

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Civil et Hydraulique
Ref :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
الهندسة المدنية و الري
.....:

Thèse présentée en vue de l'obtention
du diplôme de
Doctorat en sciences en : Génie Civil

Option : Géotechnique

**Estimation Numérique des facteurs de portance et
d'influence de la forme des fondations superficielles**

Présentée par :

REMADNA Mohamed Saddek

Soutenue publiquement le **30 janvier 2013**

Devant le jury composé de :

Dr. MELLAS Mekki	Professeur	Président	Université de Biskra
Dr. BENMEBAREK Sadok	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Dr. BOUMEKIK Ahmed	Professeur	Examineur	Université de Constantine
Dr. KHEMISSA Mohamed	Professeur	Examineur	Université de M'Sila
Dr. ABBECHÉ Khelifa	Professeur	Examineur	Université de Batna

REMERCIEMENTS

Je dois tout d'abord remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.

Je tiens à remercier très sincèrement le Professeur Sadok BENMEBAREK de l'université de Biskra, mon encadreur et directeur de thèse pour avoir assuré l'encadrement scientifique de cette thèse. Je dois reconnaître qu'il a bien su, d'abord lors des travaux de Magister, et ensuite pendant cette thèse, m'orienter vers la bonne voie dans les moments de confusion. Sa disponibilité, son expérience, et sa rigueur ont permis à cette thèse d'aboutir. Ce fût aussi un grand plaisir pour moi de travailler sous sa direction.

Je tiens aussi à remercier le Professeur MELLAS Mekki doyen de la faculté des sciences et de la technologie de l'Université de Biskra pour m'avoir fait un grand honneur en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je remercie aussi les Professeurs BOUMKIK Ahmed (Université de Constantine), KHEMISSA Mohamed (Université de M'SILA) et ABBECHÉ Khelifa (Université de Batna), d'abord pour m'avoir fait honneur en acceptant de participer au jury de cette thèse, et aussi pour le temps et l'intérêt qu'ils ont porté à cette recherche en acceptant d'examiner ce travail.

Je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Enfin je dédie ce travail à la mémoire de mon père et de ma sœur. Je remercie aussi toute ma famille pour m'avoir soutenu durant toutes ces années de préparation de cette thèse, ma mère, ma femme, mes frères et sœurs, ma fille Aya, et mes fils Abdallah et Abderrahmane. Un remerciement particulier est réservé pour ceux et celles qui m'ont encouragé à réaliser cette thèse. J'espère qu'ils se reconnaîtront.

RESUME

Les méthodes théoriques de calcul de la capacité portante sont toutes établies pour une fondation filante reposant sur un milieu homogène semi infini. Ces méthodes conduisent à la formule générale de Terzaghi (1943), où la capacité portante des fondations superficielles se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante, N_c , N_q et N_γ . Les effets de forme sont pris de manière semi-empirique en introduisant des facteurs d'influences sur les facteurs de capacité portante. Mais des divergences notables et des insuffisances sont observées par les praticiens en géotechnique.

Le code de différences finies Flac a été utilisé dans cette thèse pour évaluer numériquement les facteurs de capacité portante N'_γ des fondations superficielles rectangulaires et annulaires lisses et rugueuses et pour des sols de Mohr Coulomb associés et non associés, peu ou fortement frottants. Les résultats montrent une diminution significative de la valeur de N'_γ avec un accroissement du ratio du rayon intérieur sur le rayon extérieur de l'anneau. Pour une fondation rectangulaire les calculs numériques montrent que le coefficient de forme s_γ est variable avec le rapport géométrique de la longueur sur la largeur et de l'angle de frottement du sol. Les résultats indiquent également que l'angle de la dilatance du sol a une influence majeure sur la valeur de N'_γ lorsque le sol affiche une forte non-associativité, notamment pour les valeurs élevées de l'angle de frottement. En outre, et particulièrement pour les valeurs importantes de φ , la grandeur de N'_γ pour une fondation rugueuse est significativement supérieure à celle d'une fondation lisse. Les résultats de cette recherche, sont présentés sous la forme de graphiques et de tableaux de conception et comparés aux résultats d'autres auteurs disponibles dans la littérature.

Mots clés : Modélisation numérique, semelles annulaires, semelles rectangulaires, sols non associés, capacité portante, mécanisme de rupture.

ABSTRACT

The theoretical methods of the bearing capacity computations are all established for a strip footing resting on a semi-infinite homogeneous medium. These methods lead to the general formula of Terzaghi (1943), where the bearing capacity of shallow foundations is reduced to the determination of the bearing capacity factors, N_c , N_q et N_γ . The effects of shape are taken in a semi-empirically manner by introducing factors of influence on the bearing capacity factors. Nevertheless significant divergences and deficiencies are observed by geotechnical practitioners.

The finite difference code Flac was used in this thesis, to evaluate numerically the soil bearing capacity factors N'_γ for both smooth and rough ring and rectangular footings for low and high friction associated and non-associated Mohr-Coulomb soils. The results indicate a significant decrease in the value of N'_γ with an increase in the ratio of internal radius to external radius of the ring. For a rectangular foundation, the numerical computations show that the shape factor s_γ is variable with the geometric ratio of the length to the width and the soil friction angle. The results also indicate that the soil dilation angle influences the value of N'_γ when the soil displays high non-associativity for large internal friction angle values. The values of N'_γ for a rough footing base, especially with greater values of ψ , are shown to be significantly higher than those for a smooth footing base. The computational results are presented in the form of design tables and graphs, and compared with previous published results available in the literature.

Keywords: Numerical modeling; Ring footings; Rectangular footings; Nonassociative soils; Bearing capacity; failure mechanism.

خص

إن الطرق النظرية التي وضعت لحساب قدرة الأساس بناءً على طول كبير جداً و موضوع فوق وسط متجانس شبه لانهائي. هذه الطرق المتبعة تؤدي إلى صيغة عامة اقترحت من طرف Terzaghi (1943) حيث قدرة تحمل الأساسات السطحية تختصر في تحديد عوامل قدرة الأساس N_c N_q N_γ . تأثير شكل الأساس على قدرة التحمل يكون بإدخال عوامل التأثير المحسوبة بطرق شبه تجريبية وأمل قدرة التحمل. ولكن اختلافات بارزة وأوجه قصور لاحظها الممارسون في ميدان الجيوتقنية.

تم استخدام كود الفروق المتناهية Flac في هذه الرسالة التقييم العددي لعوامل قدرة التحمل N'_γ للأساسات السطحية المستطيلة والحلقية السلسلة والخشنة وحيث التربة هي تربة مرتبطة وغير مرتبطة منخفضة أو عالية الاحتكاك. أظهرت النتائج حدوث انخفاض كبير في قيمة N'_γ عند ارتفاع نسبة نصف القطر الداخلي على نصف القطر الخارجي لحلقة الأساس.

للأساس المستطيل الشكل الحسابات العددية تبين أن عامل الشكل s_γ يتغير مع النسبة الهندسية للطول على العرض وكذا مع زاوية احتكاك التربة. كما أشارت النتائج إلى أن زاوية اتساع التربة لها تأثير كبير على قيمة N'_γ عندما تظهر التربة عدم ترابطية عالية وبالخصوص بالنسبة للقيم العالية لزاوية الاحتكاك. وبالإضافة لذلك وخاصة بالنسبة للقيم العالية لـ ϕ فإن قيمة N'_γ للأساس خشن هي أعلى بكثير من تلك المتعلقة بأساس سلس. ويكون تقديم هذا البحث

رسوم و جداول تصميم و مقارنتها مع النتائج المتاحة لمؤلفين آخرين.

كلمات : المحاكاة العددية، أساس مستطيل أساس . تربة غير ترابطية قدرة التحمل، الية الإنهيار.

SOMMAIRE

NOMENCLATURE	i
LISTE DES FIGURES	iii
LISTE DES TABLEAUX	viii
INTRODUCTION GENERALE.....	1

CHAPITRE 1 :

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

1.1. Introduction	5
1.2. Méthodes de conception des fondations	7
1.3. Contraintes dans le sol	9
1.4. Dispositions pratiques pour la conception des fondations	11
1.5. Capacité portante ultime. Mécanismes de rupture	13
1.6. Modèle de calcul à la rupture d'une fondation filante	16
Références bibliographiques du chapitre 1	16

CHAPITRE 2

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

2.1. Introduction	17
-------------------------	----

2.2. Notions sommaires sur les méthodes existantes d'évaluation de la capacité portante	17
2.2.1 Méthode des caractéristiques (ou méthode des lignes de glissement)	
2.2.2 Méthode de l'équilibre limite	
2.2.3 Méthode des éléments finis	
2.2.4 Méthode d'analyse limite	
2.3. Rappels sur le Coefficient de butée et Equilibre limite	21
2.4. Calcul de la capacité portante de Caquot-Kérisel	25
2.5. Equation de la capacité portante de Terzaghi	31
2.6. Capacité portante de Meyerhof	32
2.7. Calcul de la capacité portante par l'analyse limite	33
2.8. Calcul de la capacité portante par la méthode des contraintes caractéristiques	36
2.9. Discussion des théories de calcul de capacité portante	41
2.10. Capacité portante pour une fondation superficielle quelconque. Coefficients correcteurs	43
2.11. Conclusion	46
Références bibliographiques du chapitre 2	47

CHAPITRE 3
LES MODELES DE COMPORTEMENT
ET L'OUTIL NUMERIQUE UTILISE

3.1. Introduction	50
3.2. Modèles de comportement	50
3.2.1. Introduction	
3.2.2. Modèle élastique	
3.2.3. Lois de Comportement élastoplastique	

3.2.4. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb	
3.3. Description du code de calcul Flac	62
3.3.1. Introduction	
3.3.2. Méthode des différences finies	
3.3.3. Discrétisation en 2D	
3.3.4. Discrétisation en 3D	
3.3.5. Schéma de résolution explicite	
3.3.6. Méthodologie de simulation avec Flac	
3.3.7. Analyse axisymétrique avec Flac	
3.3.8. Calcul avec Flac de la pression exercée par une semelle sur le sol de fondation	
3.3.9. Interfaces	
3.4. Conclusion	74
Références bibliographiques du chapitre 3	75

CHAPITRE 4

EVALUATION NUMERIQUE DU FACTEUR DE CAPACITE PORTANTE N'_γ DES FONDATIONS RECTANGULAIRES

4.1 Introduction	76
4.2 Travaux antérieurs	77
4.3 Procédés de simulation numérique.....	81
4.4 Simulations préliminaires avec Flac ^{3D}	86
4.5 Résultats des calculs et discussions	91

4.6 Conclusion	111
Références bibliographiques du chapitre 4	114

CHAPITRE 5

ÉVALUATION NUMERIQUE DU FACTEUR DE CAPACITE PORTANTE N'_γ DES FONDATIONS ANNULAIRES

5.1 Introduction	116
5.2. Synthèse des travaux antérieurs	117
5.3 Procédés de simulation numérique	121
5.4 Résultats des calculs et discussion	124
5.5 Conclusions	142
Références bibliographiques du chapitre 5.....	144

CONCLUSION GENERALE	146
---------------------------	-----

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	150
-----------------------------------	-----

NOMENCLATURE

B	Largeur d'une semelle rectangulaire
b	Demi-largeur d'une semelle rectangulaire
c	Cohésion du sol
c^*	Cohésion du sol associé équivalent
D	Profondeur d'assise de la fondation
G	Module de cisaillement du sol
K	Module volumique d'élasticité du sol
k_p	Coefficient de poussée passive des terres (butée)
L	Longueur d'une semelle rectangulaire
l	Demi-longueur d'une semelle rectangulaire
N_c	Facteur de capacité portante de la fondation filante, terme de cohésion
N_q	Facteur de capacité portante de la fondation filante, terme de
N_γ	Facteur de capacité portante de la fondation filante, terme de surface
N'_γ	Facteur de capacité portante de la fondation annulaire ou rectangulaire, terme de surface
P_u ou Q_u	Charge verticale centrée ultime
q_u	Capacité portante de la fondation
r_0	Rayon extérieur de la fondation annulaire
r_i	Rayon intérieur de la fondation annulaire
s_c	Coefficient de correction de forme, terme de cohésion

s_q	Coefficient de correction de forme, terme de profondeur
s_γ	Coefficient de correction de forme, terme de surface
γ	Poids volumique du sol
φ	Angle de frottement interne du sol
φ^*	Angle de frottement interne du sol associé équivalent
ψ	Angle de dilatance du sol

LISTE DES FIGURES

Numéro de la figure	Désignation des figures	Page
Figure 1.1	Fondation superficielle de dimensions B et L et de profondeur D : (a) coupe verticale, (b) perspective	6
Figure 1.2	Courbe chargement-tassement d'une semelle superficielle	8
Figure 1.3	Contrainte verticale due à une charge verticale en surface	10
Figure 1.4	Contrainte verticale due à une pression uniforme sur une surface filante	10
Figure 1.5	Bulbe de pression sous une : (a) surface filante ; (b) surface carrée	11
Figure 1.6	Schéma justifiant le radier	12
Figure 1.7	Dénivelée entre semelles voisines limitée à 2/3	12
Figure 1.8	Modes de Rupture : (a) Cisaillement général, (b) Cisaillement local, (c) Poinçonnement	14
Figure 1.9	Nature du cisaillement du sol en fonction de la densité relative D_r et de D/R	15
Figure 1.10	Modèle de calcul à la rupture d'une semelle superficielle filante	15
Figure 2.1	Cercle de Mohr à la rupture	22
Figure 2.2	Conventions de signes sur les tables de poussée-butée	23
Figure 2.3	Equilibre de Rankine et Prandtl. Milieu non pesant pulvérulent surchargé	24
Figure 2.4	Milieu non pesant. Effet de la cohésion	25
Figure 2.5	Coin en équilibre limite pour un sol frottant sans cohésion et pesant sans surcharge	27
Figure 2.6	Schéma de calcul du terme de profondeur pour un sol frottant sans cohésion et non pesant avec surcharge	29
Figure 2.7	Schéma de calcul du terme de cohésion pour un sol frottant avec cohésion et non pesant sans surcharge	30
Figure 2.8	Modèle du coin en équilibre de rupture de Terzaghi pour une semelle superficielle filante	31

Figure 2.9	Schéma ou modèle de calcul à la rupture d'une semelle superficielle filante	33
Figure 2.10	Champ de déplacements pour une semelle superficielle filante	34
Figure 2.11	Champ de contraintes en équilibre pour une semelle superficielle filante	35
Figure 2.12	(a) Cercle de Mohr en condition de rupture, (b) Convention de signe et notation	38
Figure 2.13	Système de coordonnées cylindriques et composantes des contraintes	38
Figure 2.14	Schéma de calcul du nouveau point W à partir de points connus P et Q	38
Figure 2.15	Maillage type des contraintes caractéristiques	39
Figure 2.16	Lignes de glissement pour une semelle superficielle filante	41
Figure 2.17	Comparaison des valeurs des coefficients de forme sg des fondations rectangulaires de Meyerhof et de De Beer	43
Figure 3.1	Surface de charge.	54
Figure 3.2	Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau	55
Figure 3.3	Représentation de l'écrouissage isotrope en projection : (a) dans le plan déviatoire ; (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.	56
Figure 3.4	Représentation de l'écrouissage cinématique en projection : (a) dans le plan déviatoire ; (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.	57
Figure 3.5	Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.	60
Figure 3.6	Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca (2000).	60
Figure 3.7	Modélisation de la dilatance ν à partir du test triaxial (Vermeer et De Borst)	62
Figure 3.8	Discrétisation avec Flac : (a) Dissociation des quadrilatères en deux paires d'éléments triangulaires, (b) Vecteur vitesse, (c) Force nodale	64
Figure 3.9	Zone à 8 nœuds avec superposition de 2 couches de 5 tétraèdres dans chaque couche	67
Figure 3.10	Séquence de calcul Flac, d'après Itasca (2000).	68
Figure 3.11	Déformations et contraintes dans une analyse axisymétrique	71
Figure 3.12	Interface représentée par la connexion des face A et B par des ressorts de raideur en cisaillement (k_s) et normale (k_n)	73
Figure 3.13	Dimension de la zone utilisée pour le calcul des raideurs (FLAC)	73
Figure 4.1	Mécanisme de rupture avec déformation continue de Michalowski: (a)	79

Figure 4.2	trace sur la surface du sol et (b) vue d'une section du mécanisme Mécanisme de rupture multi-blocs de Michalowski: (a) vue d'une partie du mécanisme et (b) coupe transversale des vitesses	80
Figure 4.3	Présentation du cas 3D (semelles rectangulaires) étudié	82
Figure 4.4	Conditions aux limites du modèle, plans xz et yz	83
Figure 4.5	Maillage adopté en 3D (a) semelle carrée, (b) semelle rectangulaire (L/B = 3)	84
Figure 4.6	Maillage du modèle du test de validation (semelle filante)	85
Figure 4.7	Conditions aux frontières du modèle de test de validation (semelle filante)	86
Figure 4.8	Contours des vitesses de déformations de cisaillement, associés avec les vecteurs du champ des déplacements, pour une fondation filante rugueuse et $\varphi = \psi = 25^\circ$	88
Figure 4.9	Effet des caractéristiques élastiques du sol sur la courbe charge - tassement : (a) K = 30 MPa, G = 15 MPa, (b) et (c) K = 3 MPa, G = 1.5 MPa	89
Figure 4.10	Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec φ et ψ pour une fondation filante : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	93
Figure 4.11	Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec φ et ψ pour une fondation rectangulaire (L/B = 2) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	94
Figure 4.12	Distribution des contraintes sous une fondation rectangulaire de largeur B et de longueur L (Cas de L/B = 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; infini), $\varphi = \psi = 40^\circ$: (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	95
Figure 4.13	Contours des contraintes verticales sous une fondation rectangulaire lisse, $\varphi = \psi = 40^\circ$: (a) fondation carrée et (b) fondation rectangulaire L/B = 5	96
Figure 4.14	Contours des vitesses de déformations de cisaillement, associés avec les vecteurs du champ des déplacements, pour une fondation carrée rugueuse (L/B=1) et $\varphi = 40^\circ$; (a) $\psi = 0^\circ$, (b) $\psi = 20^\circ$, et (c) $\psi = 40^\circ$	98
Figure 4.15	Contours des vitesses de déformations de cisaillement pour une fondation rectangulaire (L/B=2) et $\varphi = \psi = 40^\circ$: (a) fondation rugueuse, (b) fondation lisse	99
Figure 4.16	Contours des vitesses de déformations de cisaillement pour une fondation rectangulaire (L/B=2) et $\varphi = \psi = 20^\circ$: (a) fondation rugueuse, (b) fondation lisse	100

Figure 4.17	Variation du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation rectangulaire avec B/L , le sol considéré est associé ($\varphi = \psi$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	102
Figure 4.18	Comparaison des valeurs de N'_γ des fondations rectangulaires issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour une fondation rugueuse et L/B variable; le sol considéré est associé ($\varphi = \psi$) : (a) $\varphi = 25^\circ$ et (b) $\varphi = 40^\circ$	107
Figure 4.19	Comparaison des valeurs des coefficients de forme s_γ des fondations rectangulaires issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour une fondation rugueuse et L/B variable; le sol considéré est associé ($\varphi = \psi$) : (a) $\varphi = 25^\circ$ et (b) $\varphi = 40^\circ$	109
Figure 5.1	Mécanisme de rupture de Kumar et Ghosh et définitions des différentes contraintes	118
Figure 5.2	Géométrie du schéma de rupture de Kumar et Ghosh pour différentes valeurs de r_i/r_0 et un support rugueux, (a) $r_i/r_0 = 0$, (b) $r_i/r_0 = 0.50$, (c) $r_i/r_0 = 0.75$.	120
Figure 5.3	Conditions aux limites du modèle	122
Figure 5.4	Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC.	123
Figure 5.5	Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec φ et ψ pour une fondation circulaire : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	127
Figure 5.6	Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec φ et ψ pour une fondation annulaire ($r_i/r_0=0.33$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	128
Figure 5.7	Distribution des contraintes sous une fondation annulaire, lisse et rugueuse, de rayon interne $r_i = 0.25 r_0$ ($\varphi=\psi=40^\circ$)	129
Figure 5.8	Comparaison entre les contraintes sous une fondation circulaire de rayon r_0 et sous une fondation filante de largeur $2r_0$ ($\varphi=\psi=40^\circ$)	129
Figure 5.9	Vecteurs du champ des déplacements pour une fondation annulaire rugueuse ($r_i/r_0=0.5$) pour $\varphi = 40^\circ$; (a) $\psi = 0^\circ$, (b) $\psi = 20^\circ$, et (c) $\psi = 40^\circ$ (S_{cmax} représente l'échelle pour le déplacement maximum)	130
Figure 5.10	Variation du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation annulaire avec r_i/r_0 ; le sol considéré est associé ($\varphi = \psi$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse	131
Figure 5.11	Vecteurs du champ des déplacements, et contours des déplacements dans la direction X, pour une semelle annulaire rugueuse pour $\varphi=35^\circ$:	133

	(a) $r_i/r_0=0$. (b) $r_i/r_0=0.5$ et (c) $r_i/r_0=0.75$ (S_{cmax} = échelle du déplacement maximum, D_{max} = vecteur max , X =déplacement dans le sens X)	
Figure 5.12	Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour des fondations lisses et r_i/r_0 variable : (a) $\varphi=40^\circ$, and (b) $\varphi=25^\circ$	136
Figure 5.13	Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour des fondations rugueuses et r_i/r_0 variable : (a) $\varphi=40^\circ$, (b) $\varphi=38^\circ$, (c) $\varphi=35^\circ$, (d) $\varphi=30^\circ$, and (e) $\varphi=25^\circ$	140
Figure 5.14	Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude numérique pour différentes valeurs de la dilatance ψ ($\psi=\varphi$, $\psi=1/4\varphi$, $\psi=0$) avec les résultats expérimentaux de Saha pour une fondation rugueuse, $\varphi=40^\circ$ et r_i/r_0 variable	140

LISTE DES TABLEAUX

Numéro du Tableau	Désignation du Tableau	Page
Tableau 1.1	Valeurs admises de la capacité portante admissible (BS 8004;1986) rapportées par Craig	9
Tableau 2.1	Comparaison des valeurs de N_γ pour une semelle filante	42
Tableau 2.2	coefficients de correction de forme proposés par Terzaghi	44
Tableau 2.3	coefficients de correction de forme proposés par Meyerhof	44
Tableau 2.4	comparaison entre les coefficients de correction de forme proposés par différents auteurs	44
Tableau 3.1	Relations entre constantes élastiques (d'après Leipholz (1974))	51
Tableau 3.2	Formes des zones primitives disponibles dans Flac 3D	66
Tableau 4.1	Facteur de capacité portante N'_γ des fondations rectangulaires lisses et rugueuses	92
Tableau 4.2	Comparaison entre N'_γ évalué par simulations directes et N'_γ déterminé en considérant un matériau équivalent	103
Tableau 4.3	Coefficient de forme s_γ des fondations rectangulaires lisses et rugueuses	104
Tableau 4.4	Comparaison des valeurs de N_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations filantes rugueuses	105
Tableau 4.5	Comparaison des valeurs de N'_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations rectangulaires rugueuses	108
Tableau 4.6	Comparaison des valeurs du coefficient de forme s_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations rectangulaires rugueuses	110

Tableau 5.1	Facteur de capacité portante N'_γ des fondations annulaires lisses et rugueuses	125
Tableau 5.2	Comparaison entre N'_γ évalué par simulations directes et N'_γ déterminé en considérant un matériau équivalent	134
Tableau 5.3	Comparaison des valeurs de N'_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations circulaires, lisses (s) et rugueuses (r)	141
Tableau 5.4	Comparaison entre les facteurs de capacité portante N'_γ et les coefficients de correction de forme s_γ des fondations rugueuses carrées et circulaires de la présente étude	141

INTRODUCTION GENERALE

Bien que les travaux de recherches sur les fondations superficielles soient parmi les plus anciens en géotechnique, toutes les méthodes théoriques de la capacité portante sont établies pour une fondation filante reposant sur un milieu homogène semi infini. Ces méthodes conduisent à la formule générale de Terzaghi (1943) [1], où la capacité portante q_u des fondations superficielles se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_q et N_γ . L'équation de Terzaghi, relative à une fondation superficielle filante peut être rappelée comme suit :

$$q_u = c N_c + q N_q + \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (0.1)$$

Où c , q , B , γ , expriment respectivement la cohésion, la surcharge ou poids du sol initial entre la surface du terrain et le niveau de fondation, la largeur d'une fondation superficielle, le poids volumique du sol de fondation. N_c , N_q et N_γ sont les facteurs de capacité portante qui représentent l'effet de la cohésion, la profondeur de la fondation et le poids volumique du sol de fondation.

Ecrite sous cette forme, l'équation de Terzaghi admet ainsi le principe de superposition des effets qui n'est pas tout à fait valable en calcul plastique. Mais ce principe a bien été adopté par tous les géotechniciens, au moins pour deux raisons, d'abord le principe simplifie énormément les calculs, notamment pour ce qui est des calculs analytiques, et en plus des calculs numériques [2,3] montrent que la capacité portante établie avec ce principe est du côté de la sécurité.

Basés souvent sur des essais au laboratoire, les effets de forme, de profondeur, d'inclinaison, d'interaction avec talus sont pris de manière semi-empirique en

introduisant des facteurs d'influences sur les facteurs de capacité portante. Ce qu'on peut aussi appeler formule de Terzaghi modifiée exprimée comme suit :

$$q_u = \lambda_c c N_c + \lambda_q q N_q + \lambda_\gamma \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (0.2)$$

Où les λ représentent les coefficients correcteurs des facteurs de capacité portante.

Cependant des divergences notables et des insuffisances sont observées par les praticiens en géotechnique particulièrement pour les sols supports stratifiés, les semelles isolées telles que, de forme conique pour les offshore et anneaux pour les silos et châteaux d'eau. Ce qui pose la problématique de la nécessité d'investiguer la capacité portante propre à chaque forme de fondation. Il faut dire que bien que le raisonnement analytique reste toujours un outil de réflexion indispensable pour bien poser le problème, mais la complexité de ce dernier fait que l'outil numérique devienne une alternative incontournable pour solutionner le problème.

En effet, le développement et la disponibilité des outils récents de modélisation numérique offrent une opportunité pour mettre en lumière la sensibilité de la portance du sol aux particularités rencontrées en pratique. Dans ce contexte, le présent sujet de recherche s'intéresse à l'exploitation des logiciels FLAC et FLAC^{3D} [4] pour répondre aux préoccupations des praticiens en proposant à partir des résultats de modélisation numérique des tables et des abaques pour plusieurs formes de fondations superficielles.

La présente thèse est présentée en cinq chapitres :

Le premier chapitre est une revue bibliographique sur les fondations. Il sera présenté dans ce chapitre : la terminologie utilisée dans les fondations, les méthodes de conception des fondations, quelques règles pratiques, un aperçu sur le mécanisme de rupture d'une fondation et le modèle de calcul qui découle de ce mécanisme de rupture.

Le deuxième chapitre sera consacré aux méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles, on rappellera évidemment les méthodes les

plus utilisées actuellement à savoir, la méthode des caractéristiques (slip lines), la méthode de l'équilibre limite qui est la plus classique de toutes les méthodes, la méthode des éléments finis, et enfin la méthode de l'analyse limite (bornes inférieure et supérieure), on donnera aussi les solutions les plus célèbres, à savoir Terzaghi [1], Meyerhof [5,6], Caquot et Kérisel [7], etc. On discutera ensuite les limites de ces solutions notamment pour résoudre certaines formes de fondation qui s'écartent de la forme de référence filante.

Dans le troisième chapitre nous présenterons les lois de comportement utilisées dans cette thèse, notamment le modèle élastique parfaitement plastique non associé de Mohr-Coulomb ainsi que l'outil numérique utilisé à savoir le code Flac et Flac^{3D}.

Le quatrième chapitre représente notre première contribution dans cette thèse, à savoir **l'évaluation numérique du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation superficielle rectangulaire isolée**, on étudiera le cas de la fondation carrée puis rectangulaire, ce problème sera analysé en trois dimensions (avec Flac3D). Pour étudier l'effet de la forme de la géométrie sur la capacité portante, les calculs ont été faits pour les valeurs du rapport L/B de la longueur sur la largeur de la fondation rectangulaire égales à 1, 2, 3, 5 et $(L/B = \infty)$ (représente la semelle filante). On en déduira les coefficients de forme s_γ (rapport entre le facteur de portance N'_γ d'une fondation non filante et N_γ d'une fondation filante de même largeur) qui seront comparés à ceux disponibles dans la littérature et provenant d'autres auteurs. L'effet de l'angle de frottement sur N'_γ a été investigué en considérant une série de cinq valeurs représentant l'angle de frottement interne du sol, $\varphi = 20^\circ$ à 40° avec un incrément de 5° , et pour chaque valeur de φ , une série de trois valeurs de l'angle de dilatance du sol est considérée ($\psi = \varphi$, $\psi = 1/2\varphi$, $\psi = 0$) pour étudier l'effet de la dilatance sur la capacité portante.

Le cinquième chapitre représente aussi une deuxième contribution dans cette thèse, à savoir **l'évaluation numérique du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation superficielle isolée annulaire**, on étudiera d'abord le facteur de capacité

portante de la fondation circulaire puis on entamera l'étude paramétrique de la fondation annulaire, il sera considéré un nombre important de variables, à savoir angle de frottement du sol de fondation couvrant les valeurs de 20 à 45°, avec un incrément de 5°, un angle de dilatance variable aussi, de 0 à ϕ avec un incrément de $\phi/4$, un rayon intérieur variable de 0 à 0.75 fois le rayon du cercle. Bien que ce problème soit tridimensionnel, la symétrie axiale (axisymétrie) permet de le traiter en déformation plane avec Flac 2D.

L'ensemble des résultats des simulations entreprises sera discuté et comparé aux résultats d'autres auteurs disponibles dans la littérature.

Références bibliographiques citées dans l'Introduction Générale

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.
- [2] Erickson H.L., Drescher A. Bearing capacity of circular footings. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2002; 128(1):38-43.
- [3] Bolton M. D., and Lau C. K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. Can. Geotech. J. 1993; 30:1024-33.
- [4] Fast Lagrangian Analysis of Continua. Minneapolis: ITASCA Consulting Group, Inc; 2000.
- [5] Meyerhof G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. Can. Geotech. J. 1963; 1:16-26.
- [6] Meyerhof G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique 1951; 2:301-32.
- [7] Caquot A., and Kérisel J. Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. Proc. 3rd Int Conf. Soil Mech. Found. Eng. Zurich 1953; 1:336-37.

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

1.1. Introduction

La fondation est la partie de la structure qui transmet les charges directement au sol support. Si le sol proche de la surface du terrain permet de supporter d'une manière convenable les charges transmises par la fondation, alors on a affaire à une fondation superficielle, de longueur L , de largeur B et de profondeur D (figure 1.1). On considère habituellement que la fondation est superficielle quand la profondeur D du niveau de fondation par rapport à la surface du sol est inférieure à 3.0 m ou 06 fois la largeur B de la fondation ($D/B < 6$), ou $D/B < 1.5$, pour certains auteurs.

La fondation superficielle est constituée d'une dalle qui supporte une partie de la structure. Si cette fondation supporte un poteau unique, elle est appelée semelle isolée ($L/B < 5$), elle peut être généralement, soit circulaire (de diamètre B), soit carrée ($L=B$), soit rectangulaire ($B < L < 5B$), etc. Si la fondation supporte une file de plusieurs poteaux ou un mur, elle est appelée fondation filante ou continue ($L/B > 5$). Si la fondation supporte toute une structure, ou une partie importante de la structure, il s'agit d'une semelle de grandes dimensions appelée radier général.

Si le sol superficiel est incapable de supporter les charges de la construction, alors il faut aller transmettre ces charges au bon sol situé en profondeur. On dit qu'on a affaire à des fondations profondes, ce type de fondation est généralement constitué de pieux en béton armé, béton précontraint ou en acier, battus, foncés ou forés moulés et atteignant quelques dizaines de mètres pour relier la structure au bon sol.

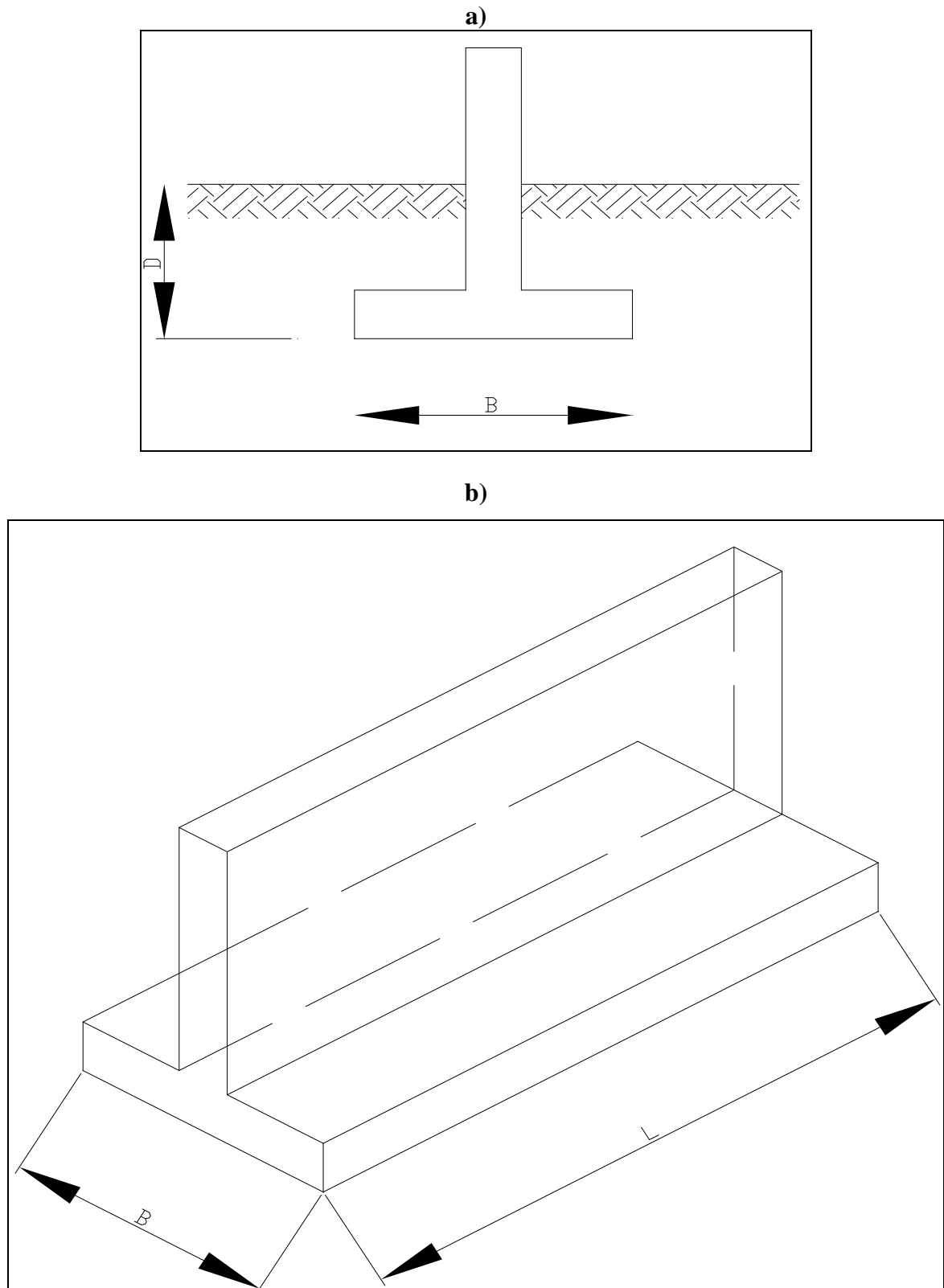


Figure 1.1 Fondation superficielle de dimensions B et L et de profondeur D : (a) coupe verticale, (b) perspective

En plus du souci à ancrer les fondations dans un sol résistant, il faut rappeler la nécessité d'enterrer la fondation d'une profondeur minimale assurant la protection de la fondation vis-à-vis des effets du gel et aussi des venues des eaux accidentelles. Il faut aussi prendre en compte dans le choix du niveau des fondations, les éventuels gonflements-retraits notamment pour les sols sensibles à l'eau. Le niveau de fondation peut aussi être influencé par les possibilités de fouilles ultérieures pour nécessité de service (électricité, téléphone, gaz, etc.).

Par ailleurs, les résultats de la théorie élastique (figure 1.5) indiquent que l'augmentation de la contrainte verticale dans le sol en dessous du centre d'une semelle filante de largeur B , et à une profondeur égale à $3B$ sous la fondation est d'environ 20% de la pression immédiatement sous la fondation. Pour le cas d'une semelle carrée la même pression correspondante est obtenue à une profondeur égale à $1,5 B$. par conséquent, il est essentiel que les paramètres géotechniques soient absolument connus sur les profondeurs minimales évoquées ci-dessus ($3B$ pour semelle filante et $1,5B$ pour semelle isolée).

1.2. Méthodes de conception des fondations

Courbe Chargement-tassement

La figure 1.2 présente la courbe chargement-tassement d'une fondation superficielle. On peut remarquer que tant que la charge est raisonnable, les tassements sont élastiques linéaires avec le chargement. La rupture advient pour une charge Q_u , appelée charge ultime qui provoque la rupture du sol de fondation dès qu'elle est atteinte.

A , étant la surface d'impact de la semelle, la contrainte de rupture de la semelle est : $q_u = Q_u/A$. La contrainte admissible q_a , est obtenue en divisant la contrainte ultime par un coefficient de sécurité F , $q_a = q_u / F$ (pour $D = 0$), avec généralement $F = 3$. Les contraintes ultime et admissible sont par ailleurs à la base de la conception des fondations.

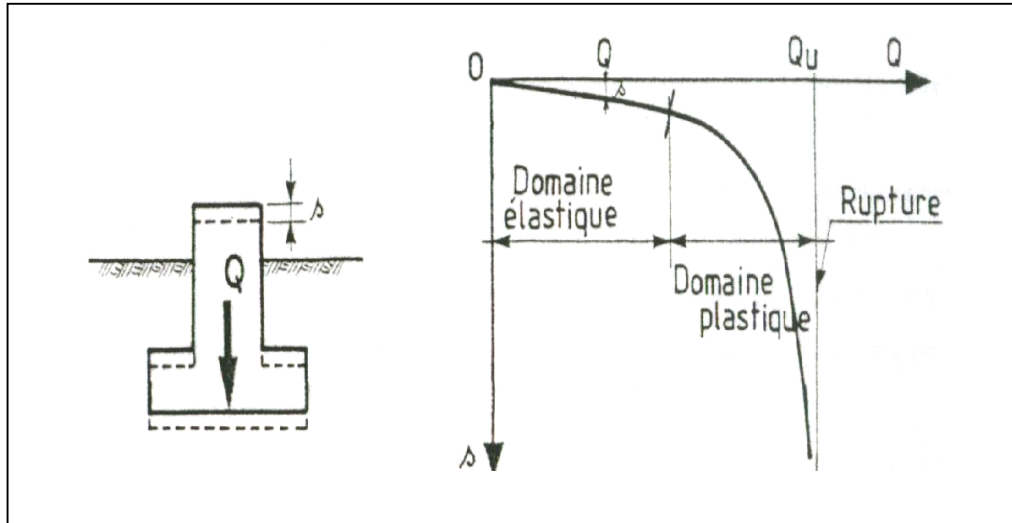


Figure 1.2 Courbe chargement-tassement d'une semelle superficielle.

