

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département de Génie civil et d'Hydraulique
Réf :.....



جامعة محمد خيضر
بسكرة

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم: الهندسة المدنية والري
المرجع:.....

Mémoire présenté en vue de l'obtention du Diplôme de

Magister

Spécialité : **Hydraulique**

Option : **Ouvrages Hydrauliques**

Thème

Analyse expérimentale et numérique du déversoir en touche de piano (PK-Weir)

Présenté par :

ATHMANI Bassem

Soutenu publiquement le : 15/09/ 2014

Devant le jury composé de

Président :	BEN MEBAREK Naima	Professeur	Université de Biskra
Rapporteur:	OUAMANE Ahmed	Professeur	Université de Biskra
Examineur :	DEBABECHE Mahmoud	Professeur	Université de Biskra
Examineur:	BOUZIANE Med. Tewfik	Professeur	Université de Biskra

Résumé

Le déversoir en touche de piano (PK-Weir) a fait l'objet de plusieurs études expérimentales afin de déterminer sa forme optimale. Les résultats ont montré que ce type de déversoir se caractérise par une grande efficacité hydraulique et économique. Cela a incité plusieurs laboratoires de recherche pour lancer des tests hydrauliques sur des modèles physiques pour définir la forme optimale de P.K.Weir. Cependant, la modélisation numérique de l'écoulement sur le PK-Weir a fait l'objet de quelques travaux de recherche. Ainsi, ce travail s'inscrit dans le cadre d'une contribution à l'étude de l'écoulement sur le PK-Weir par une modélisation numérique qui est réalisée essentiellement par le logiciel Flow-3D. Une comparaison avec les résultats expérimentaux a été effectuée et a montré une convergence des résultats.

Mots-clés: Déversoir, PK-Weir, Ecoulement, Modèles physiques, Modélisation numérique, Flow-3D

Abstract

The weir in the form of piano keys (PK-Weir) became the subject of several experimental studies to determine its optimal shape. The results showed that this type of weir is characterized by a large hydraulic and economic efficiency. This prompted several research laboratories to run hydraulic testing of physical models to determine the optimal form of PK-Weir. However, numerical modeling of the flow on the PK-Weir was the subject of some research. Thus, this work is part of a contribution to the study of the flow on the PK-Weir by numerical modeling which is mainly carried out by the Flow-3D software. A comparison with experimental results was performed and showed a convergence of results.

Keywords: Weir, P.K.Weir, flow, Physical models, Numerical modeling, Flow-3D

ملخص

الهدار على شكل مفاتيح البيانو (P.K.Weir) أصبح موضوعا لعدة دراسات تجريبية بهدف معرفة شكله الأمثل، النتائج قد أظهرت بأن هذا النوع من السدود تتميز بخصائص هيدروليكية جيدة وأقل تكلفة انجاز، هذا قد أدى بعدة مخابر لإجراء تجارب على نماذج مجسمات لمعرفة الشكل الأمثل لـ PK-Weir، رغم أن النماذج الرقمية للتدفق عبر الـ PK-Weir قد أصبحت موضوعا لبعض أعمال البحث و بالتالي، هذا العمل يساهم في دراسة التدفق عبر PK-Weir بواسطة نماذج رقمية مصممة غالبا بواسطة برنامج ثلاثي الأبعاد Flow-3D. تم إجراء المقارنة مع النتائج التجريبية وأظهرت تقارب النتائج.

الكلمات المفتاحية: الهدار، هدار على شكل مفاتيح البيانو، الجريان، نموذج مجسم، نموذج عددي.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie, le symbole de tendresse, qui s'est sacrifiée pour mon bonheur et ma réussite, à ma mère

A mon père, école de mon enfance, qui a été mon ombre durant toutes les années des études, et qui a veillé tout au long de ma vie à m'encourager, à me donner l'aide et à me protéger.

Que dieu les garde et les protège.

A mes adorables sœurs Nassima, Ikram, Aya

A mon frère Imad Eddin et à mon beau-frère Moussa.

A mes amies Lotfi, Mohamed, Mouatez, Amin, Safia, Sana.

A tous ceux qui me sont chères et à tous ceux qui m'aiment et à tous ceux que j'aime.

Je dédie ce travail.

Remerciement

Louange à Dieu le clément, le miséricordieux, qui nous a donné le courage et la patience de mener à bien ce travail

Je remercie infiniment le professeur Pr OUAMANE Ahmed mon promoteur de thèse, Vous me faites le très grand honneur de m'encadrer. Je vous remercie de m'avoir permis de réaliser ce travail. Vos qualités professionnelles et votre rigueur sont pour moi des exemples à suivre.

Je remercie également tous mes professeurs et particulièrement, Mr. DEBABECHE Mahmoud, Mr BOUZIANE Med Toufik, Mr LAABADI Abed-Allah et Mr MESSAMEH Abed-Alhamid.

J'exprime mes profonds remerciements à Sahraoui, Adel, Ilyes, Salah et Faris.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes recherches en acceptant d'examiner mon travail Et de l'enrichir par leurs propositions.

Je remercie enfin tous ceux qui, d'une manière ou d'une autre, ont contribué à la réussite de ce travail et qui n'ont pas pu être cités ici.

TABLE DE MATIERES

Introduction générale.....	01
CHAPITRE 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
1.1. Introduction	04
1.2. Naissance du déversoir en touches de piano ou PK Weir.....	07
1.3. Comportement hydraulique du PK-Weir	09
1.3.1. Analyse expérimental.....	09
1.3.1.1. Influence des paramètres géométriques sur la performance du PK-Weir.....	09
1.3.1.2. Effet des conditions d’approche amont sur la performance du PK-Weir.....	16
1.3.2. Analyse numérique de l’écoulement sur les déversoirs non rectilignes	21
1.4. conclusion.....	27
CHAPITRE 2 : MODELISATION NUMERIQUE	
2.1. Introduction	29
2.2. Equations fondamentales.....	29
2.2.1. Equation de Conservation de la masse (équation de continuité).....	30
2.2.2. Equation de la quantité de mouvement.....	31
2.3. Méthodes numériques.....	32
2.3.1. Méthodes des différences finies.....	32
2.3.2. Méthodes des volumes finis.....	32
2.3.2.1 Schéma numérique de discrétisation.....	33
2.3.2.1.1 Le schéma centré	34
2.3.2.1.2. Le schéma UPWIND.....	34
2.3.2-1-3- La méthode HYBRIDE	35
2-3-2.1.4. Le schéma POWER-LAW.....	36
2.4. Modélisation de la surface libre.....	39
2.4.1. La méthode VOF.....	39
2.5. Condition aux limites.....	40
2.6. Maillage.....	41
2.7. Condition de stabilité.....	43

CHAPITRE 3 : SIMULATIONS NUMERIQUES

3.1. Introduction.....	45
3.2. Etude expérimental	46
3.3. Choix du maillage.....	53
3.3.1. Conception du maillage.....	53
3.3.2 Conception de la géométrie du modèle.....	56
3.3.3 Conditions aux limites.....	57
3.3.4 Résultats des simulations.....	57
3.4. Validation du modèle numérique.....	61
3.4.1. Discussion des résultats.....	63
Conclusion.....	67
Conclusion générale	69
Bibliographie	72

NOTATIONS

Les notations suivants ont été utilisés dans cette thèse:

W_i	Largeur de l'alvéole amont (inlet)
W_o	Largeur de l'alvéole aval (outlet)
B_i	Longueur du porte-à-faux amont
B_o	Longueur du porte-à-faux aval
C_d	Coefficient de débit
g	Accélération de la pesanteur
H	Hauteur piézométrique
H^*	Charge total
L	Longueur développée du déversoir ($L=a+b+2B$)
n	nombre de cycles
P	Hauteur maximale du PK-Weir
Q	Débit évacué
T_s	Epaisseur des parois
V	Vitesse d'écoulement
W	Largeur total du déversoir
w	Largeur d'un cycle du déversoir
α	Angle du mur
μ	Coefficient de débit d'un déversoir standard de type Creager ($\mu=0.49$)

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Figure 1.01. Schéma d'un déversoir rectiligne.....	04
Figure 1.02. Schéma d'un déversoir non rectiligne.....	05
Figure 1.03. Schéma d'un déversoir en labyrinthe (<i>Lux et al.</i> 1984).....	05
Figure 1.04. Déversoir en labyrinthe arrondies en amont.....	06
Figure 1.05. Déversoir en labyrinthe de forme Trapézoïdale.....	06
Figure 1.06. Déversoir en touches de piano (PK-Weir).....	07
Figure 1.07. Déversoir en touches de piano (PK-Weir) réalisé en 2012 au Barrage de Malarce (France).....	08
Figure 1.08. Coefficient de débit en fonction du rapport de l'aspect vertical W/P.....	10
Figure 1.09. Coefficient de débit en fonction du ratio L/W.....	10
Figure 1.10. Coefficient de débit en fonction de la longueur des porte-à-faux.....	11
Figure 1.11. Déversoir en touches de piano type A.....	12
Figure 1.12. Déversoir en touches de piano type B.....	13
Figure 1.13. Coefficient de débit en fonction de la largeur des alvéoles amont et aval...	14
Figure 1.14. Fonctionnement du PK-Weir avec encombrement de l'entrée par des corps flottants.....	14
Figure 1.15. Coefficient de débit en fonction de la présence des corps flottants.....	15
Figure 1.16. Comparaison entre les courbes des débits des différents modèles (A, A1, A2 et A3).....	16
Figure 1.17. Modèle A1m, sans socle (Gauche) et sur socle (Droite).....	16
Figure 1.18. Coefficient de débit en fonction de la position du déversoir (PK-Weir A1m).....	17
Figure 1.19. a) Socles à parement amont arrondi, b) Socles à parement amont incliné...	17
Figure 1.20. Coefficients de débit en fonction de la forme amont du Socle.....	18
Figure 1.21. Schémas du déversoir en PK-Weir	19
Figure 1.22. Comparaison du coefficient de débit pour un déversoir avec et sans contraction latérale	20
Figure 1.23. Modèle de PK-Weir type A avec des guideaux rectilignes	20
Figure 1.24. Coefficient de débit en fonction de la charge relative et l'angle d'inclinaison des guideaux rectilignes	21
Figure 1.25. Comparaison des résultats numériques pour un labyrinthe dans un canal avec les méthodes Lux et Tullis.....	22
Figure 1.26. a) vue en 3D du PK Weir, b) Modèle physique du PKW (<i>Ouamane et Lempérière.</i> 2003) (EDF-labo. Hydraulique).....	23

Figure 1.27. Coefficient de débit en fonction de rapport W_i/W_o	24
Figure 1.28. Variation de la section transversale du PK Weir.....	24
Figure 1.29. Débit spécifique en fonction de longueur du porte-à-faux.....	25
Figure 1.30. Schéma d'épaisseur du voile T_s	25
Figure 1.31. Perte de capacité du décharge par rapport à l'épaisseur du voile.....	26

CHAPITRE 2 MODELISATION NUMERIQUE

Figure 2.1. Volume élémentaire de fluide.....	30
Figure 2.2. Bilan des flux sur un volume élémentaire de fluide.....	30
Figure 2.3. Zone d'intégration de la méthode aux volumes finis pour un problème 1D...	33
Figure 2.4. Zone d'intégration de la méthode aux volumes finis pour un problème 2D...	38
Figure 2.5. Schéma de la méthode VOF.....	39
Figure 2.6. Maillage volumes finis structuré.....	42
Figure 2.7. Maillage structurée	42

CHAPITRE 3 : SIMULATIONS NUMERIQUES

Figure 3.1. Vue d'ensemble de la station d'expérimentation des modèles réduits.....	46
Figure 3.2. Vue de l'aval de la station d'expérimentation des modèles réduits.....	47
Figure 3.3. Schéma de station expérimental (Vue en plan).....	48
Figure 3.4. Schéma du dispositif expérimental (Vue de profil).....	48
Figure 3.5. Schéma du modèle de déversoir en PK-Weir type A.....	49
Figure 3.6. Débit en fonction de charge amont (A. Faris ,2011).....	52
Figure 3.7. Coefficient de débit en fonction de la charge relative amont (A. Faris ,2011)	52
figure 3.8. Détails du maillage retenu pour les trois configurations du maillage.....	55
Figure 3.9. Modélisation numérique du PKW.....	56
Figure 3.10. Débit en fonction du raffinement du maillage.....	57
Figure 3.11. Les erreurs dues au nombre réduit de cellule.....	59
Figure 3.12. Résultats des simulations.....	60
Figure 3.13. Résultat graphique et numérique du débit	61
Figure 3.14 Comparaison entre expérimentale et numérique.....	62
Figure 3.15 Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un faible débit.....	63
Figure 3.16 Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un débit moyen.....	64

Figure 3.17 Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un grand débit.....	65
Figure 3.18. Coefficient de débit en fonction de la charge relative.....	66
Figure 3.19. Coefficient de débit en fonction des largeurs des alvéoles amont et aval....	66

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 1 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Tableau 1.1. La géométrie de labyrinthe.....	22
Tableau 1.2. Propriétés géométriques du modèle PK Weir 'A' (Ouamane et Lempérière. 2003).	22
Tableau 3. Comparaison entre modèle physique et numérique.....	23
Tableau 1.4. Le gain en débit spécifique en comparant avec le PK-Weir modèle A	27

CHAPITRE 2 MODELISATION NUMERIQUE

Tableau 2.1. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma centré.....	34
Tableau 2.2. Valeur de l'interpolation de Ω suivant le sens du flux.....	35
Tableau 2.3. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma upwind.....	35
Tableau 2.4. Valeur de l'interpolation de Ω suivant la valeur de Pe	36
Tableau 2.5. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma hybride.....	36
Tableau 2.6. Méthode d'interpolation de Ω suivant la valeur de Pe	37
Tableau 2.7. Expression des coefficients de l'équation 1D discrétisée avec un schéma power-law.....	37
Tableau 2.8. Expression des coefficients de l'équation 2D discrétisée avec un schéma power-law.....	38

CHAPITRE 3 : SIMULATIONS NUMERIQUES

Tableau 3.1. Caractéristiques géométriques de modèle réduit.....	49
Tableau 3.2. Grilles utilisées pour l'étude de sensibilité du PK-Weir.....	54
Tableau 3.3. Caractéristiques géométriques du modèle réduit.....	56
Tableau 3.4. Détail et résultat du maillage.....	58
Tableau 3.5. Comparaison des débits expérimentaux et numériques.....	62

Introduction Général

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le PK-Weir (Déversoir en touche de piano), commence à être plus appliqué dans le domaine des ouvrages hydrauliques, tels que les barrages et les seuils dans les fleuves destinés pour la surélévation du plan d'eau. Le comportement de l'écoulement sur le PK-Weir est complexe, notamment la présence de divers phénomènes physiques qui apparaissent quand il est en plein fonctionnement. De plus, de ces difficultés, le PK-Weir se caractérise par un nombre élevé de paramètres géométriques qui ont une influence très apparente sur l'écoulement. Le manque de compréhension de l'impact des solutions classiques géométriques (Largeur de l'alvéole, hauteur de pelle, longueur des porte-à-faux, forme de crête,...etc.) utilisées rend difficile la définition de la forme optimale.

Les travaux de recherche numériques et expérimentaux qui se réalisent chaque année permettent de comprendre et d'optimiser le comportement de PK-Weir. Malgré, le développement technologique et le savoir-faire acquis pendant toutes ces années, il est encore difficile pour les ingénieurs de maîtriser les divers paramètres géométriques pour concevoir un déversoir qui soit hydrauliquement et économiquement performant.

Malgré les travaux de recherche réalisés pour avoir une compréhension approfondie de la performance hydraulique d'un déversoir, l'essai sur modèle réduit physique reste le recours le plus fiable pour la vérification des dimensions données à l'évacuateur de crues d'un barrage. Ceci implique un coût élevé de la réalisation de cet ouvrage.

La réduction du coût de réalisation de l'évacuateur de crue est obtenu par la réduction de nombre d'essai sur modèle réduit physique. Ceci peut être réalisable par l'utilisation de modèle numérique qui demande un temps et un coût plus réduits que l'expérimentation sur modèles physique.

Dans cet aspect des simulations numériques tridimensionnelles évoluées seront des outils très importants pour une bonne prévision et compréhension du mode d'écoulement sur le déversoir.

De nos jours, le développement d'algorithmes numériques ainsi que de matériel informatique ont permis l'émergence de codes CFD de simulation des écoulements. Ces outils occupent une place dans la recherche car ils permettent une prévision réaliste de l'écoulement complexe et tridimensionnel sur le PK-Weir. Son application permettra ainsi de définir une

démarche d'optimisation et de prédiction des valeurs de débit et aussi avoir une compréhension détaillée de l'écoulement à surface libre.

Ainsi, le présent travail s'inscrit dans le cadre d'une contribution à l'étude de l'écoulement sur le PK-Weir par une modélisation numérique qui est réalisée essentiellement par le logiciel Flow-3D. Les résultats seront validés par comparaison avec une étude expérimentale réalisée sur des modèles physiques de PK-Weir.

Pour atteindre l'objectif fixé, ce travail s'articule autour de trois chapitres principaux :

Le premier chapitre traite l'état de l'art concernant les déversoirs en P.K.Weir et la performance hydraulique. Il couvre les travaux numériques et expérimentaux effectués jusqu'à nos jours dans le cadre de l'optimisation de la forme du PK-Weir.

Le second chapitre, décrit le nouvel outil de la modélisation numérique qui est présenté par le code Flow-3D produit par Flow Science, basé sur la méthode des volumes finis.

Le troisième chapitre est scindé en trois parties, la première concerne le choix du maillage. La seconde est consacrée à la validation du code Flow-3D pour la modélisation d'écoulement sur un déversoir. Le code sera appliqué sur la géométrie du PK-Weir en 3D qui est construite à cet effet. Pour juger la capacité du code, les résultats sont comparés aux résultats obtenus sur modèles réduits physiques. La troisième partie concerne des modélisations numériques pour quatre cas qui ont été testés dans le but de déterminer l'influence du rapport des largeurs d'alvéoles W_i/W_o sur le coefficient de débit d'un PK-Weir.

Chapitre 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU DEVERSOIR EN TOUCHES DE PIANO « PK- WEIR »

1.1.Introduction

Ce chapitre vise dans un premier temps à rappeler les notions et définitions générales des déversoirs et la naissance du déversoir en touche de piano PK-Weir. Dans un second temps, un état de l'art des connaissances sur le déversoir PK-Weir sera présenté.

Deux types de déversoir peuvent être distingués. La première catégorie est le déversoir rectiligne tels déversoir Creager. Lorsque le seuil d'un déversoir est en alignement rectiligne, ce type de déversoir est appelé déversoir rectiligne (Figure 1.1). Le débit qui transite sur un déversoir rectiligne est étroitement lié à la largeur W et la charge sur le seuil H . Selon la géométrie de la crête ce type de déversoir peut-être en mince paroi, seuil épais ou standard.

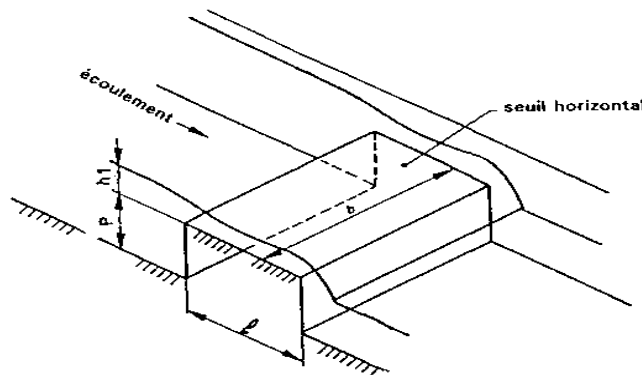


Figure 1.1. Schéma d'un déversoir rectiligne.

La deuxième catégorie se compose de déversoir non rectiligne (sous forme de lignes pliées en vue en plan). Ce déversoir permet d'augmenter la longueur de la crête du déversoir ou pour donner une largeur plus à un canal. De ce fait, la capacité de débit en est augmentée pour une charge en amont donnée, par rapport aux structures de déversoirs linéaires traditionnels.

Le déversoir en labyrinthe c'est un type de déversoir non rectiligne. Un exemple est présenté dans la (Figure 1.2).

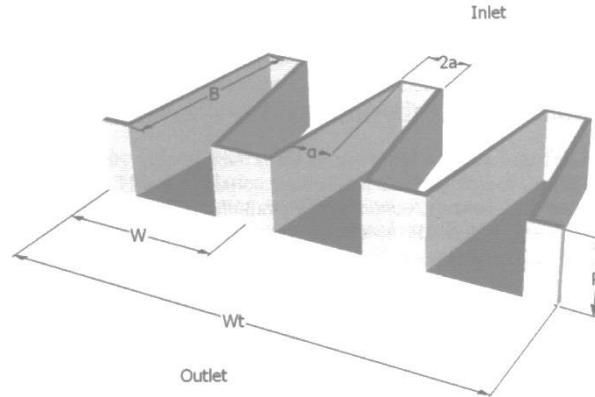


Figure 1.2. Schéma d'un déversoir non rectiligne.

Définition des paramètres du déversoir en labyrinthe (*Lux et al.* 1984).

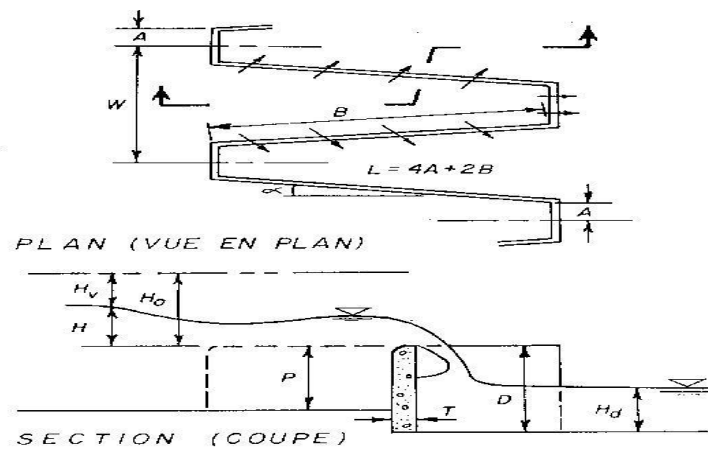


Figure 1.3. Schéma d'un déversoir en labyrinthe (*Lux et al.* 1984).

