiels de la sécurité liée à l'autocontrainte pendant les vérifications des états de la limite ultimes et de la stabilité.

La procédure a été appliquée sur une structure de couverture de  $81 \text{ m}^2$ . Ainsi, une structure légère est conçue (finalement  $18 \text{ kg/m}^2$ ) capable de supporter des charges ordinaires sans difficulté.

Cela a permis de valider les deux procédures : les outils disponibles, et les règles de calculs.

### 3.1.7 Automatisation de la conception :

La conception des structures de tensegrité, surtout les plus complexes comme le cas des dômes câbles, et pour pouvoir étudier une multitude de formes, implique une automatisation de la procédure pour une optimisation rapide de la solution.

Un outil automatique permet et facilite la conception et le calcul des systèmes de tensegrité [JAS05] est mis en évidence, il aidera l'utilisateur pour une décision à prendre, et il permet aussi la répétition des processus et de faire les ajustements et corrections des paramètres qui s'imposent pour l'étude d'une structure bien déterminée.

Ce moyen de conception et de calcul a été testé et validé par une série des applications concrètes présentées brièvement [JAS05].

### **3.1.8 Optimisation de la conception des dômes :**

Les dômes câbles sont des systèmes flexibles, à grands déplacements, pour optimiser la conception, il est plus convenable de passer à un calcul en non linéarité géométrique.

Une étude [YUA02] reliant la conception optimale à l'analyse non linéaire des dômes câbles, montre avec des algorithmes correspondants développés pour cette raison, que les résultats numériques des exemples explicatifs, donnent une exactitude et une validité du modèle de l'analyse non linéaire effectué.

Un dôme typique de 100 m de diamètre a été testé par cette procédure automatique pour prouver la fiabilité de cet algorithme.

Le principe d'optimisation probabiliste appliqué aux systèmes de dômes câbles est le moins abordé par les chercheurs, nous présentons ici une étude d'optimisation [MAM99] de la raideur maximale d'un dôme câble à vraie grandeur (240 x 190 m), l'optimisation exécutée dans cette étude indique que la forme optimale du dôme dépend de la longueur des barres. Il a été donc trouvé que le déplacement vertical dans le sens transversal mineur est habituellement grand, et il est difficile pour le réduire dans le cas d'un dôme câble elliptique, il peut être réduit de 25 à 35 % en augmentant 20 % la longueur des barres.

Cette procédure itérative a une utilité efficace pour l'optimisation de la conception architecturale.

Mais à quelle limite on peut augmenter la longueur des barres? La stabilité d'ensemble du système ne pourra pas valider un tel comportement de la structure, sans considérer la stabilité de chaque élément.

## **3.2. Formes et configurations :**

### **3.2.1 Forme cylindrique :**

La forme et la configuration générale des dômes câbles est un paramètre prédominant dans la réussite d'une conception architecturale agréable avec une meilleure stabilité et résistance.

Une étude d'une conception en forme de cylindre a été présentée [VOR07], cette conception exige un changeant des configurations, et la détermination des bases d'autocontraintes, afin de trouver les formes stables en utilisant les deux méthodes : analytique et numérique.

La méthode analytique [VOR07] de recherche de forme ne peut pas être facilement reformulée pour obtenir des solutions, dans laquelle tous les coefficients de tension utilisés sont différents, les uns des autres. Ce fait exige d'appuyer sur des approximations numériques. Il serait intéressant d'avoir une procédure qui calcule, analytiquement ou numériquement, les limites de cette tolérance ou sensibilité aux défauts des coefficients de tension.

### **3.2.2 Solution en dômes géodésiques :**

On assiste ici à la mise en éprouve de l'idée des dômes géodésiques, une structure/sculpture en forme de coupole d'une dizaine de mètres d'envergure [AND07] a été conçue à partir du principe

de Buckminster Fuller, cette petite architecture (Figure 1.11) est construite avec une soixantaine d'éléments identiques en bois du Nord.



Figure N°1.11 : Modèle de dôme géodésique en atelier, [AND07].

Malgré la forme architecturale agréable, les dômes géodésiques ont une configuration géométrique avec un rapport : flèche/diamètre très élevé, et à grand nombre de nœuds, ce qui favorise une déstabilisation sous charges horizontales. Cet inconvénient les classe parmi les structures difficiles à concevoir convenablement.

### 3.2.3 Structure déployable à nombre de nœuds réduits:

Le problème du système structural à base de tensegrité réside dans la nécessité d'une attention particulière au niveau de la conception et l'ajustement exact des nœuds, parmi les solutions fiables à ce problème est de minimiser au maximum le nombre de nœuds d'une structure.

Gasparini D et al [BIN98] proposent une structure déployable avec une amélioration de ses performances mécaniques en simplifiant la procédure de déploiement, et en diminuant le nombre de nœuds sujets à de nombreux mécanismes et d'instabilité géométrique.

Il est donc important de signaler que la forme géométrique d'une telle conception ne doit comporter qu'un nombre optimisé de nœuds, cette considération est exigée pour des raisons de stabilité de cette forme, mais à qu'elle limite on peut aller pour une conception optimale ? Est-ce que possible de penser à des formes basés sur des modules de tensegrité ?

### 3.2.4 Modèles réduits et répétitifs des dômes de tensegrité :

Reprenant les projets de Fuller, Robert Burkhardt a conçu à la fin des années 90 un modèle de dôme en tensegrité [VAH07]. Le premier modèle de ce genre (Figure 1.12) possède les caractéristiques :

- Diamètre extérieur : 5,28 m, diamètre intérieur : 4,06 m,
- 102 tiges de bois de 2,54 cm<sup>2</sup> de section et 1,22 m de long;
- 570 câbles en nylon.



Figure N°1.12 : Dôme conçu en modules [VAH07].

Ce dôme s'avère aussi solide et léger qu'un dôme géodésique traditionnel, plus compliqué à monter, mais plus simple dans ses constituants, puisque toutes les tiges sont identiques et qu'on se passe de connecteurs. En revanche il semble difficile à couvrir et peu pratique en guise d'habitation.

Des recherches effectuées au laboratoire de génie civil de Montpellier sous l'égide de René Motro ont abouti à la conception d'un module de base appelé V- expandeur qui, répliqué un grand nombre de fois, permet de réaliser de grandes surfaces n'ayant pas plus d'épaisseur que celle du module:

En 2000 a été réalisé selon ce principe une surface portante de 82 m<sup>2</sup> pour un poids de 900 kg seulement, capable de supporter environ 160 kg/m<sup>2</sup>, soit au total près de 13 tonnes.

Ces conceptions ont un intérêt important afin de faire un assemblage rapide de plusieurs modules servant de base à une structure complexe, mais l'effet d'échelle est à considérer pour la simulation de ces structures à vraie grandeur.

### 3.2.5 Ajustement linéaire de l'auto contrainte :

Dans le but d'aboutir à une configuration stable, il est important d'ajuster l'autocontrainte dans les différents éléments du dôme, et viser un objectif de recherche des performances structurelles.

Zhang et al [ZHA07] ont présenté un algorithme numérique pour la recherche des forces du système du dôme câble du type Levy, de diamètre 120 m (Figure 1.13). Cet algorithme est basé sur la théorie d'ajustement linéaire, Avec cet outil l'autocontrainte initiale et les différents modes de cette dernière peuvent être trouvées facilement, et le calcul est simplifié. Des résultats concrets pour des réalisations pratiques sont présentés, et prouvent l'efficacité de cet algorithme.

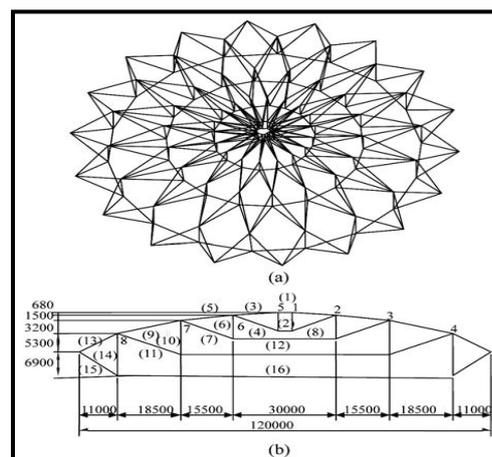


Figure 1.13 : Dôme du type Levy. [ZHA07]

En plus que le modèle proposé ne tient pas en compte le comportement du matériau, et malgré la configuration géométrique de ce type de dôme, qui peut être considérée comme idéale, du point de vue conception, mais le montage en réalisation pourra causer d'énormes problèmes, surtout au niveau de la partie centrale, qui unis le maximum de composant encombrés.

### 3.2.6 Configuration de la partie centrale :

L'une des solutions sérieuse du problème de la stabilité de la partie centrale d'un dôme câble, est de trouver la meilleure configuration de celle-ci, afin d'aboutir à une forme ayant une capacité élevée.

Un dôme peut devenir cinétique en transformant ses composants dans quelques chemins. La construction est cinétique si la charge provoque la possibilité d'un déplacement.

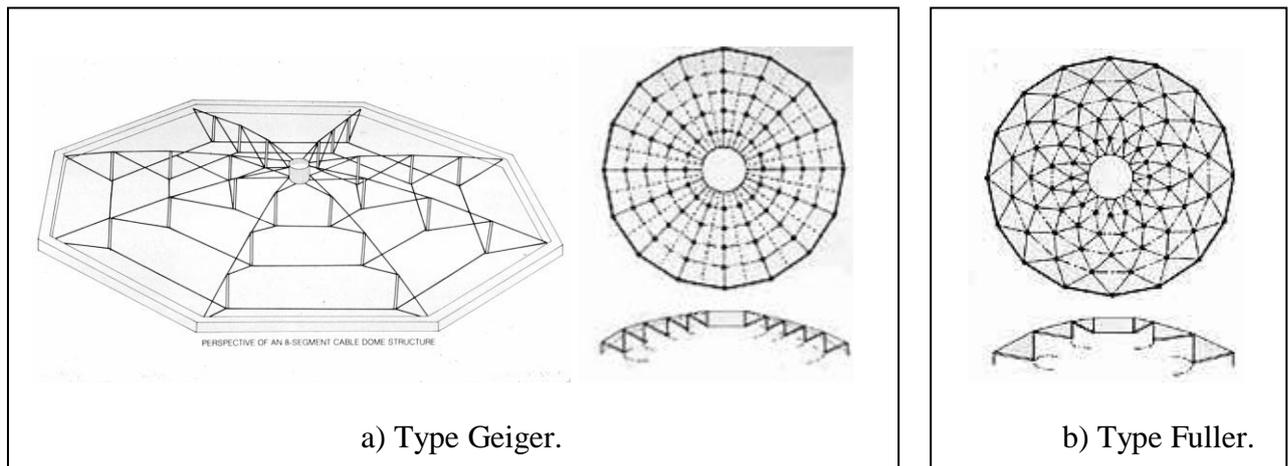


Figure N°1.14 : Deux types de dômes : Fuller et Geiger [CHR].

Christiane Z et Ivo R. [CHR] ont proposé d'agrandir ou de changer la configuration de la partie centrale de compression afin d'augmenter la capacité portante des dômes. L'étude a été faite sur deux types de dômes câbles plus connus, dôme du type Geiger, qui possède le nombre minimum de nœuds, et du type Fuller, avec un nombre de nœuds relativement élevé (Figure 1.14).

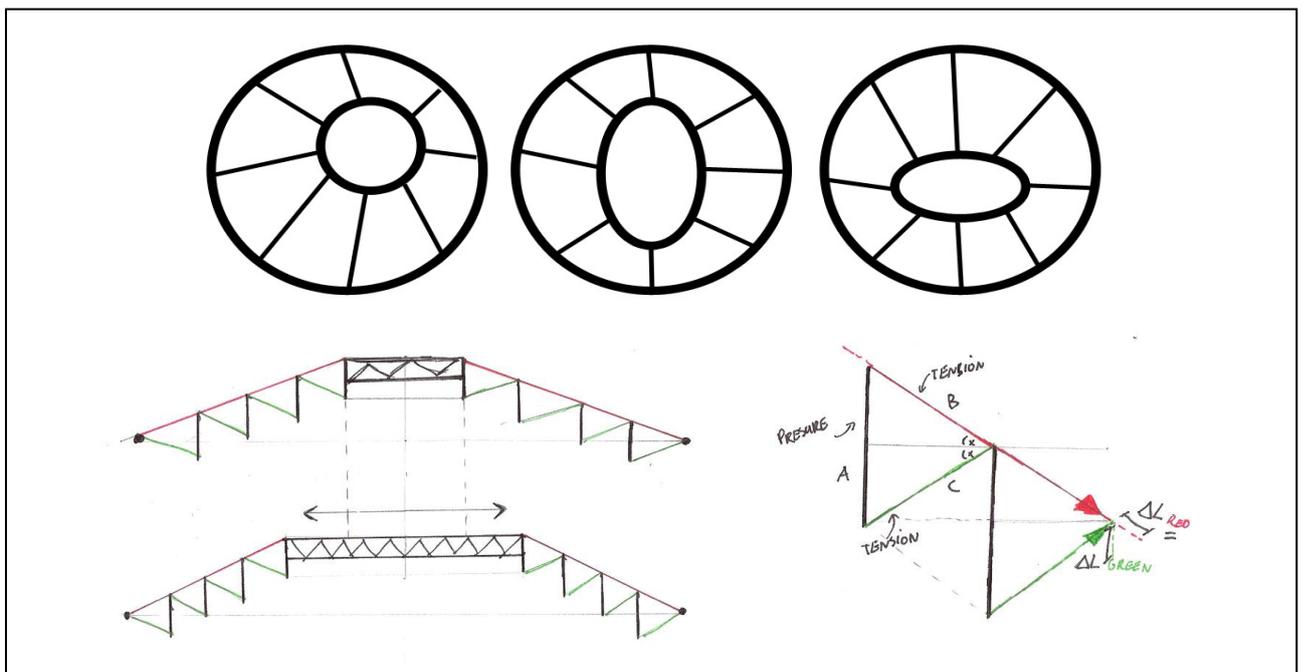


Figure N°1.15 : Ajustement de la partie centrale d'un dôme. [CHR]

Tout-en créant un mouvement de la partie centrale, et cherchant à optimiser la relation entre la longueur des câbles, la forme des triangles, et la forme de la partie centrale (Figure 1.15), le modèle proposé ne tient pas en compte le comportement mécanique de la structure sous un tel chargement. Cette étude est donc à classer dans une contribution architecturale, qui peut être validée par une analyse du comportement mécanique, pour définir la relation entre la forme et la force du système chargé.

### 3.2.7 Optimisation entre forces et formes des systèmes :

J.Y. Zhang et M. Ohsaki [ZHA07] présentent trois approches pour optimiser la relation entre les forces du système et sa forme, l'étude est faite sur un dôme de tensegrité du type Geiger (Figure 1.16). La première approche est de trouver la configuration d'autocontrainte - équilibre d'une structure de tensegrité, en minimisant la différence d'énergie de la tension, entre câbles et entretoises; la deuxième méthode trouvera des configurations d'autocontrainte - équilibrées pour les structures modelées où la différence des forces des barres sera minimisée; et la troisième méthode consiste à trouver la distribution optimale et uniforme des forces dans les barres pour avoir une raideur maximale de la structure.

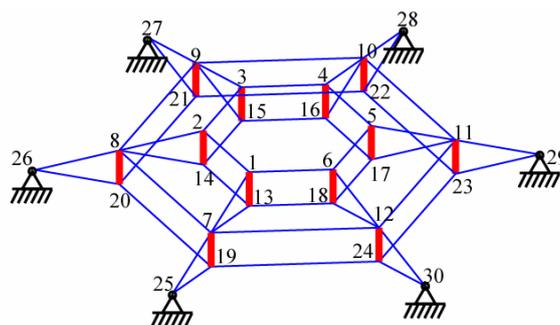


Figure N°1.16 : Optimisation d'un dôme du type Geiger. [ZHA07]

Un problème d'optimisation multi-objectif a été présenté, l'objectif est de maximiser la capacité portante, minimiser l'énergie de déformation, et de trouver une répartition optimale des forces dans le système.

Mais des hypothèses simplificatrices, comme :

- ✓ Charge extérieure non prise en compte,
- ✓ Le non suivi du comportement des composants (résistance et stabilité élastique des éléments),
- ✓ La topologie de la structure est supposée être donnée.

Et au vue de ces considérations, on ne peut pas valider théoriquement le comportement mécanique d'une telle structure, d'une manière définitive. Et en pratique, on pourra toujours poser la question fondamentale d'assemblage et du montage.

### 3.2.8 Montage des dômes câbles :

La bonne conception théorique d'une forme quelconque d'une structure à système de tensegrité reste toujours liée à un pouvoir de montage facile et réaliste.

Dans une étude par simulation numérique sur des dômes câbles [TEL06], une résolution du problème de montage par le contrôle des déplacements et de l'autocontrainte en chaque étape d'assemblage est modélisée. Sur un exemple de dôme de 100 de diamètre, la modélisation par éléments finis, et vue l'interaction de plusieurs paramètres, montre la non synchronisation de l'autocontrainte, avec des câbles qui se relâchent, cette étude peut être complétée et comparée par des exemples concrets de montage.

Au contraire d'une structure traditionnelle, où le montage est une procédure habituelle, la concrétisation de la conception d'une structure de tensegrité est une étape à mettre en évidence dans toute étude de faisabilité.

### 3.3. Paramètres d'études de comportement

#### 3.3.1 Etude expérimentale du comportement :

Les études du comportement mécanique ont pour objectif de connaître et maîtriser la nature de la réponse du système sous un chargement donné. Cet objectif peut être réalisé par des études expérimentales, ou avec des simulations numériques. On fait appel, généralement, pour des études expérimentales à des prototypes avec des modèles réduits pour comprendre ce comportement.

Une étude expérimentale, a été consacrée [JEA08], pour tester le comportement structurel des composants d'une mini grille de tensegrité sous conditions différentes de chargement.

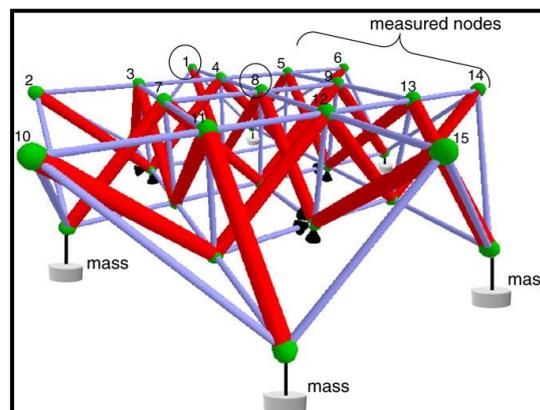


Figure N°1.17 : Modèle d'expérimentation d'une mini grille de tensegrité [JEA08]

Des systèmes de mesures des efforts dans les éléments de la structure (Figure 1.17) ont été installés, ces méthodes ont été comparées avec les méthodes numériques.

Le travail futur est à consacrer au problème du champ de déplacement des nœuds induit par plusieurs charges statiques en fonction des niveaux d'autocontraintes.

Les mesures statiques et vibratoires montrent clairement que le moment de flexion des éléments influence le comportement de la structure.

Il est donc clair que le comportement d'une grille de tensegrité à échelle réelle constituera un problème complexe sous chargements statique ou vibratoire à amplitude faible. Sous l'effet des charges dynamiques extrêmes, le comportement est tout-à-fait différent.

#### 3.3.2 Etudes dynamiques :

Une enquête a été faite sur la réponse sismique des tours en câbles supportant une plate-forme suspendue (Figure 1.18), pour déterminer si les câbles sont capables de résister à un tremblement de terre maximum - croyable dans le régime élastique [JUA06].

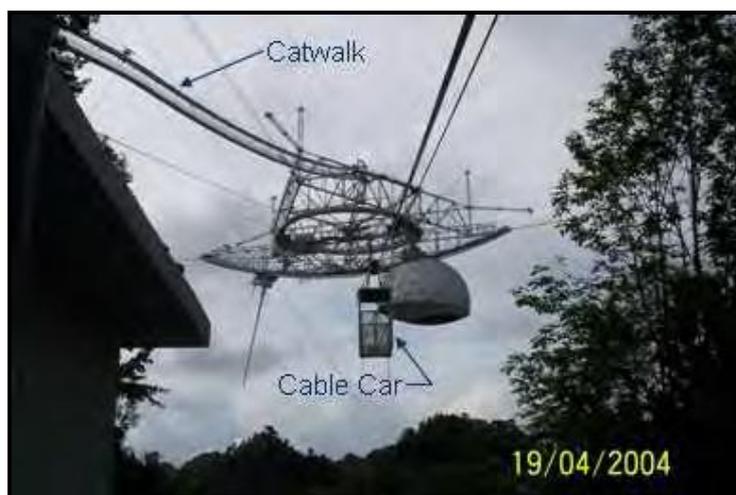


Figure N°1.18 : Plate-forme suspendue [JUA06].

L'étude a été menée et exécutée sur éléments finis à trois dimensions pour détailler le modèle et déterminer la réponse naturelle.

Les hypothèses des grands déplacements et de non linéarité géométrique ont été introduites dans le processus de calcul.

Cette étude peut nous servir pour comprendre la réponse des câbles qui supportent la structure. Et de savoir comment la charge sismique peut influencer les câbles soumis initialement à une force de traction primaire.

Cette technique linéaire a été validée en trouvant des résultats comparables avec une analyse non linéaire prenant en compte les grands déplacements et basée sur des techniques d'intégration directe.

Pour éviter des déformations plastiques qui peuvent être localisées dans les câbles à des niveaux de charges élevés, une solution de substitution de l'acier des câbles par les polymères renforcés de fibres, consistera une meilleure solution à préconiser.

Une autre recherche plus spécifique aux dômes suspendus [IFE17] préconise une substitution des matériaux. Les auteurs constatent que l'utilisation de câbles en acier dans cette structure suspendue présente certaines insuffisances qui peuvent être éliminées par l'utilisation d'autres matériaux. Il est suggéré que le polymère renforcé de fibre de carbone (PRFC) peut être le matériau en raison de ses avantages par rapport à l'acier.

### 3.3.3 Paramètres affectant la capacité portante d'un dôme :

Plusieurs paramètres peuvent influencer sur le comportement d'un dôme sous le chargement appliqué, chaque paramètre représente un pourcentage lié à une géométrie bien défini du système.

Une analyse paramétrique globale [KIT05] d'un dôme suspendu du type Lamella (Figure 1.19), d'un diamètre de 48 m est établie, les résultats montrent d'abord les propriétés mécaniques supérieures de cette conception, le système de tensegrité inférieure aide énormément pour augmenter la raideur et la capacité portante de la structure.

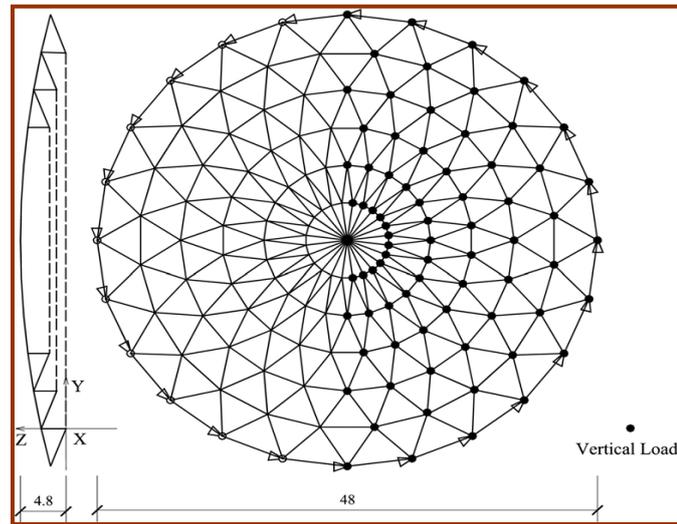


Figure N°1.19 : Configuration du dôme Type Lamella [KIT05]

Il peut être aussi conclu que l'imperfection géométrique joue un rôle important dans la capacité du dôme suspendu. D'après l'étude numérique établie [KIT05], l'imperfection géométrique peut réduire la capacité du système du dôme suspendu jusqu'à 50 %.

A part l'imperfection géométrique, la connexion rigide ou non des nœuds, et le rapport flèche / portée, sont aussi des facteurs importants qui affectent la capacité.

Une petite proportion de la flèche / portée, moins ou égale à 0.15, est recommandé pour ces dômes suspendus.

A travers cette étude il s'avère important de penser aux câbles inférieurs, le niveau d'autocontrainte pour ces câbles aide à l'augmentation de la rigidité du système pendant un chargement vertical aux nœuds supérieurs, les câbles périphériques supérieurs peuvent se relâcher au fur et à mesure du chargement, ce qui peut influencer sur la capacité portante du dôme.

### **3.3.4 Elimination des câbles périphériques supérieurs :**

Les câbles périphériques supérieurs des dômes sont souvent sujets à une instabilité certaine. Pour quelle conception on pourra les éliminer tout-en gardant la stabilité du système ?

Un travail a été concentré sur l'étude d'influence de la configuration géométrique et l'autocontrainte dans les composants du dôme câble sur la conception [LUO04].

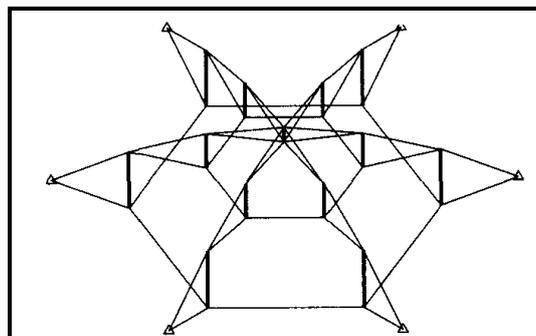


Figure N°1.20 : Dôme sans câbles périphériques supérieurs [LUO04].

Le comportement mécanique de la structure proposée est étudié avec une particularité remarquable ou les câbles supérieurs périphériques sont éliminés (Figure 1.20). Mais les auteurs [LUO04] remarquent beaucoup de difficultés dans l'analyse de simulation pour le couplage des mécanismes, déplacements et déformations élastiques pendant la conception.

### 3.3.5 Comparaison entre conceptions :

Pour pouvoir identifier la meilleure conception d'un dôme câble par rapport à des performances visées, il serait intéressant de faire des conceptions et de les comparer aux systèmes existants.

L'étude [FEN05] consiste en la comparaison entre le comportement de trois types de dômes de tensegrité (Figure 1.21), les résultats montrent les conclusions principales suivantes :

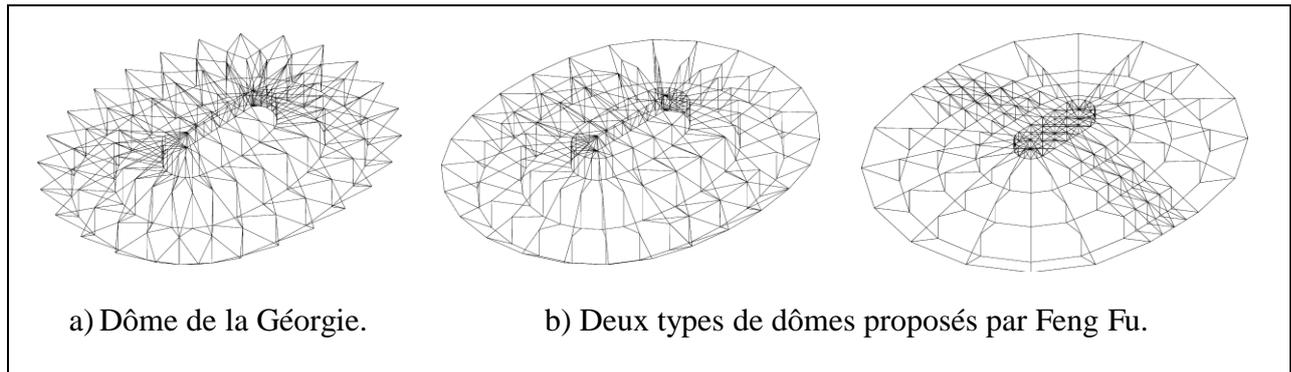


Figure N°1.21 : Trois structures objet de la comparaison comportementale [FEN05].

- ✓ Le comportement structurel d'un dôme de tensegrité est différent que celui du dôme des structures conventionnelles. Le mode de l'échec est caractérisé par le relâchement de la partie diagonale dans la section centrale du dôme.
- ✓ La partie la plus faible d'un dôme ellipse en tensegrité est dans la section centrale. La conception consiste à rigidifier en cette partie du dôme.
- ✓ Pour les toits structures élancés d'une portée autour de 200 m, la forme ou le réseau triangulé est approprié. Chaque type de géométrie du réseau aura des avantages et inconvénients. La combinaison de ces deux fournira une solution satisfaisante.
- ✓ les types structurels proposés par l'auteur sont pratiques, comme il a été vérifié par logiciel en éléments finis.

Cette étude est donc limitée aux cas traités dans le travail présenté par Feng Fu [FEN05], et malgré ces résultats satisfaisants dans ce cadre, et on ne peut pas s'avoir – à travers ses résultats- comment la configuration du réseau triangulé formant le principe de tensegrité pourra influencer sur le comportement mécanique du dôme?

## 3.4 Études des phénomènes d'instabilité :

### 3.4.1 Stabilité des systèmes de tensegrité :

L'un des phénomènes qui caractérisent les systèmes de tensegrité est que ces structures sont sujettes aux mécanismes et aux grands déplacements.

La structure est stable dans la mesure où elle retrouve son équilibre après une perturbation. Prenez un Simplex et appuyez dessus [VAH07]. Il se déforme par élasticité des câbles. Relâchez l'effort, il reprend sa forme.

Notons en passant que la structure absorbe les efforts en se déformant (l'ampleur de la déformation étant inversement proportionnelle à la tension régnant initialement dans le réseau de câbles et proportionnelle à l'élasticité du matériau dont sont faits les câbles). D'où certaines difficultés s'il faut la fermer. Il faut recourir à une couverture susceptible elle aussi de se déformer dans les mêmes proportions, soit sous forme d'une membrane élastique, soit sous forme de petits panneaux rigides assemblés en écailles pour rester mobiles les uns par rapport aux autres.

Pour pouvoir être utilisés comme des dispositifs constructifs architecturaux, les systèmes de tenségrité doivent satisfaire des objectifs de stabilité *d'équilibre*, de *forme* et de *résistance* [SAN05].

La stabilité d'équilibre dépend de la nature des actions (caractère statique ou dynamique). Dans le cas où les actions ont un caractère statique, l'analyse de l'équilibre consiste à s'assurer que, sous l'ensemble des actions appliquées (y compris celles aux appuis), celui-ci ne se déplace pas.

Il est également nécessaire d'assurer la stabilité de la forme des ouvrages qui subissent des déformations et que le constructeur cherche à limiter ; il doit aussi veiller à éviter les changements brusques de forme.

Finalement, la stabilité de résistance consiste à s'assurer que la résistance des matériaux utilisés n'est pas mise en défaut.

Pour répondre à ces objectifs, plusieurs relations d'équilibre, de compatibilité et d'élasticité, exprimées dans un contexte de petites déformations, ou grands déplacements sont nécessaires.

L'approche la plus fiable qui représente le meilleur comportement, est l'analyse en grands déplacements

### **3.4.2 Sensibilité des dômes câbles :**

Vue la flexibilité des dômes câbles [BIN97], et pour que la stabilité de ces derniers reste vérifiée, ses câbles doivent rester toujours sous la tension pour des conditions diverses de chargement.

Le relâchement d'un seul câble induira un problème critique et l'échec d'un élément seul coûterait l'usage de la structure entière.

Il est donc nécessaire d'assurer que les champs de déplacement et de contrainte restent toujours dans les limites tolérées.

### **3.4.3 Augmenter la rigidité de la partie centrale du dôme :**

Pour pallier au problème d'instabilité des dômes câbles à la partie centrale, Yasuhiko H. et Minger W.[YAS99] ont proposé l'introduction d'éléments rigides dans la structure d'un dôme simple, dans le but d'apporter une capacité supplémentaire à cette structure flexible, il ont présenté l'étude du comportement mécanique, et ont pu estimer la contribution de cet élément dans la stabilité de la structure.

Dans cette situation le système ne deviendra plus dans la classe de tenségrité pure, et est-ce qu'il est possible d'examiner le système avec plusieurs configurations avant de faire recours à ces solutions ?

### 3.4.4 Analyse de stabilité :

Peu importe la notion de stabilité qui est adoptée, la question consiste toujours à évaluer le comportement d'un système qui est perturbé par rapport à sa configuration d'équilibre par des forces et/ou couples externes [MAR06].

D'une manière générale, des forces appliquées aux nœuds d'un système vont engendrer des changements dans sa configuration. Si le système retourne à sa configuration d'équilibre initiale lorsque les forces sont remises à zéro, il est considéré comme étant stable.

Il est donc question de trouver la relation entre la forme idéale, et la réponse favorable du système, pour pallier aux inconvénients, et se retrouver dans la configuration la plus stable, sous un niveau donné de chargement en service de la structure.

## 4. Conclusion :

Nous avons montré à travers cette étude bibliographique le potentiel de recherches axées en vers la conception, le comportement et la stabilité des systèmes de dômes câbles basés sur le principe de tensegrité.

Et par l'importance du concept de tensegrité qui caractérise les dômes câbles objets de cette thèse, on a insisté sur les différents aspects de recherches actuelles dans ce sujet.

On pense que par rapport aux structures conventionnelles, les dômes câbles n'ont pas bénéficiés d'une attention suffisante par la communauté scientifique, nous pensons qu'à partir des années qui viennent, que les travaux vont prendre au sérieux ce sujet.

La lecture des recherches analysées avait pour objectif la critique et l'examen des travaux sur le plan méthodes, approches numériques, modèles de conception, et fiabilité des résultats, afin d'éclaircir les chemins à prendre pour un apport bénéfique.

Pour une éventuelle contribution originale, il serait donc bénéfique de donner une attention particulière à la relation qui pourra exister entre la conception, la stabilité et le comportement mécanique des dômes câbles de tensegrité, cette relation n'a pas été décrite clairement et d'une manière globale dans les travaux examinés.

En parallèle de cette démarche attendue, il serait intéressant de se concentrer en pratique sur un travail de conception de nouvelles structures de dômes câbles, pour pouvoir décrire leurs comportements sous diverses sollicitations. Cette procédure va nous permettre d'aboutir aux dômes les plus complexes avec une meilleure conception optimale, stable, et résistante, dans une démarche visant les meilleures performances.

L'objectif attendu est la maîtrise des outils et moyens de conception et d'analyse déjà acquis et approuvés, pour pouvoir avancer dans des recherches plus approfondies, qui ajoutent un plus dans le sujet.

On peut citer ici, à titre d'exemple, les avancées démontrées et leçons tirées, qui peuvent être un support bénéfique dans la poursuite de l'étude sur les dômes câbles :

- ✓ La configuration du système est toujours liée à un niveau de chargement, on ne peut pas concevoir une telle structure pratique sans en tenir compte de l'importance du chargement.

- 
- ✓ Avant de passer à la recherche de forme d'un système (mécanismes et bases d'autocontraintes), une étape DAO est recommandée pour définir la meilleure configuration du système.
  - ✓ Le type Geiger des dômes câbles est un système possédant le moins de nœuds et de câbles, avec une capacité portante relativement élevée, il peut faire l'objet d'un prototype convenable à adopter dans l'étude.
  - ✓ Il faut faire attention à la partie centrale du dôme, et aux câbles périphériques qui peuvent être sujet à une instabilité par relâchement des câbles.
  - ✓ L'analyse de stabilité consiste en une analyse globale du système, sans oublier de vérifier la stabilité et la résistance de chaque composant du système.
  - ✓ Le comportement mécanique des dômes câbles, structures ayant une flexibilité certaine, passe automatiquement par une analyse en non linéarité géométrique.
  - ✓ Le paramètre clé du comportement, en plus des paramètres géométriques des dômes, est le niveau de l'autocontrainte à introduire dans les câbles les plus sollicités.

Il serait intéressant, après étude du comportement des dômes câbles sous un niveau de chargement statique (monotone), de penser sur la fiabilité d'introduire ce système de charge avec des fluctuations réalistes, pour analyser et identifier le comportement des dômes câbles sous l'effet de fatigue.

**CHAPITRE 2 :**  
Optimisation des dômes câbles  
sous chargement monotone.

## 1. Introduction :

Les dômes câbles à base de tensegrité sont des structures très légères et innovantes, le caractère spécial – de plus de la portée très étendue - de ces structures, c'est la capacité de supporter des charges verticales beaucoup plus élevées que leurs poids propre.

Ces structures particulières permettent d'assurer l'ossature portante des couvertures de très grandes portées, allant jusqu'aux centaines de mètres, sans qu'il y'aura d'appuis intermédiaires. Il est maintenant faisable de concevoir des dômes câbles (à un diamètre moyen) pouvant supporter une charge de plus de 50 fois leurs poids propres, cet avantage n'est pas offert aux structures conventionnelles, où ce coefficient ne dépasse pas dans la plupart des cas la valeur de 10, avec une limitation de la portée maximale. Après les années 2000, on assiste à une révolution structurale caractérisée par la légèreté des structures.

Dans ce contexte de légèreté, la conception la plus remarquable des dômes câbles à base de tensegrité consiste à créer par les barres et les câbles un agencement périphérique de triangles suivant les directions méridiennes, cet agencement prend départ des appuis périphériques, et il sera maintenu suivant la direction circonférentielle par des câbles périphériques, la forme finale aboutira à un dôme. La partie centrale du dôme –organe le plus sensible- sera consolidée d'une façon spécifique. Dans cette conception on doit toujours vérifier le principe de tensegrité dans chaque organe de la structure avant et après chargement.

Dans ce chapitre on vise à proposer une optimisation de l'étude du comportement mécanique sous chargement monotone, le niveau de chargement étant composé de l'autocontrainte et de la charge extérieure concentrée au niveau des nœuds supérieurs du dôme. S'agissant des structures très flexibles et qui subissent des grands déplacements, et donc le modèle développé pour ces structures est en non linéarités géométriques, nous utilisons ainsi pour décrire le comportement mécanique un logiciel développé par notre équipe de recherche, auquel nous avons apporté notre contribution en introduisant un modèle d'optimisation pour aboutir aux performances élevées des systèmes.

Dans cette vision on essaye de regrouper tous les paramètres qui permettent de cibler des performances mécaniques élevées. Un modèle d'amélioration de la capacité portante du dôme câbles à partir d'une vérification itérative des critères d'optimisation de la conception, est donc mis en épreuve.

A travers une structure type d'un dôme étudié dans ce travail, en utilisant ce modèle, le coefficient de capacité relative de la structure sera amélioré, ce qui pourra donner une fiabilité à la démarche proposée pour un dimensionnement optimal.

L'objectif visé est de tester la fiabilité du modèle d'amélioration de la capacité relative des structures des dômes câbles. Le résultat recherché est d'avoir un coefficient de la capacité relative le plus élevé à partir de la vérification des critères d'optimisation.

Et à partir de cet objectif ; l'accent sera mis par la suite sur l'influence des paramètres de forme sur la conception optimale des dômes câbles.

## 2. Approches et formulations mathématiques :

### 2.1 Recherche de forme :

#### 2.1.1 Principe de la recherche de forme :

Le problème de recherche d'une forme n'a aucune solution complète [AND07], bien que beaucoup d'auteurs aient examiné suffisamment les conditions. La condition suffisante la plus commode est l'épreuve de la contrainte du deuxième ordre.

Cette épreuve est plus réaliste que la condition de l'énergie minimale, mais équivalente dans la plupart des situations communes.

Un algorithme pratique, pour le problème de recherche de forme basé sur l'installation d'un système d'équations différentielles est proposé [AND07]. Ce système peut être résolu pour obtenir une famille des positions stables numériquement. La trajectoire de ces solutions doit commencer par une position stable, ainsi le processus exige un point de commencement lequel représente ainsi une structure stable.

L'auteur [AND07] a examiné la fiabilité de la méthode proposée par la résolution de quelques exemples. La méthode est indépendante des propriétés matérielles des structures.

L'étape recherche de forme est une phase fondamentale pour la détermination de la forme stable du système, il s'agit de stabiliser les mécanismes par un état d'autocontraintes. Pour une application aux dômes câbles, nous avons adopté la méthode proposée par Vassart N. [VAS97]. Cette méthode sera présentée sommairement dans les paragraphes suivants, pour plus de détails, le lecteur est orienté vers la bibliographie indiquée.

#### 2.1.2 Etats d'autocontrainte :

La conception du dôme sujet de notre travail comporte la première étape appelée recherche de forme. Où on définit la géométrie du système qui permet la mise en place d'une autocontrainte.

Pour cela on utilise la méthode développée par N. Vassart [VAS00] ,[VAS97] . Le travail de ce dernier prend appui sur les recherches faites par S. Pellegrino [PEL86]. Plusieurs applications sur des conceptions différentes de dômes câbles sont présentées dans [LOG08a], [LOG08b], [LOG09a], [LOG09b].

Les N équations d'équilibre du système réticulé ou d'un dôme câble, qui traduisent l'équilibre des nœuds sous l'effet des forces extérieures et des efforts normaux, conduisent à un système d'équations linéaires (2.1) pouvant se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[A] \{q\} = \{f\} \quad (2.1)$$

Où  $[A]$  est la **matrice d'équilibre** à N lignes et b colonnes,

$\{q\}$  est le vecteur à b composantes des coefficients de densité de force des éléments,

$\{f\}$  est le vecteur à N composantes des forces extérieures appliquées aux nœuds.

Un système réticulé admet au moins un état d'autocontrainte, s'il existe au moins un vecteur coefficient de densité de force non nul compatible avec l'équilibre statique du système en l'absence d'actions extérieures  $\exists$  un état d'autocontrainte. ssi  $\exists \{q^0\} \neq \{0\}$  tq  $[A] \{q^0\} = \{0\}$ .

Une base des états d'autocontraintes  $\{q^0\}$  d'un système réticulé peut être obtenue à partir d'une base du noyau de la matrice d'équilibre  $[A]$  :

$$\{q^0\} \in \text{Ker } A \quad (2.2)$$

Le nombre d'états d'autocontraintes indépendants (noté :  $s$ ) d'un système réticulé peut être déterminé [VAS97] à partir du rang  $r_A$  de la matrice d'équilibre  $[A]$  et du nombre d'éléments  $b$  :

$$s = b - r_A \text{ avec } s = \dim(\text{ker } A) \quad (2.3)$$

Pour ce qui est de la vérification des états d'autocontraintes dans les éléments des dômes câbles, on peut utiliser la méthode fondée sur l'équilibre direct des nœuds proposée dans les références [LOG08a] et [QIN10].

### 2.1.3 Les mécanismes :

Les mécanismes du système sont déterminés mathématiquement en basant sur la possibilité suivante : un système réticulé admet [VAS97] au moins un mécanisme, s'il existe au moins un vecteur déplacement des nœuds  $\{\delta\}$  non nul n'impliquant au premier ordre aucune variation de longueur des éléments du système.

$$\exists \text{ un mécanisme ssi } \exists \{\delta\} \neq \{0\} \text{ tq } [A]^t \{\delta\} = \{0\}$$

Une base des mécanismes  $\{\delta\}$  d'un système réticulé peut être obtenue d'une base du noyau de la matrice transposée de la matrice d'équilibre  $[A]$  :

$$\{\delta\} \in \text{Ker } A^t \quad (2.4)$$

Le nombre de mécanismes indépendants (noté :  $m$ ) d'un système réticulé peut lui aussi être calculé à partir du rang  $r_A$  de la matrice d'équilibre  $[A]$ , (puisque  $r_A = r_A^t$ ) :

$$m = N - r_A \text{ avec } m = \dim(\text{Ker } A^t). \quad (2.5)$$

La relation obtenue en éliminant le rang  $r_A$  des deux relations donnant  $s$  et  $m$  (2.3 et 2.5), permet de remarquer que, pour un système réticulé donné, le fait de connaître la valeur de «  $s$  » ou de «  $m$  » implique immédiatement la connaissance de l'autre :

$$m - s = N - b \quad (2.6)$$

La méthode ainsi exposée a été adoptée pour la recherche de forme à plusieurs configurations des dômes câbles [LOG09a].

## 2.2 Méthode numérique en non linéarité géométrique :

### 2.2.1 Considérations générales :

Une méthode de calcul pour les structures de tensegrité en grands déplacements, basée sur les travaux de Bathe, est développée dans [KEB99] pour la détermination de la matrice de rigidité tangente et le vecteur des contraintes internes.

La formulation est établie pour une "barre" élément, afin de pouvoir faire une application sur les systèmes de tensegrité et décrire le comportement des systèmes autocontraints.

Plusieurs paramètres influençant ce comportement sont introduits dans cette étude en analysant quelques formes de structures de tensegrité.

Nous avons également mis en évidence cette approche, initialement développée pour les structures de tensegrité, pour l'adopter aux dômes câbles [LOG08a] et [LOG09b], la formulation de cette méthode a été présentée en détail, avec l'illustration du comportement mécanique en grands déplacements de plusieurs configurations des dômes câbles.

Dans une autre démarche, Feng Fu [FEN06] a proposé un logiciel d'analyse structurel en non linéarité, dont seules les charges statiques avec des conceptions typiques sont introduites dans cette procédure, et ceux afin de mener une analyse de comportement détaillée.

Trois types de dômes sont étudiés ici pour montrer la différence de conception sur le comportement mécanique des structures. Une analyse structurelle des nouvelles classifications est aussi conduite.

### 2.2.2 Modèle d'analyse en non linéarité géométrique :

Pour ce qui est de l'étude du comportement mécanique, on adopte le modèle d'analyse développé dans par [KEB99], [BEN00], [KEB08], il est fondé sur le modèle proposé par Bathe K.J [PAT75]. Cette procédure a été appliquée dans [KEB99] pour étudier le comportement mécanique des systèmes de tensegrité dans l'hypothèse des grands déplacements. Feng Fu [FEN05] a étudié le comportement mécanique des dômes câbles à travers une comparaison entre des systèmes structuraux proposés et celui du dôme de la Géorgie.

L'approche d'étude du comportement mécanique utilise la procédure des éléments finis avec des hypothèses de non linéarité géométrique [KEB99], elle est basée sur une écriture incrémentale du principe des travaux virtuels suivant la formulation lagrangienne totale. Elle conduit à l'élaboration d'un système d'équations non linéaires mettant en évidence la matrice de rigidité tangente et le vecteur des efforts internes.