Méthodes de conception des fondations

A ce jour il existe deux méthodes de conception des fondations superficielles. La première méthode dite des contraintes admissibles, consiste à limiter la pression due aux charges et aux surcharges d'exploitation sous la fondation à q_a . Autrement dit les pressions appliquées au sol ne doivent pas dépasser la contrainte admissible du sol. Ce qui permet d'éviter toute rupture du sol par cisaillement. Cette condition étant satisfaite, il faut que les tassements dus aux pressions appliquées, et notamment les tassements différentiels, soient admissibles et compatibles avec le comportement de l'ouvrage et le fonctionnement de la structure.

La deuxième méthode est dite méthode d'état limite et qui est à la base de l'Eurocode 7 (EC7) vise à garantir que toutes les exigences de performance adéquats sont satisfaites dans toutes les circonstances envisageables. On distingue deux états limites :

- L'état limite ultime permet d'éviter tout effondrement ou dommage important ;
- L'état limite de service permet d'éviter tout tassement inacceptable qui pourrait donner lieu à des dommages mineurs ou à une détérioration du fonctionnement de l'ouvrage.

Pour ce faire, la conception est basée sur des facteurs de sécurité partiels qui sont appliqués aux charges permanentes et aux charges d'exploitation variables, appelées actions, et les paramètres du sol, dénommés propriétés du sol. Chaque action est multipliée par un coefficient de sécurité partiel approprié, et chaque propriété du sol est divisée par un

facteur partiel approprié. La marge de sécurité est donc issue de deux sources (actions et propriétés du sol).

Le tableau 1 rapporté par Craig [8] donne quelques valeurs courantes des contraintes admissibles

Tableau 1.1 Valeurs admises de la capacité portante admissible (BS 8004;1986) rapportées par Craig [8]

Types de roches et sols	Capacité portante admissible en (KN/m ²)
Gravier dense ou sable et gravier dense	> 600
Gravier dense moyen, ou sable et gravier denses	< 200 à 600
Gravier lâche, ou sable et gravier lâches	< 200
Sable compact	> 300
Sable dense moyen	100 à 300
Sable lâche	< 100
Argiles très raides	300 à 600
Argiles raides	150 à 300
Argile ferme	75 à 150
Argiles molles et vases	< 75
Argile très molle	-

1.3. Contraintes dans le sol

Boussinesq

Boussinesq a déterminé en 1885, les contraintes dues à une charge ponctuelle placée à la surface d'un milieu semi infini homogène isotrope et dont la relation contraintes déformations est linéaire (figure 1.3). La contrainte verticale à une profondeur z est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma_z = \frac{3Q}{2\pi z^2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2} \right]^{\frac{5}{2}} \quad (1.1)$$

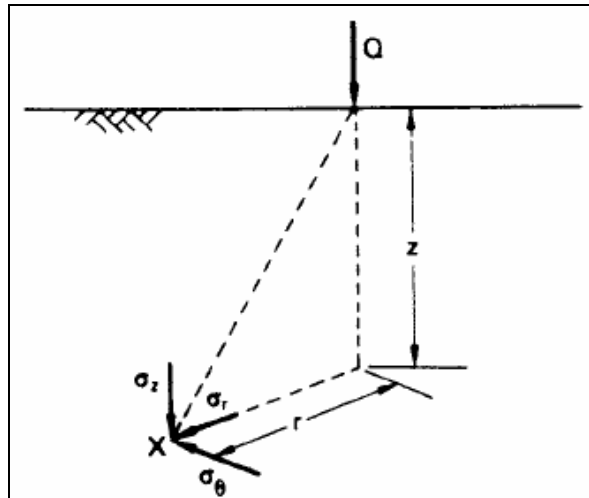


Figure 1.3 Contrainte verticale due à une charge verticale en surface

Pression uniforme appliquée sur une surface filante

La contrainte verticale σ_z sur un point X situé à une profondeur z et due à une pression uniforme q appliquée sur une fondation filante en surface de largeur B (figure 1.4), est exprimée en fonction des angles α et β comme suit :

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} [\alpha + \sin \alpha \cos(\alpha + 2\beta)] \quad (1.2)$$

Les contours des contraintes verticales (bulbe de pression) à proximité d'une surface filante supportant une pression uniforme sont montrés sur la figure 1.5.

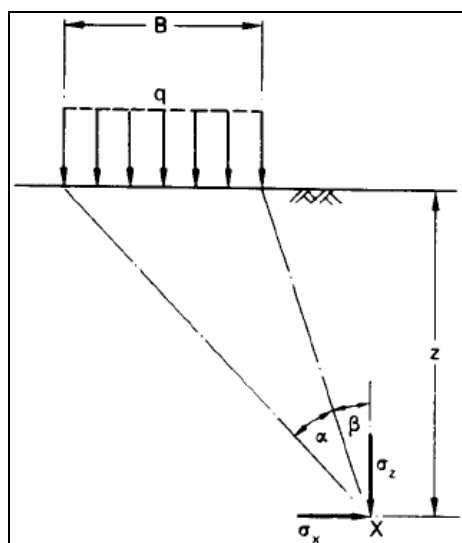


Figure 1.4 Contrainte verticale due à une pression uniforme sur une surface filante

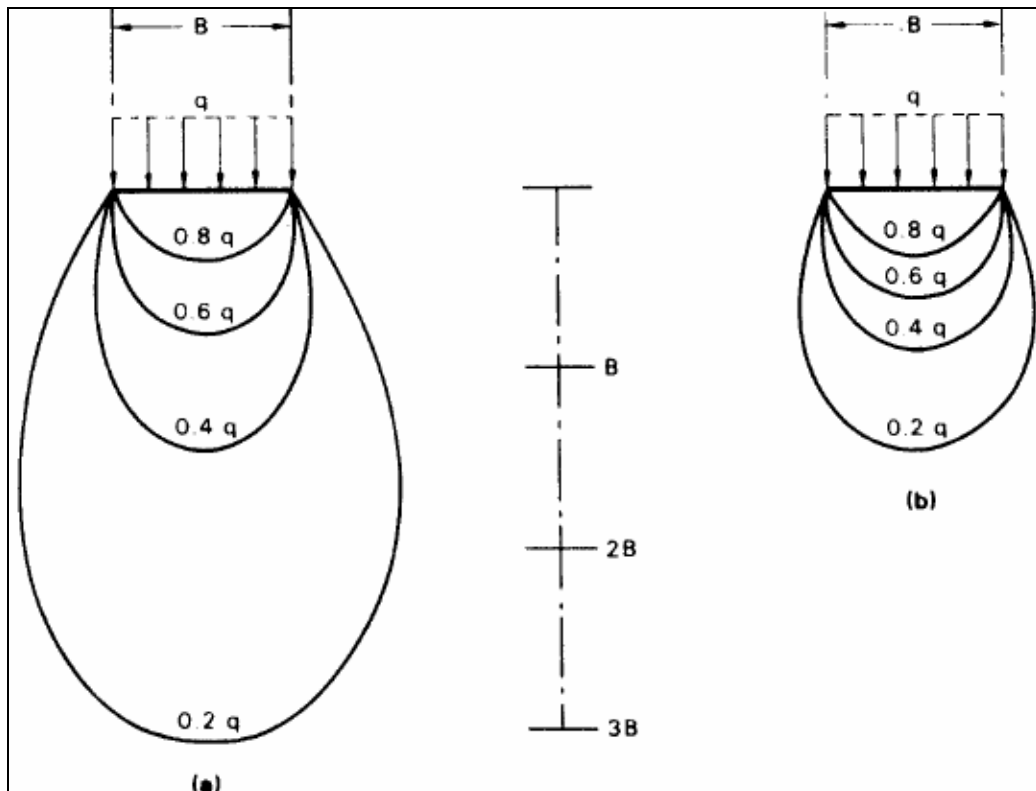


Figure 1.5 Bulbe de pression sous une : (a) surface filante ; (b) surface carrée

1.4. Dispositions pratiques pour la conception des fondations

Choix du type de fondations

La capacité portante permet de choisir le type de fondations à employer. Si le sol est suffisamment portant, on utilisera des fondations superficielles souvent plus économiques. Si le sol est mauvais, on ira s'appuyer sur les couches meilleures et plus éloignées de la surface avec des fondations profondes. En terrain très inondable, il pourra être avantageux de construire un radier général.

Lorsque les dimensions de la fondation isolée sont importantes, du fait de la portance relativement faible du sol support, il devient nécessaire de passer aux fondations filantes continues sous poteaux.

Profondeur des fondations

Les fondations doivent être coulées à une profondeur suffisante allant de 60 cm à 1.0 m pour les mettre « hors gel ». En fait, ce n'est pas la fondation qui doit l'être, mais le sol situé dessous. Suivant les régions, la profondeur des fondations est :

- 60 cm pour des températures minimales comprises entre 0 et -5°C.
- 80 cm pour des températures minimales comprises entre -5 et -10°C.
- 1 m pour des températures minimales inférieures à -10°C.

Les radiers

Lorsque les semelles deviennent trop importantes et que l'on ne veut pas aller fonder en profondeur, il est intéressant de construire un radier général. Le bâtiment est alors posé sur une sorte de plancher, appelé radier (figure 1.6).

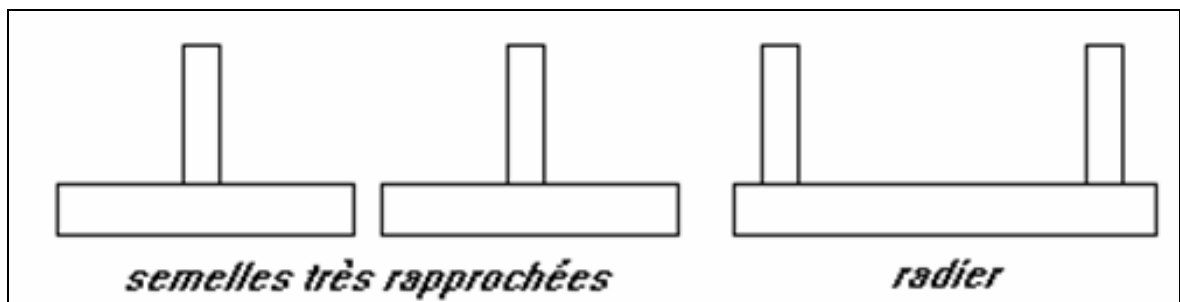


Figure 1.6 Schéma justifiant le radier

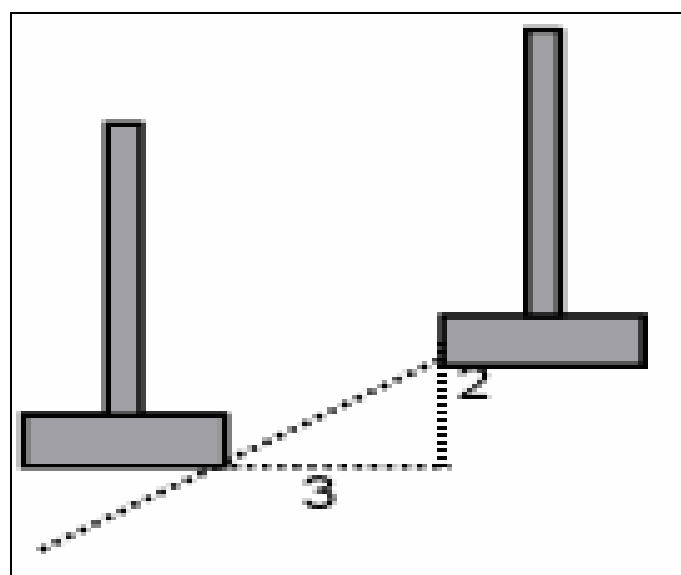


Figure 1.7 Dénivelée entre semelles voisines limitée à 2/3

Tassement des fondations

On distingue deux types de tassements : le tassement absolu d'un bâtiment, s'il est limité, n'engendre pas de désordres importants aux bâtiments. Par contre le tassement différentiel d'un bâtiment engendre toujours de graves désordres.

Les tassements des fondations sont à craindre :

- Lorsque les efforts transmis aux fondations varient brutalement d'une semelle à l'autre.
- Lorsque la nature du sol d'assise n'est pas homogène sur la surface de la construction (différents sols à une profondeur donnée, profondeur variable du sol d'assise).
- Lorsque les fondations ont des niveaux d'assise différents, dans ce cas il faut respecter la règle de 2/3 montrée sur la figure 1.7.

1.5. Capacité portante ultime. Mécanismes de rupture

La capacité portante limite q_l est définie comme la pression qui provoquerait la rupture par cisaillement du sol support situé immédiatement en-dessous et adjacent à la semelle de fondation. Trois modes distincts de mécanismes de rupture ont été identifiés et qui sont illustrés sur la figure 1.8. Ils sont décrits pour une semelle filante.

Un mécanisme de rupture par cisaillement général, caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol, d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants (figure 1.8-a).

Un mécanisme de cisaillement localisé, qui ne s'étend qu'au voisinage immédiat de la fondation. Il y a également soulèvement du sol, mais après un enfoncement très important. C'est le cas pour les sols très compressibles, comme des sables lâches (figure 1.8 -b) ;

Une rupture par poinçonnement. La fondation pénètre verticalement dans le massif mais sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation (figure 1.8 -c)

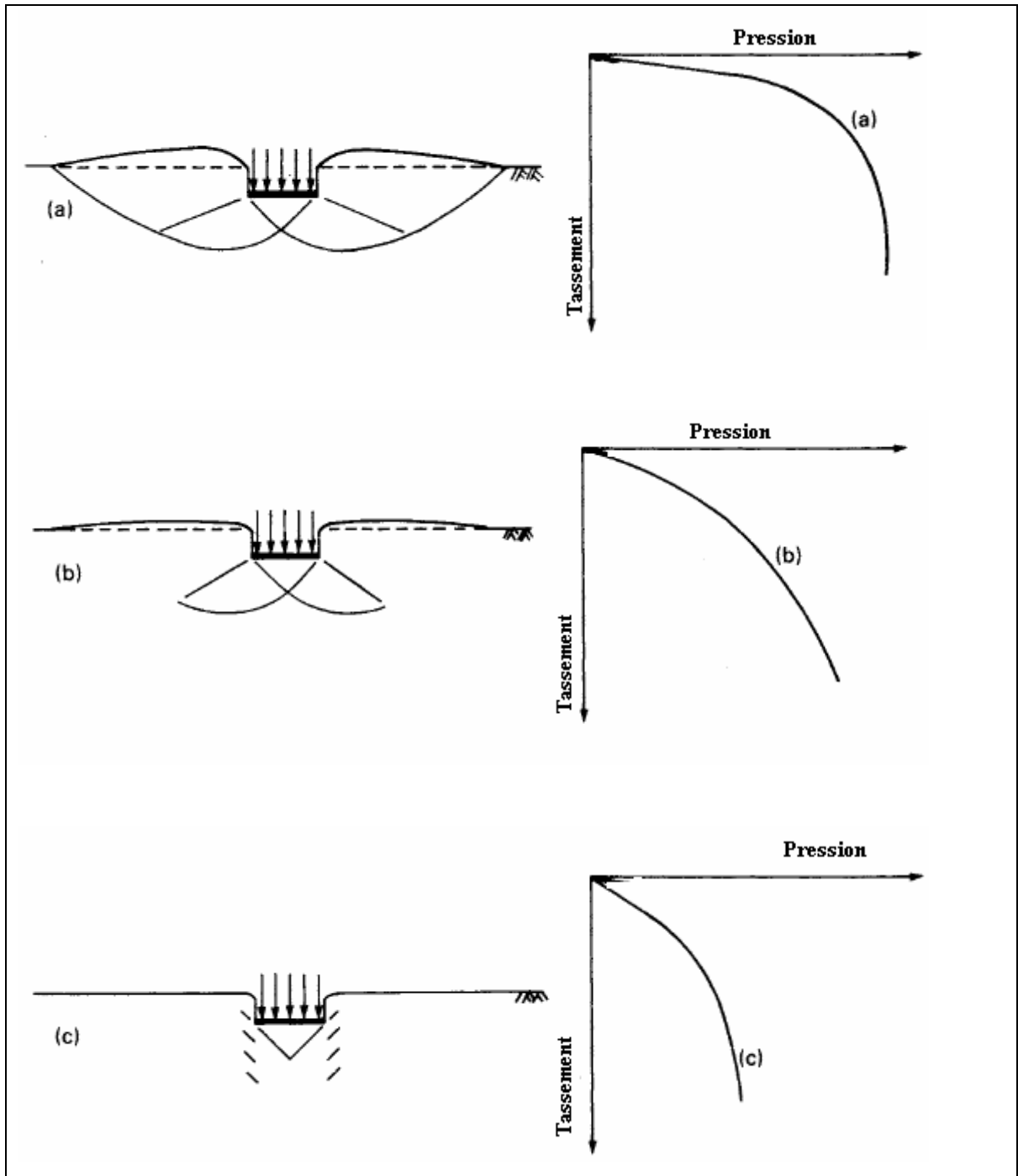


Figure 1.8 Modes de Rupture : (a) Cisaillement général, (b) Cisaillement local, (c) Poinçonnement

Par ailleurs, la nature de rupture du sol sous l'effet de la charge ultime est fonction de plusieurs facteurs, à savoir, la résistance et la compressibilité relative du sol, la profondeur D (ou D_f) de la fondation, par rapport à sa largeur B , et le ratio B/L de la fondation.

La figure 1.9 due à Vesic [9] montre la nature de cisaillement à la rupture présenté par le sol en fonction de la densité relative D_r et du ratio D_f/R , où $R = (BL)/(2.(B+L))$.

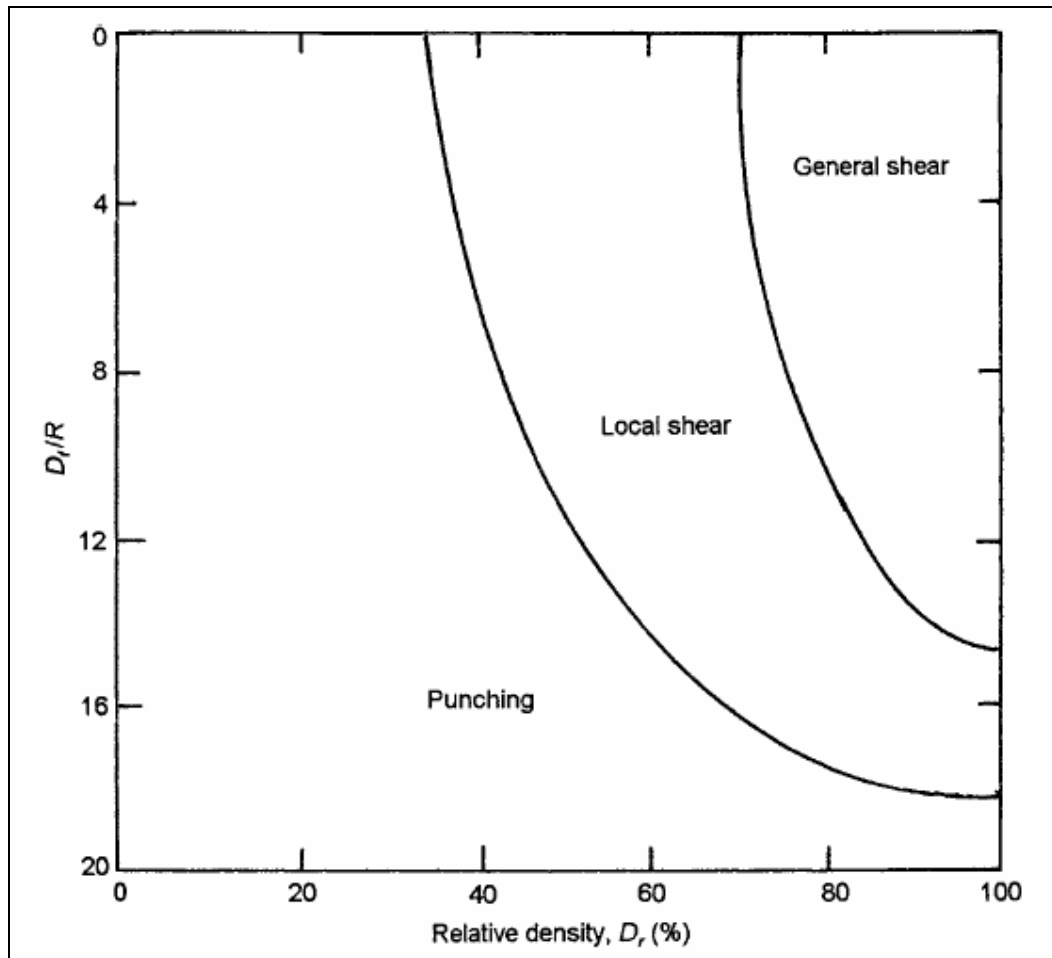


Figure 1.9 Nature du cisaillement du sol en fonction de la densité relative D_r et de D/R

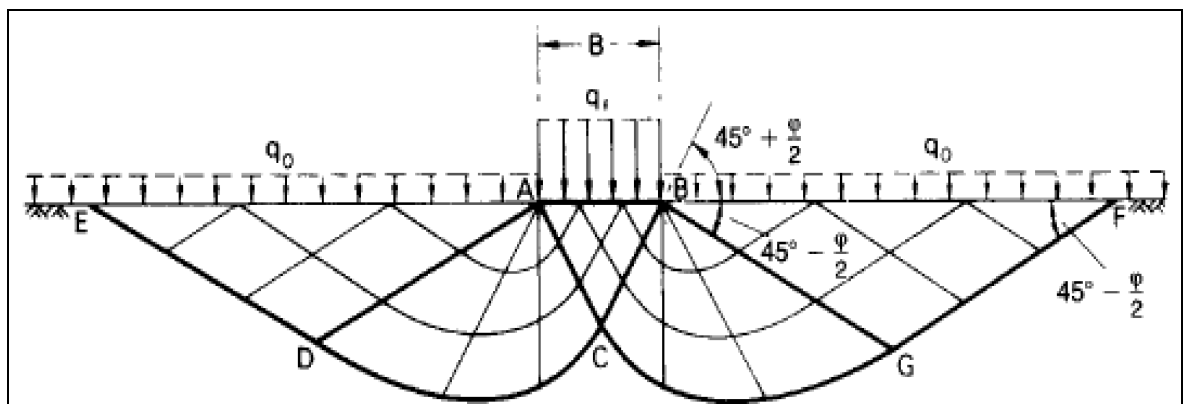


Figure 1.10 Modèle de calcul à la rupture d'une semelle superficielle filante

1.6. Modèle de calcul à la rupture d'une fondation filante

Le schéma (modèle) de calcul adopté par le plus grand nombre d'auteurs est représenté sur la figure 1.10 ci-dessus. Sur cette dernière, on peut noter ce qui suit : les angles ABC et BAC admis par les géotechniciens sont de $45^\circ + \varphi/2$, ce qui représente l'inclinaison des surfaces de ruptures dans un état limite inférieur de pressions (poussée de Rankine). Le mouvement vers le bas du coin ABC (le coin se déplace avec la fondation) oblige les côtés adjacents du sol, à manifester des forces latérales vers l'extérieur des deux côtés du coin. Des zones de butée passive de Rankine ADE et BGF se développent donc des deux côtés du coin ABC, les angles DEA et GFB étant de $45^\circ - \varphi/2$, ce qui représente l'inclinaison des surfaces de ruptures dans un état limite supérieur de pressions (butée de Rankine). La transition entre le mouvement descendant du coin ABC et le mouvement latéral des coins ADE et BGF a lieu à travers des zones de cisaillement radial (figures ACD et BCG), les surfaces CD et CG étant des spirales logarithmiques (ou arcs de cercle si $\varphi = 0$) auxquelles BC et ED, ou AC et FG, sont tangents. Un état d'équilibre plastique existe donc au dessus de la surface EDCFG, le reste de la masse du sol étant dans un état d'équilibre élastique.

A partir de ce mécanisme Prandtl [10] a pu trouver la capacité portante d'une fondation superficielle sur un sol sans frottement et sans surcharge. La solution de Prandtl a été validée plus tard par d'autres méthodes, mais le mécanisme qui date de 1921, bien que modifié par certains géotechniciens reste à la base de tous les mécanismes proposés.

Références bibliographiques du chapitre 1

- [8] Craig, R. F., *Craig's soil mechanics*, 7th edition, London, 2004.
- [9] Vesic, A. S., Analysis of ultimate loads of shallow foundations, *J. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, 99(1), 45, 1973.
- [10] Prandtl, L., *Über die eindringungs-festigkeit plastischer baustoffe und die festigkeit von schneiden*, *Z. Ang. Math. Mech.*, 1(1), 15, 1921.

CHAPITRE 2

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

2.1. Introduction

La capacité portante ultime d'une fondation superficielle est définie comme la charge maximale que peut supporter le sol support. Sous l'effet de la charge appliquée sur la fondation, le sol va subir un tassement acceptable tant que la charge reste raisonnable. Mais dès que la pression appliquée sous la fondation atteint la capacité portante ultime alors le sol immédiatement sous la fondation et adjacent à cette dernière subit une rupture brusque.

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour l'évaluation de la capacité portante ultime, à savoir :

- La méthode de l'équilibre limite [1, 5, 6] ;
- La méthode d'analyse limite [11-14] ;
- La méthode des caractéristiques, ou méthode des lignes de glissement [3, 15, 16] ;
- La méthode des éléments finis [17,18].

2.2 Notions sommaires sur les méthodes existantes d'évaluation de la capacité portante

2.2.1 Méthode des caractéristiques (ou méthode des lignes de glissement)

La méthode des caractéristiques ou méthode des lignes de glissement est fondée sur la construction d'une famille de lignes de glissement ou de cisaillement, au voisinage de la charge appliquée sur la semelle.

Ces lignes de glissement représentent les directions des contraintes de cisaillement maximales. La ligne de glissement plastique est délimitée par des zones rigides. En déformation plane, les contraintes normales et de cisaillement le long de la ligne de glissement peut être déterminée par la résolution des deux équations différentielles de l'équilibre plastique et de l'équation relative à la condition d'écoulement plastique.

2.2.2 Méthode de l'équilibre limite

La méthode de l'équilibre limite est de loin la méthode la plus utilisée pour l'analyse des structures géotechniques. Les étapes de calcul utilisées dans la méthode d'équilibre limite sont :

- Elaborer un mécanisme de rupture arbitraire composé de surfaces de glissement. Ces dernières peuvent être composées d'une combinaison de lignes droites et de courbes arrangées pour aboutir à un mécanisme.
- Calculer l'équilibre statique des parties du corps composant le mécanisme par la résolution des forces ou des moments et ainsi déterminer la charge extérieure.
- Proposer d'autres mécanismes de rupture possibles et déterminer le mécanisme critique pour lequel la charge est la charge de l'équilibre limite.

La méthode de l'équilibre limite combine les aspects de la borne supérieure et de la borne inférieure de la méthode de l'analyse limite. La géométrie des surfaces de glissement doivent former un mécanisme à même de provoquer le glissement. Les conditions globales de l'équilibre des forces dans les blocs du mécanisme doivent être satisfaites mais les états de contraintes locales à l'intérieur des blocs ne sont pas recherchés.

2.2.3 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis permet de résoudre les problèmes liés à la charge limite en considérant généralement un sol élastique parfaitement plastique de Mohr- Coulomb. On a recours alors, pour la résolution du problème, à un processus itératif et il est nécessaire de procéder par incréments de chargement pour se rapprocher du chargement réel. L'étude par la méthode des éléments finis des problèmes élasto-plastiques permet de suivre les déformations, les contraintes et la zone plastique durant le processus de chargement. Cela représente un avantage certain sur les méthodes usuelles d'équilibre limite utilisées actuellement dans les calculs de charge limite de fondation. En effet, en

plus de la charge limite, la méthode des éléments finis fournit aussi la connaissance des courbes efforts-déformation.

Il faut noter que la méthode des différences finies permet aussi de résoudre les problèmes liés à la charge limite d'une manière analogue à celle des éléments finis.

2.2.4 Méthode d'analyse limite

Dans l'analyse des contraintes et des déformations en mécanique des milieux continus trois types d'équations sont nécessaires: les conditions d'équilibre, les relations constitutives et les équations de compatibilité. L'objectif général est normalement de déterminer les contraintes et les déformations dans un certain milieu, sous l'influence des contraintes appliquées et des déplacements sur la surface de ce milieu.

Par ailleurs et même pour un type de matériau très simple, par exemple un corps élastique linéaire, pour lequel les relations constitutives sont des relations linéaires entre les contraintes et les déformations (loi de Hooke), la solution d'un tel problème demeure une tâche considérable, car la résolution n'est possible que pour de cas simples, comme un demi-espace, une sphère parfaite ou un corps cylindrique.

Des solutions approximatives peuvent être trouvées pour divers matériaux, y compris les matériaux élastiques linéaires, en utilisant des méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis ou différences finies. Cependant, une alternative peut être élaborée par l'analyse limite, sur la base de la théorie de la plasticité. L'analyse limite ne vise pas à fournir le champ complet des contraintes et des déformations réelles, mais se limite à donner une borne supérieure et /ou une borne inférieure, possibles des contraintes ou des déformations.

Si une borne inférieure pour la charge de rupture peut être trouvée, il est certain qu'aucune rupture ne se produira tant que la charge réelle reste inférieure à cette limite inférieure. Si une borne supérieure peut être trouvée, il est certain que la rupture a bien lieu si la charge réelle est supérieure à cette limite supérieure.

En formulant les théorèmes fondamentaux de la théorie de la plasticité deux types de champs sont utilisés, qui peuvent être définis comme suit.

- Un système à l'équilibre, ou un champ de contraintes statiquement admissible qui est une distribution des contraintes qui satisfait les conditions suivantes:

- Satisfaction des conditions de l'équilibre en chaque point du corps ;
- Satisfaction des conditions aux limites pour les contraintes ;
- La condition de l'écoulement n'est pas dépassée en tout point du corps.
- Un mécanisme, ou un champ cinématiquement admissible de déplacements est une distribution de déplacements et déformations qui satisfont les conditions suivantes:
 - le champ de déplacement est compatible, à savoir sans lacunes ou chevauchements dans le corps (le glissement d'une partie le long d'une autre partie est permis) ;
 - Satisfaction des conditions aux limites pour les déplacements ;
 - Là où se produisent des déformations les contraintes doivent satisfaire la condition d'écoulement.

Les théorèmes fondamentaux de la théorie de la plasticité sont :

- Théorème de la borne inférieure

La charge de rupture vraie est plus grande que la charge correspondant à un système d'équilibre.

- Théorème de la borne supérieure

La charge de rupture vraie est inférieure à la charge correspondant à un mécanisme, si cette charge est déterminée en utilisant le principe du travail virtuel.

Le premier théorème stipule que, si pour une certaine charge un système d'équilibre peut être trouvé (en ignorant la compatibilité), alors la charge peut certainement être supportée. Le second théorème stipule que si un mécanisme peut être trouvé correspondant à une certaine charge (où l'équilibre est pris en compte seulement dans la mesure où il correspond à la déformation adoptée), alors cette charge ne peut certainement pas être supportée.

Il convient de noter que, dans ces théorèmes et dans la définition des champs statiquement ou cinématiquement admissibles, les relations constitutives ne sont pas mentionnées, et par conséquent, elles ne jouent aucun rôle, sauf pour l'énoncé que le matériau entre en écoulement si les contraintes satisfont la condition d'écoulement.

Dans une solution simplifiée de borne supérieure (en deux dimensions) le milieu est converti en un mécanisme constitué de blocs rigides glissant sur leurs surfaces de contact. Le principe du travail virtuel est appliqué. Pour un déplacement virtuel, le travail extérieur

fourni par les forces extérieures est égal au travail interne fourni par les forces internes pour obtenir la charge d'effondrement correspondant au mécanisme adopté.

2.3 Rappels sur le Coefficient de butée et Equilibre limite

Définitions

Un terrain s'appuyant sur un écran exerce une certaine pression sur cet écran : c'est la pression des terres au repos.

Un déplacement de l'écran permet la décompression du terrain et réduit la pression à laquelle est soumis l'écran jusqu'à un minimum appelé poussée, à partir duquel apparaissent des ruptures dans le terrain.

A l'inverse si l'écran se déplace vers le terrain la réaction du terrain va augmenter jusqu'à un maximum appelé butée, à partir duquel apparaîtront également des ruptures dans le terrain. La butée peut être définie comme la réaction opposée à un écran par le terrain sur lequel il s'applique. C'est une force passive.

La pression des terres exercée sur un écran se situe donc entre deux limites qui ne sont obtenues que par le déplacement de l'écran dans le sens de la décompression par la limite minimale, dans le sens de la compression pour la limite maximale. En dehors de tout déplacement, la pression conserve sa valeur de pression au repos qui est donc comprise entre ces deux limites.

Il y a donc deux états d'équilibre limite :

- équilibre limite inférieur pour la poussée, le matériau possédant une compacité minimale avant rupture ;
- équilibre limite supérieur pour la butée, le matériau possédant une compacité maximale avant rupture.

Théorie de Coulomb

Dès 1773, Coulomb a proposé la loi selon laquelle pour un milieu pulvérulent, sur les facettes situées tout le long d'une ligne de rupture, il y a proportionnalité entre la contrainte tangentielle et la contrainte normale, le coefficient de proportionnalité étant le frottement $\text{tg}\varphi$, soit : $\tau = \sigma \text{tg}\varphi$. Et de façon générale, pour un milieu cohérent, cette loi s'écrit : $\tau = c + \sigma \text{tg}\varphi$, c ayant la dimension d'une contrainte.

Le critère de plasticité qui découle de la loi de Coulomb s'écrit :

$$\sigma_3 = \sigma_1 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2c \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.1)$$

Ou encore
$$\sigma_1 = \sigma_3 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2c \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.2)$$

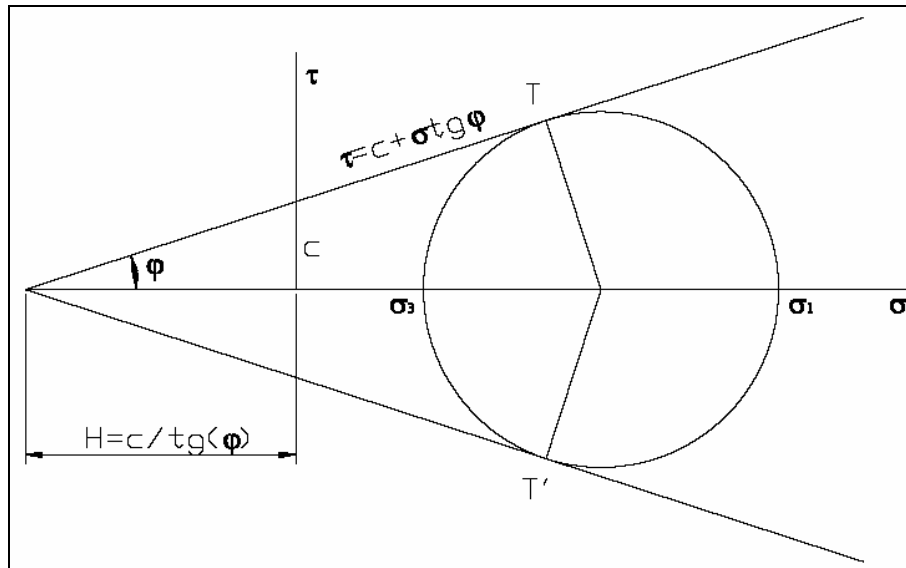


Figure 2.1 Cercle de Mohr à la rupture

Lorsque l'équilibre est limite, il existe deux contraintes critiques, ces contraintes sont représentées par les points T et T' (figure 2.1). Les facettes sur lesquelles agissent ces contraintes sont appelées facettes ou directions de glissement.

En principe, toute augmentation des contraintes doit provoquer la rupture le long d'une de ces facettes. Le cercle de Mohr montre bien que ces deux directions de glissement font entre elles un angle lu sur le cercle de Mohr de $2*(\pi/2 - \varphi)$.

A l'intérieur du terrain on peut distinguer des zones où tous les points sont en équilibre limite, ce sont les zones plastiques. D'autres zones où tous les points sont en équilibre surabondant, ce sont les zones élastiques.

Dans un massif, ces lignes de glissement forment un réseau composé de deux familles, chaque ligne d'une famille coupant les lignes de l'autre famille sous l'angle $\pi/2 - \varphi$.

De nombreuses expériences en laboratoire ont été effectuées, et qui ont permis de matérialiser ces lignes de glissement.

Théorie de Rankine, Boussinesq et Caquot-Kérisel

C'est Rankine qui a fondé la première théorie d'état limite inférieur et supérieur en 1856. Les contraintes du sol sont données par les équations 2.1 et 2.2. Puis Boussinesq a constaté que Rankine n'a pas pris en compte la rugosité de l'écran (obliquité δ des contraintes sur le mur qui est une donnée mécanique qui dépend du frottement des terres sur la maçonnerie). En tenant compte de cette insuffisance Boussinesq a posé les bases de sa théorie.

En fait, on décompose le massif en deux parties limitées par le plan de glissement passant par l'arrête supérieure. Ce plan délimite deux zones plastiques. Boussinesq admet que l'équilibre de Rankine est acceptable dans la zone supérieure située au dessus de la première ligne de glissement. Par contre dans la zone inférieure il faut trouver un autre équilibre plus satisfaisant pour lequel on se raccorde correctement aux conditions aux limites sur l'écran. L'étude de l'équilibre du milieu conduit à un système d'équations différentielles qui ne sont pas intégrables. Caquot et Kérisel [7] ont résolu le problème de Boussinesq par intégration numérique, et les résultats sont publiés sur des tables.

Ces tables donnent les coefficients de poussée K_a et de butée K_p pour le massif pulvérulent non surchargé en fonction de β , λ et δ . La figure 2.2 présente les conventions de signes sur ces tables.

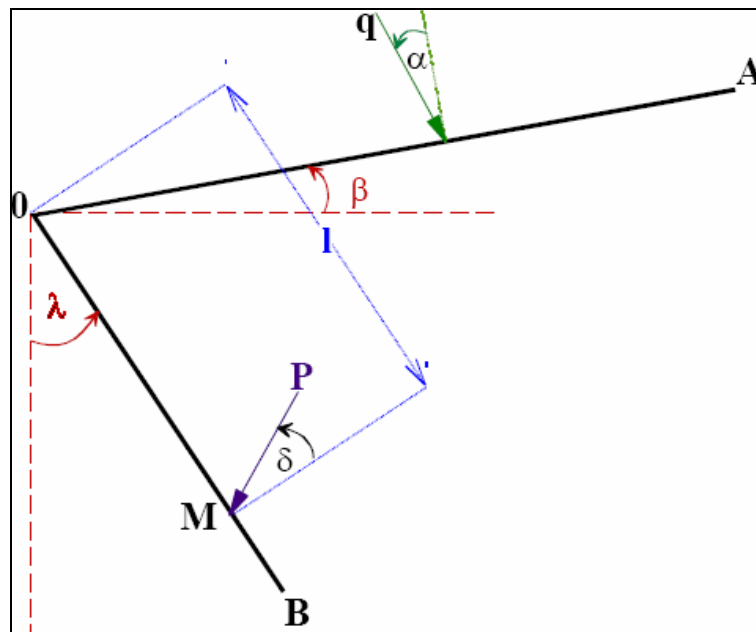


Figure 2.2 Conventions de signes sur les tables de poussée-butée

Pour un écran de longueur l la valeur de la butée F_p est de : $F_p = \frac{1}{2} \gamma l^2 K_p$

Nous devons en premier lieu rappeler la définition de ces variables et préciser les conventions de signes choisies par Caquot et Kérisel [7] (figure 2.2).

β = angle de la surface libre avec l'horizontale, il est positif quand le massif descend vers l'écran.

λ = angle de l'écran avec la verticale, il est positif lorsque la verticale tombe à l'extérieur du massif.

δ = est l'obliquité de la résultante de poussée et de butée par rapport à la normale à l'écran, elle est positive lorsque la composante tangentielle est dirigée vers le bas.

Cette convention de signe correspond à un massif à droite, sinon il faut inverser.