- α : Angle formé par le mur latéral et la direction de l'écoulement ;
- A : Demi-longueur des parois frontales ; - B : Longueur du latérale ;
- W : Largeur de cycle ; - D : Hauteur aval des parois ;
- L : Longueur d'un cycle de crête ; - P : Hauteur amont des parois ;
- T : Epaisseur de mur ; - H_v : Charge cinétique d'approche en amont ;
- H_0 : Charge totale de chute ; - H_d : Hauteur piézométrique en aval.
- H : Hauteur piézométrique en amont ;

Selon la géométrie de la forme en plan du déversoir en labyrinthe on distingue plusieurs formes. Trapézoïdales, triangulaires, rectangulaires, curvilignes ou la combinaison de deux de ces formes (Figure 1.4 et 1.5).

Cependant, la forme trapézoïdale symétrique est considérée comme la forme la plus avantageuse à cause des facilités de construction et de sa performance hydraulique.

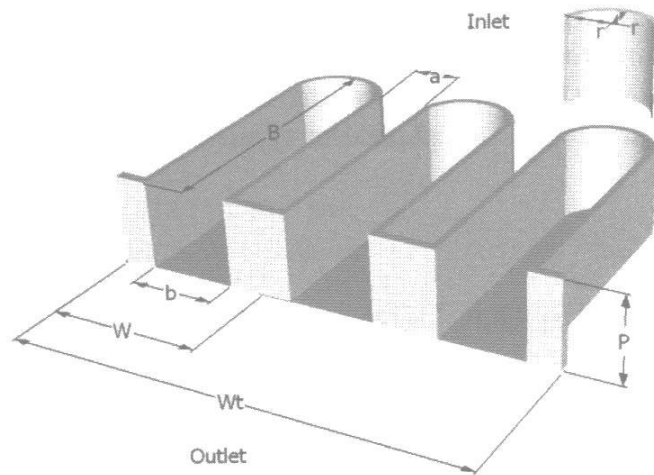


Figure 1.4. Déversoir en labyrinthe arrondies en amont.

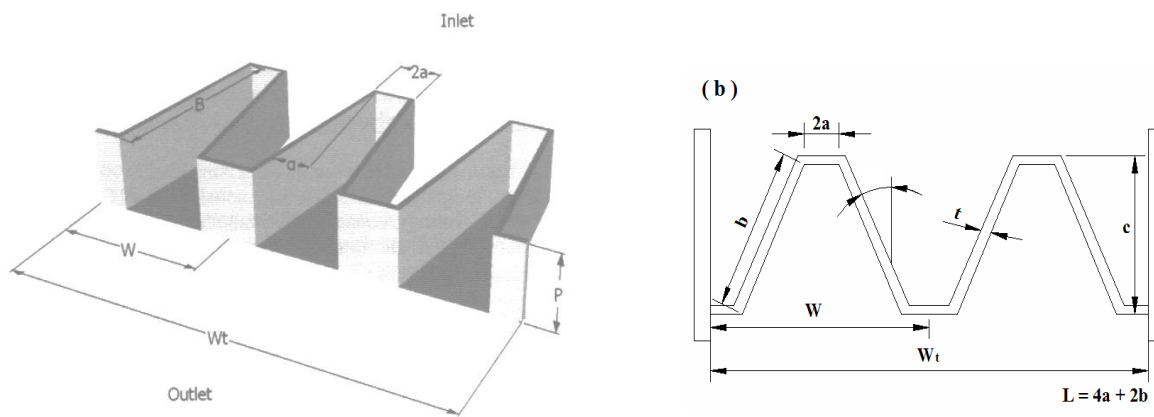


Figure 1.5. Déversoir en labyrinthe de forme Trapézoïdale.

Dans cette dernière catégorie de déversoir non rectiligne qu'appartient le déversoir en labyrinthe et elle contient alors une nouvelle forme de déversoir non rectiligne, Le déversoir en touches de piano ou PK-Weir. Ce déversoir est évidemment caractérisé par une disposition rectangulaire en plan, radier incliné des alvéoles amont et aval et une base de longueur réduite grâce à l'utilisation des porte-à-faux.

Le PK-Weir est caractérisé par une grande capacité d'évacuation de débit sous une charge relativement faible. Il permet l'évacuation des débits spécifiques jusqu'à $100 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ et multiplie au moins par trois le débit d'un déversoir Creager. Ce système représente donc une solution rentable de point des vues hydraulique et économique. Grâce à sa nouvelle forme et à la réduction de la surface et l'épaisseur des murs (*Lempérière et Ouamane, 2003*).



Figure 1.6. Déversoir en touches de piano (PK-Weir)

1.2.Naissance du déversoir en touches de piano ou PK-Weir :

Le déversoir en labyrinthe permet un bon compromis entre le besoin d'une grande capacité de déversement et la largeur limitée de l'emplacement disponible sur le terrain. De plus, son coût peu élevé par rapport aux déversoirs vannés, sa simplicité d'utilisation en font une solution intéressante.

La solution en labyrinthe est également avantageusement utilisée dans des ouvrages de déversoir ou de protection pour les canaux et usines électriques au fil de l'eau.

Les chercheurs veulent mettre en œuvre cette solution sur les barrages en béton. En revanche, ces efforts déployés ne peuvent pas être appliqués dans ces derniers à cause de la base qui est plus longue que la largeur de la section transversale au sommet de ces barrages.

Des études et essais sur modèles réduits ont été engagés depuis l'année 2002 au Laboratoire Aménagements Hydrauliques et Environnement à l'Université de Biskra en collaboration avec Hydrocoop-France dans le but de définir une forme économique de déversoir non rectiligne qui peut être utilisé pour accroître à la fois la capacité de stockage et la capacité de l'évacuation des crues des barrages en béton existants et nouveaux.

Ces études ont abouti d'une part à la conception d'un nouveau type de déversoir non rectiligne baptisé déversoir en touches de piano (PK-Weir) et d'autre part à l'amélioration de la forme du déversoir en labyrinthe pour qu'il puisse être appliqué aux barrages en béton.



Figure 1.7. Déversoir en touches de piano (PK-Weir) réalisé en 2012 au Barrage de Malarce (France).



1.3. Comportement hydraulique du PK-Weir

1.3.1. Analyse expérimental

1.3.1.1. Influence des paramètres géométriques sur la performance du PK-Weir

Le déversoir PK-Weir est caractérisé par plusieurs paramètres géométriques qui influent sur sa capacité d'évacuation, qui est exprimée généralement par le coefficient de débit qui est en fonction des paramètres sans dimensions :

$$C_w = f\left(\frac{W}{P}, \frac{L}{W}, \frac{W_o}{W_i}, \frac{B_o}{B_i}, \frac{h^*}{P}\right)$$

Ou :

h^* : charge totale sur le seuil du PK-Weir ;

P : hauteur totale du PK-Weir.

W_i : largeur de l'alvéole amont ;

W_o : largeur de l'alvéole aval.

B_o : longueur du porte-à-faux amont ;

B_i : longueur du porte-à-faux aval.

W : largeur du déversoir ;

L : longueur développée du déversoir.

La charge totale correspond à la hauteur piézométrique ajoutée à la charge cinétique.

$$h^* = h + \frac{v^2}{2g}$$

Dans un premier lieu, des essais sur trois modèles de PK-Weir de même largeur de cycle et des hauteurs différentes indiquent que le coefficient de débit est dépendant du paramètre W/P . Autrement dit, la capacité d'évacuation est dépendante de la hauteur du PK-Weir (Ouamane, 2006).

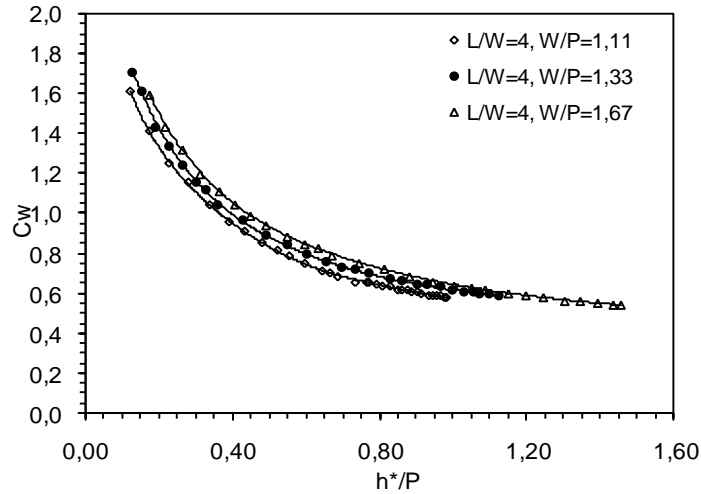


Figure 1.8. Coefficient de débit en fonction du rapport de l'aspect vertical W/P .

L'augmentation de 25 % de la hauteur des éléments étudiés, conduit à un gain de 6 % en termes de capacité d'évacuation (Figure 1.8). Ouamane, 2006.

Généralement, le ratio L/W qui exprime le rapport entre la longueur totale de la crête et la largeur du déversoir influe remarquablement sur l'écoulement.

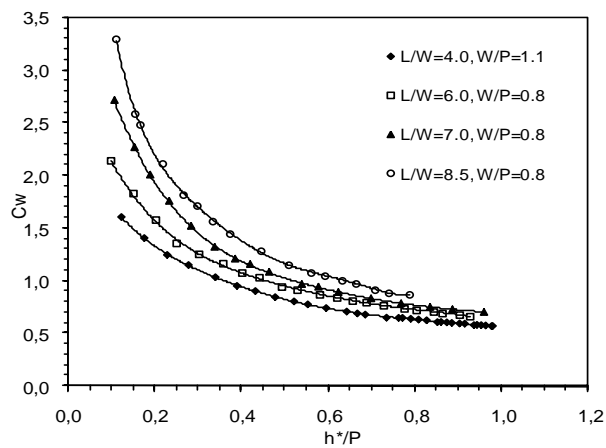


Figure 1.9. Coefficient de débit en fonction du ratio L/W .

D'après les résultats qui sont montrés dans la (Figure 1.9). On remarque que la capacité d'évacuation augmente avec le rapport (L/W) essentiellement pour les valeurs supérieures à 6,

on remarque aussi que même lorsque L/W est supérieur à 8, la PKW continue à avoir une efficacité croissante.

Cependant, l'augmentation de l'efficacité du PK Weir diminue avec l'augmentation de la charge, ce qui implique une réduction de la performance qui est plus importante sur les déversoirs avec des grandes valeurs de L/W . Ces derniers ne sont rentables que pour les charges relatives inférieures à 0,3. Ainsi, le rapport optimal se situe entre $L/W = 5$ et 6. (Ouamane, 2006).

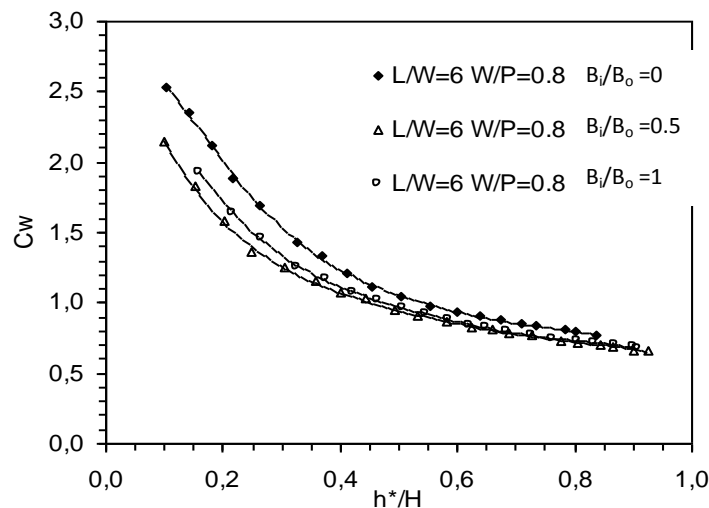


Figure 1.10. Coefficient de débit en fonction de la longueur des porte-à-faux.

L'impact de la longueur relative des porte-à-faux B_i/B_o , a été étudié selon trois configurations, la première avec des porte-à-faux amont plus longs que les porte-à-faux aval ($B_o=B/3$, $B_i=B/6$, $B_i/B_o=0,5$), la seconde configuration avec des porte-à-faux amont et aval identiques ($B_o=B_i=B/4$, $B_i/B_o = 1$) et la dernière configuration avec seulement des porte-à-faux amont ($B_o=B/2$, $B_i=0$, $B_i/B_o=0$). Ces trois configurations ont été choisies pour des raisons de conception structurelle et de construction afin de déterminer les solutions les plus rentables.

Selon les résultats obtenus (Figure 1.10), deux types de PK Weir ont été identifiés :

Configuration A: Les porte-à-faux amont et aval sont identiques, ceci favorise l'utilisation des éléments préfabriqués en béton armé qui peuvent être utilisés pour des débits spécifiques jusqu'à $20 \text{ m}^3/\text{s}/\text{ml}$. Ce type de PK-Weir peut être une solution pour l'amélioration de la capacité des retenues et/ou la capacité d'évacuation de plusieurs déversoirs des barrages existants (Figure 1.11). (Ouamane, 2006)

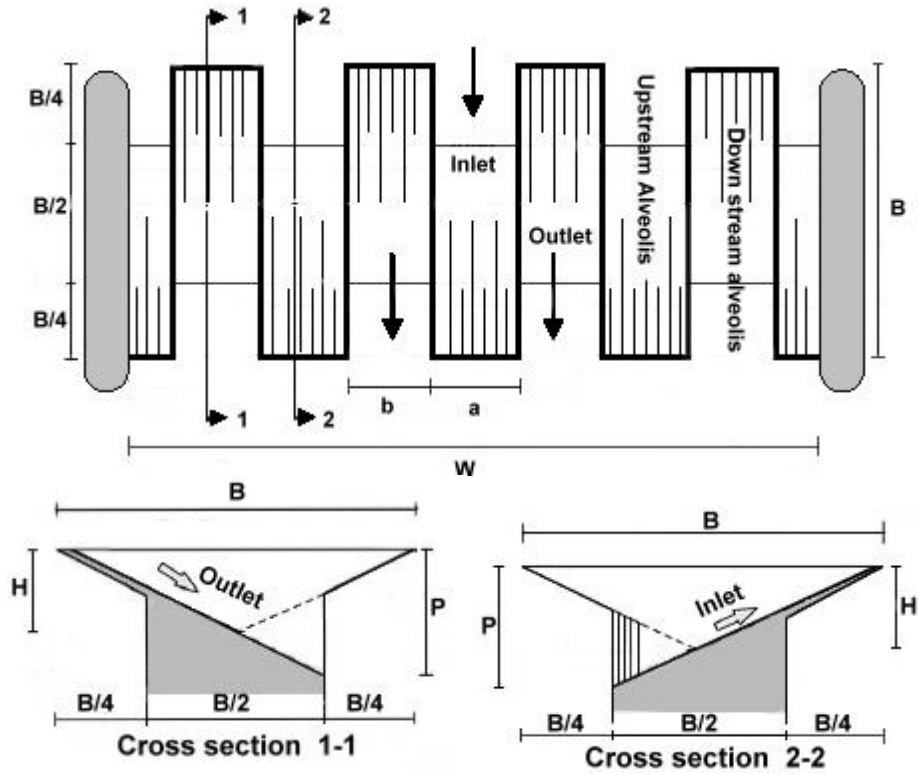


Figure 1.11. Déversoir en touches de piano type A.

Configuration B : Ce type de PK-Weir se caractérise par des porte-à-faux uniquement en amont, des gains importants en rendement, d'environ 10 % par rapport au type A sont enregistrés. Les efforts structurels sont moins importants pour les grands débits spécifiques. Cela pourrait ainsi être le choix le plus attirant pour plusieurs barrages futurs (Figure 1.12). (Ouamane, 2006)

Cependant, le modèle de type B ne favorise pas l'utilisation des éléments préfabriqués qui peuvent être financièrement avantageux pour des débits spécifiques inférieurs à $20\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$. Le modèle B est probablement plus intéressant pour les grands débits spécifiques. (Ouamane, 2006).

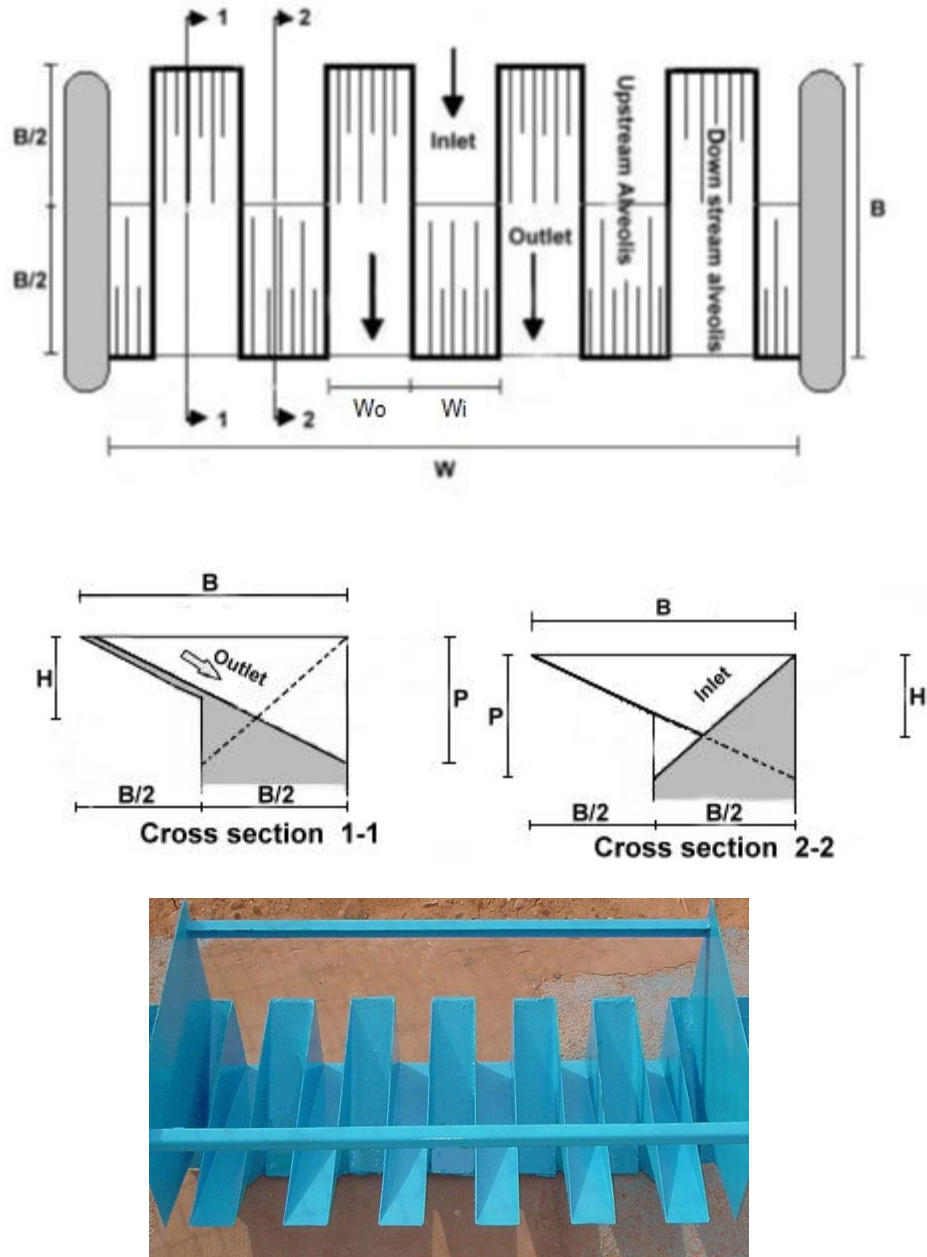


Figure 1.12. Déversoir en touches de piano type B.

La forme rectangulaire des alvéoles amont et aval permet de distinguer trois configuration en plan, l'alvéole amont est supérieur à l'alvéole aval $W_i > W_o$, l'alvéole amont et l'alvéole aval ont la même largeur $W_i = W_o$ et l'alvéole amont est inférieure à l'alvéole aval $W_i < W_o$.

Pour déterminer l'influence du rapport des largeurs des alvéoles W_o/W_i sur le coefficient de débit d'un PK-Weir trois cas ont été considéré ($W_o/W_i = 0.67, 1.0$ et 1.5).

Les essais ont montré que la disposition la plus avantageuse est celle où la largeur d'alvéole amont est supérieure à celle de l'alvéole aval. (Ouamane, 2006).

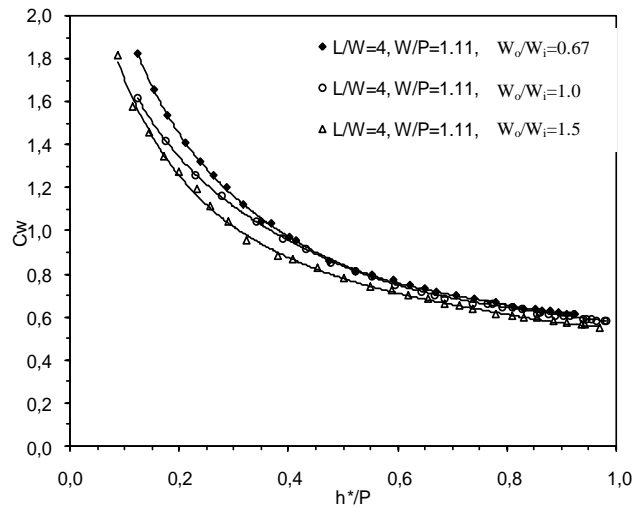


Figure 1.13. Coefficient de débit en fonction de la largeur des alvéoles amont et aval.