Un système analogue de dimension  $(n \times n)$  est écrit pour l'ensemble des éléments de la structure en référence au repère global de la structure,  $n$  étant le nombre de degrés de liberté total de la structure :

$$\begin{bmatrix} {}^t K \\ {}_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^\tau u \\ \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}^\tau R \\ \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} {}^t F \\ {}_0 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Où  $\begin{bmatrix} {}^t K \\ {}_0 \end{bmatrix}$  est la matrice de rigidité tangente de la structure,  
 Et  $\begin{Bmatrix} {}^t F \\ {}_0 \end{Bmatrix}$  le vecteur des efforts internes,  
 $\begin{Bmatrix} {}^\tau R \\ \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} {}^t F \\ {}_0 \end{Bmatrix}$  est appelé « résidu » du système non linéaire.

L'expression (2.7) représente un système d'équations non linéaires, et la méthode de résolution utilisée pour ce type de problème est celle de Newton-Raphson. Nous aurons à considérer plusieurs états d'équilibre correspondant chacun à un pas de chargement. Pour chacun de ces pas, une résolution itérative par correction des variables sera utilisée pour faire converger le système vers un état d'équilibre. L'équilibre est satisfait quand le résidu devient négligeable.

Le modèle numérique en non linéarité géométrique a été développé et détaillé dans [LOG08a], plusieurs applications sur les dômes câbles ont été présentées également dans [LOG09b]. Nous nous limitons dans le cadre de cette thèse à la non linéarité géométrique, en ce qui concerne la non linéarité matérielle, un travail sur les anneaux de tensegrité [KHE14], faisant partie de notre équipe de recherche, intégrant une analyse non linéaire combinée (Géométrique et Matérielle), a été développé.

A partir de ces deux modèles (recherche de forme et analyse en non linéarité géométrique), nous proposons, par la suite, une procédure itérative générale d'optimisation des dômes câbles en se basant sur trois critères principaux : critère de forme, critère de stabilité de forme, et critère de résistance et de stabilité des éléments.

### 3. Coefficient de la capacité relative et critères d'optimisation :

Les structures en béton traditionnel de même forme du dôme câble, à une portée équivalente, peuvent supporter une charge verticale de l'ordre de deux fois et plus leurs poids propres, les structures en charpente métallique peuvent atteindre un coefficient supérieur à 10. Les dômes câbles à base de tenségrité dépassent un coefficient de l'ordre de 50, ce qui les caractérise comme des structures très légères, innovantes et de caractère spécial.

On appelle un **coefficient de capacité relative** d'une structure d'un dôme câble : le rapport entre la charge verticale totale supportée par cette structure et son poids propre, il est noté :  $C_{cr}$ .

Dans ce chapitre on propose un modèle d'amélioration de la capacité relative, reposant sur une vérification itérative des critères d'optimisation de la conception, dans une vision d'un dimensionnement rationnel de ces structures, ces critères peuvent être définis comme suit :

- ✓ **Critère de forme** : celui intégrant les paramètres qui affectent directement la forme du dôme pour aboutir à une configuration idéale, il comporte le diamètre du dôme, la flèche, la forme de la partie centrale, et les proportions des triangles constituant le principe de tenségrité.

Dans ce critère on s'intéresse à l'influence de ces paramètres clés sur la forme recherchée du dôme câble afin d'aboutir aux meilleures performances.

- ✓ **Critère de stabilité d'ensemble** : il s'agit de contrôler les déplacements maximums des nœuds sous la charge verticale  $F$  appliquée aux nœuds, et de vérifier le principe de tenségrité dans tous les éléments de la structure suivant le chargement appliqué, la compression dans les câbles n'est pas donc permise (pas de câbles relâchés), c'est en fin de compte : la limite du domaine de validation du concept de tenségrité.
- ✓ **Critère de résistance et de stabilité des éléments** : ce critère implique la vérification de la résistance des éléments (barres et câbles) sous les efforts résultants, et le contrôle de la stabilité de forme des barres afin d'éviter les phénomènes d'instabilité élastique, et notamment le flambement des barres comprimées.

Pour la validation de la fiabilité de ce modèle, une simulation numérique est proposée dans ce chapitre, le travail commence par la conception d'un dôme câble de 21 m de diamètre, qui sert à une structure de base de l'étude, en suite des changements en tenant compte des résultats de vérification des critères d'optimisation seront introduits à chaque fois pour pouvoir décrire et analyser le comportement mécanique de chaque structure résultante, et aboutir en résultat final à une optimisation structurale d'une conception idéale.

### 4. Processus de vérification des critères d'optimisation :

Pour prendre en charge tous les paramètres de la présente étude du comportement mécanique influant sur l'optimisation de la conception des dômes, et afin d'automatiser ce processus, on propose de suivre la démarche décrite sous la forme d'un algorithme (figure 2.1), basé sur la vérification des critères de dimensionnement.

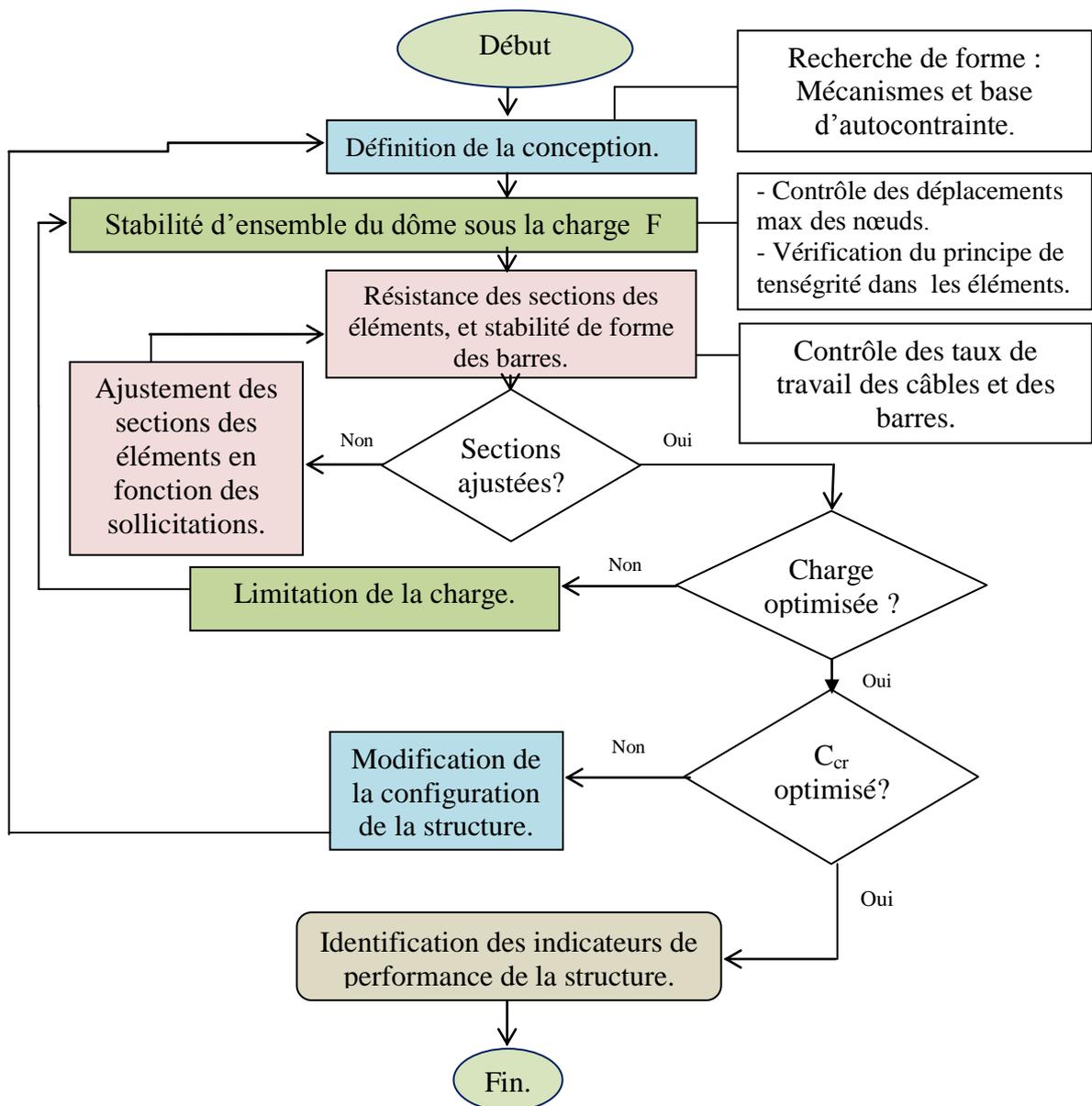


Figure 2.1 : Algorithme général d'optimisation de la conception des dômes câbles.

La structure initiale du dôme sera donc soumise à un processus d'étude du comportement en vérifiant les critères d'optimisation pour pouvoir donner les corrections et ajustements éventuels et possibles à l'amélioration des performances de la structure. Ce processus est basé principalement sur une démarche répétitive incluant la convergence de trois groupes de critères d'optimisation des dômes câbles vers un seul chemin d'amélioration des performances (figure 2.2).

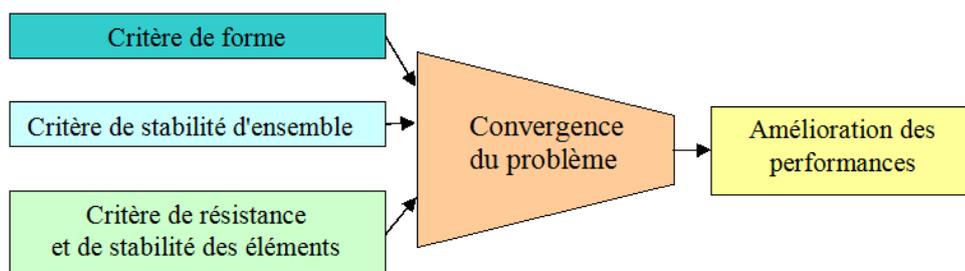


Figure 2.2 : Schéma général de vérification des critères d'optimisation de la conception des dômes câbles.

La stabilité d'ensemble, et la résistance et la stabilité de tous les éléments sous effort normal sont vérifiées suivant les dispositions et les limites décrites vis-à-vis de l'Eurocode 3 [CEN14]. La flèche au centre du dôme est limitée à  $D/250$ .

L'optimisation de la conception de la structure du dôme câbles est caractérisée par l'intermédiaire de l'indice de performance noté «**coefficient de la capacité relative :  $C_{cr}$** ».

## 5. Application numérique :

### 5.1 Présentation du dôme étudié :

Pour valider la fiabilité du modèle proposé relatif aux vérifications des critères adoptés, nous avons conçu un dôme câbles à base de tensegrité de petite taille afin de servir d'un prototype d'étude.

Le dôme étudié dans le présent chapitre a un diamètre de 21 m, la typologie de la structure sera variée en fonction des performances recherchées. Le dôme est constitué de 26 nœuds et 57 éléments, dont 9 sont des barres en tube métalliques, le reste des câbles. Les figures (2.3 et 2.4), et tableaux : (2.1, 2.2 et 2.3), présentent les données géométriques et mécaniques de la typologie initiale de base du dôme étudié.

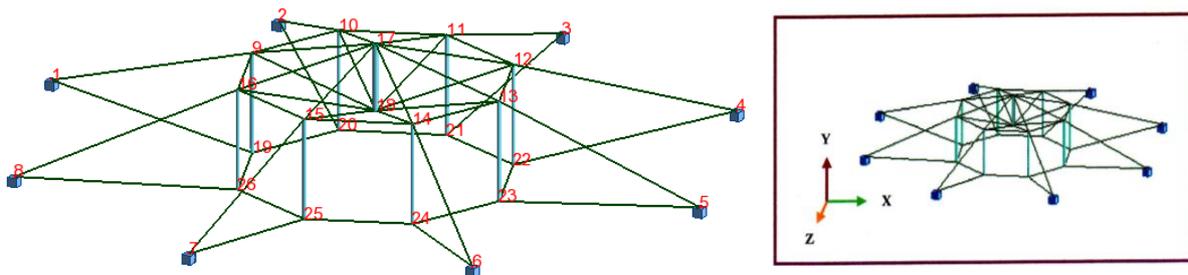
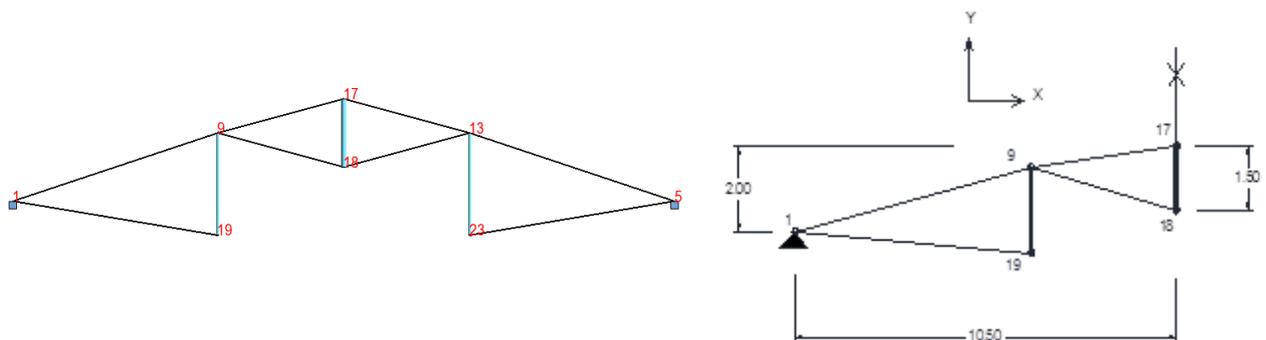


Figure 2.3 : Vue générale du dôme (Structure 1).



**NB :** La flèche du dôme, noté  $f$ , est la dimension géométrique initiale résultante de la différence en coordonnées entre le nœud 17 et le nœud 1. Dans la structure 1,  $f$  est égale à 2,00 m.

Figure 2.4 : Coupe diamétrale

Noeud	X [cm]	Y [cm]	Z [cm]	Nature des noeuds
1	-1050	1.00	00	Bloqué suivant les trois directions
2	-742	1.00	742	
3	00	1.00	1050	
4	742	1.00	742	
5	1050	1.00	00	
6	742	1.00	-742	
7	00	1.00	-1050	
8	-742	1.00	-742	
9	-400	250	00	Articulations
10	-283	250	283	
11	00	250	400	
12	283	250	283	
13	400	250	00	Chargés suivant la direction -Y avec une charge concentrée F
14	283	250	-283	
15	00	250	-400	
16	-283	250	-283	
17	00	300	00	

Tableau 2.1 : Coordonnées, nature et chargement des noeuds.

Noeud	X [cm]	Y [cm]	Z [cm]	Nature des noeuds
18	00	150	00	Articulations
19	-400	-50	00	
20	-283	-50	283	
21	00	-50	400	
22	283	-50	283	
23	400	-50	00	
24	283	-50	-283	
25	00	-50	-400	
26	-283	-50	-283	

Tableau 2.2 : Liste des éléments de la structure et base d'autocontrainte.

Elément	Noeud départ	Noeud arrivée	Section	Base d'autocontrainte
1	1	9	Cable_1	0.784
2	2	10		
3	3	11		
4	12	4		
5	13	5		
6	14	6		
7	7	15		
8	8	16		
9	1	19	Cable_2	0.784
10	2	20		
11	3	21		
12	22	4		
13	23	5		
14	24	6		
15	7	25		
16	8	26		
17	9	17	Cable_3	0.359
18	10	17		
19	11	17		
20	17	12		
21	17	13		
22	17	14		
23	15	17		
24	16	17		
25	9	18	Cable_4	0.184
26	10	18		
27	11	18		
28	18	12		
29	18	13		
30	18	14		
31	15	18		
32	16	18		

Elément	Noeud départ	Noeud arrivée	Section	Base d'autocontrainte
33	9	10	Cable_4	0.299
34	10	11		
35	11	12		
36	12	13		
37	14	13		
38	15	14		
39	16	15		
40	9	16		
41	19	20	Cable_5	1.000
42	20	21		
43	21	22		
44	22	23		
45	24	23		
46	25	24		
47	26	25		
48	19	26		
49	17	18	Barre_1	0.357
50	9	19	Barre_2	0.176
51	10	20		
52	11	21		
53	12	22		
54	13	23		
55	14	24		
56	15	25		
57	16	26		

Tableau 2.3 : Caractéristiques géométriques et mécaniques des éléments

Nom de l'élément	Liste des câbles et des barres	Section AX [cm <sup>2</sup> ]	Module de Young [KN / cm <sup>2</sup> ]	Contrainte limite [KN / cm <sup>2</sup> ]
Cable_1	1 A 8	16,50	16000	87.44
Cable_2	9 A 16	20,90		
Cable_3	17 A 24	8.08		
Cable_4	25 A 32	4.30		
Cable_5	33 A 40	6.43		
Barre_1	41 A 48	24.90	21000	35.50
Barre_2	49	40,75		

## 5.2 Principe d'étude du comportement et de vérification des critères :

### 5.2.1. Comportement du dôme sous la charge F :

La procédure d'étude choisie consiste à bloquer la section représentée par les huit nœuds (Figure 2.3) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 (les nœuds sont totalement bloqués suivant les trois directions), et à solliciter la section représentée par les nœuds : 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, et 17 par une force F concentrée sur ces nœuds et dirigée vers le bas.

Lors du chargement suivant l'axe Y des barres 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 et 57, dans le sens de la gravité, la figure 2.5 montre que le comportement du module est linéaire, la non linéarité n'est pas constatée ici à cause de la rigidité relative de la structure et le niveau haut de l'autoccontrainte. Le déplacement des nœuds augmente proportionnellement au fur et à mesure que la charge extérieure augmente.

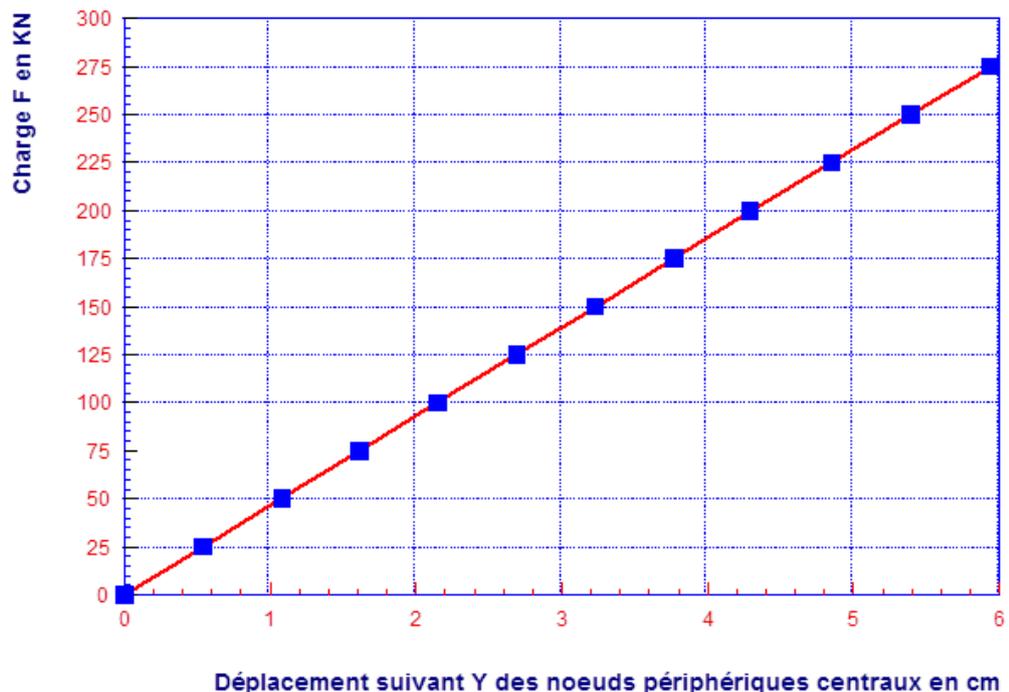


Figure 2.5 : Comportement de la structure du dôme sous la charge F.

### 5.2.2. Vérification du principe de tenségrité : efforts dans les câbles les plus sensibles :

En ce qui concerne l'évolution de la tension dans les câbles les plus sensibles, la figure 2.6 montre un comportement linéaire pour tous ces câbles. Ces câbles supérieurs se relâchent au fur et à mesure que la charge  $F$  augmente jusqu'à une valeur proche de  $F = 260$  KN, après ce seuil, ces câbles perdent leurs rigidités et ils se relâchent (limite de validation de la conception). Les autres câbles (non représentés ici) possèdent un comportement linéaire et restent sollicités en traction dans cette plage de chargement..

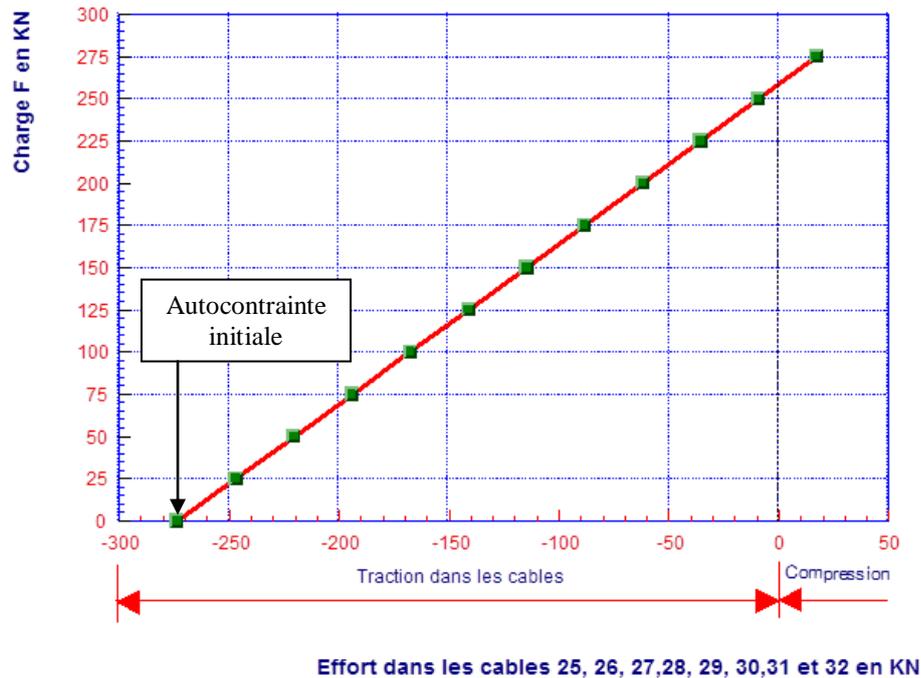


Figure 2. 6 : Efforts dans les câbles les plus sensibles.

### 5.2.3. Contrôle des taux de travail des câbles :

Le comportement des câbles est presque linéaire, le taux de travail des câbles - exprimant le rapport de la contrainte appliquée sur la contrainte limite des câbles - augmente avec la charge  $F$  (Figure 2.7) pour les trois familles de câbles 9 à 16, 17 à 24 et 41 à 48, par contre pour le reste des familles de câbles le taux de travail diminue avec l'augmentation de la charge  $F$ .

L'ensemble des familles de câbles possèdent un taux de travail entre 0.57 et 0.93 dans le plage de chargement, sauf pour une seule famille de câbles de 25 à 32, la limite inférieure du taux converge vers le zéro, ce qui implique un rapprochement du seuil de sollicitation en compression (relâchement).

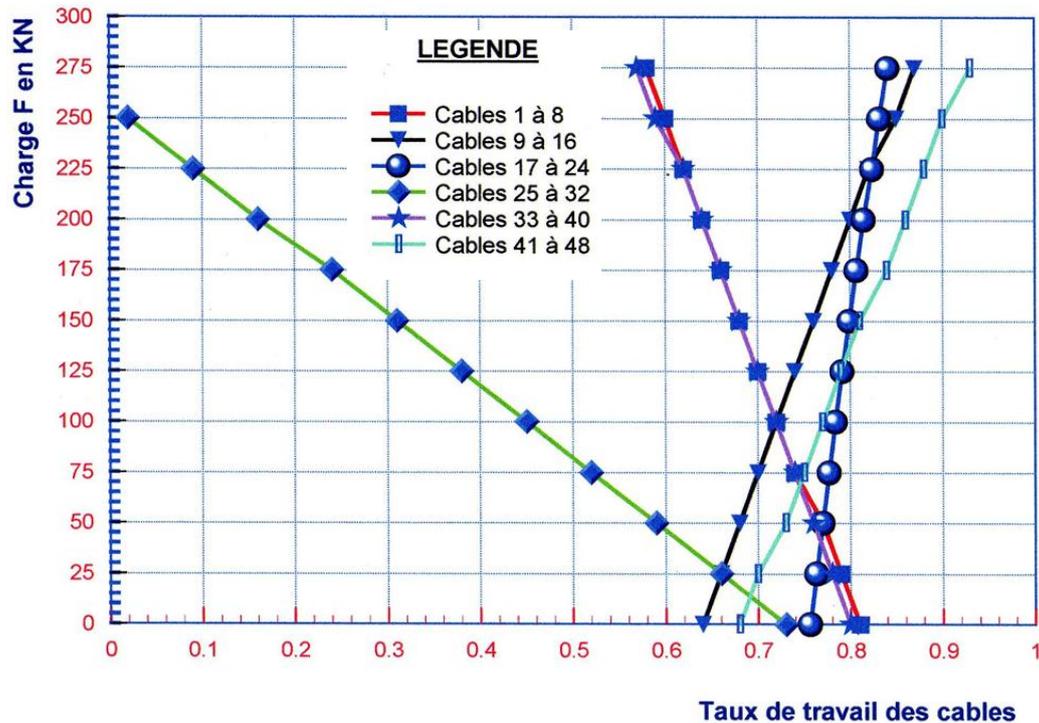


Figure 2.7 : Taux de travail des câbles.

#### 5.2.4. Contrôle de la résistance et de la stabilité au flambement des barres :

Par contre les barres centrales, possèdent un comportement linéaire (Figure : 2.8). La compression dans les barres augmente au fur et à mesure que la charge F augmente, le taux de travail de la barre centrale est plus important que celui des barres périphériques, cela est justifié par la répartition de l'autocontrainte au niveau des barres.

Pour toutes les valeurs de la charge F, le taux de travail des barres à la résistance et à la stabilité au flambement est situé dans l'intervalle : 0.28 et 0.84.

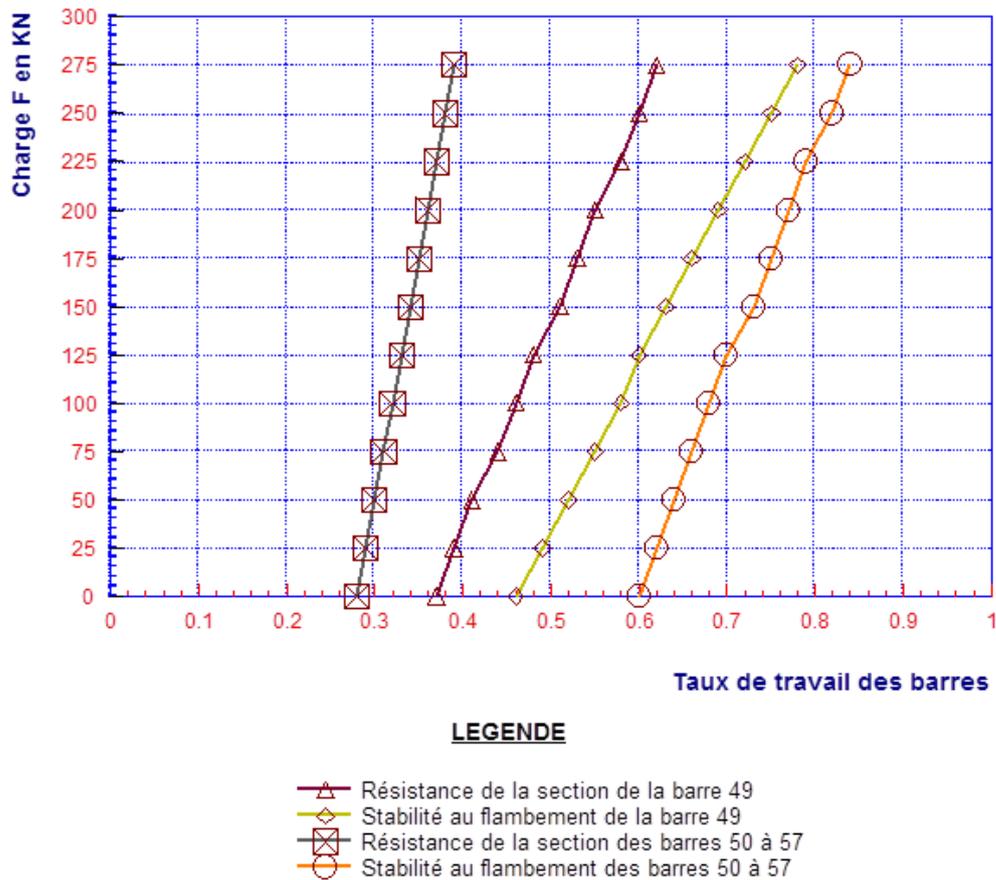


Figure 2.8 : Taux de travail des barres.

### 5.3 Coefficient de capacité relative de la structure

Cette structure possède un comportement mécanique linéaire dans l'ensemble des paramètres étudiés, sa faiblesse reste toujours située au niveau de la partie centrale où les câbles se relâchent à partir d'un seuil de chargement de  $F = 260 \text{ KN}$ .

Le coefficient de la capacité relative de cette structure est de : 74. Le tableau 2.4 résume les indicateurs de performance de cette structure.

Tableau 2.4 : Indicateurs de performance de la structure 1

<b>Indicateurs de performance du dôme</b>								
Diamètre du dôme (D) [m]	Fleche du dôme (f) [m]	f/D	Valeur max d'autocontrainte [kN]	Surface du dôme [m <sup>2</sup> ]	Poids de la structure [KG]	Déplacement relatif max $\Delta y/D$ [%]	Charge Limite [KG]	Coefficient de la capacité relative
<b>21.00</b>	<b>2.00</b>	<b>0.095</b>	<b>1487.20</b>	<b>358</b>	<b>3175</b>	<b>0.27</b>	<b>234000</b>	<b>74</b>

### 5.4 Proposition de nouvelles configurations de la structure du dôme :

On a constaté à travers le comportement mécanique du dôme étudié que l'instabilité globale de la structure est liée principalement à :

1. La partie centrale du dôme, où les câbles les plus sensibles se relâchent en premier lieu,
2. La surface des triangles constituant le principe de tensegrité du dôme.

Nous avons constaté également que la limite de charge pour la structure du dôme a été déduite de la valeur de charge critique, juste avant le relâchement des câbles les plus sensibles, donc l'amélioration de la capacité relative de la structure passe automatiquement par une action sur la conception pour y remédier à ce point faible.

Pour arriver à une conception meilleure, on doit opérer sur les critères proposés dans ce travail en aboutissant à une configuration améliorée de la structure initiale. La question de fond consiste à trouver une configuration répondant à une amélioration considérable touchant l'ensemble des critères de performance ?

Les paramètres prédominant de conception des dômes câbles sont alors :

- ✓ La forme de base des triangles périphériques constituant le principe de tensegrité dans le dôme,
- ✓ La flèche au centre du dôme,
- ✓ et la longueur de la barre centrale.

La structure de référence du dôme ainsi étudiée sera alors modifiée en opérant par rapport à ces paramètres (Figure 2.9).

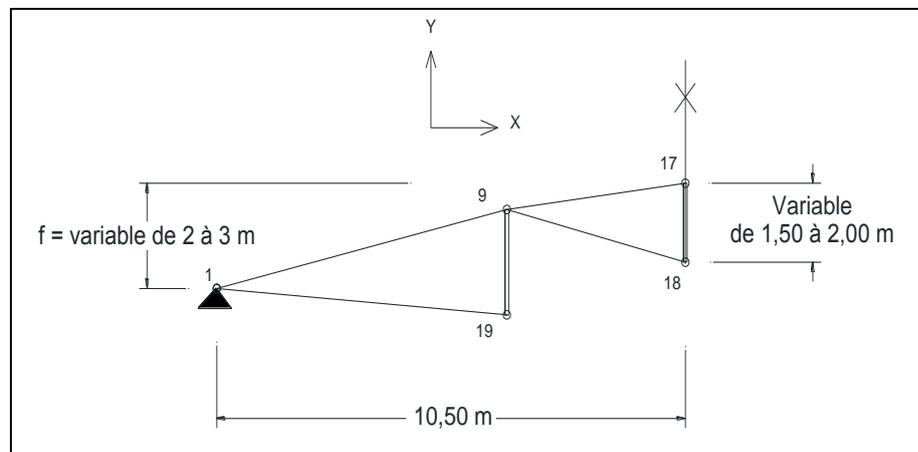


Figure 2.9 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles :  
Changement de configuration des structures.

Sur la base de ce principe de changement de configuration de la structure de référence, plusieurs structures ont été étudiées, nous proposons par la suite les résultats de deux structures (figures : 2.10 et 2.11).

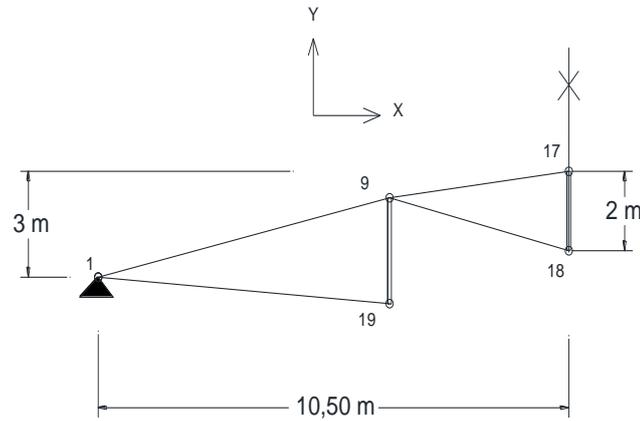


Figure 2.10 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles.  
Structure 2

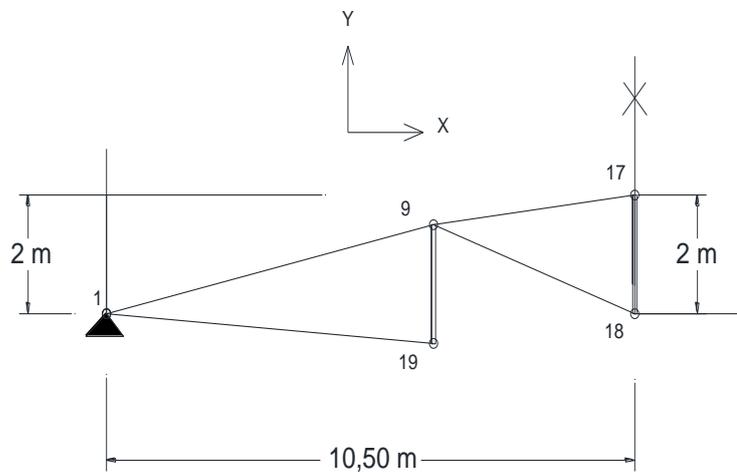


Figure 2.11 : Demi-coupe diamétrale du dôme câbles.  
Structure 3

Ces deux structures (Nommées : 2 et 3) ont été soumises au même processus de vérification des critères choisis, le résultat final abouti aux performances des structures des dômes étudiés avec des coefficients de capacité relative de : 77 et 82 respectivement (Tableaux : 2.5 et 2.6). Nous assistons à une nette amélioration.

Tableau 2. 5 : Indicateurs de performance de la structure 2.

Indicateurs de performance du dôme								
Diametre du dome (D) [m]	Fleche du dome (f) [m]	f/D	Valeur max d'autocontrainte [kN]	Surface du dome [m <sup>2</sup> ]	Poids de la structure [KG]	Déplacement relatif max $\Delta y/D$ [%]	Charge Limite [KG]	Coefficient de la capacité relative
21.00	3.00	0.143	1487.20	374	2280	0.26	175500	<b>77</b>

Tableau 2.6 : Indicateurs de performance de la structure 3.

<b>Indicateurs de performance du dôme</b>								
Diamètre du dôme (D) [m]	Fleche du dôme (f) [m]	f/D	Valeur max d'autocontrainte [kN]	Surface du dôme [m <sup>2</sup> ]	Poids de la structure [KG]	Déplacement relatif max $\Delta y/D$ [%]	Charge Limite [KG]	Coefficient de la capacité relative
<b>21.00</b>	<b>2.00</b>	<b>0.095</b>	<b>1487.20</b>	<b>358</b>	<b>3181</b>	<b>0.30</b>	<b>261000</b>	<b>82</b>

### 5.5 Synthèse des résultats de l'étude :

En fin de compte, tous les critères proposés dans la présente étude aboutissent aux **paramètres principaux** qui peuvent gouverner une conception optimale des dômes câbles, on peut donc faire une synthèse des résultats comme suit (Tableau 2.7) :

Tableau 2.7 : Paramètres principaux d'optimisation de la conception des dômes câbles.

Structure du dôme câble  vérifiant le principe de tenségrité	Rapport de la flèche du dôme sur son diamètre  f/D	Surface des triangles suivant une direction méridienne  St  (m <sup>2</sup> )	Surface du dôme  Câble  S <sub>D</sub>  (m <sup>2</sup> )	Rapport  Des surfaces  (S <sub>t</sub> /S <sub>D</sub> )	Coefficient de la capacité relative  C <sub>cr</sub>	Coefficient d'optimisation de la conception  $\frac{C_{cr}}{S_t / S_D}$
Structure 1	0.095	25.5	358	0.07123	74	<b>1039</b>
Structure 2	0.143	27.5	374	0.07353	77	<b>1047</b>
Structure 3	0.095	27.5	358	0.07682	82	<b>1067</b>

Pour chercher une structure performante ayant un coefficient de la capacité relative élevé, il est clair à travers cette simulation numérique que la conception du dôme câble doit avoir un rapport (S<sub>t</sub>/S<sub>D</sub>) le plus élevé possible.

Au moins pour les structures types des dômes câbles à base de tenségrité – objets de la présente étude - composés des éléments suivants :

- ✓ Appuis fixes sur la périphérie du dôme,
- ✓ Agencement périphérique de triangles de tenségrité suivant une direction méridienne,
- ✓ Câbles périphériques suivant une direction circonférentielle,
- ✓ Partie centrale du dôme constituée d'une seule barre comprimée.

Et ayant un rapport de la flèche du dôme sur son diamètre de  $f/D = 0.095$  à  $0.143$ , on propose un **coefficient d'optimisation de la conception** (Figure 2.12) **d'une valeur constante égale à :**

$$C_{OC} = 1050. \quad (2.8)$$

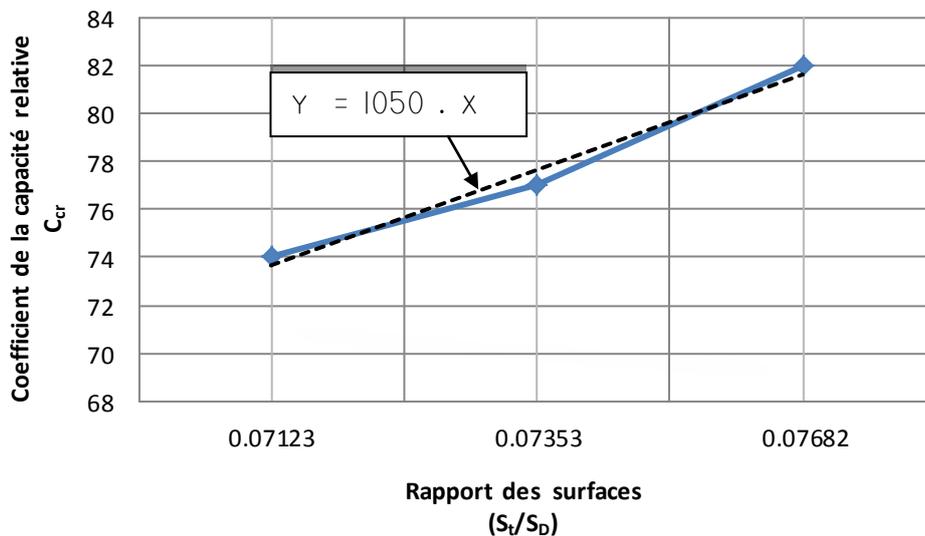


Figure 2.12 : Optimisation de la conception des dômes câbles.

A travers ce coefficient, on peut directement estimer la capacité relative d'une structure du dôme en connaissant les **paramètres initiaux de forme**, et on peut écrire alors :

$$C_{cr} = 1050 \times (S_t/S_D) \quad (2.9)$$

Où :

- $C_{cr}$  : Le Coefficient de la capacité relative du dôme,
- $S_t$  : Surface au  $m^2$  des triangles du dôme suivant une direction méridienne,
- $S_D$  : Surface au  $m^2$  du dôme.
- 1050 : Coefficient d'optimisation de la conception ( $C_{OC}$ ).

Il est à noter que les structures des dômes câbles constituent une classe particulière et innovantes en terme de conception et de légèreté, le poids de la présente structure conçue et améliorée du dôme proposé dans cette étude n'est que  $9,27 \text{ Kg/m}^2$ , sans comparer ces performances remarquables avec les structures classiques conventionnelles, le poids moyen de la structure du dôme de la Géorgie est de  $31 \text{ Kg/m}^2$ , et celui des structures de tenségrité (exemple : système bidirectionnel plan à double nappes du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, Montpellier 2, France, en 2000 [VAL04] ) est de  $11 \text{ Kg/m}^2$ .

## 6. Conclusion :

Le but principal de ce chapitre était de valider la fiabilité du modèle proposé ici, relatif à l'étude du comportement mécanique en mode chargement monotone des dômes câbles à base de tensegrité en utilisant les critères influant sur la conception optimale de la structure. Nous avons constaté à travers cette étude que l'approche numérique choisie s'est révélée adaptée, et a montré son efficacité pour l'analyse des dômes câbles à base de tensegrité. Les résultats obtenus dans l'application numérique illustrent la satisfaction des critères choisis pour une bonne optimisation de la conception.

Nous avons vu à travers l'optimisation de la conception du dôme étudié, que le modèle proposé pour l'amélioration des performances des structures des dômes câbles a donné des résultats très satisfaisants, il a permis de passer d'un coefficient de capacité relative de 74 (pour la structure 1) à un coefficient de 82 (pour la structure 3). Plusieurs itérations de changement de la configuration ont permis d'augmenter ce coefficient de 8 fois le poids propre de la structure, environ 10 % de gains en performances mécaniques.

A travers la simulation numérique élaborée dans cette étude, on a vu que les paramètres clés de forme du dôme influent considérablement et sensiblement sur l'optimisation de la conception. A partir d'un coefficient noté « coefficient d'optimisation de la conception :  $C_{OC}$  », on peut directement estimer la capacité relative d'une structure du dôme en connaissant les simples paramètres initiaux de forme, cette considération pourra aider énormément les concepteurs pour intercepter les bonnes règles d'une conception optimale de ces structures.

Ce travail constitue donc une contribution intéressante dans le but d'élaborer une base de données et d'enrichir les recherches relatives à ce genre de structures innovantes et particulières, pour faciliter le processus de conception optimale et de dimensionnement effectif global des dômes câbles. Des détails supplémentaires ont été publiés dans [LOG20].

**CHAPITRE 3 :**  
Phénomène de fatigue des câbles.

## 1. Introduction

L'expérience montre que la seule connaissance du comportement mécanique des structures soumises à des charges appliquées une fois d'une manière constante, ou par un choc, ne suffit pas, pour prédire le comportement mécanique global décrivant la sécurité de ces structures, il est souvent constaté des structures qui se rampent sous des charges variables dans le temps, à des amplitudes mêmes inférieurs à celles des charges constantes supportées.

Les structures à câbles sont souvent soumises à des sollicitations variables (cycliques) dans le temps qui, bien qu'inférieures à la limite d'élasticité des matériaux utilisés, peuvent conduire à la rupture lorsque leur application est répétée un grand nombre de fois : c'est le processus d'endommagement par fatigue des structures.

L'utilisation des câbles en acier, dans les constructions et notamment pour les dômes câbles, exige la prise en compte de la résistance à la fatigue dans l'étude du comportement mécanique global de ces structures.

Le câble représente l'élément de base des structures de dômes câbles, cet élément important, est soumis durant toute sa vie à une force axiale dite autocontrainte, cette force est déduite de l'état global d'autocontraintes suffisant pour l'équilibre total de la structure. Le niveau d'autocontrainte dans les différents câbles de la structure est sujet durant la vie de l'ouvrage à des différentes excitations répétées provenant généralement du vent. L'élément câble est très sensible à ces excitations, d'où l'étude de sensibilité de ces éléments à ce genre de phénomène face à l'étude statique est très importante, pour connaître le comportement du câble aux effets de fatigue.

Les structures des dômes câbles se caractérisent par la présence permanente du niveau acquit d'autocontrainte dans les câbles, ce dernier est nécessaire à la stabilité d'ensemble de la structure, si un seul câble se rampe sous la fatigue, le système pourra perdre rapidement sa stabilité. C'est à partir de cette considération que l'étude à la fatigue des câbles devienne une priorité pour caractériser la sensibilité des câbles à la fatigue, et prédire par la suite, l'état de la structure et sa durée de vie globale.

Avant de procéder à l'analyse de la fatigue des câbles pour les structures des dômes câbles, une recherche bibliographique est présentée dans ce chapitre, afin de définir le phénomène de la fatigue, les notions générales en relation avec la fatigue des structures, et les paramètres rentrant en jeu dans le comportement en fatigue. Une attention particulière est accordée par la suite aux approches et méthodes liées aux études en fatigues des structures de tenségrité. Et pour en finir, le chapitre présentera par la suite les critères de fatigue multiaxiale, qui peuvent décrire le comportement en fatigue des structures, en présence des charges répétées, orientées suivant plusieurs axes, pour une même section des éléments étudiés.

Nous signalons le peu de références bibliographiques sur la fatigue des structures de tenségrité, ceux qui se rapportent aux dômes câbles en relation avec la fatigue sont rares.

## 2. Notions générales sur la fatigue

### 2.1 Définition et historique :

La fatigue [WIK] est un processus (succession de mécanismes) qui sous l'action de contraintes ou déformations variables dans le temps modifie les propriétés locales d'un matériau et peut entraîner

la formation de fissures et éventuellement la rupture de la structure. La fatigue est notamment caractérisée par une étendue de variation de contrainte qui peut être bien inférieure à la limite élastique du matériau.

Les étapes principales de la fatigue sont :

- ✓ l'amorçage de fissures (si des défauts ne sont pas déjà présents dans le matériau),
- ✓ la propagation de fissures,
- ✓ et la rupture finale.