Coefficients de butée pour un milieu pesant pulvérulent

L'expression analytique de K_p n'existe pas. K_p a été déterminé numériquement et publié sous forme de tables en fonction de φ , β , λ , δ .

Coefficients de butée pour un milieu non pesant pulvérulent surchargé (figure 2.3)

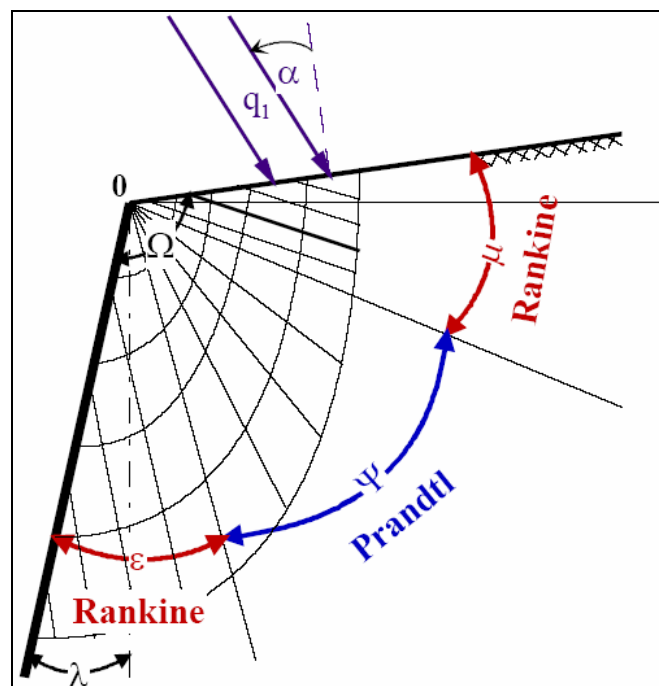


Figure 2.3 Equilibre de Rankine et Prandtl. Milieu non pesant pulvérulent surchargé

Les expressions suivantes peuvent être écrites :

$$q_2 = q_1 \cdot K_p \quad \text{avec } q_2 \text{ étant la pression sur l'écran.}$$

$$\sin \gamma_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \quad \sin \gamma_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \varphi - \delta - \gamma_2 \right]$$

$$\mu = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma_1 + \alpha \right] \quad \psi = \Omega - \varepsilon - \mu \quad \psi = \Omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \delta - \alpha}{2}$$

$$K_p = \frac{\cos \delta + \sin \varphi \cos \gamma_2}{\cos \alpha - \sin \varphi \cos \gamma_1} e^{2\psi \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.3)$$

Coefficients de butée pour un milieu non pesant action de la cohésion

Appliquons le théorème des états correspondants, dû à Caquot. L'action de la cohésion revient à appliquer une pression hydrostatique H d'intensité égale à $c/\operatorname{tg} \varphi$ (figure 2.4).

L'écran est donc soumis à deux actions :

- Une action directe correspondant à la pression $c/\operatorname{tg} \varphi$ sur OB ;
- Une action indirecte qui est l'action de la surcharge $c/\operatorname{tg} \varphi$ sur OA.

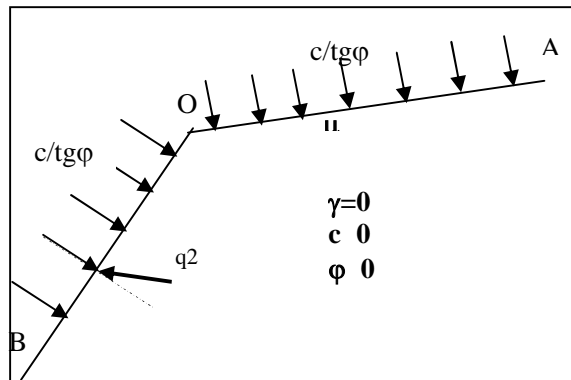


Figure 2.4 Milieu non pesant. Effet de la cohésion

On peut écrire :

$$q'_2 = q_2 \cos \delta - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} = K'_p \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \cos \delta - \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} \quad q'_2 = \frac{c}{\operatorname{tg} \varphi} (K'_p \cos \delta - 1) \quad \text{avec :}$$

$$K'_p = \frac{\cos \delta + \sin \varphi \cos \gamma_2}{1 - \sin \varphi} e^{2\psi \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.4)$$

2.4 Calcul de la capacité portante de Caquot-Kérisel

Théorie de la force portante dans le cas le plus courant

La semelle considérée est continue horizontale supportant une charge verticale centrée et ancrée dans un sol homogène à surface horizontale.

La rupture a pu être analysée mathématiquement dans le cas d'un phénomène plan pour une semelle horizontale supportant une charge centrée ancrée dans un milieu homogène à surface horizontale.

C'est Terzaghi [1] qui a donné en 1943 les premières formules. Les formules de Caquot et Kérisel [7], qui sont analogues à celles de Terzaghi, datent de quelques années plus tard.

La détermination de la force portante du sol constitue une application de la théorie de la pression des terres. Comme dans celle-ci, on considère donc un phénomène plan et on étudie la stabilité du seul milieu au dessous de la surface libre fictive constituée par le plan de fondation.

Pour obtenir la résistance totale, on ajoute plusieurs systèmes en équilibre-limite. Le massif défini plus haut est considéré comme pesant sans surcharge, puis comme non pesant mais chargé par les terres se trouvant de part et d'autre de la fondation, enfin si le milieu possède de la cohésion, le théorème des états correspondants montre que cette dernière agit comme une surcharge hydrostatique.

Ces trois éléments constituent les termes de la résistance du sol à la rupture respectivement :

Les termes de surface ;

De profondeur ;

Et de cohésion.

Formule générale de la charge limite

La résistance limite de la fondation ou capacité portante est donnée par :

$$Q_l = Q_\gamma + Q_p + Q_c$$

Et la contrainte de rupture : $q_l = Q_l / B$ est donnée par :

$$q_l = q_\gamma + q_p + q_c$$

q_γ : contrainte de surface ;

q_p : contrainte de profondeur ;

q_c : contrainte de cohésion.

Pour rappel la formule générale de Terzaghi (1943) est :

$$q_l = 0,5 \gamma_2 B N_\gamma + \gamma_1 D N_q + c N_c . \text{ Avec :}$$

N_γ : terme de surface, proportionnel à B ;

N_q : terme de profondeur proportionnel à D ;

N_c : terme de cohésion proportionnel à c.

Ces coefficients numériques N_γ , N_q , N_c ne dépendent que de l'angle de frottement interne φ .

Détermination des coefficients N_γ , N_q , N_c

Terme de surface N_γ :

Les observations faites lors d'expériences, montrent que le coin qui s'est formé sous la semelle refoule le sol de part et d'autre.

On admettra avec les fondateurs de cette méthode, notamment Caquot et Kérisel que le coin solidaire de la semelle est limité latéralement par des plans faisant un angle $(\pi/4 + \varphi/2)$ avec la semelle, sa section est isocèle par raison de symétrie (Figure 2.5), et l'angle au sommet inférieur est de $(\pi/2 - \varphi)$.

Il est admis aussi que le coin est en équilibre surabondant et fait corps avec la fondation.

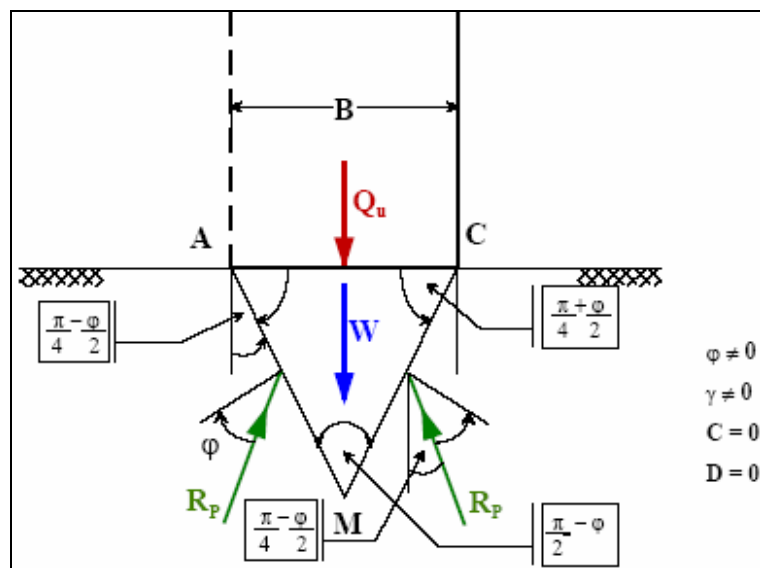


Figure 2.5 Coin en équilibre pour un sol frottant sans cohésion et pesant sans surcharge

Le poinçonnement de la fondation dans le milieu pulvérulent s'obtient en mobilisant la butée sur les deux faces latérales du coin.

La résultante de butée R_p est donnée par :

$$R_p = \frac{1}{2} \gamma_2 AM^2 K_p$$

Aussi, l'angle de frottement δ sur AM est égal à $-\varphi$ (frottement sol contre sol), à savoir que la résultante est inclinée de $-\varphi$ sur la normale de l'écran.

La valeur de K_p est donnée par les tables de butée de Caquot-Kérisel pour $\beta = 0$;
 $\delta = -\varphi$; $\lambda = -(\pi/4-\varphi/2)$.

Ecrivons que l'ensemble des forces verticales est en équilibre. Ces forces sont (pour une tranche de longueur unité) :

Capacité portante de la fondation $Q_u = q_u B$;

Poids W du coin AMC, $W = \gamma_2 B^2/4 \operatorname{tg}(\pi/4+\varphi/2)$

Les deux composantes verticales des réactions de butée R_p sur AM et CM.

$$\text{Avec } AM = \overline{AM} = \frac{B}{2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$Q_u + W = 2R_p \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$Q_u = 2R_p \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - W$$

$$Q_u = 2 \cdot \frac{1}{2} \gamma_2 AM^2 K_p \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \gamma_2 \frac{B^2}{4} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$Q_u = \gamma_2 \frac{B^2}{4} \left[\frac{K_p \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right]$$

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = 0,5 \cdot B \cdot \gamma_2 \cdot N_\gamma$$

L'expression du **terme de surface** est donc donnée par :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left[K_p \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2.5)$$

Etant donné que K_p , tel que donné par les tables de Caquot-Kérisel est fonction uniquement de φ , alors N_γ est aussi fonction uniquement de φ .

Terme de profondeur N_q

Ce terme concerne uniquement l'influence du chargement périphérique provenant du poids du terrain encaissant sur la résistance du sol à la rupture.

Ce terme peut être calculé de façon rigoureuse à l'aide de la théorie de la butée en milieu non pesant purement pulvérulent surchargé par une charge $q_1 = p = \gamma_1 D$.

On peut considérer la base de la semelle comme deux demi-écrans AI et BI supposés lisses (figure 2.6).

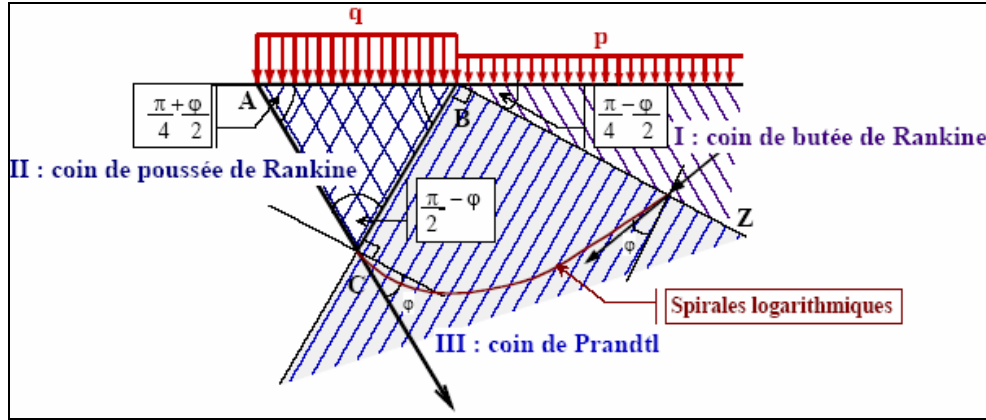


Figure 2.6 Schéma de calcul du terme de profondeur pour un sol frottant sans cohésion et non pesant avec surcharge

α , δ et Ω ont les valeurs suivantes :

$\alpha = 0$; Charge $q_1 = p = \gamma D$ appliquée perpendiculairement ;

$\delta = 0$; Semelle lisse ;

$\Omega = \pi$; angle BI : angle plat.

D'où en appliquant les formules établies en équilibre plastique d'un coin non pesant (voir ci-dessus) :

$$\sin \gamma_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \sin \gamma_1 = 0 ; \quad \varepsilon = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \varphi - \delta - \gamma_2 \right] = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$$

$$\mu = \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma_1 + \alpha \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} ; \quad \Psi = \Omega - \varepsilon - \mu = \Omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \delta - \alpha}{2} = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

Par ailleurs : $q_p = q_1 \cdot K_p$. Il vient :

$$q_p = \gamma_1 D \cdot \frac{\cos \delta + \sin \varphi \cos \gamma_2}{\cos \alpha - \sin \varphi \cos \gamma_1} \cdot e^{2\psi \operatorname{tg} \varphi} ; \quad q_p = \gamma_1 D \cdot \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

$$q_p = \gamma_1 D N_q \quad N_q = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

L'expression du terme de profondeur est donc donnée par :

$$N_q = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.6)$$

Terme de cohésion N_c :

Si un milieu présente une cohésion c , le théorème des états correspondants permet de passer du milieu présentant à la fois du frottement et de la cohésion à un milieu pulvérulent correspondant de même angle de frottement interne, en ajoutant aux forces agissant sur le milieu une contrainte hydrostatique égale à : $H = c/tg\varphi$ (figure 2.7).

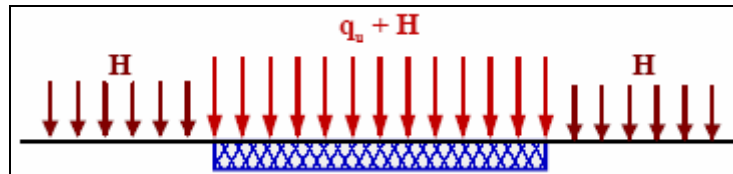


Figure 2.7 Schéma de calcul du terme de cohésion pour un sol frottant avec cohésion et non pesant sans surcharge

Sur la surface libre, cette contrainte s’oppose au refoulement du sol. Elle agit alors de façon identique à une surcharge verticale.

Par contre sous la fondation cette contrainte $H = c/tg\varphi$ s’ajoute à l’effort exercé par la semelle. Par suite dans le calcul de la résistance, il convient de la soustraire. La contrainte

provenant de la cohésion est donc : $q_c = \frac{c}{tg\varphi} N_q - \frac{c}{tg\varphi} = \frac{c}{tg\varphi} (N_q - 1)$. D’où :

$$N_c = \frac{N_q - 1}{tg\varphi} \tag{2.7}$$

Cas particulier du milieu à frottement nul (ou purement cohérent) :

La limite quand φ tend vers 0 des expressions de N_γ et N_q et N_c donne : $N_\gamma = 0$; $N_q = 1$. Et pour N_c , il faut calculer la limite en levant l’indétermination :

$$\begin{aligned} \lim_{\varphi \rightarrow 0} N_c &= \frac{N_q - 1}{tg\varphi} = \frac{tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi g \varphi} - 1}{tg\varphi} \\ &= \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{2 \cdot tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \cdot e^{\pi g \varphi} + \frac{\pi}{\cos^2\varphi} \cdot e^{\pi g \varphi} \cdot tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{\frac{1}{\cos^2\varphi}} \end{aligned}$$

Pour une semelle lisse.

$$N_c = \pi + 2 = 5,14. \text{ D’où :}$$

$$\text{Si } \varphi = 0, N_\gamma = 0 \quad N_q = 1 \quad N_c = \pi + 2 = 5,14 \tag{2.8}$$

2.5 Equation de la capacité portante de Terzaghi

En 1943 Terzaghi [1] améliora la solution de Prandtl [10] pour inclure la rugosité de la fondation et le poids de la zone de rupture. Le mécanisme relatif à une rupture générale de cisaillement du sol chargé par la fondation et qui est pratiquement le même que celui de Prandtl sera présenté dans le paragraphe suivant.

Dans le mécanisme de rupture adopté initialement par Terzaghi les lignes ab et bc du coin triangulaire, faisaient un angle égal à ϕ , avec l'horizontale (figure 2.8). Les améliorations adoptées à ce mécanisme plus tard ont porté cet angle à $\pi/4 + \phi/2$. Et ce, à l'unanimité des géotechniciens. Une conséquence du choix de Terzaghi est que les forces de butée sur les faces ac et bc du coin sont verticales.

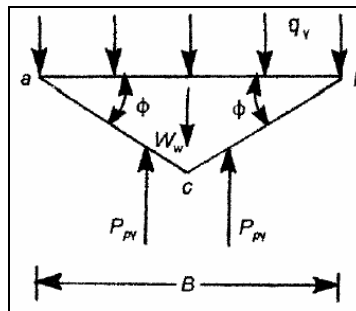


Figure 2.8 Modèle du coin de rupture de Terzaghi pour une semelle superficielle filante

L'équation de Terzaghi pour une semelle filante et incluant le terme de surface N_γ est exprimée comme suit :

$$q_u = c' N_c + \gamma D N_q + \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (2.9)$$

Pour N_q et N_c on peut trouver avec les hypothèses de Terzaghi les formules suivantes :

$$N_q = \frac{e^{(3\pi/2 - \phi') \text{tg} \phi'}}{2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi'}{2} \right)} \quad \text{et} \quad N_c = \frac{N_q - 1}{\text{tg} \phi'} \quad (2.10)$$

Pour ce qui est du facteur de portance N_γ , on peut le déterminer facilement en écrivant que l'ensemble des forces verticales est en équilibre. Ces forces sont (pour une tranche de longueur unité) :

Capacité portante de la fondation $Q_u = q_u B$;

Poids W du coin abc, $W = \gamma_2 B^2/4 \text{tg}(\phi)$

Les forces de butée verticales (figure 2.8) R sur ac et bc

$$Q_u + W = 2P_{p\gamma}$$

$$Q_u = 2P_{p\gamma} - W$$

$$Q_u = 2 \cdot \frac{1}{2} \gamma_2 h^2 K_{p\gamma} - \gamma_2 \frac{B^2}{4} \operatorname{tg}(\varphi) = 2 \cdot \frac{1}{2} \gamma_2 \left(\frac{B \operatorname{tg}(\varphi)}{2} \right)^2 K_{p\gamma} - \gamma_2 \frac{B^2}{4} \operatorname{tg}(\varphi)$$

$$Q_u = \gamma_2 \frac{B^2}{4} [K_{p\gamma} \operatorname{tg}^2(\varphi) - \operatorname{tg}(\varphi)]$$

$$q_u = \frac{Q_u}{B} = 0,5 \cdot B \cdot \gamma_2 \cdot N_\gamma$$

Par conséquent l'expression du **terme de surface** de Terzaghi est donc donnée par :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} [K_{p\gamma} \operatorname{tg}^2(\varphi) - \operatorname{tg}(\varphi)] \quad (2.11)$$

Le paramètre $K_{p\gamma}$ est évalué à partir de l'équilibre limite du mécanisme de rupture. Une formule approximative de la valeur de $K_{p\gamma}$ est :

$$K_{p\gamma} = (8\varphi'^2 - 4\varphi' + 3,8) \operatorname{tg}^2 \varphi' \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (2.12)$$

2.6 Capacité portante de Meyerhof

En 1951 Meyerhof [6] publia une théorie de la capacité portante qui peut être appliquée aux fondations rugueuses et aux fondations relativement profondes. Les facteurs de capacité portante N_q et N_c dus à Meyerhof sont identiques à ceux de Prandtl (équations 2.16 et 2.17), et aussi à ceux de Caquot-Kérisel (équations 2.6 et 2.7).

Pour ce qui est du facteur N_γ , et, vu que le mécanisme adopté par Meyerhof est identique à celui de Caquot-Kérisel, Meyerhof retrouve pratiquement la même expression pour N_γ que Caquot-Kérisel (équations 2.5). La force de butée $P_{p\gamma}$ ayant la même signification et représentation que dans la figure 2.5 de Caquot-Kérisel, N_γ est donné par :

$$N_\gamma = \left[\frac{4P_{p\gamma} \cos\left(\frac{\pi - \varphi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\gamma_2 B^2} - \frac{1}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2.13)$$

Après estimation de la force de butée $P_{p\gamma}$, Meyerhof donne une approximation de N_γ comme suit :

$$N_\gamma = (N_q - 1) \operatorname{tg}(1.4\varphi') = \left(e^{\pi \operatorname{tg}\varphi'} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) - 1 \right) \operatorname{tg}(1.4\varphi') \quad (2.14)$$

2.7 Calcul de la capacité portante par l'analyse limite

Un mécanisme de rupture relatif à la fondation superficielle filante a été proposé par Prandtl [10] au début des années 1920. Ce mécanisme est représenté sur la figure 2.9 ci-dessous. La semelle est supposée sans frottement et par conséquent aucune contrainte de cisaillement ne peut se développer sur la surface de contact.

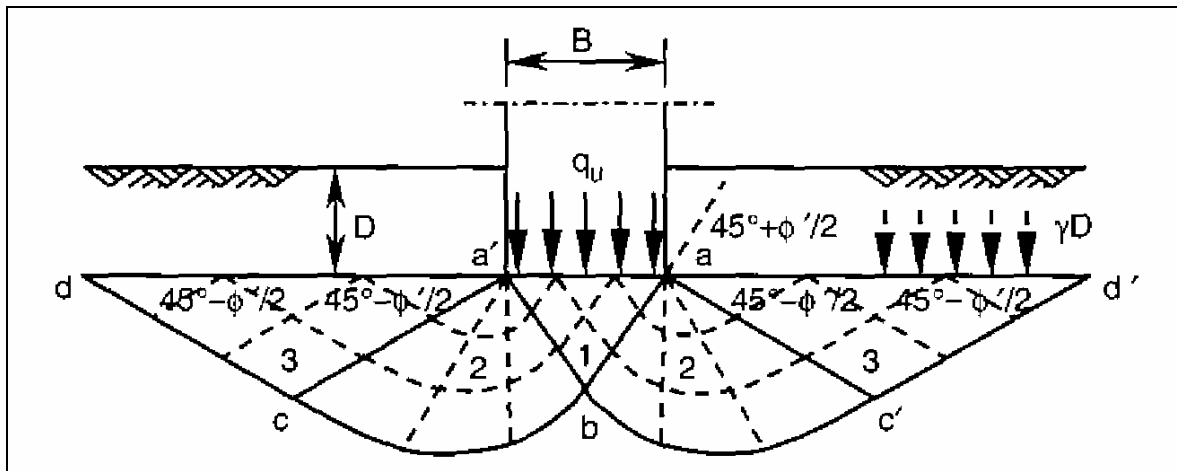


Figure 2.9 Schéma ou modèle de calcul à la rupture d'une semelle superficielle filante

Ce mécanisme avec quelques modifications est devenu l'outil de base pour l'évaluation de la capacité portante ultime. Le mécanisme est composé de trois zones. Dans la zone 1, immédiatement sous la fondation, la contrainte principale majeure q_u est de direction verticale, et la contrainte principale mineure est horizontale et, peut être exprimée en fonction de q_u à partir de l'équation 2.1. Dans la zone 3 la contrainte principale mineure est égale à la pression due à la surcharge γD et la contrainte principale majeure peut être donnée par l'équation 2.2. Dans les deux zones, l'état de contraintes est supposé uniforme.

L'état de contraintes dans la zone 2 obéit à une fonction logarithmique satisfaisant l'équilibre, les conditions aux limites et le critère de rupture, créant ainsi une relation entre les deux états de contraintes à la zone 1 et la zone 3. Dans cette zone, le sol est en équilibre plastique et les plans de rupture passent par l'extrémité de la fondation. Une autre série de surfaces de rupture sont parallèles à la spirale logarithmique bc . Pour un sol non pesant (zones 1 à 3), on peut montrer, par l'analyse limite que la borne inférieure est égale à la

borne supérieure et égale à la capacité portante ultime, exprimée en fonction des paramètres de cisaillement et géométriques comme suit :

$$q_u = c' N_c + \gamma D N_q \quad (2.15)$$

$$N_q = e^{\pi \operatorname{tg} \varphi'} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (2.16)$$

$$N_c = \frac{N_q - 1}{\operatorname{tg} \varphi'} \quad (2.17)$$

$$\text{Si } \varphi_u = 0 \quad N_q = 1 \text{ et } N_c = (\pi + 2) \approx 5.14 \quad (2.18)$$

$$\text{Si } \varphi_u = 0 \text{ et } D=0 \quad q_u = 5.14 c_u \quad (2.19)$$

Dans ce qui suit il nous a paru utile de donner un exemple simplifié de calcul par l'analyse limite de la capacité portante d'une fondation sur un sol purement cohérent à court terme.

Borne supérieure

La figure 2.10 montre un mécanisme cinématiquement admissible de deux coins triangulaires et un glissement en éventail. La partie droite de la figure montre le diagramme des déplacements relatif à ce mécanisme. On peut montrer que le travail externe δE et le travail interne δW sont donnés respectivement par :

$$\delta E = Q_u \cdot \delta w_f \quad (2.20)$$

$$\delta W = (2 + \pi) \cdot c_u \cdot B \cdot \delta w_f \quad (2.21)$$

En égalant le travail externe au travail interne, il vient que la charge ultime est de :

$$Q_u = (2 + \pi) \cdot c_u \cdot B \quad \text{et} \quad q_u = (2 + \pi) \cdot c_u \quad (2.22)$$

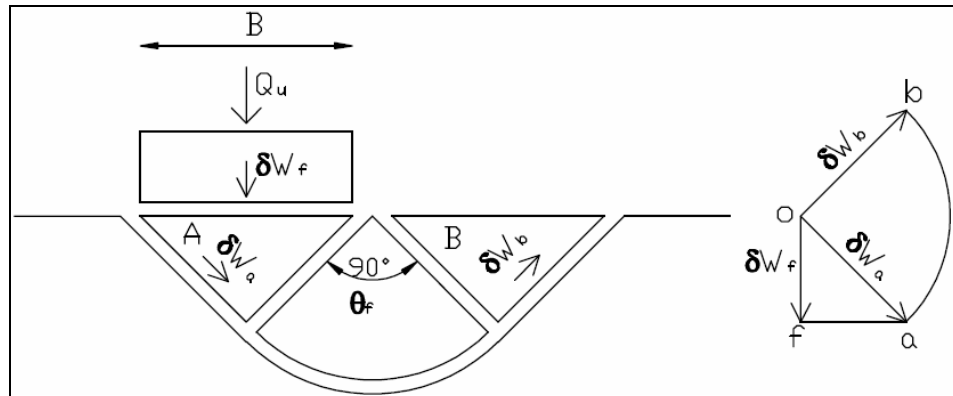


Figure 2.10 Champ de déplacements pour une semelle superficielle filante

Borne inférieure

La figure 2.11 montre un mécanisme statiquement admissible, avec deux contraintes en éventail (stress fan) dans les régions II et IV symétriques.

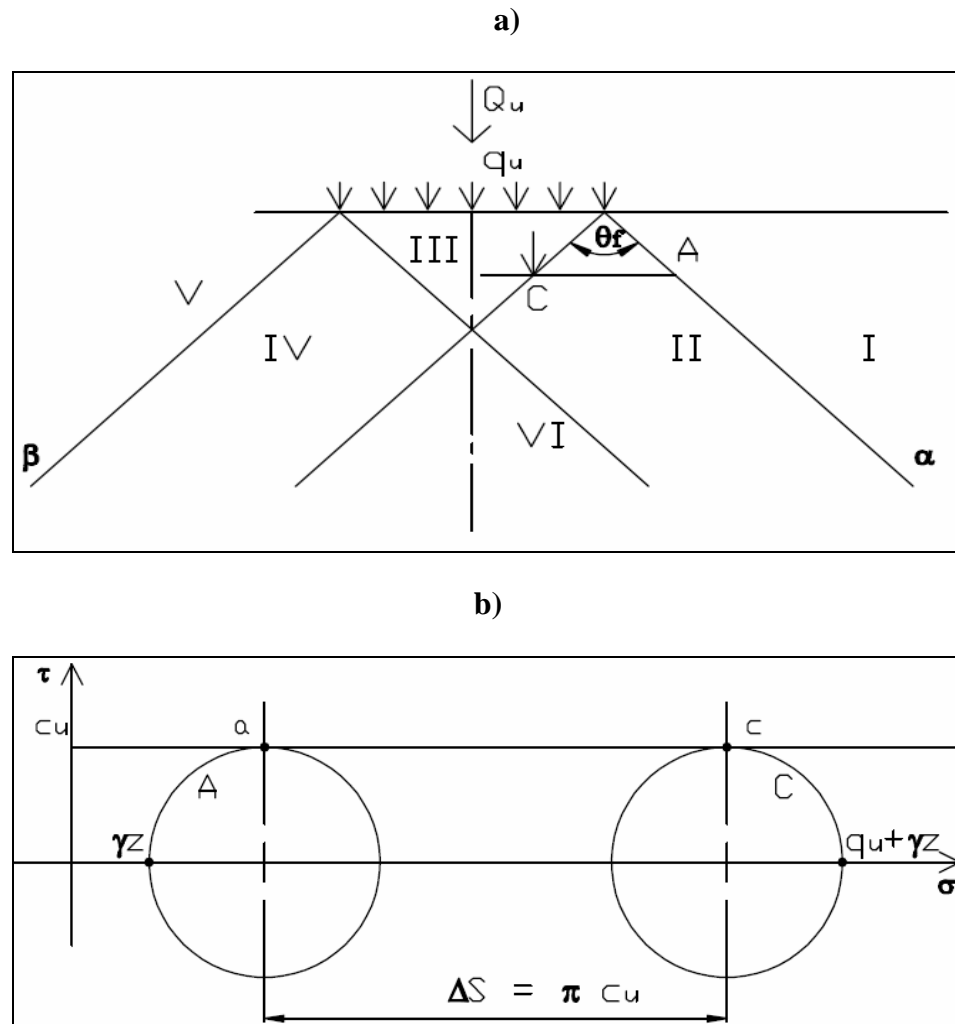


Figure 2.11 Champ de contraintes en équilibre pour une semelle superficielle filante

Les équations suivantes sont applicables :

$$\sigma_z = \gamma z \quad \text{pour les régions I et V} \quad (2.23)$$

$$\sigma_z = q_u + \gamma z \quad \text{pour la région III} \quad (2.24)$$

La figure 2.11 b montre les cercles de Mohr en contraintes totales pour les éléments aux points A et C. Les points a et c représentent les contraintes sur les discontinuités extérieures de l'éventail (fan) de la région III.

De la figure 2.11, il vient que l'angle $\theta_f = 90^\circ = \pi/2$. On peut montrer mais on admet que la variation des contraintes le long de l'éventail entre A et C est donnée par :

$$\Delta S = 2c_u \Delta\theta = 2c_u \theta_f. \text{ Soit } \Delta S = 2c_u \frac{\pi}{2} = \pi c_u \quad (2.25)$$

Aussi de la figure 2.11 b, il vient que $q_u + \gamma z = (2 + \pi) \cdot c_u + \gamma z$. Soit :

$$q_u = (2 + \pi) \cdot c_u \quad (2.26)$$

On retrouve ainsi la solution exacte de la capacité portante (Prandtl (1921), où la borne supérieure est égale à la borne inférieure, pour $\gamma = 0$, $\varphi = 0$, et $c_u > 0$).

2.8 Calcul de la capacité portante par la méthode des contraintes caractéristiques

La résolution des problèmes géotechniques par la méthode des contraintes caractéristiques, ou lignes de glissement (slip lines) correspond en fait au théorème de la borne inférieure de la théorie de la plasticité, à savoir qu'il faut satisfaire les conditions aux frontières, les équations d'équilibre et le critère de rupture du sol. La description de cette méthode a été abordée par plusieurs auteurs, parmi eux, Sokolovskii [15], Abbott [19], Davis et Selvadurai [20], Martin [16], et Bolton et Lau [3].

Le sol obéit au critère de rupture de Mohr-Coulomb. On admet que les contraintes limites ont été atteintes en tout point. Les états d'équilibre plastique sont consistants avec les courbes enveloppes de résistance qui sont représentées par des droites tangentes au cercle de Mohr établi pour les contraintes principales majeure et mineure (figure 2.12 a). On admet ici que la cohésion est nulle mais le même raisonnement peut être généralisé au cas du sol cohérent. La résistance au cisaillement est donnée par la contrainte moyenne s par :

$$\tau_f = s \sin \varphi \quad (2.27)$$

La contrainte principale intermédiaire est supposée ne pas intervenir dans le critère de rupture, mais elle entre dans l'analyse axisymétrique comme étant la contrainte circonférentielle σ_θ qui influe sur l'équilibre radial.

Par ailleurs il est supposé que σ_θ est égale à la contrainte principale mineure (Cox et al. [21]). Les équations d'équilibre pour l'élément torique (figure 2.13) peut être écrite en coordonnées cylindriques r, θ, z comme suit :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \quad (2.29)$$

Où les quatre composantes de contraintes peuvent être exprimées en fonction de la contrainte moyenne s et l'inclinaison ψ sous-tendue à l'axe z par la contrainte principale majeure (figure 2.12 b).

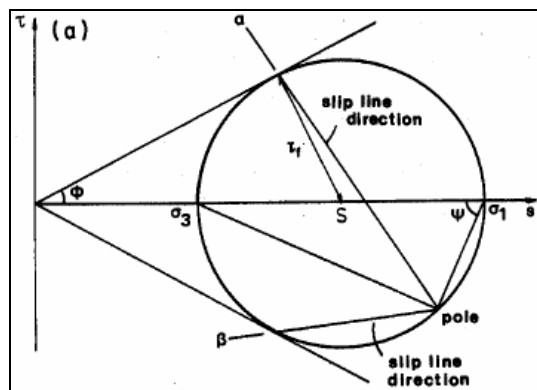
$$\sigma_r = s(1 - \sin \varphi \cos 2\psi) \quad (2.30)$$

$$\sigma_z = s(1 + \sin \varphi \cos 2\psi) \quad (2.31)$$

$$\tau_{rz} = s \sin \varphi \sin 2\psi \quad (2.32)$$

La valeur de σ_θ est maintenue, pour les auteurs, égale à la contrainte principale mineure σ_3 , d'où en ayant $\sigma_\theta = \sigma_3$, il peut être indiqué que :

$$\sigma_\theta = s(1 - \sin \varphi) \quad (2.33)$$



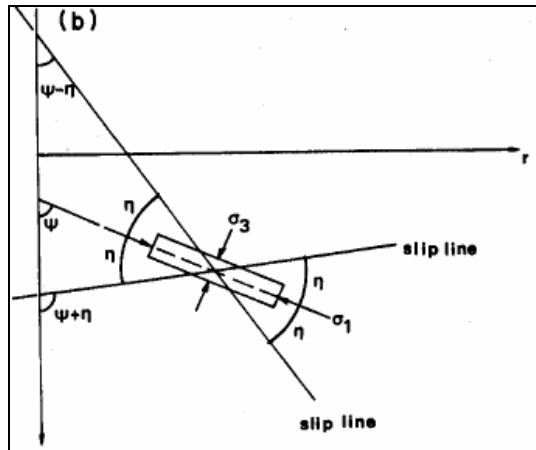


Figure 2.12 (a) Cercle de Mohr en condition de rupture, (b) Convention de signe et notation

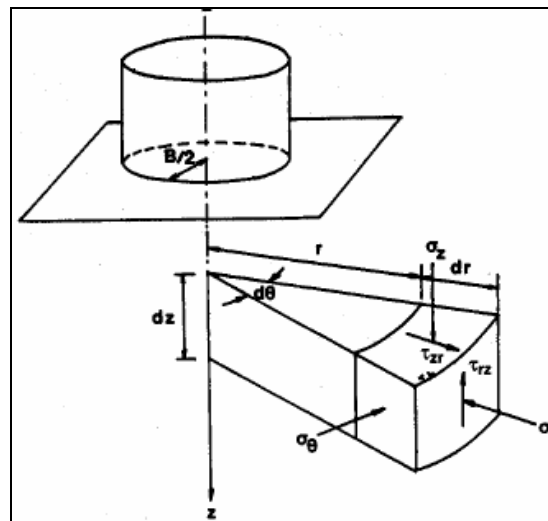


Figure 2.13 Système de coordonnées cylindriques et composantes des contraintes

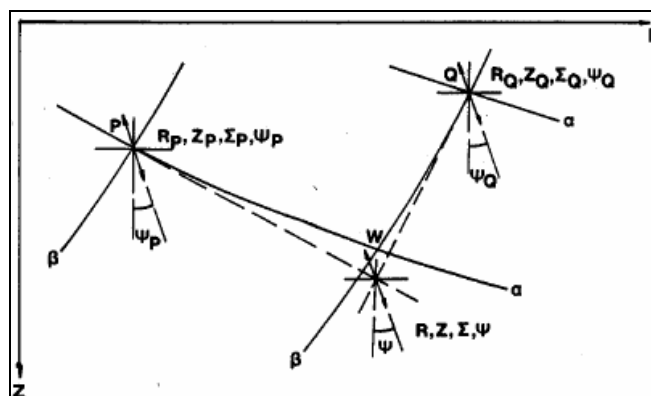


Figure 2.14 Schéma de calcul du nouveau point W à partir de points connus P et Q

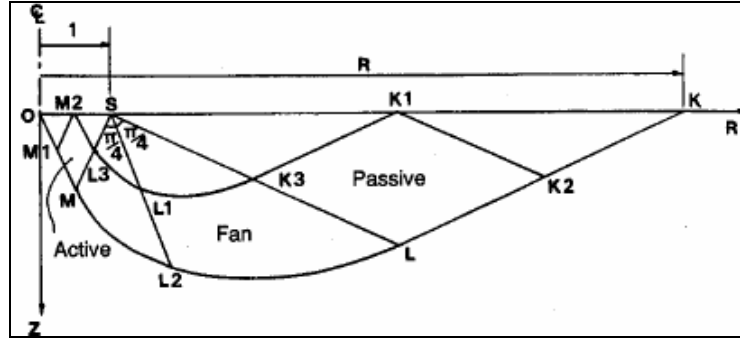


Figure 2.15 Maillage type des contraintes caractéristiques

Les lignes caractéristiques qui vont incarner la solution sont les lignes α et β sur lesquelles φ est mobilisé. Dans la littérature, ces lignes sont souvent désignées comme les lignes de glissement (slip lines) mais leur signification est relative aux équations d'équilibre et non aux déplacements. La géométrie dicte que les inclinaisons de ces lignes peuvent être écrites comme suit :

$$\frac{dr}{dz} = \operatorname{tg}(\psi \pm m\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = \pi/4 - \varphi/2 \quad (2.34)$$

m prend la valeur $+1$ pour une ligne α et -1 pour une ligne β (figure 2.12 b).