Sur l'illustration de la figure 1.13, pour une même largeur d'un élément de PK-Weir, il est possible pour le même coût d'augmenter la largeur de l'alvéole amont de 20 % et réduire en conséquence la largeur de l'alvéole aval. Ceci fait augmenter le rendement d'environ 5 % sans aucune dépense supplémentaire. (Ouamane, 2006).



Figure 1.14. Fonctionnement du P.K. Weir avec encombrement de l'entrée par des corps flottants.

Le colmatage du déversoir par des corps flottants peut avoir des conséquences graves sur la sécurité du barrage. Par conséquent, il est important de vérifier le fonctionnement du PK-Weir dans ces conditions.

Les résultats obtenus de plusieurs essais ont indiqué que, pour la charge hydraulique inférieure à $P/3$, le déversoir fonctionne normalement. Au fur et à mesure que la charge augmente les corps flottants sont entraînés dans les alvéoles et reste bloqués jusqu'à ce que la charge sur le seuil du déversoir atteigne une valeur moyenne de l'ordre de $0.4P$, à cet instant, les corps flottants commencent à être évacués systématiquement vers l'aval, ce qui permet au PK-Weir de retrouver sa capacité initiale (Figure 1.15). (Ouamane, 2006).

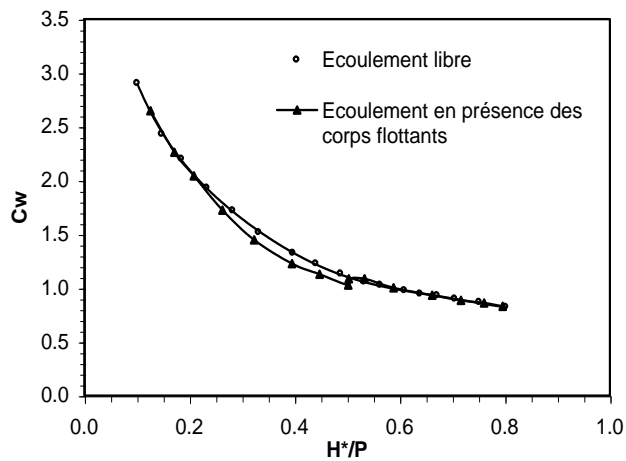


Figure 1.15. Coefficient de débit en fonction de la présence des corps flottants.

L'effet des corps flottants peut réduire le débit d'environ 10 % quand la profondeur de la lame déversant est dans la gamme de 1 ou 2m (Comme pour les déversoirs Creager). Pour les profondeurs de la lame déversant supérieures à 2m les corps flottants sont évacués vers l'aval.

Une modification a été faite sur la forme géométrique en crête du PK-Weir. Cette modification a concerné la conception de la partie supérieure du PK-Weir sous forme de paroi verticale qui peut être semblable à une réhausse. Pour vérifier l'impact de cette dernière sur la capacité d'évacuation du PK-Weir, trois configurations de modèles ont été testées. Les modèles sont (A1, A2 et A3) qui correspondent respectivement au PK-Weir avec réhausses dans les intels et les outlets, avec réhausse seulement dans les outlets et rehausse uniquement dans les intels.

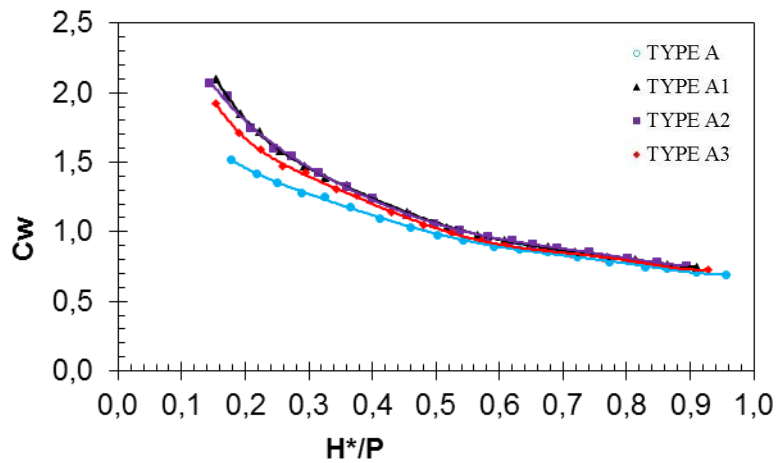


Figure 1.16. Comparaison entre les courbes des débits des différents modèles (A, A1, A2 et A3).

La représentation graphique des courbes de coefficient de débit (C_w) en fonction de la charge relative (h/p) pour les modèles (A, A1, A2 et A3) a montré que le meilleur rendement est obtenu pour le modèle avec réhausse dans les outlets (Figure 16).

1.3.1.2. L'effet des conditions d'approche amont sur la performance du P.K.Weir :

Plusieurs travaux de recherche ont été réalisés sur le PK-Weir, ils se sont intéressés à l'optimisation de la forme géométrique du PK-Weir. D'autres travaux ont été développés récemment par (F.Belaabed et S.Bouredji) dans le but de déterminer l'influence des conditions d'approche amont sur la performance du PK-Weir.



Figure 1.17. Modèle A1m, sans socle (Gauche) et sur socle (Droite).

Pour vérifier l'effet de l'emplacement du déversoir sur la capacité d'évacuation, deux cas ont été étudiés. Le premier cas correspond à l'emplacement du déversoir sur le radier du canal expérimental pour simuler un déversoir dans une rivière ou fleuve et le second cas sur un socle en béton pour simuler un barrage en béton (Figure 1.17).

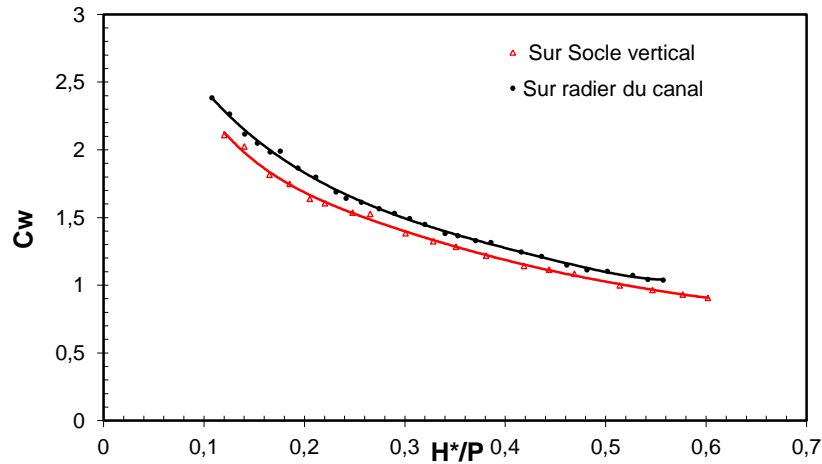


Figure 1.18. Coefficient de débit en fonction de la position du déversoir (PK-Weir A1m).

Les résultats obtenus pour les deux conditions d'emplacement (Figure 18), ont montré que l'emplacement du déversoir peut engendrer une influence sur l'écoulement qui se manifeste par une perte de performance pour le cas d'emplacement sur socle. Ceci peut être justifié par le fait que pour le cas sans socle les filets liquide du fond à l'amont du déversoir se dirigent directement vers les alvéoles amont, tandis que pour le cas avec socle les filets liquide du fond butent sur le socle avant de se diriger vers le haut pour pénétrer dans les alvéoles amont. (Belabed et Ouamane, 2011)

- La géométrie de l'entrée au-dessous du déversoir peut prendre plusieurs formes. Pour vérifier l'incidence de ce paramètre, trois configurations ont été testées (Figure 1.19).

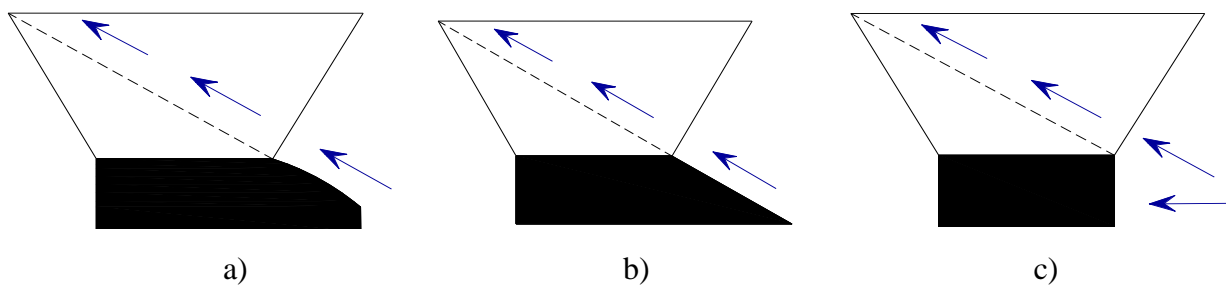


Figure 1.19. a) Socles à parement amont arrondi, b) Socles à parement amont incliné,

c) Socles à parement amont vertical.

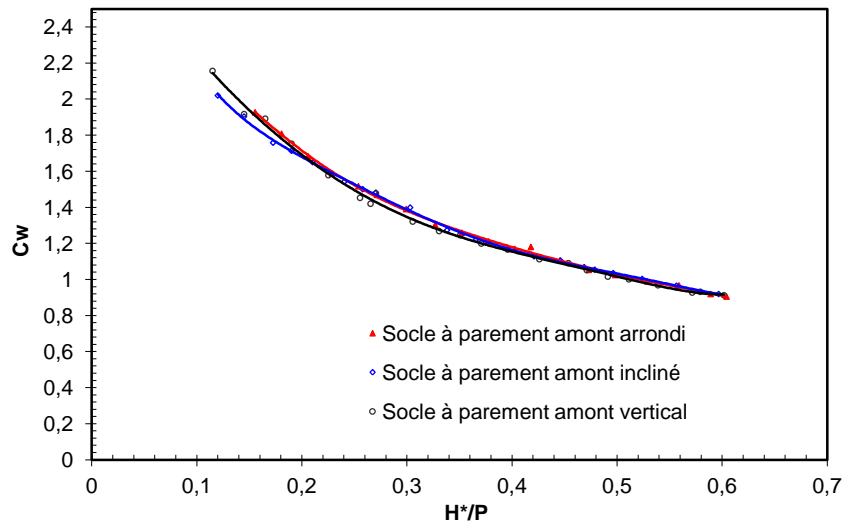


Figure 1.20. Coefficients de débit en fonction de la forme amont du Socle.

Les résultats expérimentaux obtenus sur ces trois modèles ont montré un faible écart entre les courbes (Figure 20). Donc, il est démontré que la forme d'entrée au pied amont du déversoir n'influe que faiblement sur la performance du PK-Weir. Ainsi, de point de vue pratique il est donc recommandé d'utiliser une forme d'entrée vertical au pied amont du déversoir, puisque cette forme est plus économique et sa performance n'est réduite que faiblement.

- L'étude de l'effet de contraction latérale, a quant à elle montré l'efficacité des déversoirs placés dans un canal (sans contraction latérale $W_t=W_c$) face au cas d'une retenue où la largeur du canal d'amenée est plus large que celle de déversoir avec contraction latérale ($W_t < W_c$) (Figure 1.21).

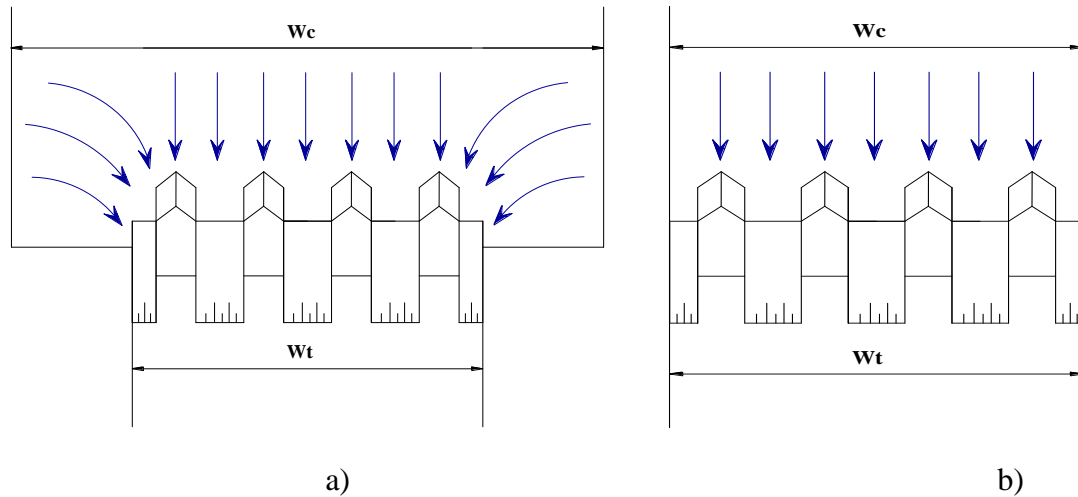


Figure 1.21. Schémas du déversoir en P.K.Weir : a) Avec contraction latérale ($W_t < W_c$),
b) Sans contraction latérale ($W_t = W_c$)

L'expérimentation réalisée sur ces deux types de disposition (avec contraction latérale et sans contraction latérale) a montré que la contraction latérale influe d'une manière significative sur le rendement hydraulique du PK-Weir pour le déversoir sans contraction latérale, les filets liquides sont parallèles et l'alimentation du déversoir se fait frontalement par rapport à l'axe longitudinal du déversoir. Tandis que, pour le déversoir avec contraction latérale, l'écoulement est frontal au centre et radial sur les côtés ce qui engendre un étranglement au niveau de la section d'entrée du déversoir, Ceci conduit à une réduction du débit qui transite par le déversoir. (Belabed et Ouamane, 2011).

Le graphique montre clairement l'effet de la contraction latérale sur le coefficient de débit qui exprime indirectement le rendement hydraulique du PK Weir (Figure 1.22).

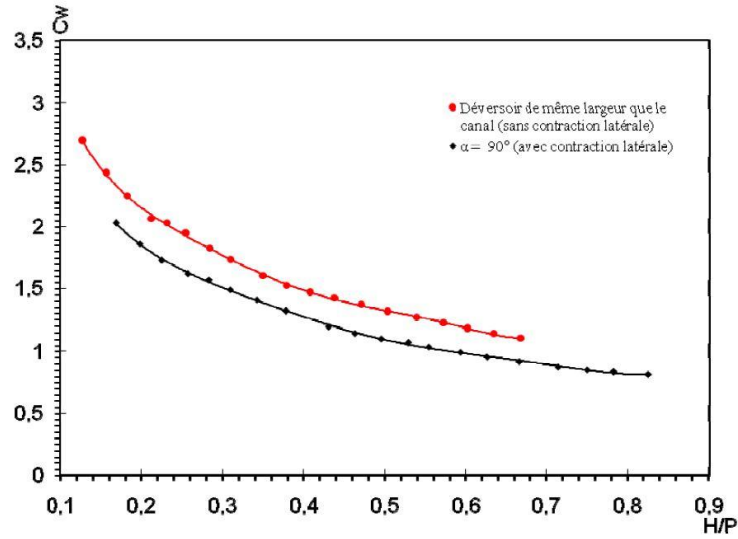


Figure 1.22. Comparaison du coefficient de débit pour un déversoir avec et sans contraction latérale.

- L'orientation des guideaux par rapport à l'écoulement à été démontrée être fondamentale.

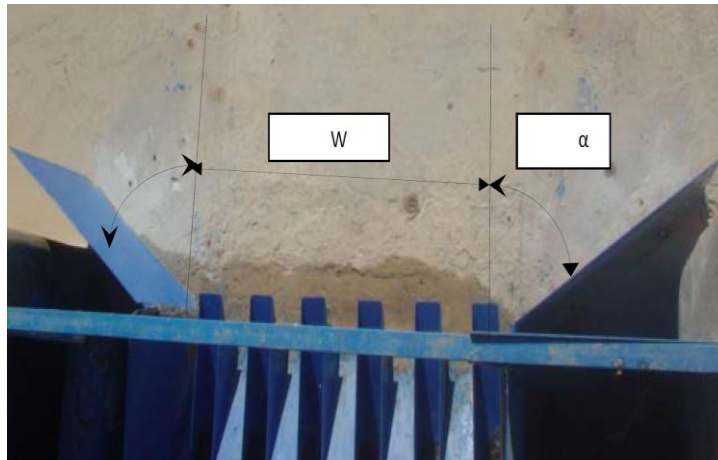


Figure 1.23. Modèle de PK-Weir type A avec des guideaux rectilignes.

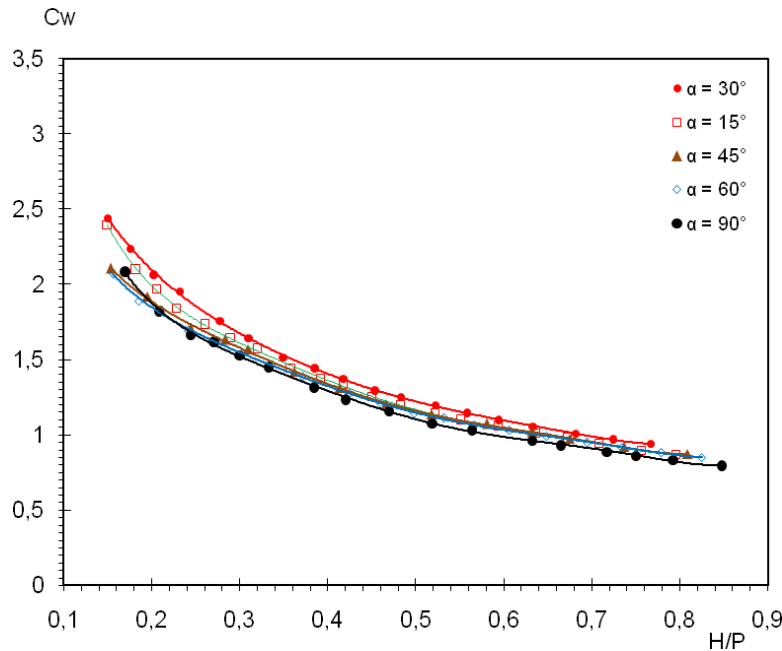


Figure 1.24. Coefficient de débit en fonction de la charge relative et l'angle d'inclinaison des guideaux rectilignes.

Les essais qui ont été effectués sur le PK-Weir avec des guideaux rectilignes sous plusieurs angles d'inclinaison ($\alpha = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 90°) ont montré que l'optimum correspond à un angle d'inclinaison $\alpha=30^\circ$. (Bouredji et Ouamane, 2013).

Analyse numérique de l'écoulement sur les déversoirs non rectilignes

Avec le développement des ordinateurs, les méthodes numériques (Les logiciels de CFD "Computational Fluid Dynamics") se sont imposées comme des compléments indispensables aux méthodes expérimentales traditionnelles, pour l'analyse des phénomènes hydraulique complexe. La simulation numérique a fait l'objet de plusieurs recherches. Nous exposons quelques travaux disponibles dans la littérature qui traitent le côté de déversoir non rectiligne.

Dans ce cadre, une étude a été réalisée par (Savage et al) pour comparer les résultats obtenu par les méthodes de Lux et de Tullis avec les résultats du modèles numérique (Déversoir en labyrinthe) dans le but de validé les résultats de code CFD (Flow-3D).

Tableau 1.1. La géométrie de labyrinthe

Weir Height (P)	3.66 m	Apex Width (2a)	1.22 m
Cycle Width (W)	9.14 m	Number of Cycles (n)	2
Aspect (W/P) ratio	2.5	Length Magnification (L/W)	4.95

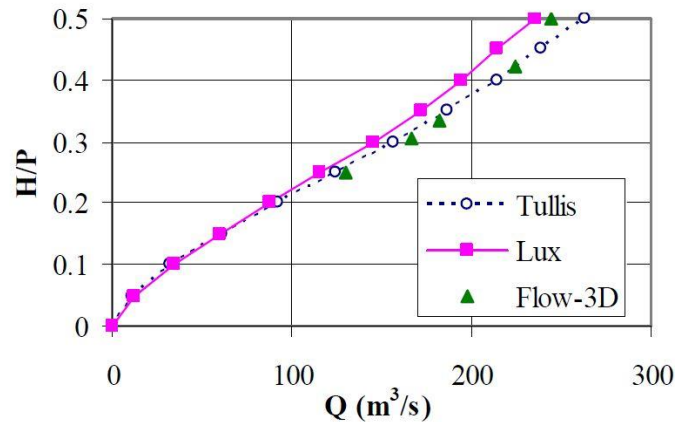


Figure 1.25. Comparaison des résultats numériques pour un labyrinthe dans un canal avec les résultats expérimentaux de Lux et de Tullis

Les résultats obtenus par la méthode numériques sont compatibles aux méthodes de Tullis et de Lux (Figure 1.25).

(Laugier et al, 2009) a travaillé aussi sur les méthodes numériques, d'abord ils ont créé et importé un modèle en trois dimensions du PK-Weir type A (Ouamane et Lempérière . 2003) (Tableau 1.2) dans un programme de simulation (Flow-3D) pour comparer les résultats obtenu avec celle du modèle réduit puis confirmer la validité de ce logiciel.

Tableau 1.2. Propriétés géométriques du modèle PK Weir ‘A’ (Ouamane et Lempérière. 2003).