Les paramètres souvent utilisés pour prédire le comportement en fatigue et ainsi le nombre de cycles à rupture d'une structure sont :

- ✓ l'amplitude de cette sollicitation (chargement ou déformation imposée),
- ✓ sa valeur moyenne,
- ✓ l'état de surface, (puisque l'endommagement par fatigue apparaît en premier lieu à la surface des éléments, et se propage dans les sections les plus critiques).
- ✓ et le milieu dans lequel la structure sera utilisée.

Même si l'étude de la fatigue s'appuie sur des considérations théoriques (en particulier mécanique de la rupture), c'est essentiellement un domaine expérimental. La caractérisation d'un matériau, d'une pièce, d'un ensemble, d'une structure, ... nécessite de nombreux essais et mesures.

Les premiers essais de fatigue répertoriés [WIK] ont été faits par Wilhelm Albert en 1829, et concernaient les chaînes de puits de mine. En 1839, Jean-Victor Poncelet utilise pour la première fois le terme « fatigue ».

En 1842, la rupture en fatigue d'un essieu provoque la catastrophe ferroviaire de Meudon, comme le montrent les travaux de William Rankine.

En 1852, August Wöhler est chargé par le ministre prussien du commerce de travailler sur les ruptures d'axes d'essieux de trains. Il expose ses travaux à l'exposition universelle de 1867 à Paris.

En 1954, S. S. Manson et L. F. Coffin travaillent sur la fatigue oligo-cyclique.

Lorsque l'on exerce une contrainte monotone sur une éprouvette lisse (avec un champ de contrainte quasi uniforme) métallique ductile, l'éprouvette commence à se déformer de manière irréversible [WIK] par déformation plastique à partir d'une valeur de contrainte appelée « limite d'élasticité » et notée  $R_e$ . Lorsque l'on continue à allonger l'éprouvette, cette déformation plastique génère un endommagement puis une rupture, la contrainte provoquant l'endommagement étant appelée « résistance à la traction » et notée  $R_m$  ;  $R_m$  est supérieure à  $R_e$ .

Lorsque l'on conçoit une pièce, on la dimensionne en général pour que la contrainte ne dépasse jamais  $R_e$ , ce qui indiquerait une déformation irréversible de la pièce et donc perturberait le fonctionnement du système. Donc a fortiori pour que la contrainte ne dépasse jamais  $R_m$ .

Or, dans le cas d'un chargement cyclique, on observe une rupture après plusieurs cycles (parfois plusieurs millions de cycles), pour des valeurs de contrainte inférieures à  $R_e$ .

Certains matériaux présentent une limite d'endurance, inférieure à  $R_e$  : si la contrainte est inférieure à cette limite d'endurance, on n'observe « jamais » de rupture (du moins pas dans un temps raisonnable, typiquement plus de cent millions de cycles). Certains matériaux n'ont pas de limite

d'endurance, et la rupture survient toujours au bout d'un nombre plus ou moins long de cycles même pour de faibles valeurs de contrainte ; c'est notamment le cas des alliages d'aluminium.

Lors de la conception d'une structure, on doit examiner ses différents modes de dégradation :

- ✓ La rupture statique ou rupture en moins de un cycle (dans la phase ascendante de la charge, soit dans le premier quart du cycle dans le cas d'un cycle de type sinusoïdal).
- ✓ La déformation permanente (déformation plastique) si elle peut obérer le fonctionnement ultérieur.

Et si la structure subit des contraintes répétées :

- ✓ La rupture en fatigue oligocyclique : pour des chargements conduisant à la ruine en moins de 50 000 cycles.
- ✓ La fatigue conventionnelle au-delà de 50 000 cycles.

Ces différents modes de ruine correspondent à des chargements d'amplitudes décroissantes.

L'endommagement en fatigue se produit en priorité dans les zones dont les contraintes alternées sont les plus fortes, c'est-à-dire dans les zones à concentration de contraintes.

Si l'on observe la surface rompue au microscope, on a un faciès typique : on voit des stries globalement parallèles, correspondant à la propagation de la fissure à chaque sollicitation, puis une zone d'arrachement, correspondant à la rupture finale. La durée de vie d'une structure est donc le cumul des temps accordés à l'amorçage de la fissure, la propagation, et à la phase finale rupture.

## **2.2 Fatigue des matériaux et des structures :**

Depuis quelque cent cinquante ans [JEA97] que les constructeurs s'en préoccupent, le phénomène de fatigue des métaux n'a rien perdu de sa complexité, laquelle est liée en fait à la multiplicité des facteurs en jeu, et, si dès le milieu du XIXe siècle, la notion de limite d'endurance sous cycles d'amplitude fixe, dégagée par Wöhler, a aidé à réaliser certaines structures capables de tenir aux sollicitations cycliques, il s'en faut de beaucoup que cette notion permette de faire face, avec juste le nécessaire quant à la matière et aux moyens, à n'importe lequel des problèmes pratiques actuels : tenue sous sollicitation cyclique d'amplitude variable ou en fatigue oligocyclique, dimension limite des défauts tolérables, rôle du milieu, ou de la température, etc.». Ajoutons, aujourd'hui, la fatigue gigacyclique (Utilisé pour connaître le comportement de matériaux au-delà de dix millions de cycles).

Dans ces ouvrages, chaque volume constitue une mise au point de l'état de l'art dans un domaine donné de la fatigue. Ceci permet aux lecteurs intéressés d'utiliser ces livres comme des ouvrages de référence et d'aborder les divers domaines d'intérêt.

Il comporte les volets suivants : Introduction à la fatigue, Estimation des caractéristiques de résistance et d'endurance en fatigue, L'amorçage des fissures de fatigue, La fatigue plastique oligocyclique, Mécanismes de la déformation plastique en relation avec la fissuration par fatigue, Les lois de fissuration par fatigue, Le seuil de propagation, Comportement des fissures courtes en fatigue, Fatigue – Corrosion, Influence de l'environnement, Les essais de fatigue sous sollicitations d'amplitude variable, Croissance des fissures de fatigue sous chargement d'amplitude variable, Prévision de la croissance des fissures de fatigue dans les structures, Méthodes de prédiction de la durée de vie en fatigue multiaxiale de composantes de génie, Déformation cyclique et propagation des fissures dans les superalliages à base nickel, et Prévision de l'amorçage en fatigue à chaud.

Voici représentées schématiquement dans la figure 3.1, les courbes d'évolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles appliqués

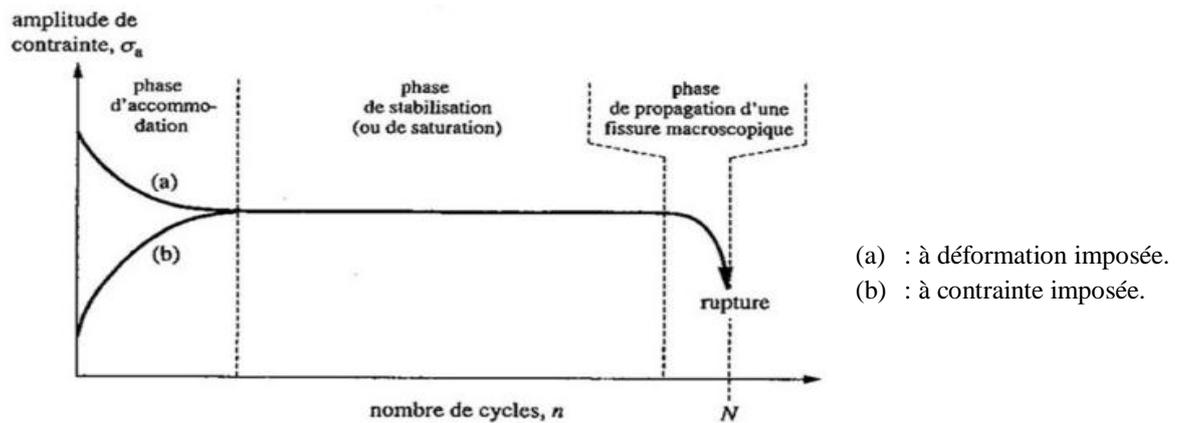


Figure 3.1 : Courbes de durcissement ou adoucissement cycliques schématisées [JEA97].

### 2.3 Dimensionnement d'une structure à l'état limite de fatigue :

L'objectif du dimensionnement d'une structure à l'état limite de fatigue [CEN92] est de s'assurer, avec un niveau acceptable de probabilité, que son comportement reste satisfaisant pendant toute la durée de vie de calcul, de sorte qu'il soit improbable que la structure soit ruinée par fatigue ou nécessite la réparation des désordres provoqués par la fatigue.

Le degré requis de sécurité est obtenu par l'application des coefficients partiels de sécurité adéquats.

### 2.4 Résistance à la fatigue :

La fatigue [ESD] est un phénomène progressif par lequel des dommages se développent d'abord lentement pour augmenter très rapidement avant la rupture. Ainsi, la première étape pendant laquelle l'amorce de la fissure se produit peut constituer 90 % de la durée de vie de l'élément si celui-ci présente une surface lisse avec des entailles arrondies.

La fissuration par fatigue dans les métaux est toujours liée à une accumulation de déformations plastiques irréversibles.

Dans le cas de pièces d'essai, petites, polies et sans entaille, soumises à la flexion alternée ou à une charge axiale tout à fait réversible, il y a une très bonne corrélation entre la résistance à la fatigue à grand nombre de cycles ( $10^6$  à  $10^7$ ) appelée aussi limite de fatigue et la résistance ultime en traction. Pour beaucoup de types d'aciers, la limite de fatigue (amplitude) est environ égale à 50 % de la résistance à la traction.

### 2.5 Durée de vie et sécurité à la fatigue :

**2.5.1 Définition de la durée de vie :** La durée de vie d'un élément soumis à des sollicitations variables répétées est définie [MAN94] comme étant le nombre de cycles de contraintes qu'il peut supporter avant sa rupture (Figure 3.2).

Quatre paramètres peuvent influencer la résistance à la fatigue :

- La différence de contrainte,
- La géométrie du détail de construction,
- Les caractéristiques du matériau,
- les effets de l'environnement.

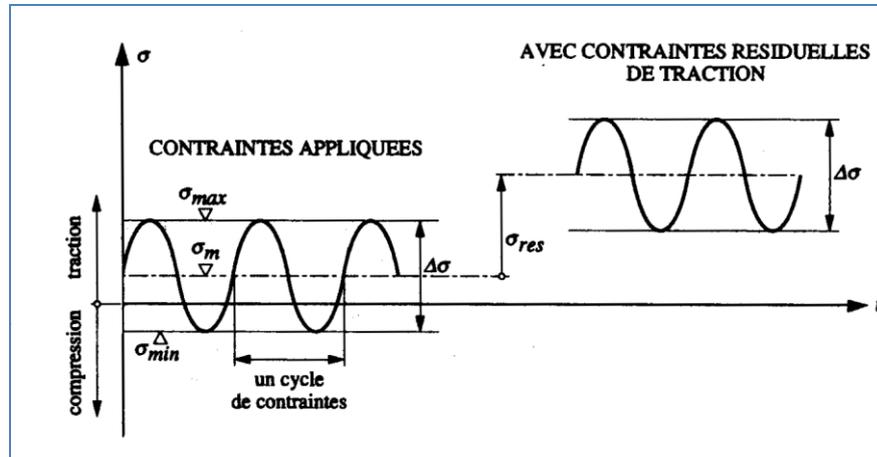


Figure 3.2 : Définition des contraintes et effet des contraintes résiduelles de traction [MAN94].

**2.5.2 Essai de fatigue** : Afin de connaître la résistance à la fatigue d'un élément de construction, il est nécessaire d'effectuer des essais [MAN94] de fatigue lors desquels on soumet des éprouvettes à une sollicitation variable, la plus simple (Figure 3.3) étant une variation de contraintes sinusoïdale.

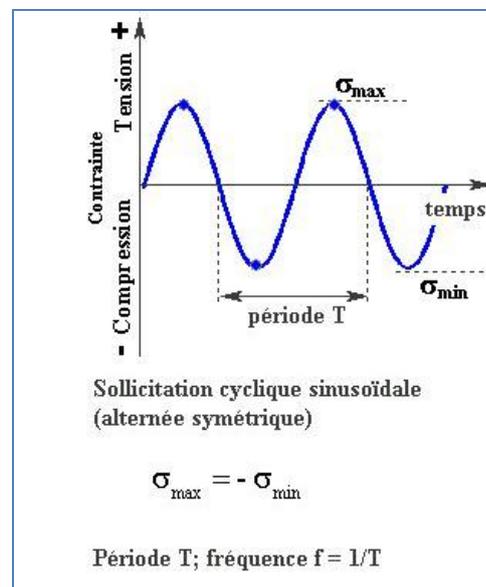


Figure 3.3 : Essai de fatigue, sollicitation cyclique sinusoïdale [MAN94].

L'établissement d'une courbe de résistance à la fatigue (Figure 3.4) doit tenir compte de la dispersion des résultats d'essais.

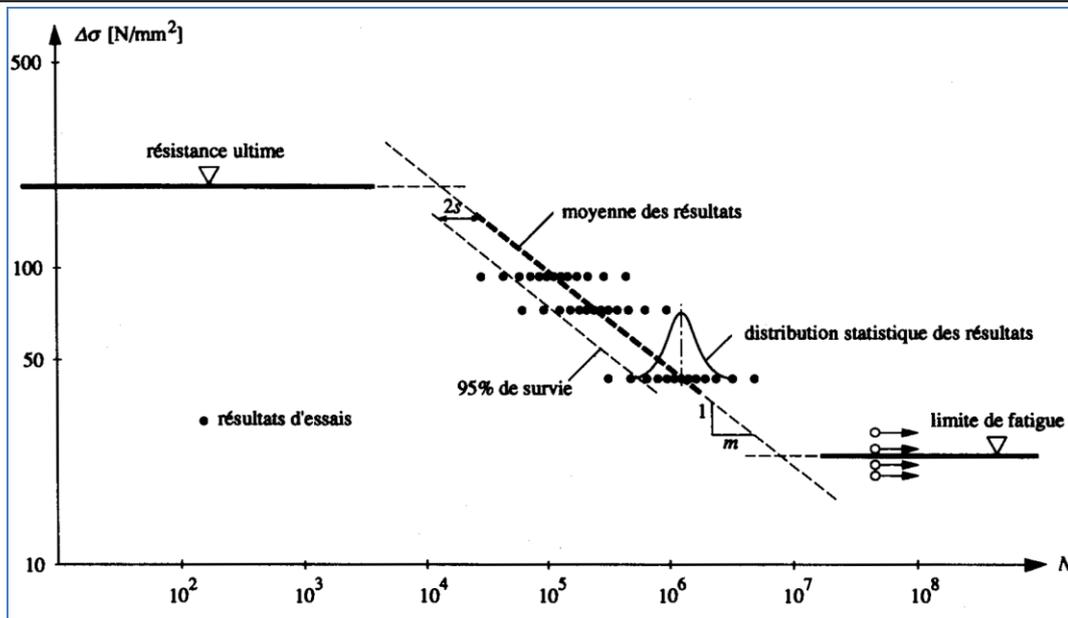


Figure 3.4 : Résultats d'essais sous sollicitations d'amplitude constante [MAN94].

**2.5.3 Propagation de la fissure :** Des essais de fatigue [MAN94] sur éprouvettes spécialement conçues à cet effet permettent d'observer la relation entre le nombre de cycles  $N$  et la dimension «  $a$  » de la fissure.

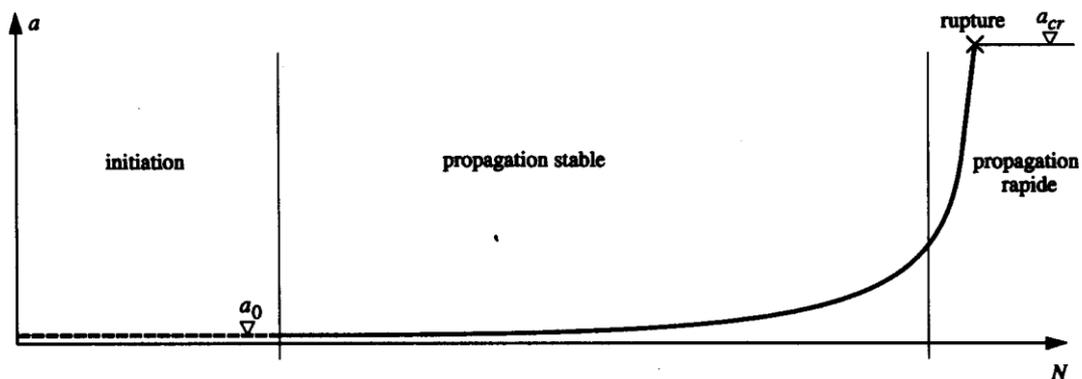


Figure 3.5 : Initiation et propagation d'une fissure de fatigue [MAN94].

**2.5.4 Calcul de la durée de vie :** La durée de vie totale [MAN94] est essentiellement constituée par l'initiation de la fissure et par la phase de propagation stable, car la faible contribution de la propagation rapide (ou instable) peut être négligée. Ainsi donc, la durée de vie peut être obtenue analytiquement par l'intégration de :

$$N_{ij} = \int_{a_i}^{a_j} dN = \int_{a_i}^{a_j} \frac{1}{D \Delta K^n} da \quad (3.1)$$

Avec :

$N_{ij}$  : nombre de cycles nécessaire pour agrandir la fissure de  $a_i$  à  $a_j$

$a$  : dimension de la fissure, avec  $a_j > a_i$

$dN$  : Variation du nombre de cycles.

$\Delta K$  : Différence du facteur d'intensité de contrainte.

$D$  et  $n$  : Constantes du matériau.

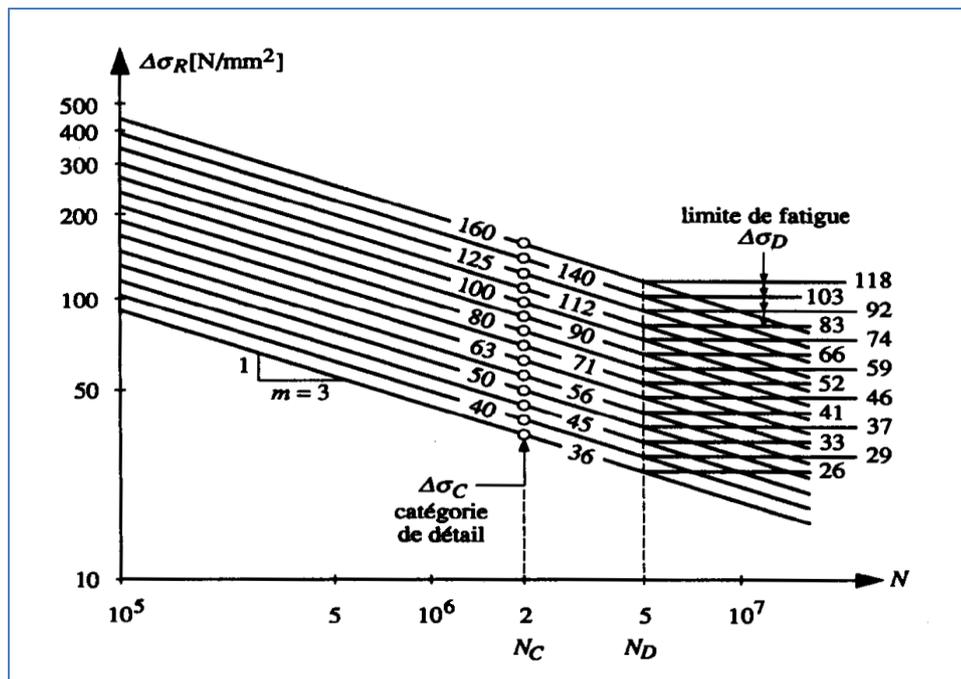


Figure 3.6 : Courbes de résistance à la fatigue normalisées [MAN94].

**2.5.5 Vérification de la sécurité à la fatigue :** La vérification de la sécurité à la fatigue [MAN94] consiste concrètement à montrer que l'effet de fatigue des charges d'exploitation ne compromet pas la sécurité structurale pendant la durée de service prévue. D'une façon générale, cette condition peut s'écrire de la façon suivante :

$$S_{fat} \leq \frac{R_{fat}}{\gamma_{fat}} \quad (3.2)$$

Avec :

$S_{fat}$  : sollicitation de fatigue  
 $R_{fat}$  : résistance à la fatigue  
 $\gamma_{fat}$  : facteur de résistance relatif à la sécurité à la fatigue

## 2.6 Sollicitations de la fatigue :

Un chargement cyclique, comme le vent, sur une structure, crée des sollicitations variables dans chaque élément ou détail de construction, un évènement de charge cyclique peut provoquer plusieurs cycles de contraintes, Il est donc important [MAN94] de comprendre la relation qu'il y a entre les charges agissant sur une structure et les contraintes correspondantes créées à l'intérieur de celle-ci. On parlera des contraintes axiales lorsque l'élément se trouve sollicité dans une seule direction, ou des contraintes multiaxiales dans le cas de sollicitations suivant deux ou plusieurs axes.

## 3. Fatigue des câbles

### 3.1 Complexité du comportement mécanique des câbles

Tout le long de la vie utile des câbles métalliques, ils sont soumis à des sollicitations mécaniques élevées et variables, selon leurs utilisations, indiquant une perte de la force originale, ce qui mène à des dégradations parfois très rapides conduisant à la rupture brutale [MOU15]. Ils nécessitent alors

une attention particulière en phase de l'étude du comportement mécanique, et une surveillance régulière et un entretien périodique en phase de service.

Du point de vue conception, les câbles sont en général des éléments structuraux ayant une capacité de supporter une grande charge axiale et ils peuvent continuer à reprendre les charges malgré la rupture d'un ou plusieurs fils [ZEJ07]. Ils doivent être considérés comme éléments d'usure avec une durée de vie limitée. Leurs propriétés mécaniques changent avec la fréquence d'utilisation. La conception d'un câble est tout à fait différente de la manière dont laquelle ses constituants sont arrangés. Le constituant de base [MOU15] du câble d'acier est le fil tréfilé, les fils sont alors torsadés pour former le toron, le câble est enfin fabriqué avec les torons, qui décrivent des hélices autour de l'âme lors de l'opération de câblage. Cette conception (Figure 3.7) rend l'interaction et le contact entre les constituants difficile à comprendre, elle relève de la discipline : Mécanique de contact.

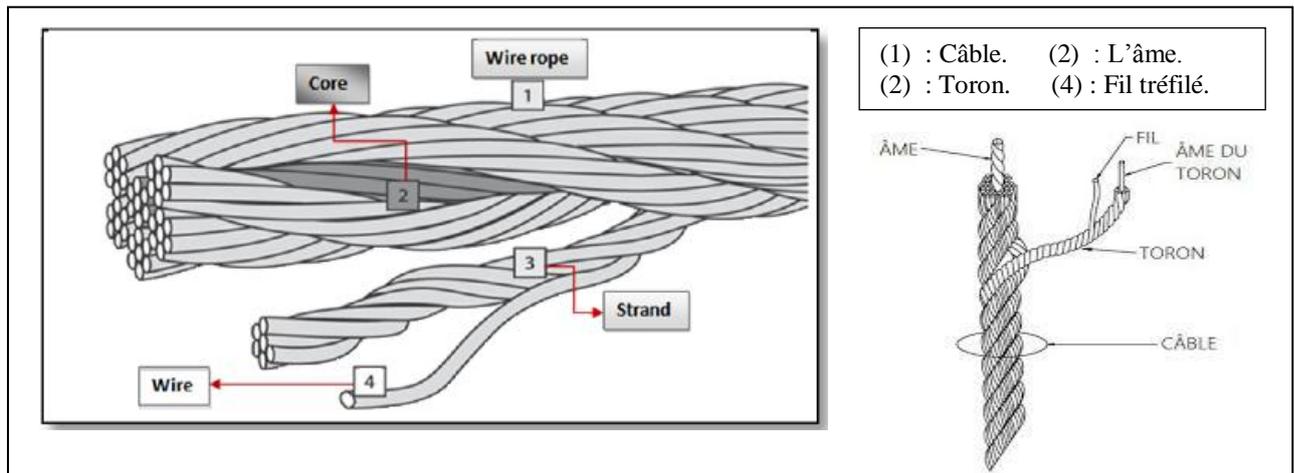


Figure 3.7 : Eléments constitutifs d'un câble métallique [MOU15].

A section égale, le câble est sans doute flexible par rapport à une barre simple, cette flexibilité le rend avec une réponse en fatigue tout à fait différente, une courbe typique de Wöhler des câbles est représentée dans la figure 3.8. La limite d'endurance  $\sigma_D$  est atteinte à  $0,52 \Delta\sigma_0$ , à nombre de cycles plus grand que les pièces en acier.

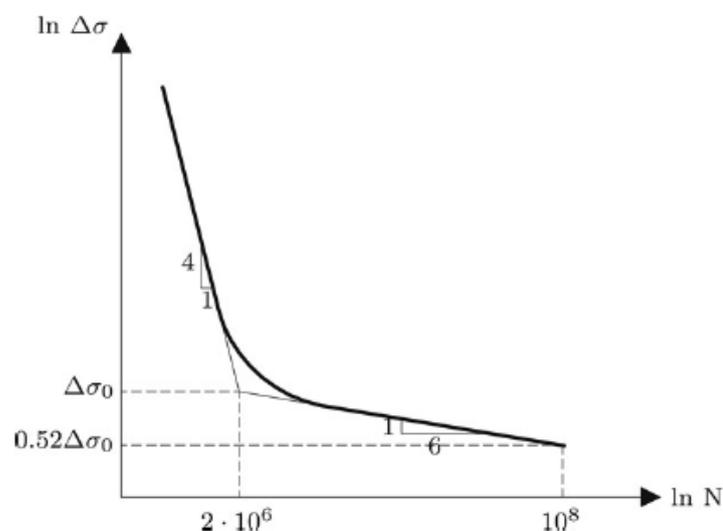


Figure 3.8 : Courbe typique de Wöhler pour les câbles [FED07].

### 3.2 Evaluation expérimentale de la résistance à la fatigue des câbles :

Plusieurs études ont été menées pour une évaluation expérimentale de la capacité portante des câbles, en charge monotone, ou cyclique. Nous citons ici à titre indicatif, les études du laboratoire LCPC (Laboratoire central de ponts et chaussées) en France, Le LCPC s'est doté en 1989 d'un équipement unique en France : le banc de fatigue des câbles, pouvant tester la capacité des câbles à la fatigue, le test consiste à appliquer une charge statique sur le câble à 45 % de sa limite de rupture, et la variation de force est répétée deux millions de fois, des capteurs acoustiques installés peuvent indiquer les dommages enregistrés (Figure 3.9). Les dernières évolutions du banc de fatigue des câbles lui permettent maintenant d'effectuer des essais complexes combinés en traction et flexion.

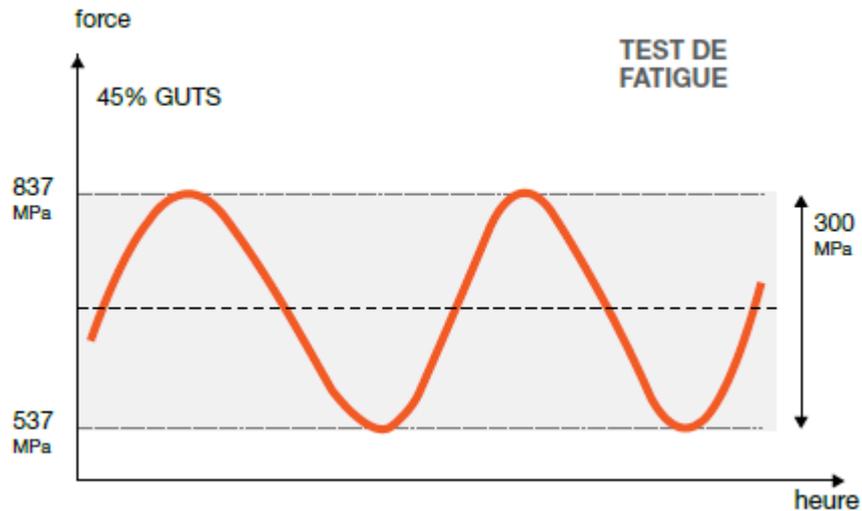


Figure 3.9 : Exemple d'un test de fatigue en traction – traction sur câble [BEK].

Un autre type de test (Figure 3.10) a été également adopté par le LCPC pour évaluer expérimentalement la capacité d'un câble à la fatigue par frottement. Les paramètres d'essai [36] étaient la force de contact  $2F_c$  (100 N à 2 kN) et la distance  $L$  entre patins (20 à 60 mm), ainsi que l'angle entre ces derniers et le fil d'essai ( $90^\circ$  et  $30^\circ$ ). L'étendue de variation du déplacement relatif est directement fonction de celle du chargement en traction et de la distance entre patins.

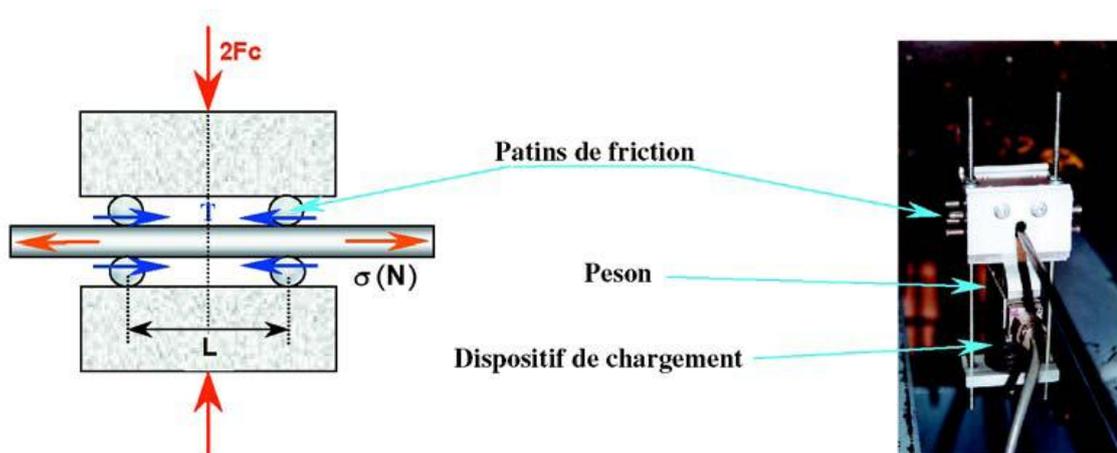


Figure 3.10 : Dispositif d'essai de fatigue par frottement [JEA03].

La représentation de Wöhler est donnée à la figure 3.11. Pour des fils clairs, avec  $F_c = 100$  N,  $L = 200$  mm et  $\alpha = 90^\circ$ , la représentation de Wöhler des résultats expérimentaux donne [JEA03]. Une limite d'endurance comprise entre 100 et 150 MPa pour un paramètre de chargement tangentiel  $Q$  variant entre 0,35 et 0,25. La figure 9 donne également des résultats pour des distances entre patins  $20 \leq L \leq 60$  mm et  $F_c = 200$  N ; la limite d'endurance est proche de 100 MPa.

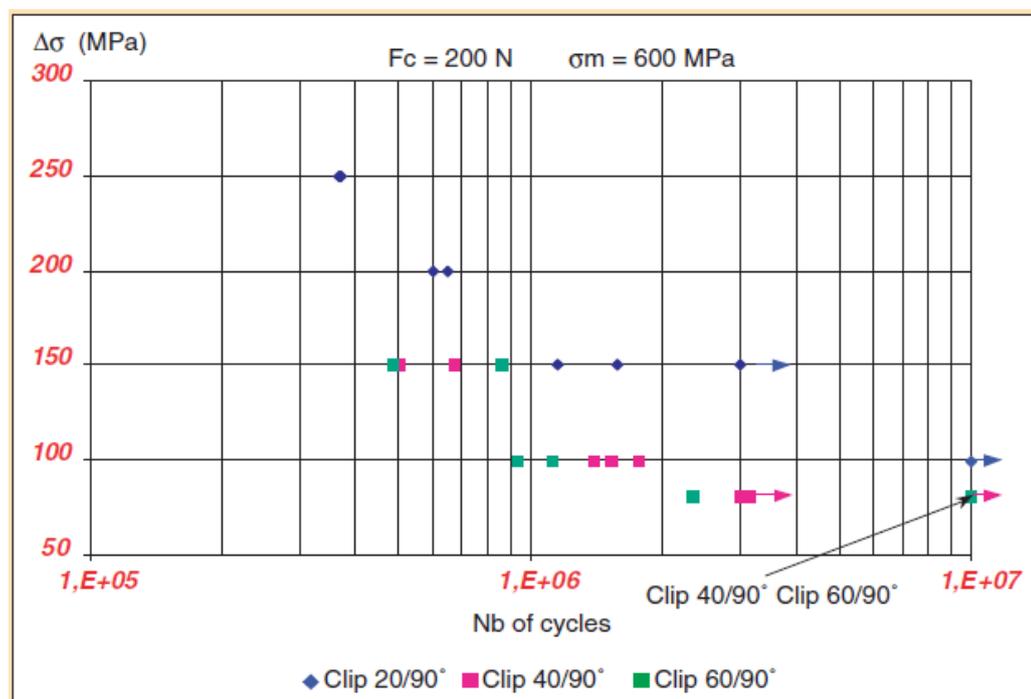


Figure 3.11 - Essais de fatigue par frottement sur fils clairs non lubrifiés.  
Représentation de Wöhler [JEA03].

Nous constatons ici la rupture par fatigue à des niveaux de chargement inférieurs à la limite élastique du câble en mode statique. Par contre, des niveaux de faible chargement, ne peuvent pas produire la fatigue, à n'importe quel nombre de cycles, c'est en fait la limite d'endurance.

### 3.3 Chargement de flexion cyclique :

La résistance de fatigue des câbles des ouvrages d'art a été toujours examinée par l'effort axial du câble, avec les ancrages attachés et avec une déviation angulaire des ancrages par rapport à la corde de câble. Cependant, ceci représente seulement un cas réaliste de charge si le câble approprié n'est pas sujet à aucune forme d'excitation du vent induite ou paramétrique qui peut mener aux vibrations de recourbement.

Pour les ponts, le cas de présence des excitations du vent et doit être prise en compte pour une meilleure approche réaliste, Même si ces efforts se présentent en amplitudes tendent souvent à être plutôt basses.

Pour évaluer normalement la résistance à la fatigue d'un câble de ce genre, les deux charges devront être examinées au moyen de chargement de flexion cyclique renversé à un niveau axial fixe de charge [WER11].

Pour simuler cette situation, un système d'un câble testé est assuré comme indiqué dans la figure suivante (Figure 3.12):



Figure 3.12 : Modèle simplifié d'un câble en mouvement [WER11].

La série d'essais avec ancrage simple montre que la rupture du fil de câble s'est produite à chacun des neuf essais dans la plupart du temps entre 10.000 et 20.000 cycles. L'endroit de la défaillance de fatigue était typiquement au bout de l'ancrage.

Pour la deuxième série d'essais avec un ancrage comprenant le dispositif de cachetage (scellement), les 15 essais ont passé les cycles de  $2 \times 10^6$  sans échec.

Les résultats d'essais démontrent que l'utilisation des ancrages ordinaires de cale sans toute mesure de réduction des contraintes de flexion à l'ancrage n'est pas suffisante pour l'usage des câbles qui sont exposés au recourbement de fatigue.

Dans un autre article [KNA04], l'auteur traite le comportement mécanique des fils hélicoïdaux d'un câble sous tension cyclique ou à la tension régulière avec le recourbement cyclique. Le modèle calcule tous les composants d'effort agissant sur l'acier des fils hélicoïdaux et compare ces derniers aux efforts de contact développés entre les couches de fil.

Des résultats modèles sont comparés aux résultats des essais faits sur un câble d'aérostat.

Plusieurs investigateurs ont proposé des modèles de fatigue. Drucker et Tachau (1945) ont prouvé que le contact compressif des efforts entre les fils est principalement la cause des défaillances de fatigue dans des câbles métalliques. Rossetti (1975) a proposé l'utilisation des formules qui définissent les fils le plus fortement soumis à une contrainte dans une corde.

Des combinaisons de la tension et des contraintes de flexion sont représentées par une courbe simple. Hobbs et Raoof (1982) traitent des couches de fil en tant que des feuilles orthotropes, et la fatigue est liée au glissement relatif des fils et à la dissipation d'énergie propre de glissement. Feyrer (1985) présente une formule pour prévoir la fatigue d'une corde avec la bonne corrélation d'essai pour la plier au-dessus d'une poulie. Hansel et Oleksy (1985) ont proposé une nouvelle méthode pour la fatigue des différents fils et fournit les données qui peuvent améliorer la modélisation de la fatigue.

Velinsky et Schmidt (1986) décrivent le mécanisme d'effet d'usage sur la rigidité d'un câble, la réduction de diamètre et l'échec final. Knapp (1979) et Knapp et Chiu (1988), ont proposé un modèle d'effort de contact qui prévoit le cycle à l'échec pour des câbles sous la tension de balancement.

Wiek (1988) compare de diverses formules basées sur l'usage ou la fatigue et conclut que le niveau de la contrainte de traction moyenne agissant sur des fils a la plus grande influence sur la résistance de câble métallique.

Dans la même démarche, une enquête expérimentale a été effectuée [SHA08] pour déterminer la susceptibilité des câbles scellés aux dommages de fatigue. Deux séries d'expériences ont été entreprises : douze spécimens ont été soumis aux charges de recourbement de fatigue de la première série et trois spécimens de faible diamètre ont été soumis aux charges de recourbement de fatigue de la deuxième série.

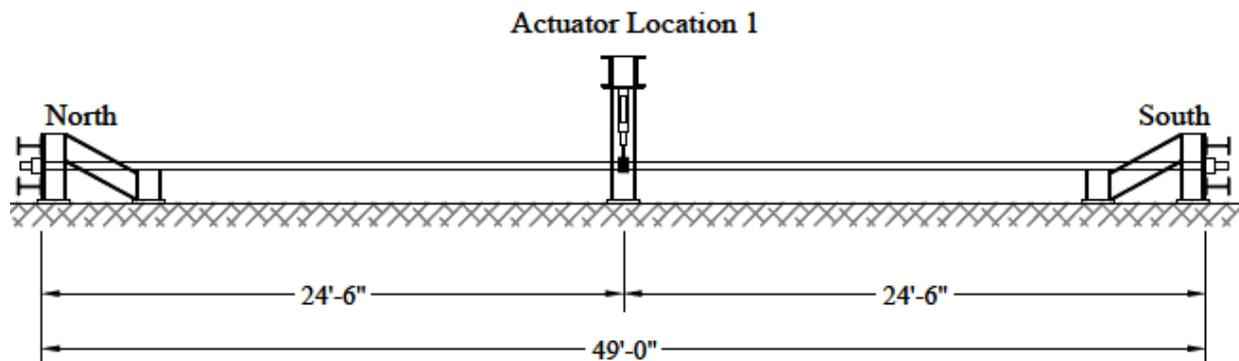


Figure 3.13 : Configuration originale de chargement pour les spécimens de faible diamètre [SHA08].

Les systèmes de surveillance acoustiques installés sur le pont de Fred Hartman ont fourni le moyen fiable de détecter des coupures de fil dans les spécimens de laboratoire.

Les résultats d'essai indiquent qu'on s'attend à ce que des dommages de fatigue soient concentrés dans les régions de la contrainte de flexion la plus élevée.

### **3.4 Influence du vent sur la fatigue des câbles :**

Le vent est phénomène caractérisant le mouvement de l'air qui se déplace, provoquant ainsi une pression, les câbles sont des éléments de construction très sensibles au vent, d'une manière générale, ce dernier excite [FRE09] les câbles selon deux modes principaux :

- Une vibration dite éolienne causée par le passage du vent sur le câble (3- 200 Hz),
- et une vibration causée par le sillage créée par les autres conducteurs d'un même faisceau (~1Hz).
- Un troisième mode d'excitation existe également sous certains climats, soit le galop.

Le vent est alors une charge variable dans le temps, elle peut être considérée dans la plupart des cas comme charge cyclique à amplitude variable, la sollicitation induite dans un câble suspendu, est la flexion.

Une recherche paramétrique [FED07] sur l'exécution axiale de la fatigue des câbles suspendus soumis aux vibrations latérales du vent a été présentée. L'analyse numérique de tous les dommages axiaux de fatigue produits par les excitations du vent sur les câbles en incluant le moment fléchissant est présentée.

Ces résultats peuvent être adoptés pour comparer le risque de rupture par fatigue se produisant au niveau des câbles suspendus (tels que des lignes électriques de transmission). Les simulations numériques sont conduites à un modèle en éléments finis non linéaires géométriquement en système

tridimensionnel. Expérimentalement validé dans les travaux précédents, le vent est simulé comme un processus gaussien monodimensionnel multi variable. On propose également une analyse numérique des réponses du câble sous différentes charges du vent pour discuter l'hypothèse de la distribution gaussienne.

Dans le même contexte une autre étude considère que les câbles aériens [FRE09] sont des solides toronnés, alliant ainsi une souplesse en flexion et en torsion à une grande résistance en traction. Sous l'effet du vent, les lignes de transmission d'électricité peuvent subir des dommages. Par exemple, la rupture d'une ligne de 460 kV, en fonction depuis 1973, a plongé environ 67 millions de Brésiliens dans le noir en janvier 2002. L'étude montre expérimentalement et numériquement, que les microglissements jouent un rôle important dans le processus de fatigue par petits d'ébattements. Ces microglissements et les contraintes de contact obtenus numériquement peuvent servir à calculer divers indicateurs de fatigue.

Une étude sur les câbles sous des hautes vibrations induites par le vent est présentée dans une autre référence [BRE], la surveillance installée sur un ouvrage à câbles a permis l'élaboration expérimentale de la courbe de fatigue pour des câbles de 72 mm.

L'inspection du câble étudié a mis en évidence que la fatigue se manifeste au niveau de l'ancrage.

### **3.5 Propagation des fissures dans les câbles :**

Le phénomène de propagation des fissures de fatigue dans les câbles est toujours sujet à l'interaction de plusieurs paramètres suivant la nature du câbles, et le mode de sollicitations. La notion de propagation de fissure courte a été appliquée au cas des fils en acier tréfilés pour identifier les conditions de propagation des fissures de fatigue de contact amorcées dans les torons. Les résultats de ces études expérimentales [BRE04] ont permis de recalibrer les modèles et de préciser l'influence sur la ténacité des aciers à haute résistance des conditions de fragilisation par l'hydrogène et de corrosion fissurante sous contrainte.

Une autre recherche [PER09] a consisté en l'étude de la propagation d'une fissure dans un fil d'acier tréfilé présentant un défaut de surface, ici une entaille réalisée par électro - érosion.

L'étude expérimentale a montré qu'une fissure s'amorce en fond d'entaille après un nombre de cycles compris entre 90 000 et 130 000. La phase de propagation, quant à elle dure entre 200 000 et 300 000 cycles.

Les résultats obtenus ont été comparés à la loi de Paris (qui donne une formulation de la vitesse de propagation d'une fissure en fonction de l'amplitude de facteur d'intensité de contrainte), pour laquelle deux couples de paramètres ont été calés. Un modèle numérique a permis d'obtenir les contraintes en fond d'entaille. Ces résultats, importés dans un logiciel de fatigue, ont permis de caler des paramètres afin de retrouver numériquement les résultats expérimentaux.

Afin de valider la détermination des différents paramètres et l'application de la loi de Paris, pour ce matériau, il faudra reproduire cette étude pour différents niveaux de contraintes.

### **5.6 Câbles de précontrainte sous différentes conditions :**

Le câble de précontrainte se trouve durant toute sa vie sollicitée à une force axiale, il est encore sujet à différentes conditions qui peuvent apporter des contraintes supplémentaires. Dans le laboratoire LCPC en France une opération de recherche a été entamée [LCP06], elle avait pour objectif de

mieux connaître et d'améliorer la durabilité des ouvrages à câbles (ponts en béton précontraint, ponts suspendus, ponts à haubans).

L'opération a été divisée en cinq sujets qui visaient à la fois à améliorer les connaissances sur les processus de dégradation et sur la capacité des câbles, y compris les câbles nouveaux, à y faire face, ainsi qu'à approcher des techniques permettant d'en augmenter le cycle de vie. Les cinq sujets étaient les suivants :

1. Caractérisation et qualification des matériaux pour câbles
2. Effet de la température sur le comportement des câbles et de leur enrobage
3. Comportement des câbles en fatigue complexe
4. Tenue à la corrosion des câbles
5. Matériaux aptes aux traitements électrochimiques de réhabilitation (béton précontraint).

Dans la figure 3.14, il est présenté un dispositif de l'essai permettant de déterminer l'influence de la flexion associée à un effort de traction dans les câbles.



Figure 3.14 : Dispositif LCPC de flexion cyclique associé à l'essai de traction [LCP06].

La figure 3.15 montre l'influence de la nature de traitement des surfaces des câbles, sur le comportement en fatigue. Plus la matière de traitement est visqueuse, la surface deviendra glissante, à faible frottement, ce qui donnera une résistance à la fatigue plus élevée.

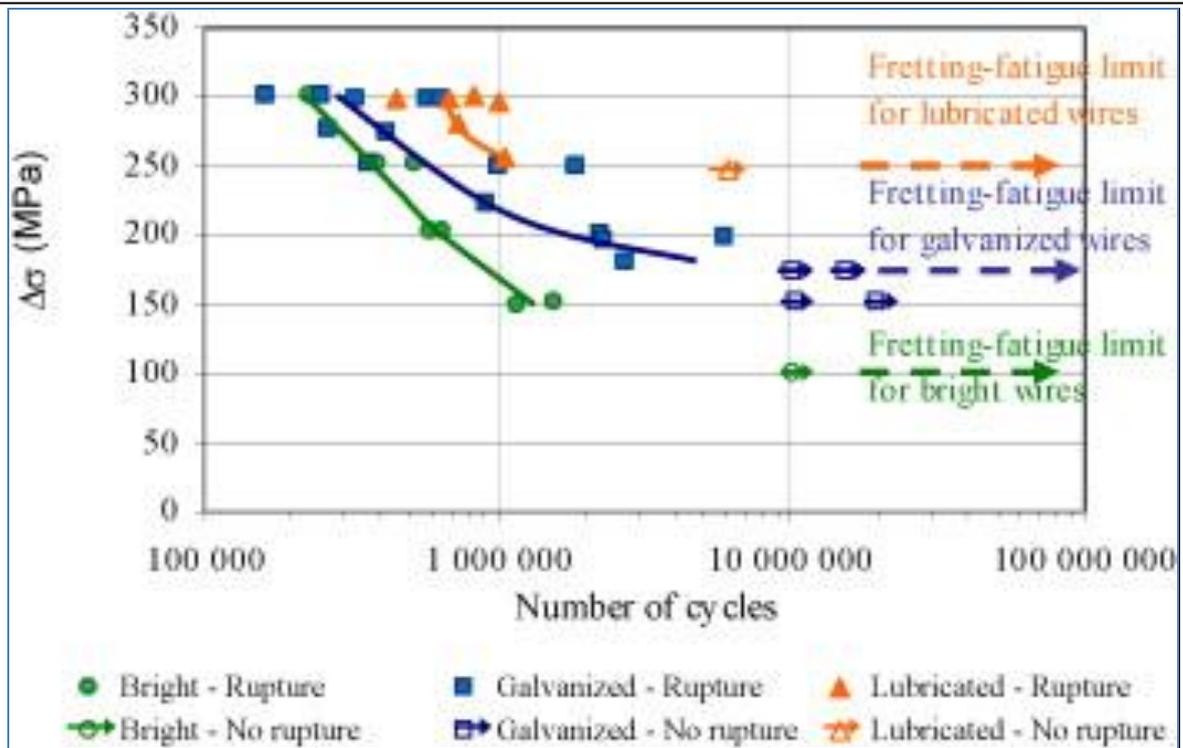


Figure 3.15 : Comparaison du comportement en fatigue de contact des fils clairs, galvanisés ou lubrifiés [LCP06].