Ces équations d'équilibre sont un ensemble d'équations différentielles partielles hyperboliques qui peuvent être réduites à 2 équations différentielles ordinaires exprimant l'augmentation de contraintes le long de chaque ligne caractéristique ($m = \pm 1$) en terme de changement d'inclinaison ψ et de position (r, z) :

$$\begin{aligned} d s \cos \varphi + m 2 s \sin \varphi d \psi + n \frac{s}{r} \left[\sin \varphi \cos \varphi d r + m \left(\sin^2 \varphi - \sin \varphi \right) d z \right] \\ = \gamma \left(-m \sin \varphi d r + \cos \varphi d z \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Le facteur n prend la valeur 1 pour une analyse en axisymétrie et la valeur 0 (zéro) pour les fondations filantes. Le changement de variables suivant est opéré en adimensionnant par la quantité $0.5 B$.

$$\Sigma = \frac{s}{0.5 B \gamma} \quad R = \frac{r}{0.5 B} \quad Z = \frac{z}{0.5 B} \quad (2.36)$$

L'équation (2.35) peut être maintenant écrite sous forme de différences finies qui permet de trouver la solution de l'intersection d'une ligne α qui passe à travers un point

connu $(R_1, Z_1, \Sigma_1, \psi_1)$, et une ligne β qui passe à travers un autre point connu $(R_2, Z_2, \Sigma_2, \psi_2)$. La substitution suivante est pratique :

$$A = \frac{-2\Sigma_1}{(R + R_1)\cos\varphi} \left[\sin\varphi \cos\varphi (R - R_1) + (\sin^2\varphi - \sin\varphi)(Z - Z_1) \right] - (R - R_1)t g\varphi + (Z - Z_1) + \Sigma_1 + 2\Sigma_1 t g\varphi\psi_1 \quad (2.37)$$

$$B = \frac{-2\Sigma_2}{(R + R_2)\cos\varphi} \left[\sin\varphi \cos\varphi (R - R_2) - (\sin^2\varphi - \sin\varphi)(Z - Z_2) \right] + (R - R_2)t g\varphi + (Z - Z_2) + \Sigma_2 - 2\Sigma_2 t g\varphi\psi_2 \quad (2.38)$$

Les équations aux différences finies peuvent être écrites ainsi :

$$(R - R_1) = (Z - Z_1)t g(\psi_1 - \eta) \quad \text{et} \quad (R - R_2) = (Z - Z_2)t g(\psi_2 + \eta) \quad (2.39)$$

$$\Sigma = \frac{A\Sigma_2 + B\Sigma_1}{\Sigma_1 + \Sigma_2} \quad \text{et} \quad \psi = \frac{B - A}{-2t g\varphi(\Sigma_1 + \Sigma_2)} \quad (2.40)$$

Ces équations sont adaptées pour un calcul itératif.

Si sur la figure 2.14, les points P et Q sont connus, et le point W doit être déterminé, R_w et Z_w peuvent être évalués de l'équation (2.39), puis ψ et Σ peuvent être calculés par l'équation (2.40), et ce, en posant $\psi_1 = \psi_P$ et $\psi_2 = \psi_Q$. Toutefois, en général les caractéristiques sont incurvées et la solution peut être améliorée en actualisant ψ , en posant $\psi_1 = (\psi + \psi_P)/2$ et $\psi_2 = (\psi + \psi_Q)/2$ et par répétition jusqu'à convergence à un ensemble de valeurs stable (Sokolovskii [15]).

Partant des conditions aux limites connues (contrainte normale σ_0) sur la surface libre KS (figure 2.15). La totalité du champ de contraintes au sein de KLMO peut être déterminée. Tout d'abord, une valeur de R_K est supposée. En second lieu, la limite KS est subdivisée par une série de points régulièrement espacés. La solution marche alors en direction de la frontière de la fondation. Lorsque le calcul est terminé, il doit être vérifié, pour voir si la caractéristique β commençant en K se termine effectivement en O. Si ce n'est pas le cas, R_K est ajusté selon qu'il est trop loin ou trop près. Le calcul entier doit itérer jusqu'à ce qu'une précision de fermeture acceptable est atteinte.

2.9 Discussion des théories de calcul de capacité portante

Il faut dire que la méthode de superposition initiée par Terzaghi [1] pour l'évaluation de la capacité portante d'une fondation est adoptée actuellement par tous les géotechniciens malgré son caractère approximatif. Pour ce qui est des trois facteurs de capacité portante, N_c , N_q , et N_γ , il y a une tendance à adopter les coefficients N_c , N_q issus de la théorie et du mécanisme de rupture modifié de Prandtl [10] tel que présenté sur la figure 2.9. N_c et N_q sont données par les équations 2.16 et 2.17. Par ailleurs et pour ce qui est du facteur N_γ , ce dernier a suscité beaucoup de controverses. Les principales approximations dans la littérature sont données sur le tableau 2.1 ci-dessous et sont exprimées comme suit :

- Meyerhof [6] $N_\gamma = (N_q - 1) \text{tg}(1.4\varphi')$
- Hansen [22] $N_\gamma = 1.5(N_q - 1) \text{tg}\varphi'$
- Vesic [9] $N_\gamma = 2(N_q + 1) \text{tg}(\varphi')$
- Biarez et al. [23] $N_\gamma = 1.8(N_q - 1) \text{tg}(\varphi')$

D'autres auteurs, à l'instar de Lundgren et Mortensen [24] ont utilisé la théorie de la plasticité et essayé de développer un autre mécanisme de rupture qui modifie essentiellement les lignes de glissement du coin sous la fondation, qui étaient droites dans le mécanisme classique de la figure 2.9 et sont remplacées par des lignes courbées dans la figure 2.16 ci-dessous.

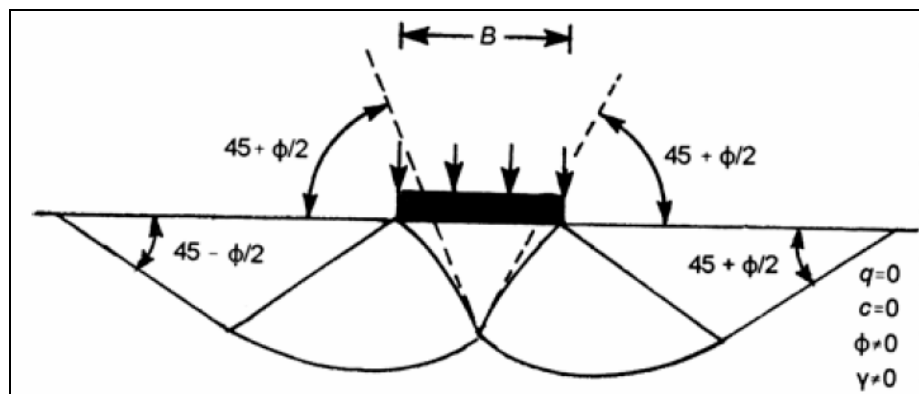


Figure 2.16 Lignes de glissement pour une semelle superficielle filante

Tableau 2.1 Comparaison des valeurs de N_γ pour une semelle filante

ϕ	N_γ				
	Terzaghi	Meyerhof	Vesic	Hansen	Caquot-Kérisel
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.01	0.00	0.07	0.00	
2	0.04	0.01	0.15	0.01	
3	0.06	0.02	0.24	0.02	
4	0.10	0.04	0.34	0.05	
5	0.14	0.07	0.45	0.07	0.20
6	0.20	0.11	0.57	0.11	
7	0.27	0.15	0.71	0.16	
8	0.35	0.21	0.86	0.22	
9	0.44	0.28	1.03	0.30	
10	0.56	0.37	1.22	0.39	1.00
11	0.69	0.47	1.44	0.50	1.20
12	0.85	0.60	1.69	0.63	1.43
13	1.04	0.74	1.97	0.78	1.69
14	1.26	0.92	2.29	0.97	1.99
15	1.52	1.13	2.65	1.18	2.33
16	1.82	1.37	3.06	1.43	2.72
17	2.18	1.66	3.53	1.73	3.14
18	2.59	2.00	4.07	2.08	3.69
19	3.07	2.40	4.68	2.48	4.29
20	3.64	2.87	5.39	2.95	4.97
21	4.31	3.42	6.20	3.50	5.76
22	5.09	4.07	7.13	4.13	6.68
23	6.00	4.82	8.20	4.88	7.73
24	7.08	5.72	9.44	5.75	8.97
25	8.34	6.77	10.88	6.76	10.40
26	9.84	8.00	12.54	7.94	12.00
27	11.60	9.46	14.47	9.32	13.90
28	13.70	11.19	16.72	10.94	16.10
29	16.18	13.24	19.34	12.84	18.80
30	19.13	15.67	22.40	15.07	21.80
31	22.65	18.56	25.99	17.69	25.50
32	26.87	22.02	30.21	20.79	29.80
33	31.94	26.17	35.19	24.44	34.80
34	38.04	31.15	41.06	28.77	40.90
35	45.41	37.15	48.03	33.92	48.00
36	54.36	44.43	56.31	40.05	56.60
37	65.27	53.27	66.19	47.38	67.00
38	78.61	64.07	78.02	56.17	79.50
39	95.03	77.33	92.25	66.76	94.70
40	115.31	93.69	109.41	79.54	113.00
41	140.51	113.99	130.21	95.05	133.00
42	171.99	139.32	155.54	113.96	164.00
43	211.56	171.14	186.53	137.10	199.00
44	261.60	211.41	224.63	165.58	244.00
45	325.34	262.74	271.75	200.81	297.00

2.10 Capacité portante pour une fondation superficielle quelconque. Coefficients correcteurs

Tout ce qui a été développé ci-dessus concerne les fondations superficielles continues soumises à une charge centrée. Cependant, pour les autres cas possibles (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il n'y a pas de consensus sur un mécanisme de rupture bien déterminé, et il n'existe pas non plus de formules donnant les facteurs de capacité portante. Mais pour palier au besoin d'avoir une capacité portante pour le dimensionnement des fondations, il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs, et de multiplier les facteurs de capacité portante de la fondation filante de référence par ces coefficients et qui sont soit minorateurs, soit majorateurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière empirique à partir de résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

Pour une semelle rectangulaire, ou circulaire l'équation généralisée de Terzaghi devient :

$$q_u = s_c c N_c + s_q q N_q + s_\gamma \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (2.41)$$

Où s_c , s_q , s_γ sont appelés les facteurs de correction de forme, corrigeant respectivement N_c , N_q et N_γ . Les tableaux 2.2, 2.3 et 2.4 donnent une revue des coefficients de forme proposés par plusieurs auteurs.

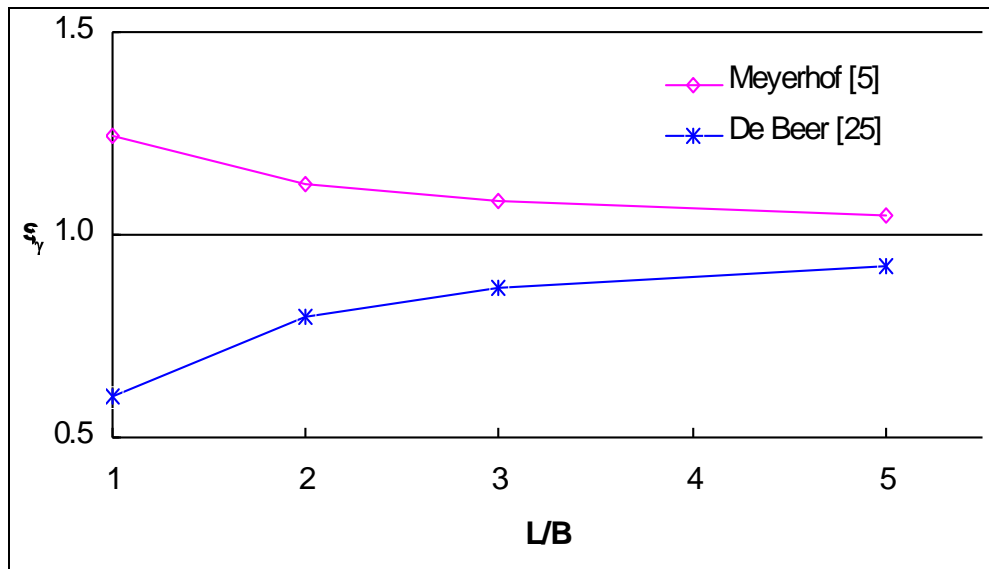


Figure 2.17 Comparaison des valeurs des coefficients de forme s_γ des fondations rectangulaires de Meyerhof [5] et De Beer [25] pour une fondation rugueuse et $\phi = 25^\circ$

Tableau 2.2 Coefficients de correction de forme, proposés par Terzaghi [1]

Coefficient de correction	Type de Fondation		
	Rectangulaire	Carrée	Circulaire
s	$1 - 0.4 \frac{B}{L}$	0.8	0.6
s_c	$1 + 0.2 \frac{B}{L}$	1.3	1.2
s_q	1	1	1

Tableau 2.3 Coefficients de correction de forme, proposés par Meyerhof [5]

Forme	Coefficient de Correction	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 10^\circ$
Rectangulaire	s	1	$1 + 0.1 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$
	s_c	$1 + 0.2 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	$1 + 0.2 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$
	s_q	1	$1 + 0.1 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

Tableau 2.4 Comparaison entre les coefficients de correction de forme proposés par différents auteurs

Coefficient de Correction	Terzaghi [1]	Meyerhof [5]*	Vesic [9] ^{**} De Beer [25] ^{**}	Hansen [22] ^{**}
s	$1 - 0.4 \frac{B}{L}$	$1 + 0.1 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	$1 - 0.4 \frac{B}{L}$	$1 - 0.4 \frac{B}{L}$
s_c	$1 + 0.2 \frac{B}{L}$	$1 + 0.2 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	$1 + \left(\frac{B}{L} \right) \left(\frac{N_q}{N_c} \right)$	$1 + \left(\frac{B}{L} \right) \left(\frac{N_q}{N_c} \right)$
s_q	1	$1 + 0.1 \frac{B}{L} \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$	$1 + \left(\frac{B}{L} \right) \operatorname{tg} \varphi$	$1 + \left(\frac{B}{L} \right) \sin \varphi$

* pour $\varphi = 10^\circ$

** avec N_q et N_c données par les équations 2.16 et 2.17

La figure 2.17 présente une comparaison entre la variation du coefficient de forme avec B/L de deux travaux expérimentaux, à savoir celui de Meyerhof [5] et de De Beer [25], on peut remarquer le caractère complètement contradictoire des tendances des courbes de variation de s_γ , décroissante et toujours supérieure à 1 pour le premier auteur, mais, décroissante et toujours inférieure à 1 pour le deuxième auteur.

Pour ce qui est des travaux antérieurs concernant le coefficient de correction de forme s_γ Il faut dire que les premières valeurs de s_γ ont été publiées en 1943 par Terzaghi [1]. D'autres investigations expérimentales, effectuées par, Meyerhof [5], Hansen [22], Vesic [9] et De Beer [25] ont mené à d'autres formules empiriques malheureusement non tout à fait concordantes comme le montre la figure 2.17. Pour ce qui est des travaux numériques, la première analyse relative à une fondation tridimensionnelle sur un sol non drainé purement cohérent fut menée en 1953 par Shield et Drucker [26]. Les éléments finis furent utilisés ensuite par plusieurs auteurs pour modéliser une fondation rectangulaire, on cite entre autres les travaux de Zhu et Michalowski [27], Lyamin et al. [28], et Antao et al. [29].

Les fondations circulaires ont été, en premier, étudiées par Shield [30], Eason et Shield [31], Cox et al. [21], et ensuite par, Bolton et Lau [3], Cassidy et Houlsby [32] et Martin [16]. Tous ces auteurs utilisèrent la méthode des caractéristiques. La méthode d'éléments finis a été employée par Manoharan et Dagbusta [33], Loukidis et Salgado [34], Lyamin et al. [28], tandis qu'Erickson et Drescher [2] utilisèrent la méthode des différences finies.

Les problèmes axisymétriques applicables aux fondations annulaires ont été étudiés par Kumar et Ghosh [35] qui ont utilisé la méthode des caractéristiques. Boushehrian et Hataf [36] ont mené une analyse par éléments finis afin de déterminer la réponse charge-déformation de la fondation annulaire rigide. En utilisant la méthode des différences finies, Zhao et Wang [37] ont calculé N_γ pour les sols à faible frottement ($\varphi = 5^\circ$ à 30°). Récemment Choobbasti et al. [38] ont utilisé le logiciel Plaxis afin d'évaluer numériquement la capacité portante et le tassement d'une fondation annulaire relatifs à un sol ayant un angle de frottement $\varphi = 26^\circ$. Par ailleurs quelques expériences rapportées dans la littérature ont été effectuées pour déterminer la capacité portante des fondations annulaires (Saha [39], Saran et al. [40]).

2.11 Conclusion

Le développement relatif au calcul de la capacité portante qui a été abordé dans ce chapitre permet de faire la synthèse suivante :

- La méthode de superposition initiée par Terzaghi [1] pour l'évaluation de la capacité portante d'une fondation est adoptée actuellement par tous les géotechniciens malgré son caractère approximatif.
- Les coefficients N_q , N_c données par les équations 2.16 et 2.17 et issus de la théorie et du mécanisme de rupture modifié de Prandtl [10] (présenté sur la figure 2.9) sont bien adoptés par tous les auteurs pour une fondation filante. Par contre le facteur N_γ , suscite beaucoup de controverses et n'est connu qu'approximativement.
- Pour les autres formes de fondation non filantes, à savoir rectangulaires, carrées, circulaires, annulaires, etc., les méthodes classiques n'apportent de réponse à la capacité portante qu'à travers certains coefficients de formes empiriques.
- Cette dernière remarque suscite l'investigation d'autres chemins et techniques, notamment numériques, qui se trouvent ainsi amplement justifiées, et à même d'apporter d'autres solutions à ce problème important de la mécanique des sols. Et qui est l'objet de notre contribution dans cette thèse.

Références bibliographiques du chapitre 2

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.G.
- [2] Erickson H.L., Drescher A. Bearing capacity of circular footings. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2002; 128(1):38-43.
- [3] Bolton M. D., and Lau C. K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. Can. Geotech. J. 1993; 30:1024-33.
- [5] Meyerhof G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. Can. Geotech. J. 1963; 1:16-26.
- [6] Meyerhof G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique 1951; 2:301-32.
- [7] Caquot A., and Kérisel J. Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. Proc. 3rd Int Conf. Soil Mech. Found. Eng. Zurich 1953; 1:336-37.
- [9] Vesic, A. S., Analysis of ultimate loads of shallow foundations, J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 99(1), 45, 1973.
- [10] Prandtl, L., Uber die eindringungs-festigkeit plastisher baustoffe und die festigkeit von schneiden, Z. Ang. Math. Mech., 1(1), 15, 1921.
- [11] Chen W. F. Limit Analysis and Soil Plasticity. Amsterdam: Elsevier; 1975.
- [12] Sloan S. W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 1988; 12:61-77.
- [13] Michalowski R. L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. Soils Found. 1997; 37:57-64.
- [14] Soubra A. H. Upper bound solutions for bearing capacity of foundations. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 1999; 125(1):59-68.
- [15] Sokolovskii V. V. Statics of soil media. London: Butterworths; 1960.
- [16] Martin C.M. (2005). Exact bearing capacity calculations using Computation the method of characteristics. Proc. 11th Int. Conf. IACMAG. Turin 2005; 4:441-50.
- [17] Griffiths D. V. Computation of bearing capacity factors using finite elements. Géotechnique 1982; 32:195-202.
- [18] Frydman S., and Burd H. J. Numerical studies of bearing capacity factor N_γ . J. Geotech. Geoenviron. Eng. 1997; 123(1):20-9.
- [19] Abbott, M.B. An introduction to the method of characteristics. Thames and Hudson, London, 1966.

- [20] Davis, R. O., and Selvadurai, A. P. S. *Plasticity and Geomechanics*. Cambridge University Press. 2002.
- [21] Cox A. D., Eason G., and Hopkins, H. G. Axially symmetric plastic deformations in soils. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A*. 1961; 1036:1-45.
- [22] Hansen B. J. A general formula for bearing capacity. *Bull. Geot. Inst.* 1961; No.11.
- [23] Biarez, J., Burel, M., and Wack, B., Contribution à l'étude de la force portante des fondations, in *Proc., V Intl. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Paris, France, 1, 1961, 603*.
- [24] Lundgren, H., and Mortensen, K., Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand, in *Proc., III Intl. Conf. Mech. Found. Eng., Zurich, Switzerland, 1, 1953, 409*.
- [25] De Beer, E. E. Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Geotechnique*.1970, 20, 387–411.
- [26] Shield R. T. and Drucker D. C. The application of limit analysis to punch-indentation problems. *J. Appl. Mech.* 1953; 20:453-60.
- [27] Zhu M. and Michalowski R. L. Shape factors for limit loads on square and rectangular footings. *Journal of geotech. Ang geoenv. Eng. ASCE* , 2005;131(2):223-31.
- [28] Lyamin A. V., Salgado R., Sloan S. W., and Prezzi M. Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique* 2007; 57(8):647–62.
- [29] Antao A. N., Vicente da Silva M., Guerra N., and Delgado R. An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions using a parallelized mixed f.e. formulation with quadratic velocity fields. *Computers and Geotechnics*. 2012; 41:23-35.
- [30] Shield R. T. On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry. *Proc. Roy. Soc. London* 1955; 233:267-87.
- [31] Eason G., and Shield R. T. The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch. *Z. Angrew. Math. Phys.* 1960; 11:33-43.
- [32] Cassidy M.J., and Houlsby G.T. Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique* 2002; 52(9):687-92.
- [33] Manoharan N., and Dasgupta S.P. Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Comput. Struct.* 1995; 54(4):563–86.
- [34] Loukidis D., and Salgado R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Comput. Geotech.* 2009; 36:871–79.

- [35] Kumar J., and Ghosh P. Bearing capacity factor N_γ for ring footings using the method of characteristics. *Can. Geotech. J.* 2005; 42:1474-84.
- [36] Boushehrian J. H., and Hataf N. Experimental and Numerical investigation of the bearing capacity of model circular and ring footings on reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes* 2003; 21:241-56.
- [37] Zhao L., and Wang J.H. Vertical bearing capacity for ring footings. *Computers and Geotechnics* 2008; 35(2):292–304.
- [38] Choobbasti A. J., Hesami S., Najafi A., Pirzadeh S., Farrokhzad F., and Zahmatkesh A. Numerical evaluation of bearing capacity and settlement of ring footing, case study of Kazeroon cooling towers. *Int. J. Res. Rev. Appl. Sc.* 2010; 4(3):263-71.
- [39] Saha M. C. Ultimate bearing capacity of ring footings on sand. M.Eng. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, U.P. India. 1978.
- [40] Saran S., Bhandari N.M., and Al-Smadi, M.M.A. Analysis of eccentrically–obliquely loaded ring footings on sand. *Indian Geotechnical Journal* 2003; 33(4):422-46.

CHAPITRE 3

LES MODELES DE COMPORTEMENT ET L'OUTIL NUMERIQUE UTILISE

3.1. Introduction

Dans ce chapitre nous allons présenter les lois de comportement utilisées dans cette thèse ainsi que le code Flac [4] utilisé pour élaborer les simulations numériques.

La simulation numérique de la capacité portante d'une fondation ayant une géométrie filante, rectangulaire, circulaire, ou annulaire est un problème complexe qui présente notamment, de fortes non linéarités, et la mise en jeu du sol, de la fondation et de l'interface sol/fondation.

Ces conditions complexes nécessitent un outil numérique bien adapté. Nous présentons ici les principes du code de calcul Flac qui a été utilisé tant pour nos simulations bidimensionnelles (Flac 2D) que tridimensionnelles (Flac 3D).

La rédaction de ce chapitre doit beaucoup au manuel de Flac [4], édité par, Itasca (2000).

3.2. Modèles de comportement

3.2.1. Introduction

Ce paragraphe sera consacré à la présentation des différentes lois rhéologiques régissant le comportement des sols. Dans un premier temps nous rappelons brièvement les expressions du cas de l'élasticité linéaire isotrope puis orthotrope. Ensuite nous posons les bases de la formulation d'une loi élastoplastique. Nous nous intéressons enfin à une loi élastique parfaitement plastique adoptant comme critère de rupture celui de Mohr Coulomb.

3.2.2. Modèle élastique

a) Modèle élastique linéaire isotrope

Les lois de comportement relient les sollicitations appliquées σ_{ij} à la réponse en déformations des matériaux ε_{ij} . Dans le cas de l’élasticité linéaire isotrope le tenseur des déformations est relié au tenseur des contraintes par la relation de Hooke qui adopte les formes établies dans les équations 3.1 et 3.2.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} + \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Où E et ν sont le module d’Young et le coefficient de Poisson et δ_{ij} est l’indice de Kronecker. Le modèle rhéologique relatif à l’élasticité linéaire peut être représenté par un ressort de raideur E.

Tableau 3.1 Relations entre constantes élastiques (d’après Leipholz (1974) [41]).

Couple de paramètres utilisés	Expression des paramètres			
	Module de cisaillement G	Module d’Young E	Module volumique K	Coefficient de poisson ν
G, E	G	E	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
G, K	G	$\frac{9GK}{3K + G}$	K	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
G, ν	G	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, E	$\frac{3KE}{9K - E}$	E	K	$\frac{3K - E}{6K}$
E, ν	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	E	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	ν
K, ν	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	K	ν

Dans le code de calcul Flac, l'écriture des relations de comportement utilise les modules, volumique K et de cisaillement G , plutôt que le module d'Young et le coefficient de poisson, les relations entre ces divers paramètres sont résumées dans le tableau 3.1.

b) Modèle élastique orthotrope

Un modèle orthotrope prend en compte trois plans orthogonaux d'élasticité symétriques. Les axes principaux d'élasticité nommés 1, 2, 3 sont définis dans les directions normales à ces plans. La relation incrémentale contrainte-déformation dans les axes locaux est de la forme :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & & & \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & & & \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & & \\ & & & & \frac{1}{G_{13}} & \\ & & & & & \frac{1}{G_{23}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Le modèle implique neuf constantes élastiques indépendantes :

- E_1, E_2, E_3 modules d'Young dans les directions des axes locaux ;
- G_{23}, G_{13}, G_{12} modules de cisaillement dans les plans parallèles aux axes locaux ;
- $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ coefficients de poisson, où ν_{ij} caractérise la contraction latérale dans la direction locale i causée par la contrainte de traction dans la direction locale j .

En vertu de la symétrie de la matrice contrainte-déformation nous avons :

$$\frac{\nu_{21}}{E_1} = \frac{\nu_{12}}{E_2} \quad \frac{\nu_{31}}{E_1} = \frac{\nu_{13}}{E_3} \quad \frac{\nu_{32}}{E_2} = \frac{\nu_{23}}{E_3} \quad (3.4)$$

Pour les plaques minces ayant un comportement de contrainte plane ($\sigma_{zz} = 0$) et aucun cisaillement transversal $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$, la matrice de rigidité devient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} \\ & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Par inversion de Matrice on a :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & -\frac{\nu_{12}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ -\frac{\nu_{21}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \\ & & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Ou encore selon la notation de Flac 3D :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_{11} & \bar{e}_{12} & \\ \bar{e}_{21} & \bar{e}_{22} & \\ & & \bar{e}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Avec : $\bar{e}_{33} = G_{12} = \frac{E_1 E_2}{E_1(1+2\nu_{12}) + E_2}$ selon Lekhnitskii (1981) [42]. Et connaissant

ν_{21} l'équation 3.4 permet de déduire :

$$\nu_{12} = \nu_{21} \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad (3.8)$$

3.2.3. Lois de Comportement élastoplastique

Un comportement de type élastique linéaire isotrope ne peut être utilisé qu'en première approche car il ne permet pas de prendre en compte les déformations irréversibles. La plupart des matériaux sont en effet élastoplastiques, leur comportement est caractérisé par l'apparition de déformations élastiques et de déformations irréversibles. La déformation totale est la somme des déformations élastiques ε^e et plastiques ε^p . Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.9)$$

Les modèles élastoplastiques sont basés sur trois notions fondamentales : la surface de charge, la règle d'écrouissage et la règle d'écoulement. Nous allons dans ce qui suit, exposer les bases pour chacune de ces notions.

a) Notion de surface de charge

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties :

- L'intérieur de la surface de charge correspond à un état de déformations réversibles (élastiques) ;
- La surface de charge en elle-même correspond à un état de déformations pouvant se décomposer de la manière suivante : une partie réversible comme précédemment et une partie de déformations irréversibles (plastiques).

La frontière entre ces deux domaines est caractérisée par une fonction scalaire F appelée fonction de charge :

$$F(\sigma_{ij}, R) = 0 \quad (3.10)$$

Avec, σ_{ij} : Tenseur des contraintes ;

R : Ensemble des paramètres d'écrouissage.

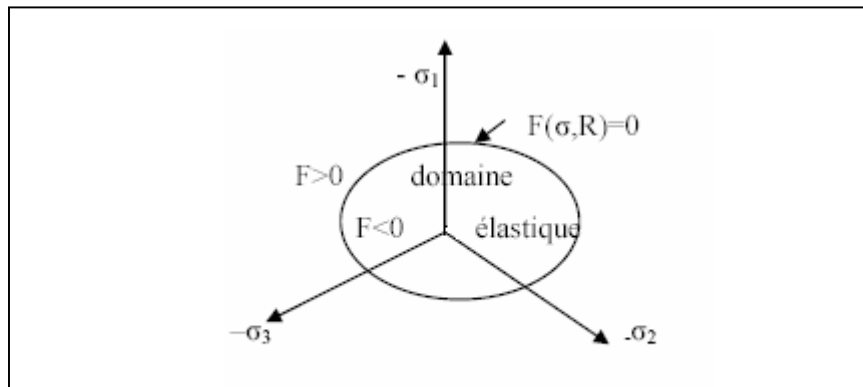


Figure 3.1 Surface de charge.

Trois cas de figure se présentent donc :

- $F < 0$ Intérieur de la surface, ce domaine est élastique ;
- $F = 0$. Les déformations élastiques peuvent être, éventuellement, accompagnées de déformations plastiques ;

- $F > 0$ Etat de contraintes physiquement impossible en élasto-plasticité.

Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge $F=0$, deux cas de comportements élasto-plastiques sont possibles (figure 3.1) :

- La surface de charge n'évolue pas et l'expression de la surface de charge ne contient donc pas de paramètre d'érouissage ;
- La surface de charge évolue au cours du chargement (modèle élasto-plastique avec érouissage).

b) Notion de règle d'érouissage

L'érouissage d'un matériau se traduit par l'évolution de la surface du seuil de plasticité. L'essai de traction (ou de compression) uniaxiale (figure 3.2) va nous permettre de décrire cette notion d'érouissage.

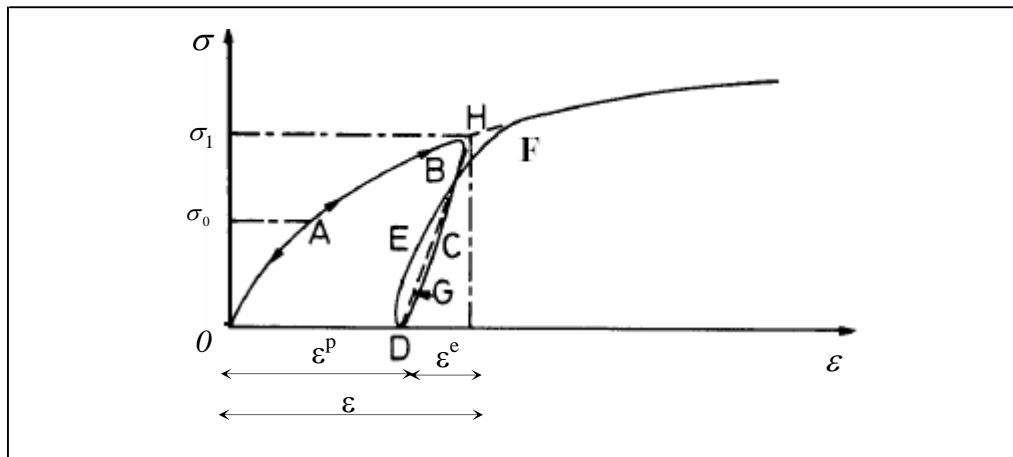


Figure 3.2 Essai de compression (ou de traction) uniaxiale d'un matériau

Le long du chemin OA le comportement est élastique, c'est-à-dire que, quand on décharge on revient en O. Le point A, représentant le point limite au-delà duquel on n'a plus de comportement élastique, correspond à une contrainte caractéristique dite « seuil » de plasticité initial ou « limite élastique ». Après l'avoir franchi, et si, étant au point B par exemple, on décharge, le chemin de déchargement ne sera pas BAO mais BCD. La déformation qui reste $OD=\varepsilon^p$ est une déformation irréversible, dite plastique. On est donc entré dans le domaine plastique. Si on recharge, le chemin sera DEF, F étant le prolongement du chemin OAB. Il rejoint alors le chemin du premier chargement.

On peut assimiler en général la courbe BCDEF à la droite DGH et admettre que les déformations sont réversibles le long de cette ligne. Le nouveau seuil de plasticité est alors le point H qui est plus élevé que le précédent (A). C'est justement cette élévation du seuil de plasticité qui s'appelle écrouissage. Le domaine élastique d'un matériau dépend donc de l'état d'écrouissage du matériau.

L'écrouissage du matériau se traduit par l'évolution de la surface du seuil de plasticité. On introduit donc une ou plusieurs variables supplémentaires, appelées variables d'écrouissage R. Ces variables peuvent être choisies de façon arbitraire à condition qu'elles permettent de traduire l'évolution de l'état interne du milieu qui a subi des déformations plastiques. Ces variables peuvent être par exemple des scalaires fonctions des déformations plastiques comme pour le modèle de cam clay (Roscoe & Burland (1968) [43], Schofield & Wroth(1968) [44]) qui utilise la déformation volumique plastique comme paramètre d'écrouissage, ou bien des tenseurs par exemple ε_{ij}^p .

En général, on peut distinguer trois catégories de loi d'écrouissage :

- Ecrouissage isotrope

L'écrouissage est dit isotrope, quand l'évolution de la surface de charge n'est gouvernée que par un seul paramètre scalaire, par exemple la déformation plastique cumulée (figure 3.3).

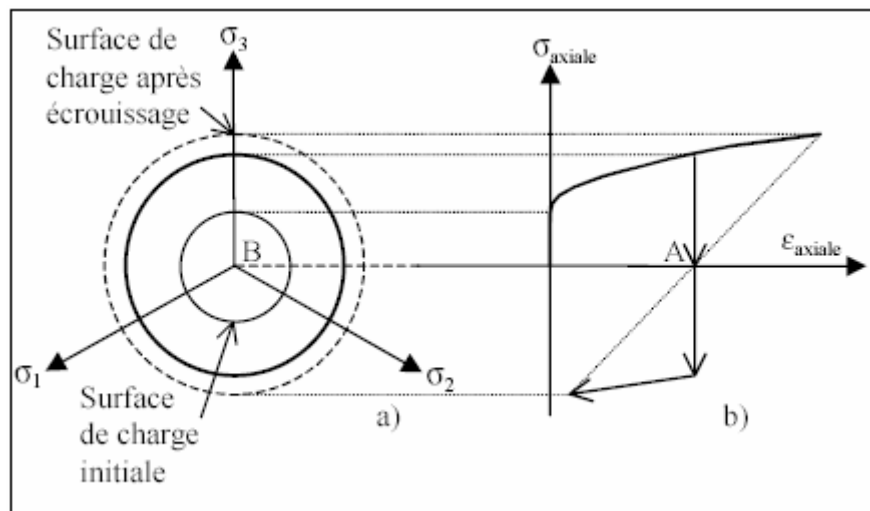


Figure 3.3 Représentation de l'écrouissage isotrope en projection : (a) dans le plan déviatoire ; (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

Ainsi, dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple, la courbe de traction succédant à celle de compression se déduit de cette dernière par une homothétie de rapport (-1) et de centre, le point de contrainte nulle (point A de la figure 3.3). Dans le plan déviateur, la surface de charge croît de manière homothétique par rapport au point B.

- Ecouissage cinématique

Le domaine d'élasticité délimité par la surface de charge se déplace par translation dans l'espace des contraintes principales (figure 3.4) et sans distorsion de la surface de charge initiale. L'écrouissage dans ce cas est caractérisé par une variable tensorielle définissant le centre de la surface de charge.

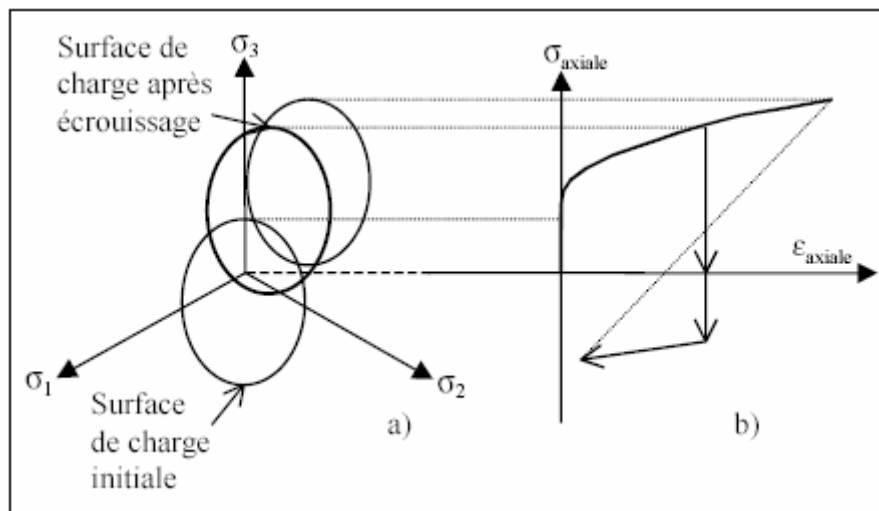


Figure 3.4 Représentation de l'écrouissage cinématique en projection : (a) dans le plan déviateur ; (b) dans le plan $\sigma_{axiale} - \varepsilon_{axiale}$ en traction-compression simple.

- Ecouissage mixte

La théorie de l'écrouissage mixte est une combinaison des deux théories précédentes pour permettre la création d'un modèle « anisotrope cinématique ». La surface de charge se translate et se dilate uniformément dans toutes les directions.

- Ecouissage anisotrope

Pour un écouissage anisotrope, la surface de charge peut subir en plus d'une expansion / contraction et d'une translation, une rotation et une déformation.

c) Notions de loi d'écoulement

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude, la direction de l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique $G(\sigma_{ij}) = 0$. La forme générale de l'incrément de déformation plastique est donnée par l'équation 3.9 citée ci-dessus. La loi d'écoulement est dite soit associée, soit non associée.

- Lois d'écoulement associées

La loi d'écoulement est dite associée à la surface de charge quand cette dernière est confondue avec la surface représentative du potentiel plastique, ce qui revient naturellement à considérer $F = G$.

La direction du vecteur déformation plastique dans l'espace des déformations principales (confondu avec celui des contraintes principale) est ainsi perpendiculaire à la surface de charge, $F=0$, c'est-à-dire au vecteur gradient, normal à cette surface. Cela conduit à une loi d'écoulement de la forme.

$$\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.11)$$

Où λ est le multiplicateur plastique (scalaire positif)

Pour un état de contrainte σ tel que $F = 0$, deux cas sont possibles :

1^{er} cas :

$$F(\sigma, R) = 0$$

$$\frac{\partial F(\sigma, R)}{\partial \sigma} d\sigma < 0$$

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e \text{ et donc } d\varepsilon^p = 0$$

C'est un cas de décharge et l'incrément de contrainte est dirigé vers l'intérieur du domaine élastique actuel.

2^{ème} cas :

$$F(\sigma, R) = 0$$

$$\frac{\partial F(\sigma, R)}{\partial \sigma} d\sigma > 0$$

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$$

C'est un cas de chargement et l'incrément de contrainte est dirigé vers l'extérieur du domaine élastique actuel.

Les matériaux pour lesquels la loi d'écoulement est dite associée, sont dits standards. C'est le cas des métaux ou des sols purement cohérents.

- Lois d'écoulement non associées

Dans le cas des sols frottants, les lois d'écoulement sont non associées. Dans ce cas, la direction du vecteur déformation plastique est perpendiculaire à la surface représentative du potentiel plastique, $G(\sigma_{ij})=0$ qui est distincte de celle représentative de la fonction de charge plastique $F(\sigma_{ij})=0$.