PKW « Type A » modélisé			
Paramètre géométrique	Valeur (m)	Paramètre géométrique	Valeur (m)
W_i	2.4	B	12
W_o	2.4	B_i	3
T_s	0.02	B_o	3
P	4	B_b	6
P_p	0	B_n	0

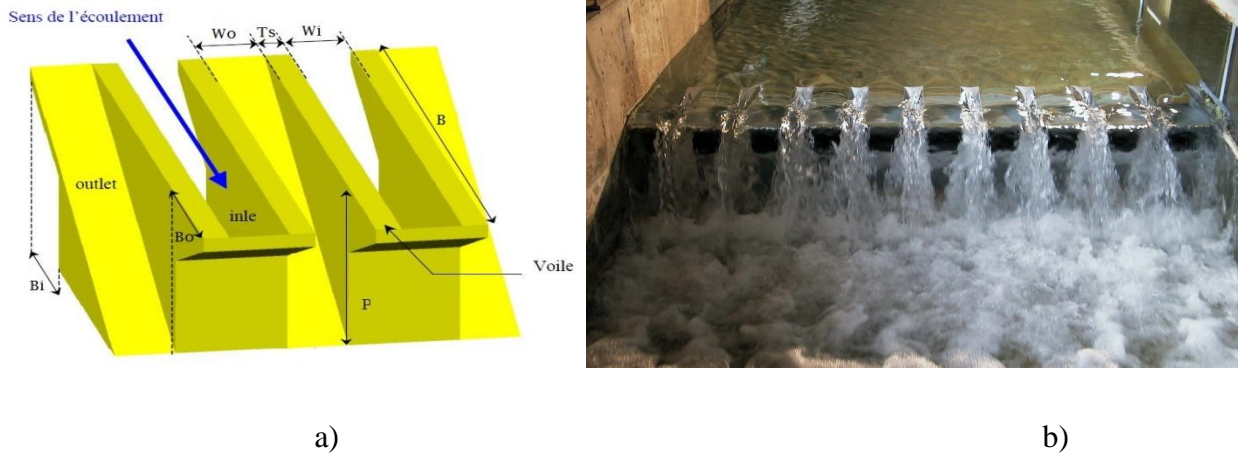


Figure 1.26. a) vue en 3D du PK Weir, b) Modèle physique du P.K.Weir (Ouamane et Lempérière. 2003) (EDF-labo. Hydraulique)

Tableau 3. Comparaison entre modèle physique et numérique.

Charge amont H m	Ratio H/p	P.K.Weir « Type A » modélisé		
		Modèle physique $q_s \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	Modèle numérique $q_s \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$	Ecart %
0.5	0.125	3.5	3.6	+2.9
1.0	0.250	8.2	7.7	-6.1
1.5	0.375	11.5	12.5	-8.3
2.0	0.500	15.6	14.9	-4.5
4.0	1.000	28.7	28.3	-1.4

Les résultats numériques semblent cohérents puisque les écarts en débit sont inférieurs à 5 % en moyenne par rapport aux valeurs des modèles réduits (Tableau 1.3).

Le modèle a été validé, donc il a permis d'effectuer une analyse de sensibilité à certains paramètres.

Le mode d'écoulement sur le déversoir se fait d'une manière où l'eau pénètre dans l'Intel puis se déversés, soit à l'extrémité aval de l'intel ou bien dans l'outlet au-dessus de la paroi latérale. Si les dimensions de l'intel définissent la quantité d'eau déversée par les parois latérales, les dimensions de l'outlet limitent la capacité d'évacuation par l'effet de submersion. Il n'y a pas de raisons évidentes pour lesquelles les intel et outlet doivent avoir la même largeur. (J.Pralong et Al. , 2011).

Pour évaluer la sensibilité du rapport W_i/W_o sur la capacité d'évacuation du PK-Weir, les cas suivant ($W_i/W_o=0.54, 0.82, 1, 1.25, 1.50, 1.75$ et 2) ont été testés.

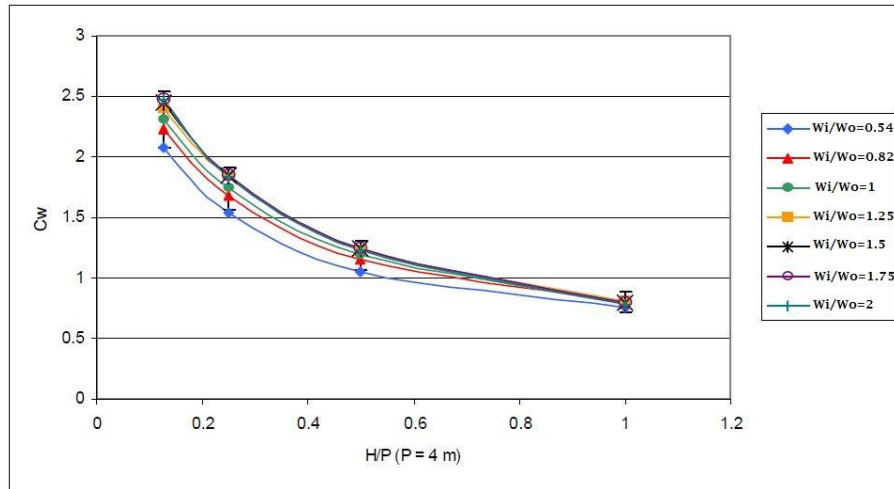


Figure 1.27. Coefficient de débit en fonction de rapport W_i/W_o .

A partir du graphique on peut remarquer clairement l'effet de la variation de la largeur des alvéoles. Ce résultat montre que l'optimum se situe autour de la valeur de $W_i/W_o = 1.5$ (Figure 1.27). (J.Pralong et Al., 2011).

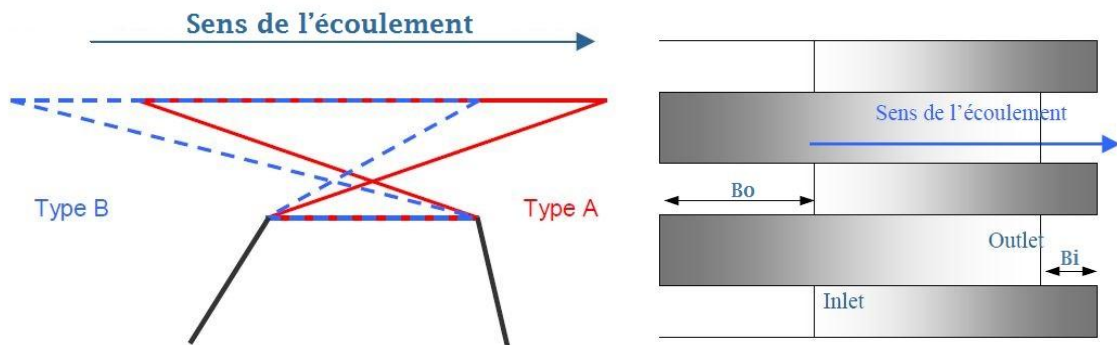


Figure 1.28. Variation de la section transversale du PK Weir.

La longueur du porte-à-faux joue un rôle très important dans l'équilibre de déversoir PK-Weir. Dans ce cadre une étude a été réalisée par Pralong et Al. concerner l'influence du rapport porte-à-faux amont/porte-à-faux aval sur la capacité d'évacuation (Figure 1.28).

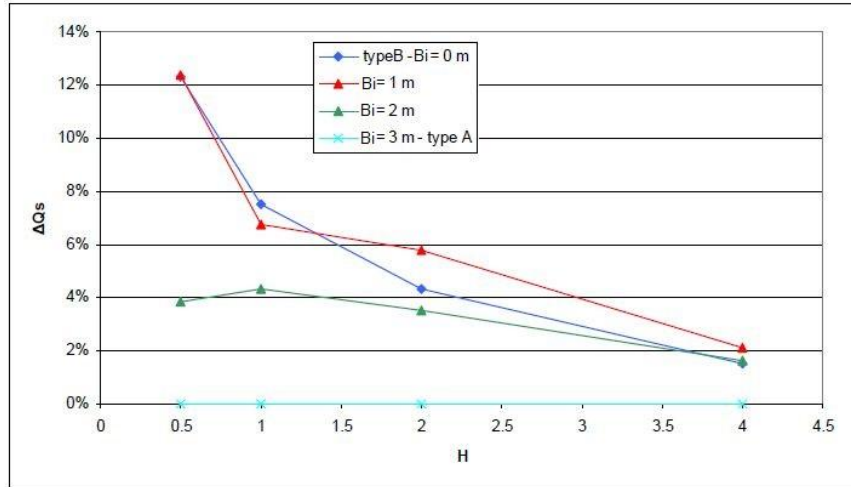


Figure 1.29. Débit spécifique en fonction de longueur du porte-à-faux.

Cette étude a montré que la prolongation du porte-à-faux en amont peut être intéressante pour améliorer la capacité d'évacuation. De ce fait la configuration 'B' semble préférable, notamment pour les faibles charges (Figure 1.29). (J.Pralong et Al., 2011).

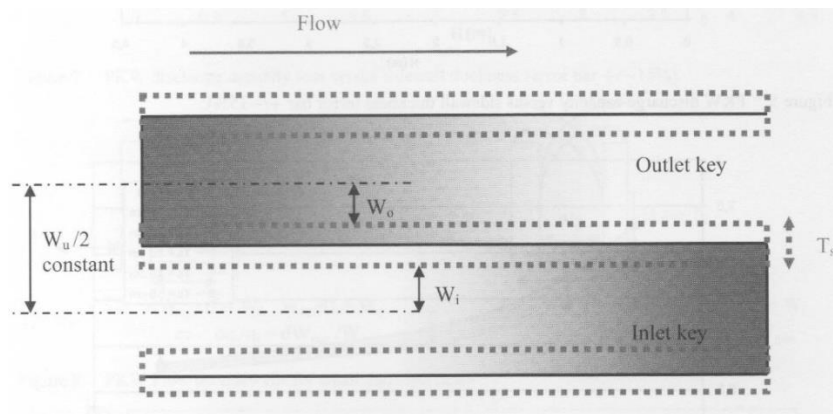


Figure 1.30. Schéma d'épaisseur du voile T_s .

Dans le but de vérifier l'effet de l'épaisseur du mur sur la performance hydraulique du PK-Weir, une gamme d'épaisseur du voile de 10 à 50 cm a été testée sur le PK-Weir type 'A' (Une

configuration de référence (*Lempérière & Ouamane, 2003*) en gardant la largeur de l'unité de PK Weir W_u constante et le rapport $W_i/W_0 = 1$ (Figure 1.30). L'épaisseur de la paroi latérale est également augmentée par pas de 10 cm dans les deux alvéoles d'entrée et de sortie.

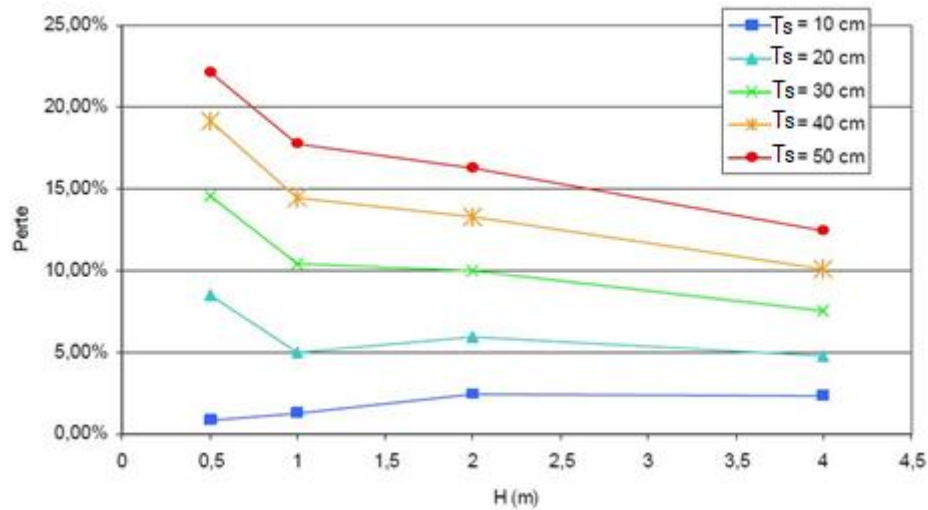


Figure 1.31. Perte de capacité du décharge par rapport à l'épaisseur du voile.

Cette étude a montré que par rapport à un voile infiniment fin, l'élargissement du voile jusqu'à 50 cm conduit à perdre jusqu'à 20 % en débitance spécifique (Figure 1.31). Ainsi, on peut améliorer la capacité d'évacuation de manière significative par la réduction de l'épaisseur des parois latérales du PK-Weir. (*Laugier et Al., 2011*).

Les réhausses sont des murs verticaux placés sur la crête du PK-Weir. On peut l'installer le long de la crête ou seulement sur un porte-à-faux (outlet ou inlet). Des essais ont été réalisés pour définir le meilleur emplacement de réhausse afin d'augmenter la capacité d'évacuation. Les hauteurs de réhausse $P_p = 0,5, 1$ et 2 m ont été testés sur PKW type A (*Ouamane et Lempérière, 2003*).

Tableau 1.4. Le gain en débit spécifique en comparant avec le P.K. Weir modèle A.

Charge amont H m	Inlet			Outlet		
	Pp=0.5 m %	Pp= 1 m %	Pp= 2 m %	Pp=0.5 m %	Pp= 1 m %	Pp= 2 m %
0.5	+2.1	-2.2	-11.6	+22.0	+30.7	+46.6
1.0	-2.1	-5.0	-18.9	+8.7	+8.8	+22.1
2.0	-2.5	-6.3	-13.8	+7.1	+10.3	+5.9
4.0	+6.7	-4.3	-22.0	+3.7	+7.6	+7.1

Les simulations ont permis de calculer les débits séparément sur l’inlet et l’outlet. Les résultats montrent que les réhausses sont intéressantes en amont de l’outlet où elles conduisent à une augmentation du volume de l’outlet qui réduit les effets de submersion (Tableau 1.4). Cependant, le réhausse en aval de l’inlet perturbe l’écoulement et réduit la capacité de décharge. (J.Pralong et Al., 2011).

1.4. Conclusion

Ce chapitre a été l’occasion de présenter les différents types de déversoir puis l’état des connaissances en matière de déversoir en touche de piano PK Weir. Le PK Weir est sensible à de nombreux facteurs dépendant des paramètres géométriques (la pelle, largeur d’alvéole, longueur des porte-à-faux, réhausse, etc...) ainsi que des conditions d’approche amont (l’emplacement du déversoir, forme d’entrée, contraction latérale, etc...). La synthèse bibliographique effectuée a montré aussi les principaux résultats de recherche expérimentale sur modèle physique et numériques sous Flow-3D.

En conclus que les études expérimentales ont pris la part importante des efforts déployer cependant nous pouvons alors constater à ce sujet, le nombre réduit des travaux portant sur l’application de la méthode numérique, par la suite Il s’agira donc d’essayer d’améliorer notre connaissance de logiciel Flow-3D et de vérifier les résultats de ce dernier avec celui du pratique.

Chapitre 2

MODELISATION NUMERIQUE

MODELISATION NUMERIQUE

2.1. Introduction

L'analyse d'un modèle numérique commence par la représentation d'un domaine physique de l'écoulement en fonction d'un modèle mathématique. Ce modèle repose principalement sur les équations de base de la mécanique des fluides la conservation de la masse, du moment et de l'énergie... Ce dernier est modélisé en utilisant des hypothèses simples pour rendre le problème traitable par exemple, incompressible, non visqueux. Conditions initiales et aux limites...etc.

FLOW-3D est un code (CFD). Il utilise des techniques numériques spécialement conçus pour résoudre les équations fondamentales du mouvement des fluides. Computational Fluid Dynamics (CFD) utilise des méthodes numériques également appelé schéma de discrétisation pour développer des approximations des équations régissant du régime d'écoulement. Ce dernier nous permet de transformer les équations aux dérivées partielles représentant un domaine d'écoulement donné en un système d'équations algébriques.

Les plus anciens algorithmes numériques sont basés sur les différences finies et la méthode des volumes finis. Ils forment le noyau de l'approche numérique en FLOW-3D. La méthode des différences finies est basée sur les propriétés de l'expansion de Taylor. C'est la plus ancienne des méthodes appliquées pour obtenir des solutions numériques aux équations différentielles et la première qui est considérée comme ayant été développé par Euler en 1768. La méthode des volumes finis découle directement de la forme intégrale des lois de conservation pour un mouvement de fluide. Il possède naturellement des propriétés de conservation.

2.2. Equations fondamentales

Les équations de base de la mécanique des fluides sont les équations de Navier-Stokes et l'équation de continuité. Elles sont issues d'un bilan des forces et des masses effectué sur un volume élémentaire du fluide de volume $dx dy dz$ représenté sur la Figure 2.1. Nous étudions ici un fluide incompressible.

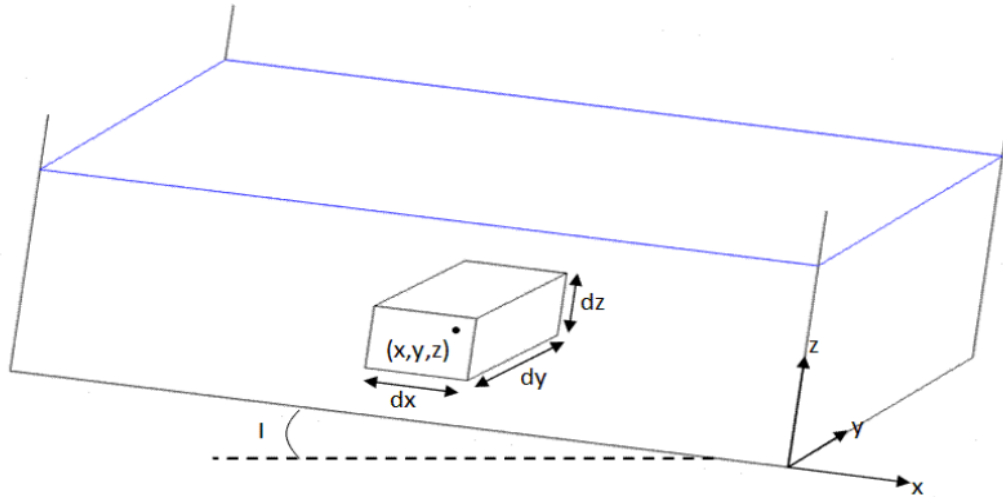


Figure 2.1. Volume élémentaire de fluide.

2.2.1. Equation de conservation de la masse (équation de continuité)

La variation de la masse dans un volume élémentaire de fluide pendant un temps dt s'exprime comme suit :

$$dm = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt$$

Elle est égale à la somme des masses de fluide entrant diminuée de celle des masses de fluide sortant comme représenté sur la Figure 2.2.

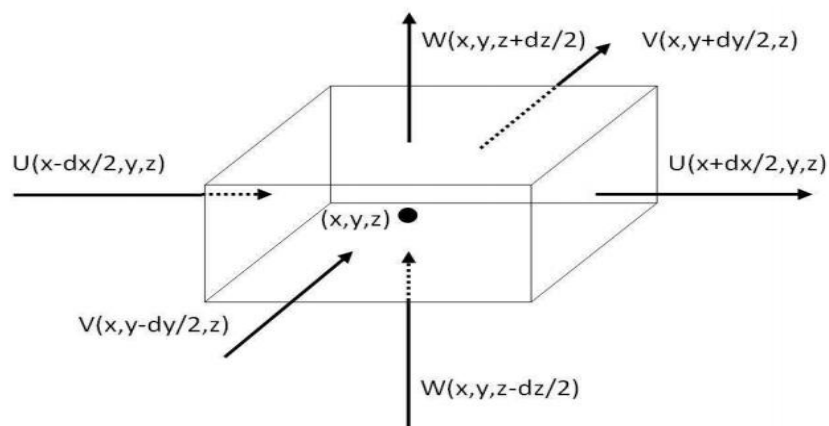


Figure 2.2. Bilan des flux sur un volume élémentaire de fluide.

Le fluide étant incompressible $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, soit :

$$\frac{\partial U}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial V}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial W}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz = \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$\text{div}(\vec{u}) = 0$$

2.2.2. Equation de la quantité de mouvement :

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} U + \frac{\partial U}{\partial y} V + \frac{\partial U}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} U + \frac{\partial V}{\partial y} V + \frac{\partial V}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} U + \frac{\partial W}{\partial y} V + \frac{\partial W}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z} \right)$$

Les composantes de T sont facilement établies à partir de la définition du tenseur des extra-contraintes pour un fluide Newtonien : $T = 2\mu D$ avec $D = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla u^T)$

$$T = 2\mu \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent également sous la forme suivante (après substitution des composantes de T dans les équations de conservation du mouvement ci-dessus) :

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} U + \frac{\partial U}{\partial y} V + \frac{\partial U}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} U + \frac{\partial V}{\partial y} V + \frac{\partial V}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial x} U + \frac{\partial W}{\partial y} V + \frac{\partial W}{\partial z} W \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)$$

2.3.METHODES NUMERIQUES

2.3.1. Méthodes des différences finies

La méthode consiste en une discrétisation des opérateurs différentiels sur une grille de pas d'espace fixe, à l'aide de développements de Taylor tronqués. Sa mise en œuvre utilise donc la formulation différentielle du problème en remplaçant chacun des opérateurs différentiels par un quotient aux différences. Cette méthode, par sa grande simplicité d'écriture et sa facilité de mise en œuvre, présente un faible coût de calcul. Elle permet également d'atteindre aisément des ordres de précisions élevés. Mais elle reste limitée à des géométries simples, ce qui rend son application non possible pour notre cas, où l'on est confronté à des géométries complexes.

2.3.2. Méthodes des volumes finis

La méthode intègre sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi, de manière naturelle, des approximations discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires. L'idée de base de ces méthodes est de diviser le domaine spatial d'existence des équations en cellules appelées volumes finis et de former les équations discrètes à partir de la formulation faible du système de lois de conservation écrites pour chaque cellule.

Elle permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, sa mise en œuvre est simple et dispose de plusieurs schémas numériques pour la discrétisation numérique des flux aux interfaces des cellules.

La méthode des volumes finis a fait ses preuves dans différents domaines de physique : mécanique des fluides, transfert thermique, transfert massique...etc. Elle s'applique aux problèmes linéaires ou non linéaires, stationnaires ou non stationnaires.

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow).