### 3.7 Evaluation par test en place

Il parfois disponible d'intervenir en place pour évaluer avec des mesures directs ou simulée et avec constat la durabilité d'un câble de construction vis-à-vis à la fatigue. Une étude d'inspection [JAN02] rapporte les essais de vibration du champ d'un câble typique de séjour de 115 m bien avant et après avoir été installé des amortisseurs rhéologiques. Ces essais de vibration du champ ont été effectués en employant l'excitation ambiante de vibration, et l'excitation sinusoïdale suivie d'affaiblissement de vibration libre. Les fréquences de résonance et l'atténuation modale équivalente des vingt premiers modes du câble avec et sans amortisseurs sont identifiées.

L'installation des amortisseurs a comme conséquence un léger changement des fréquences de résonance en comparaison avec le câble libre, mais la variation de la tension appliquée presque n'affecte pas les fréquences de résonance.

La tension optimale étant appliqué aux amortisseurs, l'atténuation en résultant du système devrait être assez haute pour supprimer la vibration induite par le couple vent-pluie et protéger les câbles.

Une autre étude [MAR07] considère que l'ouverture d'un câble porteur sur plusieurs segments constitue une approche essentielle dans l'évaluation des ouvrages à câbles et notamment les ponts suspendus. Cette étude a été consacrée au contrôle du câble porteur du pont l'Île-d'Orléans. Ce pont est une belle réalisation du début des années trente des Ingénieurs Montréalais Monsarrat et Pratley (aussi concepteurs du *Lions' Gate Bridge* de Vancouver, à peu près à la même époque). Il a été ouvert à la circulation en 1935 (travaux débutés en 1931) soit il y a plus de 71 ans (figures 3.16). Il mesure 722 m d'un bloc d'ancrage à l'autre et il possède trois travées de 127 m, de 323 m (centrale) et de 127 m.



Figure 3.16 : Vue générale du pont de l'Île-d'Orléans [MAR07].

L'ensemble des mesures effectuées lors de l'ouverture du câble porteur du pont de l'Île-d'Orléans a permis d'établir avec succès et avec précision l'état de l'élément structural le plus important de l'ouvrage. Tant le niveau de corrosion que l'épaisseur de galvanisation ainsi que la résistance à la rupture des fils du câble ont pu être établis. De plus, le niveau de sollicitations dues aux charges permanentes et aux charges vives de véhicules a pu être confirmé. Enfin, il a été démontré, par les campagnes de mesures *in situ*, que tous les torons ne sont pas nécessairement sollicités également.

Ces mesures ont démontré que le câble porteur du pont de l'Île-d'Orléans est encore en bon état et qu'il se comporte réellement comme le prédisent les calculs provenant du modèle.

Cette procédure repose principalement sur le test direct sur les câbles en place, à travers ces tests l'état de l'élément porteur essentiel de l'ouvrage a été évalué.

#### 4. Fatigue – corrosion des câbles

##### 4.1 Paramètre environnement

Le câble en acier, est parfois, soumis durant toute sa vie à un environnement plus au moins agressif, cette agression couplée à la traction dans le câble, accélère et aggrave le processus de corrosion, ce qui influe sur la durée de vie de cet élément. Cette considération a ramené les concepteurs à proposer des câbles à base des matériaux plus durable.

Une étude sur une large gamme de câbles fabriqués par fibres [PET11] de constructions consiste en la caractérisation de la fatigue en traction – traction sur filaments est présentée, l'influence du paramètre environnement est pris en compte, l'étude est faite sur des modèles réels avec proposition de modèles en éléments finis.

##### 4.2 Dégradation des câbles soumis à un niveau de contrainte

Le processus de dégradation d'un câble corrodé en matière de perte de résistances, est un sujet ramenant le chercheur à évaluer cette dégradation à plusieurs niveaux. Une étude [KNA04] rappelle les différentes formes de dégradation qui affectent les fils métalliques constitutifs des câbles de génie civil, et les pertes de résistance mécanique qu'elles engendrent.

Les aciers pour fils de câble sont également sensibles à la corrosion fissurante sous contrainte (figure 3.17), cette sensibilité est d'autant plus importante que la contrainte de service est élevée. Les câbles de précontrainte, en particulier, sont utilisés au-dessus du seuil de contrainte d'apparition des phénomènes de fissuration, alors que la contrainte moyenne appliquée aux haubans, suspentes et paraboles est inférieure à ce seuil.



Figure 3.17 : Rupture par corrosion fissurante sous contrainte [BRE05].

Les fils constitutifs des câbles ont, par ailleurs, une limite d'endurance à la fatigue qui est fonction de la contrainte moyenne appliquée, mais qui ne dépend pas (pour les fils « modernes ») du diamètre du fil ou de la présence ou non d'un revêtement de galvanisation (données expérimentales extraites des travaux de divers laboratoires par Becker).

Les mécanismes de frottement en petits débattements sont aussi des sources de désordres : Usure ou fissuration par fatigue. Ils peuvent apparaître :

- soit aux contacts interfils (intercouches)
- soit aux contacts entre torons voisins,
- soit aux contacts entre toron et pièces fixes
- \_ propres au câble (ancrage, trompette, déviateur, collier, selle, ...)
- \_ ou au pont (tubes de rigidité, amortisseur, tablier, boules de signalisation).

Les mécanismes de corrosion et de fatigue, ont très souvent, un effet combiné nocif. On note, en particulier, que le seuil de non fissuration en corrosion fissurante sous contrainte diminue fortement en présence de sollicitations de fatigue (figure 3.18), et que les forces de contact diminuent la limite d'endurance apparente des fils (effet de câblage – fretting fatigue).



Figure 3.18 : Rupture d'un toron attribuée à la combinaison de phénomènes de corrosion fissurante et de fatigue (en flexion) [BRE05].

#### **4.3 Fatigue de contact des fils d'un câble déjà corrodé :**

Le problème d'analyse de l'influence de la corrosion sur la fatigue des câbles, exige une approche estimant l'interaction de cette corrosion avec la traction ou la flexion dans le câble. Une étude fixant l'objectif de modéliser la fatigue de contact des fils d'un câble déjà corrodé, tant sur le plan expérimental que numérique [PER07].

La corrosion est considérée ici comme un phénomène de surface qui se traduit par une réduction de section, des piqûres, des crevasses mais aussi par la présence en surface de débris qui se forme sous l'effet du fretting.

Dans un premier temps, un modèle du contact entre deux fils sains est abordé. Dans une deuxième partie, la corrosion, considérée comme débris, a été introduite dans le contact entre les deux fils sous la forme d'un troisième corps. Enfin, des études de fatigue à partir des modèles sains ont été réalisées afin de comparer les résultats numériques et expérimentaux.

La modélisation numérique de la fatigue de contact permet notamment d'étudier l'état de contraintes dans le fil, et de connaître les phénomènes qui ont lieu dans le fil. Les résultats obtenus à partir du modèle anisotrope montrent que la zone fragile se trouve sous le centre du contact légèrement en profondeur, et remonte en surface sur les bords du contact, ce qui est en accord avec les essais de fretting-fatigue menés à l'aide du dispositif expérimental pouvant reproduire les conditions de sollicitation des câbles de haubans.

#### **4.4 Surveillance du champ de contraintes :**

Le câble est parfois l'un des composants structuraux les plus critiques d'un ouvrage. Cependant, il souffre aisément des dommages de fatigue, des dommages de corrosion, et de leurs effets couplés. Ainsi, la surveillance de la santé de ces câbles est importante pour assurer l'intégrité et la sûreté de l'ouvrage.

Dans l'objectif de suivre le comportement d'un câble de pont, une étude [HUI09] propose un système de surveillance des câbles, des sondes intégrées dans l'élément sont installées, le champ de contraintes et de températures est alors détecté à tous moments. Le câble est devenu ainsi un élément intelligent.

Sur la base de ces conclusions, l'application de ce type de câbles de séjour sur le pont de Tianjing Yonghe a été démontrée. La fatigue des dommages cumulés des câbles a été évaluée sur la base du champ de surveillance des contraintes.

### **5. Cas particulier de fatigue des structures de tensegrité**

#### **5.1 Spécificité des structures de tensegrité :**

Les structures de tensegrité sont des ouvrages à câbles, mais avec un système réticulé particulier, spatiale et léger, elles sont composées de barres comprimées, et de câbles tendus, ces derniers sont soumis à un niveau d'autocontrainte suffisant pour la stabilité de la structure, et pour reprendre les charges en service avec une sécurité suffisante.

La spécificité particulière de ce type de structure, est que l'élément câble, qui est considéré l'élément de base, ne doit pas rompre, si une telle situation se présente, toute la structure devient sous une autre topologie, et ne pouvant pas continuer son niveau de service.

Cette situation peut arriver en mode statique, sous un chargement monotone, ou sous l'effet des charges variables ou cycliques. C'est pour cette raison, qu'on doit vérifier le comportement mécanique de ces structures, sous différentes sollicitations.

#### **5.2 Réponse dynamique d'une structure de tensegrité :**

Le premier sujet important à aborder est le comportement d'une structure de tensegrité vis-à-vis d'une excitation dynamique. Dans ce contexte, une mini-grille étant posée sur 3 appuis (figure 3.19)

[DUB09], elle est excitée verticalement par un pot vibrant positionné en condition aux limites libre/libre sur la nappe supérieure de la structure.

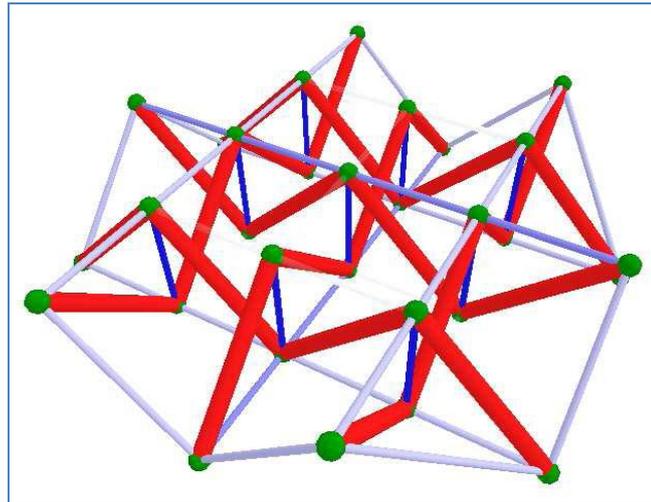


Figure 3.19 : Vue globale de la mini-grille de tensegrité [DUB09].

La reconnaissance dynamique se fait par analyse harmonique, sur la plage de fréquences [0 Hz; 100 Hz], ce qui est suffisant pour identifier les trois premiers modes de la structure. La fréquence d'échantillonnage des signaux adoptée est de 200 Hz.

Trois séries d'expériences A, B et D suivant l'endroit de modification de l'autocontrainte sont effectuées pour différents rapports d'états partiels  $a/b$ . L'objectif est de corréler l'incidence de l'autocontrainte avec le comportement dynamique de la structure. La figure 3.20 montre que le rapport  $a/b$  caractérisant le niveau de l'autocontrainte, influe considérablement sur la réponse dynamique de la structure, le niveau faible de l'autocontrainte se traduit par un comportement différent de celui d'un niveau moyen.

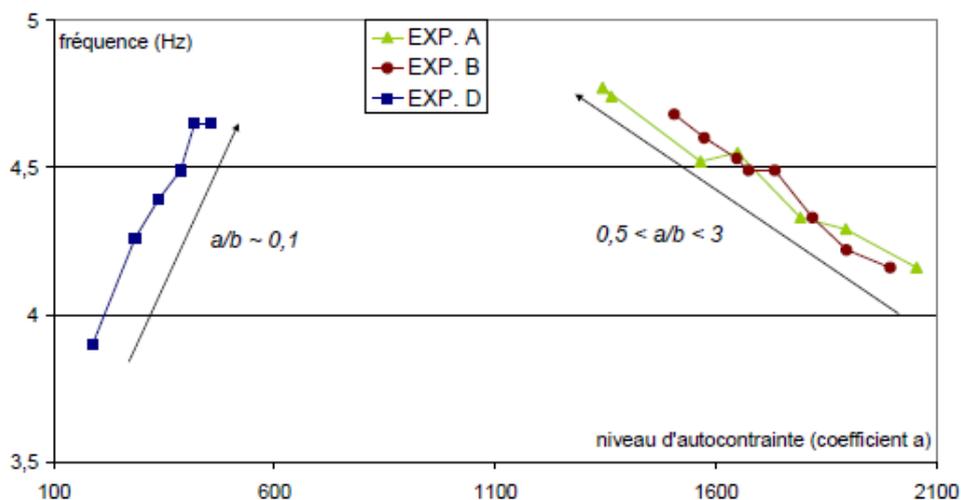


Figure 3.20 : Evolution de la fréquence du premier mode en fonction du niveau d'autocontrainte pour chaque série. [DUB09].

Cette première série d'expériences montre également que le phénomène d'amortissement est principalement visqueux. La modélisation de la structure correspond au comportement réel.

### 5.3 Mesure de la précontrainte dans les câbles soumis à la flexion cyclique :

Dans une autre démarche, on peut connaître la précontrainte des câbles d'une structure de tensegrité, en introduisant une excitation latérale de flexion cyclique dans les câbles pour identifier la valeur de traction dans chaque câble (Figure 3.21). Une structure du type tensegrité [QUI14] a été excitée latéralement pour chaque câble tendu pour la détermination de la précontrainte au niveau des câbles, cette technique automatisée est notamment pour des systèmes ne possédant pas d'éléments en acier rigides (utilisation de matériaux composites pour les barres par exemple), la mesure devient problématique, la fréquence de vibration des seuls câbles dépendant fortement des conditions aux extrémités.

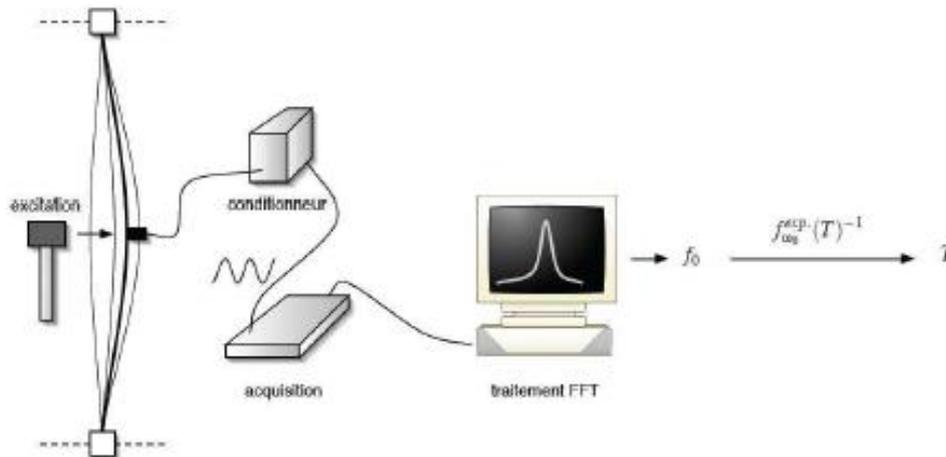


Figure 3.21 : Analyse des fréquences de vibration des éléments [QUI14].

Egalement, des méthodes dynamiques [QUI14] ont été utilisées pour la détermination de la tension dans les câbles, ces méthodes utilisant la vibration du câble pour déterminer sa tension sont basées sur la formule donnant la fréquence de vibration d'une corde vibrante :

$$f = \frac{n}{4L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (3.3)$$

Où  $T$  est la tension (N),  $L$  la demi longueur de la corde (m),  $\mu$  la masse volumique (kg/m),  $f$  la fréquence de vibration (Hz) et  $n$  l'ordre du mode de vibration.

Pour  $n = 1$ , la tension s'écrit :

$$T = 16L^2 f^2 \mu \quad (3.4)$$

Cette méthode a été adaptée pour les câbles par Siegert [SIE04] en prenant en compte l'inertie quadratique du câble à la flexion dans l'expression de la fréquence de vibration.

Avec le même principe de la méthode précédente NGUYEN Anh Dung [NGU09] a pu mesurer la fréquence propre de tous les câbles d'un anneau de tensegrité. Les valeurs relevées (figure 3.22) présentent une homogénéité des efforts dans les éléments d'une même famille.

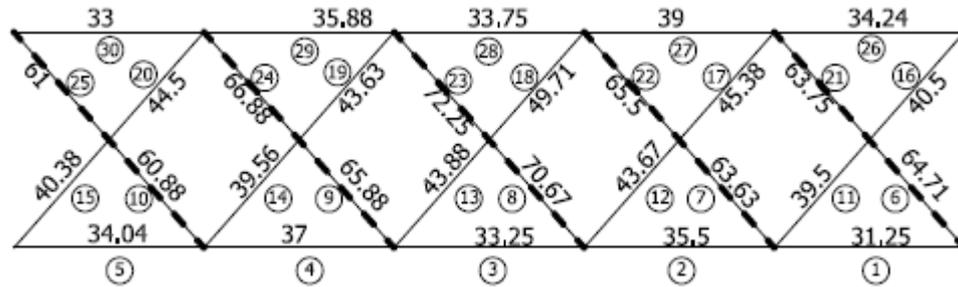


Figure 3.22 : Mesure de fréquence en Hz sur les câbles (projection cylindrique) [NGU09].

## 6. Les critères de fatigue multiaxiale

### 6.1 Introduction :

La fatigue des structures est se produite en général à des sollicitations multiaxiales dans les éléments constitutifs, Cette situation conduit à des états de contrainte biaxiale ou triaxiale. L'approche de la méthode en utilisant le modèle de la fatigue uniaxiale ne représente pas dans ce cas le comportement réel. C'est pour cela qu'on fera appel à l'utilisation des critères de fatigue multiaxiale.

La prédiction de la durée de vie d'un matériau sous chargement multiaxial dans le régime de la fatigue à grand nombre de cycles est encore une tâche difficile. La dispersion significative des résultats dans ce domaine provient de plusieurs facteurs tels que l'hétérogénéité de la microstructure, la géométrie de la structure, le trajet de chargement, etc. [HUY09].

Un critère de fatigue est défini en général [BIA18] par un paramètre en fonction du chemin de tenseur d'efforts et des caractéristiques mécaniques du matériel, et permet pour déterminer si la pièce ou la structure se rompra ou pas. En effet, quand le paramètre choisi de dommages ( $E$ ) remarquable atteint une valeur plus grande qu'un seuil  $E_C$ , la structure se rompra.

$$E([\sigma_{ij}(t)]_T, \sigma_{-1}, f_{-1}, \sigma_0, f_0, \tau_{-1}, \dots) = 1 \quad (3.5)$$

$E \geq E_c \rightarrow rupture$

$E < E_c \rightarrow non - rupture$

### 6.2 Critère de Dang Van

L'auteur de ce critère affirme que le mécanisme de base [CHA05] pour l'amorçage des fissures est le cisaillement des plans cristallographiques les plus défavorablement orientés. La contrainte de cisaillement locale agissant sur ces plans est un paramètre important à considérer. L'influence de la pression hydrostatique est prépondérante dans le phénomène d'ouverture des fissures, une traction favorise ce mécanisme, une compression hydrostatique le rend plus difficile. Dang Van a développé une approche microscopique-macroscopique pour calculer la contrainte dans les grains en relation avec la contrainte connue à l'échelle macroscopique. A partir de ce concept, l'auteur a proposé son critère, souvent utilisé pour différentes structures, et notamment dans l'industrie automobile française(PSA), et intégré dans les logiciels de conception.

La formulation générale de critère est présentée sous la forme suivante [CHA05] :

Ce critère se différencie des autres critères de fatigue par sa formulation qui constitue un contrôle instantané et local de l'état de contraintes microscopiques, de la forme :

$$E_h = \max_t \frac{\tau_{ha}(t) + A \cdot P_H(t)}{B} \quad (3.6)$$

$E_h$  : est une maximisation d'un indicateur de dommage pour un plan.  
La fonction de fatigue du critère s'écrit :

$$E_{DV} = \max_h(E_h) \quad (3.7)$$

Le principal défaut de cette version, qu'elle est très couteuse en temps de calcul, pour la construction du plus petit cercle circonscrit au trajet de charge, et pour la double maximisation sur  $h$  et  $t$ .

L'expression globale finale du critère est écrite sous la forme suivante [BEN11] :

$$\tau_a + \alpha \cdot P_H \leq \beta \dots \quad (3.8)$$

Où  $\tau_a$  est la contrainte de cisaillement maximale, et  $P_H$  est la contrainte hydrostatique.

Les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  sont déterminées par :

$$\alpha = 3 \cdot \left( \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.9)$$

$$\beta = \tau_{-1}. \quad (3.10)$$

La condition de validité de cette version du critère est

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2} \quad (3.11)$$

### 6.3 Critère de Mataké

Mataké a proposé ce critère en 1977. Ce critère est basé [CHA05] sur les données expérimentales des essais bi-axiaux de type torsion-flexion réalisés sur trois différents matériaux (cuivre et acier). Il décrit le plan critique dans lequel l'amplitude de la contrainte de cisaillement est maximale, et que la normale au plan critique est déterminée par la relation :

$$\max_n (\tau_a(\varphi_c, \theta_c)) \quad (3.12)$$

Le critère s'écrit :

$$\tau_a + \mu * \sigma_{n \max} < \lambda \quad (3.13)$$

$\mu$  et  $\lambda$  sont les paramètres du matériau, déterminés par deux essais de fatigue :

a) Torsion pure :

$$\tau_a = \tau_{-1} \quad \text{et} \quad \sigma_{n \max} = 0 \quad \text{alors} \quad \lambda = \tau_{-1}$$

b) Traction alternée symétrique

$$\tau_a = \frac{\sigma_{-1}}{2} \quad \text{et} \quad \sigma_{n \max} = \frac{\sigma_{-1}}{2} \quad \text{alors} \quad \mu = 2 \cdot \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1$$

$\varphi$  et  $\theta$  sont les angles qui déterminent la position de la normale au plan matériel. Le domaine

$$\text{de validité est : } \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}. \quad (3.14)$$

#### 6.4 Critère de Findley

Ce critère a été établi en 1957. Findley utilise [CHA05] le même formalisme que Mataké. Cependant le plan critique est défini en maximisant la combinaison linéaire de deux termes :

$$\max_n \{ \tau_a(\varphi_c, \theta_c) + k \cdot \sigma_{n \max}(\varphi_c, \theta_c) \} \text{ au lieu de } \max_n (\tau_a(\varphi_c, \theta_c)) \text{ proposée par Mataké. } \tau_a \text{ est}$$

l'amplitude de la contrainte de cisaillement et  $\sigma_{n \max}$  la valeur maximale de la contrainte normale au plan de normal  $\vec{n}$ .

Le critère de fatigue est donné par la relation :

$$\tau_a(\varphi_c, \theta_c) + k \cdot \sigma_{n \max}(\varphi_c, \theta_c) < f \quad (3.15)$$

$$\text{avec : } k = \frac{2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}}{2 \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1}} \quad \text{et} \quad f = \sqrt{4 \cdot \left( \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1 \right)} \quad (3.16)$$

#### 6.5 Modélisation d'un problème de fatigue des structures

La modélisation [ARN05] d'un problème de fatigue des structures se résume en introduction d'un système de forces cycliques formulé sur la base des paramètres de fatigue, le résultat attendu est sous forme d'un tenseur de contraintes, introduit par la suite dans la fonction globale du critère de fatigue adopté.

Ainsi, la sollicitation globale s'explique sur la structure peut être définie de la forme suivante :

$$F_{tot}(t) = F_0 + F_1 \sin(\omega t) + F_2 \sin(\omega t + \phi) \quad (3.17)$$

Ou :

$F_0$  est la sollicitation constante.

$F_1$  est le module de la première sollicitation alternée.

$F_2$  est le module de la première sollicitation alternée déphasée.

La réponse en terme de tenseur de contraintes de la structure sera alors de la forme :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{0ij} + \sigma_{1ij} \sin(\omega t) + \sigma_{2ij} \sin(\omega t + \phi) \quad (3.18)$$

Etant que l'on travaille dans le domaine de l'élasticité linéaire, on peut identifier les termes de l'équation précédente :

$\sigma_{0ij}$  est la réponse de la structure en terme de tenseur de contraintes à la sollicitation constante  $F_0$ .

$\sigma_{1ij}$  est la réponse à  $F_1$ .

$\sigma_{2ij}$  est la réponse à  $F_2$ .

Enfin, il faut noter que la fréquence des sollicitations influe peu dans le comportement en fatigue tant que celle-ci n'est pas élevée au point de produire un échauffement de structure. Aussi, la valeur de  $\omega$  importe peu.

## 6.6 Validité des critères

Lorsque la limite d'endurance du matériau est atteinte [NAD10], on a la relation  $E = 1$  pour tout cycle multiaxial dans l'hypothèse où le critère traduit exactement le comportement réel en fatigue du matériau. En fait, on obtient en général, hormis pour les essais dits de calage comme  $\sigma_{-1}$  ou  $\tau_{-1}$  qui ont permis de définir les coefficients matériau propres à la formulation du critère, une valeur de la fonction de fatigue  $E$  différente de 1.

L'interprétation de la fonction de fatigue d'un critère, c'est à dire son exploitation pratique en fait, est la suivante :

- si  $E < 1$ , le critère s'avère laxiste ou non conservatif pour le concepteur : il prévoit des niveaux de contraintes à l'endurance plus importants que ceux obtenus expérimentalement,
- si  $E > 1$ , le critère place le concepteur en sécurité. Il est conservatif vis à vis du comportement réel du matériau en fatigue. Le cycle multiaxial situé à l'endurance est perçu par le critère comme plus sévère qu'il n'est en réalité.

## 7. Conclusion

L'interaction de plusieurs paramètres dans l'évaluation du comportement à la fatigue d'un câble faisant partie principale d'une structure, rend la démarche de prédire la durée de vie de la structure, une tâche difficile.

Pour évaluer normalement la résistance à la fatigue d'un câble d'ouvrage de Génie Civil, la combinaison de charges présente une démarche plus réaliste du comportement mécanique des câbles.

Plusieurs chercheurs ont prouvé que le contact compressif des efforts entre les fils est principalement la cause des défaillances de fatigue dans des câbles métalliques.

Il est parfois constaté et démontré que la fatigue est liée au glissement relatif des fils et à la dissipation d'énergie propre de glissement.

L'inspection des câbles étudiés par plusieurs auteurs a mis en évidence que la fatigue se manifeste généralement au niveau de l'ancrage de ces câbles.

L'environnement du câble peut aussi provoquer une aggravation de la situation, le cumul des dommages produits par la corrosion des câbles à l'effort appliqué est une démarche réaliste pour évaluer la limite de fatigue dans un environnement proche du réel.

La structure de tenségrité présente une classe particulière, l'étude de fatigue implique d'abord de comprendre le comportement mécanique de ces structures, sa réponse, l'influence du niveau de l'autocontrainte, et de pouvoir mesurer l'autocontrainte dans les câbles suite à une excitation de flexion cyclique dans les câbles.

L'objectif principal de l'étude de fatigue des câbles d'une structure en général, est de connaître le comportement réel de cet élément et le modéliser correctement, la vérification de la sécurité à la fatigue consiste concrètement à montrer que l'effet de fatigue des charges d'exploitation ne compromet pas la sécurité structurale pendant la durée de service prévue.

Un critère de fatigue un est modèle mathématique, donnant l'interaction entre les contraintes produites dans une section étudiée, sous une charge cyclique, le résultat combiné donnera une indication quantitative pour le jugement sur l'état d'endommagement du matériau.

L'approche utilisant des critères de fatigue multiaxiale donnera une alternative plus intéressante, elle pourra prendre en compte l'influence des contraintes résultantes dans plusieurs directions. Nous avons jugé utile de présenter trois critères les plus utilisés dans la mécanique de fatigue. Ces trois critères seront adoptés dans le prochain chapitre.

## **CHAPITRE 4 :**

Modèle d'analyse en fatigue des dômes câbles.

## 1. Introduction

Dans ce chapitre nous proposons un modèle d'analyse qui permet de prédire la durée de vie en fatigue bi axiale des câbles faisant partie principale des structures des dômes câbles, le modèle en question prend en considération le comportement mécanique sous chargement monotone couplé avec le comportement sous chargement cyclique. Pour déterminer la fonction de fatigue, des critères de fatigue multiaxiale du plan critique seront adoptés. Ce modèle sera appliqué et validé sur une classe particulière et innovante des structures légères à savoir les dômes câbles à base de tenségrité. Par la suite un critère de fatigue spécifique à ces structures a été proposé et validé.

La modélisation du comportement en fatigue a été faite par l'introduction des fonctions élaborées sur la base des critères de fatigue multiaxiale, ces critères basés sur l'approche du plan critique, sont largement utilisés [CHA05], ils s'adaptent mieux pour l'analyse en fatigue dans les cas des charges en phase [BIA18]. Nous utilisons – à titre indicatif - dans ce contexte les trois critères les plus connus en ce domaine (dits critères locaux ou critères de plan critique) : Dang Van, Mataké, et Findley. Des études récentes ont également montré l'efficacité de ces critères [PAP05].

Avant de modéliser chaque structure du dôme câbles à étudier pour l'analyse en fatigue, le système sera étudiée en phase recherche de forme (mécanismes et bases d'autocontraintes), dans cette étape la configuration stable définitive de la structure est arrêtée avant introduction de la charge extérieure. Cette démarche est expliquée par Logzit N. en [LOG08a], [LOG08b], [LOG09a] et [LOG09b], une autre formulation des équations d'équilibre des systèmes de dômes câbles est également proposée par Qing-shuai Caoa, Zhi-hong Zhangb [QIN10]. L'étude en fatigue des dômes câbles sera alors précédé par une étape du comportement sous chargement statique en non linéarité géométrique, pour cela nous adoptons l'approche proposée par [KEB99] et [KEB08].

Le modèle d'analyse proposé sera par la suite appliqué, vérifié et validé, par une étude de simulation numérique de l'analyse du comportement mécanique en fatigue des câbles constituant l'élément de base de la structure des dômes câbles à base de tenségrité, il est clair que l'étude débutera par des modules simples, en allant vers des structures de dômes plus complexes.

Les dômes étudiés ont été classés en trois grandes familles :

- Module de base : Module plan constitué de quatre câbles et une barre centrale,
- Dôme de moyenne taille : Dôme à huit barres et trente-deux câbles,
- Dôme de grand diamètre : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.

La simulation sera effectuée en utilisant un logiciel de mécanique des solides COMSOL Multiphysics, version 5.4 (2018), ce logiciel est basé sur un calcul en éléments finis des solides et structures.

Les matériaux (câbles et barres) sont supposés homogènes et isotropes, leur comportement est considéré élastique linéaire, la notion de la non linéarité géométrique caractérisant ce types de structures a été également introduite.

L'étude du comportement mécanique en fatigue est une tâche très délicate [HUY09], elle demande la connaissance et la maîtrise de plusieurs aspects, notre travail sera organisé d'une manière explicite pour pouvoir corrélérer entre la conception, stabilité, comportement en mode statique et comportement en mode cyclique.

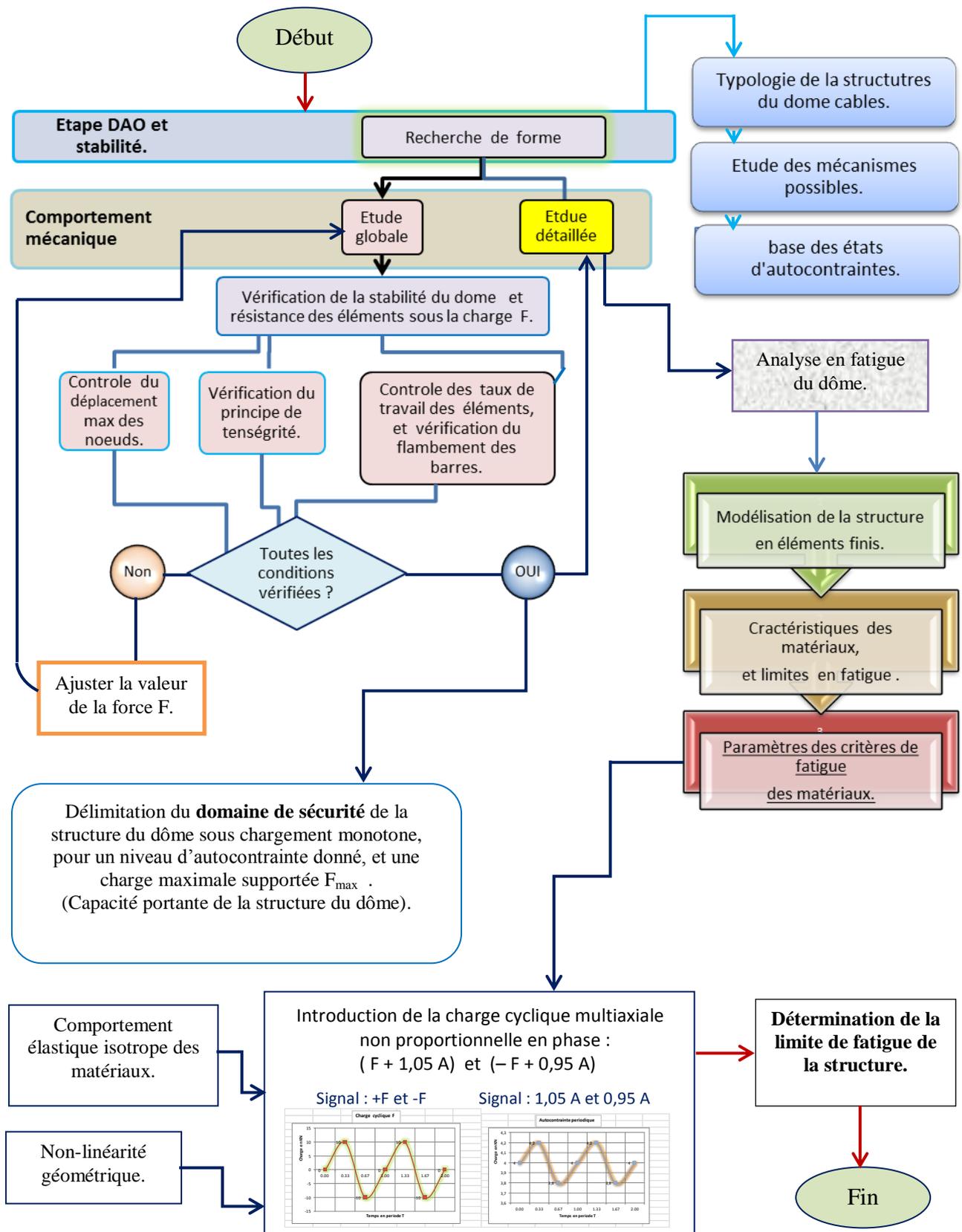
## 2. Algorithme de l'étude du comportement mécanique

L'étude du comportement mécanique (figure 4.1) sera élaborée en deux approches, la première approche dite générale ou Macro à grande échelle, basée sur la méthode des éléments finis en non linéarité géométrique, appliquée aux systèmes discrets, approche avec laquelle l'élément câble ou barre constitue lui-même le type d'élément fini utilisé (élément à deux nœuds, avec 3 degrés de liberté par nœud). Dans cette approche nous utilisons le modèle développé en chapitre 2, auquel nous nous sommes attachés à l'adapter en intégrant les équations et les critères de fatigue. Dans cette approche on s'intéresse au comportement global au niveau des câbles et des barres sous chargement monotone.

La deuxième approche dite locale ou détaillée ou micro, à petite échelle. Basée cette fois ci sur la méthode des éléments finis, en non linéarité géométrique, appliquée aux milieux continus. Dans cette approche l'élément barre ou câble est discrétisé suivant un maillage à base d'élément, un mode tétraédrique de maillage a été utilisé afin d'augmenter la précision de calcul au niveau des rayons de raccordements des éléments. Dans cette approche nous nous sommes servis du Logiciel Comsol. L'objectif de cette démarche était d'observer et d'analyser au niveau local le degré de fatigue des éléments composant la structure autour des nœuds de jonction. Cette approche permettra de suivre le comportement des dômes câbles en chargement monotone et à la fatigue.

Ces deux approches seront couplées pour des raisons de vérification, de suivi du comportement, et pour la validation du modèle d'analyse à la fatigue.

Ce travail est précédé par une étape appelée : étape DAO et stabilité, elle consiste en la conception et dessin assisté par ordinateur, afin d'arrêter la conception 3D, et la recherche de forme stable par la méthode de la matrice d'équilibre, les mécanismes et les états d'autocontraintes de chaque structure des dômes câbles étudiés seront déduites du modèle exposé en chapitre 2. Le principe de tenségrité est à vérifier en chaque approche : Traction dans les câbles, et compression dans les barres, aucun relâchement ou compression au niveau des câbles n'est admis.



A : Autocontrainte à introduire au niveau des câbles de la structure du dôme.

Figure 4.1 : Algorithme d'étude du comportement mécanique sous chargement monotone et cyclique.

### 3. Formulation mathématique de l'analyse en fatigue

Dans un repère représentant la force extérieure  $F$  en fonction du niveau d'autocontrainte  $A$  (figure 4.2), le domaine de sécurité (élasticité linéaire des matériaux) de la structure du dôme câbles en mode chargement monotone est défini dans une zone supposée  $S$ .

L'analyse en fatigue de la structure du dôme câbles repose sur le principe de recherche d'une zone à l'intérieur du domaine de sécurité en mode chargement monotone, qui représente un risque de fatigue en mode de chargement cyclique. Et partant de ce principe, on peut écrire :

$\exists$  un sous-domaine  $R$  exprimant la fatigue par rupture en mode chargement cyclique ssi  $\exists$  un paramètre de dommage vérifiant les conditions :

$$E \neq \{0\} \quad \text{tq} \quad E > E_c. \quad (4.1)$$

Où  $E_c$  est le seuil critique de dommage en fatigue.

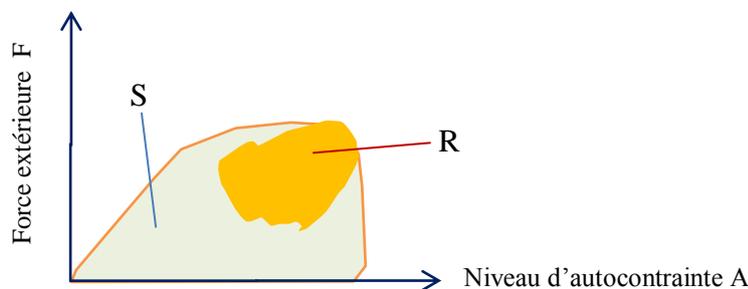


Figure 4.2 : Définition du domaine de sécurité en chargement monotone et le sous-domaine de fatigue.

Pour une structure d'un dôme câbles définie dans un domaine de sécurité avec le couple de forces :  $F$  et  $A$ , le système de forces cycliques appliqué pour chaque instant  $t$  sous forme sinusoïdal est défini comme suit :

$$\begin{cases} F(t) = F_m + F_a [\sin(2\pi f \cdot t)] \\ A(t) = A_m + A_a [\sin(2\pi f \cdot t)]. \end{cases} \quad (4.2)$$

Avec :

$F_m$  et  $A_m$  représentent les valeurs de la force extérieure moyenne et la valeur de l'autocontrainte moyenne respectivement :

$$\begin{cases} F_m = (F_{\max} + F_{\min}) / 2 \\ A_m = (A_{\max} + A_{\min}) / 2 \end{cases} \quad (4.3)$$

Comme les valeurs  $F_{\max}$  et  $F_{\min}$  seront prises alternées à amplitude constante :  $+F$  et  $-F$ , la valeur de  $F_m$  déduite de la relation (4.3) est donc nulle.

La valeur de l'autocontrainte est nécessaire à la stabilité du système, les fluctuations de charge en mode cyclique doivent être de faibles amplitudes, dans le cadre la présente étude, les valeurs de  $A_{\max}$  et  $A_{\min}$  seront prises égales à 1,05 A et 0,95 A respectivement, d'où l'application de la relation (4.3) donne  $A_m = 1$ .

$F_a$  et  $A_a$  représentent les valeurs de l'amplitude de la force extérieure et l'amplitude de l'autocontrainte respectivement :

$$\begin{cases} F_a = (F_{\max} - F_{\min}) / 2 \\ A_a = (A_{\max} - A_{\min}) / 2 \end{cases} \quad (4.4)$$

Les valeurs  $F_{\max}$  et  $F_{\min}$  sont alternées à amplitude constante, la valeur de  $F_a = F$ .

Et les valeurs de  $A_{\max}$  et  $A_{\min}$  sont égales à 1,05 A et 0,95 A respectivement, d'où  $A_a = 0,05$  A.

On replace ces résultats dans le système d'équations (4.2), avec  $F_m = 0$  et  $A_m = A$ , l'aspect dynamique des forces cycliques appliquées s'écrira donc comme suit :

$$\begin{cases} F(t) = F [\sin(2\pi f \cdot t)] \\ A(t) = A + 0,05 A [\sin(2\pi f \cdot t)] \end{cases} \quad (4.5)$$

Avec :

$f = 1/T$  représente la fréquence exprimée en HZ (cycle/seconde), qui est l'inverse de la période  $T$  (en seconde) de la fluctuation du chargement.

Le système de forces cycliques (5) est calibré en phase, donc il sera appliqué à la structure dans le même instant (Figure 3), et durant un nombre de cycles entre  $10^6$  et  $10^7$ , généralement admis pour atteindre la limite de fatigue des matériaux utilisés.

Du fait de la fluctuation différente des charges, pour chaque instant  $t$  le rapport de force entre  $F$  et  $A$  n'est pas constant, on parlera alors d'un système de chargement cyclique non proportionnel.

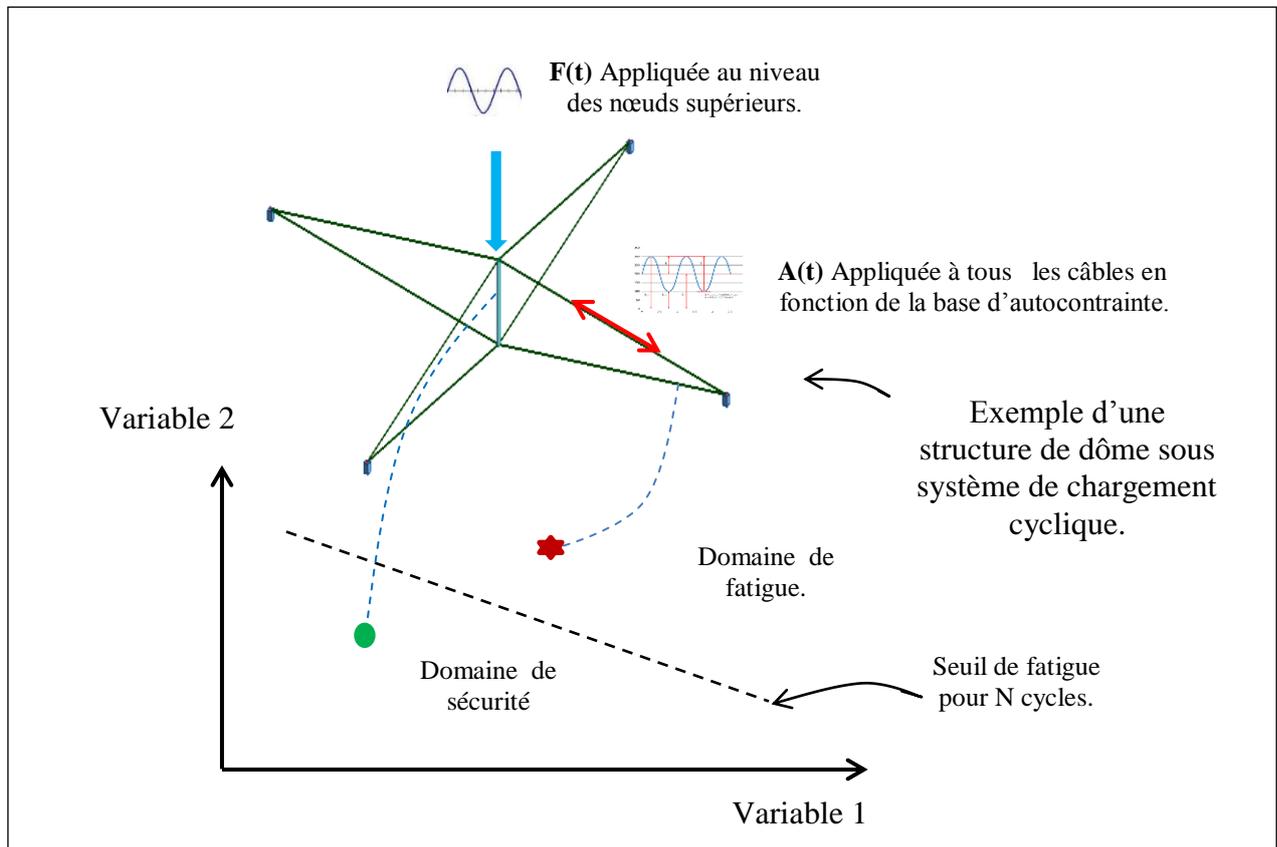


Figure 4.3 : Principe d'un critère de fatigue à deux variables.