3.2.4. Modèle élastique linéaire parfaitement plastique Mohr Coulomb

C'est le modèle utilisé dans cette thèse pour représenter la rupture par cisaillement du sol de fondation. Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hooke (E, ν), une surface de charge $F(\sigma_{ij})$ et un potentiel plastique $G(\sigma_{ij})$. C'est un modèle à 5 paramètres. Dont 2 paramètres élastiques : E et ν , et 3 paramètres de rupture (c, φ et ψ) tels que :

- E : Module d'Young ;
- ν : Coefficient de Poisson ;
- c : Cohésion ;
- φ : Angle de frottement ;
- ψ : Angle de dilatance.

Dans le plan de Mohr, la forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de coulomb d'équation :

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\varphi) \tag{3.12}$$

Où : σ_n et τ correspondent respectivement à la contrainte normale et à la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.

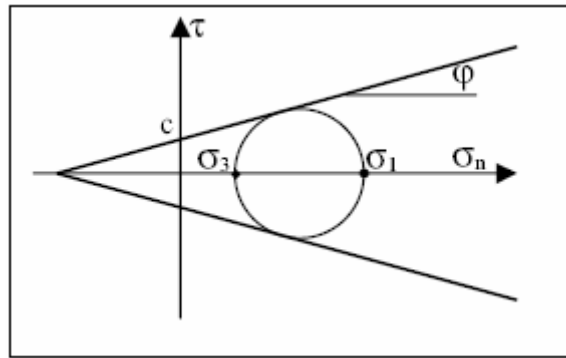


Figure 3.5 Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr.

La représentation de ce critère dans le plan de Mohr est donnée par la figure 3.5. La contrainte intermédiaire σ_2 n'intervient pas dans sa formulation. Dans le cas d'un matériau purement cohérent ($\varphi = 0$), on dit qu'il s'agit du critère de Tresca.

Dans l'espace des contraintes principales, la surface définie par la fonction de charge est une pyramide dont l'axe est la trisectrice, comme illustré sur la figure 3.6. Sa section dans le plan déviatoire est un hexagone irrégulier, comparable à celui du critère de Tresca (qui est un cas particulier de Mohr Coulomb lorsque $\varphi = 0$).

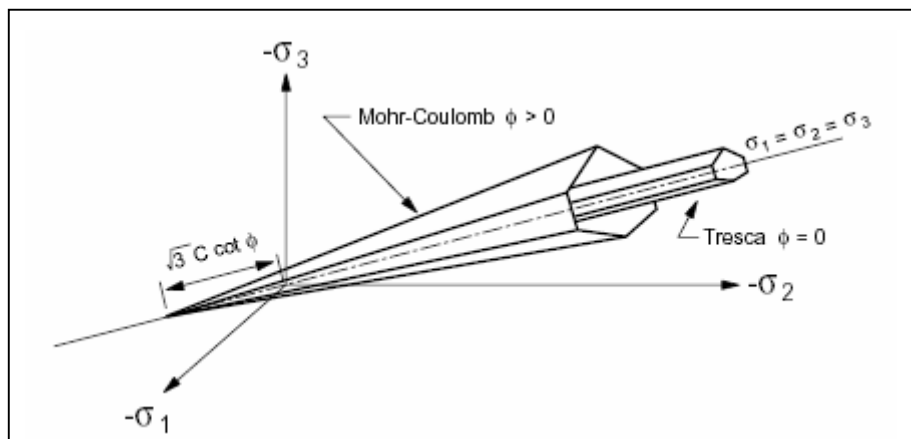


Figure 3.6 Comparaison des critères de Mohr-Coulomb et Tresca dans l'espace des contraintes principales d'après Itasca [4].

L'expression analytique d'un des plans de la pyramide, en fonction des contraintes principales, est donnée par :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (3.13)$$

Avec σ_1 : contrainte principale majeure σ_3 : contrainte principale mineure

Un autre paramètre peut éventuellement entrer en ligne de compte, σ_t contrainte de rupture par traction, ce qui correspond à l'introduction d'un critère supplémentaire (avec sa propre loi d'écoulement) et modifie ainsi le modèle initial de Mohr-Coulomb qui ne tient pas compte de ce paramètre.

Le potentiel plastique de cisaillement correspond à une loi d'écoulement non associée décrite par l'équation :

$$G(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \sigma_3 \quad (3.14)$$

Lorsque l'angle de frottement φ et l'angle de dilatance ψ sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

La dilatance correspond au changement de volume qui accompagne la distorsion d'un matériau par cisaillement. Elle est caractérisée par l'angle ψ qui représente le rapport de l'incrément de déformation plastique volumique sur l'incrément de déformation plastique de cisaillement $\Delta e^{pv} / \Delta e^{ps}$. L'angle de dilatance peut être déterminé à partir des essais triaxiaux ou à la boîte de cisaillement. L'angle de dilatance est déterminé à partir de la représentation graphique de la variation de la déformation volumique e^v en fonction de la déformation axiale e_l (Vermeer et de Borst, 1984) [45].

La modélisation de la dilatance, basée sur le critère de Mohr-Coulomb est représentée sur la figure 3.7.

Pour les matériaux à frottement interne dont le critère de plasticité est du type de Mohr-Coulomb, une loi d'écoulement associée conduit généralement à surévaluer le gonflement qui accompagne la plastification par cisaillement. La mauvaise concordance entre l'expérience et les calculs explique l'introduction des lois d'écoulement non associées, dont les déformations plastiques dérivent d'un potentiel plastique de même forme mathématique que la fonction de charge mais l'angle de frottement est remplacé par l'angle de dilatance ψ avec $\psi < \varphi$.

Il est à noter que Vermeer et de Borst [45] ont observé que les valeurs des angles de dilatance sont comprises approximativement entre 0° et 20° pour les sols, roches et bétons.

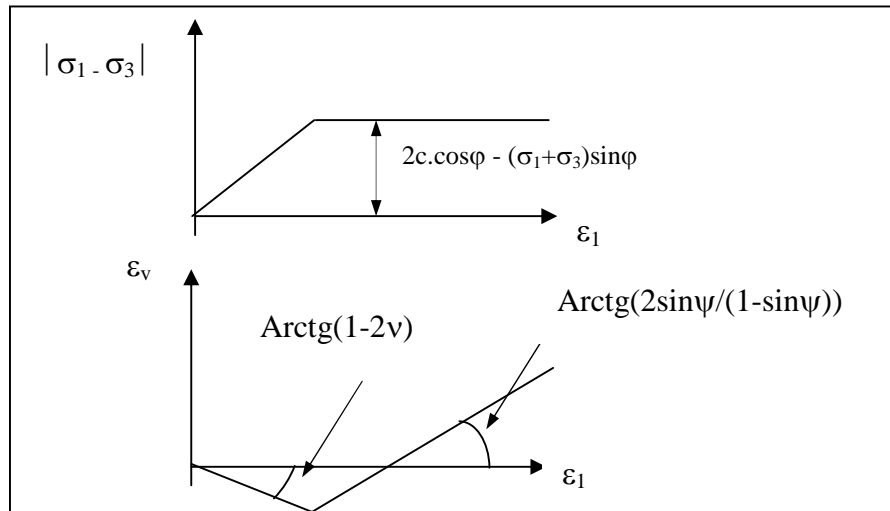


Figure 3.7 Modélisation de la dilatance ψ à partir du test triaxial (Vermeer et De Borst [45])

3.3. Description du code de calcul Flac

3.3.1. Introduction

Le manuel d'utilisation de Flac établi par Itasca (2000) [4] nous fournit une description assez détaillée du code de calcul Flac (Fast Lagrangian Analysis of Continua) qui est conçu et commercialisé par la société Itasca. Il est disponible en version bidimensionnelle et tridimensionnelle. Il revient à l'utilisateur de travailler avec la version qui convient le plus à son problème. En effet quand le problème à résoudre peut être vraiment modélisé en 2 dimensions, Flac 2D permet de raffiner autant que possible les maillages ou les incréments de chargement, avec des temps très raisonnables. Toutefois certains problèmes sont, de par leur nature, tridimensionnels, Flac 3D permet alors de les simuler, mais, vu l'augmentation du nombre de zones, tout raffinement implique des temps de calcul considérables mais, par rapport à d'autres logiciels, Flac 3D reste compétitif.

Ce code aux différences finies a été développé pour traiter les problèmes non linéaires de la mécanique appliquée à la géotechnique. Intégrant un mode de résolution explicite des équations de la mécanique, il est nécessaire d'analyser la stabilité mécanique des solutions obtenues. Le logiciel intègre de nombreux modèles constitutifs adaptables à un grand nombre de matériaux, on peut citer les modèles élastiques, Mohr Coulomb, Cam Clay, Drucker Prager, Double Yield, etc. Le logiciel permet même à l'utilisateur d'introduire une

nouvelle loi de comportement. Le macro langage Fish de Flac permet aussi de définir de nouvelles variables, procédures, sorties graphiques, etc.

3.3.2. Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équations différentielles. Pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique. La plupart des méthodes utilisant les différences finies adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement. L'approche retenue par Itasca est basée sur la méthode de Wilkins (1964) [46], qui permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques. On peut leur donner n'importe quelle forme aux limites et, faire varier les propriétés d'un élément à l'autre. De ce point de vue, elle est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

Dans la méthode des différences finies, toute dérivée est directement remplacée par une expression algébrique décrite en termes de variations en des lieux discrets de l'espace. Ces variables sont indéterminées partout ailleurs, contrairement aux éléments finis pour lesquels des fonctions de forme décrivent les variations (contraintes et déplacements) dans tout le massif.

Le code Flac utilise des éléments lagrangiens dont la géométrie est réactualisée à chaque pas de temps. Cette propriété permet de traiter les problèmes en grands déplacements, sans algorithme supplémentaire.

De plus, le code FLAC se distingue essentiellement par son schéma de résolution explicite, qui permet de ne pas combiner les matrices élémentaires, autorisant ainsi un gain substantiel de place mémoire, à savoir de Random Access Memory (RAM). En effet, seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées et non la matrice de rigidité, comme cela est le cas pour la méthode aux éléments finis.

3.3.3. Discrétisation en 2D

Le milieu continu est discrétisé par des quadrilatères, chacun d'eux divisé en deux paires d'éléments triangulaires (a,b) et (c,d), à déformation uniforme comme indiqué sur la figure 3.8. La force exercée sur un nœud est prise comme la moyenne des forces pour les

deux paires de triangles, ce qui permet d'assurer une réponse symétrique à un chargement symétrique. Il en va de même pour les déplacements des nœuds.

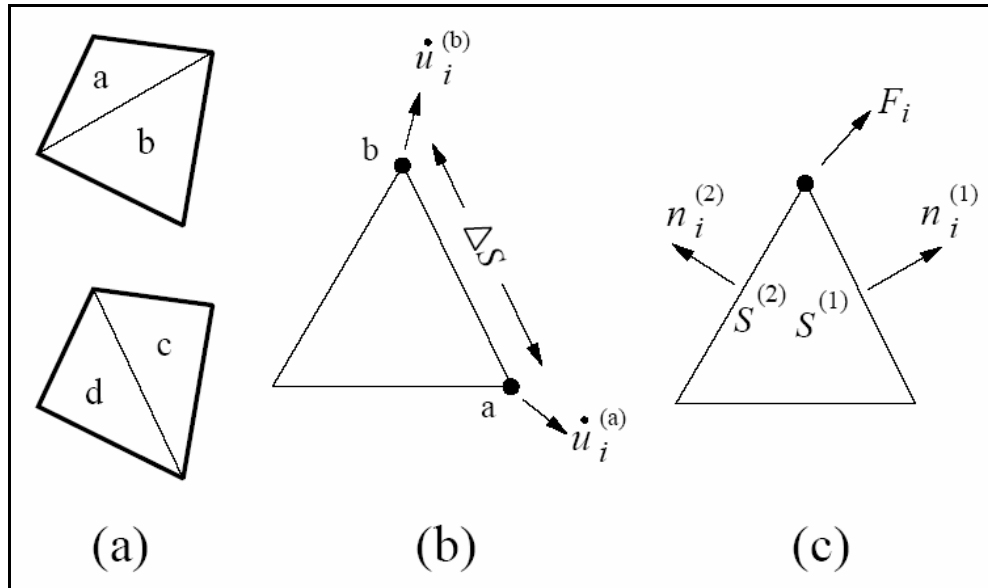


Figure 3.8 Discretisation avec Flac [4] : (a) Dissociation des quadrilatères en deux paires d'éléments triangulaires, (b) Vecteur vitesse, (c) Force nodale

Les équations aux différences finies sont déduites du théorème de Gauss comme suit :

$$\int_s n_i f ds = \int_A \frac{\partial f}{\partial x_i} dA \quad (3.15)$$

Avec, s : périmètre de l'élément de surface A ;

n : vecteur unitaire normal à s ;

f : scalaire, vecteur ou tenseur défini sur A et son périmètre.

La valeur moyenne $\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle$ est calculée à partir de l'équation 3.15 :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{A} \int_s n_i f ds \quad (3.16)$$

Pour un élément triangulaire on peut déduire en faisant la sommation sur les trois côtés du triangle (avec Δs longueur du côté et $\langle f \rangle$ valeur moyenne de f sur un côté) :

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle = \frac{1}{A} \sum_s \langle f \rangle n_i \Delta s \quad (3.17)$$

Le tenseur taux de déformation peut être déterminé grâce à l'équation 3.17 en fonction des vitesses sur les nœuds (a et b sont les nœuds des extrémités d'un côté du triangle) :

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \cong \frac{1}{2A} \sum_s (\dot{u}_i^{(a)} + \dot{u}_i^{(b)}) n_j \Delta s \quad (3.18)$$

$$\dot{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.19)$$

L'utilisation d'éléments triangulaires élimine le problème de déformations non restreintes qui se pose avec les éléments quadrilatères à déformation uniforme. Ce problème, pour les polygones à plus de trois sommets, tient au fait qu'il existe des combinaisons de déplacements nodaux qui ne produisent aucune déformation, et donc ne sont restreints par aucune force. Un autre problème de la modélisation de matériaux en plasticité n'est pas résolu par l'utilisation d'éléments triangulaires. Il s'agit de la formulation de la condition d'incompressibilité lors de l'écoulement plastique. En effet, pour les problèmes axisymétriques ou en déformations planes, cette condition introduit une restriction cinématique dans la direction perpendiculaire au plan d'étude. Les éléments sont alors «surcontraints» (nombre d'équations supérieur au nombre d'inconnues), ce qui donne lieu à des prédictions erronées et optimistes des chargements de rupture. Ce problème est résolu en utilisant la discrétisation mixte (Marti et Cundall (1982) [47]).

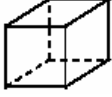
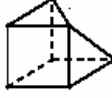

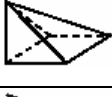

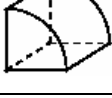
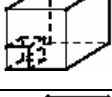
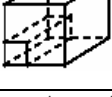

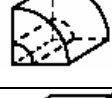
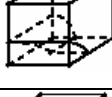
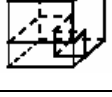
La discrétisation mixte consiste à adopter des discrétisations différentes pour les parties isotropes et déviatoriques des tenseurs de contraintes et de déformations. Les parties isotropes des tenseurs de contraintes et de déformation, sur lesquelles s'applique la condition d'incompressibilité, sont supposées constantes sur l'ensemble d'un quadrilatère, alors que les deux parties déviatoriques sont traitées séparément dans les deux triangles (Billiaux et Cundall (1993) [48]).

3.3.4. Discrétisation en 3D

Le maillage en FLAC3D est généré avec la commande Generate zone. Cette commande accède, en fait, à une bibliothèque de formes primitives. Chaque forme a un type spécifique de connectivité de maillage. Les formes primitives disponibles dans FLAC3D, énumérées par ordre de complexité croissante, sont récapitulées dans le tableau 3.2.

Ces formes primitives peuvent être appliquées individuellement ou reliées ensemble pour créer le maillage FLAC3D.

Tableau 3.2 Formes des zones primitives disponibles dans Flac 3D

Forme	Mot Clé	Nom	Nombre points spécifiques
	Brick	Brique	8
	Dbrick	Brique dégénérée	7
	wedge	Coin	6
	pyramid	Pyramide	5
	tetrahedron	Tétraèdre	4
	cylinder	Cylindre	6
	radbrick	Maillage radialement dégressif autour de la brique	15
	Radtunnel	Maillage radialement dégressif autour du tunnel de forme parallélépipédique	14
	radcylinder	Maillage radialement dégressif autour du tunnel de forme cylindrique	12
	Cshell	Maillage coque cylindrique	10
	Cylint	Intersection de tunnels de forme cylindrique	14
	Tunint	Intersection de tunnels de forme parallélépipédique	17

Dans FLAC3D, le procédé de discrétisation commence par la formation des zones selon les formes primitives choisies par l'utilisateur.

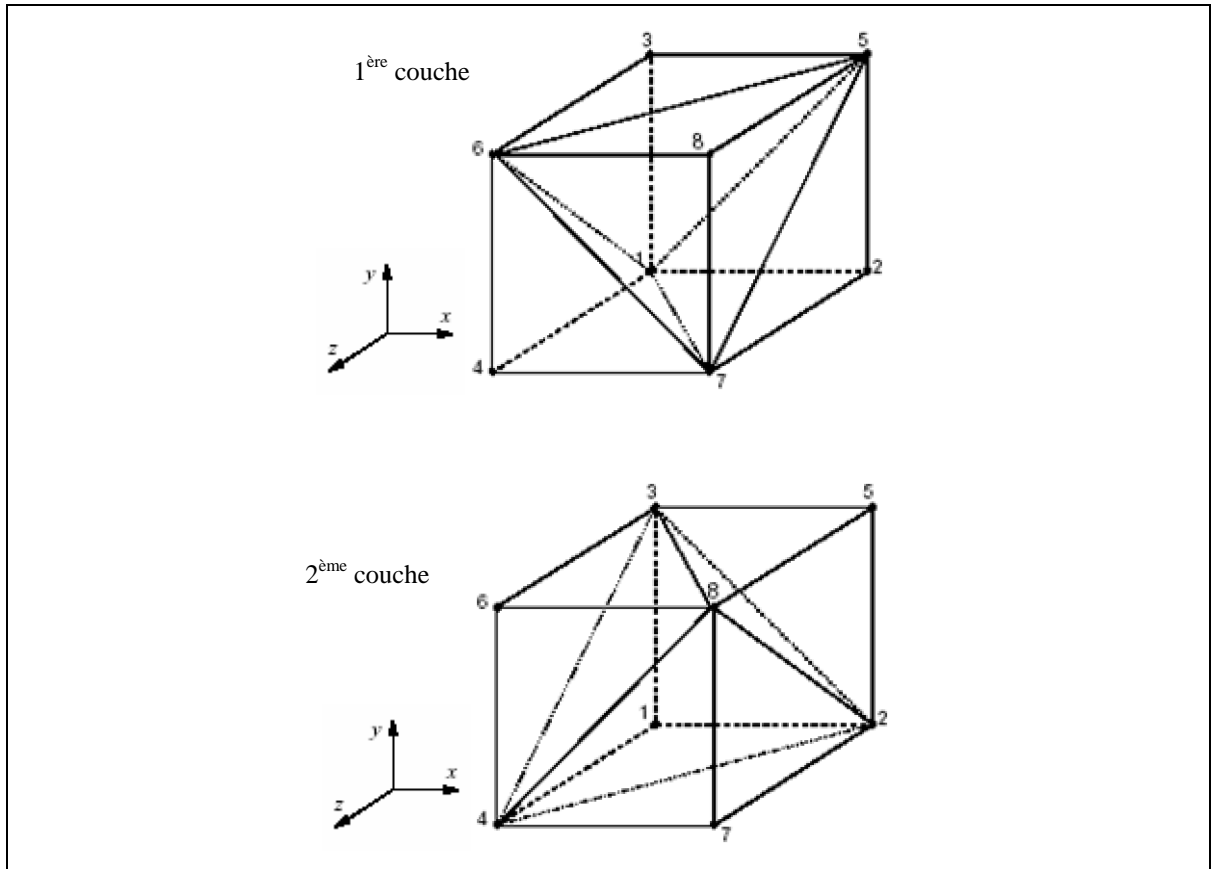


Figure 3.9 Zone à 8 nœuds avec superposition de 2 couches de 5 tétraèdres dans chaque couche

Chaque zone est discrétisée intérieurement automatiquement en tétraèdres. La zone à huit nœuds, par exemple, peut être discrétisée dans deux (et seulement deux) différentes configurations de cinq tétraèdres (correspondant aux couches 1 et 2 sur la figure 3.9). La force exercée sur un nœud est prise comme la moyenne des forces pour les deux configurations de tétraèdres, ce qui permet d'assurer une réponse symétrique à un chargement symétrique.

L'utilisation d'éléments tétraédriques élimine le problème de déformations non restreintes. Par ailleurs le problème de conditions d'incompressibilité lors de l'écoulement plastique est résolu en utilisant la discrétisation mixte (comme indiqué dans § 3.3.3).

3.3.5. Schéma de résolution explicite

Le schéma de résolution explicite est basé sur le principe qu'une partie de l'énergie de déformation accumulée par le système est convertie en énergie cinétique qui va se propager et se dissiper dans le matériau environnant. Ce schéma de résolution intègre ce phénomène en prenant en compte les équations dynamiques du mouvement. Le déséquilibre induit en une zone va se propager dans l'ensemble du massif. L'objectif de la méthode n'en reste pas moins la résolution d'un problème statique par l'intermédiaire de la dynamique. La séquence générale de calcul intégrée dans FLAC est illustrée sur la figure 3.10.

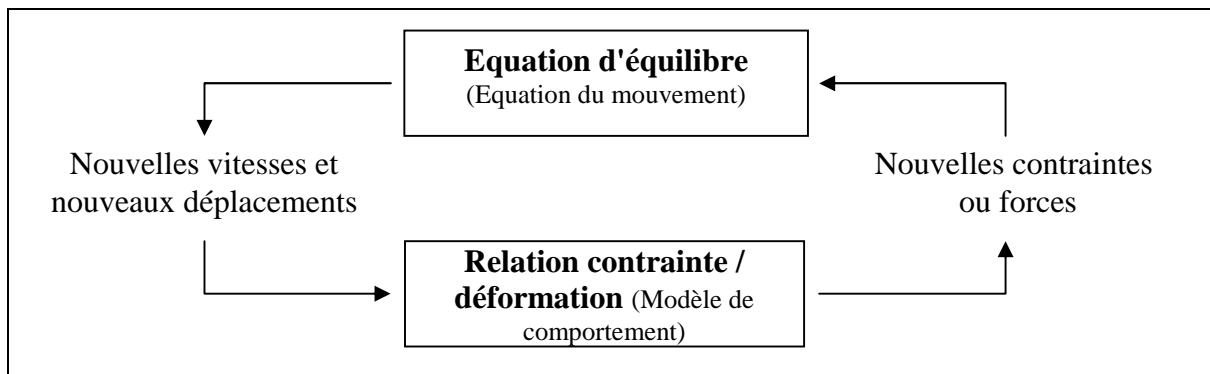


Figure 3.10 Séquence de calcul Flac, d'après Itasca [4].

La procédure fait d'abord appel aux équations du mouvement afin de calculer les vitesses et les déplacements à partir de l'accélération, déduite de la résultante des forces et des contraintes. Rappelons que pour un solide déformable dans un référentiel lagrangien l'équation du mouvement de Newton est exprimée par :

$$\rho \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (3.20)$$

Avec ρ , t , \dot{u} , x , g , sont respectivement, la masse volumique, le temps, le vecteur vitesse, le vecteur position et l'accélération due aux forces de volume.

Ensuite les déformations sont déduites des déplacements (intégrales des vitesses), et les nouvelles contraintes déterminées à partir de la loi de comportement.

Dans chaque boîte de calcul de la figure 3.10, on remet à jour toutes les variables à traiter à partir de valeurs connues qui doivent, elles, restées fixées durant les calculs dans cette boîte. Ainsi le calcul de nouvelles contraintes n'affecte pas les vitesses calculées dans

la boîte précédente. Cette hypothèse est justifiée si un pas de temps assez petit est choisi de manière à ce que l'information ne puisse pas passer d'un élément à l'autre au cours de cet intervalle de temps. Des éléments voisins ne pourront donc pas s'influencer pendant une période de calcul. Tout ceci se base sur l'idée que la vitesse de « l'onde de calcul » est toujours supérieure à celle des ondes physiques, ce qui permet de figer les valeurs connues et utilisées pour la durée des calculs les utilisant.

La condition de stabilité pour un solide élastique (Flac (2000)), discrétisé en maille carrée, de côté Δx , est la suivante :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{C_p} \quad (3.21)$$

Où : Δt et C_p sont respectivement le pas de temps admissible et la célérité maximale à laquelle « l'onde de calcul » se propage.

Pour un milieu élastique, la célérité C_p correspond à celle « des ondes primaires », dites P, qui est définie par :

$$C_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad (3.22)$$

Pour constituer un algorithme opérationnel, les mouvements doivent être amortis de manière à arriver à un état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent). L'amortissement utilisé consiste à imposer à chaque nœud une force d'amortissement dont le module est proportionnel au module de la force nette non équilibrée et, dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail négatif.

Le critère de stabilité permettant de contrôler l'état d'équilibre de l'ensemble du système, est basé sur la force maximale non équilibrée. L'utilisateur du code définit la force en deçà de laquelle le déséquilibre résiduel est supposé satisfaisant.

Contrairement à la méthode explicite, dans une méthode implicite, chaque élément communique avec chaque autre élément pendant un pas de calcul, il est donc nécessaire d'itérer avant de satisfaire à la fois les équations d'équilibre et de compatibilité. L'inconvénient majeur de la méthode explicite est la condition sur le pas de temps, lorsque de dernier est très petit, il peut être nécessaire d'effectuer un grand nombre de pas avant d'arriver à la solution statique. De ce fait, la méthode explicite s'avère peu performante

pour l'ensemble des problèmes linéaires et notamment en petits déplacements. Le domaine de prédilection de la méthode serait davantage l'étude des systèmes non-linéaires et des grands déplacements.

3.3.6. Méthodologie de simulation avec Flac

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec Flac il faut suivre les étapes logiques suivantes :

- Définir la géométrie ;
- Introduire les modèles de comportement ;
- Introduire les éléments de structure s'il y a lieu ;
- Préciser les conditions aux frontières ;
- Application du poids propre s'il y a lieu ;
- Résoudre pour calculer les contraintes initiales au repos ;
- Remettre à zéro les déplacements ;
- Introduire le chargement ;
- Résoudre ou appliquer le nombre de cycles requis ;
- Examen de la réponse du modèle ;
- Puis introduire les modifications requises etc.

3.3.7 Analyse axisymétrique avec Flac

FLAC peut être utilisé pour modéliser le problème de distribution des contraintes dans des corps de révolution (c'est à dire des solides axisymétriques). Le modèle FLAC est configuré pour une telle analyse en spécifiant la commande CONFIG axisymmetry au début du fichier de données. Pour cette configuration, un système de coordonnées cylindriques est invoqué: $x = 0$ est l'axe de symétrie, la direction des x positifs correspond à la coordonnée radiale, et la direction des y correspond à la coordonnée axiale. La coordonnée hors-plan (direction z) est la coordonnée circonférentielle. Les points du maillage qui ont $x = 0$ sont automatiquement retenus dans la direction des x . Le maillage axisymétrique est considéré comme un coin infiniment mince (secteur égal à une unité

radian) dont le déplacement est retenu dans la direction circonférentielle. Tout déplacement dans le plan xy induit automatiquement des contraintes dans la direction circonférentielle. Les quatre composantes des déformations et des contraintes impliquées dans une analyse axisymétrique sont représentées sur la figure 3.11.

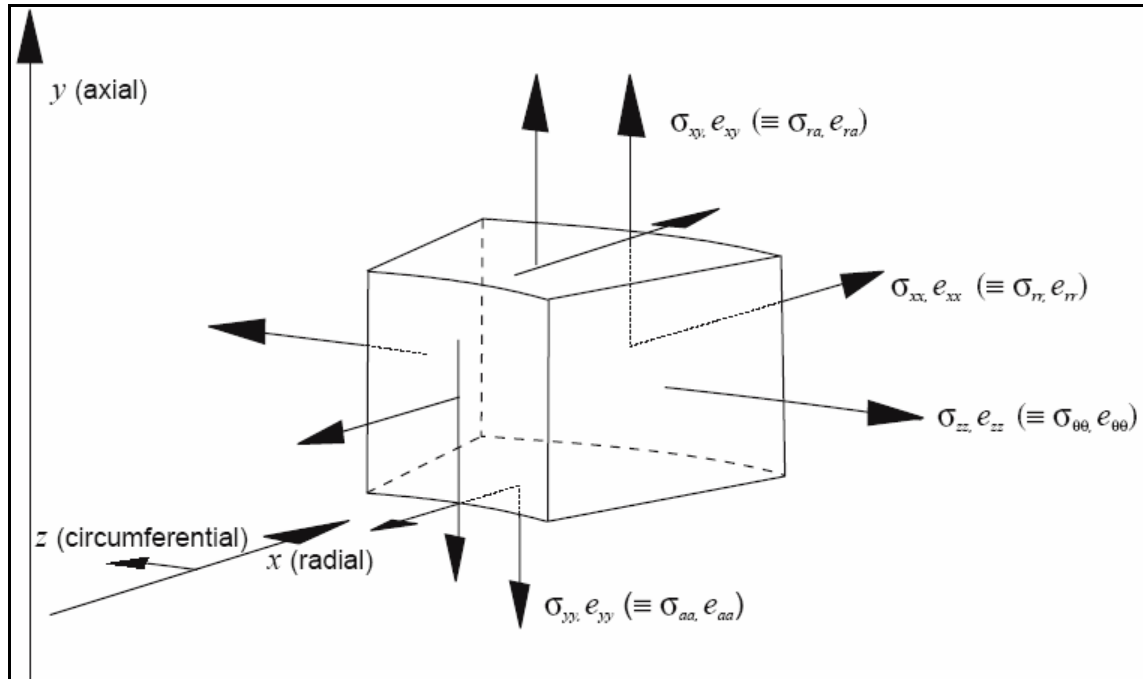


Figure 3.11 Déformations et contraintes dans une analyse axisymétrique

3.3.8 Calcul avec Flac de la pression exercée par une semelle sur le sol de fondation

a) Largeur effective d'une semelle de fondation

Lorsqu'une vitesse est appliquée aux nœuds spécifiés du maillage représentant la semelle de fondation pour simuler une charge sur cette dernière, la zone support de la charge n'est pas tout à fait égale à la largeur de la semelle mais elle est obtenue en supposant que la vitesse varie de manière linéaire, de la valeur appliquée sur le dernier nœud représentant la semelle, à zéro sur le nœud adjacent au dernier nœud de la semelle. La demi-largeur effective de la semelle est exprimée alors par :

$$A = 0.5(x_l + x_{l+1}) \quad (3.23)$$

Où x_l représente la position selon l'axe des x du dernier nœud supportant une vitesse, et x_{l+1} la position selon l'axe des x du nœud adjacent à x_l .

b) Pression sur le sol d'une semelle de fondation

Pour une semelle filante la pression sur le sol de la fondation soumise à une charge verticale centrée est donnée par la somme des forces de réaction des nœuds représentant la semelle que divise la largeur effective de la semelle. Pour une semelle rectangulaire on calcule d'abord l'aire effective qui est donnée par le produit de la largeur effective par la longueur effective, puis on calcule le rapport de la somme de toutes les forces de réaction des nœuds représentant la semelle par cette surface effective.

En ce qui concerne la semelle circulaire la pression q_{flac} de la fondation sur le sol est donnée par :

$$q_{flac} = \frac{2\pi \sum f_i^{(y)} r_i}{\pi R^2} \quad (3.24)$$

Où $f_i^{(y)}$ = est la force de réaction dans la direction des y au nœud i de la fondation ;

r_i = rayon associé au nœud i ;

R = rayon effectif de la fondation.

Pour les nœuds non situés sur l'axe de symétrie, le rayon associé est la distance radiale du nœud sur lequel une vitesse est appliquée. Pour le nœud se trouvant sur l'axe de symétrie le rayon associé est égal à 0.25 fois le rayon adjacent au nœud axial. Le rayon effectif de la fondation est la distance entre l'axe de symétrie et le point intermédiaire entre le dernier nœud où une vitesse est appliquée et le nœud qui lui est adjacent.

3.3.9 Interfaces

Les éléments d'interface sont utilisés pour représenter de manière simplifiée les plans de glissement ou de séparation (au niveau des joints, couches minces, liaisons structure-sol, sol-roche, etc.).

Flac intègre notamment des interfaces caractérisées par le glissement de Coulomb et/ou la séparation par traction (figures 3.12 et 3.13). Les propriétés de l'interface sont : le frottement, la cohésion, la dilatance, la raideur normale, la raideur de cisaillement et la résistance à la traction.

Une interface est représentée comme une raideur normale et une raideur en cisaillement entre deux plans en contact.

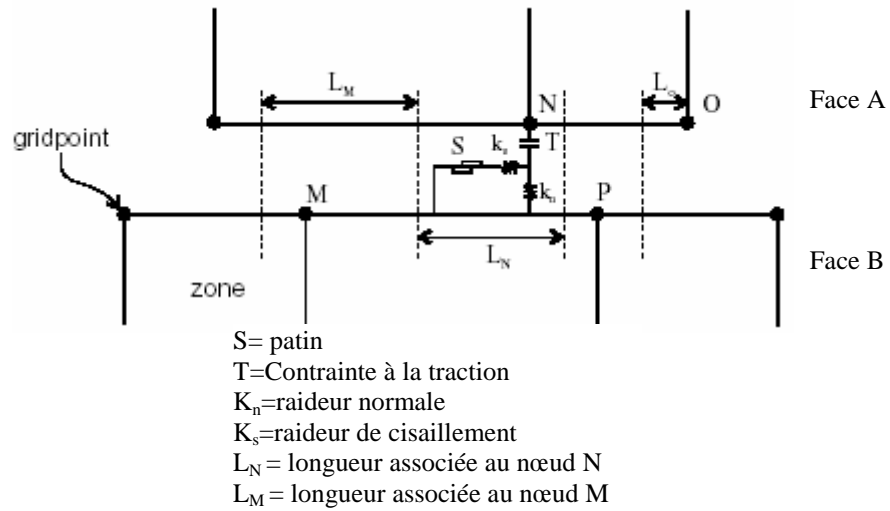


Figure 3.12 Interface représentée par la connexion des face A et B par des ressorts de raideur en cisaillement (k_s) et normale (k_n)

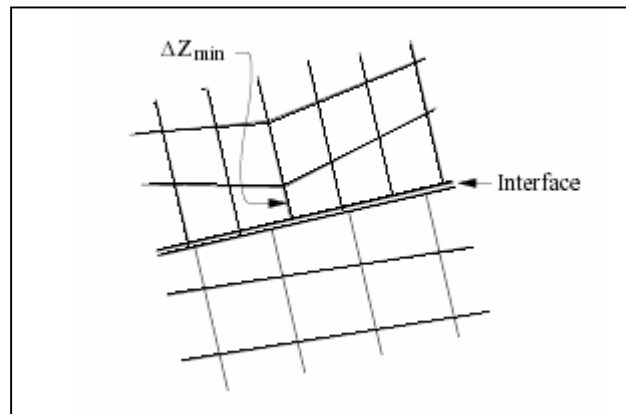


Figure 3.13 Dimension de la zone utilisée pour le calcul des raideurs (FLAC [4])

Pour le choix des caractéristiques de l'interface : la cohésion, la dilatance, la traction limite et le frottement sont généralement pris égaux à celles du matériau le moins résistant.

Les raideurs k_n et k_s sont plus difficiles à estimer. Flac recommande de prendre pour ces valeurs une quantité dix fois plus grande que la raideur équivalente de la zone voisine la plus raide. La raideur apparente de ladite zone dans la direction normale étant donnée par la relation suivante :

$$\max \left[\frac{(K + \frac{4}{3}G)}{\Delta z_{\min}} \right] \quad (3.25)$$

Où : K et G sont respectivement le module volumique et le module de cisaillement, et ΔZ_{\min} est la plus petite dimension dans la direction normale (voir figure 3.13)

Cette recommandation permet de ne pas pénaliser les temps de calcul lors de la prise en compte d'une interface.

Le critère de résistance au cisaillement de Coulomb limite la force de cisaillement par la relation :

$$F_{s \max} = cL + \tan \varphi F_n \quad (3.26)$$

Avec : L = longueur de contact effectif

φ = angle de frottement des surfaces d'interface

Si le critère est satisfait c'est-à-dire si :

$$|F_s| \geq F_{s \max} \quad \text{donc} \quad F_s = F_{s \max} \quad (3.27)$$

Le vecteur incrément de déplacement relatif au niveau du point de contact est résolu dans les deux directions normale et de cisaillement, et les forces totales normale et de cisaillement sont déterminées par :

$$F_n^{(t+\Delta t)} = F_n^t - k_n \Delta u_n^{(t+1/2\Delta t)} L \quad (3.28)$$

$$F_s^{(t+\Delta t)} = F_s^t - k_s \Delta u_s^{(t+1/2\Delta t)} L \quad (3.29)$$

Les raideurs k_n et k_s ayant les unités de (contrainte/déplacement).

3.4. Conclusion

Les conditions complexes relatives au problème de capacité portante nécessitent un outil numérique bien adapté. Nous avons utilisé dans cette présente thèse le code de calcul Flac (2D et 3D) qui, grâce à son mode de résolution explicite en éléments lagrangiens, permet de simuler les problèmes non linéaires avec une bonne stabilité numérique. Pour ce qui est des lois de comportement nous avons retenu le modèle élastique linéaire parfaitement plastique de Mohr Coulomb pour le sol de fondation.

Références bibliographiques du chapitre 3

- [4] Fast Lagrangian Analysis of Continua. Minneapolis: ITASCA Consulting Group, Inc; 2000.
- [41] Leipholz, H. Theory of elasticity. Noordhoff International Publishing. 1974.
- [42] Lekhnitskii, S. G. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body. Moscow: Mir Publishers, 1981.
- [43] Roscoe K. H., and J. B. Burland. On the Generalised Stress-Strain Behavior of Wet Clay, in Engineering Plasticity, J. Heyman and F. A. Leckie, Eds. Cambridge: Cambridge University Press, 1968 pp. 535-609.
- [44] Schofield, A.N. and Wroth C.P. Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London. 1968.
- [45] Vermeer, P. A., and R. de Borst. Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock. Heron. 1984, 29(3), 3-64.
- [46] Wilkins, M. L. Fundamental Methods in Hydrodynamics, in Methods in Computational Physics. Alder et al., Eds. New York: Academic Press. 1964 Vol. 3, pp. 211-263.
- [47] Marti, J., and P. A. Cundall. Mixed Discretisation Procedure for Accurate Solution of Plasticity Problems, Int. J. Num. Methods and Anal. Methods in Geomechanics, 1982 **6**, 129-139.
- [48] Billiaux D., and P. A. Cundall. Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments lagrangiens, Revue française de Géotechnique, 1993 Vol **63**, pp 9-21.

CHAPITRE 4

EVALUATION NUMERIQUE DU FACTEUR DE CAPACITE PORTANTE N'_γ DES FONDATIONS RECTANGULAIRES

4.1 Introduction

Les méthodes théoriques de la capacité portante sont établies pour une fondation filante reposant sur un milieu homogène semi infini. Ces méthodes conduisent à la formule générale de Terzaghi [1] (1943), où la capacité portante des fondations superficielles se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_q et N_γ . Basés souvent sur des essais au laboratoire, les effets de forme, de profondeur, d'inclinaison, d'interaction avec talus sont pris de manière semi-empirique en introduisant des facteurs d'influences sur les facteurs de capacité portante. Des divergences notables et des insuffisances sont observées par les praticiens en géotechnique particulièrement pour les sols supports stratifiés, semelles isolées tels que de forme conique pour les offshore et anneaux pour les silos et châteaux d'eaux.

Dans ce chapitre notre intérêt est porté sur l'utilisation du logiciel FLAC-3D [4] pour évaluer numériquement le facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation superficielle isolée rectangulaire, puis d'en déduire le coefficient de forme s_γ .