On montre ci-dessous un exemple de volume du contrôle. Chacun de ces volumes de contrôle contenant un nœud dit "nœud principal" (P). Les faces de ce volume sont localisées aux points (e) et (w) qui déterminent respectivement les faces « Est » et « Ouest ». On appelle

respectivement les points qui sont au voisinage de « P », (E : Est) et (W : West), comme sur la Figure 3, la taille de la zone d'intégration est :

$$\Delta x = \frac{(\delta x)_w + (\delta x)_e}{2}$$

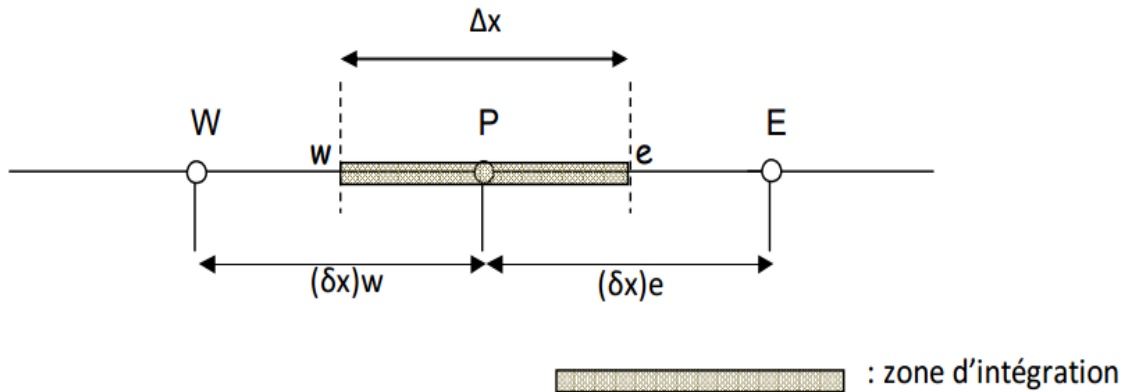


Figure 2.3. Zone d'intégration de la méthode aux volumes finis pour un problème 1D.

Ainsi pour une équation convection/diffusion, de transport de Ω , en 1D de la forme :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \Omega) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\Omega}{dx} \right) \quad (3.1)$$

L'intégration donne :

$$[\rho u \Omega]_e - [\rho u \Omega]_w = \left(\Gamma \frac{d\Omega}{dx} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\Omega}{dx} \right)_w \quad (3.2)$$

Soit :

$$(\rho u)_e \Omega_e - (\rho u)_w \Omega_w = \Gamma_e \frac{\Omega_e - \Omega_p}{(\delta x)_e} - \Gamma_w \frac{\Omega_p - \Omega_w}{(\delta x)_w} \quad (3.3)$$

2.3.3. Schéma numérique de discrétisation

Le schéma numérique de discrétisation consiste en l'interpolation de la valeur de Ω au milieu de la maille soit au choix de la fonction f de l'interpolation de la variable calculée au milieu de la maille.

$$\Omega_e = f(\Omega_E, \Omega_P), \quad \Omega_w = f(\Omega_W, \Omega_P)$$

2.3.3.1. Le schéma centre :

Le schéma centré est classiquement utilisé, l'interpolation consiste en une simple moyenne arithmétique :

$$\Omega_e = \frac{1}{2}(\Omega_E + \Omega_P), \quad \Omega_w = \frac{1}{2}(\Omega_W + \Omega_P)$$

En notant :

$$F_e = (\rho u)_e \quad F_w = (\rho u)_w$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{(\delta x)_e} \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{(\delta x)_w}$$

L'équation (3.3) devient :

$$F_e \frac{\Omega_E + \Omega_P}{2} - F_w \frac{\Omega_P + \Omega_W}{2} = D_e(\Omega_E - \Omega_P) - D_w(\Omega_P + \Omega_W) \quad (3.4)$$

Que l'on peut écrire avec les notations figurant dans le Tableau 2.1 :

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W \quad (3.5)$$

a_E	$D_e - \frac{F_e}{2}$
a_W	$D_w - \frac{F_w}{2}$
a_P	$a_E + a_W + (F_e - F_w)$

Tableau 2.1. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma centré

Le problème principal du schéma centré est son incapacité à identifier le sens de l'écoulement. En posant $\Omega_w = \frac{1}{2}(\Omega_W + \Omega_P)$ et $\Omega_e = (\Omega_P + \Omega_E)$, on considère que l'influence des nœuds amont et aval de la cellule est égale.

2.3.3.2. Le schéma upwind

Le schéma upwind est une tentative de résoudre le problème du schéma centré de manière un peu booléenne. L'interpolation prend la valeur d'un des deux nœuds adjacents suivant le sens du flux. Cette méthode est adaptée à une convection forte. Le Tableau 2.2

donne la valeur de l'interpolation au sein de la maille suivant le sens du flux, ce qui revient à dire suivant le signe de F_e et F_w .

Sens du flux	Valeurs de Ω_w et Ω_e
$W \leftarrow E$	$\Omega_w = \Omega_P \quad \Omega_e = \Omega_E$
$W \rightarrow E$	$\Omega_w = \Omega_W \quad \Omega_e = \Omega_P$

Tableau 2.2. Valeur de l'interpolation de Ω suivant le sens du flux

L'équation (3.3) devient :

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W \tag{3.6}$$

L'expression des coefficients est donnée dans le tableau ci-dessous.

a_E	$D_e + \max(-F_e, 0)$
a_W	$D_w + \max(-F_w, 0)$
a_P	$a_E + a_W + (F_e - F_w)$

Tableau 2.3. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma upwind

2.3.3.3 La méthode hybride :

Le schéma hybride, introduit par (Spalding, 1972) tente d'exploiter les qualités des deux schémas précédents. L'idée globale est d'utiliser le schéma centré dans les zones du maillage où le flux est diffusif et le schéma upwind dans les zones où le flux est convectif. On définit alors un critère permettant d'identifier la direction du flux et le type de transport (convection/diffusion). Il s'agit du nombre de Peclet :

$$P_e = \frac{\rho u \delta_x}{\Gamma} \tag{3.7}$$

Pe : est le rapport convection sur diffusion (Γ est le coefficient de diffusion). En effet pour la face ouest, par exemple :

$$Pe_w = \frac{F_w}{D_w} = \frac{(\rho u)_w}{\Gamma_w / (\delta_x)_w} = \frac{(\rho u)_w (\delta_x)_w}{\Gamma_w} \tag{3.8}$$

Le Tableau 2.4 donne l'interpolation de la valeur de Ω entre les nœuds du maillage suivant la valeur du nombre de Peclet :

	Valeurs de Ω_w et Ω_e	
$ \text{Pe} < 2$	$\Omega_w = \frac{1}{2}(\Omega_W + \Omega_P)$	$\Omega_e = \frac{1}{2}(\Omega_P + \Omega_E)$
$\text{Pe} \leq -2$	$\Omega_w = \Omega_P$	$\Omega_e = \Omega_E$
$\text{Pe} \geq 2$	$\Omega_w = \Omega_W$	$\Omega_e = \Omega_P$

Tableau 2.4. Valeur de l'interpolation de Ω suivant la valeur de Pe .

L'expression des coefficients est donnée dans le Tableau ci-dessus.

a_E	$\max\left[-F_e, \left(D_e - \frac{F_e}{2}\right), 0\right]$
a_W	$\max\left[-F_w, \left(D_w - \frac{F_w}{2}\right), 0\right]$
a_P	$a_E + a_W + (F_e - F_w)$

Tableau 2.5. Expression des coefficients de l'équation discrétisée avec un schéma hybride.

Le nombre 2 est utilisé ici comme valeur seuil du nombre de Peclet pour le choix du schéma appliqué. On pourrait directement utiliser le nombre de Peclet pour pondérer l'influence des nœuds amont et aval dans le calcul de φ_w et φ_e . En effet, la solution analytique d'une équation convection/diffusion telle que (3.1) est une fonction exponentielle de Pe (Patankar, 1980) mais une telle fonction d'interpolation rendrait le temps de calcul beaucoup trop long, surtout pour un calcul en 2D ou 3D. L'idéal est un schéma peu gourmand en calcul mais dont le comportement est proche de l'exponentielle ce qui est le cas du schéma suivant.

2.3.3.4. LE SCHEMA POWER-LAW :

a. Description 1D

Le schéma power-law inventé par (Patankar, 1980), utilisé ici, est basé sur une bonne interpolation, peu coûteuse en temps de calcul, de la solution exponentielle.

	Calcul des coefficients
$ Pe < 10$	Expression polynomiale
$Pe \geq 10$	Diffusion négligée

Tableau 2.6. Méthode d'interpolation de Ω suivant la valeur de Pe

L'équation (3.3) devient :

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W \tag{3.9}$$

L'expression des coefficients est donnée dans le Tableau ci-dessous :

a_E	$D_e \max[0, (1 - 0.1 Pe_e)^5] + \max[-F_e, 0]$
a_W	$D_w \max[0, (1 - 0.1 Pe_w)^5] + \max[F_w, 0]$
a_P	$a_E + a_W + (F_e - F_w)$

Tableau 2.7. Expression des coefficients de l'équation 1D discrétisée avec un schéma power-law

b. Description 2D :

Soit une équation convection/diffusion 2D telle que :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \Omega) + \frac{d}{dy}(\rho v \Omega) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\Omega}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\Gamma \frac{d\Omega}{dy}\right) \tag{3.10}$$

Cette équation va être intégrée sur la surface grisée représentée sur la Figure 4 ci-dessous.

Reprenant les notations introduites au début du paragraphe (2.3.2) et en notant S et N les points respectivement au Sud et au Nord de P, et par s et n les mailles comprises respectivement en entre S et P et entre P et N, la taille de la zone d'intégration est :

$$\Delta S = \Delta x \Delta y \text{ avec } \Delta x = \frac{(\delta x)_w + (\delta x)_e}{2} \text{ et } \Delta y = \frac{(\delta x)_s + (\delta x)_n}{2}$$

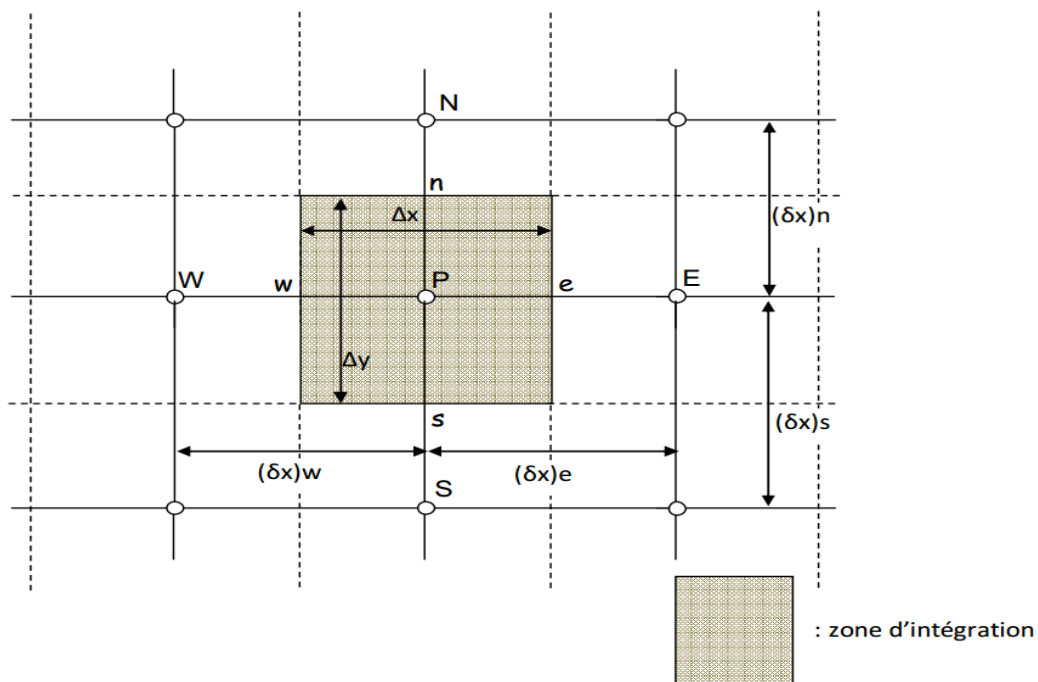


Figure 2.4. Zone d'intégration de la méthode aux volumes finis pour un problème 2D

(3.10) dans sa forme intégrée puis discrétisée devient :

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W + a_N \Omega_N + a_S \Omega_S$$

L'expression des coefficients est donnée dans le Tableau ci-dessous :

a_E	$D_e \max[0, (1 - 0.1 Pe_e)^5] + \max[-F_e, 0]$
a_W	$D_w \max[0, (1 - 0.1 Pe_w)^5] + \max[F_w, 0]$
a_N	$D_n \max[0, (1 - 0.1 Pe_n)^5] + \max[-F_n, 0]$
a_S	$D_s \max[0, (1 - 0.1 Pe_s)^5] + \max[F_s, 0]$
a_P	$a_E + a_W + (F_e - F_w + F_n - F_s)$

Tableau 2.8. Expression des coefficients de l'équation 2D discrétisée avec un schéma power-law

Tous les schémas de discrétisation présentés ici sont utilisés avec de la sous-relaxation selon la méthode classique dont le lecteur pourra trouver une description dans (Patankar & Spalding, 1972).

2.4. MODELISATION DE LA SURFACE LIBRE :

La plupart des problèmes de modélisation de surface libre sont résolus par la méthode VOF (volume de fluide). La méthode VOF est une technique couramment utilisée dans les programmes de CFD basé sur la méthode des volumes finis, dans lequel une fraction volumique locale est calculée. Dans FLOW-3D, elle a été adoptée et a été introduit par Hirt et Nichols en 1981.

2.4.1. La méthode VOF

Le calcul est effectué sur une grille fixe. Les mouvements de la surface de l'eau sont liés à la géométrie de la grille. La forme de la surface de l'eau est définie par les cellules sont remplies de fluide. Chaque cellule de la grille dans le domaine de flux peut représenter le même ou la combinaison de phases. La méthode VOF est basée sur une fonction (F), dans lequel, une valeur 1 de F indique une cellule pleine de fluide, tandis qu'une valeur de 0 indique que la cellule ne contient pas de fluide ou que la cellule est vide. Les cellules avec des valeurs F entre 0 et 1 doivent alors contenir une surface libre. La fonction F est définie comme suit,

$$F = \frac{V_{water}}{V_{cell}}$$

Où :

V_w : Le volume de fluide à l'intérieur d'une cellule.

V_c : Le volume de la cellule.

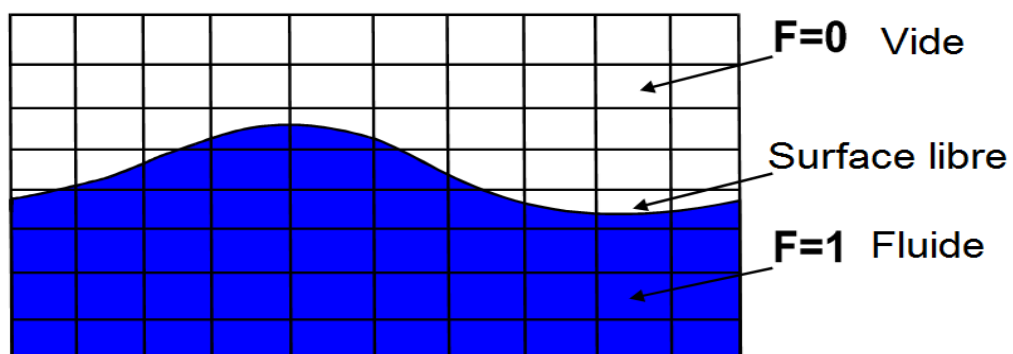


Figure 2.5. Schéma de la méthode VOF

La fonction fraction F est advectée par le champ de vitesse local et est la solution de l'équation

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \cdot \nabla F = 0$$

Selon la définition de la fonction VOF, la densité et la viscosité peut être exprimée en terme de la fonction fractionnaire F :

$$\rho = (1 - F)\rho_a + F\rho_w$$

$$\nu = (1 - F)\nu_a + F\nu_w$$

Où :

ρ_a et ν_a est la masse volumique et de la viscosité de l'air.

ρ_w et ν_w est la densité et la viscosité de l'eau.

2.5. Condition aux limites

En fonction du problème physique traité, les conditions aux limites sont différentes et leur compatibilité avec les modèles numériques associés à un impact direct sur la convergence et le réalisme des résultats des simulations numériques. Pour les problèmes dépendant du temps, des conditions initiales devraient également être fournies, ce qui signifie que les valeurs de toutes les variables dépendantes seraient données à un moment donné (généralement pris à $t = 0$).

Plusieurs types de conditions aux limites sont proposés dans le code Flow-3D. Nous en utilisons essentiellement : Specified pressure, Symmetry, Wall, Outflow.

Pression à l'entrée "Specified pressure"

Ce type de condition aux limites est employé lorsqu'on veut imposer une pression à l'entrée du domaine de calcul. Cette condition est utilisable lorsqu'on connaît la hauteur de fluide à l'entrée et qu'on recherche la vitesse de l'écoulement correspondante.

Condition Outflow à la sortie

La condition aux limites « outflow » est utilisée pour modéliser l'écoulement qui sort du domaine de calcul quand la vitesse et la pression de l'écoulement ne sont pas connues

avant la solution du problème. Le solveur extrapole l'information nécessaire de l'intérieur du domaine de calcul. Il est important, cependant, de comprendre les limitations de ce type de condition. Par exemple cette condition ne peut pas s'appliquer si on modélise un écoulement compressible.

La condition "Symmetry"

La condition "Symmetry" est appliquée au niveau des limites Y (Y-min et Y-max). Elle simule une limite comme ayant les mêmes caractéristiques de fluide à l'extérieur de la limite comme à l'intérieur. Cette hypothèse est valable pour les systèmes où les conditions de l'autre côté de la frontière sont identiques à des conditions proches de la limite à l'intérieure de la maille.

Condition de paroi (WALL)

Les conditions aux limites de type "PAROI (WALL) " sont appliquées sur le fond du canal (la limite de Z-minimum).

Pression à la surface libre "Specified pressure"

Les conditions aux limites de type "Specified pressure" sont appliquées à la surface libre (la limite de Z-maximale) avec la fraction F (fraction fluide) égale à "0.0", ce qui signifie cette limite est ouvert à l'atmosphère.

2.6. Maillage :

Typiquement, un modèle numérique commence avec un maillage de calcul, ou une grille. Il se compose d'un certain nombre d'éléments reliés entre eux, ou des cellules. Ces cellules se subdivisent le domaine physique en petits volumes avec plusieurs nœuds associés à chaque volume. Les nœuds sont utilisés pour stocker des valeurs des inconnues, tels que pression, température et vitesse. Le maillage est efficacement l'espace numérique qui remplace le phénomène physique. Il fournit les moyens pour définir les paramètres de l'écoulement à des emplacements discrets, fixant des conditions aux limites et, bien entendu, pour développer des approximations numériques des équations de mouvement de fluide. L'approche FLOW-3D est de subdiviser le domaine de l'écoulement en éléments rectangulaires, parfois appelé éléments de briques.

2.7. Condition de stabilité

Dans le calcul numérique, la stabilité du calcul qui est en rapport avec la convergence de la solution numérique est assurée par l'application de critères de stabilité. La condition de Courant-Friedrichs-Lewy (condition CFL) est une condition nécessaire pour la stabilité du calcul. On le définit de la manière suivante pour le cas d'un schéma en une dimension.

$$Co = \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x}$$

avec:

- v - vitesse dans la direction x
- Δt - intervalle temporel
- Δx - intervalle dimensionnel

En mécanique des fluides numérique CFD (*Computational Fluid Dynamics*), le fluide ne traverse pas plus d'une cellule de calcul dans un pas de temps Δt ,

$$\Delta t \leq \min (\Delta x / u, \Delta y / v, \Delta z / w)$$

Chapitre 3

SIMULATION NUMERIQUE

SIMULATIONS NUMERIQUES

Introduction

Différents travaux expérimentaux et numériques ont été menés pour caractériser l'écoulement complexe sur un déversoir PK-Weir. Les travaux numériques sont réalisés, dans leur majorité, en utilisant des différents codes de calcul pour la simulation et l'optimisation du processus d'écoulement. Parmi ces codes, le logiciel Flow-3D représente un outil permettant des études numériques, de grande qualité, de la plupart des phénomènes physiques possibles en mécanique des fluides, dans différents domaines industriels et de recherche.

Notre étude consiste en une modélisation 3D pour l'évaluation de la débitance de déversoir en touche de piano PK-Weir, en utilisant le code numérique Flow-3D. Ce dernier est un des logiciels leader concernant les écoulements à surface libre. Il a la capacité de suivre avec précision la surface libre par l'utilisation de la méthode des volumes de fluide. La méthode (VOF) prenant son origine dans le travail pionnier de Hirt et Nichols (1981). Les utilisateurs peuvent facilement importer leurs géométries, et la phase de maillage est considérablement réduite grâce à l'utilisation de l'algorithme FAVOR (Fractional-Area-to-Volume Ratio). Le FAVOR est une approche immersive, où le maillage est rapidement établi en créant des boîtes autour des formes complexes. Pas besoin de suivre le contour de l'obstacle solide pour faire le maillage. La méthode de FAVOR est découverte par Hirt et Sicilian (1985). Notre simulation a considéré le déversoir PK-Weir type « A » comme un modèle à testé. Les étapes de la procédure de base de simulation sont présentées ci-dessous :

1. Créer ou importer des fichiers de géométrie ;
2. Créer un maillage de calcul ;
3. Spécifier les conditions aux limites ;
4. Spécifier les conditions initiales ;
5. Régler les paramètres associés aux méthodes numériques (ex : contrôles TimeStep).

Notre étude repose sur trois parties, la première est concerné le maillage convenable et les critères que nous devons prendre en considération dans la sélection du maillage.

Dans la deuxième partie, nous allons faire une comparaison entre le débit calculé avec Flow-3D et le débit mesuré sur modèle réduit dans le but de valider le modèle numérique.

Enfin dans la troisième partie nous essayerons quatre cas du déversoir en touche de piano PK-Weir type « A » sur Flow-3D où la largeur d'alvéole est variable, pour choisir le meilleur cas où elle a le grand rendement.