Chaque point de la structure du dôme câbles (figure 4.3) a pour image un point dans l'espace du critère de fatigue (dans le domaine de sécurité ou non).

En introduisant les caractéristiques et limites en fatigue des matériaux (barres et câbles), et en considérant les hypothèses prises concernant le type d'analyse, le comportement des matériaux, un critère de fatigue multiaxial nous donne un paramètre  $E$  en fonction du chemin d'efforts, et peut être écrit comme suit :

$$E([\sigma_{ij}(t)]_t, \sigma_{-1}, \sigma_0, \tau_{-1}, k, f) = 1 \quad (4.6)$$

Avec :

$[\sigma_{ij}(t)]_t$  : le tenseur de contraintes à l'instant  $t$  sous le chargement multiaxial appliqué.

$\sigma_{-1}$  : Limite d'endurance en traction alternée symétrique pour :  $R = -1$ .

$\sigma_0$  : Limite d'endurance en flexion rotative symétrique pour :  $R = -1$ .

$\tau_{-1}$  : Limite d'endurance en torsion alternée symétrique pour :  $R = -1$ .

$k$  : Coefficient de sensibilité de la contrainte normale pour chaque critère.

$f$  : Facteur limite pour chaque critère.

Un critère de fatigue multiaxial [ARN05] met en relation les grandeurs issues du cycle des contraintes  $[\sigma_{ij}(t)]$  définies sur une période  $T$  (amplitudes, valeurs moyennes, valeurs maximales, parties alternées) et des limites d'endurances des matériaux utilisés suivant plusieurs modes de sollicitation (traction alternée symétrique, flexion alternée symétrique, et torsion ...). Nous utilisons dans le cadre de cette étude des critères basés sur une approche par plans critiques.

Quand le paramètre choisi de dommages ( $E$ ) atteint pour un critère donné une valeur plus grande qu'un seuil  $E_c$ , le résultat se trouve dans le sous domaine caractérisant ainsi un risque de fatigue de la structure.

Cette limite est aussi exprimée d'une autre manière par un facteur d'utilisation du critère donnant la valeur du rapport  $E/E_c$ .

$$\text{Si } E/E_c \geq 1, \text{ La limite de fatigue est atteinte.} \quad (4.7)$$

Un critère de fatigue à deux variables, peut être illustré dans un plan contrainte tangentielle et contrainte normale, et en exploitant les limites de fatigue du matériau ( $\tau_{-1}$ ,  $\sigma_{-1}$ ) suivant la figure 4.4. :

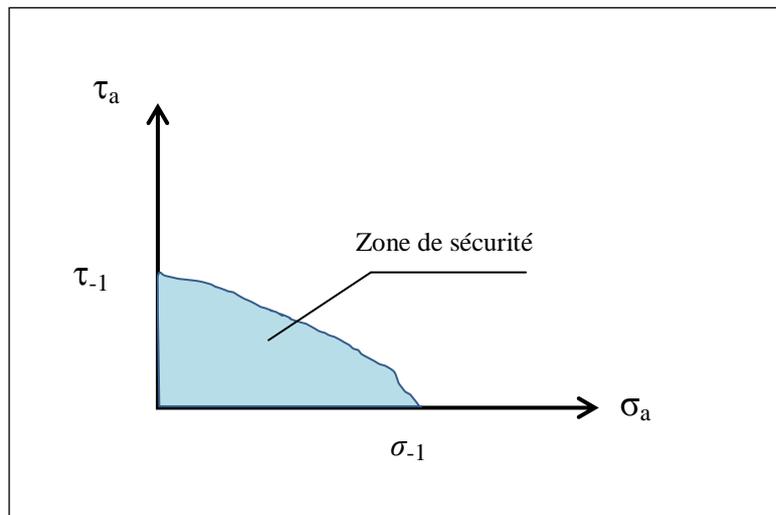


Figure 4.4 : Zone de sécurité d'un critère de fatigue.

La réponse de la structure en terme de tenseur des contraintes peut être formulée sous forme d'une contrainte équivalente  $\sigma_{VM}$  de Von Mises, elle représente l'énergie de déformation que le matériau peut stocker avant plastification, elle vaut dans le cas tridimensionnel :

$$\sigma_{V.M.} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad (4.8)$$

où :  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , et  $\sigma_3$  sont les contraintes principales.

Finalement, pour chaque structure d'un dôme câbles définie par un domaine de sécurité en mode chargement monotone, l'analyse en fatigue consiste en la recherche d'une zone de risque qui pourra se produire quand la charge devienne cyclique.

#### 4. Caractéristiques des câbles et des barres

On admet en générale pour une approximation préliminaire en phase de prédimensionnement d'un dôme câbles à base de tenségrité un rapport entre le diamètre des barres et celui des câbles de l'ordre de 10, mais cette considération reste conditionnée par une optimisation de dimensionnement en fonction de plusieurs paramètres :

- ✓ D'abord la forme générale de la structure,
- ✓ La forme des triangles formant le principe de tenségrité,
- ✓ Le niveau de l'autocontrainte,
- ✓ Les caractéristiques mécaniques des matériaux (câbles et barres).
- ✓ Et le niveau et le type du chargement extérieur.

A titre d'exemple, Jérôme Quirant [QUI14], propose pour des structures de tenségrité de forme bien déterminée, destinées à des applications de génie civil, à un niveau d'autocontrainte de 50 %, un rapport  $E_b S_b / E_c S_c \approx 10$ .

Les sections des câbles et des barres de chaque structure des dômes câbles étudiés ont été choisies en fonction des taux de travail des éléments, tout en restant dans le domaine de sécurité (domaine élastique) sous chargement monotone (voir plus de détails dans la première partie de cette thèse).

Les caractéristiques mécaniques sous chargement monotone des aciers utilisés pour les câbles et les barres dans le cadre de cette étude sont présentées dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Caractéristiques des matériaux sous chargement monotone

<b>Matériaux</b>	<b>Grandeur</b>	<b>Unité</b>	<b>Valeur</b>
Acier des câbles	Résistance à la traction $R_m$	MPa	719,90
	Résistance élastique $R_e$	MPa	448,30
	Module d'élasticité longitudinal $E$	GPa	200
	Coefficient de Poisson $\nu$	-	0,3
Acier des barres	Résistance à la traction $R_m$	MPa	395,00
	Résistance élastique $R_e$	MPa	245,00
	Module d'élasticité longitudinal $E$	GPa	200
	Coefficient de Poisson $\nu$	-	0,3

Les limites de fatigue déterminées par les essais à haut nombre de cycles de fatigue (entre  $10^6$  et  $10^7$  cycles) ont été déduites des références [CHA05] et [WB99] et illustrées comme suit (Tableau 4.2).

Sur la base des valeurs (Tableau 4.2) de limites de fatigue (Essais effectués sur des éprouvettes normatives en aciers testés), les paramètres utilisés dans les fonctions des différents critères de fatigue multiaxiale ont été déterminées en utilisant les formules exposées ci-dessus en recherches bibliographiques concernant les critères de fatigue multiaxiale, les résultats de ces paramètres sont regroupés dans le tableau 4.3.

Tableau 4.2 : Limites de fatigue des matériaux

Matériaux	Essais de fatigue	Limites d'endurance	Unité	Valeur
Acier des câbles	Traction alternée symétrique : R = -1	$\sigma_{-1}$	MPa	226,00
	Flexion rotative symétrique : R = - 1	$\sigma_0$	MPa	243,00
	Torsion alternée symétrique : R = -1	$\tau_{-1}$	MPa	178,00
Acier des barres	Traction alternée symétrique : R = -1	$\sigma_{-1}$	MPa	206,00
	Flexion rotative symétrique : R = - 1	$\sigma_0$	MPa	337,00
	Torsion alternée symétrique : R = -1	$\tau_{-1}$	MPa	123,00

Tableau 4.3 : Paramètres des critères de fatigue des matériaux

Matériaux	Critères	Paramètres	Unité	Valeur
Acier des câbles	Dang Van	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,863
		Facteur limite f	MPa	178,00
	Mataké	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,575
		Facteur limite f	MPa	178,00
	Findley	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,703
		Facteur limite f	MPa	217,60
Acier des barres	Dang Van	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,291
		Facteur limite f	MPa	123,00
	Mataké	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,194
		Facteur limite f	MPa	123,00
	Findley	Coefficient de sensibilité de la contrainte normale k	-	0,198
		Facteur limite f	MPa	125,40

## 5. Détermination du signal de chargement cyclique multiaxial :

La section des câbles (éléments les plus sensibles à la fatigue) se trouve - du fait de la présence des efforts d'autocontrainte et du chargement extérieur – soumise au moment de l'équilibre à un tenseur de contrainte de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1(t) & \sigma_{12}(t) & 0 \\ \sigma_{12}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Où  $\sigma_1$  représente la contrainte due à l'autocontrainte et à la composante normale du vecteur charge extérieur, et  $\sigma_{12}$  représente la composante tangentielle due à la charge extérieure.

Après couplage du tenseur de contrainte équivalente au chargement subi par la structure du dôme câbles étudiée pendant son chargement, ce dernier devient un signal bi-axial non proportionnel. Cette non proportionnalité est due à la non constante au long du cycle, du rapport entre l'autocontrainte et la charge extérieure.

Le signal de chargement cyclique bi-axial non proportionnel appliqué est donc modélisé comme suit (Figure 4.5), un léger lissage des courbes est généralement admis :

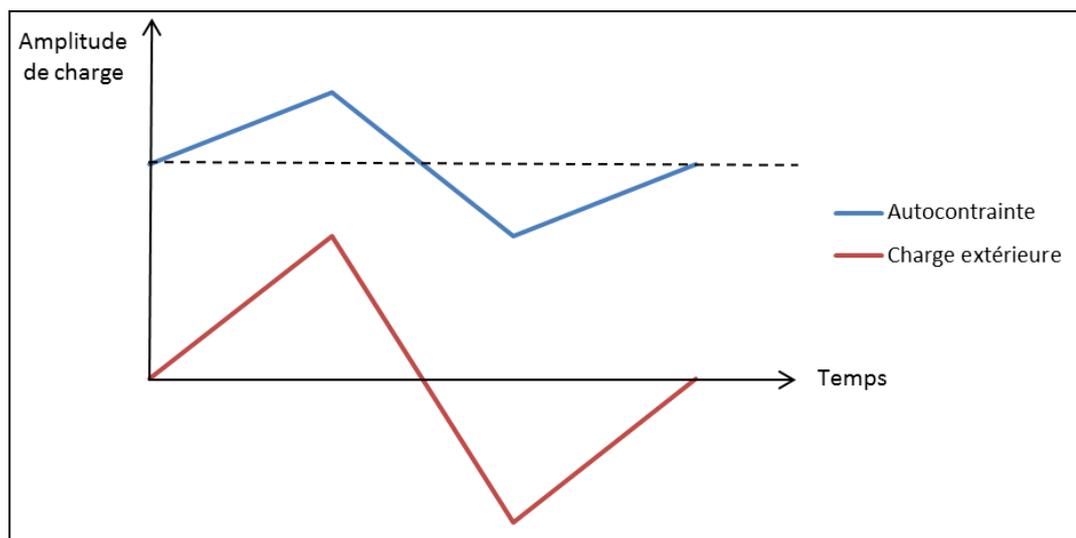


Figure 4.5 : Signal de chargement cyclique bi-axial en phase

Les deux ondes du signal de chargement ont été calibrées en phase. Pour assurer la stabilité nécessaire de la structure des dômes câbles, on préfère minimiser au maximum le  $\Delta\sigma$  concernant le signal de l'autocontrainte.

Il est à noter que la fréquence du signal a en général peu d'influence [ARN05] dans le domaine de la présente étude (sauf fatigue-fluage, fatigue- corrosion ou échauffement). Aussi la valeur de la pulsation importe peu.

## 6. Modélisation des structures à étudier :

Compte tenu du type de chargement cyclique appliqué sur la section la plus critique des câbles, bi-axial : traction-cisaillement, la modélisation de la structure à étudier a été réalisée suivant les options suivantes :

- ✓ Modélisation géométrique tridimensionnelle de la structure (câbles, barres, et nœuds). Le câble a été modélisé en un élément solide linéaire, l'autocontrainte a été introduite – avant chargement de la structure- en appliquant des forces axiales (suivant axe du câble) aux frontières (extrémités) de cet élément, un suivi rigoureux du comportement des câbles pour assurer qu'ils soient toujours soumis à la traction lors de l'étude du comportement mécanique de la structure, aucun comportement en compression des câbles n'est admis.
- ✓ Maillage de toute la structure permettant une interpolation quadratique du champ de déplacement, Un mode tétraédrique de maillage a été utilisé afin d'augmenter la précision de calcul aux niveaux des rayons de raccordements des éléments.
- ✓ Introduction de la loi de comportement élastique isotrope des matériaux. En tenant en compte de la notion du non-linéarité géométrique de la structure.
- ✓ Conditions aux limites : nœuds fixes aux extrémités de la structure, tout en gardant un libre mouvement au niveau du reste des nœuds.
- ✓ Chargement : on applique l'autocontrainte axiale au niveau des frontières de chaque câble, cette charge est couplée avec des forces ponctuelles (charge extérieure) suivant l'axe Y au niveau des nœuds supérieurs de la structure, cette force est dirigée vers le bas.

## 7. Illustration sur exemple simple d'un module plan

### 7.1 Géométrie et données de conception et de calcul :

La structure du module (Figure 4.6) est constituée de quatre câbles et une barre centrale, elle illustre la configuration de base d'un dôme câbles à base de tenségrité, et elle représente un comportement simple à décrire pour comprendre le comportement complexe des dômes à vraies grandeurs.

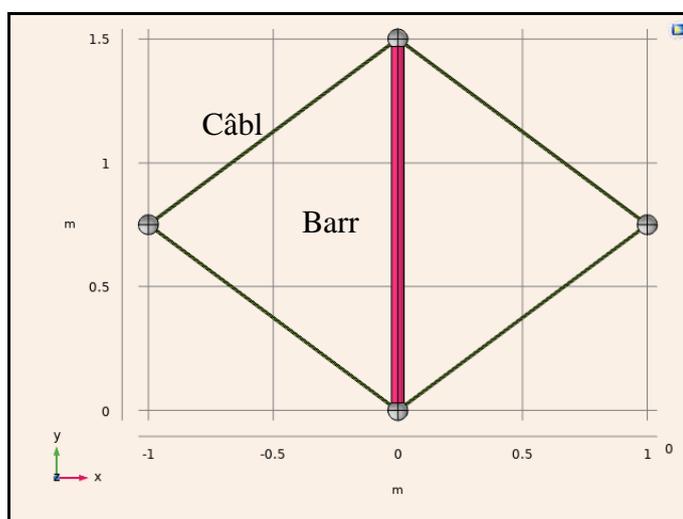


Figure 4.6 : Géométrie du module plan

Le diamètre des câbles est de 0,5 cm, celui des barres est de 5 cm.

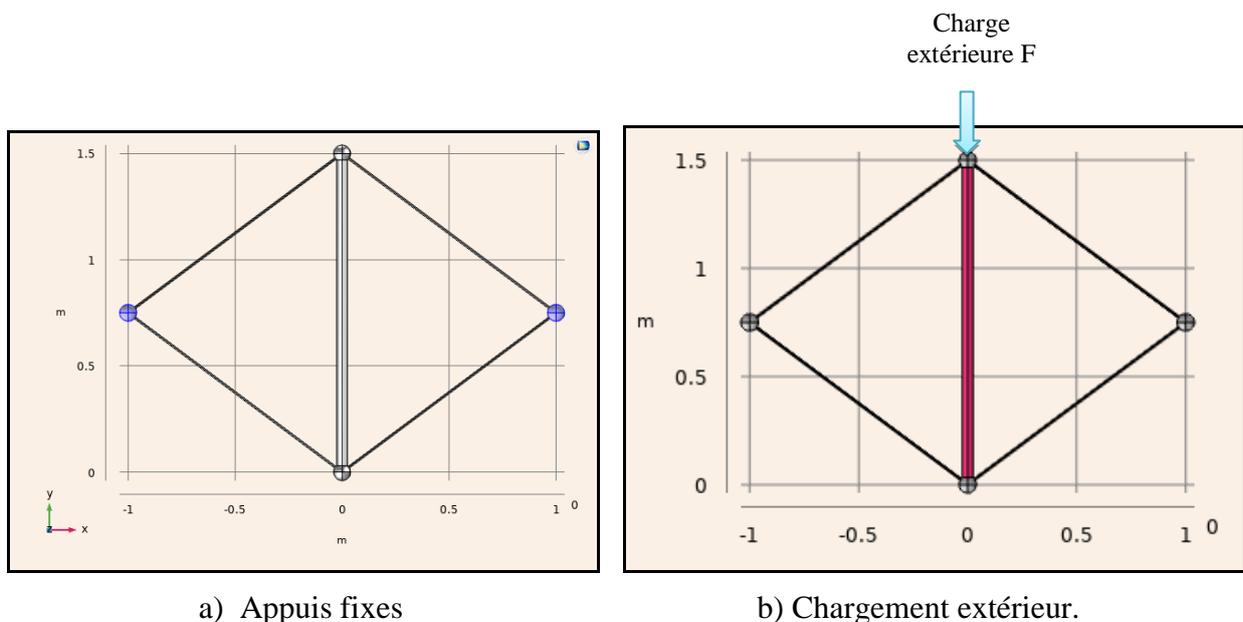
Les nœuds, sont conçus en sphères métalliques dans le modèle éléments finis pour permettre une bonne liaison des éléments connectés, en réalité, plusieurs structures des dômes câbles ont été conçues avec ce modèle de nœuds, nous citerons à titre d'exemple celles réalisées en chine (voir figure 7). Les câbles ont la particularité d'être continus, traversant les nœuds et transmettant les efforts.



Figure 4.7 : Nœud de connexion des éléments en sphère [QIN10]

C'est pour cette raison, et à des niveaux de chargement monotone relativement faibles, on peut admettre la modélisation des nœuds en rotules parfaites, transmettant que des efforts de traction ou de compression (articulation correcte des éléments entre eux et sans sollicitation parasite). En mode chargement cyclique, et compte tenu de la répétition des charges à  $N$  cycles, un léger transite de moments et admis en réalité, ce qui favorise ainsi des endroits de concentration des contraintes représentant des zones favorables à la fatigue. On s'intéresse alors à détailler le comportement mécanique en mode chargement cyclique pour visualiser la réponse de la structure à tous ces endroits, d'où la nécessité de passage à une modélisation éléments finis.

Les appuis ont été fixés pour les nœuds d'extrémités (Figure 4.8-a) :



a) Appuis fixes

b) Chargement extérieur.

Figure 4.8 : Module plan – Système d'appuis et chargement extérieur

Le maillage de la structure est représenté dans la figure 9 :

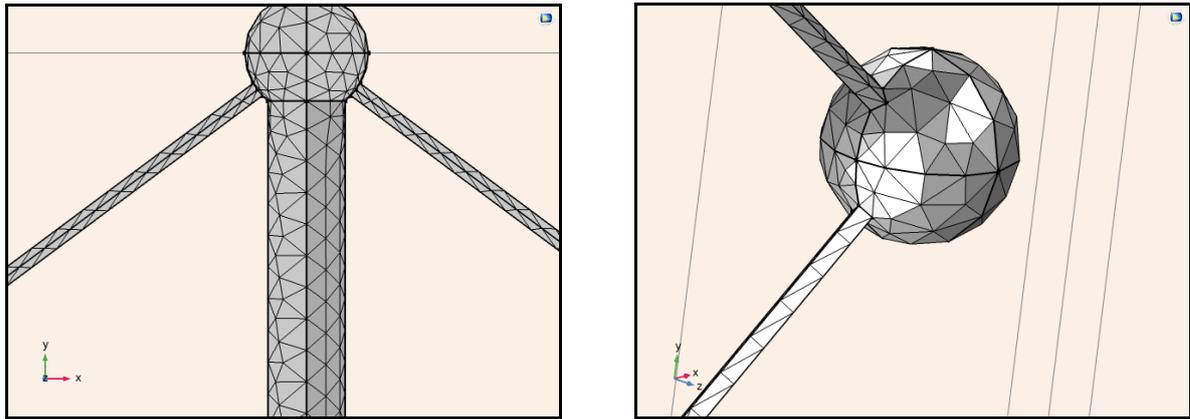


Figure 4.9 : Module plan – Maillage en tétraèdre

En application de la méthode de la matrice d'équilibre, Deux mécanismes possibles de cette structure représentant un déplacement des nœuds d'extrémités de la barre centrale hors plan, c-a-d, ce déplacement est suivant l'axe Z, sans aucune déformation pour chacun des éléments.

Après détermination des mécanismes possibles, la base d'autocontrainte pour stabiliser ce module du dôme et retourner à la position initiale est nécessaire, il s'agit d'introduire un système de forces internes dans les câbles et les barres avant l'application des forces extérieures. Le résultat de l'effort de l'autocontrainte à introduire dans les câbles est de 4 KN. Le chargement monotone extérieur en étape de l'étude statique est fixé à  $F = 10$  KN.

## 7.2 Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase :

Après avoir étudié le comportement mécanique de la structure du dôme en chargement monotone (autocontrainte fixe et charge extérieure fixe), une formulation d'un chargement cyclique est prévue pour une analyse en fatigue, il s'agit d'appliquer un système de charge bi-axial non proportionnel.

Cette formulation est définie [COM18] sur la base d'une combinaison de charges déterminée en chaque incrément de temps, pour aboutir à la fin au chargement cyclique voulu, le tableau 4.4 a été introduit dans la configuration du logiciel Comsol :

Tableau 4.4 : Module plan – Validation des coefficients de charge du signal.

Combinaison de charges	Autocontrainte		Charge extérieure F	
	Valider	Coefficient	Valider	Coefficient
Autocontrainte	✓	1.0		1.0
1.05 (Autocontrainte) + F	✓	1.05	✓	1.0
0.95 (Autocontrainte) - F	✓	0.95	✓	-1.0

Il en résulte en fin le modèle de chargement cyclique appliqué dans la même période T, et lissé comme indiqué à la figure 4.10 et 4.11 :

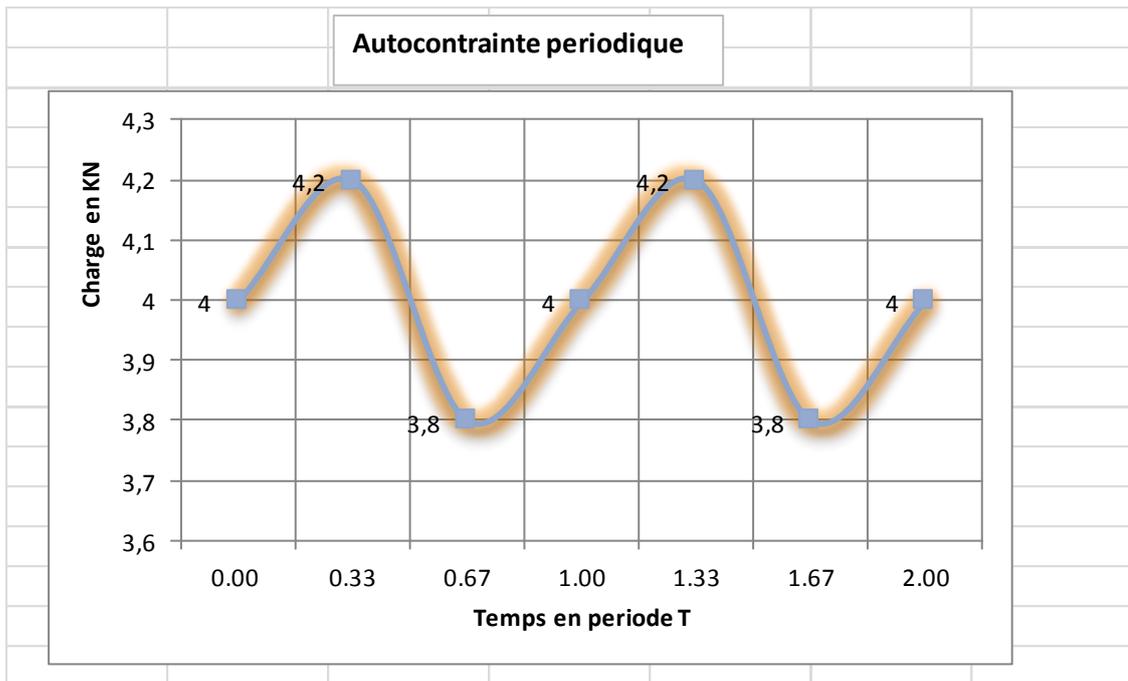


Figure 4.10 : Module plan – Signal de l’autocontrainte

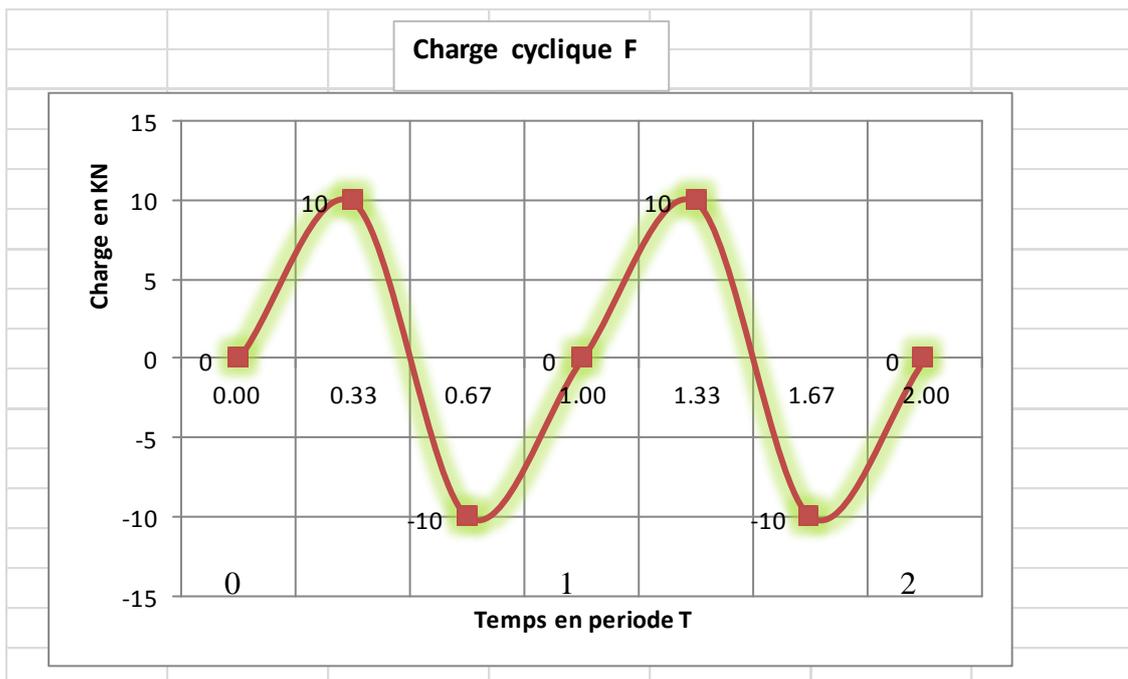


Figure 4.11 : Module plan – Signal du chargement extérieur

### 7.3 Analyse en fatigue du module plan :

#### 7.3.1 Description générale

La structure du module plan étudiée a été optimisée en chargement monotone, les critères d’optimisation vérifiant la stabilité ont été assurés (Voir première partie de cette thèse), la contrainte maximale de Von Mises enregistrée en chargement statique 107 MPa est inférieure à la limite

élastique du câble (Voir figures 4.12), le déplacement au centre de la structure reste inférieur au déplacement admissible.

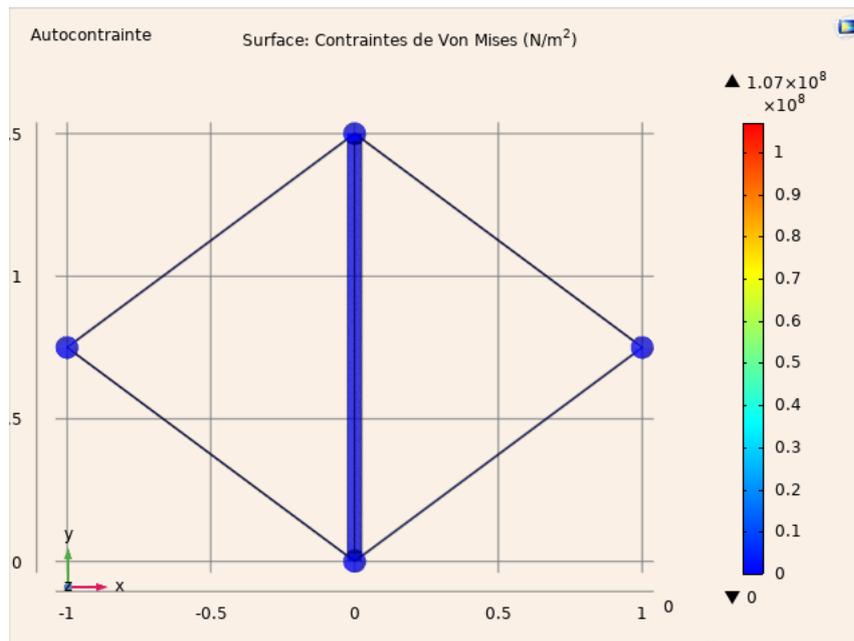


Figure 4. 12 : Module plan sous l’autocontrainte seule – Contrainte de Von Mises

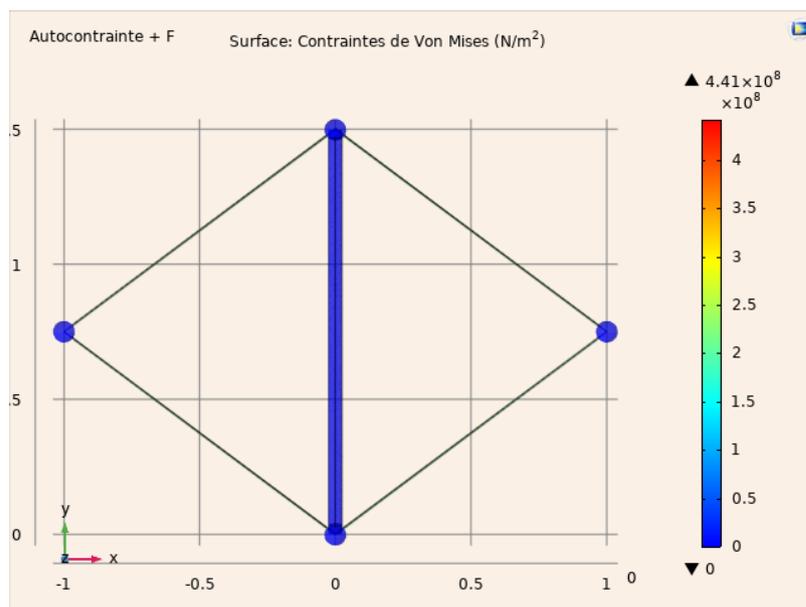


Figure 4.13 : Module plan sous la combinaison : Autocontrainte + F  
Contrainte de Von Mises

Nous constatons (figure 4.13 et 4.14) une contrainte au niveau des câbles inférieurs de 441 MPa, juste inférieure à la limite élastique des câbles (448 MPa), nous définissons ainsi le domaine de sécurité de la structure délimité par le couple chargement monotone : F et A, la figure 14 représente la réponse maximale en terme de contraintes enregistrée au niveau des câbles inférieures.

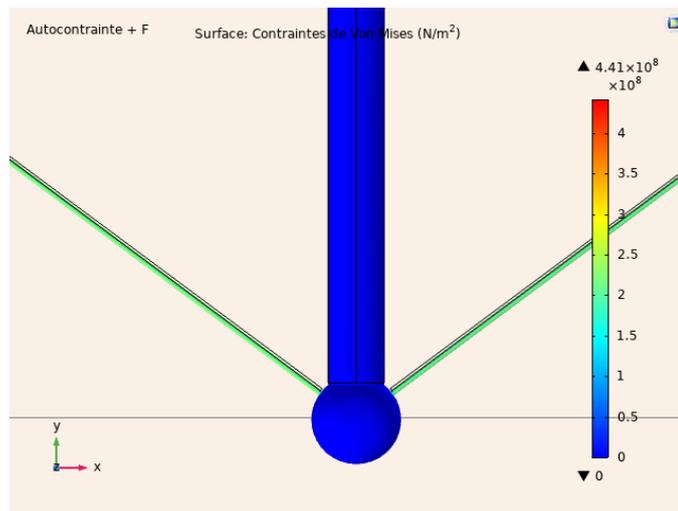


Figure 4.14 : Module plan sous la combinaison : Autocontrainte + F  
Contrainte de Von Mises au niveau des câbles à la jonction au nœud inférieur.

Concernant l'étude en fatigue (voir Figures : 4.15, 4.16 et 4.17), on constate un dépassement de la limite de fatigue de plus de 20 % (cartographie représentée avec la couleur rouge) pour les trois critères de fatigue multiaxiale (Fendley, Dan Van et Mataké), avec un rapprochement appréciable des résultats (Facteur d'utilisation égal à 1,22, 1,29 et 1,23 respectivement).

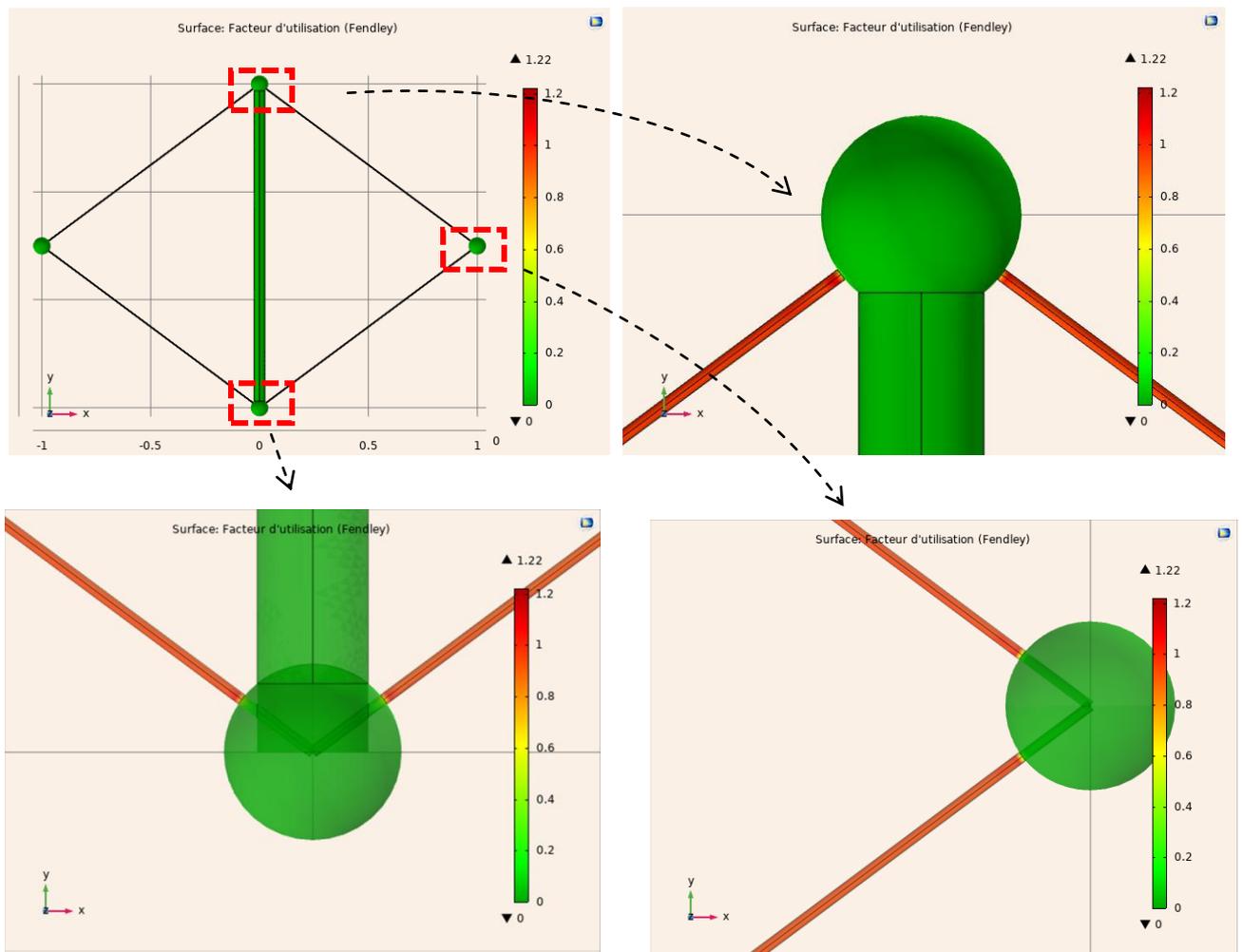


Figure 4.15 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Fendley).

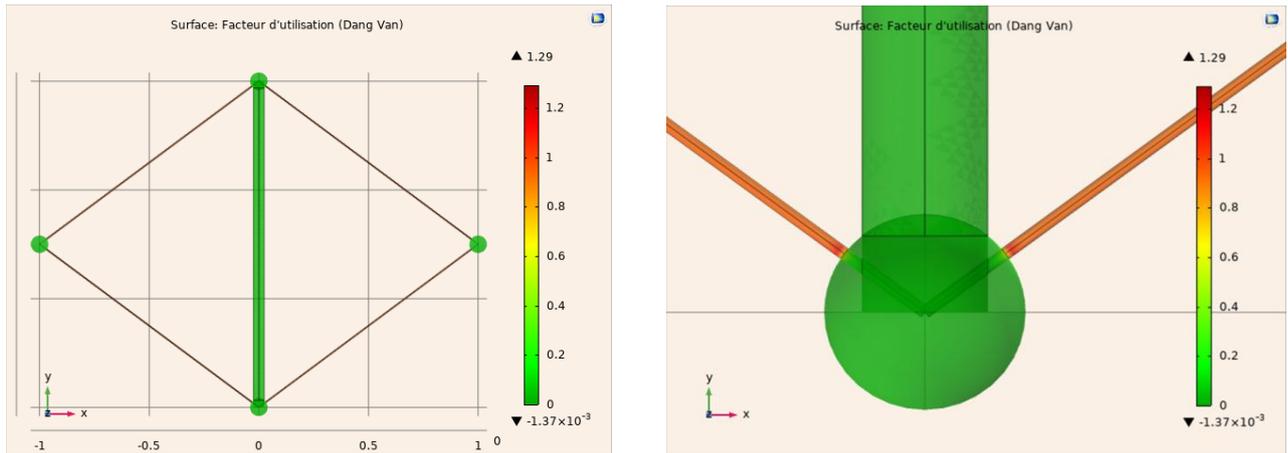


Figure 4.16 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Dang Van).

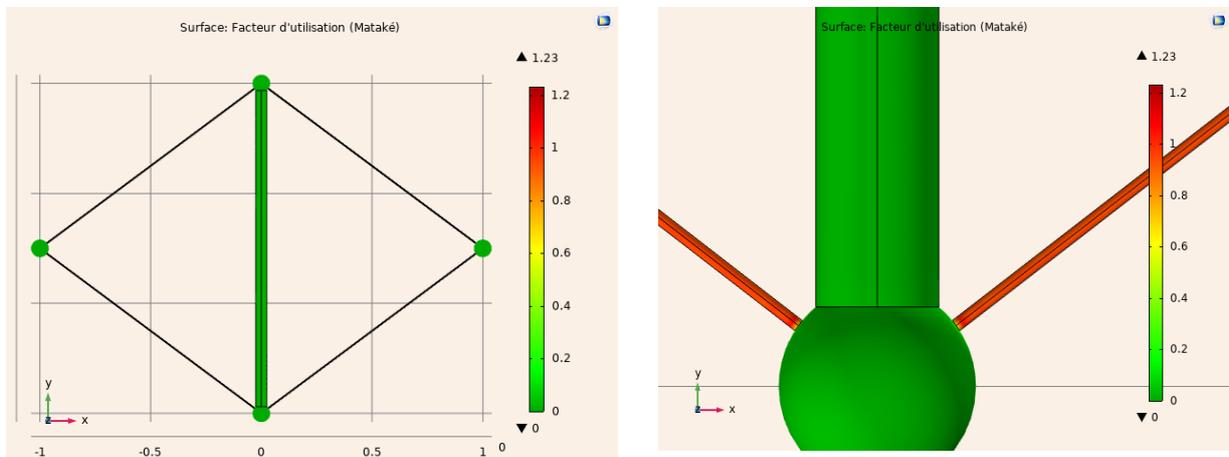


Figure 4.17 : Module plan – Résultats de l'analyse en fatigue (Critère de Mataké).

Nous signalons que pour un domaine de sécurité de la structure en mode chargement monotone délimité par le couple de charges statiques  $A = 4 \text{ KN}$  et  $F = 10 \text{ KN}$ , cette structure se trouve en dépassement de la limite de fatigue (figures : 15 , 16 et 17) pour les mêmes valeurs des charges répétées à  $N$  cycles, ce qui montre l'intérêt et l'importance de l'analyse en fatigue dans le contexte global de l'étude de comportement mécanique des structures.

La limite de fatigue du module plan est répartie le long des câbles, avec des points singuliers particuliers. La barre centrale reste loin d'être touchée par la fatigue (couleur verte indiquant un très faible coefficient d'utilisation, voir figure 4.15, 4.16 et 4.17), cette constatation est justifiée d'une part par l'absence de contrainte tangentielle au niveau de cette barre, et d'une autre part par la présente de nœuds libres aux extrémités de la barre, ce qui favorise une souplesse de mouvement.

La fatigue accentuée des câbles a été constatée clairement pour tous les câbles au niveau des jonctions avec les nœuds (figures : 4.15 , 4.16 et 4.17), les câbles inférieurs à la jonction avec la barre centrale, compte un niveau de contrainte à la traction répétée maximal, cette contrainte de traction est couplée avec un cisaillement au moment de l'équilibre du nœud, ce qui donne une contrainte équivalente plus élevée, cette contrainte engendra la fatigue rapide des câbles avant les autres endroits de la structure.

### 7.3.2 Influence du niveau de l'autocontrainte :

On veut maintenant voir l'effet du niveau de l'autocontrainte sur le comportement en fatigue du module plan, on va faire varier le niveau de l'autocontrainte à introduire dans les câbles, tout en maintenant la structure dans le domaine de sécurité en mode monotone, les autres paramètres de l'étude précédente restent inchangés. Le tableau 4.5 montre la variation de la limite de fatigue en fonction du niveau de l'autocontrainte :

Tableau 4.5 : Module plan – Influence du niveau de l'autocontrainte

Niveau d'autocontrainte	Autocontrainte [KN]	Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (fatigue)	
0,20 $R_e$	1,766	4,15	183	Fendley	0,51
				Dang Van	0,54
				Mataké	0,51
0,25 $R_e$	2,208	5,25	231	Fendley	0,64
				Dang Van	0,68
				Mataké	0,65
0,30 $R_e$	2,649	6,30	278	Fendley	0,77
				Dang Van	0,81
				Mataké	0,78
0,35 $R_e$	3,091	7,35	324	Fendley	0,90
				Dang Van	0,95
				Mataké	0,91
0,40 $R_e$	3,532	8,40	371	Fendley	1,02
				Dang Van	1,09
				Mataké	1,03
0,45 $R_e$	3,974	9,45	417	Fendley	1,15
				Dang Van	1,22
				Mataké	1,16
0,50 $R_e$	4,415	10,50	464	Fendley	1,28
				Dang Van	1,36
				Mataké	1,29

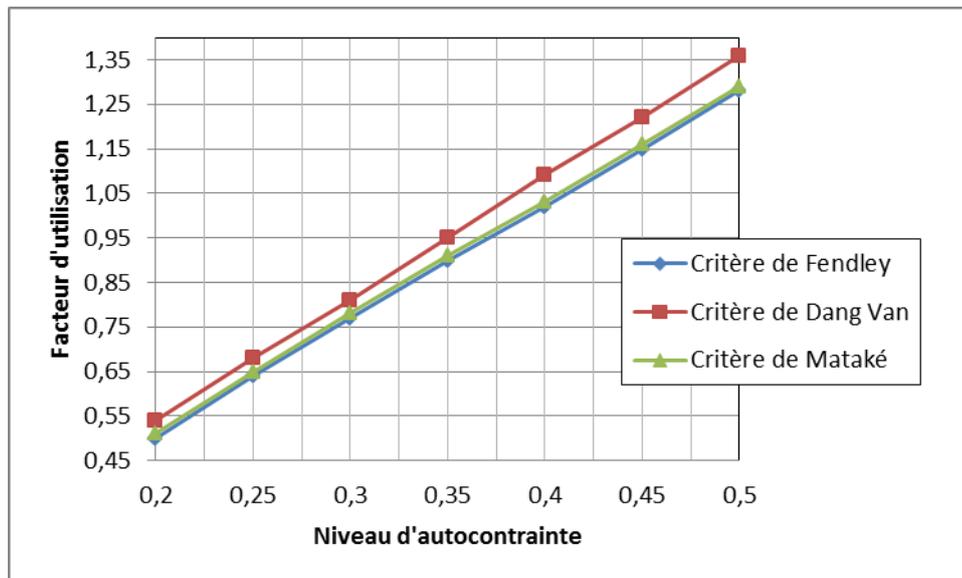


Figure 4.18 : Module plan – Influence du niveau de l'autocontrainte sur la limite de fatigue.

On constate ici (tableau 4.5) que l'augmentation du niveau de l'autocontrainte, provoque une augmentation de la capacité portante de la structure en mode chargement monotone, le facteur de fatigue augmente aussi proportionnellement, il commence à une moyenne entre les trois critères de 0,52 à partir d'un niveau d'autocontrainte de 0,20  $R_e$ , et il arrive à une moyenne de plus de 1,30 pour 0,50  $R_e$ , la fatigue commence à moins de 0,40  $R_e$  pour les trois critères de fatigue.

Les deux critères : Fendley et Mataké présentent presque les mêmes résultats (figure 4.18).

On peut déclarer à travers les résultats de fatigue, au moins pour cet exemple, que la structure du module reste loin du risque de la fatigue des câbles pour un niveau d'autocontrainte inférieur à 0,40  $R_e$ .

### 7.3.3 Influence de la variation de l'amplitude de la charge F :

Dans cette partie, nous maintenant le niveau d'autocontrainte constant (0,50  $R_e$ ), et on va faire varier l'amplitude de la charge extérieure F, pour décrire le comportement en fatigue du module, le tableau 6 résume les résultats obtenus.