Il faut dire que les premières valeurs de s_γ ont été publiées par Terzaghi [1] (1943) sur la base notamment des premières expériences effectuées par Golder [49] (1941). Ensuite d'autres investigations expérimentales, effectuées par Meyerhof [5] (1963) et De Beer [25] (1970) ont mené à d'autres formules empiriques malheureusement non tout à fait concordantes. Pour ce qui est des travaux numériques, la première analyse relative à une fondation tridimensionnelle sur un sol non drainé purement cohérent fut menée par Shield et Drucker [26] (1953). Les éléments finis associés ou non à une démarche d'analyse limite furent utilisés ensuite par plusieurs auteurs pour modéliser une fondation rectangulaire, on cite entre autres les travaux de Zhu et Michalowski [27] (2005), Lyamin et al. [28] (2007), et Antao et al. [29] (2012). Néanmoins, il peut être précisé que les travaux antérieurs concernant les fondations rectangulaires n'ont pas pris en compte l'effet de non-associativité du sol.

Le but de ce travail est d'effectuer des calculs numériques à l'aide du logiciel FLAC^{3D} (Fast Lagrangian Analysis of Continua) [4] afin d'évaluer les facteurs de capacité portante N'_γ du sol pour les fondations carrées et rectangulaires lisses et rugueuses. Ensuite, l'effet de la non-associativité des sols, observée expérimentalement et, spécifiée par l'angle de dilatance ψ , a été étudié. Enfin, les résultats des calculs sont comparés aux résultats publiés antérieurement et disponibles dans la littérature.

4.2 Travaux antérieurs

La capacité portante d'une fondation superficielle filante est généralement déterminée en utilisant la formule de Terzaghi [1] :

$$q_u = cN_c + qN_q + 1/2B\gamma N_\gamma \quad (4.1)$$

Où q_u est la capacité portante ultime, c est la cohésion du sol, q est la surcharge au-dessus du niveau de fondation de la semelle, γ est le poids volumique du sol, B est la largeur de la semelle. N_c , N_q , N_γ , sont les facteurs de capacité portante représentant l'effet de la cohésion c , la surcharge q et le poids volumique γ respectivement.

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour l'évaluation de N_γ , à savoir, la méthode d'équilibre limite [1], [5], et [6], la méthode d'analyse limite [11-14], la méthode des caractéristiques [3], [15], et [16], et la méthode d'éléments finis [17,18].

Plusieurs suggestions ont été faites pour l'évaluation du coefficient de capacité portante N_γ d'une fondation filante rugueuse posée sur la surface d'un sol frottant sans cohésion. On peut citer :

- Meyerhof 1963 [5] $N_\gamma = (N_q - 1)tg(1.4\varphi')$ (4.2)

- Hansen 1970 [50] $N_\gamma = 1.5(N_q - 1)tg\varphi'$ (4.3)

- Vesic 1973 [9] et Caquot-Kerisel 1953 [7] $N_\gamma = 2(N_q + 1)tg(\varphi')$ (4.4)

- Michalowski [13] $N_\gamma = e^{(0.66+5.11tg(\varphi'))}tg(\varphi')$ (4.5)

- Martin 2005 [16] $N_\gamma = (N_q - 1)tg(1.32\varphi')$ (4.6)

- Eurocode 7 [51] $N_\gamma = 2.(N_q - 1)tg(\varphi')$ (4.7)

L'équation (4.1) de Terzaghi donnant la capacité portante a été considérablement généralisée pour d'autres types de formes de fondations par de nombreux chercheurs comme suit :

$$q_u = s_c c N_c + s_q q N_q + s_\gamma \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (4.8)$$

Où s_c , s_q , s_γ sont appelés les facteurs de correction de forme. Les principaux auteurs ayant proposé ces facteurs sont Terzaghi [1], Caquot et Kérisel [7], Hansen [50], Meyerhof [5] et De Beer [25].

Les facteurs de correction de forme s_γ proposés par ces auteurs sont exprimés par les relations empiriques suivantes, dans lesquelles K_p est égal à $K_p = tg^2(\pi/4 + \varphi/2)$:

- Meyerhof [5] $s_\gamma = 1 + 0.1 K_p \frac{B}{L}$ (4.9)

- Terzaghi [1], De Beer[25], Vesic [9] et Hansen [50] ont proposé la même relation,

$$s_\gamma = 1 - 0.4 \frac{B}{L} \quad (\text{avec pour Terzaghi } s_\gamma \geq 0.8) \quad (4.10)$$

- Eurocode 7 [51] $s_\gamma = 1 - 0.3 \frac{B}{L}$ (4.11)

Les fondations carrées et rectangulaires ont été, en premier, étudiées par Shield et Drucker 1953 [26], qui ont considéré un sol parfaitement plastique et purement cohérent. Bien que leur solution soit applicable uniquement aux argiles dans des conditions non

drainées, la méthode de résolution basée sur le théorème cinématique de l'analyse limite utilisé par ces auteurs pouvait aussi être appliquée pour les sols frottants tels que les sables et graviers mais la complexité du problème tridimensionnel (3D) n'a pas simplifié la tâche des scientifiques à l'époque.

La capacité portante tridimensionnelle a été abordée par Zhu et Michalowski 2005 [27] qui avaient entrepris un calcul numérique en éléments finis à l'aide du logiciel ABAQUS. Les éléments considérés étaient constituées d'éléments brique quadratique à 32 nœuds.

Lyamin et al. [28] ont étudié la capacité portante des diverses formes de fondation, filante, carrée et rectangulaire, en considérant un sol dont la loi d'écoulement est associée et en utilisant l'analyse limite par éléments finis. Cette dernière permet pour les auteurs de déterminer la borne inférieure et la borne supérieure pour délimiter ainsi la solution exacte qui est nécessairement située entre les deux bornes.

Antao et al. 2012 [29] se sont aussi intéressés à l'évaluation de la borne supérieure de la capacité portante des fondations 3D en utilisant l'analyse limite et une formulation en éléments finis qui utilise une approximation quadratique du champ cinématique.

Michalowski 2001 [52] a utilisé l'approche cinématique de l'analyse limite pour déterminer la borne supérieure de la capacité portante d'une fondation rectangulaire.

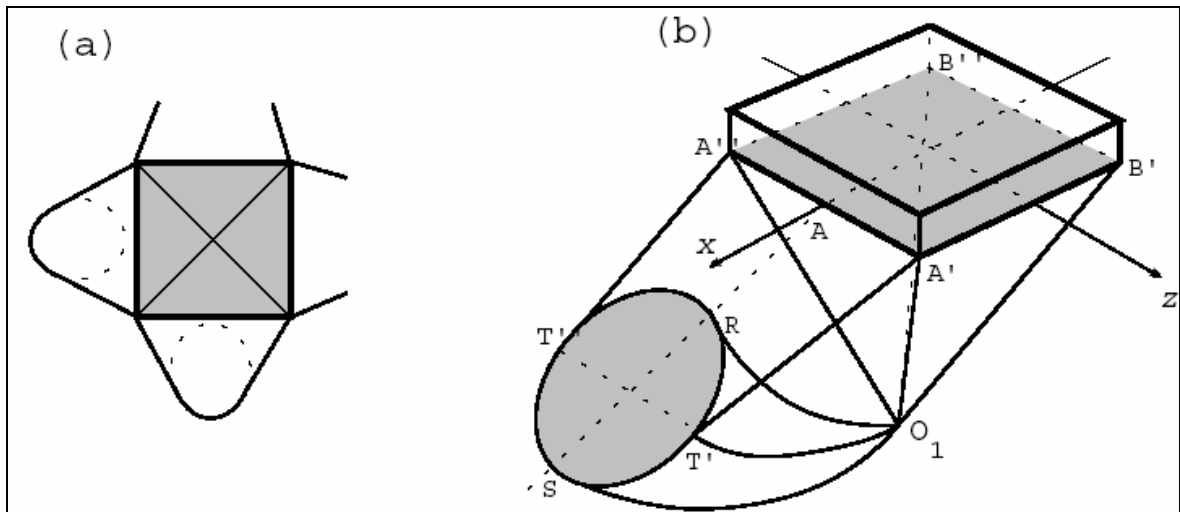


Figure 4.1 Mécanisme de rupture avec déformation continue de Michalowski [52]:
(a) trace sur la surface du sol et (b) vue d'une section du mécanisme

Pour asseoir les mécanismes de ruptures choisis, l'auteur s'est inspiré des expérimentations établies antérieurement par Golder [49] sur des semelles carrées et

rectangulaires et qui indiquaient que la trace du mécanisme de rupture sur la surface du sol est de la forme de la figure 4.1a. Deux types de mécanisme ont été considérés par l'auteur, un mécanisme continu et un autre mécanisme multi-blocs. Les contours du mécanisme continu construit avec cette trace sont représentés sur la figure 4.1b (un quart seulement du mécanisme est représenté). Le mécanisme peut être décrit comme suit, un bloc tétraédrique immédiatement sous la fondation (pyramide inversée) et qui subit un mouvement descendant et de quatre régions telles que chacune d'elles est adjacente à un flanc de la pyramide. Le mécanisme multi-blocs est illustré sur la figure 4.2.

Les deux mécanismes (figures 4.1 et 4.2) sont cinématiquement admissibles et permettent d'évaluer une borne supérieure. Toutefois l'auteur a dû remarquer que la borne supérieure la plus faible a été obtenue par le mécanisme multi-blocs, mais que ce dernier ne présente pas de symétrie diagonale pour les cas d'une semelle carrée. L'auteur conclut que les hypothèses établies en analyse limite 3D mènent à de grandes restrictions des champs cinématiques, d'où l'anomalie constatée dans l'absence de la symétrie dans la forme carrée et d'où l'intérêt d'un calcul numérique sans restrictions.

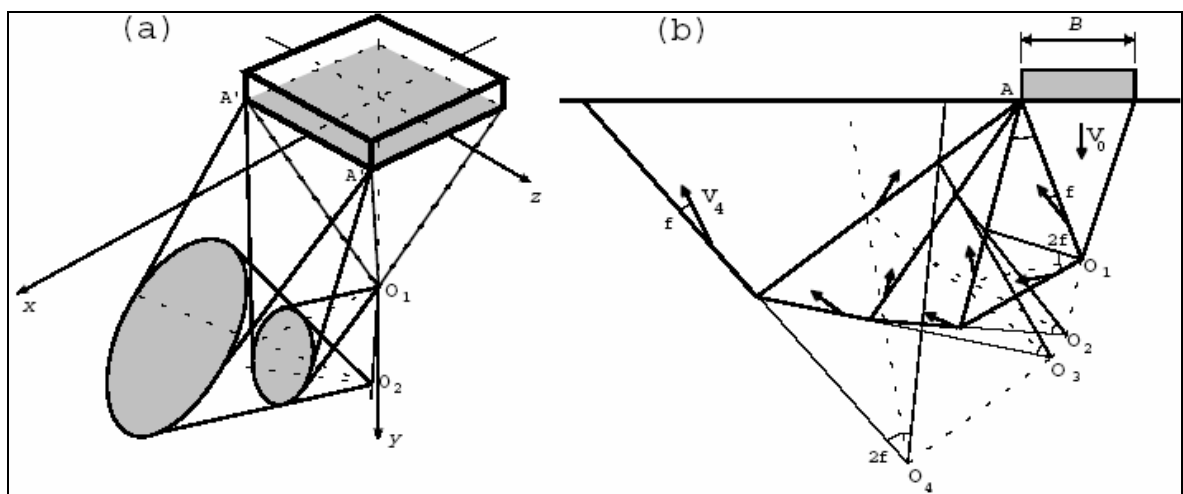


Figure 4.2 Mécanisme de rupture multi-blocs de Michalowski [52]: (a) vue d'une partie du mécanisme et (b) coupe transversale des vitesses

L'hypothèse relative au sol, admise par les différents auteurs cités ci-dessus est que ce dernier suit une règle d'écoulement associée. Cependant, il est constaté expérimentalement que les sols frottants se dilatent d'une manière considérablement inférieure à ce que prévoit l'état de normalité, en fait $\psi < \phi$. Par conséquent, les sols réels n'obéissent pas à la règle

d'écoulement associative. En effet, les valeurs des facteurs de capacité portante pour une règle d'écoulement non-associée ($\psi < \varphi$) devraient être sensiblement plus faibles quand φ est supérieur à, environ 30° (Griffiths [17] ; Frydman et Burd [18] ; Erickson et Drescher [2]).

Pour tenir compte de l'effet de non-associativité, quelques auteurs (Drescher et Detournay [53] ; Michalowski et Shi [54]) suggèrent de modifier les valeurs de c et φ par c^* et φ^* respectivement comme suit :

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} \tan \varphi \quad (4.12)$$

$$c^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} c \quad (4.13)$$

Cette approche sera testée en vue de la comparaison de N'_γ évalué par simulations directes à N'_γ déterminé en considérant un matériau associé équivalent.

4.3 Procédés de simulation numérique

Cette étude s'intéresse à l'étude numérique de la capacité portante des fondations rectangulaires rigides, lisses et rugueuses. La longueur et la largeur de la fondation rectangulaire sont exprimées par L et B respectivement. La fondation est soumise à une charge statique axiale, et assise sur la surface d'un sol non-associatif frottant et sans cohésion. Comme le problème présente deux axes de symétrie, longitudinal et transversal, le quart seulement du domaine du problème est considéré. Les calculs ont été faits pour les valeurs du rapport L/B égales à 1, 2, 3, 5 et ($L/B =$ représente la semelle filante). Ces valeurs couvrent en principe la majorité des problèmes d'intérêt pratique.

Les frontières, longitudinale et transversale, du domaine d'étude, ont été mises à une distance de $4l$ et $5b$ respectivement (avec $l = L/2$ et $b = B/2$) afin de réduire au minimum les effets de bords. La frontière inférieure selon l'axe vertical est située à une profondeur égale à $4b$, comme indiqué sur la figure 4.3.

La frontière inférieure est supposée fixe (plan $z = 0$), et les faces verticales représentant les plans de symétrie d'une part et les plans frontières du domaine d'étude d'autre part sont retenues dans la direction horizontale comme indiqué sur la figure 4.4. A savoir qu'il faut fixer les déplacements comme suit :

- Selon x pour le plan $x = 0$ (symétrie) ;
- Selon y pour le plan $y = 0$ (symétrie) ;
- Selon x et y pour le plan $x = 5b$ et le plan $y = 4l$ (frontière) ;
- Selon x, y et z pour le plan $z = 0$ (à la base du sol support).

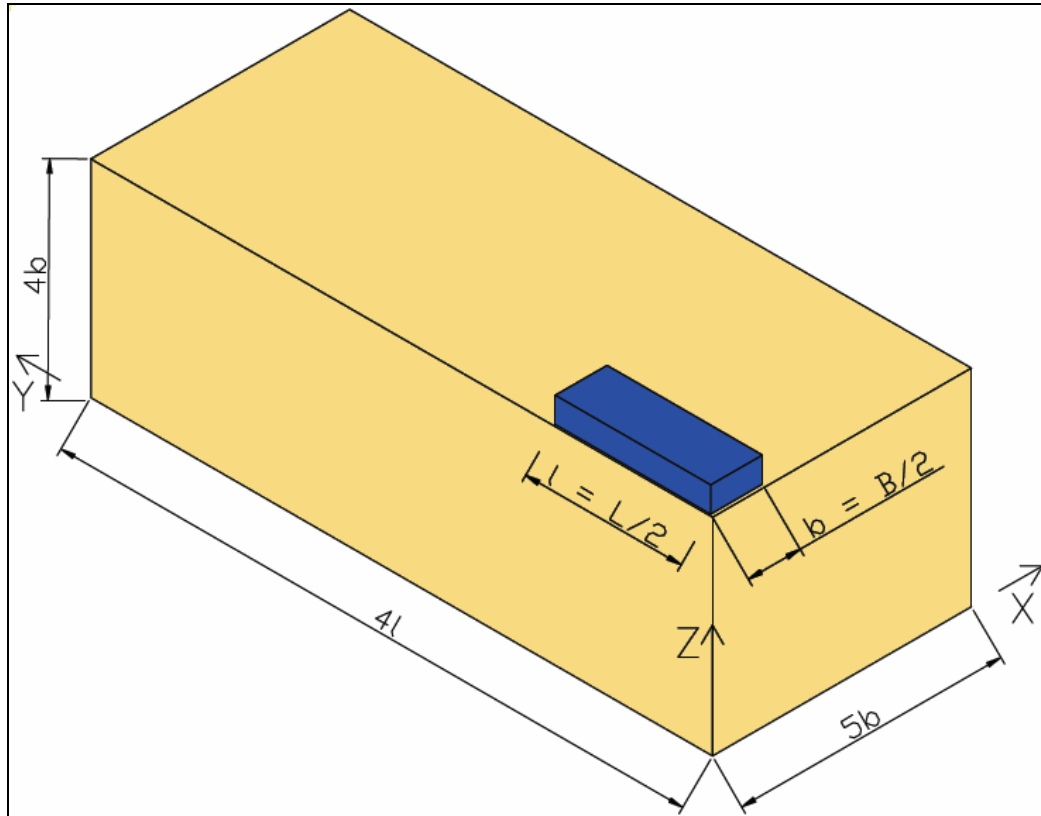


Figure 4.3 Présentation du cas 3D (semelles rectangulaires) étudié

L'analyse est effectuée avec le code de calcul $FLAC^{3D}$ [4] qui est un programme commercial explicite en différences finies. Avec ce programme, la solution d'un problème statique est obtenue en introduisant des équations du mouvement dynamique. Des termes d'amortissement sont inclus pour dissiper progressivement l'énergie cinétique du système. Le logiciel emploie un temps de marche explicite, dans lequel les contraintes et les déformations sont calculées en plusieurs petits pas de temps jusqu'à ce qu'un état d'équilibre soit atteint d'une manière numériquement stable. Le code est d'autant plus pertinent et convenable quand il est appliqué aux problèmes non linéaires, ou aux situations dans lesquelles une instabilité physique pourrait avoir lieu.

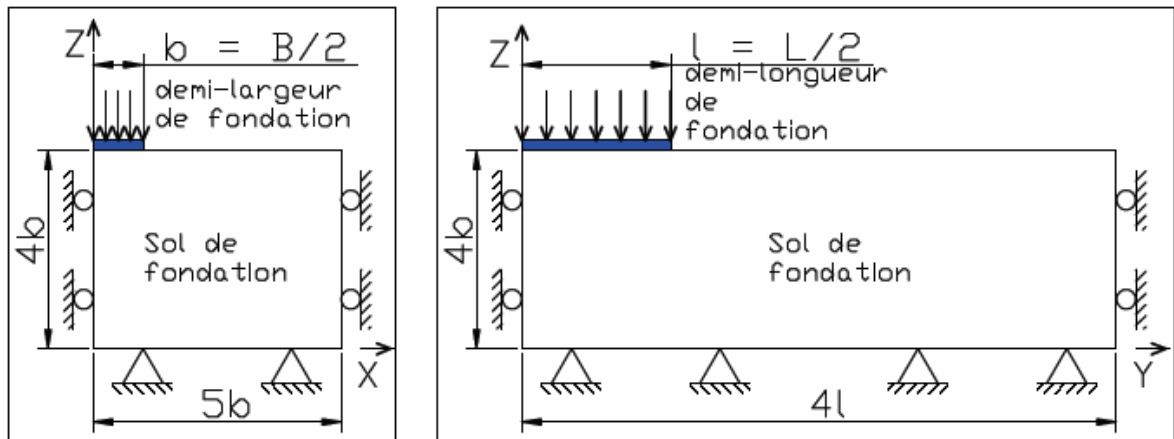


Figure 4.4 Conditions aux limites du modèle, plans xz et yz

Le modèle utilisé dans cette étude est le modèle, non-associatif, élastique parfaitement plastique de Mohr-Coulomb encodé dans FLAC^{3D}. Les caractéristiques physiques et mécaniques utilisées dans la présente étude sont : un module de cisaillement $G = 10 \text{ Mpa}$, un module volumique d'élasticité $K = 20 \text{ Mpa}$, un poids volumique du sol $\gamma = 20 \text{ KN/m}^3$, une série de cinq valeurs représentant l'angle de frottement interne du sol, $\varphi = 20^\circ$ à 40° avec un incrément de 5° , et pour chaque valeur de φ , une série de trois valeurs de l'angle de dilatance du sol est considérée ($\psi = \varphi$, $\psi = 1/2\varphi$, $\psi = 0$) pour étudier l'effet de la dilatance sur la capacité portante.

Afin de développer un schéma d'analyse acceptable pour les calculs ultérieurs, des simulations préliminaires ont été effectuées, en testant la taille du domaine d'étude, du maillage, et les conditions aux frontières.

Le modèle du domaine relatif à cette étude est montré sur la figure 4.5 qui présente le maillage adopté pour le cas de la semelle carrée et de la semelle rectangulaire (cas de $L/B=3$). Le maillage est raffiné sous la fondation pour capter les gradients importants de déformations. Par ailleurs, le cas de la semelle filante est présenté sur la figure 4.6.

Des recommandations sont disponibles dans la littérature pour le choix d'un maillage 3D acceptable. On peut citer celles de Mesta [55] qui se résument à ce qui suit :

- les symétries compatibles avec le problème mécanique (géométrie, conditions aux limites, chargements) doivent être utilisées au maximum afin de réduire la taille du système étudié.

- le maillage doit être raffiné dans les régions situées directement autour de l'ouvrage et là où des concentrations de contraintes sont prévues. En dehors de ces zones, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures.
- L'augmentation de la taille du maillage doit être progressive et régulière et loin des zones sensibles.

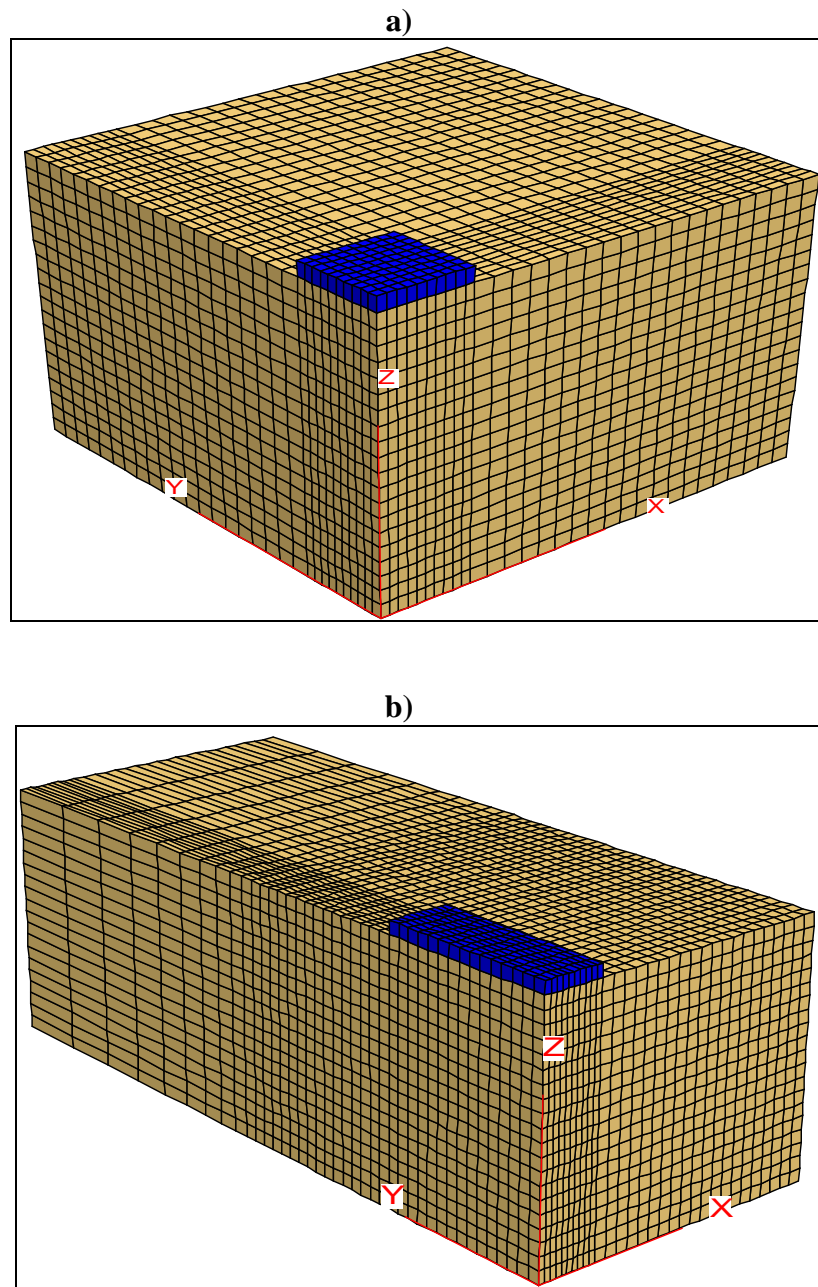


Figure 4.5 Maillage adopté en 3D (a) semelle carrée, (b) semelle rectangulaire ($L/B = 3$)

Le procédé de simulation proposé pour le calcul des facteurs de capacité portante suit deux étapes. Dans la première étape, les contraintes géostatiques sont calculées en supposant que le sol est élastique. À ce stade, quelques pas sont indispensables pour amener le modèle à l'équilibre. Dans la deuxième étape, une vitesse descendante est appliquée aux nœuds du modèle, représentant la fondation. On applique d'abord, une vitesse relativement élevée de 10^{-6} m/pas sur la zone de la fondation, jusqu'à ce qu'un écoulement plastique stable soit atteint (c.-à-d. jusqu'à ce qu'une pression constante soit réalisée). Mais comme le degré d'erreur dans un tel schéma de calcul dépend de la vitesse appliquée, une capacité portante d'autant plus précise peut être obtenue en réduisant la vitesse sur la fondation de moitié, et en poursuivant jusqu'à un nouvel état d'écoulement plastique stable. Ce procédé recommandé par le manuel de FLAC, est répété plusieurs fois, tout particulièrement pour les valeurs élevées de l'angle de frottement interne du sol, jusqu'à ce que la différence entre les valeurs de la capacité portante calculée en deux états stables successifs d'écoulement plastique devienne négligeable.

Une fondation rectangulaire rugueuse a été simulée en fixant le déplacement dans la direction horizontale des x et des y à zéro pour les nœuds représentant la fondation. La fondation rectangulaire lisse a été simulée en permettant le déplacement libre des nœuds dans la direction horizontale des x et des y.

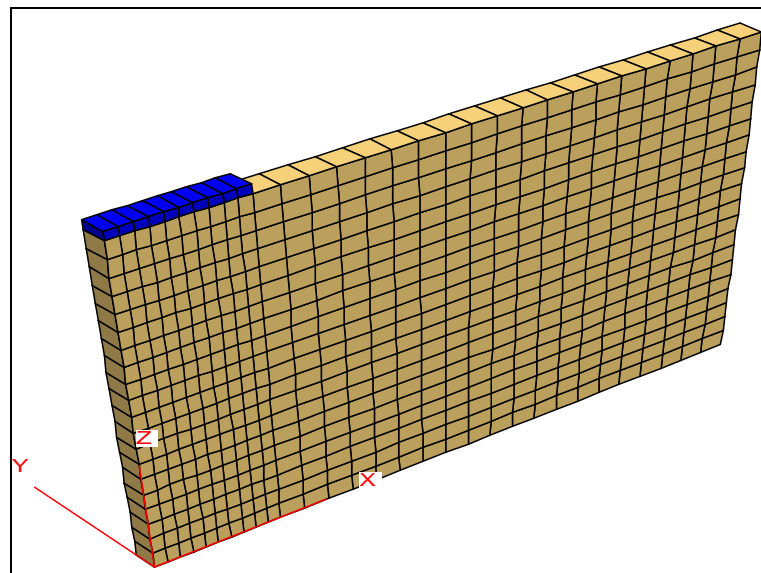


Figure 4.6 Maillage du modèle du test de validation (semelle filante)

4.4 Simulations préliminaires avec Flac^{3D}

a) Validation des procédures de simulation

Pour tester dès le départ, la procédure de simulation et éviter les erreurs malencontreuses qui peuvent se répercuter sur tout le travail, il existe un moyen très simple qui consiste à simuler avec Flac3D une semelle filante. En fait il y a lieu de limiter l'étude à une petite tranche y découpée par deux plans xz . Les conditions aux frontières consisteront à fixer le déplacement selon y des deux côtés de la tranche pour simuler une déformation plane. La figure 4.6 ci-dessus montre le maillage 2D effectué avec Flac 3D et la figure 4.7 illustre les conditions aux frontières relatives à la fondation filante telle que traitée par Flac3D.

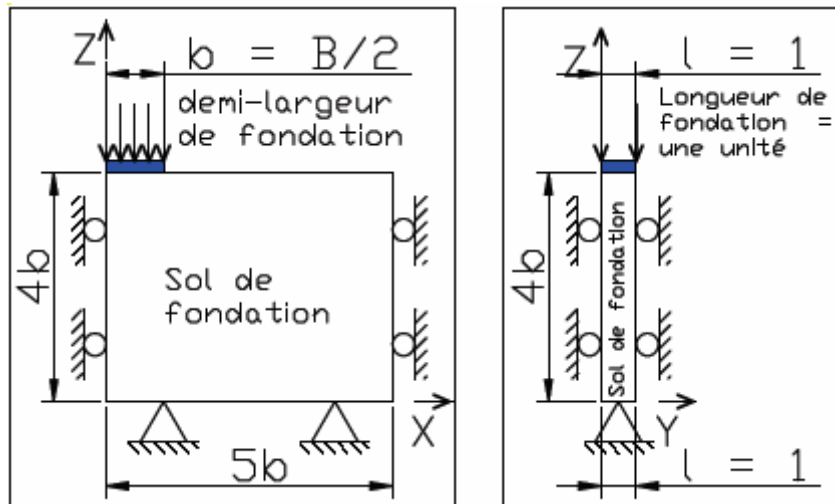


Figure 4.7 Conditions aux frontières du modèle de test de validation (semelle filante)

Le test de validation le plus simple consiste à faire la supposition d'un sol homogène purement cohérent. La pression limite que nous avons obtenue lors des calculs d'une semelle filante reposant sur un sol support rugueux sans frottement est de 5.148. Cette valeur est légèrement supérieure à la valeur exacte 5.142 (+0.12%). Ce qui devrait impliquer que nos présentes procédures de simulation en 3D sont acceptables.

b) Validation du domaine d'étude et du maillage

Pour arriver à un domaine d'étude optimal qui, d'une part ne soit pas inutilement très large pour consommer énormément de temps de calcul, mais d'autre part qui soit assez réfléchi pour réduire au minimum les effets de bords, nous avons procédé à un nombre

appréciable de simulations préliminaires pour arrêter les dimensions du domaine d'étude. Les frontières, longitudinale et transversale, ont été arrêtées à une distance de $4l$ et $5b$ respectivement (avec $l = L/2$ et $b = B/2$). La frontière inférieure selon l'axe vertical est placée à une profondeur égale à $4b$, comme indiqué sur la figure 4.3.

Pour ce qui est du maillage du domaine d'étude nous avons opté pour un maillage relativement régulier. L'augmentation de la taille du maillage a été progressive et régulière et loin de la zone de la semelle de fondation. Le maillage a été raffiné sous la fondation comme le montrent les figures 4.5 et 4.6. Pour ce faire et pour arrêter le nombre d'éléments sous la fondation, nous avons testé trois types de maillage et nous avons obtenu les résultats suivants pour le facteur de capacité portante d'une semelle lisse et $\varphi = 35^\circ$: un maillage grossier constitué de 5 éléments sous la fondation ($N_\gamma=19.90$), un maillage moyen constitué de 10 éléments sous la fondation ($N_\gamma=19.41$), et un maillage dense constitué de 15 éléments sous la fondation ($N_\gamma=19.34$). En définitive nous avons opté dans cette étude pour le maillage moyen qui permet d'avoir des résultats avec une précision acceptable et moyennant un temps de calcul convenable.

c) Mécanisme de rupture

La figure 4.8 illustre le mécanisme de rupture d'une fondation filante rugueuse, le mécanisme est représenté par les vitesses de déformations de cisaillements, associées avec les vecteurs déplacements. On peut remarquer que ce mécanisme est bien semblable au mécanisme de rupture évoqué dans la partie bibliographie du chapitre 2 (revoir la figure 2.9).

d) Test de l'influence des caractéristiques élastiques du sol

Pour étudier l'influence des caractéristiques élastiques du sol sur la capacité portante de la fondation, on a procédé à des simulations sur une fondation filante ($L/B=$) rugueuse, reposant sur un sol de Mohr-Coulomb frottant sans cohésion tel que $\varphi = \psi = 20^\circ$. La première simulation est faite avec $K=30$ Mpa et $G=15$ Mpa et dans la deuxième simulation nous considérons $K=3$ Mpa et $G=1.5$ Mpa.

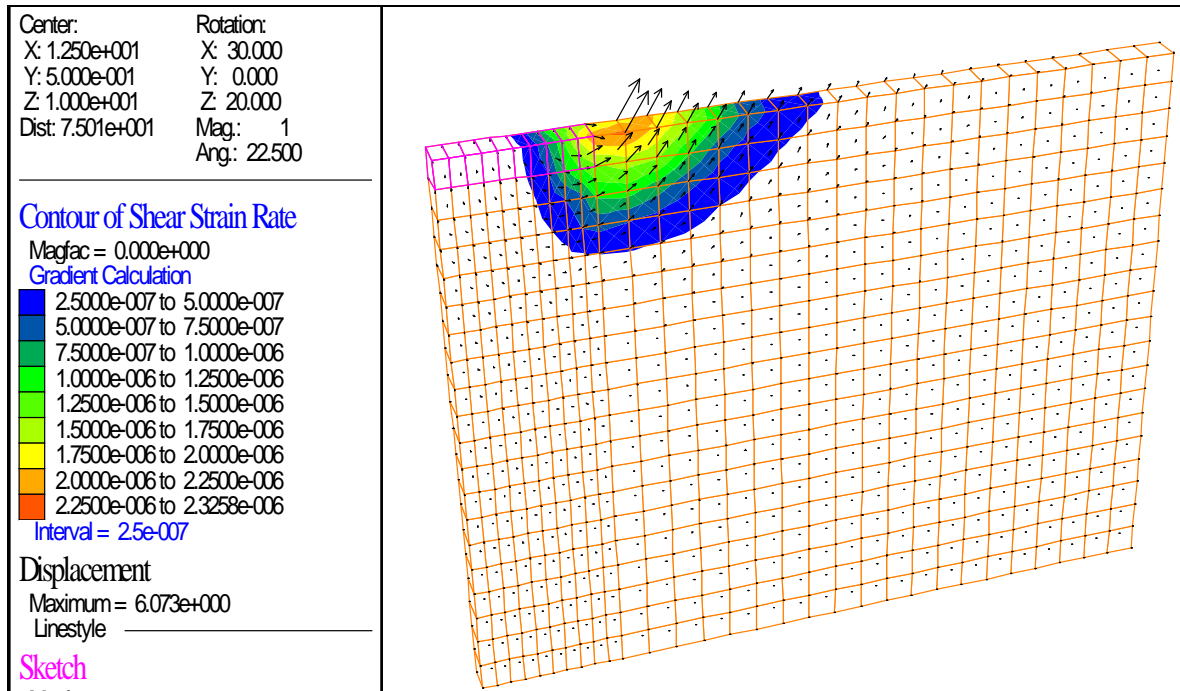


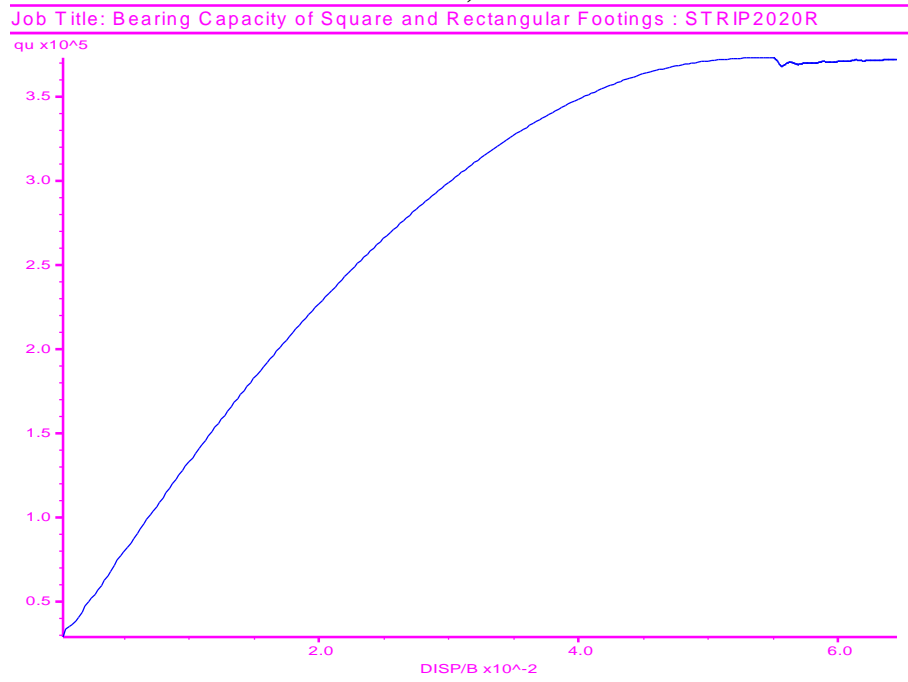
Figure 4.8 Contours des vitesses de déformations de cisaillement, associés avec les vecteurs du champ des déplacements, pour une fondation filante rugueuse et $\varphi = \psi = 25^\circ$

La courbe charge-tassement (figure 4.9) montre que les deux simulations présentent des pentes charge-tassement différentes mais une pression ultime identique (égale ici à 0.37 Mpa). En effet la comparaison entre la figure 4.9a et 4.9b montre que la pente de la courbe (charge-tassement) est plus raide dans le cas de la simulation qui présente les caractéristiques élastiques les plus élevées.

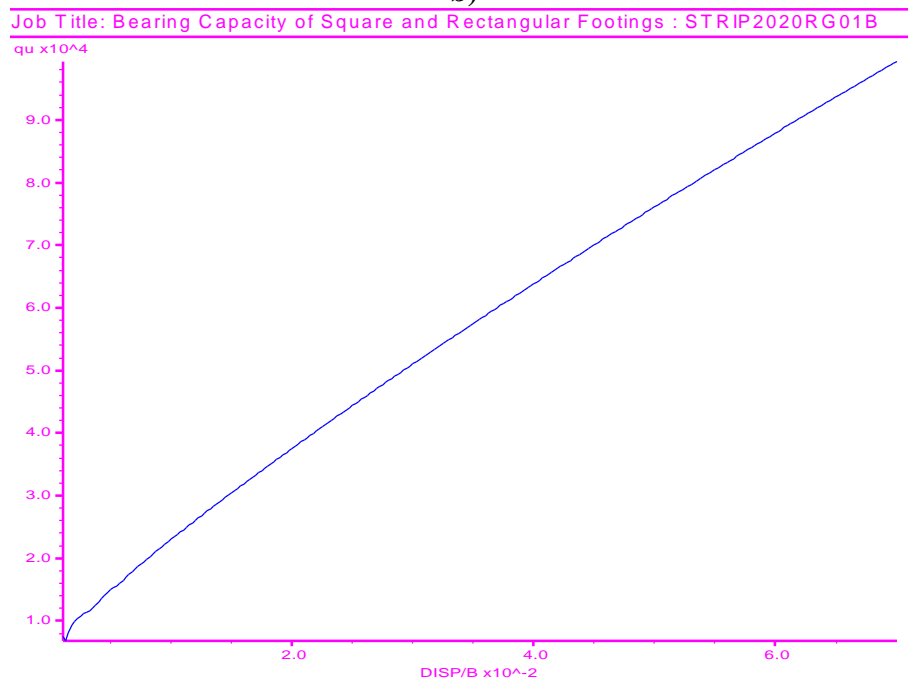
Signalons, pour éviter toute nuance, que les figures 4.9b et 4.9c représentent les résultats de la même simulation (deuxième cas) sauf qu'on a agi sur l'échelle des abscisses pour que la comparaison entre les deux simulations soit plus claire et plus cohérente.