Ces essais ont été également comparés aux résultats de modèle réduit. Avant de commenter les résultats de cette analyse, nous présentons la description de la station d'expérimentation des modèles réduits.

3.2. Etude expérimental :

Le dispositif expérimental est constitué d'un ensemble de canaux à ciel ouvert permettant de simuler les écoulements dans les cours d'eau en amont et en aval des ouvrages hydrauliques. Cette station a été dimensionnée dans le but de permettre la réalisation des essais sur des modèles réduits des évacuateurs de crues et autres ouvrages hydrauliques à une échelle suffisamment acceptable.



Figure 3.1. Vue d'ensemble de la station d'expérimentation des modèles réduits.

La station d'expérimentation est équipée d'une station de pompage regroupant deux pompes qui débitent 180 l/s, raccordées par l'intermédiaire de deux conduites de diamètre 200mm à un bassin de tranquillisation de l'écoulement, qui est raccordé à son tour à un canal

d'amenée de longueur 5m, de hauteur 1.2 m et de largeur 0.95 m. L'une des parois de ce canal est conçue en verre afin de permettre la visualisation de l'écoulement. L'eau qui transite par le canal d'amenée passe dans un bassin de simulation de retenue de section 5x4 m et de hauteur 1.5m, des vitres en verre sont insérées dans l'une des parois latérale du bassin permettant ainsi la visualisation de l'écoulement.

Le bassin de simulation de retenue est équipé d'un réseau de prise de pression permettant de déterminer les profondeurs d'eau aux différents endroits du bassin. Ces prises de pression sont raccordées à un tableau piézométrique qui permet la lecture directe de la profondeur d'eau en chaque point. Le débit qui transite par le dispositif expérimental est mesuré par un débitmètre à ultrason installé sur les deux conduites d'adduction.



Figure 3.2. Vue de l'aval de la station d'expérimentation des modèles réduits

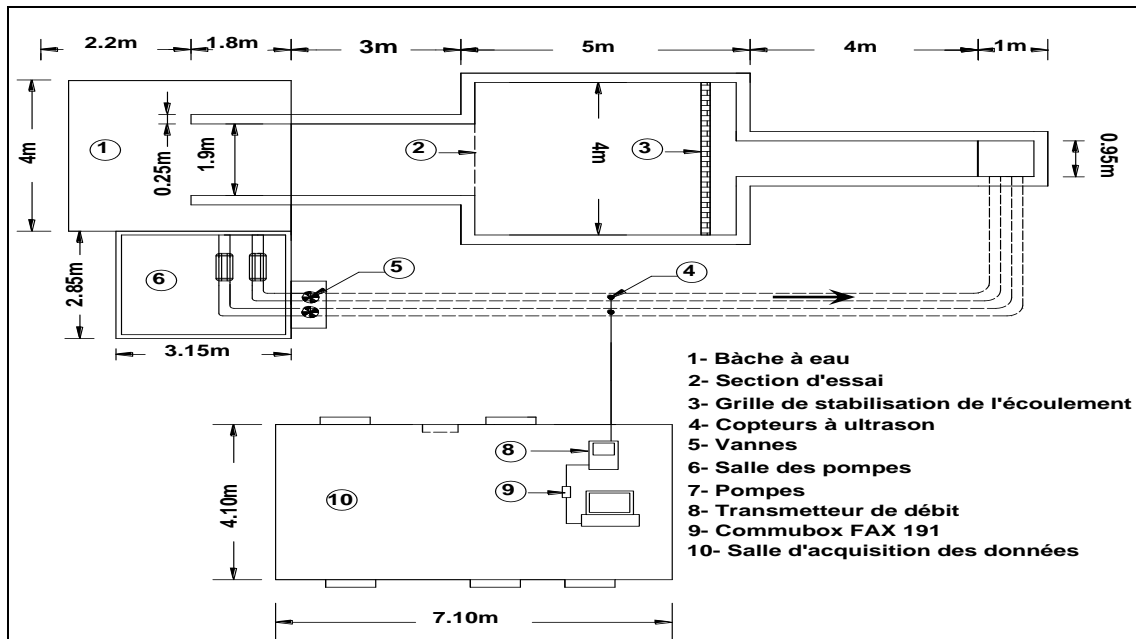


Figure 3.3. Schéma de station d'expérimentation. (Vue en plan)

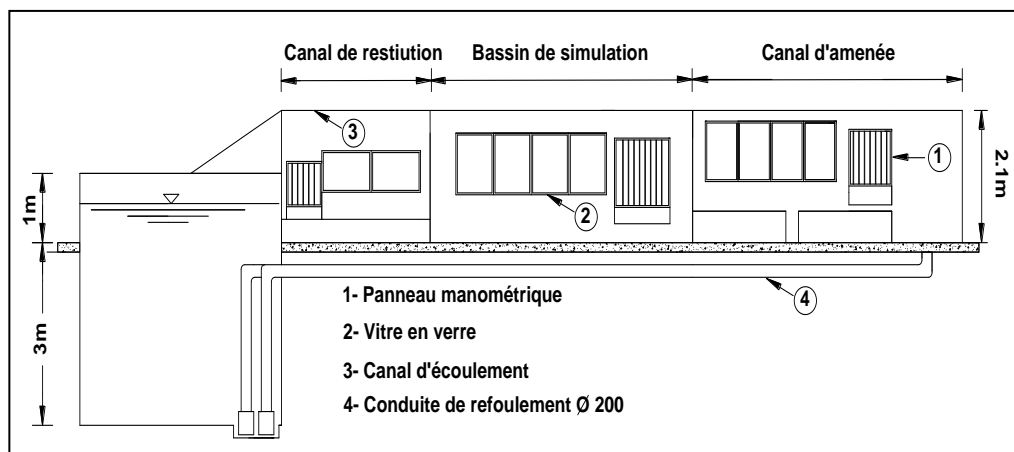


Figure 3.4. Schéma du dispositif expérimental (Vue de profil)

A la sortie aval du bassin de simulation se situe l'endroit d'emplacement des modèles de déversoirs qui est raccordé à un canal de restitution de largeur 1.90 m qui joue le rôle de coursier d'un évacuateur de crues. Le canal de restitution est équipé d'un réseau de prise de pression et d'une vanne de réglage du niveau d'eau. Le réglage des débits se fait par le biais de deux vannes qui permettent ainsi d'effectuer des essais avec une large gamme de débit. Le débit transitant par le canal de restitution se déverse dans une bâche à eau d'une capacité de 48m³, qui sert comme bassin de puisage pour les pompes, le système fonctionne en circuit fermé.

L'étude expérimentale a été réalisée sur des modèles de PK-Weir, on a choisi un modèle de PK-Weir type « A ». Les caractéristiques géométriques de ces modèles sont mentionnées dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1. Caractéristiques géométriques de modèle réduit

Modèle de PK-Weir	N°	n	L	Wt	P	B	W	a	b	L/W	W/P	a/b
		-	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm	-	-	-
avec porte-à-faux amont et aval	A1m	6	599	101	15.4	41.25	16.5	9.5	7	6	1.07	1.36

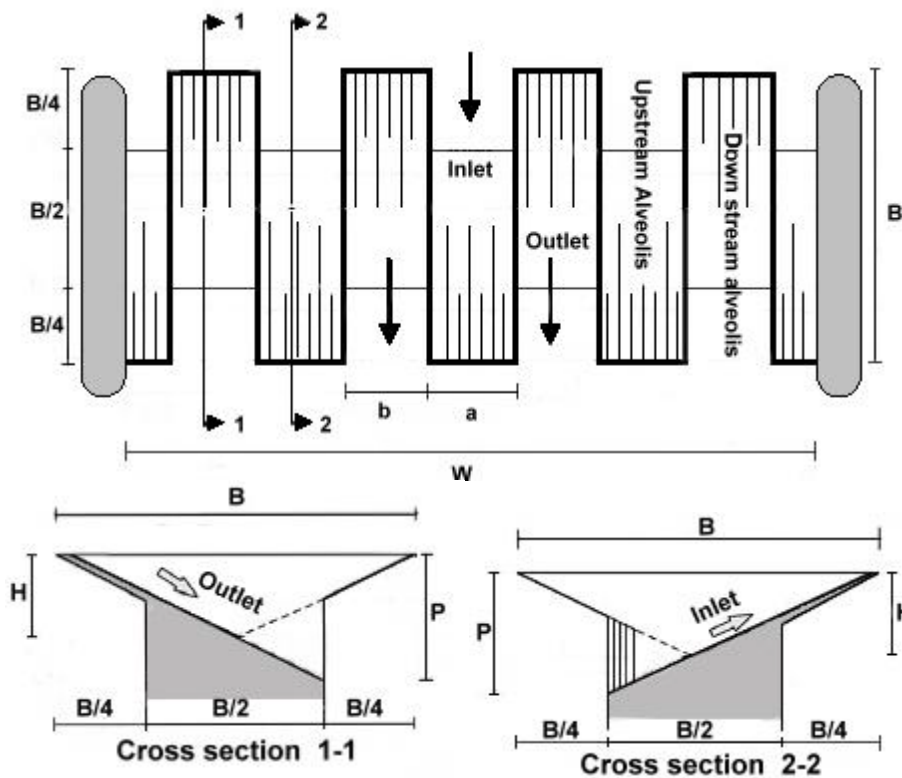


Figure 3.5. Schéma du modèle de déversoir en PK-Weir type A

L'écoulement sur un déversoir est exprimé par le débit (Q) de transit et la charge totale sur le seuil (h^*), cette dernière correspond à la somme de la charge piézométrique et la charge cinétique. Le débit et la charge piézométrique peuvent être mesurés directement par l'appareillage de mesure disponible et la charge cinétique peut être déduite directement du débit et de la section de l'écoulement en amont.

Les couples des valeurs (Q et h) obtenus pour chaque modèle sont traités pour déterminer les différents paramètres de l'écoulement tel que, la charge totale sur le déversoir et le coefficient de débit et la performance du PK-Weir.

La charge totale sur le déversoir (h^*) correspond à la somme de la charge piézométrique (h) et la charge cinétique (h_c).

$$h^* = h + h_c$$

h^* : Charge totale sur le seuil du déversoir (m)

h : Charge piézométrique mesurée (m)

h_c : Charge cinétique (m)

$$h_c = \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{Q^2}{2g(l(P+h))^2}$$

Où :

Q : Débit mesuré (m^3/s)

A : Section de l'écoulement dans le bassin de simulation (m^2)

l : Largeur du bassin de simulation (m)

P : Hauteur du déversoir (m)

h : profondeur d'eau sur le seuil du déversoir mesurée à une distance de deux mètres de ce dernier (m).

Le coefficient de débit peut être déterminé à partir de la relation de *Poleni* :

$$C_w = \frac{Q}{W\sqrt{2gh^{*3/2}}}$$

Où :

C_w : Coefficient de débit du déversoir testé

W : Largeur totale du déversoir (m)

h^* : Charge totale sur le seuil du déversoir (m)

La performance représente le rendement du PK-Weir par rapport au déversoir Creager. Elle est exprimée par le rapport entre le débit qui transite par le PK-Weir et celui d'un déversoir Creager de même largeur et sous la même charge.

$$q = \frac{Q_{\text{P.K.Weir}}}{Q_{\text{cr}}}$$

Où :

q : Performance du déversoir expérimenté (PK-Weir)

$Q_{\text{PK-Weir}}$: Débit mesuré (m^3/s)

Q_{cr} : Débit calculé pour un déversoir rectiligne à mince paroi (m^3/s).

Le débit qui transite par le déversoir rectiligne à paroi mince est déterminé par la relation de *Poleni* :

$$Q_{\text{Cr}} = \mu L \sqrt{2gh}^{*3/2}$$

Où :

μ : Coefficient de débit d'un déversoir standard de type Creager ($\mu=0.49$)

L : Largeur du déversoir ($L=W$) (m)

h^* : Charge totale sur le déversoir (m)

Les résultats des essais expérimentaux obtenus sur modèle réduits au Laboratoire Aménagement Hydraulique et d'Environnement (LAHE) de l'université de Biskra sont représentés ci-dessous.

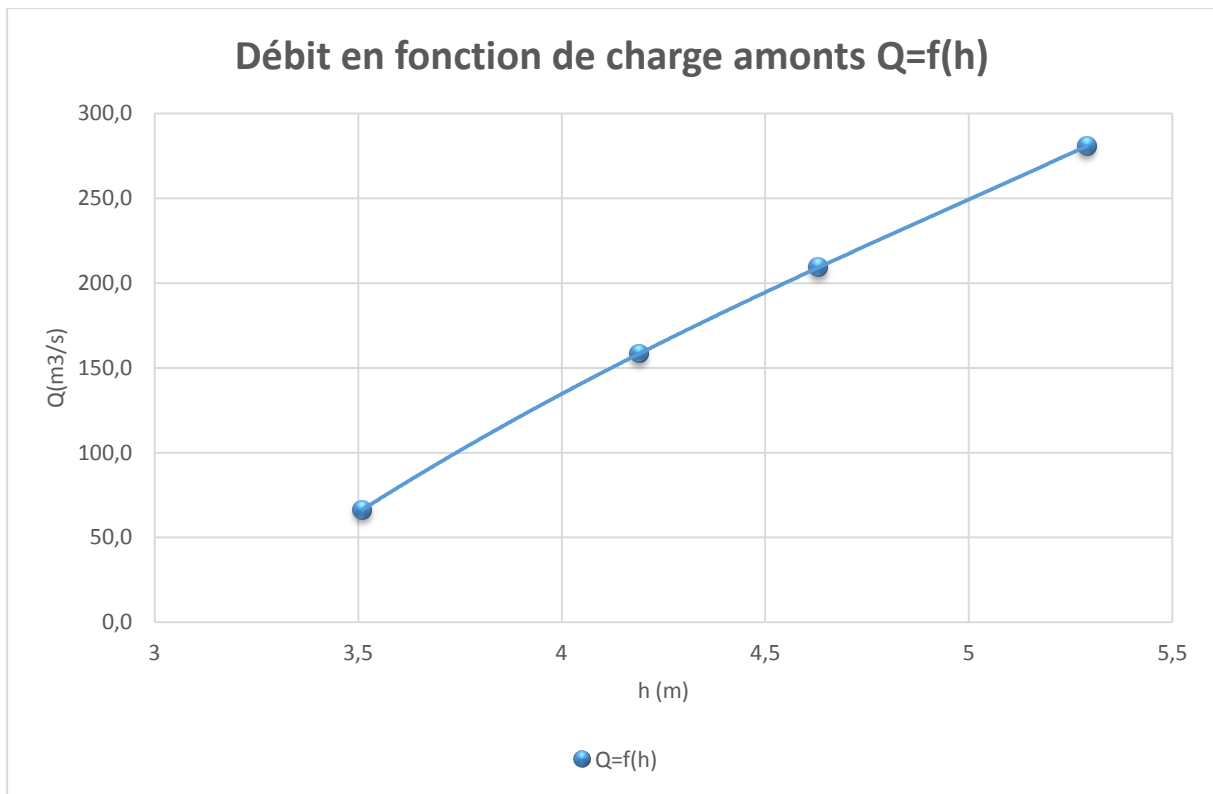


Figure 3.6. Débit en fonction de charge amont

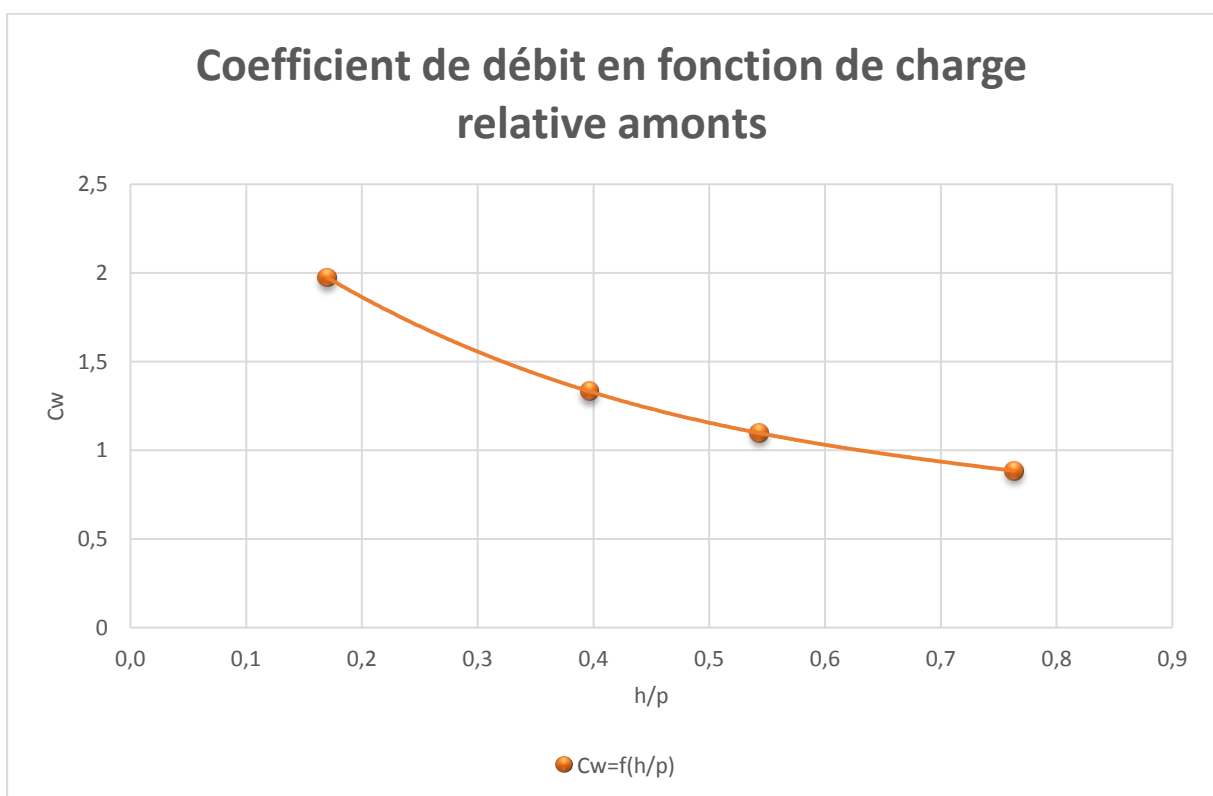


Figure 3.7. Coefficient de débit en fonction de la charge relative amont

3.3. Choix du maillage

3.3.1. Conception du maillage

Divers paramètres de simulation sont importants pour la modélisation de l'écoulement sur le déversoir en touche de piano PK-Weir. Parmi ces paramètres, on peut mentionner, le maillage. La deuxième étape d'une modélisation numérique est la construction du maillage, elle est l'une des plus délicates et plus importante phase de l'étude pour avoir une bonne précision de la solution numérique. Les critères considérés pour avoir une bonne qualité, une bonne résolution et pour la fiabilité des simulations sont :

- Le premier critère de choix du maillage est la bonne représentation de la géométrie.
- Le seconde critère est la convergence du maillage "le maillage est raffiné successivement jusqu'à obtenir une solution stable".
- Le dernier critère de choix du maillage est le temps de calcul de la simulation.

Une étude de sensibilité au maillage doit être conduite par une modélisation CFD, afin que la solution satisfait aux critères mentionnés précédemment.

Dans le cadre de notre étude de l'écoulement sur un déversoir en PKW, les résultats du débit calculé est lié au nombre d'éléments de maillage. Donc le raffinement du maillage joue un rôle fondamental dans la convergence des résultats.

De cette façon, des tests de raffinement du maillage ont été effectués pour le déversoir PK-Weir type « A ». Les maillages considérés comportent trois configurations. Pour chaque configuration, le maillage a été raffiné de 25% de la petit l'épaisseur de la géométrie (la taille de cellule est égale à la plus petite dimension de la géomètre). Le tableau ci-dessous présente les trois configurations du maillage.