A un niveau d'autocontrainte fixe (0,50  $R_e$ ), où on a enregistré un dépassement du seuil de la fatigue (tableau 4.5), on cherche ici le niveau exact de l'amplitude de la charge extérieure F pour laquelle la fatigue a été atteinte.

Tableau 4.6 : Module plan – Influence de la variation de l'amplitude de charge F.

Niveau d'autocontrainte	Autocontrainte [KN]	Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	Amplitude de la charge extérieure appliquée [KN]	Facteurs d'utilisation (fatigue)	
0,50 $R_e$	4,415	10,50	1 $F_{max} = 10,50$	Fendley	1,28
				Dang Van	1,36
				Mataké	1,29
			0,95 $F_{max} = 9,98$	Fendley	1,22
				Dang Van	1,29
				Mataké	1,23
			0,90 $F_{max} = 9,45$	Fendley	1,15
				Dang Van	1,22
				Mataké	1,16
			0,85 $F_{max} = 8,93$	Fendley	1,09
				Dang Van	1,15
				Mataké	1,10
0,80 $F_{max} = 8,40$	Fendley	1,03			
	Dang Van	1,09			
	Mataké	1,03			
0,75 $F_{max} = 7,88$	Fendley	0,96			
	Dang Van	1,02			
	Mataké	0,97			
0,70 $F_{max} = 7,35$	Fendley	0,90			
	Dang Van	0,95			
			Mataké	0,91	

Pour un niveau d'autocontrainte du module égal à 0,50  $R_e$  (tableau 4.6), la fatigue a été atteinte à partir de 75 % de l'amplitude de la charge extérieure maximale, il est logique – à travers les vérifications précédentes- que ce seuil de fatigue va diminuer proportionnellement avec l'augmentation du niveau de l'autocontrainte.

Donc pour augmenter le domaine de vie en fatigue d'une telle structure d'un dôme câbles, il faut assurer une amplitude de charge extérieure maximale assez réduite, pour des niveaux d'autocontrainte élevés.

### 7.3.4 Influence de la section des câbles les plus sollicités :

Nous prenons ici les mêmes données précédentes, et nous faisons varier le diamètre des câbles, le tableau 4.7 résume les résultats des calculs.

Tableau 4.7 : Module plan – Influence de la section des câbles.

Diamètre des câbles [cm]	Niveau d'autocontrainte	Autocontrainte [kN]	Charge extérieure $F_{max}$ [kN]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Moyenne facteurs d'utilisation (fatigue)
0,50	0,30 $R_e$	2,649	6,30	278	0,79
0,75	0,30 $R_e$	5,935	15,20	249	0,80
1,00	0,30 $R_e$	10,620	24,85	218	0,84
1,25	0,30 $R_e$	15,832	38,40	222	0,95
1,50	0,30 $R_e$	23,790	54,10	234	1,07

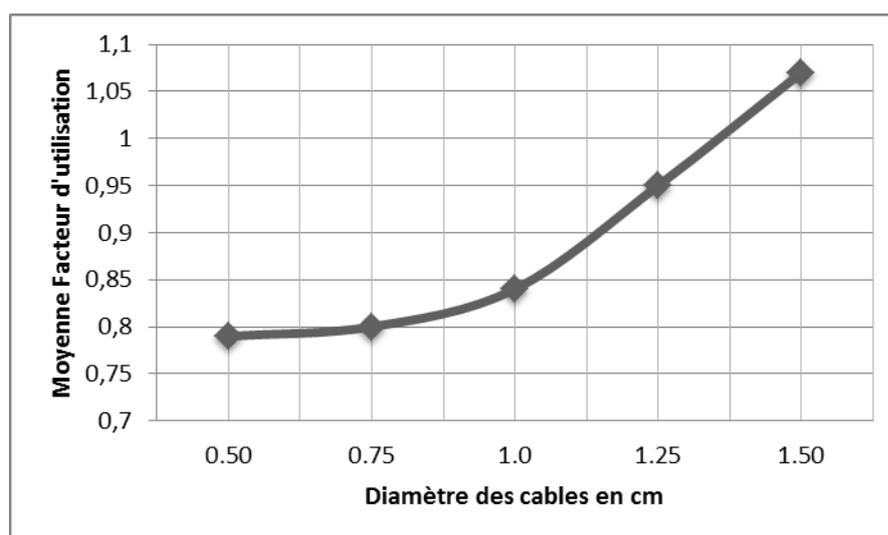


Figure 4.19 : Module plan - Influence du diamètre des câbles sur la limite de fatigue

Les résultats du tableau 4.7 et de la figure 4.19 précédents, montrent que l'augmentation de la section des câbles à un niveau d'autocontrainte constant, provoque un risque de la fatigue, malgré que cette augmentation n'a pas impliqué la variation proportionnelle de la contrainte de Von Mises.

### 7.3.5 Influence de la longueur de la barre centrale :

Dans cette partie nous examinons l'influence de la forme du triangle formant le principe de tensegrité sur le comportement mécanique en fatigue du module plan, nous insistons sur la variation de la longueur de la barre centrale qui gouverne la forme du triangle, la portée du module est à maintenue constante.

Les données suivantes sont à considérer :

- ✓ Niveau d'autocontrainte : constant égale à 0,50  $R_e$ ,
- ✓ Portée du dôme : fixe égale à 2 m,
- ✓ Diamètre des câbles : 1 cm, Diamètre de la barre : 5 cm,
- ✓ Les autres données précédentes : à conserver.
- ✓ Longueur de la barre centrale variable : de 1,20 à 1,50 m.

Les résultats sont présentés dans le tableau 4.8 et la figure 4.20.

Tableau 4.8 : Module plan – Influence de la longueur de la barre centrale.

Longueur de la barre centrale [m]	Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	$\sigma_{VM} \text{ max}$ en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (critères de fatigue)		Moyenne des facteurs d'utilisation
1,50	10,50	464	Fendley	1,28	1,31
			Dang Van	1,36	
			Mataké	1,29	
1,40	10,00	447	Fendley	1,26	1,29
			Dang Van	1,34	
			Mataké	1,28	
1,30	9,50	392	Fendley	1,26	1,26
			Dang Van	1,27	
			Mataké	1,27	
1,20	8,95	303	Fendley	1,18	1,21
			Dang Van	1,26	
			Mataké	1,20	

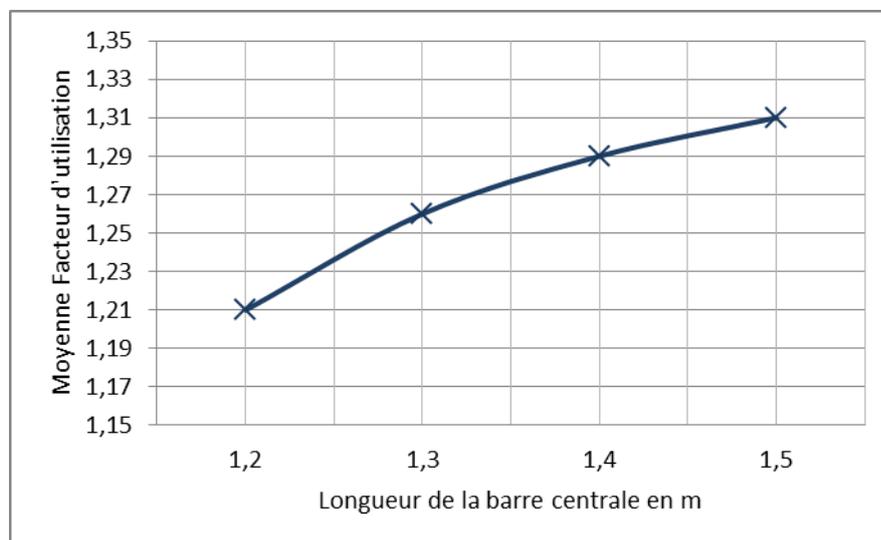


Figure 4.20 : Module plan – Influence de la longueur de la barre centrale.

Malgré l'augmentation de la charge maximale à supporter pour le module en fonction de l'augmentation de la longueur de la barre centrale, le risque de fatigue est proportionnel, on constate un risque plus élevé pour une longueur de la barre centrale plus grande. Cette constatation est justifiée par une rigidité relative de la structure, ce qui provoque l'atteinte rapide du risque de fatigue.

## 8. Comportement mécanique en fatigue du dôme à huit barres et trente-deux câbles :

### 8.1 Géométrie 3 D et données de conception et de calcul :

La structure du dôme (figure 4.21) est constituée de 8 barres, et 32 câbles, elle consiste une configuration d'un dôme de petite taille à base de tensegrité. Ce dôme possède un diamètre de 5 m.

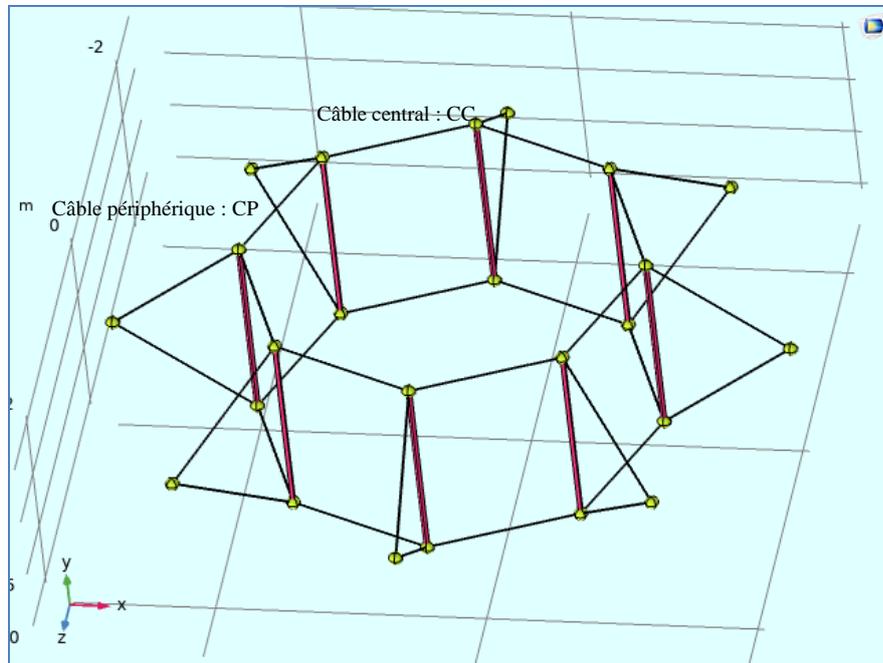


Figure 4.21 : Géométrie d'un dôme de 8 barres et 32 câbles.

Le diamètre des câbles est de 1 cm, celui des barres est de 5 cm, les nœuds sont conçus en sphères métalliques pour permettre une bonne liaison des éléments connectés.

Les appuis ont été fixés pour les nœuds périphériques (figure 4.22).

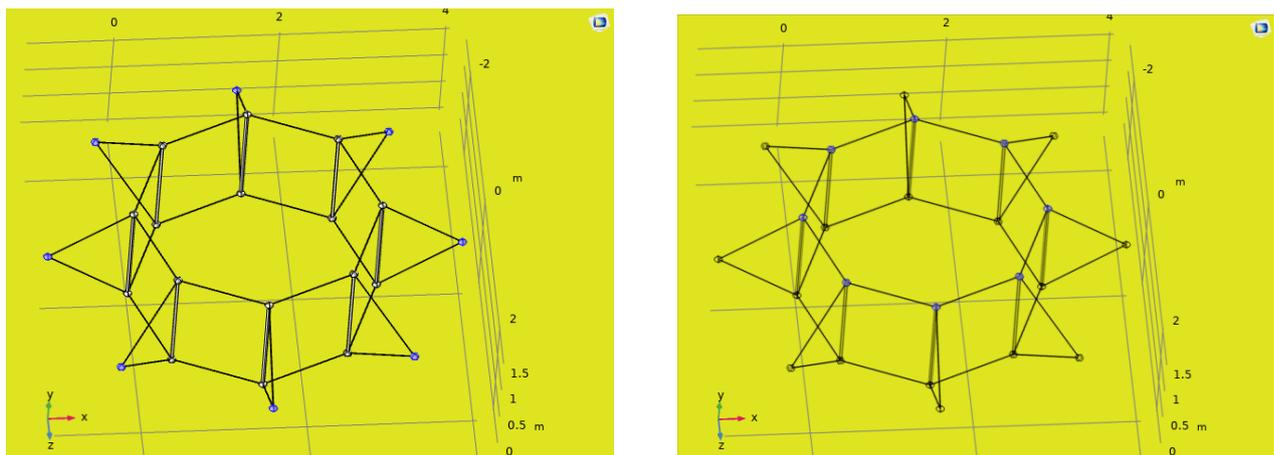


Figure 4.22 : Dôme de 8 barres et 32 Câbles – Système d'appuis et chargement extérieur .

Le maillage de la structure est représenté dans la figure 4.23.

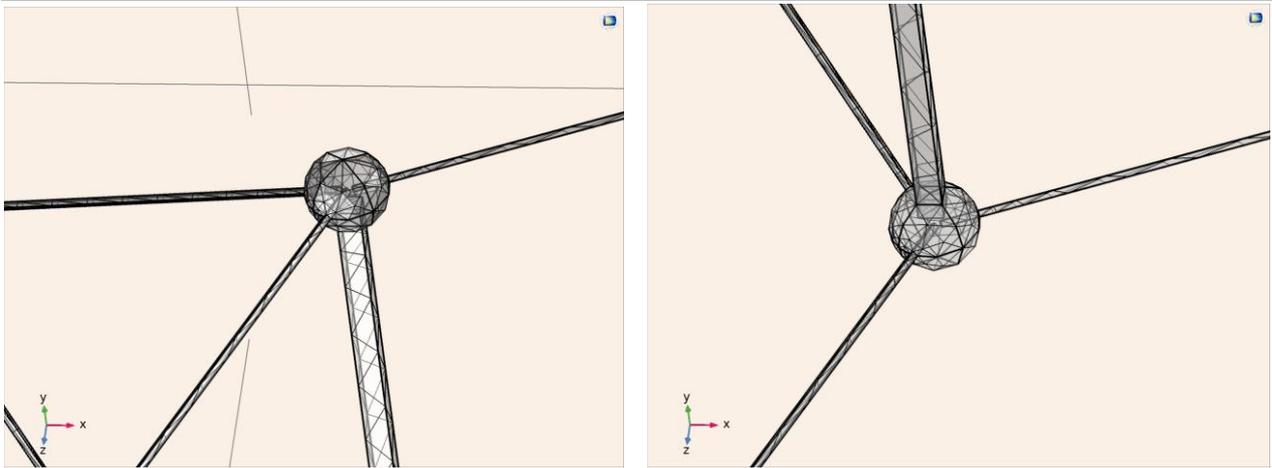


Figure 4.23 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Maillage en tétraèdre.

Après détermination des mécanismes possibles, la base d’autocontrainte pour stabiliser ce dôme câbles et retourner à la position initiale a été déterminée pour chaque niveau d’autocontrainte.

La charge maximale appliquée aux nœuds a été déduite pour chaque niveau d’autocontrainte, elle vérifie la stabilité et la résistance de toute la structure, ainsi que ses éléments, la flèche maximale a été contrôlée par rapport à la flèche admissible, aucune compression ou relâchement n’est toléré pour les câbles.

## **8.2 Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase :**

La même formulation précédente du chargement cyclique est prévue pour l’analyse en fatigue, il s’agit d’appliquer un système de charge bi-axial non proportionnel.

## **8.3 Analyse en fatigue du dôme de 8 barres et 32 câbles :**

### **8.3.1 Influence du niveau de l’autocontrainte :**

Dans cette section il sera examiné l’influence du niveau d’autocontrainte sur le comportement en fatigue du dôme, le tableau 4.9 résume les résultats obtenus :

- ✓ Diamètre des câbles = 1,00 cm, Section des câbles =  $0,790 \text{ cm}^2$
- ✓ Diamètre des barres = 5,00 cm, Section des barres =  $19,625 \text{ cm}^2$

Tableau 4.9 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence du niveau de l’autocontrainte.

Niveau d’autocontrainte	Autocontrainte Dans les câbles [KN]		Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	$\sigma_{VM\ max}$ en mode statique [MPa]	Facteurs d’utilisation (fatigue)	
	CP	CC			Fendley	
0,30 $R_e$	CP	10,00	11,80	216	Fendley	0,26
	CC	10,45			Dang Van	0,19
					Mataké	0,20
0,40 $R_e$	CP	14,16	16,60	308	Fendley	0,38
	CC	14,78			Dang Van	0,27
					Mataké	0,28
0,50 $R_e$	CP	17,70	20,50	388	Fendley	0,47
	CC	18,50			Dang Van	0,34
					Mataké	0,36
0,60 $R_e$	CP	21,24	17,20	456	Fendley	0,52
	CC	22,20			Dang Van	0,36
					Mataké	0,35
0,70 $R_e$	CP	24,80	12,90	525	Fendley	0,57
	CC	25,92			Dang Van	0,37
					Mataké	0,29
0,80 $R_e$	CP	28,28	8,50	593	Fendley	0,61
	CC	29,55			Dang Van	0,38
					Mataké	0,40

Les figures suivantes montrent le comportement en statique (figure 4.25), et le comportement en fatigue du dôme (Figures 4.24 et 4.26).

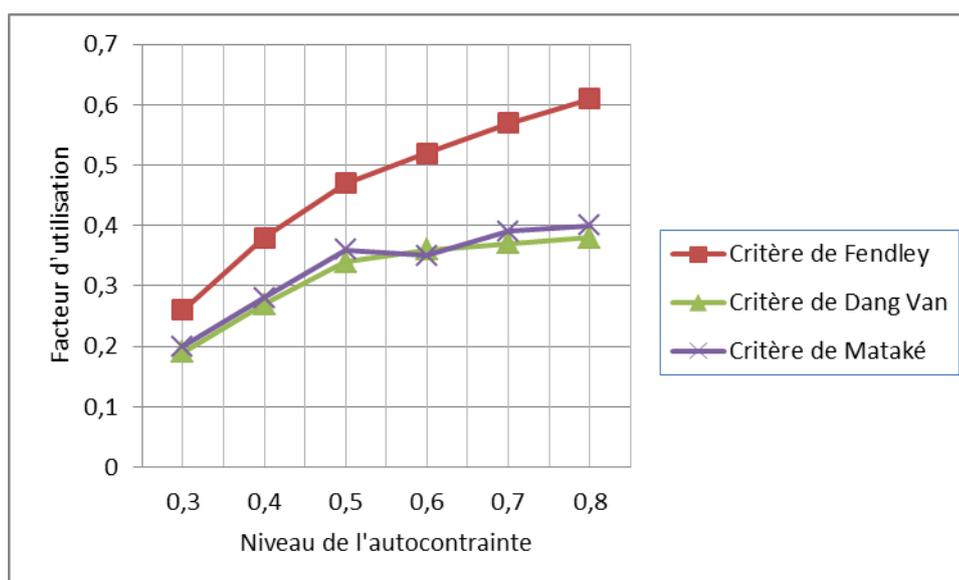


Figure 4.24 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du niveau de l’autocontrainte sur la limite de fatigue .

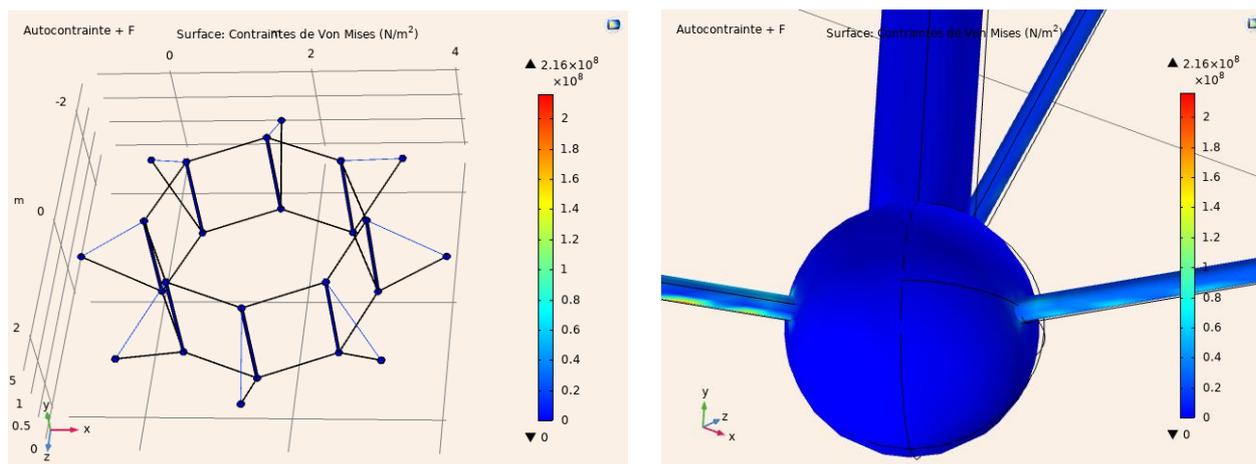


Figure 4.25 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Contrainte de VM en mode statique  
Niveau d’autocontrainte : 0,30 R<sub>0</sub>.

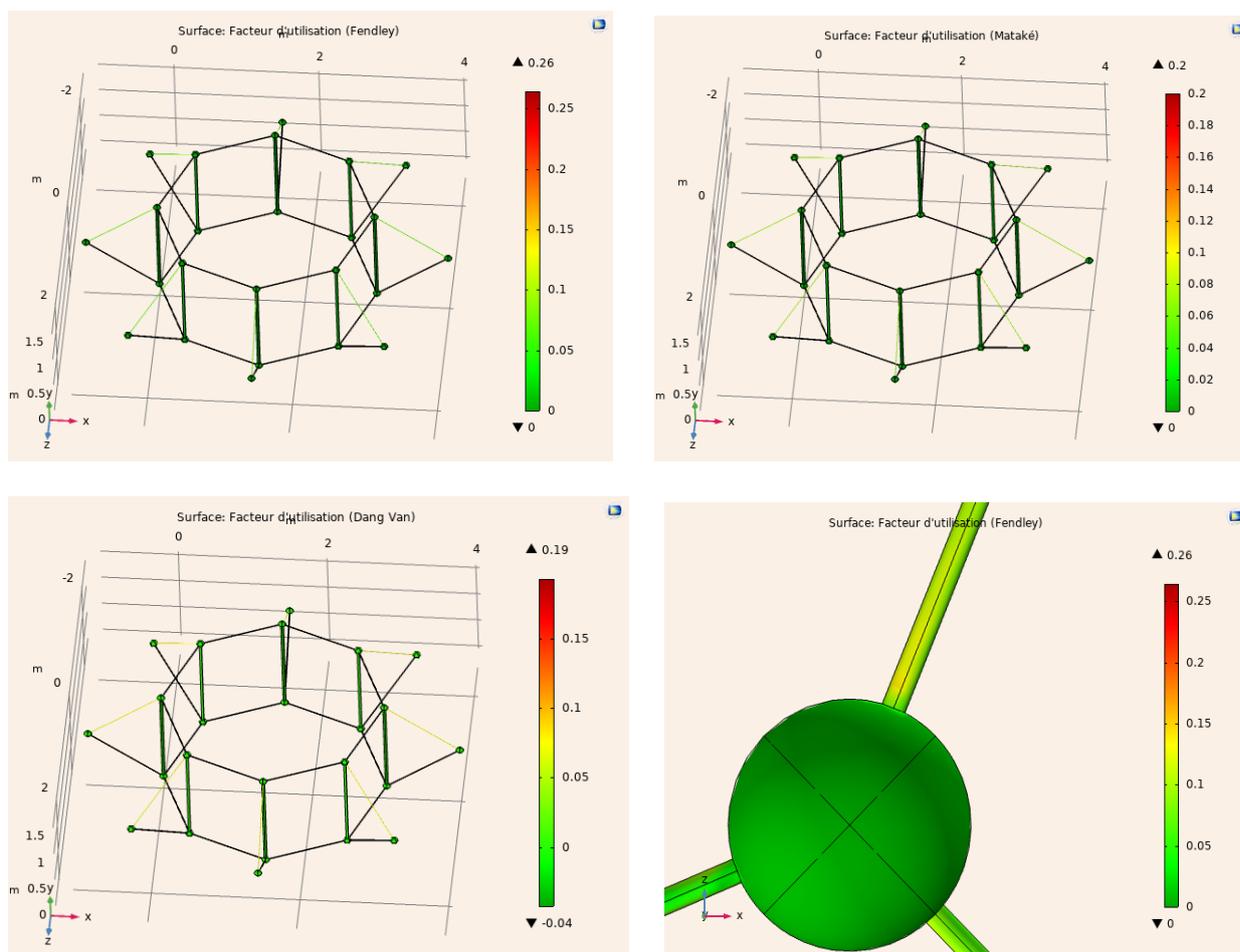


Figure 4.26 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Comportement et fatigue  
Niveau d’autocontrainte : 0,30 R<sub>0</sub>.

---

Le tableau 4.9 et les figures 4.24, 4.25 et 4.26 précédentes montrent le comportement mécanique du dôme à 8 barres et 32 câbles, on constate toujours que le risque de fatigue est accentué pour les câbles les plus sensibles (câbles centraux), ce risque est beaucoup plus marqué à la jonction des câbles aux nœuds.

Plus le niveau d'autocontrainte est élevé, plus le facteur d'utilisation est plus grand, ce qui signifie que l'atteinte de la limite de fatigue est plus rapide en ce moment.

A partir de  $0,60 R_e$ , on constate une diminution de la charge extérieure maximale supportée par le dôme, la contrainte de Von Mises est toujours en hausse, cela est accompagné par l'augmentation du risque de la fatigue.

A travers cette simulation, on peut justifier l'augmentation du risque de fatigue comme par la sensibilité de la contrainte de cisaillement, cette contrainte, généralement source de la défaillance en fatigue, comme elle peut être augmentée aux endroits de concentration des contraintes par la charge maximale  $F$  supportée par la structure en mode statique, elle peut aussi atteindre un seuil critique par l'augmentation du niveau de l'autocontrainte, même si la charge extérieure  $F$  se trouve en baisse.

### **8.3.2 Influence de la section des câbles les plus sollicités :**

Pour un niveau d'autocontrainte constant, on cherche à contrôler l'influence de la section des câbles les plus sensibles sur le comportement mécanique du dôme en fatigue, on fixe le niveau d'autocontrainte à 40 % tout en variant la section des câbles.

Le tableau 4.10 résume les principaux résultats.

Tableau 4.10 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence de la section des câbles.

Diamètre des câbles = 0,50 cm, Section des câbles = 0,196 cm <sup>2</sup>						
Niveau d'autocontrainte	Autocontrainte [KN]		Charge extérieure F <sub>max</sub> [KN]	σ <sub>VM</sub> max en mode statique [MPa]	Facteurs des trois critères de fatigue	
0,40 R <sub>e</sub>	CP	3,51	4,10	393	Fendley	0,44
	CC	3,67			Dang Van	0,32
					Mataké	0,29
Diamètre des câbles = 0,75 cm, Section des câbles = 0,442 cm <sup>2</sup>						
0,40 R <sub>e</sub>	CP	7,90	10,16	345	Fendley	0,41
	CC	8,14			Dang Van	0,29
					Mataké	0,29
Diamètre des câbles = 1,00 cm, Section des câbles = 0,790 cm <sup>2</sup>						
0,40 R <sub>e</sub>	CP	14,16	16,60	308	Fendley	0,38
	CC	14,78			Dang Van	0,27
					Mataké	0,28
Diamètre des câbles = 1,25 cm, Section des câbles = 1,227 cm <sup>2</sup>						
0,40 R <sub>e</sub>	CP	21,98	25,35	338	Fendley	0,47
	CC	23,07			Dang Van	0,34
					Mataké	0,32
Diamètre des câbles = 1,50 cm, Section des câbles = 1,770 cm <sup>2</sup>						
0,40 R <sub>e</sub>	CP	31,72	34,75	469	Fendley	0,56
	CC	33,15			Dang Van	0,41
					Mataké	0,36

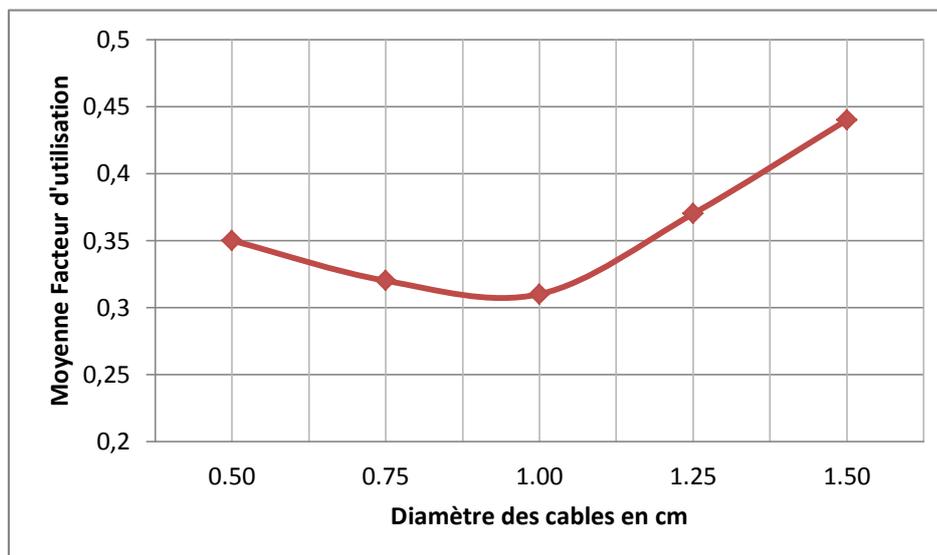


Figure 4.27 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du diamètre des câbles sur la limite de fatigue.

Contrairement à l'exemple du module plan traité plus haut, on assiste ici à la diminution du risque de la fatigue du dôme à 8 barres et 32 câbles, en fonction de l'augmentation de la section des câbles entre le diamètre 0,5 à 1 cm, ceci peut être justifiée par la flexibilité de la présente structure relativement par rapport à celle du dôme plan, cette flexibilité donne au dôme un comportement tout-à-fait différent pour le diamètre des câbles 1,50 cm, la structure devient relativement rigide, ce qui provoque un risque élevé de fatigue.

Nous constatons aussi l'interaction de plusieurs paramètres mis en jeux, ce qui ramène plus difficile la vision maîtrisée du comportement mécanique.

### 8.3.3 Influence de la portée du dôme :

Maintenant on veut avoir si la portée du dôme câbles va influencer sur la limite de fatigue ou non, dans cette situation la portée du dôme est prise variable : 5, 7,5, 10, 12,5 et 15 m, les autres paramètres seront maintenus fixes :

- ✓ Niveau d'autocontrainte : 0,40  $R_e$ ,
- ✓ Diamètre des câbles : 1,50 cm,
- ✓ Charge extérieure F : en fonction de la capacité portante du dôme en mode statique,
- ✓ Signal de charge cyclique : le même signal pris précédemment.

Le tableau 4.11 résume les principaux résultats de calculs.

Tableau 4.11 : Dôme de huit barres et trente –deux câbles – Influence de la portée du dôme.

Niveau d'autocontrainte	Autocontrainte [KN]		Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (fatigue)	
<b>Portée du dôme câbles de 8 barres et 32 câbles : 5 m</b>						
0,40 $R_e$	CP	31,72	34,75	469	Fendley	0,56
	CC	33,15			Dang Van	0,41
					Mataké	0,36
<b>Portée du dôme câbles de 8 barres et 32 câbles : 7,5 m</b>						
0,40 $R_e$	CP	31,72	35,10	414	Fendley	0,50
	CC	33,15			Dang Van	0,37
					Mataké	0,32
<b>Portée du dôme câbles de 8 barres et 32 câbles : 10 m</b>						
0,40 $R_e$	CP	31,72	36,70	351	Fendley	0,44
	CC	33,15			Dang Van	0,33
					Mataké	0,29
<b>Portée du dôme câbles de 8 barres et 32 câbles : 12,5 m</b>						
0,40 $R_e$	CP	31,72	36,70	410	Fendley	0,49
	CC	33,15			Dang Van	0,36
					Mtaké	0,33
<b>Portée du dôme câbles de 8 barres et 32 câbles : 15 m</b>						
0,40 $R_e$	CP	31,72	36,70	472	Fendley	0,54
	CC	33,15			Dang Van	0,39
					Mataké	0,37

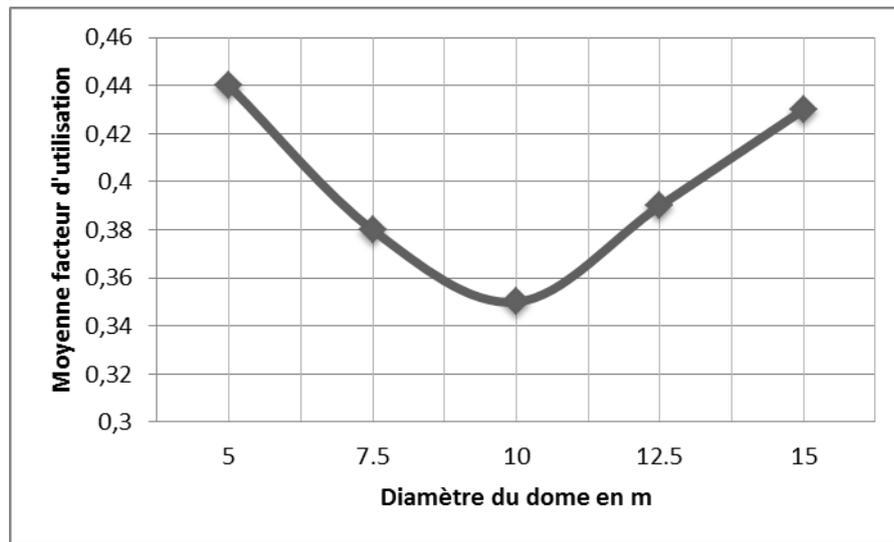


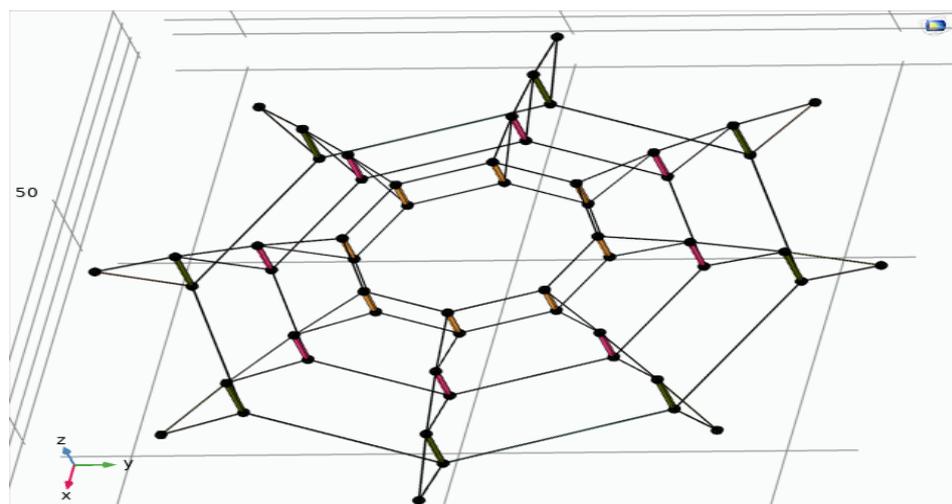
Figure 4.28 : Dôme de 8 barres et 32 câbles – Influence du diamètre du dôme sur la limite de fatigue.

A travers le changement de la portée du dôme entre 5 et 15 m (Figure 4.28), la variation du risque de fatigue au niveau des câbles reste toujours minimale. Pour la portée de 10 m, on constate une diminution de la contrainte de Von Mises de l'ordre de 25 %, cette diminution a engendré une baisse du facteur de fatigue de 21 %, ce qui montre l'influence de la valeur de la contrainte de Von Mises sur le comportement en fatigue du dôme étudié.

## 9. Comportement mécanique en fatigue du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles

### 9.1 Géométrie 3 D et données de conception et de calcul :

La structure du dôme est constituée de 24 barres, et 80 câbles, elle consiste une configuration d'un dôme à base de tensegrité de vraie grandeur (figure 4.29 et tableau 4.12). Ce dôme possède un diamètre de 120 m.



(a) Vue en perspective

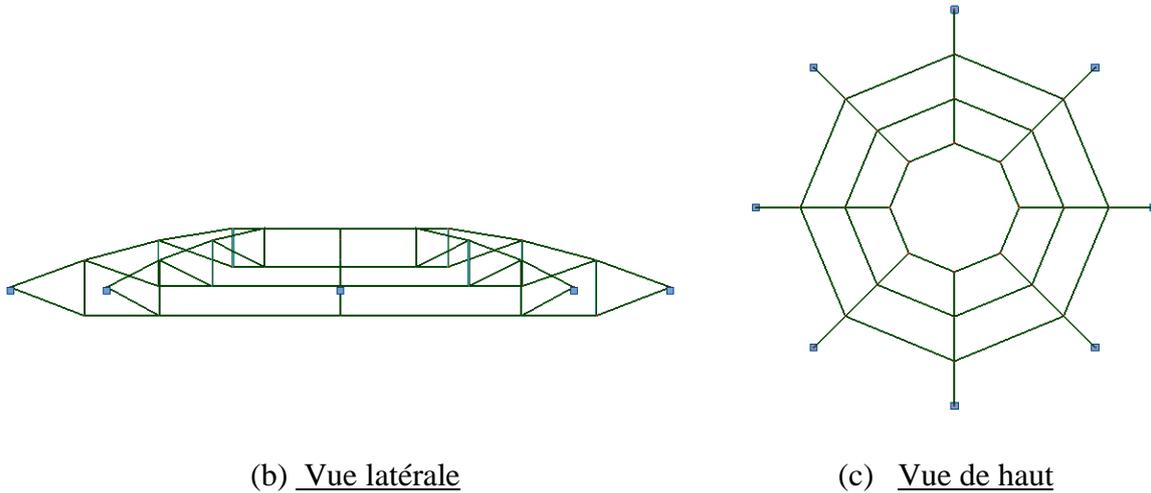


Figure 4. 29 : Géométrie du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.

Tableau 4.12 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Coordonnée des nœuds.

Nœud N°	Coordonnées des nœuds en m			Appuis fixes
	X	Y	Z	
1	40,50	0,0	3,68	
2	40,50	0,0	10,80	
3	27,00	0,0	0,16	
4	27,00	0,0	8,56	
5	13,50	0,0	-5,24	
6	13,50	0,0	4,96	
7	0,0	0,0	0,0	x
8	46,21	-13,79	3,68	
9	46,21	-13,79	10,80	
10	36,67	-23,33	0,16	
11	36,67	-23,33	8,56	
12	27,12	-32,88	-5,24	
13	27,12	-32,88	4,96	
14	17,57	-42,43	0,0	x
15	60,00	-19,50	3,68	
16	60,00	-19,50	10,80	
17	60,00	-33,00	0,16	
18	60,00	-33,00	8,56	
19	60,00	-46,50	-5,24	
20	60,00	-46,50	4,96	
21	60,00	-60,00	0,0	x

22	73,79	-13,79	3,68	
23	73,79	-13,79	10,80	
24	83,33	-23,33	0,16	
25	83,33	-23,33	8,56	
26	92,88	-32,88	-5,24	
27	92,88	-32,88	4,96	
28	102,43	-42,43	0,0	x
29	79,50	0,0	3,68	
30	79,50	0,0	10,80	
31	93,00	0,0	0,16	
32	93,00	0,0	8,56	
33	106,50	0,0	-5,24	
34	106,50	0,0	4,96	
35	120,00	0,0	0,0	x
36	73,79	13,79	3,68	
37	73,79	13,79	10,80	
38	83,33	23,33	0,16	
39	83,33	23,33	8,56	
40	92,88	32,88	-5,24	
41	92,88	32,88	4,96	
42	102,43	42,43	0,0	x
43	60,00	19,50	3,68	
44	60,00	19,50	10,80	
45	60,00	33,00	0,16	
46	60,00	33,00	8,56	
47	60,00	46,50	-5,24	
48	60,00	46,50	4,96	
49	60,00	60,00	0,0	x
50	46,21	13,79	3,68	
51	46,21	13,79	10,80	
52	36,67	23,33	0,16	
53	36,67	23,33	8,56	
54	27,12	32,88	-5,24	
55	27,12	32,88	4,96	
56	17,57	42,43	0,0	x

Les diamètres des câbles et des barres ont été déterminés en fonction de la base d'autocontrainte, et du niveau d'autocontrainte (figure 4.30 et tableau 4.13), les nœuds sont conçus en sphères métalliques pour permettre une bonne liaison des éléments connectés.

Les appuis ont été fixés pour les nœuds périphériques d'extrémité, la charge extérieure orientée vers le bas a été introduite pour les nœuds supérieurs.

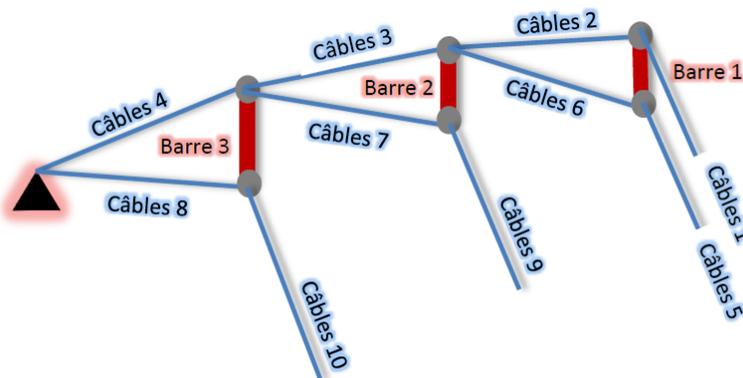


Figure 4.30 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.  
Demi-coupe diamétrale.

Tableau 4.13 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Liste des éléments de la structure et base d'autocontrainte.

Élément N°	Nœuds départ	Nœud arrivée	Section (mm <sup>2</sup> )	Autocontrainte (KN)	Nom de l'élément
1	1	2	180956	+100	Barre 1
2	3	4	180956	+233.54	Barre 2
3	5	6	180956	+564.23	Barre 3
4	2	4	3988	-610.98	Cable_2
5	4	6	5835	-907.59	Cable_3
6	6	7	10531	-1637.99	Cable_4
7	1	4	1872	-291.21	Cable_6
8	3	6	4504	-700.66	Cable_7
9	5	7	10021	-1558.86	Cable_8
10	8	9	180956	+100	Barre 1
11	10	11	180956	+233.54	Barre 2
12	9	11	3988	-610.98	Cable_2
13	11	13	5835	-907.59	Cable_3
14	13	14	10531	-1637.99	Cable_4
15	8	11	1872	-291.21	Cable_6
16	10	13	4504	-700.66	Cable_7
17	12	14	10021	-1558.86	Cable_8
18	17	18	180956	+233.54	Barre 2
19	19	20	180956	+564.23	Barre 3
20	16	18	3988	-610.98	Cable_2
21	18	20	5835	-907.59	Cable_3
22	20	21	10531	-1637.99	Cable_4
23	15	18	1872	-291.21	Cable_6
24	17	20	4504	-700.66	Cable_7
25	19	21	10021	-1558.86	Cable_8
26	22	23	180956	+100	Barre 1
27	24	25	180956	+233.54	Barre 2
28	26	27	180956	+564.23	Barre 3
29	23	25	3988	-610.98	Cable_2
30	25	27	5835	-907.59	Cable_3
31	27	28	10531	-1637.99	Cable_4
32	22	25	1872	-291.21	Cable_6
33	24	27	4504	-700.66	Cable_7
34	26	28	10021	-1558.86	Cable_8
35	29	30	180956	+100	Barre 1
36	31	32	180956	+233.54	Barre 2
37	33	34	180956	+564.23	Barre 3
38	30	32	3988	-610.98	Cable_2
39	32	34	5835	-907.59	Cable_3
40	34	35	10531	-1637.99	Cable_4
41	29	32	1872	-291.21	Cable_6
42	31	34	4504	-700.66	Cable_7
43	33	35	10021	-1558.86	Cable_8
44	36	37	180956	+100	Barre 1
45	38	39	180956	+233.54	Barre 2
46	40	41	180956	+564.23	Barre 3
47	37	39	3988	-610.98	Cable_2
48	39	41	5835	-907.59	Cable_3
49	41	42	10531	-1637.99	Cable_4
50	36	39	1872	-291.21	Cable_6
51	38	41	4504	-700.66	Cable_7
52	40	42	10021	-1558.86	Cable_8

Suite Tableau 4.13 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles. Liste des éléments de la structure et base d'autocontrainte.

Élément N°	Nœuds départ	Nœud arrivée	Section (mm <sup>2</sup> )	Autocontrainte (KN)	Nom de l'élément
53	43	44	180956	+100	Barre 1
54	45	46	180956	+233.54	Barre 2
55	47	48	180956	+564.23	Barre 3
56	44	46	3988	-610.98	Cable_2
57	46	48	5835	-907.59	Cable_3
58	48	49	10531	-1637.99	Cable_4
59	43	46	1872	-291.21	Cable_6
60	45	48	4504	-700.66	Cable_7
61	47	49	10021	-1558.86	Cable_8
62	50	51	180956	+100	Barre 1
63	52	53	180956	+233.54	Barre 2
64	54	55	180956	+564.23	Barre 3
65	51	53	3988	-610.98	Cable_2
66	53	55	5835	-907.59	Cable_3
67	55	56	10531	-1637.99	Cable_4
68	50	53	1872	-291.21	Cable_6
69	52	55	4504	-700.66	Cable_7
70	54	56	10021	-1558.86	Cable_8
71	9	16	5074	-787.51	Cable_1
72	23	30	5074	-787.51	Cable_1
73	30	37	5074	-787.51	Cable_1
74	44	51	5074	-787.51	Cable_1
75	23	16	5074	-787.51	Cable_1
76	37	44	5074	-787.51	Cable_1
77	51	2	5074	-787.51	Cable_1
78	2	9	5074	-787.51	Cable_1
79	1	8	2301	-357.96	Cable_5
80	8	15	2301	-357.96	Cable_5
81	15	22	2301	-357.96	Cable_5
82	22	29	2301	-357.96	Cable_5
83	29	36	2301	-357.96	Cable_5
84	36	43	2301	-357.96	Cable_5
85	43	50	2301	-357.96	Cable_5
86	50	1	2301	-357.96	Cable_5
87	10	17	5548	-863.07	Cable_9
88	17	24	5548	-863.07	Cable_9
89	24	31	5548	-863.07	Cable_9
90	31	38	5548	-863.07	Cable_9
91	38	45	5548	-863.07	Cable_9
92	45	52	5548	-863.07	Cable_9
93	52	3	5548	-863.07	Cable_9
94	3	10	5548	-863.07	Cable_9
95	5	12	12205	-1898.57	Cable_10
96	19	26	12205	-1898.57	Cable_10
97	26	33	12205	-1898.57	Cable_10
98	33	40	12205	-1898.57	Cable_10
99	40	47	12205	-1898.57	Cable_10
100	47	54	12205	-1898.57	Cable_10
101	54	5	12205	-1898.57	Cable_10
102	12	13	180956	+564.23	Barre 3
103	19	12	12205	-1898.57	Cable_10
104	15	16	180956	+100	Barre 1

Après détermination des mécanismes possibles, la base d'autocontrainte, pour stabiliser ce dôme câbles, et retourner à la position initiale, a été déterminée pour chaque niveau d'autocontrainte. La charge maximale appliquée aux nœuds a été déduite pour chaque niveau d'autocontrainte, elle vérifie la stabilité et la résistance de toute la structure, ainsi que ses éléments, la flèche maximale a été contrôlée par rapport à la flèche admissible, aucune compression ou relâchement n'est tolérée pour les câbles.