Nous pouvons à la suite de ces résultats conclure que les caractéristiques élastiques du sol n'ont aucune influence sur la capacité portante ultime, mais, influent uniquement sur la pente de la courbe charge-tassement.

a)



b)



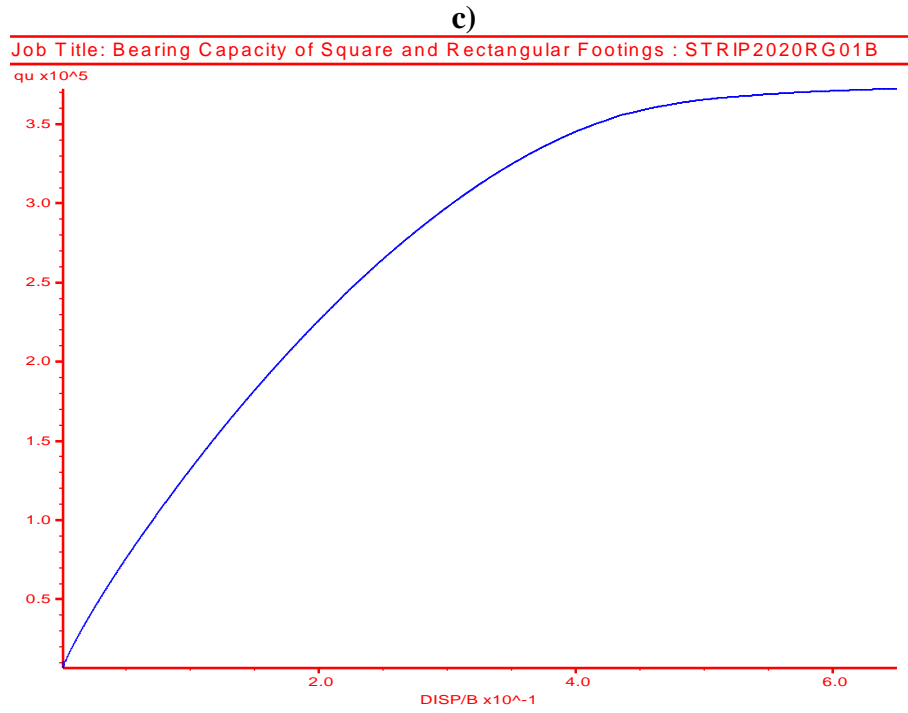


Figure 4.9 Effet des caractéristiques élastiques du sol sur la courbe charge - tassement :
(a) $K = 30$ MPa, $G = 15$ MPa, (b) et (c) $K = 3$ MPa, $G = 1.5$ MPa

4.5 Résultats des calculs et discussions

Le facteur de capacité portante N_γ dépend du poids volumique du sol γ . Pour le calcul de N_γ , on considère un sol sans cohésion ($c = 0$) et sans surcharge ($q = 0$). Par conséquent, l'équation généralisée de la capacité portante (4.8) devient :

$$q_u = \frac{1}{2} B \gamma s_\gamma N_\gamma = \frac{1}{2} B \gamma N'_\gamma \quad (4.14)$$

Où N'_γ est le facteur de capacité portante relatif à la fondation rectangulaire ou carrée.

Les valeurs du facteur de capacité portante N'_γ sont présentées sur le tableau 4.1 pour $L/B = 1, 2, 3, 5, \dots$. Le tableau 4.1 montre bien la variation de N'_γ avec ϕ , ψ et L/B , pour les semelles rectangulaires lisses et rugueuses. On peut d'abord déduire du tableau 4.1 que pour les fondations rugueuses, la fondation carrée ($L/B=1$) présente la plus faible valeur de N'_γ pour les valeurs de $\phi < 35^\circ$, mais pour $\phi > 35^\circ$ c'est la fondation carrée qui présente la plus grande valeur de N'_γ . Le même comportement peut être observé pour les fondations lisses, mais pour $\phi = 40^\circ$ au lieu de 35° .

Les figures. 4.10 et 4.11 montrent la variation de N'_γ avec ϕ et ψ respectivement pour les fondations filantes ($L/B = \dots$) et pour les fondations rectangulaires pour le cas de $L/B = 2$. Les résultats montrent que N'_γ croît largement avec l'augmentation de ϕ . D'autre part, la dilatance a une grande influence sur l'importance du facteur de capacité portante particulièrement pour les valeurs élevées de ϕ . N'_γ décroît d'une manière significative quand ψ décroît, et l'écart entre les deux valeurs de N'_γ relatives à un matériau associatif et à un matériau non-associatif, pour le même angle de frottement ϕ , augmente avec l'augmentation de ϕ , notamment pour les valeurs de $\phi > 30^\circ$. En outre, N'_γ diminue considérablement lorsque $\phi > 30^\circ$ et que le rapport ψ/ϕ diminue de $1/2$ à 0 . Pour $\psi/\phi > 1/2$, la diminution de N'_γ semble moins importante.

Les valeurs de N'_γ pour les fondations rectangulaires rugueuses sont clairement plus grandes que celles des fondations rectangulaires lisses. La valeur de N'_γ est considérablement plus importante pour une fondation rugueuse que pour la même fondation lisse et ce, pour toutes les valeurs de ϕ .

Tableau 4.1 Facteur de capacité portante N'_γ des fondations rectangulaires lisses et rugueuses

φ °	L/B	Fondations rectangulaires lisses			-	Fondations rectangulaires rugueuses		
		Variation de ψ				Variation de ψ		
		φ	$\varphi/2$	0		φ	$\varphi/2$	0
20		1.95	1.88	1.72		3.38	3.31	3.15
	1	1.57	1.54	1.48		2.67	2.49	2.31
	2	1.76	1.72	1.64		2.97	2.78	2.59
	3	1.81	*	-		3.12	-	-
	5	1.86	-	-		3.24	-	-
25		4.05	3.91	3.58		7.24	7.04	6.66
	1	3.36	3.27	3.08		5.90	5.48	4.86
	2	3.71	3.59	3.38		6.69	6.32	5.70
	3	3.82	-	-		6.89	-	-
	5	3.91	-	-		7.04	-	-
30		8.60	8.39	7.96		15.61	14.96	13.58
	1	7.41	7.18	6.63		14.13	13.14	11.02
	2	7.91	7.66	7.06		15.88	14.75	12.87
	3	8.02	-	-		15.80	-	-
	5	8.11	-	-		15.63	-	-
35		19.41	18.92	17.37		35.80	33.94	28.60
	1	18.21	17.23	15.52		37.16	33.99	28.21
	2	18.88	18.09	16.40		38.31	35.50	30.31
	3	18.87	-	-		37.59	-	-
	5	18.86	-	-		37.12	-	-
40		45.95	44.52	36.61		86.92	78.22	48.76
	1	48.42	45.68	39.57		105.17	94.32	58.15
	2	48.00	45.98	39.05		104.30	94.33	56.45
	3	47.12	-	-		99.96	-	-
	5	46.37	-	-		96.48	-	-

- * : non calculées

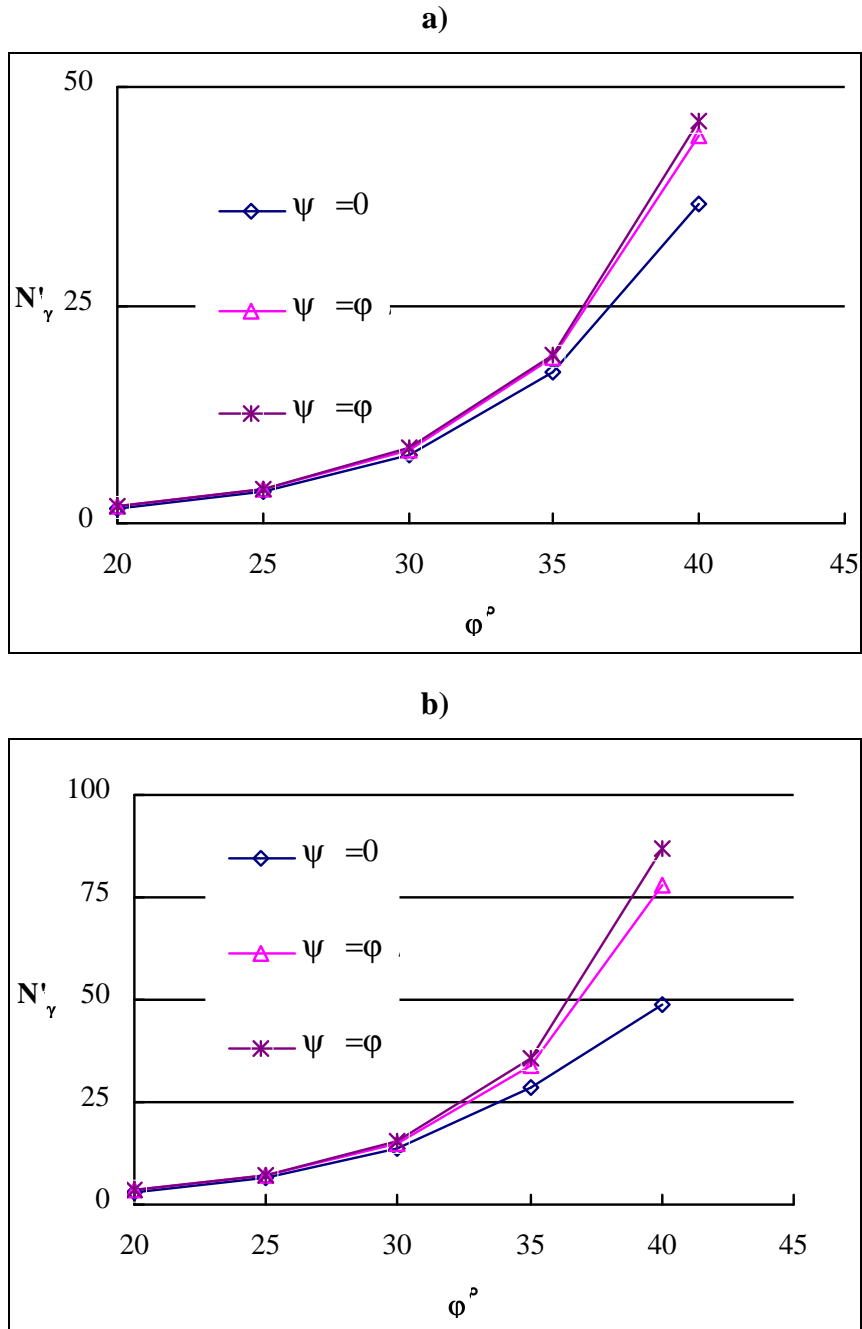


Figure 4.10 Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec ϕ et ψ pour une fondation filante : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

La figure 4.12 montre la distribution des contraintes sous l'axe transversal des fondations rectangulaires, carrées et filantes ($L/B = 1$ à) lisses et rugueuses pour $\phi=\psi=40^\circ$. La distribution des contraintes telle qu'elle se présente sur la figure 4.12 est de forme parabolique dont le maximum se trouve sur l'axe de symétrie, longitudinal. La figure 4.12 montre que les contraintes sous la fondation rugueuse sont plus importantes que celles sous la fondation lisse. Aussi, les fondations de forme carrée présentent des contraintes

verticales sous la fondation plus importantes que celles de toutes les autres formes. Cet effet est aussi observé sur la figure 4.13 qui montre les contours des contraintes verticales où l'on remarque la différence dans la distribution et la concentration des contraintes verticales entre une fondation carrée d'une part et une fondation rectangulaire ($L/B=5$) d'autre part. Par ailleurs, on peut remarquer que pour les fondations relativement longues ($L/B \geq 3$) la distribution des contraintes verticales est très proche d'une fondation filante.

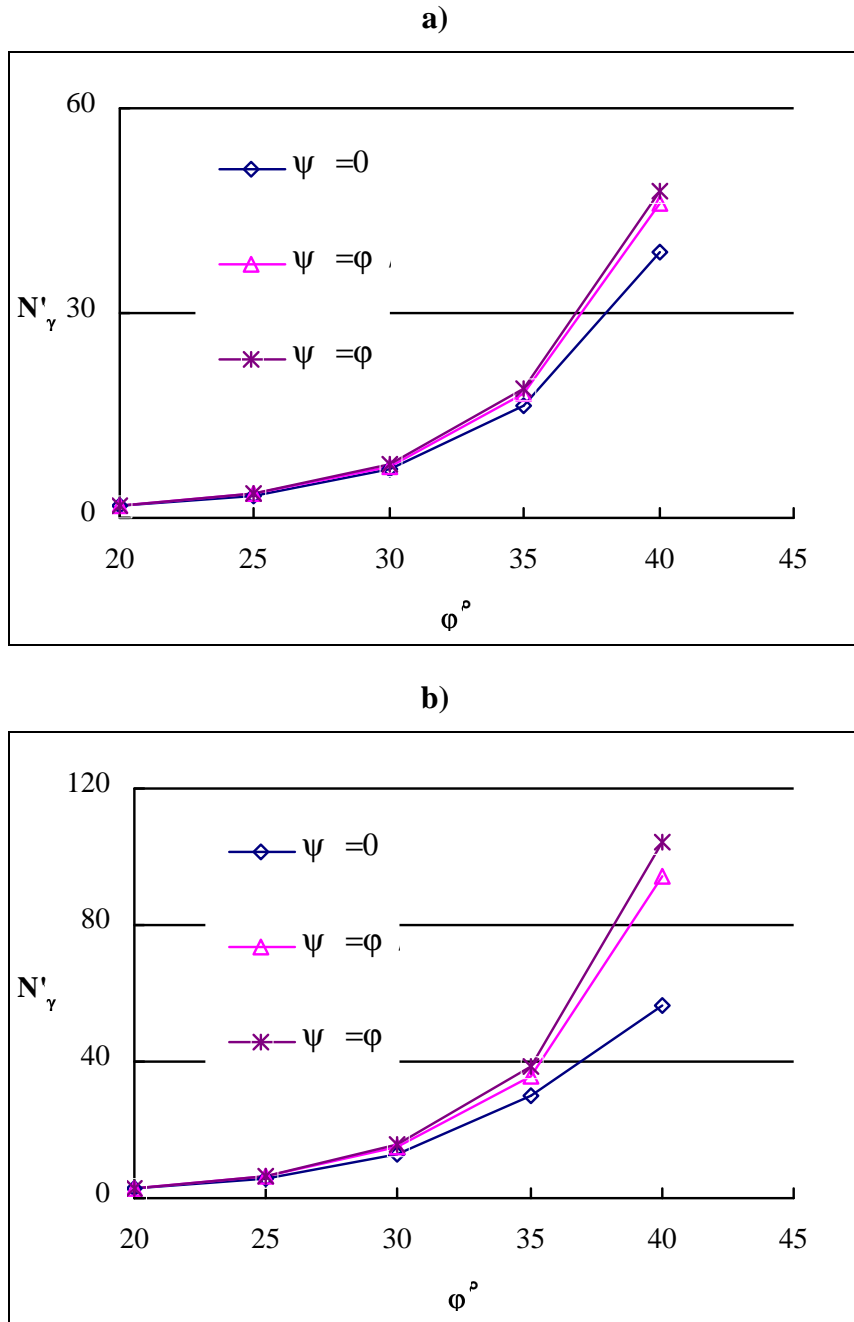


Figure 4.11 Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec ϕ et ψ pour une fondation rectangulaire ($L/B = 2$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

L'effet de la dilatance ψ sur la capacité portante évoqué ci-dessus et mis en évidence par les figures 4.10 et 4.11 est également illustré sur la figure 4.14. Cette dernière figure présente le mécanisme de rupture du sol de fondation illustré par les contours des vitesses de déformation de cisaillement, associés avec les vecteurs du champ des déplacements. On peut remarquer que pour le même angle de frottement $\phi=40^\circ$, lorsque l'angle de la dilatance augmente de 0 à 40° , l'intensité des déplacements augmente et l'étendue des contours de déformation de cisaillement devient plus large.

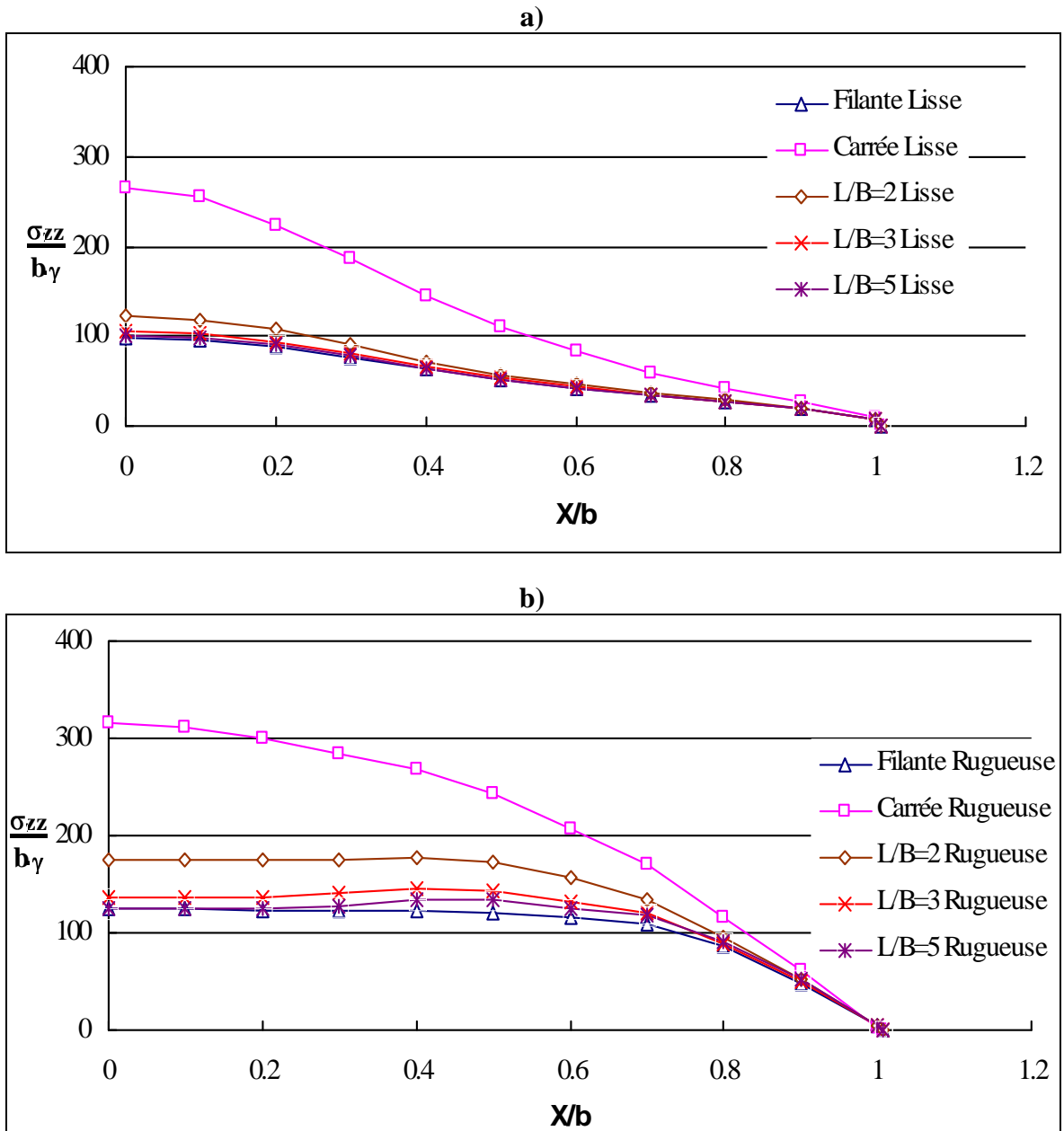


Figure 4.12 Distribution des contraintes sous une fondation rectangulaire de largeur B et de longueur L (Cas de $L/B = 1 ; 2 ; 3 ; 5 ;$ infini), $\phi=\psi=40^\circ$: (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

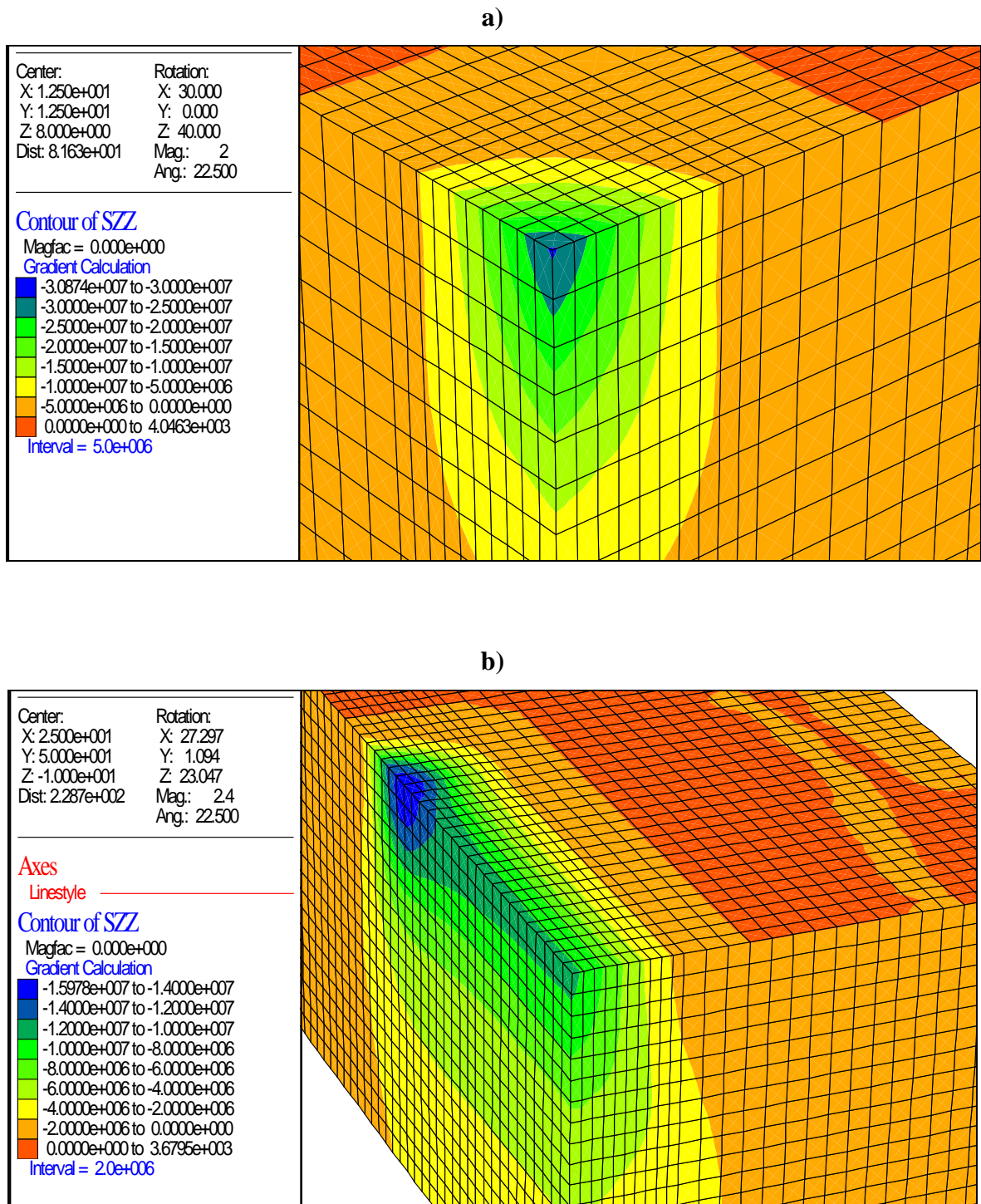
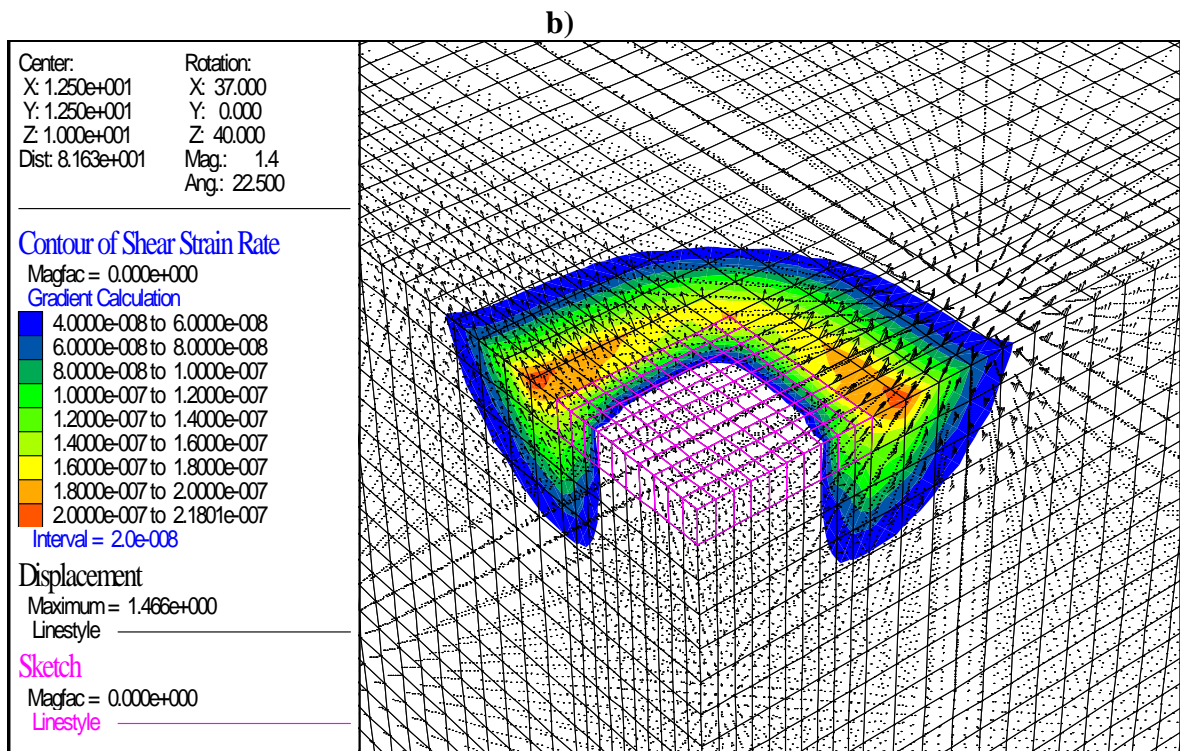
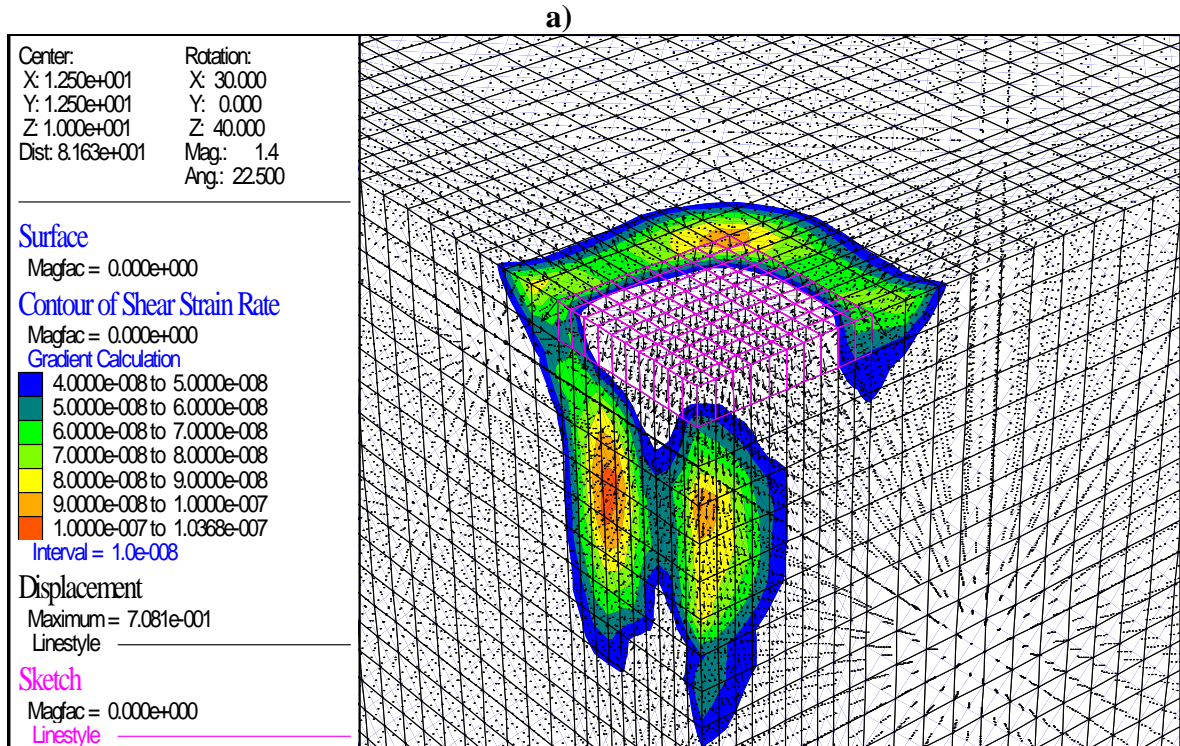


Figure 4.13 Contours des contraintes verticales sous une fondation rectangulaire lisse, $\phi=\psi=40^\circ$: (a) fondation carrée et (b) fondation rectangulaire $L/B = 5$



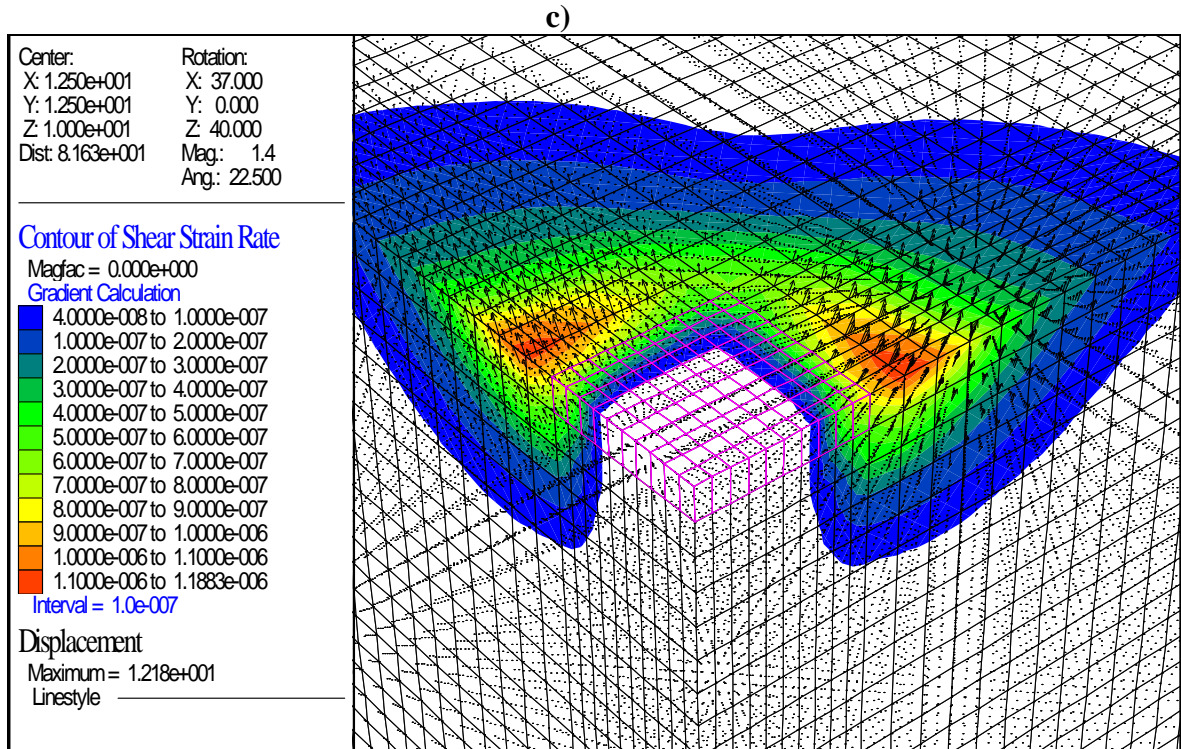


Figure 4.14 Contours des vitesses de déformations de cisaillement, associés avec les vecteurs du champ des déplacements, pour une fondation carrée rugueuse ($L/B=1$) et $\varphi = 40^\circ$; (a) $\psi = 0^\circ$, (b) $\psi = 20^\circ$, et (c) $\psi = 40^\circ$

A titre de remarque, on pourra noter la symétrie diagonale montrée par le mécanisme de rupture de la semelle carrée de la figure 4.14 pour toutes les valeurs de ψ .

Le mécanisme de rupture d'une fondation rectangulaire ($L/B=2$) est illustré par les figures 4.15 ($\varphi=\psi=40^\circ$) et 4.16 ($\varphi=\psi=20^\circ$). Ces deux figures montrent notamment que les contours de déformation de cisaillement sont plus étendus pour le cas des fondations rugueuses.

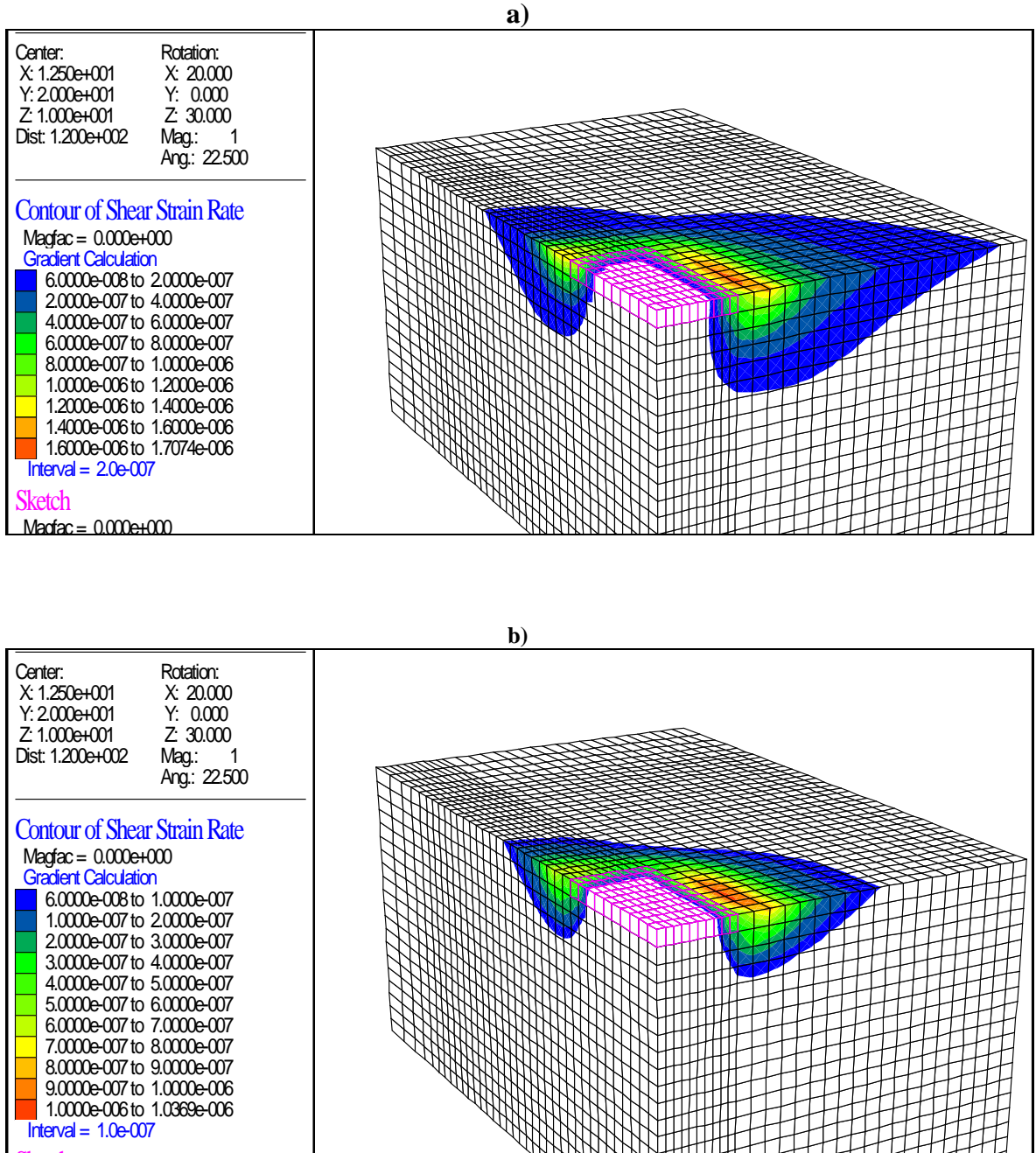


Figure 4.15 Contours des vitesses de déformations de cisaillement pour une fondation rectangulaire ($L/B=2$) et $\varphi = \psi = 40^\circ$: (a) fondation rugueuse, (b) fondation lisse

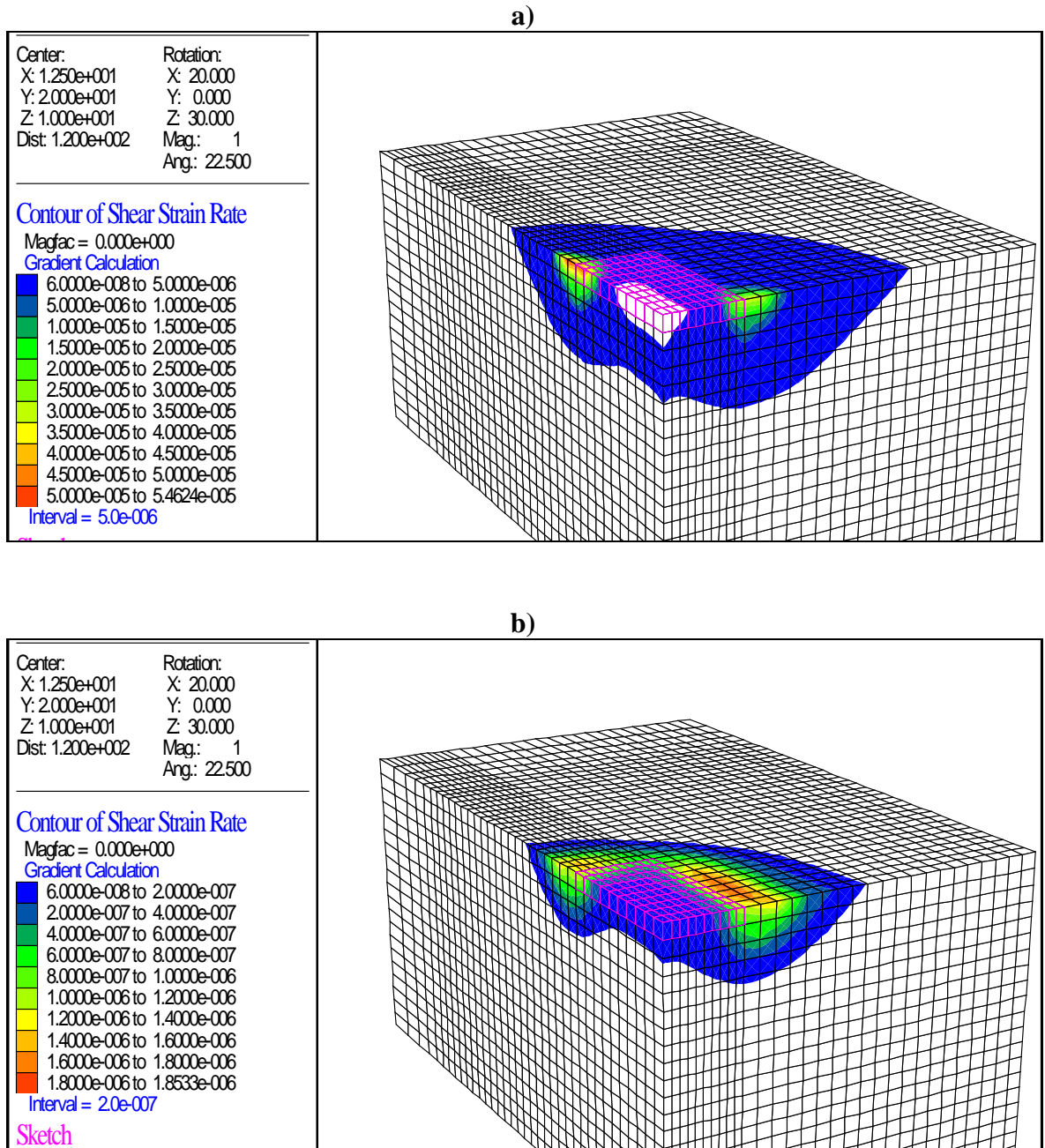


Figure 4.16 Contours des vitesses de déformations de cisaillement pour une fondation rectangulaire ($L/B=2$) et $\varphi = \psi = 20^\circ$: (a) fondation rugueuse, (b) fondation lisse

La variation de N'_γ avec le rapport B/L est montrée sur la figure 4.17 pour les fondations rectangulaires, carrées et filantes lisses et rugueuses (L/B variant de 1 à ∞ , ou B/L variant de 0 à 1). On peut noter les remarques suivantes :

Pour les fondations lisses, et pour les valeurs de $\varphi < 40^\circ$, N'_γ est croissant quand L/B augmente (B/L diminue), c'est-à-dire que N'_γ relatif à une fondation filante est toujours plus

grand que N'_γ relatif à une fondation rectangulaire ou carrée. Mais quand φ devient plus grand ou égal à 40° , la tendance s'inverse et N'_γ est décroissant quand L/B augmente (B/L diminue), c'est-à-dire que N_γ relatif à une fondation filante est toujours plus petit que N'_γ relatif à une fondation rectangulaire ou carrée.