Raffinement du maillage	Maillage (1) Grossier	Maillage (2) Moyenne	Maillage (3) Fin
Type de maillage	Structuré		
Nombre de cellule	$1 \cdot 10^6$	$3.3 \cdot 10^6$	$8.5 \cdot 10^6$

Tableau 3.2. Grilles utilisées pour l'étude de sensibilité du PK-Weir

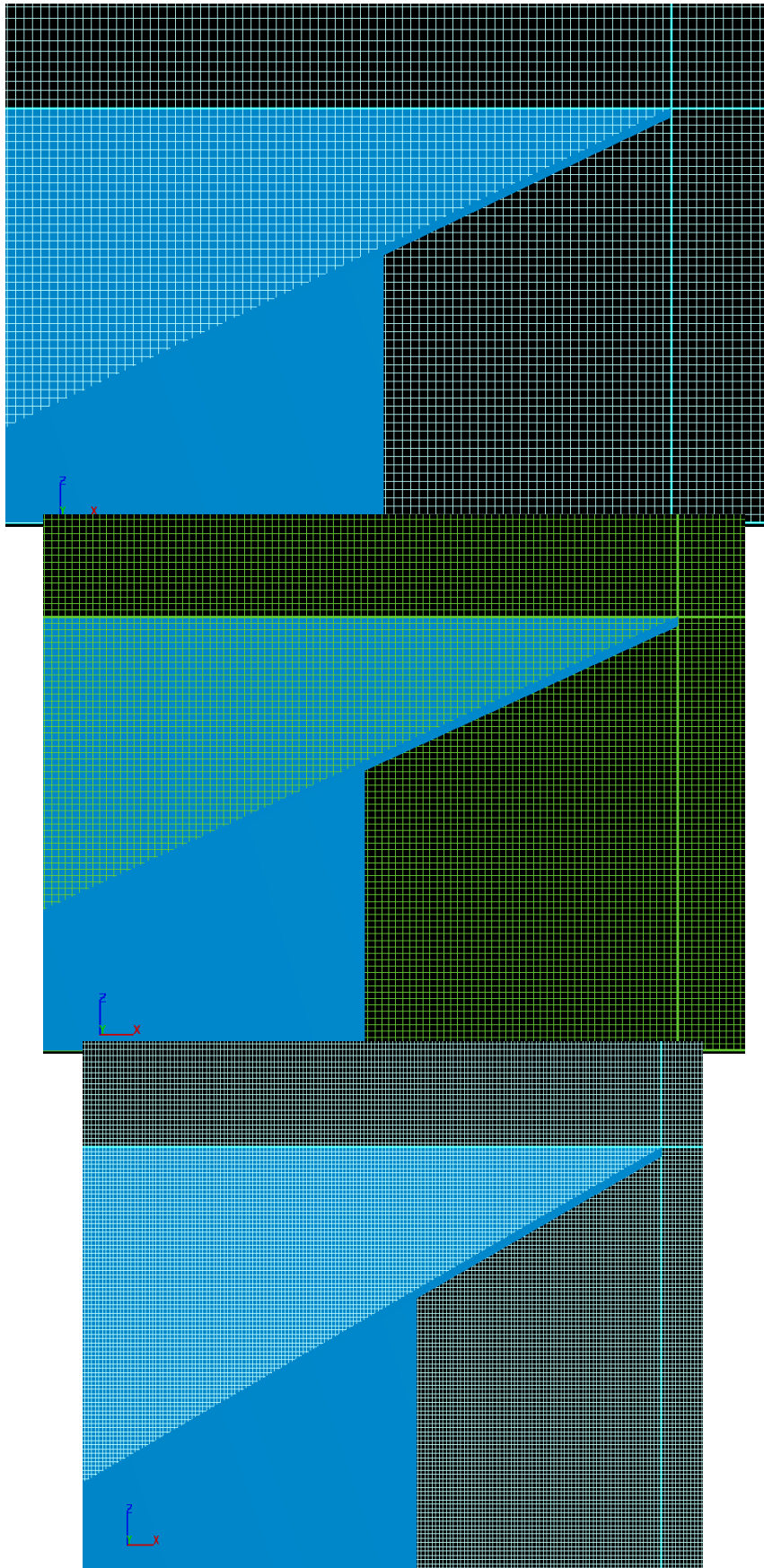


FIGURE 3.8. Détails du maillage retenu pour les trois configurations du maillage

3.3.2. Conception de la géométrie du modèle

Avant d'arriver à l'étape du maillage dans un modèle numérique, la première étape consiste à construire un modèle tridimensionnel. Dans le logiciel Flow-3D, les formes peuvent être créées en trois dimensions si le modèle est simple. Dans le cas d'une géométrie complexe, comme pour PK-Weir, il est nécessaire de faire intervenir un autre programme pour créer cette géométrie. Le logiciel AutoCAD nous permet de produire la géométrie complexe sous forme solide en 3D. Par la suite, le solide importé dans Flow-3D dans un fichier avec l'extension "STL".

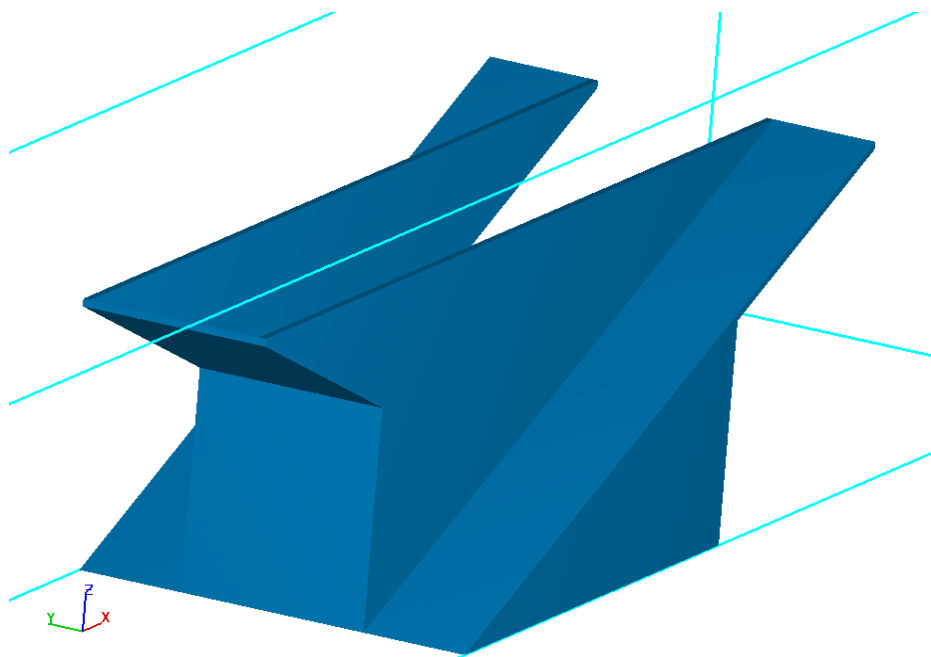


Figure 3.9. Modélisation numérique du PKW

Les caractéristiques géométriques du modèle PK-Weir sont mentionnées dans le tableau 3.4.

Modèle	n	P	B	W_i	W_o	B_i	B_o
	-	m	m	m	m	m	m
PK-Weir avec porte-à-faux amont et aval Type « A »	6	3	8.2	1.8	1.5	2.05	2.05

Tableau 3.4. Caractéristiques géométriques du modèle réduit

3.3.3. Conditions aux limites :

Comme indiqué dans le chapitre précédent, il y a quatre sortes de condition aux limites, la condition "Specified pressure" est utilisée à l'entrée (Xmin). Pour Xmax, une condition connue comme "Outflow" a été fixée. Celle-ci définit la limite de la sortie de l'écoulement libre. Les limites (Ymin et Ymax) sont définies comme des plans de symétrie (condition "Symmetry"). La limite inférieure (Zmin) a été considérée comme murs (condition "Wall"). La condition de type "Specified pressure" est appliquée à la surface libre (la limite de Z-maximale).

3.3.4. Résultats des simulations

Les résultats des simulations, l'écart relatif pour chaque maillage et le temps de calcul sont représentés ci-dessous.

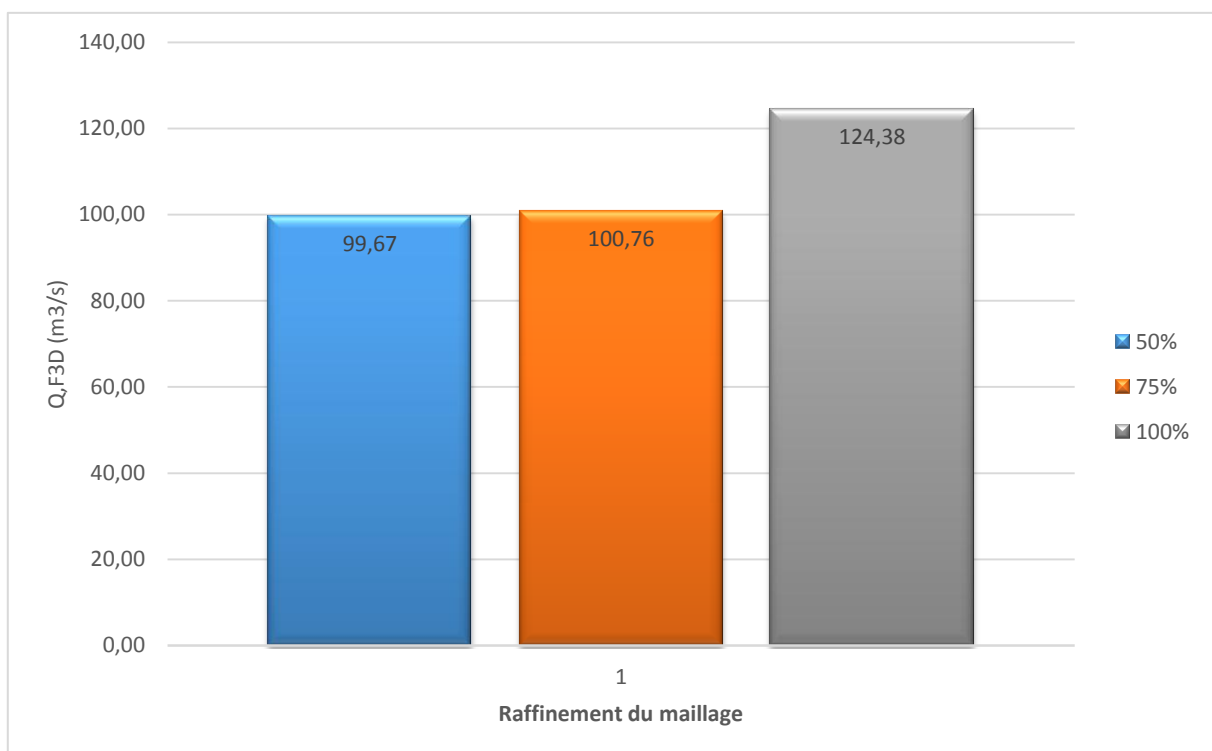


Figure 3.10. Débit en fonction du raffinement du maillage

Raffinement du maillage	Nombre de cellule	Temps de calcul	Débit (Flow-3D)	Ecart Relatif (Q= 98.55 m ³ /s)
Maillage (1) Grossier (100%)	1 10 ⁶	4 h 55 min	124.38 m ³ /s	26.2 %
Maillage (2) Moyenne (75%)	3.3 10 ⁶	12 h 28 min	100.76 m ³ /s	2.2 %
Maillage (3) Fin (50%)	8.4 10 ⁶	74 h 34 min	99.67 m ³ /s	1.1 %

Tableau 3.5. Détail et résultat du maillage

Le tableau 3.5 résume les résultats des simulations pour l'étude de sensibilité du maillage. Le maillage retenu est celui qui donne des solutions numériques acceptables et satisfait aux critères.

Première configuration de maillage :

- Pour le critère de temps, le maillage 1 est considéré comme le meilleur puisque le temps de calcul est très réduit.
- Le maillage 1 n'offre pas une bonne représentation de la géométrie à cause de nombre réduit des cellules (Figure 3.8).

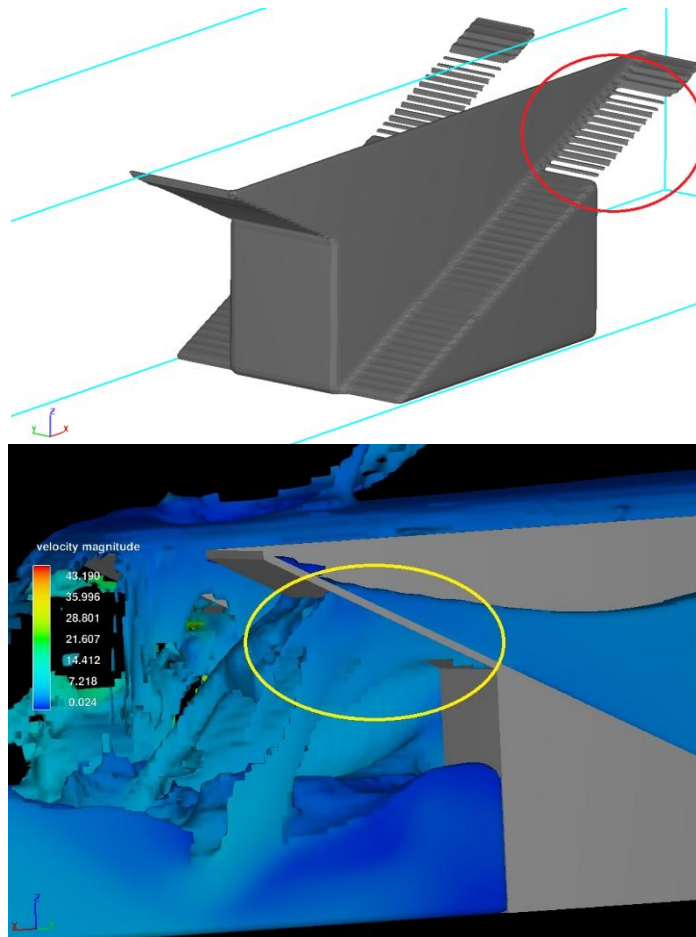


Figure 3.11. Les erreurs dues au nombre réduit de cellule

- Le débit des simulations est très éloigné de la valeur du débit mesuré, donc Le maillage 1 n'offre pas une bonne précision sur les résultats.

Deuxième configuration de maillage :

- Le temps de calcul du deuxième maillage est acceptable.
- Le nombre de cellule offre une bonne représentation de la géométrie

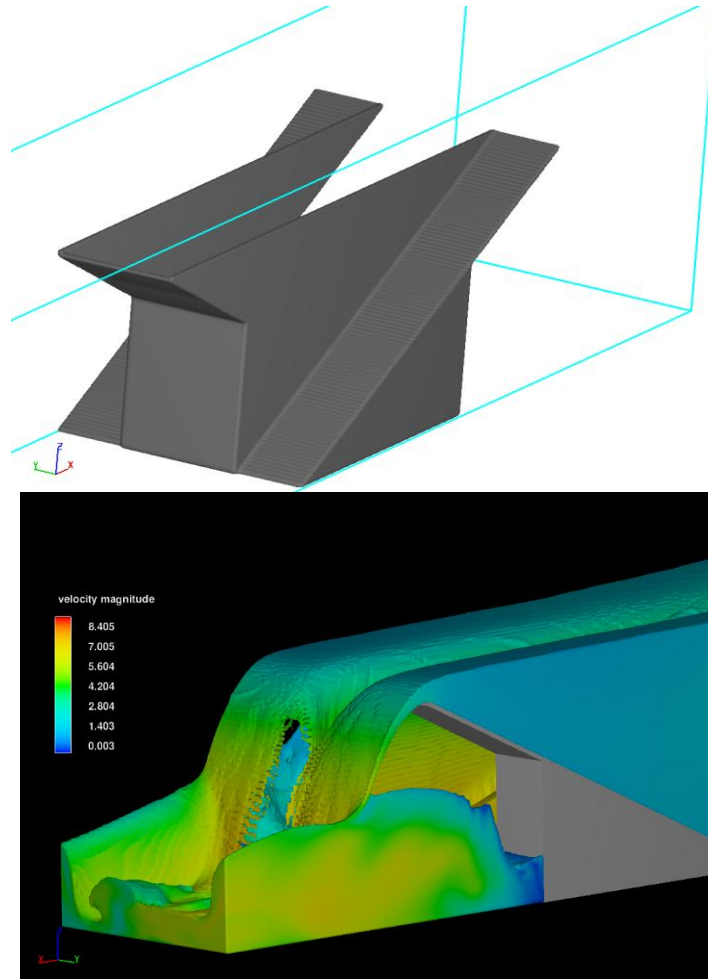


Figure 3.12. Résultats des simulations

- L'écart entre le débit des simulations et le débit mesuré est acceptable, donc Le maillage 2 offre une bonne précision sur les résultats.

Troisième configuration de maillage :

- Le temps de calcul est très long.
- Le nombre de cellule du troisième maillage offre une bonne représentation de la géométrie.
- Le maillage 3 offre une très bonne précision sur les résultats.

Après analyse des résultats de simulation présentés ci-dessus, nous concluons que le maillage 1 n'offre pas une bonne représentation géométrie, c'est pour cela que le débit des simulations est très éloigné de la valeur du débit mesuré. Le maillage 3 offre une très bonne précision sur les résultats, mais donne un temps de calcul supérieur à 6 fois celui du maillage 2. Le maillage 2 nous fournit une bonne représentation géométrie et avoir des résultats dans un raisonnable délai de temps, et d'être plus précis.

Donc le maillage 2 est un bon compromis pour avoir un temps de calcul et un nombre de mailles raisonnables pour prédire avec une bonne exactitude les mesures de débit.

3.4. Validation du modèle numérique

Après avoir choisi le maillage convenable, la validation du modèle numérique est une essentielle. Dans cette phase le modèle doit être validé avec les résultats expérimentaux obtenus. Une comparaison a été faite entre le débit mesuré expérimentalement et le débit calculé avec Flow-3D, en prenant en compte les différentes valeurs de débit (faible, moyen et grand). Le débit calculé avec Flow-3D correspond à la valeur moyenne les dix dernières valeurs de la simulation dans la phase stable. La variation du débit sur cette phase ne dépasse pas 2%.

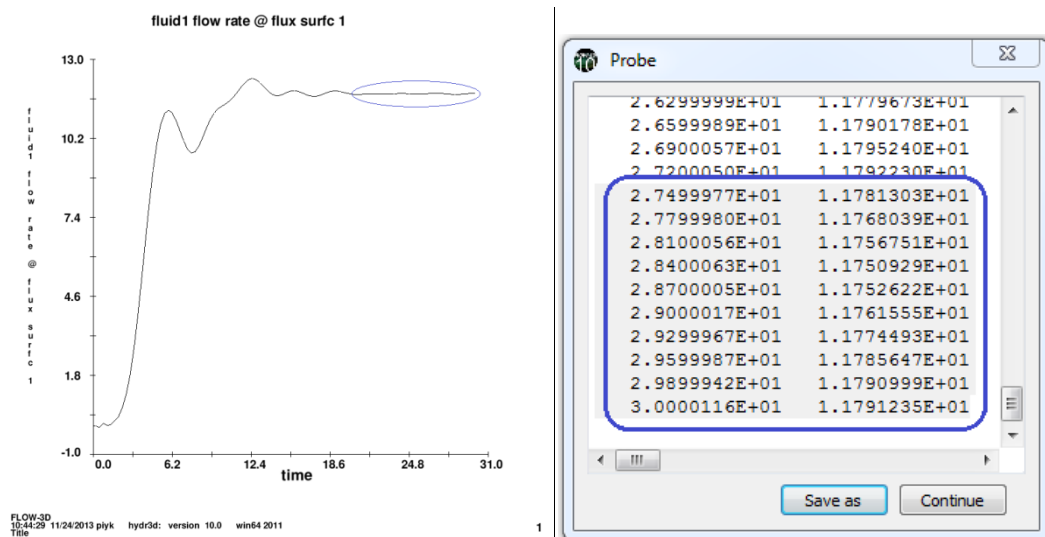


Figure 3.13. Résultat graphique et numérique du débit

Les résultats obtenus de la comparaison sont représentés ci-dessous.

Charge amont (m)	Modèle physique (m ³ /s)	Modèle numérique (m ³ /s)	Ecart-relatif (%)
3,51	66,4	66,4	0,0
3,75	98,55	100,7	2,2
4,19	150,14	158,40	5,5
4,63	197,26	209,20	6,1
5,29	266,99	280,80	5,2

Tableau 3.5. Comparaison des débits expérimentaux et numériques

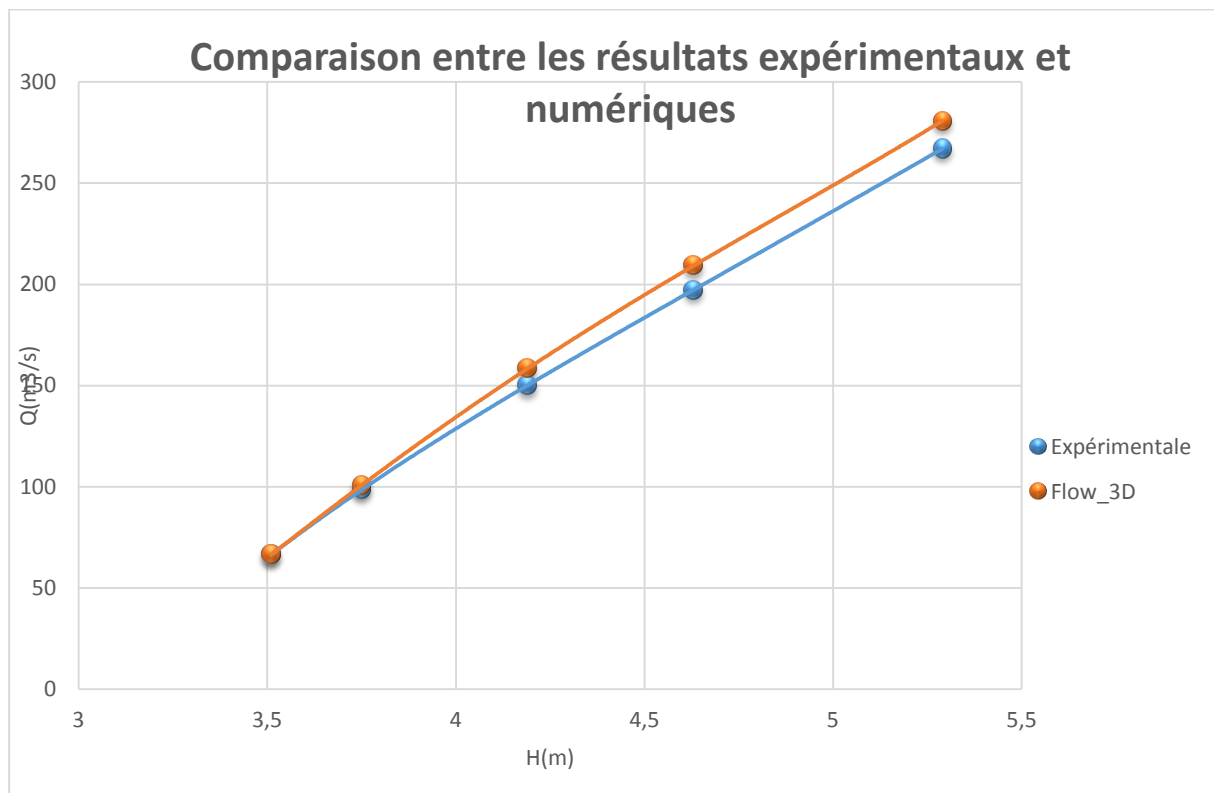


Figure 3.14. Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques

3.4.1. Discussion des résultats

- Pour les faibles débits, La figure 3.14 montre qu'il y a un écart moyen inférieur à 1% entre le débit calculé par Flow-3d et le débit mesuré expérimentalement.

La surface libre calculée est semblable à celle qui est observée sur le modèle réduit. La figure 3.15 montre la forme de la surface libre sur le PK-Weir (expérimental et numérique).