## 9.2 Chargement cyclique bi-axial non proportionnel en phase :

La même formulation précédente du chargement cyclique est prévue pour l'analyse en fatigue, il s'agit d'appliquer un système de charge bi-axial non proportionnel. Le tableau 4.14 donne la formulation du signal de charge.

Tableau 4.14 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles - Validation des coefficients du signal de charge.

Combinaison de charges	Autocontrainte dans tous les câbles (1 à 10)		Charge extérieure F	
	Valider	Coefficient	Valider	Coefficient
Autocontrainte	✓	1.0		1.0
1.05 (Autocontrainte) + F	✓	1.05	✓	1.0
0.95 (Autocontrainte) - F	✓	0.95	✓	-1.0

## 9.3 Analyse en fatigue du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles :

### 9.3.1 Description générale :

Nous présentons dans cette section l'étude générale du comportement en fatigue du dôme à 24 barres et 80 câbles, les données ci-dessous ont été prises fixes :

- ✓ Caractéristiques mécaniques et géométriques du dôme présentées plus haut,
- ✓ Le diamètre du dôme est de 120 m,
- ✓ Le niveau de l'autocontrainte dans les câbles est de  $0,35 R_e$ .

L'étude du dôme en statique et en fatigue a donné les résultats suivants (Figures : 4.31 à 4.34).

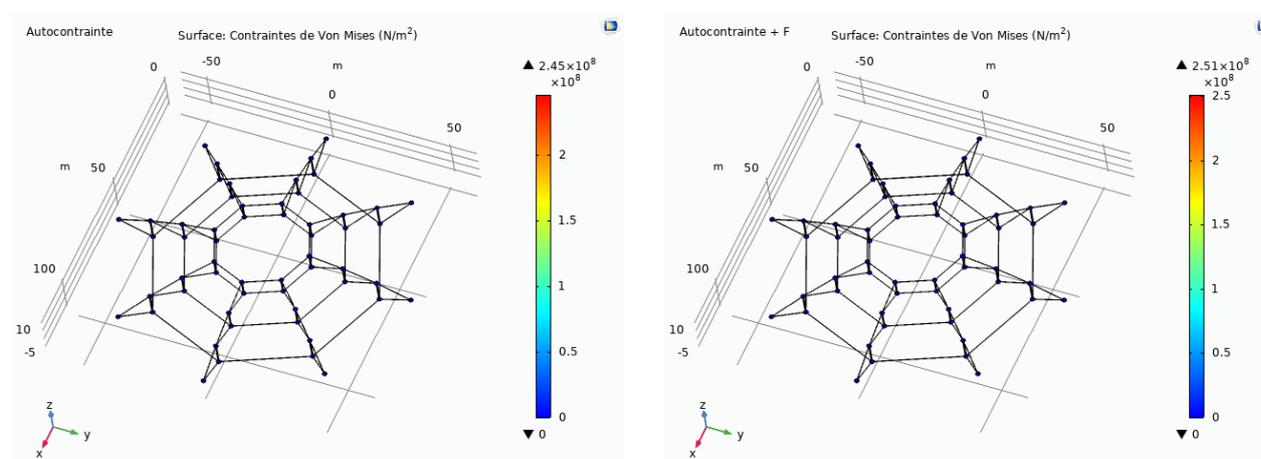


Figure 4.31 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Contrainte de VM en statique - Niveau d'autocontrainte :  $0,35 R_0$

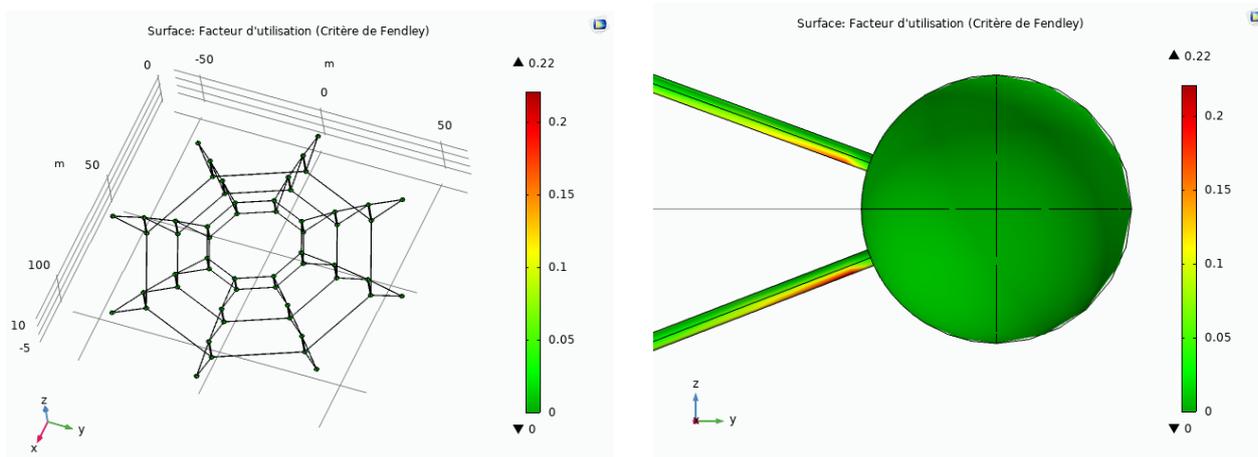


Figure 4.32 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Fendley) - Niveau d'autocontrainte :  $0,35 R_0$

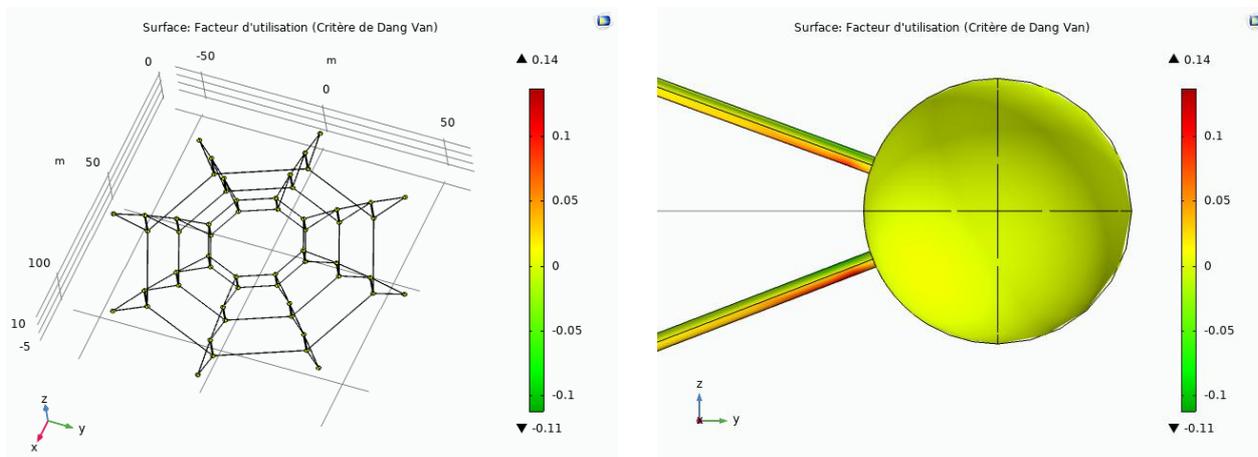


Figure 4.33 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Dang Van) - Niveau d'autocontrainte :  $0,35 R_0$

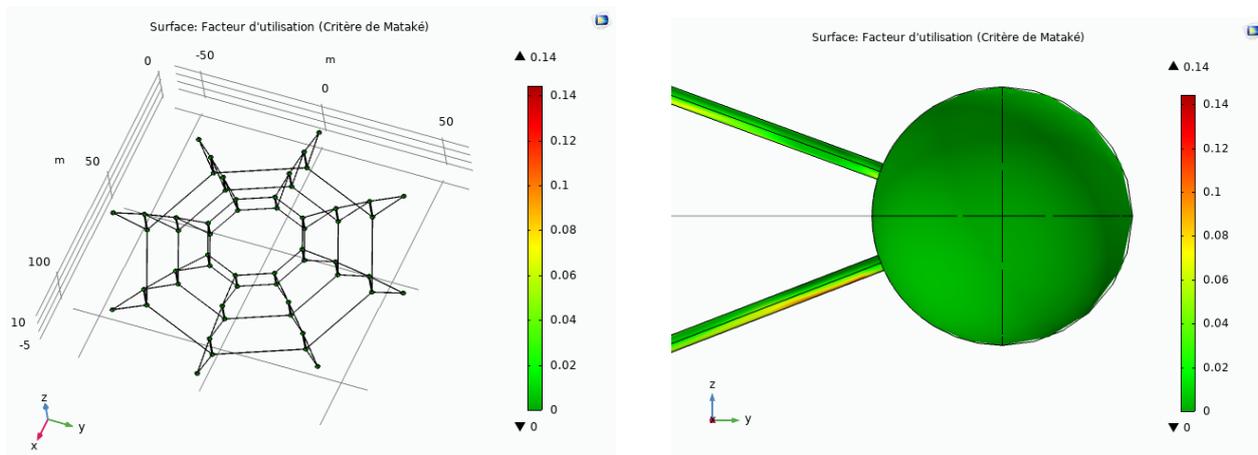


Figure 4.34 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Comportement en fatigue (Critère de Mataké) - Niveau d'autocontrainte :  $0,35 R_0$

A un niveau d'autocontrainte de  $0,35 R_e$ , le dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – de diamètre : 120 m, possède une charge maximale (par nœud)  $F$  en mode statique de l'ordre de 106 KN que peut supporter les nœuds chargés, en appliquant le signal de charge cyclique comme indiqué plus haut, la limite de fatigue reste plus loin, (facteurs d'utilisation des différents critères de fatigue entre 0,14 et 0,22).

Nous constatons également que les signes potentiels de fatigue sont visibles au niveau des familles de câbles 4 et 8, ceux qui sont raccordés aux nœuds périphériques de la structure (nœuds fixes), cette constatation peut être expliquée par la présence d'une rigidité relativement importante par rapport aux autres nœuds ce qui favorise des zones de concentrations des contraintes.

En analysant la différence du comportement en fatigue en ces endroits, on peut dire qu'en terme de valeurs, les deux critères de Dang Van et Mataké sont rapprochés (facteur d'utilisation égal à 0,14), avec une concentration des points de la cartographie de fatigue toute-à-fait différente. Par contre le critère de Fendley présente un facteur d'utilisation différent (0,22), la cartographie de fatigue est plus proche de celle de Mataké.

Concernant les autres câbles, aucun signe vrai de fatigue n'est constaté, les barres, compte tenu de son comportement spécial différent sous charges cyclique, restent toujours à l'abri du phénomène de fatigue.

### 9.3.2 Influence du niveau de l'autocontrainte :

Dans cette section nous examinons l'influence du niveau d'autocontrainte sur le comportement en fatigue du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – de diamètre : 120 m. Pour faire varier le niveau d'autocontrainte on fixe les sections des câbles et des barres, et on opère sur la variation des efforts introduits pour les câbles et les barres. Le tableau 4.15 résume les résultats obtenus :

Tableau 4.15 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du niveau de l'autocontrainte sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.

Niveau d'autocontrainte	Charge extérieure $F_{\max}$ [KN]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (fatigue)	
			Fendley	Dang Van
0,35 $R_e$	106	251	Fendley	0,22
			Dang Van	0,14
			Mataké	0,14
0,50 $R_e$	156	364	Fendley	0,33
			Dang Van	0,20
			Mataké	0,22
0,65 $R_e$	202	465	Fendley	0,43
			Dang Van	0,27
			Mataké	0,28
0,80 $R_e$	248	590	Fendley	0,54
			Dang Van	0,34
			Mataké	0,43

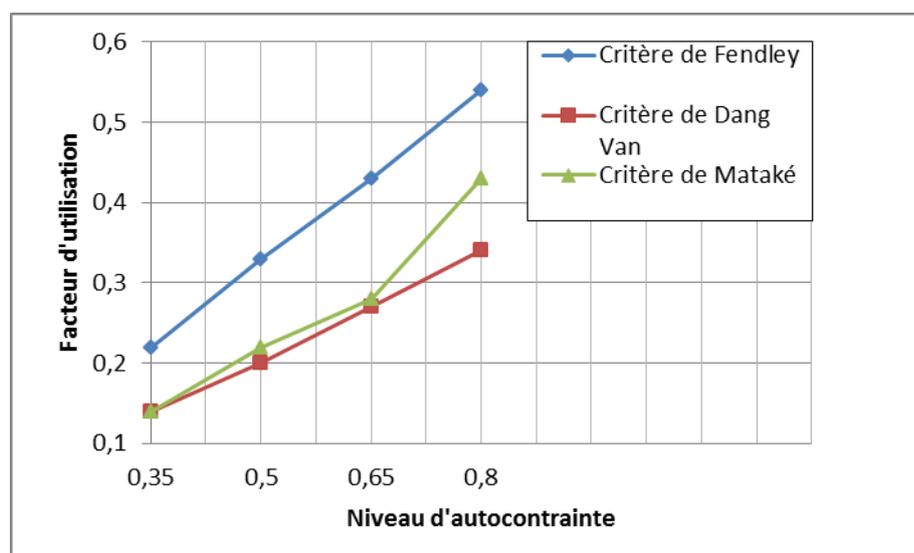


Figure 4.35 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du niveau de l’autocontrainte sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.

Le tableau 4.15 et la figure 4.35 montrent le comportement mécanique en statique et en fatigue du dôme à 24 barres et 80 câbles, on constate toujours que le risque de fatigue est accentué pour les câbles les plus sensibles (famille de câbles 4 et 8, ceux qui sont raccordés aux nœuds périphériques de la structure), ce risque est beaucoup plus marqué à la jonction des câbles aux nœuds.

Plus le niveau d’autocontrainte est élevé, plus le facteur d’utilisation est plus grand, ce qui signifie que l’atteinte de la limite de fatigue est plus rapide en ce moment.

A partir de  $0,62 R_e$ , on constate que le domaine de sécurité en mode statique de la structure a atteint sa limite élastique pour les câbles, malgré ce dépassement, la structure du dôme est toujours loin d’être touchée par la fatigue.

### 9.3.3 Influence du coefficient multiplicateur de la section des câbles :

Le risque de fatigue est toujours lié à la rigidité de la structure, on cherche ici à augmenter les sections des câbles pour donner à la structure du dôme à 24 barres et 80 barres plus de rigidité, on va opérer donc par un coefficient multiplicateur des sections des câbles.

Les données suivantes de calcul ont été maintenues :

- ✓ Diamètre du dôme 120 m,
- ✓ Niveau d’autocontrainte  $0,80 R_e$ ,
- ✓ Toutes les autres données de calcul précédentes sont conservées,
- ✓ Coefficient multiplicateur des sections des câbles : variable de 1 à 4.

Les résultats ont été regroupés dans le tableau 4.16, et illustrés dans la figure 4.36.

Tableau 4.16 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence de la section des câbles sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.

Coefficient multiplicateur de la section des câbles	Charge extérieure $F_{\max}$ [KN]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (critères de fatigue)	
1	248	590	Fendley	0,54
			Dang Van	0,34
			Mataké	0,43
2	488	645	Fendley	0,67
			Dang Van	0,39
			Mataké	0,39
3	738	656	Fendley	0,60
			Dang Van	0,33
			Mataké	0,31
4	975	705	Fendley	0,51
			Dang Van	0,33
			Mataké	0,26

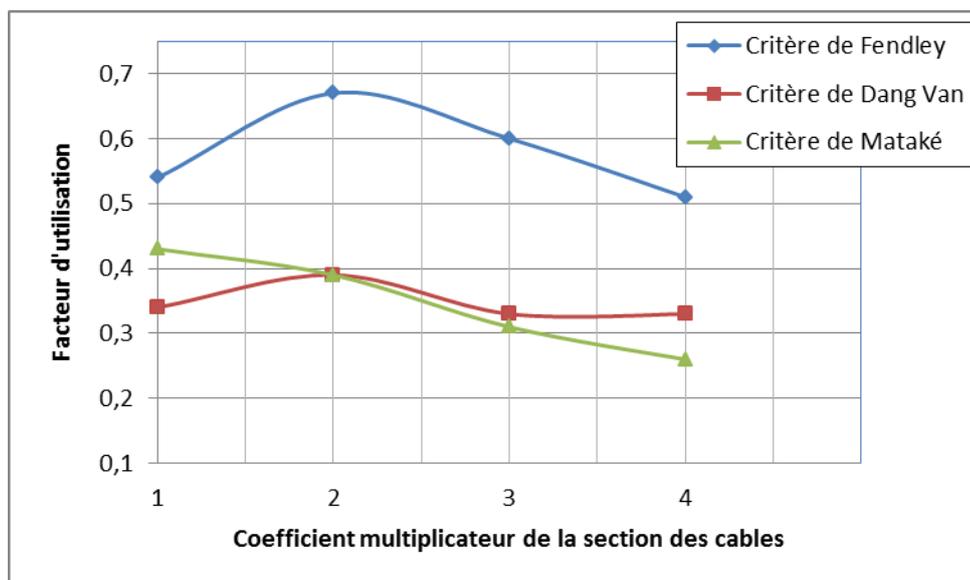


Figure 4.36 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence de la section des câbles sur la limite de fatigue – Dôme de 120 m.

Malgré la rigidification des éléments sensibles à la fatigue de la structure du dôme étudié, la figure 4.36 et le tableau 4.16 montrent un comportement différent, pour le critère de Fendley, on constate une augmentation du facteur d'utilisation pour un coefficient multiplicateur des sections des câbles égale à 2, après ce seuil, on constate une diminution de ce facteur pour les coefficients 3 et 4.

En ce qui concerne les deux autres critères (Dang Van et Mataké), un rapprochement relatif des résultats est constaté, le critère de Mataké présente une diminution du facteur d'utilisation en

fonction de l'augmentation du coefficient multiplicateur de la section des câbles, pour le critère de Dang Va on constate presque la même cinétique que celle du critère de Fendley, avec une différence au niveau des valeurs du facteur d'utilisation.

### 9.3.4 Influence du diamètre du dôme :

A travers la variation du diamètre du dôme, on aura l'occasion de connaître le comportement en fatigue du dôme à 24 barres et 80 barres, dans cette section on présente l'étude du comportement en fatigue en considérant les données suivantes :

- ✓ Rapport flèche sur le diamètre du dôme :  $f/D$  constant = 0,10,
- ✓ Niveau d'autocontrainte :  $0,80 R_e$ ,
- ✓ Toutes les autres données de calcul précédentes sont conservées,
- ✓ Sections des câbles et des barres : constante pour chaque dôme,
- ✓ Diamètre du dôme variable : 120, 150, 180, 210 et 240.

Les résultats des calculs en statique et à la fatigue sont représentés dans le tableau 4.17 et les figures suivants 4.37 , 4.38 et 4.39.

Tableau 4.17 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles – Influence du diamètre de dôme sur la limite de fatigue.

Diamètre du dôme [m]	Charge extérieure $F_{max}$ [KN]	Déplacement max des nœuds Suivant -Z [cm]	Capacité portante du dôme [KN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{VM}$ max en mode statique [MPa]	Facteurs d'utilisation (critères de fatigue)	
					Fendley	Dang Van
120	248	32,30	0,506	590	Fendley	0,54
					Dang Van	0,34
					Mataké	0,43
150	342	35,62	0,441	650	Fendley	0,58
					Dang Van	0,34
					Mataké	0,46
180	494	42,79	0,448	770	Fendley	0,64
					Dang Van	0,33
					Mataké	0,32
210	672	49,91	0,446	877	Fendley	0,67
					Dang Van	0,36
					Mataké	0,40
240	858	55,83	0,439	1060	Fendley	1,15
					Dang Van	0,75
					Mataké	0,59

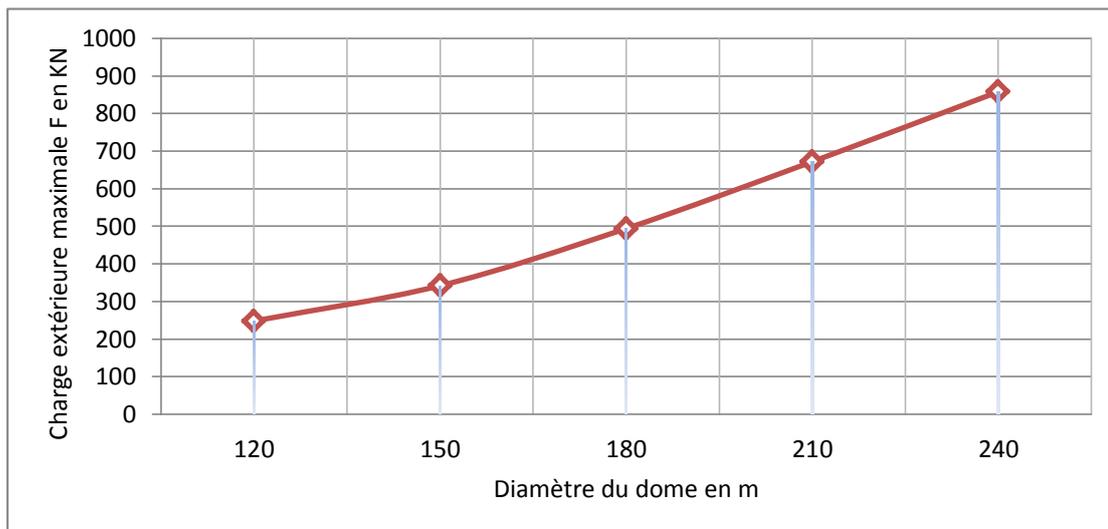


Figure 4.37 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.  
Influence du diamètre de dôme sur le comportement en statique.

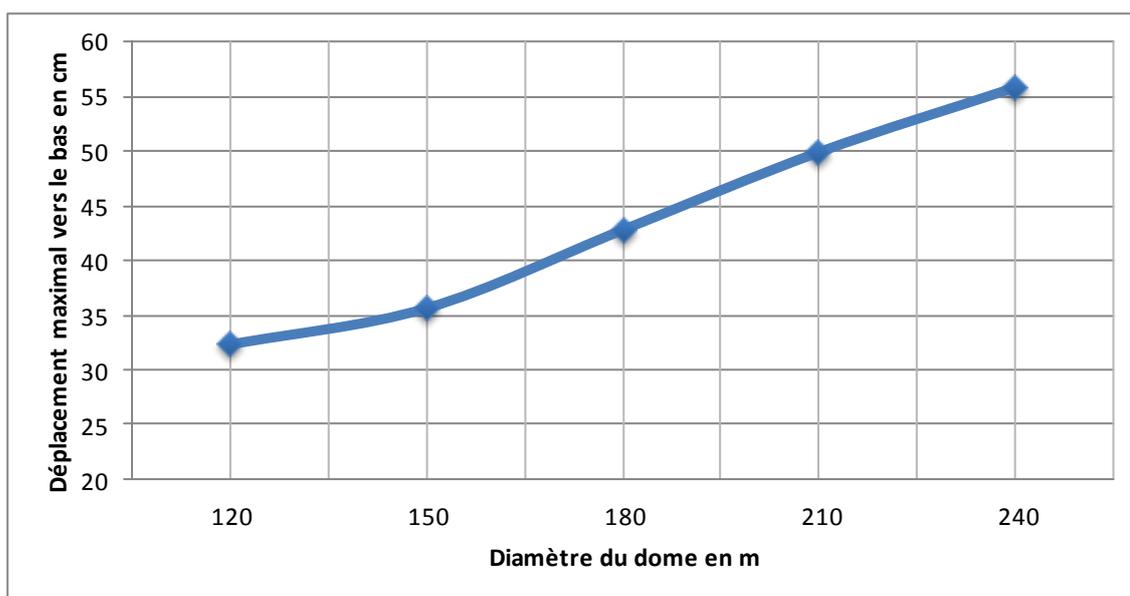


Figure 4.38 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles.  
Influence du diamètre de dôme sur le déplacement maximal des nœuds suivant la direction -Z.

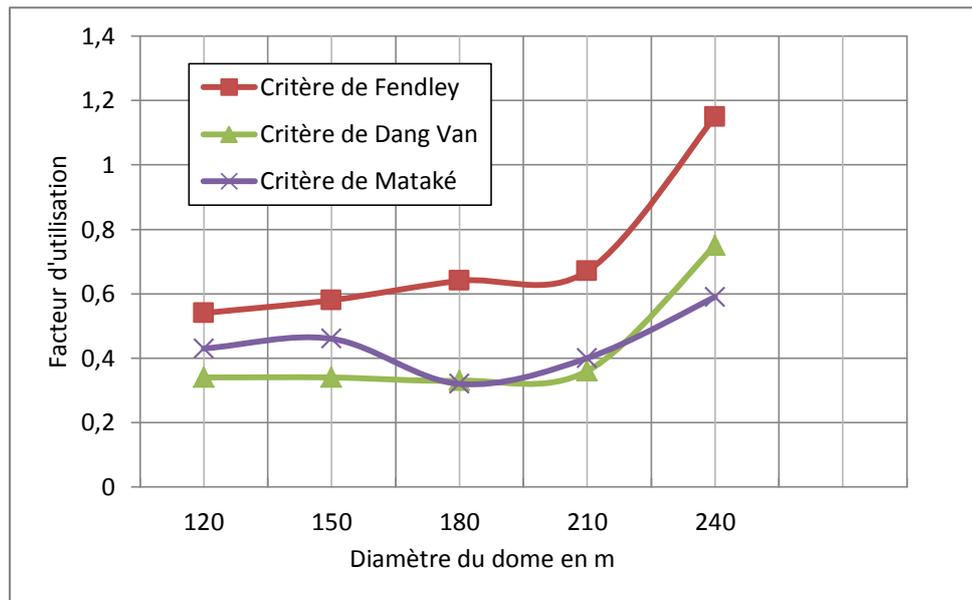


Figure 4.39 : Dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles  
Influence du diamètre de dôme sur la limite en fatigue.

A travers l'étude en statique du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles, ce qui représente une structure du dôme à vraie grandeur, nous constatons une augmentation de la charge maximale supportée par le dôme et le déplacement des nœuds suivant la direction  $-Z$ , en fonction de l'augmentation du diamètre en mode statique, ce comportement rend la contrainte de Von Mises plus importante, ce qui engendre une augmentation du facteur d'utilisation pour le critère de Fendley, cette augmentation deviendra plus rapide pour ce même critère à partir du diamètre de 210 m.

Pour l'ensemble des critères, on constate un facteur d'utilisation entre 0,30 et 0,75, cette constatation est valable pour les diamètres du dôme entre 120 et 210 m, ce qui implique que la structure du dôme reste loin du risque de fatigue. Pour le diamètre de 240 m la valeur du facteur d'utilisation devient plus importante, et elle atteint une valeur exceptionnelle de 1,15 pour le critère de Fendley.

Le risque de fatigue est toujours localisé dans les câbles, à la jonction des nœuds périphériques, et à un degré moins pour les autres nœuds. Les barres, vu le mode de chargement favorable, sont toujours loin du risque de fatigue.

On peut conclure qu'une structure d'un dôme peut vérifier les limites en mode monotone, mais cette sécurité reste insuffisante sans passer par une vérification du risque de fatigue.

## 10. Construction d'un critère de fatigue pour les dômes câbles

### 10.1 Problématique et hypothèses :

A travers l'analyse en fatigue des structures des différents dômes câbles étudiées, nous avons constaté que la limite de fatigue exprimée par les trois critères utilisés (Dang Van, Fendley et Mataké) et directement liée à la rigidité en mode chargement monotone de la structure examinée, plus la rigidité est grande, la limite de fatigue sera atteinte rapidement, pour les cas des structures relativement souples, l'évolution de la limite de fatigue est plus longue.

Cette considération nous ramène à pousser plus loin et à penser sur la loi reliant la réponse de la structure en mode chargement monotone ( $E_M$ ) en fonction du niveau de l'autocontrainte, avec la réponse en mode chargement cyclique ( $E_F$ ).

Pour cette raison, et dans le cadre des hypothèses suivantes :

- ✓ Niveau de l'autocontrainte  $A$  appliqué aux câbles les plus sollicités,
- ✓ Force extérieure maximale  $F_{max}$  concentrés au niveau des nœuds supérieurs de la structure, définissant la capacité portante du dôme en mode chargement monotone.
- ✓ Elasticité linéaire des matériaux (câbles et barres en acier),
- ✓ La non-linéarité géométrique des structures,
- ✓ Limites de fatigue des matériaux à haut nombre cycles (entre  $10^6$  et  $10^7$ ),
- ✓ Fluctuation du niveau de l'autocontrainte en mode chargement cyclique à des faibles variations de contraintes ( $\Delta A = 10\%$ ),
- ✓ Charge extérieure maximale cyclique alternée symétriquement.

Nous proposons la formulation d'un critère de fatigue destiné aux dômes câbles, il sera fondé sur les résultats obtenus des structures testées. L'objectif est d'étudier la possibilité d'estimation directe de la limite de fatigue sur la base de la réponse de la structure en mode chargement monotone, sans passer à l'étude de fatigue.

## 10.2 Fondement de la formulation du critère :

Un critère de fatigue est ici considérée comme-étant une fonction reliant les paramètres du comportement mécanique d'une structure, pour prédire la durée de vie de cette structure sous un niveau donné de chargement cyclique. La durée de vie est exprimée à haut nombre de cycles (entre  $10^6$  et  $10^7$ ) par l'atteinte d'une limite de cette fonction appelée : limite de fatigue.

Si on considère  $E_{M,k}$  Le rapport de réponse de la structure du dôme en chargement monotone en fonction du niveau de l'autocontrainte, l'indice  $k$  est le numéro de cas de la structure testée.

La réponse de la structure en mode chargement monotone pour chaque incrément de la variation du niveau de l'autocontrainte est exprimée par le rapport suivant :

$$E_{M,k} = [(F_{max,i+1} - F_{max,i}) / F_{max,i}] / (A_{i+1} - A_i) \quad (4.10)$$

Avec :

$A_{i+1} - A_i$  : le terme de variation du niveau de l'autocontrainte d'une structure du dôme,

$[(F_{max,i+1} - F_{max,i}) / F_{max,i}]$  : est le rapport de variation de la charge maximale dans l'intervalle considéré.

En calculant  $E_{M,k}$  pour toutes les structures des dômes testés, à différents incréments de variation du niveau de l'autocontrainte. Une légère linéarisation (Figure 4.40) est admise pour une approximation globale de l'allure générale du comportement.

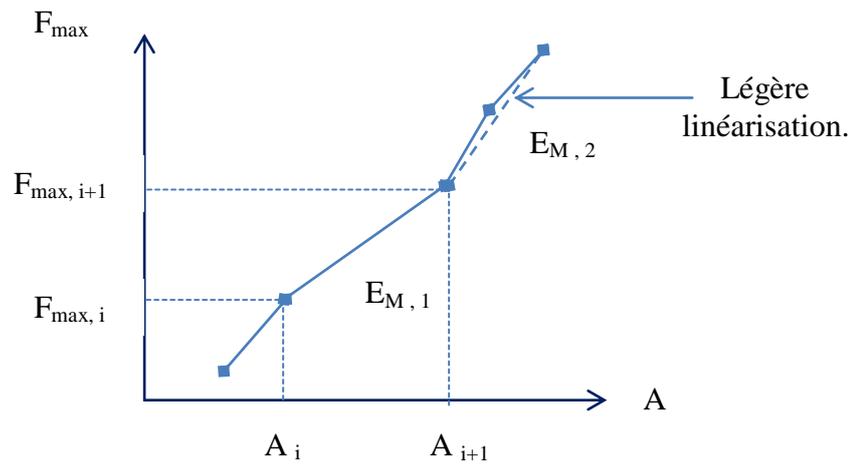


Figure 4.40 : Réponse de la structure des dômes en chargement monotone.

Chaque structure du dôme étudié en comportement mécanique à chargement monotone, est associée à une réponse en chargement cyclique (Figure 4.41), cette réponse est évaluée numériquement par le rapport  $E_{F,j}$ :

$$E_{F,j} = [ (f_{i+1} - f_i) ] / (A_{i+1} - A_i) \quad (4.11)$$

Avec :

$[ (f_{i+1} - f_i) ]$  : est le terme exprimant la variation du facteur d'utilisation pour chaque critère (Dng Van, Fendley et mataké) en fonction de l'incrément de l'autocontrainte.

Nous utilisons pour la proposition de formulation du critère la valeur moyenne des trois critères utilisés.

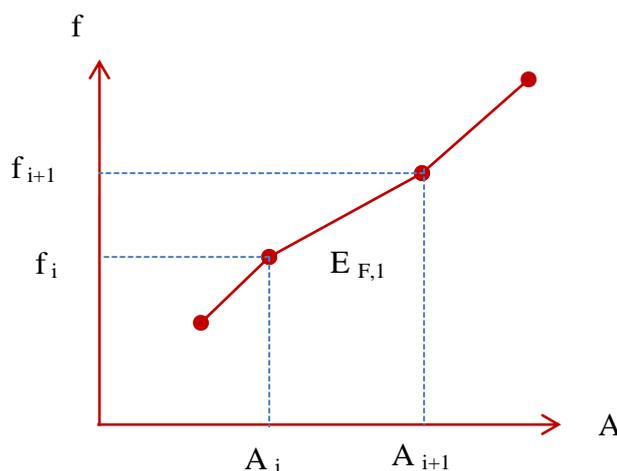


Figure 4.41 : Réponse de la structure des dômes en chargement cyclique.

A travers les structures des dômes étudiées, et sur la base de l'analyse en fatigue couplée avec le comportement en mode monotone, nous déclarons :

∃ une fonction de fatigue reliant les deux paramètres du comportement mécanique des dômes câbles sous forme :

$$E_{F,j} = d(E_{M,k}) \quad (4.12)$$

En remplaçant le terme  $E_{F,j}$  par sa valeur dans la formule 4.11, l'expression du critère deviendra comme suite :

$$[(f_{i+1} - f_i)] / (A_{i+1} - A_i) = d(E_{M,k}) \quad (4.13)$$

Supposant une variation infinitésimale entre  $f_{i+1}$  et  $f_i$  et considérant une loi linéaire de la réponse des structures (paramètre du comportement mécanique en fonction de la variation de l'autocontrainte), donc le terme  $(f_{i+1} - f_i)$  peut être remplacé par la valeur moyenne  $f_{moy}$ , et le terme  $(A_{i+1} - A_i)$  par la valeur moyenne  $A_{moy}$ , et donc dans un domaine linéaire :

$$f_{moy} / A_{moy} = E_F \quad (4.14)$$

Pour n'importe quelle valeur moyenne, on peut supposer une valeur quelconque où on cherche à définir l'état de la structure étudiée, l'expression du critère prendra la forme générale suivante :

$$f / A = d(E_{M,k}) \quad (4.15)$$

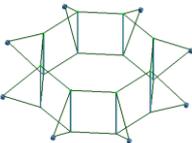
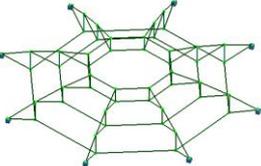
La fonction  $d(E_{M,k})$  de fatigue est à déterminer par corrélation numérique entre les deux paramètres :  $E_M$  et  $E_F$ , en exploitant la banque de données des résultats obtenus des dômes étudiés.

### 10.3 Calcul des paramètres du comportement mécanique :

Pour les trois types des dômes étudiés : module plan, dôme de petite taille, et dôme de 120 m de portée, et à chaque variation du niveau de l'autocontrainte, nous calculons les paramètres du comportement mécanique ( $E_M$  et  $E_F$ ) en prévision de la recherche d'une fonction numérique reliant ces paramètres, afin de prédire la limite de fatigue en utilisant la formule (4.15).

Nous exploitons la banque de données des tableaux 4.5, 4.9 et 4.15 présentés plus haut, et nous utilisons les formules développées ici, on pourra écrire les résultats des différents paramètres du comportement mécaniques comme suit (Tableau 4.18) :

Tableau 4.18 : Définition des structures et paramètres de réponse mécanique.

N°	Structure du dome.	Réponse sous chargement monotone.		Réponse sous chargement cyclique.		Paramètres de réponse.	
		A	F <sub>max</sub> [KN]	Critère	E/E <sub>c</sub>	E <sub>M</sub>	E <sub>F</sub>
1	 Module plan	0,2 à 0,5	4,15 à 10,5	Fendley	0,51 à 1,28	4,83	2,57
2		0,2 à 0,5	4,15 à 10,5	Dang Van	0,54 à 1,36	4,83	2,73
3		0,2 à 0,5	4,15 à 10,5	Mataké	0,51 à 1,29	4,83	2,60
4	 Dômes de 8 barres et 32 câbles.	0,3 à 0,5	11,8 à 20,5	Fendley	0,26 à 0,47	3,70	1,05
5		0,3 à 0,5	11,8 à 20,5	Dang Van	0,19 à 0,34	3,70	0,75
6		0,3 à 0,5	11,8 à 20,5	Mataké	0,20 à 0,36	3,70	0,80
7		0,5 à 0,8	20,5 à 8,5	Fendley	0,47 à 0,61	- 4,71	0,47
8		0,5 à 0,8	20,5 à 8,5	Dang Van	0,36 à 0,38	- 4,71	0,13
9		0,5 à 0,8	20,5 à 8,5	Mataké	0,36 à 0,40	- 4,71	0,13
10	 Dômes de 24 barres et 80 câbles.	0,35 à 0,8	106 à 248	Fendley	0,22 à 0,54	2,80	0,71
11		0,35 à 0,8	106 à 248	Dang Van	0,14 à 0,34	2,80	0,44
12		0,35 à 0,8	106 à 248	Mataké	0,14 à 0,43	2,80	0,64

Ces paramètres (Tableau 4.18) expliquent bien le comportement mécaniques des dômes câbles étudiés, il est donc clair que pour toute structure présentant une rigidité élevée ( $E_M$  élevé) en fonction d'un niveau d'autocontrainte, le rapport de réponse de cette structure sous chargement cyclique ( $E_F$ ) est aussi élevé, ce qui explique une atteinte rapide de la limite de fatigue.

#### 10.4 Détermination de la fonction de fatigue :

Pour la formulation finale du critère de fatigue, on aura besoin de connaître -avec une tolérance admissible – l'équation numérique exprimant le paramètre  $E_F$  en fonction du paramètre  $E_M$ , pour cette raison nous exploitons les 12 cas étudiés (voir tableau 4.18).

Pour des valeurs moyennes de chaque cas (Figure 4.42), la fonction de fatigue est sous forme : non linéaire, elle peut être représentée par une corrélation exponentielle, le coefficient de détermination  $R^2$  est égale à 0,7894.

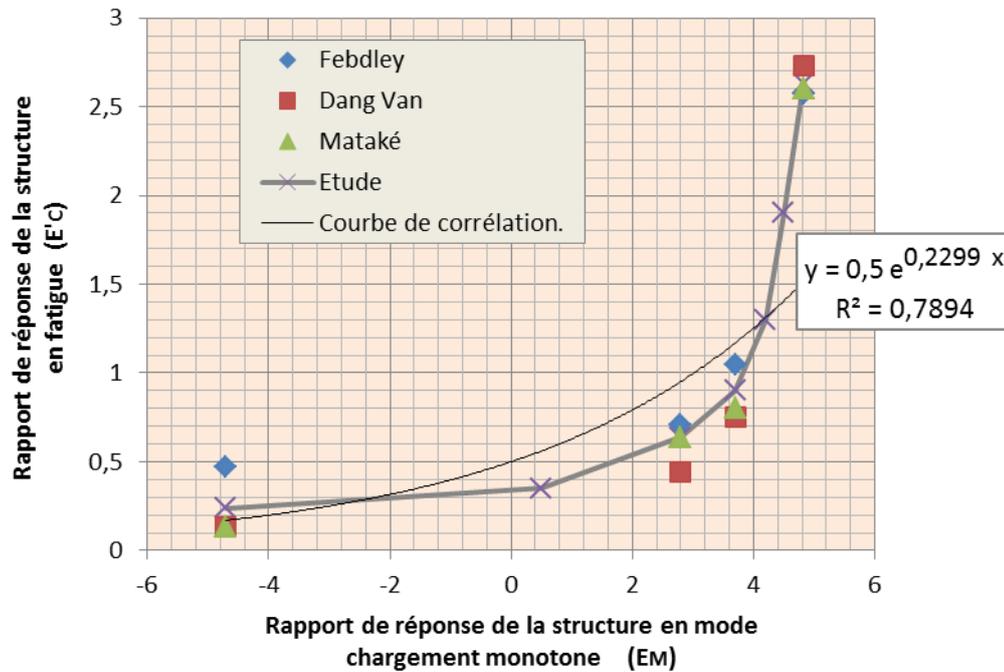


Figure 4.42 : Approche numérique de la fonction de fatigue de toutes les structures étudiées.

Il est à noter que pour le module plan examiné à titre d'illustration dans cette étude, présente un rapport de rigidité en chargement monotone ( $E_M$ ) qui sort d'une manière évidente du lot des dômes étudiés, pour une meilleure approximation de la fonction de fatigue nous évitons la représentation de ces points, et nous nous limitons au reste des points. Le modèle de régression (Figure 4.43) montre les écarts de ces points et le rapprochement des points restants.

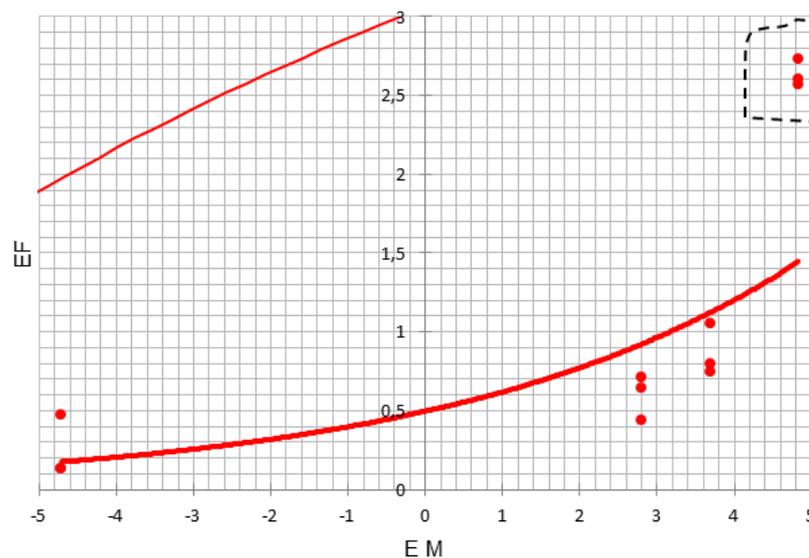


Figure 4.43 : Approche numérique de la fonction de fatigue des dômes câbles étudiés.

Après un calcul statistiques basé sur les 09 points représentant les structures des dômes étudiés (dômes de petite taille et dômes de 120 m), et détermination des paramètres de la prédiction avec les résidus correspondants, une nouvelle corrélation définitive est à préconiser (figure 4.44).

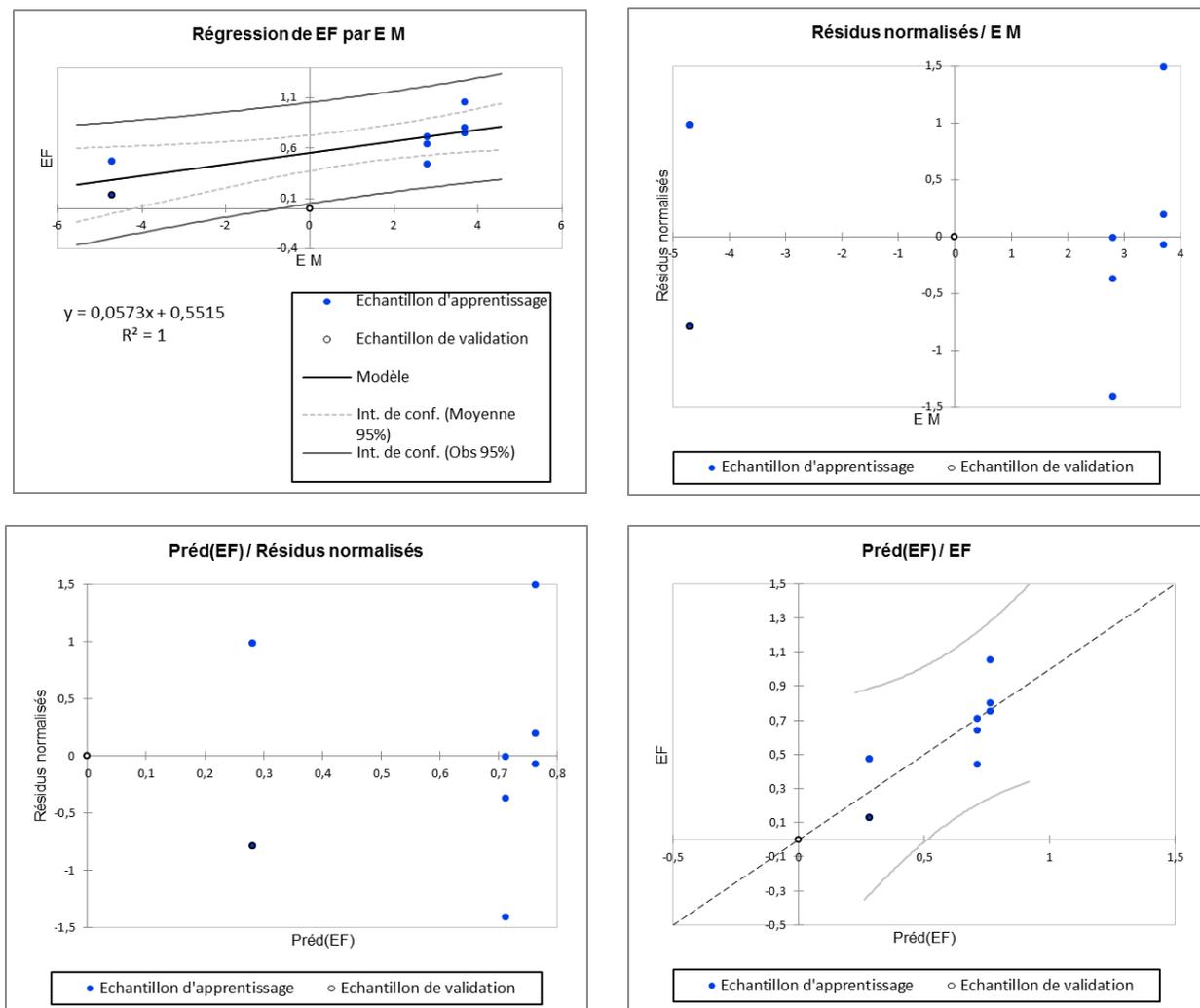


Figure 4.44 : Régression linéaire et prédiction de la fonction de fatigue.