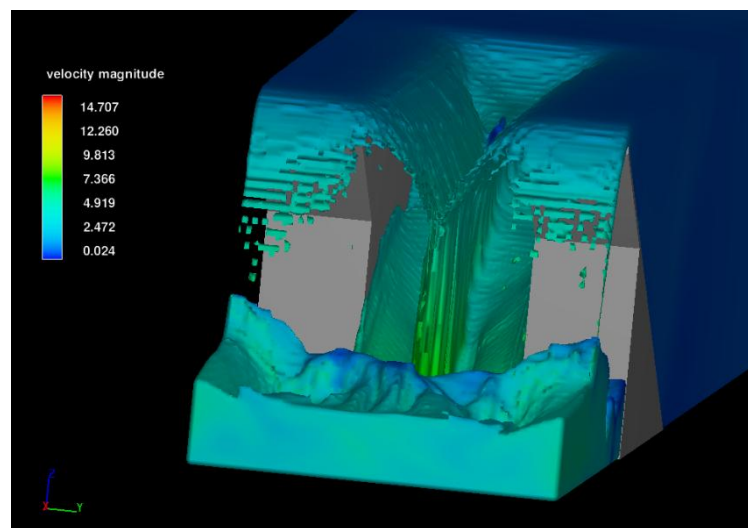


Figure 3.15 Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un faible débit

- Pour les débits moyens, La figure 3.14 montre qu'il y a un écart moyen inférieur à 2% entre le débit calculé par Flow-3d et le débit mesuré expérimentalement. La surface libre conçus par Flow-3D se ressemble à celle qui est observée sur modèle réduit. La figure 3.16 montre la forme de la surface libre sur le PK-Weir (expérimental et numérique).

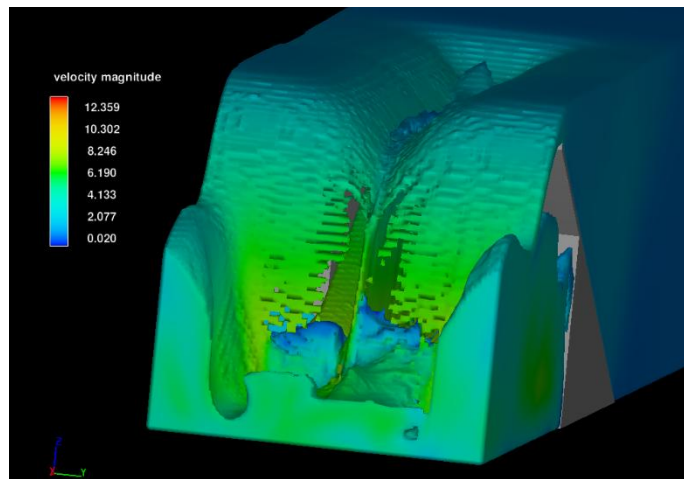


Figure 3.16. Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un débit moyen

- Pour les grands débits, La figure 3.14 montre qu'il y a un écart moyen inférieur à 5% entre le débit calculé par flow3d et le débit mesuré expérimentalement. La surface libre calculée est très proche de celle qui est observée sur modèle réduit. La figure 3.17 montre la forme de la surface libre sur le PK-Weir (expérimental et numérique).

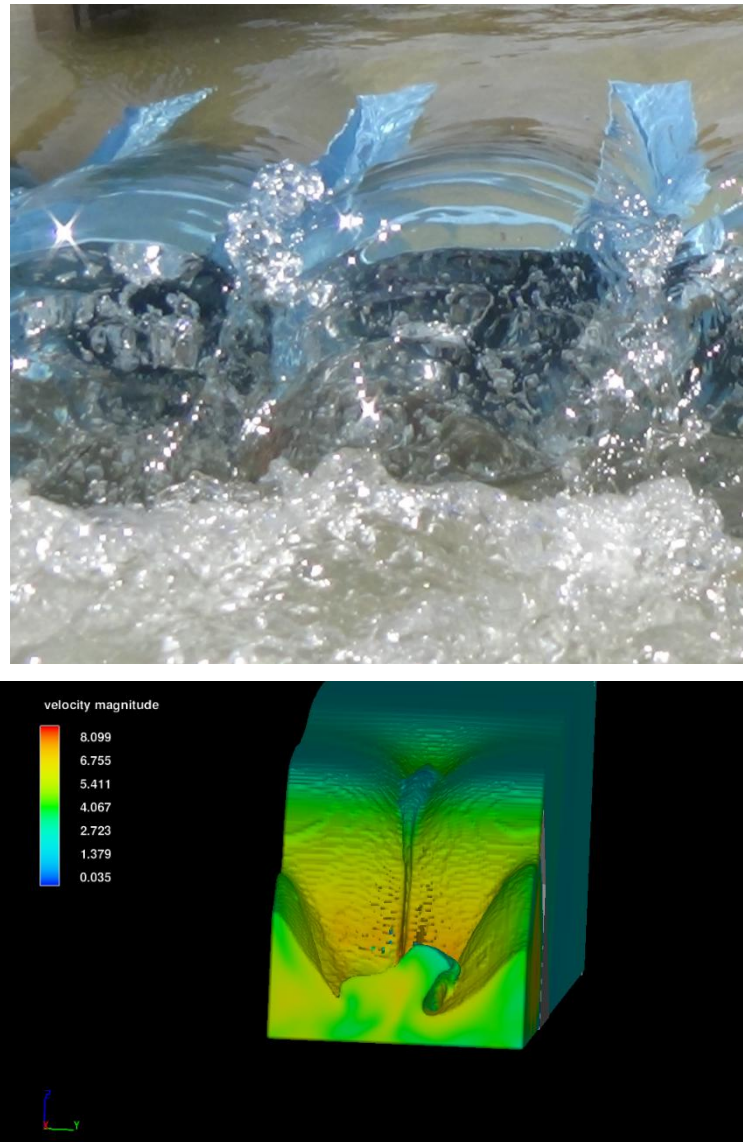


Figure 3.17. Présentation de la surface libre sur PK-Weir pour un grand débit

D'après les résultats obtenus par Flow-3D, le modèle numérique utilisée est fiable pour la prédiction des débits (l'écart relatif est inférieur à 4%) et nous fournit une bonne représentation d'écoulement sur le PK-Weir.

Après avoir sélectionné le maillage adéquat et validé le modèle numérique, il est intéressant pour ce travail de procéder à une étude d'optimisation de l'un des paramètres adimensionnel qui régissent l'écoulement sur le PK-Weir. Ce paramètre correspond au rapport des largeurs des alvéoles amont et aval qui est exprimé par w_i/w_o . Le but de l'étude est de vérifier l'effet de ce paramètre adimensionnel sur la performance hydraulique et de déterminer par conséquent la valeur optimale. Les résultats obtenus sont présentés ci-dessous.

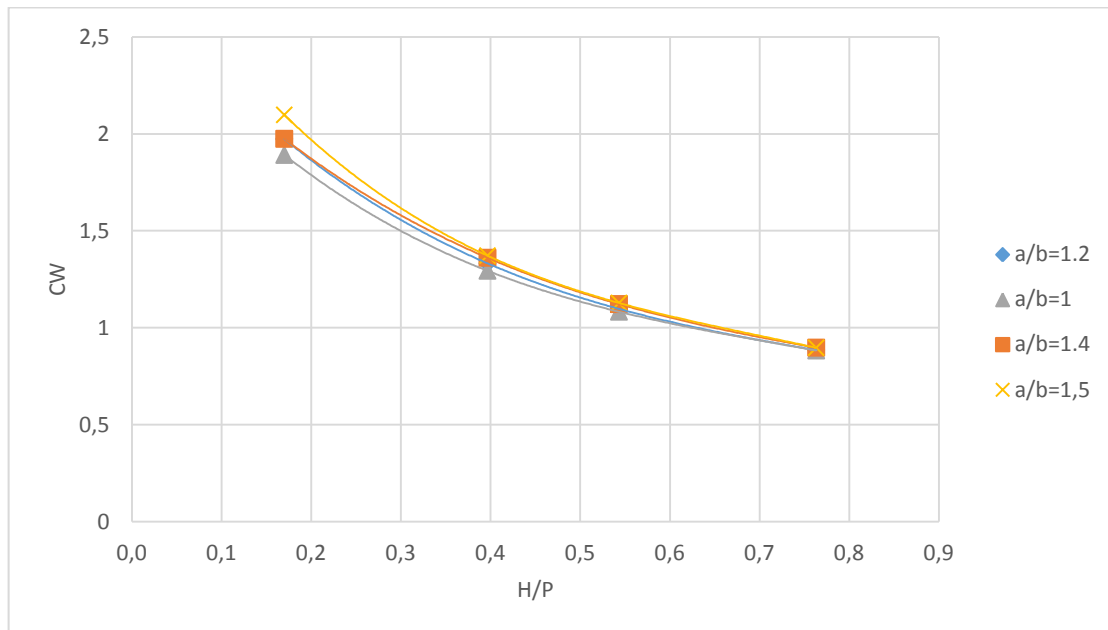


Figure 3.18. Coefficient de débit en fonction de la charge relative

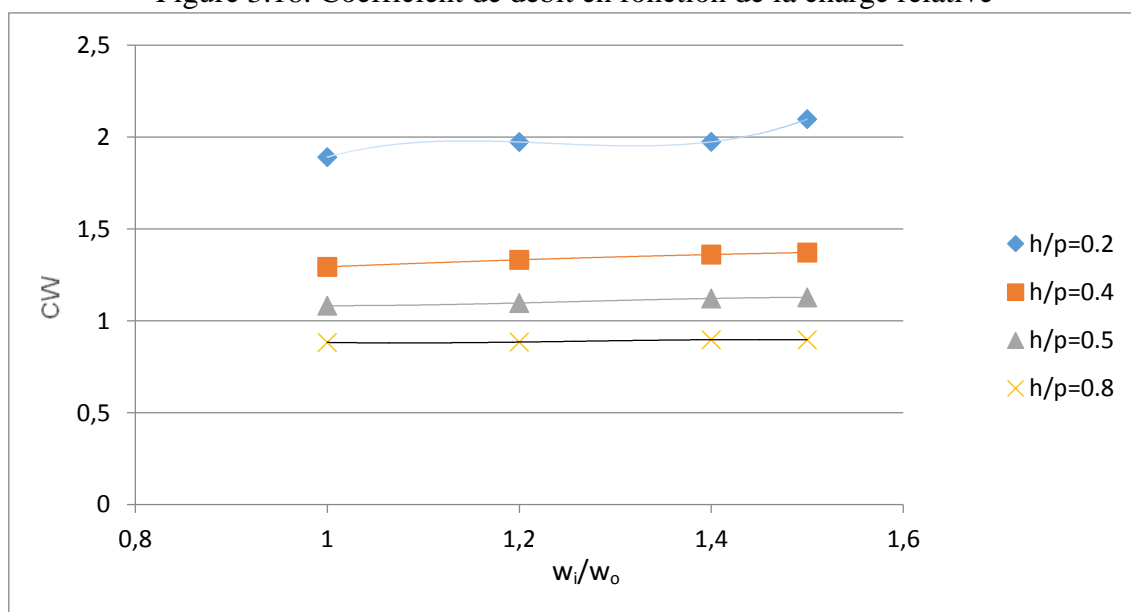


Figure 3.19. Coefficient de débit en fonction des largeurs des alvéoles amont et aval

L'analyse des résultats obtenus par les quatre modèles numérique ($w_i/w_o = 1, 1.2, 1.4$ et 1.5) montre que le ratio ($w_i/w_o = 1,5$) représente l'optimum.

De ce fait, il est plus rentable de concevoir le PK-Weir avec une largeur des inlets plus grande que la largeur des outlets avec un ratio $w_i/w_o = 1,5$ (Pour un même ratio L/W).

Conclusion

Le travail effectué est une contribution à l'étude de l'écoulement sur le PK-Weir par une modélisation numérique qui est réalisée essentiellement par le logiciel Flow-3D. Pour ce faire, il était nécessaire de scinder cette analyse numérique en trois parties.

La première partie correspond à une optimisation du maillage. Les deuxièmes parties consacrées à la validation du modèle numérique et le troisième concerné une modélisation numérique qui se rapport à l'étude d'optimisation du rapport adimensionnel des largeurs des alvéoles w_i/w_o .

Les résultats obtenus ont montré que :

- Le maillage 2 correspond à une finesse de maillage égale 75% de la plus petit épaisseur de la géométrie est un bon compromis pour avoir un temps de calcul et un nombre de mailles raisonnable pour prédire avec une bonne exactitude les grandeurs de débit.
- La comparaison entre les résultats numérique et celles obtenues sur modèles réduits au laboratoire a montré que le modèle numérique utilisé est fiable puisque les écarts en débit sont inférieur à 4% en moyenne par rapport aux valeurs des modèles réduits.
- Pour vérifier l'effet du rapport W_i/W_o sur le rendement du déversoir en touche de piano (PK-Weir), les essais qui ont été effectués sur quatre modèles numériques. Ont montré que la largeur des alvéoles la plus efficace correspond à une largeur de l'alvéole amont égale à 1.5 fois la largeur de l'alvéole aval. Ceci peut être intéressant de point de vue pratique et économique puisque le volume de béton reste le même et les modifications ne concernent que la disposition des murs latéraux.

Conclusion Général

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le déversoir en touche de piano (PK-Weir) a fait l'objet de plusieurs travaux de recherches dans le but de mieux comprendre son fonctionnement hydraulique et d'optimiser sa configuration géométrique.

La bibliographie a montré que ce type de déversoir se caractérise par une forme de crête non rectiligne permettant d'augmenter la longueur du seuil d'une manière significative pour une largeur donnée. Par conséquent, la capacité d'évacuation augmente proportionnellement avec l'augmentation de la longueur du seuil. Cette configuration du seuil non rectiligne engendre un écoulement différent de celui d'un déversoir rectiligne. Ainsi, l'écoulement sur le PK-Weir est défini par un écoulement caractérisé par deux nappes distinctes, la première sous forme d'un écran de surface et la seconde sous forme d'un jet de fond en fonction de la charge sur le seuil du déversoir. La bibliographie a montré que peut d'intérêt a été donné à la modélisation numérique du PK-Weir, seul quelques travaux ont été réalisés par EDF.

Ainsi, le présent travail constitue une contribution à l'étude de l'écoulement sur le PK-Weir par voies expérimentale et de modélisation numérique qui a été réalisée essentiellement par le biais du code Flow-3D.

La simulation, effectuée en 3D, nous a permis d'avoir une vision globale sur le phénomène d'écoulement sur le PK-Weir avec une meilleure compréhension du problème de l'écoulement à surface libre en se basant sur les couples des valeurs de débit d'écoulement et la charge d'eau sur le seuil du PK-Weir.

L'étude s'est axée sur l'optimisation du maillage. En effet, un très bon compromis a été mis en évidence entre le temps de calcul et l'efficacité. Les tests de validation du modèle numérique est justifié grâce à la bonne concordance trouvée entre les résultats de la modélisation numérique et ceux expérimentaux.

L'application du modèle numérique au PK-Weir a commencé par une comparaison entre quatre modèles numériques aux rapports W_i/W_o variable. L'analyse des résultats calculés pour chaque modélisation a montré que la valeur optimale du rapport W_i/W_o est de 1,5.

Les résultats issus de cette simulation décrivent l'écoulement dans les modèles étudiés avec beaucoup de logique et s'avèrent satisfaisants et convaincants. Les résultats obtenus sont encourageant et nous incite à continuer nos travaux de recherche dans ce sens qui s'avère être un domaine encore inconnu et promoteur.

Bibliographie

Bibliographie

- Balmigere G., Vincent S., Caltagirone J.-P. & Meillot E.: " *Utilisation d'une méthode de suivi d'interface mixte eulérienne/lagrangienne pour les écoulements diphasiques*". 18^{ème} Congrès Français de Mécanique Grenoble, 27-31 août 2007.
- Barcouda M., Cazaillet O., Cochet P., Jones B. A., Lacroix S., Laugier F., Odeyer C. et Vigny J. P.: " *Cost effective increase in storage and safety of most dams using fusegates or PK-Weirs*". vingt deuxième congrès des grands barrages, Barcelona, 2006.
- Belaabed F.: " *Contribution à l'étude des déversoirs en touche de piano (PK-Weir) noyés par l'aval*". Mémoire Magister en Hydraulique, Université de Biskra, 2011.
- Blancher B., Montarros F., Laugier F. " *Hydraulic comparison between piano-keys weirs and labyrinth spillways*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW2011, 141-150. London: CRC Presse. 2011.
- Cicero G.M., Delisle J.R., Lefebavre V. et Vermeulen J. : " *Experimental and numerical study of the hydraulic performance of a trapezoidal Piano Key Weir*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW II 2013, 265-272. London: CRC Presse. 2014.
- Crookston B.M., Paxson G. S., and Savage B. M.: " *HYDRAULIC PERFORMANCE OF LABYRINTH WEIRS FOR HIGH HEADWATER RATIOS*". 4^{ème} IAHR Colloque international sur les structures hydrauliques, 9-11 Fév. 2012, Porto, Portugal .
- Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981), " *Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries*". Journal of Computational Physics 39, 201-225 1981.
- Laugier F., Grégory G., Vamentte E., Blancher B. et Oguic A.: " *Utilisation industrielle de la modélisation hydrodynamique 3D pour l'évaluation de la débitance d'un évacuateur*". La Houille Blanche, N° 2, 2010, pp. 36-46.
- Laugier F., Pralong J., Blancher B. " *Influence of structural thickness of sidewalls on PKW spillway discharge capacity*". Labyrinth and Piano Key Weirs -PKW2011, 159-165 .London: CRC Presse. 2011.

- Leite M. R., Pfister M. et Schleiss A. J.: "*Hydraulic design of A-type Piano Key Weirs*".
Journal of Hydraulic Research Vol. 50, No. 4 (2012), pp. 400–408.
- Leite M.R., Pfister M. et Schleiss A.J.: "*Overview of Piano Key weir prototypes and scientific model investigations*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW II 2013, 273-281 .London: CRC Presse. 2014.
- Lempérière F., Ouamane A.: "*The Piano Keys Weir: a new cost-effective solution for spillways*". The International Journal on Hydropower & Dams, Issue Four. 2003.
- Lemperiere F., Vigny J." *International symposium on Dam safety*". Analysis and low cost mitigation of the flood risk of Asian dams, Xian.2005.
- Lemperiere F., Vigny J.: "*Economie et sécurité des déversoirs du Burkina faso*". 1^{er} congrès national des barrages Burkina faso. 2006.
- Machiels O., Erpicum S., Archambeau P., Dewals B. et Piroton M. :"*Analyse expérimentale de l'influence des largeurs d'alvéoles sur la débitance des déversoirs en touches de piano*". La Houille Blanche,N° 2, 2010, pp. 22-28.
- Noui A. "*Etude de l'optimisation de l'évacuateur de crues en touches de piano (P.K.Weir)*". Mémoire Magister en Hydraulique, Université de Biskra. 2007.
- Noui A. et Ouamane A.: "*Study of optimization of the Piano Key Weir*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW2011, 175-182.London: CRC Presse . 2011.
- Ouamane A. "*Nine years of study of the Piano Key Weir in the university laboratory of Biskra Lessons and reflections*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW2011, 51-58.London: CRC Presse. 2011.
- Ouamane A., Lempérière F. : "*Increase of the safety of existing dams - Rehabilitation of weir*". Symposium: Dam Safety Management. Role of State, Private Companies and Public in Designing, Constructing and Operating of Large Dams» ICOLD 75th Annual Meeting Saint Petersburg, Russia. 2007.
- Ouamane A., Lempérière F. : "*Nouvelle conception de déversoir pour l'accroissement de la capacité des retenues des barrages*" Colloque International sur la protection et la préservation des ressources en eau, Blida. 2006.

- Ouamane A., Lempérière F. : "*Amélioration de la forme des déversoirs en labyrinthe pour l'évacuation des grands débits*". Séminaire National sur les ressources en eaux et leurs utilisations, Centre Universitaire Khemis Meliana. 2006.
- Ouamane A., Lempérière F. : "*Study of various alternatives of shape of piano key weirs*". HYDRO 2010 - Meeting Demands in a Changing World, Congress Centre, Lisbon, Portugal. 2010.
- Ouamane A., Lempérière F. : "*Design of a new economic shape of weir, International Symposium on Dams in the Societies of the XXI Century*". Barcelona. 2006.
- Ouamane A.: "*Hydraulic and Costs data for various Labyrinth Weirs*" 22th Congress on Large Dams, ICOLD, Q84, Barcelona. 2006.
- Patankar, S. V. : "*Numerical heat transfer and fluid flow*". Series in Computational and Physical Processes in Mechanical and Thermal Sciences, Taylor and Francis, 1980.
- Pfister M. et Schleiss A. J. " *Comparison of hydraulic design equations for A-type Piano Key weirs*". Conf. Stockage de l'eau et le développement de l'hydroélectricité pour l'Afrique, Addis Ababa, Ethiopia, 16-18 Avril 2013.
- Poitevin J.M.: "*Outils mathématiques pour physiciens et ingénieurs*". Dunod, Paris, 2012.
- Pralong J., Montarros F., Blancher B., Laugier F. "A sensitivity analysis of Piano Key Weirs geometrical parameters based on 3D numerical modeling". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW2011, 133-139 .London: CRC Presse. 2011.
- Robbe R., Sparks D.: "*Calcul de la courbe de capacité des pertuis de fond du barrage Matawin avec Flow-3D*". La Houille Blanche, N° 2, 2010, pp. 29-35.
- Ricky M. A. " *Piano key weir head discharge relationships*". Thèse de Master en sciences dans Génie civil et de l'environnement, Université de UTAH STATE, 2011.
- Schleiss A. J. : "*From Labyrinth to Piano Key Weirs – A historical review*". Labyrinth and Piano Key Weirs-PKW2011, 3-15.London: CRC Press. 2011.
- Voronetska K.: "*Simulation numérique directe des écoulements à phases dispersées*". Thèse de Doctorat, Université BORDEAUX I, 2012.