Pour un modèle de régression linéaire (Figure 4.44), et avec un intervalle de confiance de 95 %, la fonction de fatigue peut être exprimée par la relation approchée suivante :

$$E_F = 0,06 E_M + 0,55 \quad (4.16)$$

On remplace la valeur de  $E_F$  dans l'équation (4.15) développée en haut, la fonction de fatigue prendra la forme suivante :

$$f / A = d(E_{M,k}) = 0,06 E_M + 0,55. \quad (4.17)$$

### 10.5 Forme finale du critère de fatigue :

La fatigue de la structure du dôme se produira quand le facteur d'utilisation  $f$  prendra la valeur maximale de 1, la formule 4.17 deviendra alors :

$$1 / A = 0,06 E_M + 0,55 \quad (4.18)$$

D'où :

$$1 = A \cdot [0,06 E_M + 0,55] \quad (4.19)$$

Pour une formulation finale du critère, on peut adopter l'inégalité suivante exprimant une limite de fatigue :

$$A \cdot [0,06 E_M + 0,55] \geq 1 \quad (4.20)$$

Si l'inégalité de la formule 4.20 est vérifiée pour un cas étudié, la limite de fatigue sera atteinte.

Donc à partir du niveau d'autocontrainte A introduit dans les câbles les plus sollicités d'une structure de dômes câbles à base de tenségrité, on pourra estimer directement la limite de fatigue en connaissant le comportement de cette structure sous chargement monotone ( $E_M$ ), sans passer par une étude du comportement mécanique sous chargement cyclique.

### 10.6 Validation du critère et représentation graphique :

Le critère de fatigue proposé est ici calibré par rapport aux résultats obtenus à travers les structures des dômes étudiées, en utilisant la moyenne des facteurs d'utilisation des trois critères (Dang Van, Fendley et Mataké), et les résultats obtenus par le critère proposé, le tableau 4.19 présente les écarts et rapprochement enregistrés.

Tableau 4.19 : Calibrage du critère pour les structures étudiées.

N°	Structure du dome.	f (moyenne des trois critères)	A	$E_M$	Critère de fatigue * (Etude)
4	Dômes de petite taille	0,22	0,30 $R_e$	3,70	<b>0,23</b>
5		0,31	0,40 $R_e$	3,70	<b>0,31</b>
6		0,39	0,50 $R_e$	3,70	<b>0,39</b>
7		0,41	0,60 $R_e$	- 4,71	<b>0,16</b>
8		0,41	0,70 $R_e$	- 4,71	<b>0,19</b>
9		0,46	0,80 $R_e$	- 4,71	<b>0,21</b>
10	Dômes de 120 m de portée.	0,17	0,35 $R_e$	2,80	<b>0,25</b>
11		0,25	0,50 $R_e$	2,80	<b>0,36</b>
12		0,33	0,65 $R_e$	2,80	<b>0,47</b>
* : Application de la formule du critère proposé (Formule : 20)					

Dans un intervalle de variation du niveau de l'autocontrainte entre 0,30 et 0,80, et pour les dômes étudiés dans cette thèse, le critère proposé donne en général des résultats satisfaisants.

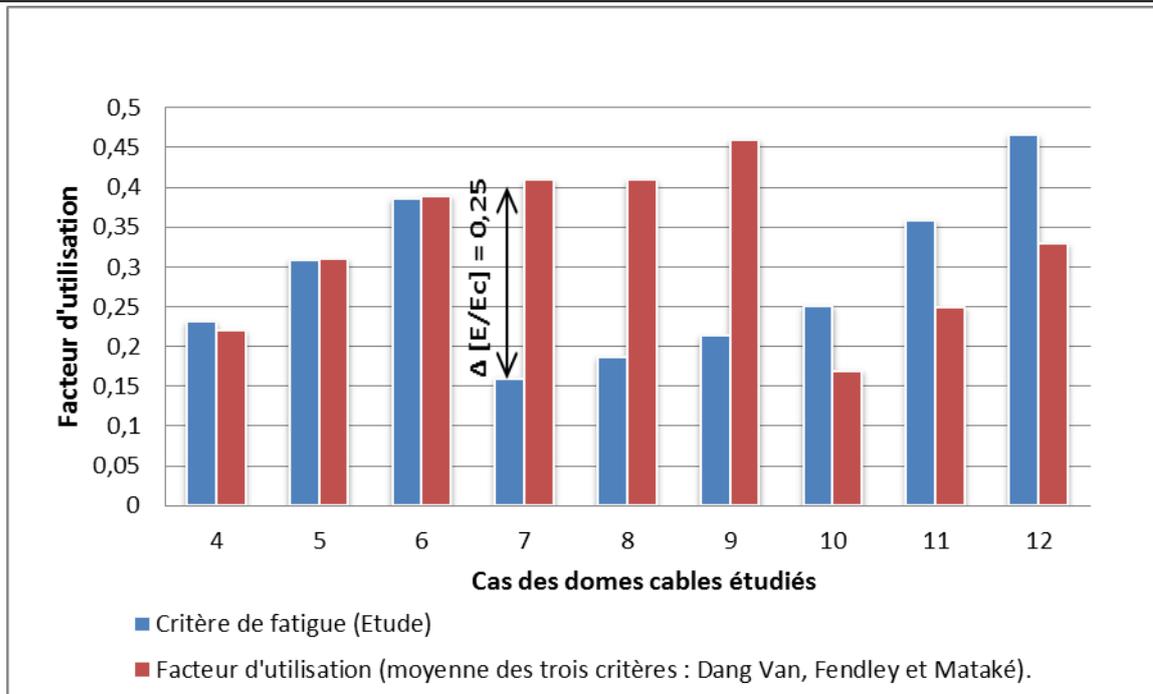


Figure 4.45 : Calage du critère proposé.

Le critère proposé est en coïncidence totale avec les trois critères (Dang Vn, Mataté et Fendley), ceci est valable lorsque la structure du dôme est plus rigide (Figure 4.45 : Cas 4, 5 et 6), et il prévoit une durée de vie de la structure plus importante que celle obtenue par les trois critères, pour des valeurs de  $E_M$  négative (Figure 4.45 : cas 7, 8 et 9). Et il prévoit une durée de vie plus courte dans le cas d'une structure relativement souple (Figure 4.45 : cas : 10, 11 et 12), il se révèle donc dans ce cas conservatif.

On a enregistré un écart maximum entre  $E/E_c$  déterminé par le critère d'étude et celui déterminé par la valeur moyenne des trois critères utilisés, de l'ordre de 0,25 pour le cas du dôme 7 (Figure 4.45), cet écart reste dans les limites tolérables, sachant qu'on a relevé un écart jusqu'à 0,23 (Figure 4.24) entre les deux valeurs de  $E/E_c$  déterminées par le critère de Fendley et Dang Van dans le même cas traité. Pour d'autres cas (Figure 4.39), cet écart entre les critères utilisés, dépasse parfois cette limite.

On peut confirmer qu'aucun critère ne donne des résultats parfaits [ARN05], les critères utilisés se différencient par le choix du plan critique, ce dernier est défini parfois comme celui de la contrainte tangentielle maximale. Dans tous les cas de ces critères, la fonction de fatigue est exprimée comme étant une formulation du tenseur de contraintes normales et tangentielles. Dans le critère proposé, cette formulation a été transformée en une relation entre le niveau d'autocontrainte, qui génère une contrainte normale, et la charge maximale extérieure, provoquant une contrainte normale et une contrainte tangentielle, cette charge est représentée dans la formulation du critère par un paramètre de réponse en mode chargement monotone. C'est donc ces considérations qui peuvent expliquer la dispersion parfois des résultats.

Le critère proposé peut prédire la durée de vie du système, avec une approche satisfaisante dans les cas des dômes câbles ayant un caractère efficace ( $EM > 0$ ), ce qui représente la majorité des comportements de ces structures, dans le cas des structures dites défailantes ( $EM < 0$ ), il est considéré non conservatif. Une formulation graphique du critère proposé est présentée à la figure 4.46.

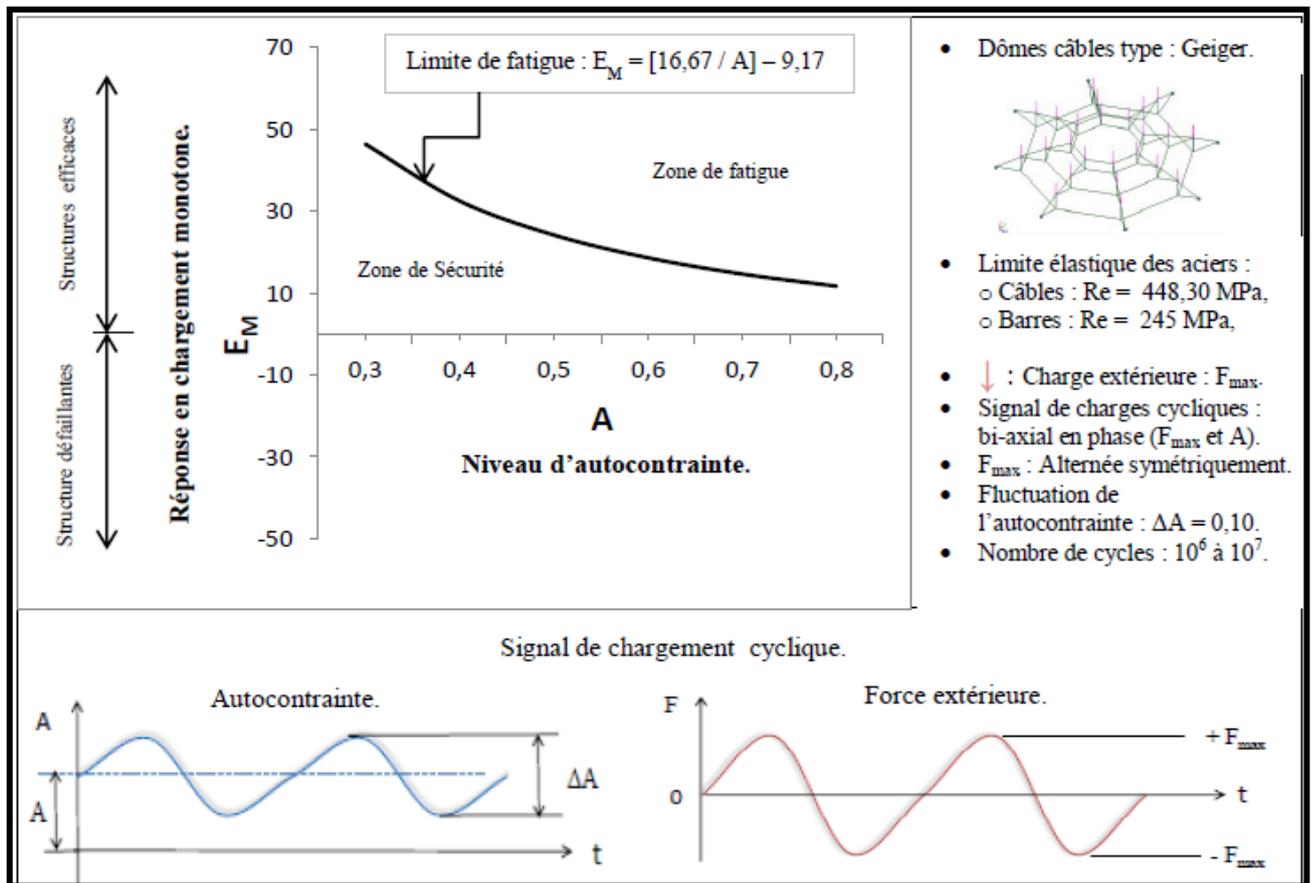


Figure 4.46 : Formulation graphique du critère de fatigue.

En fin, et dans un intervalle de variation du niveau de l'autocontrainte entre 0,30 et 0,80 (Figure 4.46), pour les dômes câbles du type Geiger, et avec un signal de chargement cyclique bi-axial en phase (figure 4.5), le critère proposé donne des résultats satisfaisants. Il peut être utilisé facilement pour prédire la durée de vie de ces systèmes, avec l'avantage d'une estimation rapide et directe de la limite de fatigue.

## 11. Conclusion

La fatigue des structures en général est un domaine complexe mal maîtrisable, et représente une tâche difficile à modéliser correctement. La constatation et la prédiction faites par les concepteurs et les chercheurs sur les différents phénomènes de fatigue restent insuffisantes, ces considérations incitent les chercheurs à étudier ce phénomène et à proposer des modèles capables de prévoir la durée de vie des structures.

A cela s'ajoute la spécificité des structures du type dôme câbles par rapport aux structures conventionnelles, nous signalons à titre d'exemple quelques difficultés d'étude de ces structures :

- ✓ Obligation de la recherche de la forme stable,
- ✓ Nécessité de l'introduction correcte du niveau de l'autocontrainte,
- ✓ Contrôle du comportement mécanique lors de n'importe quel chargement (aucune compression ou relâchement n'est admis pour les câbles).
- ✓ Pour l'analyse en non-linéarité géométrique : configuration et vérification de la convergence du problème non linéaire.

- ✓ Le peu de recherche bibliographique consacrée au comportement mécanique des dômes câbles en général, et l'inexistence des études de fatigue liées directement à ce genre de structures.

Dans ce chapitre nous avons vu l'analyse en fatigue en utilisant trois critères, pour les structures de type dôme câbles. Chaque critère a été défini selon ses propres conditions, en utilisant leurs propres coefficients qui dépendent du nombre de cycles correspondant à grand nombre de cycles (entre  $10^6$  et  $10^7$ ). Pour réaliser cet objectif, l'approche par plan critique (Findley, Mataka, Dang Van) est adoptée, elle représente les critères les plus utilisés dans le domaine de l'analyse en fatigue des structures. Les critères de plan critique (critères locaux) sont aussi les meilleurs quand la charge a y lieu dans la phase. L'étude est faite dans l'hypothèse fondamentale caractérisant ce type de structures : la non-linéarité géométrique.

Dans ce chapitre nous avons étudié la fatigue multiaxiale avec un chargement non proportionnel en phase, pour simuler le chargement réel, plusieurs points ont été choisis afin de représenter le chargement entier, donc plusieurs itérations à prendre en compte, il faut introduire deux chargements cycliques (Autocontrainte dans les câbles, et charge extérieure) simultanément.

Un critère de fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles est construit sur la base des données du matériau et celles du critère, les contraintes sont considérées en domaine macroscopique.

En premier lieu, il est important de signaler la capacité de prédiction des critères adaptés pour ce type exceptionnel de ces structures innovantes, permettant de simuler la durée de vie dans le domaine de l'endurance étudié.

Les constatations à travers les simulations faites, ont permis de conclure par toutes les structures des dômes câbles étudiés, pour les faibles chargements, la contrainte normale (traction dans les câbles) gouverne et provoque la rupture en fatigue. Pour les forts chargements (cas du dernier dôme par exemple) l'effet du cisaillement se révèle important. Ceci confirme les constatations de Mataké et de Findley, qui expriment leurs critères de fatigue par une combinaison linéaire entre la contrainte normale et la contrainte de cisaillement.

L'application de ces critères dans un modèle de fatigue pour le calcul de structures du type dôme câbles est aussi très prometteuse. La simulation du modèle par le logiciel COMSOL Multiphysics est bonne pour des chargements introduits à amplitude constante et non proportionnels. L'extension de la prédiction du modèle vers des chargements par blocs en phase ou hors phase, ou des chargements à amplitude variable est donc rapidement envisageable.

Les prévisions données par les trois critères utilisés sont dans la même bande de résultats. Le critère de Fendley dans la plupart des cas étudiés est toujours conservateur, les deux autres critères sont non-conservateurs.

L'analyse en fatigue des structures des dômes étudiés montre aussi les conclusions suivantes :

- ✓ La démarche de l'analyse des structures étudiées des dômes câbles en débutant par des modules simples, et en arrivant à des dômes de vraie grandeur, est très intéressante, elle nous a permis de comprendre en détails le comportement en fatigue de ces structures assez complexes.
- ✓ Il est clair que la limite de fatigue dans la plupart des structures examinées a été atteinte dans le domaine de sécurité en mode statique, ce qui montre l'importance de l'analyse en fatigue avant de valider le comportement mécanique globale d'une telle structure dans le domaine de vie de l'ouvrage.

- ✓ La fatigue accentuée des câbles a été constatée clairement pour tous les câbles au niveau des jonctions avec les nœuds, les barres restent toujours loin de la limite de fatigue pour toutes les structures étudiées. Cette constatation nous ramène à pousser plus en détail pour connaître le mode de fonction des éléments de la structure sous chargement cyclique, et pouvoir identifier les zones fortement probables de concentration des contraintes. Il est important donc de signaler que la limite de fatigue dépend généralement de la manière dont chaque éléments se comporte, et non du dimensionnement des éléments (câbles ou barres).
- ✓ La contrainte équivalente de Von Mises, qui représente une combinaison des contraintes appliquées, influe généralement d'une manière directe sur la limite de fatigue.
- ✓ La forme des triangles constituant les modules de base des dômes câbles a un rôle important sur le comportement en fatigue de la structure, plus la barre formant l'élément vertical du triangle est longue, plus le risque de fatigue est élevé, ce bilan est justifié par l'augmentation significative de la contrainte de cisaillement qui représente un rapport direct de l'effort axial transmis par la barre au niveau des câbles.
- ✓ Le niveau élevé de l'autocontrainte dans les câbles influe considérablement sur la limite de fatigue de la structure, pour des structures à bas niveau d'autocontrainte (inférieur à  $0,40 R_e$  pour toutes les structures étudiées), aucun risque de fatigue n'est à craindre. Ce résultat est expliqué par la souplesse de la structure d'un part, et par le niveau bas de chargement extérieur admis dans le domaine de sécurité en mode statique d'une autre part.
- ✓ Le risque de fatigue est élevé pour une amplitude de charge extérieure maximale élevée. Dans cette situation la structure du dôme devient plus rigide, ce qui rend la structure à haute sensibilité à la fatigue. Il est parfois constaté pour certains cas simulés, que la limite de fatigue n'a pas été atteinte malgré un niveau de chargement à la limite élastique maximale supporté par la structure en mode monotone, on parle ici d'une endurance illimitée, et la structure est classée d'une grande souplesse (cas du dôme à vingt-quatre barres et quatre-vingt câbles, à titre d'exemple).
- ✓ En général, le comportement en fatigue des structures étudiées en fonction de la variation de la section des câbles et des barres n'a pas été défini clairement, cela peut être justifié du fait de l'interaction au même temps par plusieurs autres paramètres prédominants.
- ✓ En général, lorsque le diamètre du dôme augmente, le risque de fatigue devient plus clair, cette constatation est justifiée par l'augmentation de la contrainte de cisaillement, ce qui provoque une augmentation rapide de la contrainte équivalente de Von Mises.

A travers l'analyse en fatigue des dômes câbles étudiés, nous avons constaté que la rigidité des structures examinées en mode chargement monotone en fonction du niveau de l'autocontrainte est responsable de la réponse en mode chargement cyclique, pour cette raison nous avons jugé utile de connaître cette interaction, une approche numérique et statistique est donc décrite entre le rapport de réponse en mode chargement monotone, et celui en chargement cyclique.

Cette tentative nous a permis de proposer une formulation d'un critère de fatigue destiné aux dômes câbles, il a été fondé sur les résultats obtenus des structures testées. L'objectif est l'estimation directe de la limite de fatigue sur la base de la réponse de la structure en mode chargement monotone en fonction du niveau de l'autocontrainte, sans passer à l'étude de fatigue.

Le calage de ce critère avec les trois critères utilisés (Dang Van, Fendley et Mataké), pour les cas des dômes câbles étudiés, et dans le domaine de de variation du niveau de l'autocontrainte (entre 0,30 et 0,80) a donné satisfaction.

## **CONCLUSION GENERALE**

## Conclusion générale

Les dômes câbles à base de tenségrité n'ont pas bénéficiés à nos jours, d'une attention suffisante par la communauté scientifique. Le sujet reste d'une part, avec des questions posées sur les méthodes, les démarches, et les moyens, et d'autre part, loin d'être abordé d'une manière globale. Il est donc d'actualité, et représente un axe vierge.

Notre contribution a été focalisée sur l'étude du comportement mécanique en chargement monotone, avec une analyse à la fatigue. Le but était de proposer une démarche globale intégrant tous les paramètres nécessaires de conception et de stabilité, afin de se rapprocher vers une analyse plus réaliste.

Dans ce contexte, l'interaction entre la conception, la stabilité, et le comportement mécanique, a été mise en évidence. Le niveau de chargement a été défini en fonction des performances mécaniques de la structure, pour cette raison, les meilleures configurations du système ont été développées, tout en assurant la stabilité primaire et la stabilité au service.

Cette démarche décrivant le comportement mécanique en non linéarité géométrique a permis de concrétiser l'influence des paramètres de forme du système, sur les meilleures performances, dans ce cadre, une formulation de ces paramètres en fonction de la capacité relative en chargement monotone de la structure est proposée. L'application de la démarche proposée, avec une simulation numérique sur un exemple relativement simple, ont permis de gagner 10 % des performances mécaniques, en allant d'un système initialement proposé vers un système optimisé.

Le niveau de chargement, composé de la charge extérieure, et du niveau de l'autocontrainte, défini dans le domaine de sécurité du système, représente un couple plus correct, décrivant le comportement mécanique en mode chargement monotone.

C'est à partir de ce couple, en relation avec la stabilité nécessaire du système, qu'on pourra proposer une fluctuation des charges, pour superviser le comportement mécanique à la fatigue des câbles de ce genre de structures particulières. Dans ce contexte, nous signalons le peu de recherches sur la fatigue des structures de tenségrité, ceux qui se rapportent aux dômes câbles en relation avec la fatigue sont rares.

Dans le présent travail de thèse, et à la deuxième partie, nous avons proposé une analyse en fatigue des dômes câbles du type Geiger, sous un chargement bi-axial en phase, le couple de chargement est composé du niveau de l'autocontrainte avec une fluctuation de 10 %, et la charge extérieure maximale alternée symétriquement. L'objectif est de décrire le comportement mécanique en mode chargement cyclique, en relation avec la réponse en mode chargement monotone, en fonction du niveau de l'autocontrainte.

On a fait appel à des notions de mécanique, le modèle de concentration des contraintes dans les endroits les plus critiques de la structure, et notamment dans la section des câbles les plus sollicités du système, nous a obligé d'adopter des critères de fatigue multiaxiale, ces critères sont basés sur l'approche du plan critique. Pour effectuer l'étude, nous avons utilisé les critères de : Dang Van, Mataké et Fendley, formulés dans un cadre général, afin de prédire la durée de vie de ces structures

spécifiques. Plusieurs simulations numériques à l'aide du logiciel Comsol sur des dômes câbles de diverses configurations ont été présentées.

La limite de fatigue dans la plupart des structures examinées a été atteinte dans le domaine de sécurité en mode statique, ce qui montre l'importance de l'analyse en fatigue avant de valider le comportement mécanique globale d'une telle structure dans le domaine de vie de l'ouvrage.

La fatigue accentuée des câbles a été constatée clairement pour tous les câbles, au niveau des jonctions avec les nœuds, les barres restent toujours loin de la limite de fatigue pour toutes les structures étudiées. Il est important donc de signaler que la limite de fatigue dépend généralement de la manière dont chaque éléments se comporte, et non du dimensionnement des éléments (câbles ou barres).

A travers la corrélation de la réponse des structures en mode chargement cyclique en fonction de la réponse en mode statique, une approche statistique a été proposée pour prédire la durée de vie des dômes câbles en application de la fonction de fatigue déduite, cette approche a permis de formuler un critère spécifique aux dômes câbles, il est fonction directe de la réponse de la structure en mode chargement monotone, pour un niveau donné d'autocontrainte.

Ce critère est donc valable pour des dômes câbles à base de tensegrité, l'extension de la prédiction du modèle vers des chargements par blocs en phase ou hors phase, ou à des chargements à amplitude variable est donc rapidement envisageable.

Nous considérons à la lumière des résultats obtenus, que les objectifs visés ont été largement réalisés, la démarche globale proposée pourra constituer un guide bénéfique à la conception, et à l'analyse en chargement monotone et cyclique pour ces systèmes particuliers.

Il est intéressant à la phase étude statique sous chargement monotone, d'élargir cette proposition sur de nombreuses simulations diversifiées, pour pouvoir constituer un outil performant et un fondement essentiel à l'élaboration des procédures de conception et de calcul, faisant partie des codes de calculs, et des règlements techniques éventuels spécifiques aux dômes câbles à base de tensegrité.

Et enfin, il serait intéressant de compléter ces travaux par des études portant sur l'analyse en fatigue des dômes câbles, en considérant :

- ✓ Un chargement multiaxial proportionnel et non-proportionnel à amplitude variable.
- ✓ L'effet de phase sur la limite de fatigue.
- ✓ L'effet de la conception et du mécanisme des nœuds des jonctions sur le comportement en fatigue des câbles.
- ✓ L'influence de la direction d'orientation de charge extérieure sur le comportement en fatigue.
- ✓ L'introduction du couplage de la flexion avec la traction au niveau des câbles autocontraints.
- ✓ Une simulation du chargement cyclique obtenu par relevé de charges au cours du fonctionnement de la structure.

- ✓ L'introduction de nouveaux modèles de fatigue (Etude de comparaison avec des autres critères).
- ✓ L'influence des caractéristiques en fatigue de l'acier des câbles sur le niveau de risque de fatigue de la structure.
- ✓ Elargir l'étendue de l'étude pour la prédiction de la durée de vie de ces ouvrages, et éventuellement la proposition de nouveaux modèles d'approche de la fonction de fatigue (Application des plans d'expériences pour la formulation numérique probabiliste de la réponse).
- ✓ Le comportement en fatigue de contact des fils des câbles.
- ✓ L'introduction de la notion de plasticité des matériaux dans l'analyse de fatigue : il s'agit d'imposer une sollicitation qui provoque une déformation plastique cyclique dans la structure du dôme, et de déterminer le nombre de cycles que pourra supporter cette structure.
- ✓ L'utilisation d'autres codes de calculs (ANSYS, ABAQUS, ...) à titre comparatif.

**FIN.**

## Références bibliographiques

- [**ADR01**] S.M.L. Adriaenssens, M.R. Barnes, "Tensegrity spline beam and grid shell structures", *Engineering Structures* 23 (2001) 29–36.
- [**ALE10**] Aleksandra Nenadović, « Development, characteristics and comparative structural analysis of tensegrity type cable domes », *SPATIUM International Review*, No. 22, July 2010, pp. 57-66.
- [**AND07a**] ANDREA MICHELETTI, ET WILLIAM O. WILLIAMS, " A marching procedure for form-finding for tensegrity structures", *Journal of mechanics of materials and structures*, 2007.
- [**AND07b**] Anders Sunde Wroldsen, " Modelling and Control of Tensegrity Structures " these de doctorat, Department of Marine Technology Norwegian University of Science and Technology, 2007.
- [**ARN05**] Arnaud Duval, « Elaboration d’une méthodologie de dimensionnement à la fatigue et application élément finis sous Samcef », Juin 2005.
- [**BAT75**] Bathe K.J., Ramm E. and Wilson E.L. " *Finite element formulations for large deformation dynamic analysis* " *Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering*, 9, pp.353-386, 1975.
- [**BEK**] BEKAERT Better together, « Câbles pour haubans gainés au PEHD ».
- [**BEN00**] Ben Kahla et Kebiche K. "Nonlinear elastoplastic analysis of tensegrity systems" , *Engineering Structures*, Vol 23 , 2000, pp 1552 – 1566.
- [**BEN11**] BENKHETTAB MOHAMED, « prise en compte des contraintes résiduelles et des déformations plastiques dans un critère de fatigue », Mémoire de Magister, UNIVERSITE DE MOSTAGANEM, 28 Septembre 2011.
- [**BER06**] Bernhard Rudiger, " LES GRANDS ATELIERS – formation initiale 2006-2007" Ecole Nationale des Beaux-Arts de Lyon, octobre 2006.
- [**BIA18**] Bianzeube Tikri, Nadjitonon Ngarmaim, DJonglibet Wel-Doret and Jean-Louis Robert, "Multiaxial fatigue criteria based on an integral approach: justification of the superiority of this approach over the critical plane approach”, *International Journal of Current Research* Vol 10, Issue, 01, pp.63910-63917, January, 2018.
- [**BIN97**] BIN-BING W. , "A novel type of cabledome", *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures* ISSN 1028-365X , 1997, vol. 38, no3, pp. 177-182.
- [**BIN98**] Bin-Bing Wang, "cable- strut systems : Part 1 – tensegrity", *j construct, Steel Res*, Vol 45, N 3, PP 281 289, 1998.

- [BRE] BREVET Pierre, SIEGERT Dominique, « Fatigue of stay cables inside end fittings high frequencies of wind induced vibrations », Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France.
- [BRE04] BREVET Pierre, RAHARINAÏVO André, SIEGERT Dominique, « Microstructure et propriétés mécaniques des aciers pour câbles », Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France / Bulletin des laboratoires des Ponts et Chaussées/ 2004, n°250-51, pp. 75-92.
- [BRE05] P. BREVET, « Pathologie des haubans et câbles fatigue – corrosion », Journée « CABLES 2005 ».
- [CEN14] EN 1993-1-1, Eurocode 3: Design of steel structures- part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels, 2014.
- [CEN92] EUROCODES 3 : calcul des structures en acier, CEN, Décembre 1992.
- [CHA05] Abderrahim CHAMAT, « Prédiction de la durée de vie en fatigue des roués ferroviaires sous sollicitations multiaxiale proportionnelle et non- proportionnelle », Thèse de Doctorat, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz, 19/12 /2005.
- [CHR] Christiane Zwiijgers & Ivo van Rooy, " Kinetic tensegrity domes", Technische Universiteit Eindhoven ,5600 MB Eindhoven, Netherlands.
- [COM18] Bibliothèque du COMSOL Multiphysics 5.4 (Version 2018), « Fatigue Analysis of a Nonproportionally Loaded Shaft with a Fillet”, 2018.
- [DUB09] J-F. Dubé, B. Crosnier, N. Angellier, « Caractéristiques dynamiques d'une structure de tensegrité en fonction de son niveau d'autocontrainte », *19ème Congrès Français de Mécanique Marseille, 24-28 août 2009*.
- [EMM64] Emmerich D.G., « Structures linéaires Autotendantes », Brevet français N°1,377,291, 1964.
- [ESD] ESDEP , GROUPE DE TRAVAIL 12, « Considérations approfondies sur la résistance à la fatigue ».
- [FED07] Federico Cluni, Vittorio Gusella, et Filippo Ubertini' "A parametric investigation of wind-induced cable fatigue”, Engineering Structures, Volume 29, Issue 11, November 2007, Pages 3094–3105.
- [FEN05] Feng Fu, " Structural behavior and design methods of Tensegrity domes", Journal of Constructional Steel Research 61 (2005) 23–35.
- [FEN06] Feng Fu, "Non-linear static analysis and design of Tensegrity domes", *Steel and Composite Structures, Vol. 6, No. 5 (2006) 417-433* 417.
- [FRE09] FREDERIC LEVESQUE, « Analyse de la fatigue par petits débattements (fretting fatigue) de fils d'un conducteur électrique », thèse de Doctorat en Génie Mécanique, faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, 2009.

- [FUL61] Fuller R.B., "The revolutionary architect-engineer's own patent revelation about his basic structural discoveries", Portfolio and Art News Annual, N°4, 1961.
- [GOU03] Jean-Paul GOURMELON, « Fatigue des câbles de haubannage, Organisation et principaux résultats du programme de recherche dirigé par le LCPC », Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées - 244-245 - mai-juin-juillet-août 2003 - réf. 4478 - pp. 53-71.
- [HUI09] Hui Li , Jinping Ou, Zhi Zhou, "Applications of optical fibre Bragg gratings sensing technology-based smart stay cables", Optics and Lasers in Engineering/ Volume 47, Issue 10, October 2009, Pages 1077–1084.
- [HUY09] Q. Huy VU, Damien HALM, Yves NADOT, « Une approche par invariants de la fatigue multiaxiale sous chargement complexe : prédiction de la durée de vie », 19ème Congrès Français de Mécanique Marseille, 24-28 août 2009.
- [IFE17] Ife Olorun Olofin, Ronggui Liu, « Suspen-Dome System: A Fascinating Space Structure », The Open Civil Engineering Journal, 2017, 11, 131-142.
- [JAN02] Jan Ming Ko ; Gang Zheng ; Z. Q. Chen ; Yi-Qing NiField, "vibration tests of bridge stay cables incorporated with magnetorheological (MR) dampers", *Proc. SPIE* 4696, Smart Structures and Materials 2002: Smart Systems for Bridges, Structures, and Highways, 30 (June 28, 2002).
- [JAS05] Jason E. Charalambides and Katherine A. Liapi, " Implementation of a computer algorithm for an interactive 3D CAD generation of tensegrity structures", 22nd International Symposium on Automation and Robotics in Construction . ISARC 2005 - September 11-14, 2005, Ferrara (Italy).
- [JEA08] Jean Francois Dube, Nicolas Angellier, Bernard Crosnier, " Comparison between experimental tests and numerical simulations carried out on a tensegrity minigrid ", *Engineering Structures* 30 (2008) 1905–1912.
- [JEA97] Jean-Paul Bâillon, Collectif - Claude Bathias, « Fatigue des matériaux et des structures », 2ème édition revue et augmentée - Editeur : *Hermes Science Publications* 1997.
- [JUA06] Juan Carlos Morales-Brignac, " Dynamic Properties and Seismic Response of the Cable Structures and Towers of the Arecibo Observatory" these de doctorat, University of Puerto Rico Mayagüez Campus , May 2006.
- [KEB08] Kebiche K., Kazi Aoual M.N et Motro R., "Continuum Models for Systems in Selfstress State", *International Journal of Space Structures*, Vol, 23, N°2. 2008, pp 103 - 115.
- [KEB99] K.Kebiche, M.N. Kazi Aoual et R. Motro, "Geometrical nonlinear analysis of tensegrity systems " *Engineering Structures* 21 (1999), page: 864-876.

- [KHE13] N. Khellaf & K. Kebiche, "Nonlinear analysis of hexagon-based tensegrity ring: Effect of slackened and yielded cables", *KSCE Journal of Civil Engineering*, volume 17, pp 1371 - 1382 (2013).
- [KHE14] Khellaf Nadia, « Comportement Non Linéaire Géométrique et Matériel Des Anneaux De Tensegrité Relâchement et Plastification Des Câbles », Thèse de Doctorat, Université de Biskra, 2014.
- [KHE14a] N. Khellaf & K. Kebiche, "Geometric and Material Nonlinear Analysis of Square-Based Tensegrity Ring Structures", *Arabian Journal for Science and Engineering*, volume 39, pp 5979–5989 (2014).
- [KIT05] S. Kitipornchai, Wenjiang Kang, Heung-Fai Lam, F. Albermanib, " Factors affecting the design and construction of Lamella suspen-dome systems", *Journal of Constructional Steel Research* 61 (2005) 764–785.
- [KNA04] R.H.Knapp, "Tension and Bending Fatigue Modeling of Cables", University of Hawaii at Manoa, HI, USA, Proceedings of the fourteenth (2004) international offshore and polar engineering conference, Toulon, France, Mai 23 – 28, 2004.
- [LCP06] LCPC - Recherche - Synthèse d'opération close 11H031, « Comportement des câbles et des systèmes de précontrainte (2002 - 2006) ».
- [LOG08a] Logzit N., « Les dômes câbles à base de Tensegrité en non linéarité géométrique », Mémoire de Magister, Université Ferhat Abbes Sétif, Algérie, Mai 2008.
- [LOG08b] N. Logzit, Kebiche K. "Comportement mécanique des dômes câbles à base de tensegrité en non linéarité géométrique" - colloque international : caractérisation et modélisation des matériaux et structures CMMS08- université de tizi ouzou 16,17 et 18 novembre 2008.
- [LOG09a] N. Logzit, Kebiche K. "Détermination des mécanismes et des bases d'autocontraintes, application aux dômes câbles à base de tensegrité" – 9<sup>ème</sup> congrès international de mécanique- Marrakech – 21-24 avril 2009.
- [LOG09b] N. Logzit, Kebiche K. "Les dômes câbles à base de tensegrité en grands déplacements : comportement, stabilité et mécanismes", *ALGERIE EQUIPEMENTS*, revue technique de l'école nationale des travaux publics ALGERIE, N° 46, décembre 2009, pages : 24-29.
- [LOG20] N. Logzit, Kebiche K. "Numerical Model for High Relative Capacity of Tensegrity Cable Domes ", *Civil Engineering Dimension*, Vol. 22, No. 1, March 2020, 29-36.
- [LUO04] LUO Yao-zhi, SHEN Yan-bin, "Initial configuration determination of cable dome structure and analysis of it's configuration processus", *journal of Zhejiang University (engineering science)*, vol 38 N° 10, Page : 1321 – 1328, Oct 2004.
- [MAM99] Mamoru Kawaguchi,\*, Ikuo Tatemichi, Pei Shan Chen, "Optimum shapes of a cable dome structure", *Engineering Structures* 21 (1999) 719–725.

- [MAN94] Manfred A. Hirt Rolf bez, « Traité de génie civil, volume 10 : Construction métallique, notions fondamentales et méthodes de dimensionnement », , Presse P.U. Romandes, 1994.
- [MAR06] MARC ARSENAULT, "Développement et analyse de mécanismes de tensegrité", thèse de doctorat, Université Laval Québec, 2006.
- [MAR07] Martin Talbot, Jean-François Laflamme, « Observations et mesures expérimentales lors de l'ouverture d'un câble porteur », 14e édition du Colloque sur la progression de la recherche québécoise sur les ouvrages d'art, Université Laval, 8 et 9 mai 2007.
- [MAU07] J.-C. de Mauroy , " biomecanique du rachis revisitee pqr l'integrite tensionnelle ", Clinique du Parc -155, boulevard Stalingrad -69006 Lyon , *Sport Mad'*, N°II.-dec. 2007, 196-197.
- [MIN07] Minger Wu, Mutsuro Sasaki, "Structural behaviors of an arch stiffened by cables", *Engineering Structures* 29 (2007) 529–541.
- [MOT05] MOTRO, R. (2005). « Tensegrité », Paris, Hermès Lavoisier.
- [MOU15] Nadia Mouhib, H.O., M.L., K. El H., and M. El G., « Experimental study on the mechanical behavior of hoisting wire rope type antigyratory 19x7». *International Journal of Innovation and Scientific Research*, Vol. 19 No. 2 Dec. 2015, pp. 267-272.
- [MUR01] Murakami Hidenori, “ *Static and dynamic analyses of tensegrity structures. Part 1. Nonlinear equations of motion*”, Departement d’ingeneerie de mécanique et aero spatial, Université de California – San Diego, USA, *Journal international des solides et structures*, Volume 38 - 20, Mai 2001, Pages 3599-3613.
- [NAD10] Ngarmaim NADJITONON, « Contribution à la modélisation de l’endommagement par fatigue », Thèse de Doctorat, UNIVERSITE BLAISE PASCAL – CLERMONT II, 30 septembre 2010.
- [NGU09] NGUYEN Anh Dung, « Etude du comportement mécanique et du pliage d’un anneau de tensegrité a base pentagonale », thèse de Doctorat, Université Montpellier II, décembre 2009.
- [PAP05] Papuga J., “Mapping of fatigue damages – program shell of FE-calculation”, PhD thesis, Czech Technical, University in Prague, Prague, 2005.
- [PEL86] Pellegrino S. et Calladine C.R. "Matrix analysis of statically and kinematically Inderminat Frameworks" *Int. Jour. Of solids and Structures*, Vol. 22 N°4, pp 409 – 428. 1986.
- [PER07] Virginie PERIER, Lamine DIENG & Laurent GAILLET, « Modélisation de la fatigue de contact dans les câbles corrodés », *18 ème Congrès Français de Mécanique Grenoble, 27-31 août 2007*.
- [PER09] V. PERIERa, L. DIENGA, L. GAILLETa, S. FOUVRYb, « Propagation d'une fissure par fatigue dans un fil de câble de haubanage », *19ème Congrès Français de Mécanique Marseille, 24-28 août 2009*.

- 
- [PET11] Peter Davies, Nicolas Lacotte, Bertrand Forest, « Caractérisation et qualification de câbles synthétiques pour applications marines », Service Matériaux et Structures, *Atelier Mouillage, Brest, France, Décembre 2011*.
- [QIN10] Qing-shuai Cao, Zhi-hong Zhang, “ A simplified strategy for force finding analysis of suspendomes”, *Engineering Structures*, 32 (2010) 306\_318.
- [QUI03] J. Quirant, M.N. Kazi-Aoual, R. Motro, " Designing tensegrity systems: the case of a double layer grid", *Engineering Structures* 25 (2003) 1121–1130.
- [QUI14] Jérôme Quirant, « Conception de systèmes structuraux autocontraints, légers et pliables : de la théorie à la mise en œuvre », HDR, Université Montpellier 2, France, 2014.
- [SAL05] *Salmochi Jean François, " UNE NOUVELLE APPROCHE DES MANIPULATIONS VERTEBRALES PAR LA «TENSÉGRITÉ»", DiXième Congrès SIRER/ACRAMSR - Lyon 2005 VI - vendredi 25 novembre - 1725 – 1726.*
- [SAN05] Luis Raúl SANCHEZ SANDOVAL, " Contribution à l'étude du dimensionnement optimal des systèmes de tensegrité, these de doctorat, l'Université Montpellier II, France, Le 28 janvier 2005.
- [SHA08] Sharon L. Wood, Marcel Poser, Karl H. Frank, Matthew J. Bean, Joseph A. Dowd, John C. Eggers, Dylan Freytag, Loukas, F. Kallivokas, Jun Ki Lee, Aaron J. Pebley, Jennifer E. Ridd, Margaret Warpinski, Eric B. Williamson, and Adrienne Willox, “Bending Fatigue Response of Grouted Stay Cables”, July 2008, Texas Department of Transportation, Research and Technology Implementation Office, P.O. Box 5080, Austin, TX 78763-5080.
- [SIE04] D. Siegert, M.M. Choinska, P. Brevet, D. Bruthat, F. Toutlemonde, « Détermination de la tension des câbles à partir des fréquences de vibration », *Revue Française de Génie Civil*, Vol.8/9, 2004.
- [SNE65] Snelson K., « Continuous tension, discontinuous compression structure », U.S. patent N°3, 169,611, 1965.
- [TEL06] Telmo egmar camilo and ruy marcelo de oliveira paulleti, " Numerical simulation of assemblages of tensegrity structures ", Université de Sao Paulo , 2006.
- [VAH07] Vahé Zartarian, "Principes des structures architecturales légères", Architecture, livre 1, 2007.
- [VAL04] Valentín Gómez Jáuregui, « Tensegrity Structures and their Application to Architecture », École d'architecture, Université Belfast, September 2004.
- [VAS00] N. Vassart, R. Laport and R. Motro, “Determination of mechanisms's order for kinematically and statically undetermined systems”, *Int. Jo. of Solids and Structures*, Vol. 37, 2000.
-

- [VAS97] N. Vassart "Recherche de forme et stabilité des systèmes réticulés autocontraints, Application aux systèmes de tensegrité" , Thèse de Doctorat, Université de Montpellier II, France, Juillet 1997.
- [VOR07] Vorgelegt von, Giovanni Gomez Estrada, aus Mexiko, "Analytical and numerical investigations of form-finding methods for tensegrity structures", Thèse de doctorat, Max-Planck-Institut für Metallforschung und Universität Stuttgart, 2007.
- [WEB99] Bastien WEBER, «Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque », Thèse de Doctorat, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 7 juillet 1999.
- [WEN03] Wenjiang Kang, Zhihua Chen, Heung-Fai Lam, Chenran Zuo, " Analysis and design of the general and outmost-ring stiffened suspen-dome structures", *Engineering Structures* 25 (2003) 1685–1695.
- [WER11] Werner Brand – Andreas Märzluft – Gregor Fischer – Christos Georgakis, “ Fatigue testing of monostrands for stay cables under reversed cyclic flexural loading”, *fib Symposium PRAGUE* 2011.
- [WIK] Wikipédia, Fatigue (matériau).
- [YAS99] Yasuhiko Hangai, Minger Wu, "Analytical method of structural behaviours of a hybrid structure consisting of cables and rigid structures", *Engineering Structures* 21 (1999) 726–736.
- [YUA02] X.F. Yuan \*, S.L. Dong, " Nonlinear analysis and optimum design of cable domes ", *Engineering Structures* 24 (2002) 965–977.
- [ZEJ07] H. Zejli : “Détection et localisation par émission acoustique de fils rompus dans les ancrages de câbles d'ouvrages d'art” ,Thèse de doctorat, UTC, 2007.
- [ZHA04] ZHAN Wei-dong, DONG Shi-lin, " Advances in cable domes", *Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China, vol 38, N° 10, PP 1298-1307, 2004.*
- [ZHA07a] ZHANG Li-mei, CHEN Wu-jun, DONG Shi-lin, " Initial pre-stress finding procedure and structural performance research for Levy cable dome based on linear adjustment theory ", *Journal of Zhejiang University SCIENCE A, 2007 8(9):1366-1372.*
- [ZHA07b] J.Y. Zhang, M. Ohsaki, " Optimization Methods for Force and Shape Design of Tensegrity Structures", 7 th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization COEX Seoul, 21 May – 25 May 2007, Korea Pages 40-49.