Pour les fondations rugueuses, N'_γ est croissant quand L/B augmente (B/L diminue) pour les valeurs de $\varphi < 30^\circ$ et N_γ de la fondation filante est toujours plus grand que N'_γ de la fondation rectangulaire ou carrée. Par contre N'_γ est décroissant quand L/B augmente (B/L diminue) pour $\varphi > 35^\circ$ et N_γ de la fondation filante est toujours plus petit que N'_γ de la fondation rectangulaire ou carrée. Par ailleurs pour les valeurs de φ telles que $30^\circ < \varphi < 35^\circ$ la variation de N'_γ n'est pas monotone, on peut la décrire comme suit, tous les N'_γ (sauf le cas de la fondation carrée correspondant à $\varphi = 30^\circ$) sont supérieurs à N_γ de la fondation filante, et la valeur maximale de N'_γ correspond à $L/B = 2$. En fait pour $30^\circ < \varphi < 35^\circ$, N'_γ est croissant quand L/B augmente de 1 à 2, puis N'_γ est décroissant pour $L/B > 2$.

Parmi aussi les objectifs de cette étude figure la vérification de l'approche du matériau équivalent associé proposée par Drescher et Detournay [53] pour les sols non-associés et exprimée par les équations (4.12) et (4.13). Pour ce faire, un calcul numérique est opéré. L'investigation a été faite pour deux angles de frottement, un faible angle $\varphi = 20^\circ$ et un angle relativement important $\varphi = 35^\circ$. Deux types de support ont été considérés, le premier parfaitement lisse et le second parfaitement rugueux. Enfin deux angles de dilatance ont été testés $\psi = \varphi/2$ et $\psi = 0$. Le tableau 4.2 présente un calcul comparatif du facteur de capacité portante d'abord par un calcul direct tenant compte des paramètres φ et ψ du sol non-associé et en second lieu en utilisant la notion du matériau équivalent qui permet à un matériau non-associé ($\psi < \varphi$) d'être assimilé à un matériau associé équivalent en remplaçant φ par φ^* tel que exprimé par l'équation 4.12. On peut noter que les valeurs de N'_γ calculées avec φ^* ($\psi^* = \varphi^*$) sont très faibles comparativement aux mêmes valeurs calculées directement en considérant un matériau non-associé ($\psi < \varphi$). Par ailleurs, les écarts entre les deux grandeurs deviennent très importants pour les valeurs élevées de φ . L'écart pour une fondation carrée rugueuse est de l'ordre de 23% pour $\psi = \varphi/2$ et atteint 105% pour $\psi = 0$.

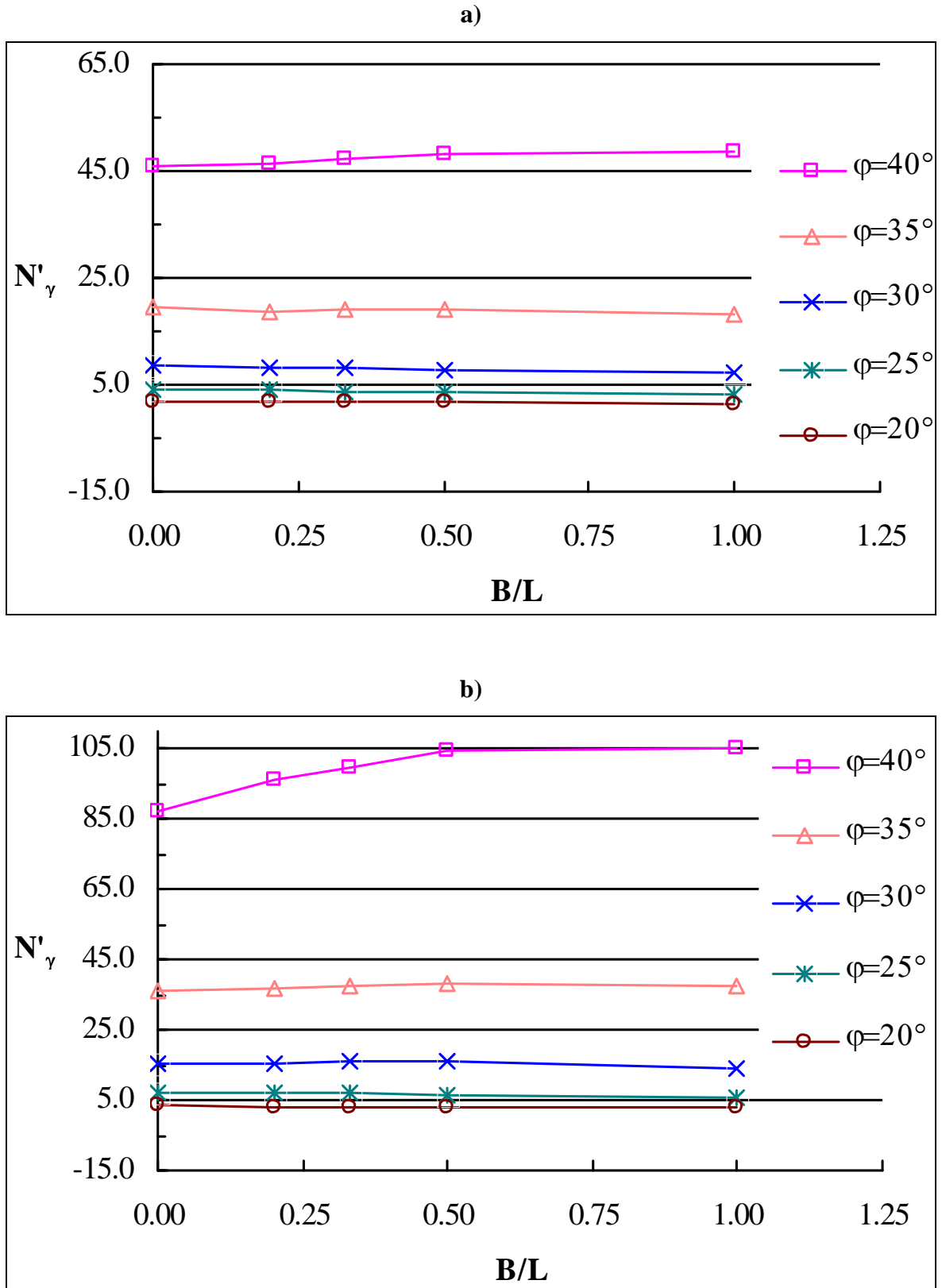


Figure 4.17 Variation du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation rectangulaire avec B/L , le sol considéré est associé ($\phi = \psi$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

Tableau 4.2 Comparaison entre N'_γ évalué par simulations directes et N'_γ déterminé en considérant un matériau équivalent

φ °	Support	L/B	Simulations directes		Simulations en considérant un matériau équivalent	
			Variation de ψ		Variation de ψ	
			$\varphi/2$	0	$\varphi/2$	0
20	Lisse	1	1.88	1.72	1.87	1.67
			1.54	1.48	1.50	1.33
		2	1.72	1.64	1.68	1.50
20	Rugueux	1	3.31	3.15	3.24	2.87
			2.49	2.31	2.54	2.22
		2	2.78	2.59	2.82	2.47
35	Lisse	1	18.92	17.37	15.32	8.38
			17.23	15.52	13.82	7.22
		2	18.09	16.40	14.60	7.76
35	Rugueux	1	33.94	28.60	28.13	15.25
			33.99	28.21	27.56	13.73
		2	35.50	30.31	28.71	14.72

Le tableau 4.3 présente les coefficients de correction de forme s_γ calculés dans cette étude pour les fondations rectangulaires lisses et rugueuses. Pour rappel s_γ est déduit de la l'équation 4.14 comme suit :

$$s_\gamma = \frac{N'_\gamma}{N_\gamma} \quad (4.15)$$

Où N'_γ est le facteur de capacité portante relatif à la fondation rectangulaire ou carrée et N_γ est le facteur de capacité portante relatif à la fondation filante de même largeur B.

Les remarques suivantes peuvent être exprimées :

- s_γ est variable avec l'angle de frottement φ et le rapport géométrique L/B pour les deux types de support lisse et rugueux ;
- s_γ , pour un angle de frottement φ donné, est aussi variable avec la dilatance. Peu importante quand $\psi > \varphi/2$, la diminution de s_γ devient très remarquable quand $\psi < \varphi/2$;

- Par ailleurs et pour un sol de fondation associé ($\psi = \varphi$), on peut noter que pour les fondations lisses, $s_\gamma < 1$ pour les valeurs de $\varphi < 40^\circ$. Par contre $s_\gamma > 1$ pour les valeurs de $\varphi > 40^\circ$;
- Pour les supports rugueux $s_\gamma < 1$ pour les valeurs de $\varphi < 30^\circ$. Par contre $s_\gamma > 1$ pour les valeurs de $\varphi > 30^\circ$. Mais pour les valeurs de φ comprises entre 30° et 40° ($30^\circ < \varphi < 40^\circ$) $s_\gamma > 1$ (sauf le cas de la fondation carrée correspondant à $\varphi = 30^\circ$ où $s_\gamma < 1$).

Tableau 4.3 Coefficient de forme s_γ des fondations rectangulaires lisses et rugueuses

φ °	L/B	Fondations rectangulaires lisses			Fondations rectangulaires rugueuses		
		Variation de ψ			Variation de ψ		
		φ	$\varphi/2$	0	φ	$\varphi/2$	0
20	1	0.81	0.82	0.86	0.79	0.75	0.73
	2	0.90	0.91	0.95	0.88	0.84	0.82
	3	0.93	-*	-	0.92	-	-
	5	0.95	-	-	0.96	-	-
25	1	0.83	0.84	0.86	0.81	0.78	0.73
	2	0.92	0.92	0.94	0.92	0.90	0.86
	3	0.94	-	-	0.95	-	-
	5	0.97	-	-	0.97	-	-
30	1	0.86	0.86	0.83	0.91	0.88	0.81
	2	0.92	0.91	0.89	1.02	0.99	0.95
	3	0.93	-	-	1.01	-	-
	5	0.94	-	-	1.00	-	-
35	1	0.94	0.91	0.89	1.04	1.00	0.99
	2	0.97	0.96	0.94	1.07	1.05	1.06
	3	0.97	-	-	1.05	-	-
	5	0.97	-	-	1.04	-	-
40	1	1.05	1.03	1.08	1.21	1.21	1.19
	2	1.04	1.03	1.07	1.20	1.21	1.16
	3	1.03	-	-	1.15	-	-
	5	1.01	-	-	1.11	-	-

-* : non calculées

Dans le tableau 4.4 nous avons voulu rappeler les valeurs du coefficient de capacité portante N'_γ relatif à la fondation rugueuse filante reposant à la surface d'un sol frottant sans cohésion, à savoir les valeurs issues de la présente étude et la comparaison avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes. .

Tableau 4.4 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations filantes rugueuses

Méthode utilisée pour la détermination de N'_γ									
φ	Différences finies	Contraintes caractéristiques		Equilibre limite	Eurocode7	Analyse limite numérique			
	(°)	Présente Etude	Martin [16]	Hansen [50]	Meyerhof [5]	Eurocode7 [51]	Michalowski [13]	Borne Inférieure Lyamin et al. [28]	Borne Supérieure
20	3.38	2.84	2.95	2.87	3.93	4.47	-	-	
25	7.24	6.49	6.76	6.77	9.01	9.77	6.44	7.09	
30	15.61	14.75	15.07	15.67	20.09	21.39	14.57	15.90	
35	35.80	34.48	33.92	37.15	45.23	46.68	33.81	36.98	
40	86.92	85.57	79.54	93.69	106.05	118.83	82.29	91.86	

Le tableau 4.5 et la figure 4.18 permettent de comparer les présents résultats concernant les facteurs de capacité portante N'_γ relatifs aux fondations rectangulaires et carrées posées sur un support rugueux, issus de la présente étude avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes. Le choix de l'interface sol-fondation rugueux pour la comparaison est justifié par le fait que les travaux disponibles dans la littérature et relatifs aux fondations tridimensionnelles se rapportent tous au cas rugueux.

On peut remarquer d'abord que les calculs élaborés par Antao et al. [29] ont bien amélioré la borne supérieure établie précédemment par Lyamin et al. [28] et ce, pour toutes les valeurs de φ et de L/B . A titre d'exemple pour $\varphi=40^\circ$ et $L/B=2$, N'_γ est de 130.59 pour Antao et al. [29] alors que pour Lyamin et al. [28] N'_γ est de 233.92.

D'autre part Zhu et Michalowski [27] présentent des coefficients de capacité portante relativement élevés, comparativement avec les autres auteurs et sont compris entre la borne

supérieure établie par Antao et al. [29] et celle de Lyamin et al. [28] et ce, pour toutes les valeurs de φ et de L/B .

Scindons maintenant le reste des commentaires en deux parties, la première concerne les faibles angles de frottement et la seconde se rapportera à un angle de frottement élevé.

Pour un sol ayant un angle de frottement modéré (soit $\varphi=25^\circ$), on peut noter que les N'_γ proposés par l'Eurocode 7 [51] ne sont pas du côté de la sécurité, car supérieurs à cette présente étude et aussi supérieurs à la borne supérieure établie par Antao et al. [29]. Hansen avait proposé les N'_γ les plus faibles de la littérature et en deçà même de la borne inférieure pour $L/B=1$. La courbe de variation de N'_γ avec L/B proposée empiriquement par Meyerhof [5] et qui est décroissante quand L/B augmente n'est pas validée numériquement où on observe une tendance contraire à savoir que N'_γ croît quand L/B augmente. Enfin quant aux résultats de notre présente étude, ils concordent davantage avec ceux de Antao et al. [29].

Pour un sol ayant un angle de frottement élevé (soit $\varphi=40^\circ$), les N'_γ proposés par l'Eurocode 7 [51] sont maintenant du côté de la sécurité, car inférieurs à cette présente étude et aussi inférieurs à la borne supérieure établie par Antao et al. [29], cependant l'Eurocode 7 [51] présente des valeurs inférieures à la borne inférieure pour le cas d'une fondation carrée. Hansen avait proposé les N'_γ les plus faibles de la littérature et en dessous de la borne inférieure pour $1 < L/B < 3$. Les résultats de notre présente étude concordent davantage avec ceux de Meyerhof [5] d'une part et avec l'Eurocode 7 [51] d'autre part, sauf pour le cas de la fondation carrée où un écart est noté entre les résultats des trois auteurs.

Le tableau 4.6 et la figure 4.19 permettent de comparer les présents résultats concernant les coefficients de correction de forme s_γ relatifs aux fondations rectangulaires et carrées posées sur un support rugueux, issus de la présente étude avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes.

Comme pour l'étude du coefficient de capacité portante scindons cette analyse en deux parties, la première s'intéresse aux faibles angles de frottement et la seconde concernera les angles de frottement élevés.

Pour un sol ayant un angle de frottement modéré (soit $\varphi=25^\circ$), la présente étude concorde avec Zhu et Michalowski [27] et Antao et al. [29], où s_γ est inférieur à 1 et

présente une variation croissante avec L/B et une allure asymptotique avec la droite $s_\gamma=1$ pour $L/B \geq 3$. Néanmoins les coefficients de forme proposés par Meyerhof [5] ne suivent pas cette tendance et sont supérieurs à 1 quel que soit L/B . Aussi, les coefficients de forme de l'Eurocode 7 [51] suivent la même allure que ceux évalués numériquement mais sont nettement plus faibles que ces derniers.

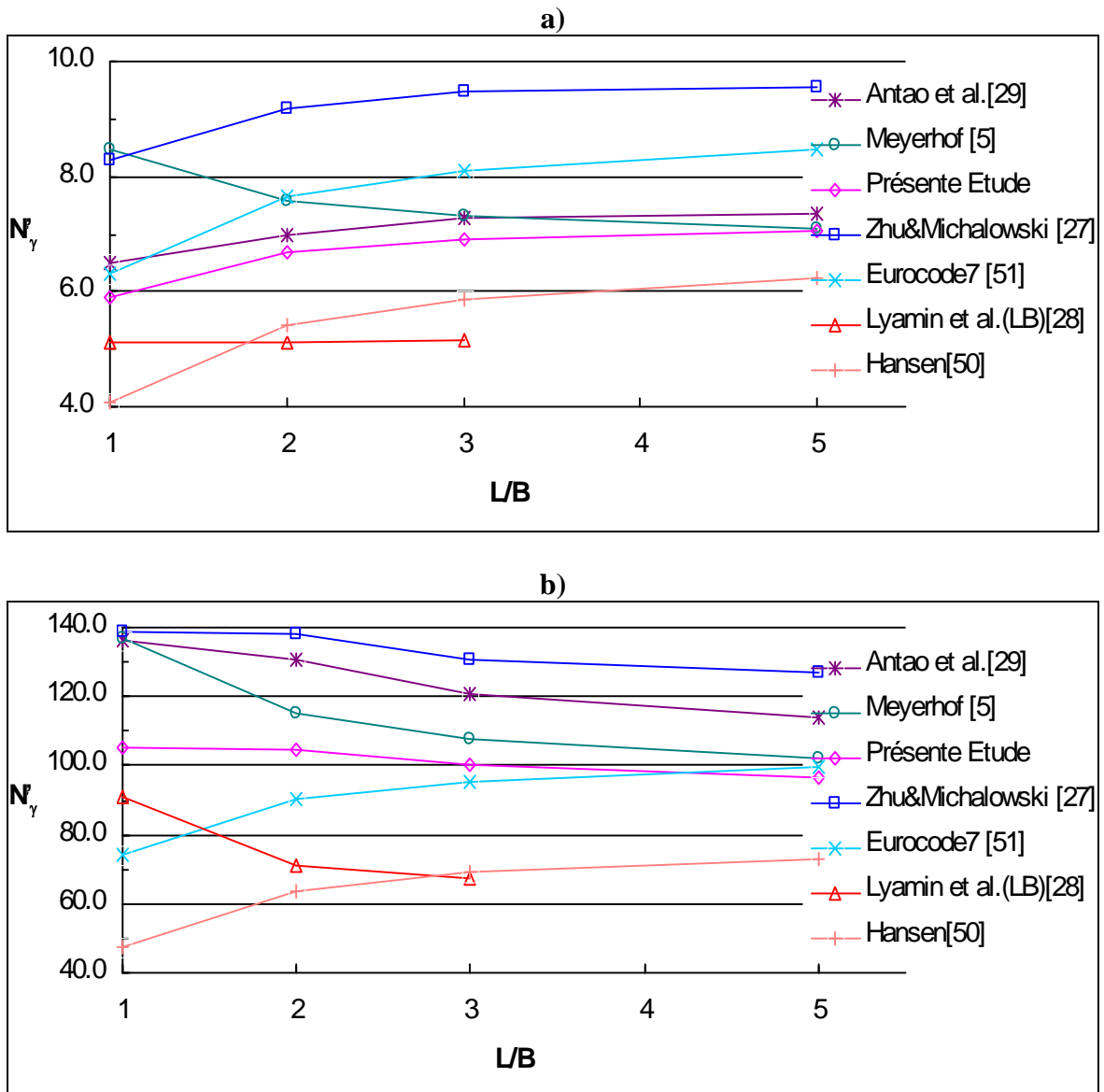


Figure 4.18 Comparaison des valeurs de N'_γ des fondations rectangulaires issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour une fondation rugueuse et L/B variable; le sol considéré est associé ($\phi = \psi$) : (a) $\phi = 25^\circ$ et (b) $\phi = 40^\circ$

Pour un sol présentant un frottement élevé (soit $\phi=40^\circ$), et contrairement aux sols à faible frottement, on remarque que les valeurs proposées pour s_γ par les différents auteurs

sont supérieures à 1 quel que soit L/B, sauf pour l’Eurocode 7 [51] qui propose un s_γ inférieur à 1 et garde une variation indépendante de φ , contrairement aux résultats des études numériques qui montrent la variation de s_γ avec φ . Par contre le calcul numérique valide bien la courbe de variation de s_γ proposée par Meyerhof [5]. Quant à la présente étude, elle concorde bien surtout avec Zhu et Michalowski [27] et Meyerhof [5] sauf peut être pour L/B=1 (cas de la semelle carrée) où Meyerhof [5] propose une valeur du coefficient s_γ relativement élevée.

Tableau 4.5 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations rectangulaires rugueuses

L/B	φ (°)	Différences finies	Méthodes Empiriques			Eléments finis	Analyse limite numérique		
		Présente Etude	Meyerhof [5]	Hansen [50]	Eurocode7 [51]	Zhu et Michalowski [27]	Borne Sup. Antao et al. [29]	Borne Inférieure Lyamin et al. [28]	Borne Supérieure
1	20	2.67	3.44	1.77	2.75	3.62	2.60	-	-
	30	14.13	20.37	9.04	14.07	19.90	16.60	12.67	21.82
	35	37.16	50.90	20.35	31.66	47.61	45.01	32.96	58.60
	40	105.17	136.79	47.72	74.24	139.03	136.43	91.04	184.73
2	20	2.97	3.16	2.36	3.34	4.07	3.02	-	-
	30	15.88	18.02	12.06	17.08	21.39	17.57	12.10	27.57
	35	38.31	43.84	27.14	38.44	49.02	45.24	28.87	71.77
	40	104.30	115.24	63.63	90.15	137.84	130.59	71.10	233.92
3	20	3.12	3.07	2.57	3.54	4.24	3.07	-	-
	30	15.80	17.24	13.11	18.08	21.61	17.47	12.08	26.13
	35	37.59	41.61	29.51	40.71	48.08	43.79	28.11	68.69
	40	99.96	107.74	69.20	95.45	130.71	120.94	67.37	214.76
5	20	3.24	2.98	2.71	3.69	4.33	3.18	-	-
	30	15.63	16.61	13.86	18.89	21.39	17.32	-	-
	35	37.12	39.75	31.21	42.51	47.15	42.29	-	-
	40	96.48	102.12	73.18	99.69	127.14	113.79	-	-

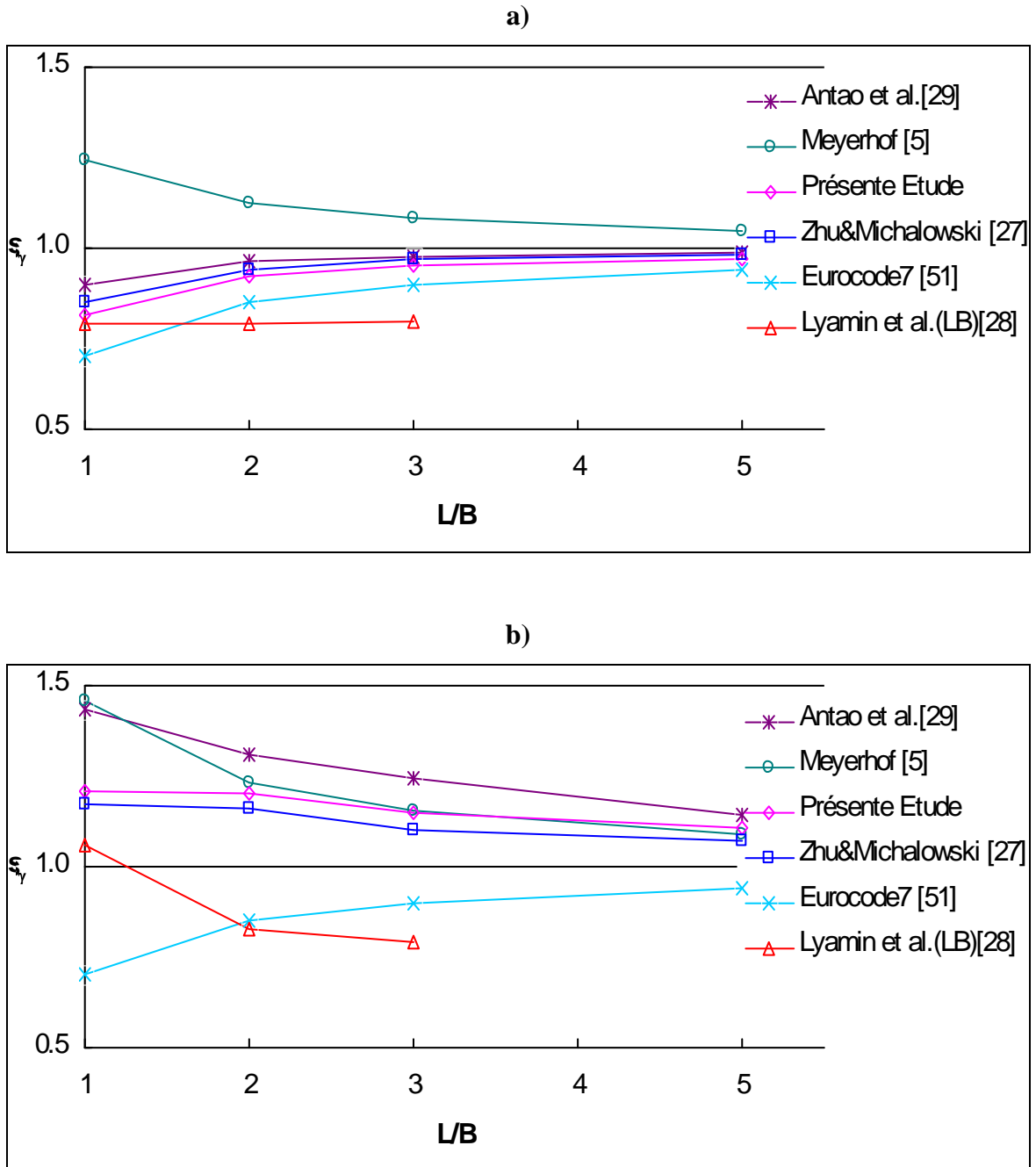


Figure 4.19 Comparaison des valeurs des coefficients de forme s_γ des fondations rectangulaires issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour une fondation rugueuse et L/B variable; le sol considéré est associé: (a) $\varphi = 25^\circ$ et (b) $\varphi = 40^\circ$

Tableau 4.6 Comparaison des valeurs du coefficient de forme s_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations rectangulaires rugueuses

L/B	φ (°)	Différences finies	Méthodes Empiriques			Eléments finis	Analyse limite numérique		
		Présente Etude	Meyerhof [5]	Hansen [50]	Eurocode7 [51]	Zhu et Michalowski [27]	Borne Supérieure	Borne Inférieure	Borne Supérieure
							Antao et al. [29]	Lyamin et al. [28]	
1	20	0.79	1.20	0.60	0.70	0.81	0.82	-	-
	30	0.91	1.30	0.60	0.70	0.93	1.01	0.86	1.48
	35	1.04	1.37	0.60	0.70	1.02	1.19	0.96	1.70
	40	1.21	1.46	0.60	0.70	1.17	1.44	1.06	2.16
2	20	0.88	1.10	0.80	0.85	0.91	0.93	-	-
	30	1.02	1.15	0.80	0.85	1.00	1.04	0.82	1.87
	35	1.07	1.18	0.80	0.85	1.05	1.15	0.84	2.08
	40	1.20	1.23	0.80	0.85	1.16	1.31	0.83	2.73
3	20	0.92	1.07	0.87	0.90	0.95	0.95	-	-
	30	1.01	1.10	0.87	0.90	1.01	1.04	0.82	1.77
	35	1.05	1.12	0.87	0.90	1.03	1.10	0.82	1.99
	40	1.15	1.15	0.87	0.90	1.10	1.25	0.79	2.51
5	20	0.96	1.04	0.92	0.94	0.97	0.97	-	-
	30	1.00	1.06	0.92	0.94	1.00	1.02	-	-
	35	1.04	1.07	0.92	0.94	1.01	1.07	-	-
	40	1.11	1.09	0.92	0.94	1.07	1.14	-	-

4.6 Conclusion

Le code de différences finies FLAC^{3D} a été utilisé pour évaluer le facteur de capacité portante relatif aux fondations carrées et rectangulaires, lisses et rugueuses, et pour des sols associés ou non-associés de Mohr-Coulomb. De cette recherche, et en comparant les résultats obtenus, présentés sous la forme de graphiques et de tableaux de conception, avec les autres résultats disponibles dans la littérature, nous pouvons noter les points suivants:

- Pour les fondations lisses, et pour les valeurs de $\varphi < 40^\circ$, N'_γ est croissant quand L/B augmente. Mais pour $\varphi = 40^\circ$, la tendance s'inverse et N'_γ est décroissant quand L/B augmente.
- Pour les fondations rugueuses, N'_γ est croissant quand L/B augmente pour les valeurs de $\varphi < 30^\circ$. Par contre N'_γ est décroissant quand L/B augmente pour $\varphi > 35^\circ$. Par ailleurs pour les valeurs de φ telles que $30^\circ < \varphi < 35^\circ$ la variation de N'_γ n'est pas monotone, elle peut être décrite comme suit, N'_γ est croissant quand L/B augmente de 1 à 2, puis N'_γ est décroissant dès que $L/B > 2$.
- L'angle de la dilatance du sol a une influence majeure sur la valeur de N'_γ lorsque le sol affiche une forte non-associativité, notamment pour les valeurs élevées de l'angle de frottement ($\varphi > 30^\circ$). En outre, N'_γ diminue considérablement lorsque le rapport ψ/φ diminue de 1/2 à 0. Toutefois pour $\psi/\varphi > 1/2$, la diminution de N'_γ semble peu importante.
- Les valeurs du facteur de capacité portante calculées en utilisant c^* et φ^* sont considérablement plus faibles que celles évaluées en considérant c , φ , et ψ . Par conséquent, l'utilisation de l'approche du matériau associé équivalent établie par Drescher & Detouray [53], ne semble pas applicable au cas des fondations carrées et rectangulaires.
- En outre, et particulièrement pour les valeurs importantes de φ , la grandeur de N'_γ pour une fondation rugueuse est significativement supérieure à celle d'une fondation lisse. Pour $\varphi = 40^\circ$, le ratio des deux valeurs atteint 217% pour une semelle carrée, 208% pour une semelle rectangulaire ($L/B=5$), et 189% pour une semelle filante ($L/B=$).

- Le coefficient de correction de forme s_γ est variable avec l'angle de frottement φ et le rapport géométrique L/B pour les deux types de support lisse et rugueux.
- s_γ , pour un angle de frottement φ donné, est aussi variable avec la dilatance. Peu importante quand $\psi > \varphi/2$, la diminution de s_γ devient très remarquable quand $\psi < \varphi/2$.
- Pour un rapport géométrique B/L donné, le coefficient de correction de forme s_γ est toujours croissant quand l'angle de frottement φ augmente, et ce, pour les deux types de support lisse et rugueux.
- Par ailleurs et pour un sol de fondation associé ($\psi = \varphi$), on peut noter que pour les fondations lisses, $s_\gamma < 1$ pour les valeurs de $\varphi < 40^\circ$. Par contre $s_\gamma > 1$ pour les valeurs de $\varphi > 40^\circ$.
- Pour les supports rugueux $s_\gamma < 1$ pour les valeurs de $\varphi < 30^\circ$. Par contre $s_\gamma > 1$ pour toutes les valeurs de $\varphi > 30^\circ$ (sauf pour le cas de la fondation carrée correspondant à $\varphi = 30^\circ$ où $s_\gamma = 0.91 < 1$).

Par ailleurs, la tentative de comparaison des présentes valeurs de N'_γ avec les résultats disponibles dans la littérature, reflète des écarts entre les différents auteurs. Zhu et Michalowski [27] ayant utilisé le logiciel en éléments finis ABAQUS ont obtenu les résultats de N'_γ les plus élevés, et sont compris entre la borne supérieure établie par Antao et al. [29] et celle de Lyamin et al. [28] et ce, pour toutes les valeurs de φ et de L/B .

Pour un sol ayant un angle de frottement modéré (soit $\varphi < 30^\circ$), on peut noter que les N'_γ proposés par l'Eurocode 7 [51] ne sont pas du côté de la sécurité, car supérieurs à cette présente étude et aussi supérieurs à la borne supérieure établie par Antao et al. [29]. La courbe de variation de N'_γ avec L/B proposée empiriquement par Meyerhof [5] et qui est décroissante quand L/B augmente n'est pas validée numériquement où on observe une tendance contraire à savoir que N'_γ croît quand L/B augmente. Enfin quant aux résultats de notre présente étude, ils concordent davantage avec ceux de Antao et al. [29].

Pour un sol ayant un angle de frottement élevé (soit $\varphi > 30^\circ$), les N'_γ proposés par l'Eurocode 7 [51] sont maintenant du côté de la sécurité, car inférieurs à cette présente étude et aussi inférieurs à la borne supérieure établie par Antao et al. [29], cependant l'Eurocode 7 [51] présente des valeurs inférieures à la borne inférieure pour le cas d'une fondation carrée. Les résultats de notre présente étude concordent davantage avec ceux de

Meyerhof [5] d'une part et avec l'Eurocode 7 [51] d'autre part, sauf pour le cas de la fondation carrée où un écart est noté entre les résultats des trois auteurs.

La comparaison des présents résultats concernant les coefficients de correction de forme s_γ relatifs aux fondations rectangulaires et carrées posées sur un support rugueux, issus de la présente étude avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes, montrent ce qui suit :

Pour un sol ayant un angle de frottement faible à modéré ($\varphi < 30^\circ$), la présente étude concorde avec Zhu et Michalowski [27] et Antao et al. [29], où s_γ est inférieur à 1 et présente une variation croissante avec L/B et une allure asymptotique avec la droite $s_\gamma=1$ pour $L/B > 3$. Néanmoins les coefficients de forme proposés par Meyerhof [5] ne suivent pas cette tendance et sont supérieurs à 1 quel que soit L/B . Aussi, les coefficients de forme de l'Eurocode 7 [51] suivent la même allure que ceux évalués numériquement mais sont nettement plus faibles que ces derniers.

Pour un sol présentant un frottement élevé ($\varphi > 30^\circ$), et contrairement aux sols à faible frottement, on remarque que les valeurs proposées pour s_γ par les différents auteurs sont supérieures à 1 quel que soit L/B (sauf pour une semelle carrée et $\varphi=30^\circ$, où $s_\gamma=0.91$ pour la présente étude, et, $s_\gamma=0.93$ pour Zhu et Michalowski [27]). Toutefois l'Eurocode 7 [51] continue à proposer un s_γ indépendant de φ et inférieur à 1 et, ce, contrairement aux résultats des études numériques qui montrent la variation de s_γ avec φ . Par contre le calcul numérique valide bien la courbe de variation de s_γ proposée par Meyerhof [5]. Quant à la présente étude, elle concorde bien surtout avec Zhu et Michalowski [27] et Meyerhof [5] sauf peut être pour $L/B=1$ (cas de la semelle carrée) où Meyerhof [5] propose une valeur du coefficient s_γ relativement élevée.

Références bibliographiques du chapitre 4

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.
- [2] Erickson H.L., Drescher A. Bearing capacity of circular footings. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2002; 128(1):38-43.
- [3] Bolton M. D., and Lau C. K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. Can. Geotech. J. 1993; 30:1024-33.
- [4] Fast Lagrangian Analysis of Continua. Minneapolis: ITASCA Consulting Group, Inc; 2000.
- [5] Meyerhof G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. Can. Geotech. J. 1963; 1:16-26.
- [6] Meyerhof G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique 1951; 2:301-32.
- [7] Caquot A., and Kérisel J. Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. Proc. 3rd Int Conf. Soil Mech. Found. Eng. Zurich 1953; 1:336-37.
- [9] Vesic, A. S., Analysis of ultimate loads of shallow foundations, J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 99(1), 45, 1973.
- [11] Chen W. F. Limit Analysis and Soil Plasticity. Amsterdam: Elsevier; 1975.
- [12] Sloan S. W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 1988; 12:61-77.
- [13] Michalowski R. L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. Soils Found. 1997; 37:57-64.
- [14] Soubra A. H. Upper bound solutions for bearing capacity of foundations. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 1999; 125(1):59-68.
- [15] Sokolovskii V. V. Statics of soil media. London: Butterworths; 1960.
- [16] Martin C.M. (2005). Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics. Proc. 11th Int. Conf. IACMAG. Turin 2005; 4:441-50.
- [17] Griffiths D. V. Computation of bearing capacity factors using finite elements. Géotechnique 1982; 32:195-202.
- [18] Frydman S., and Burd H. J. Numerical studies of bearing capacity factor N_γ . J. Geotech. Geoenviron. Eng. 1997; 123(1):20-9.
- [25] De Beer E. E. Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. Géotechnique 1970; 20:387-411.

- [26] Shield R. T. and Drucker D. C. The application of limit analysis to punch-indentation problems. *J. Appl. Mech.* 1953; 20:453-60.
- [27] Zhu M. and Michalowski R. L. Shape factors for limit loads on square and rectangular footings. *Journal of geotech. Ang geoenv. Eng. ASCE* , 2005;131(2):223-31.
- [28] Lyamin A. V., Salgado R., Sloan S. W., and Prezzi M. Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique* 2007; 57(8):647–62.
- [29] Antao A. N., Vicente da Silva M., Guerra N., and Delgado R. An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions using a parallelized mixed f.e. formulation with quadratic velocity fields. *Computers and Geotechnics*. 2012; 41:23-35.
- [49] Golder H. O. The ultimate bearing pressure of rectangular footings. *J. Inst. Civ. Eng.*, 1941; 17(2):161–174.
- [50] Hansen B. J. A revised and extended formula for bearing capacity. *Bull. Geot. Inst.* 1970; Bulletin 28, 5–11.
- [51] Eurocode 7. Geotechnical design, part 1: general rules. CEN, European Committee for Standardization, Brussels; 2004.
- [52] Michalowski RL. Upper-bound load estimates on square and rectangular footings. *Géotechnique* 2001;51(9):787–98.
- [53] Drescher A., and Detournay E. Limit load in translational failure mechanisms for associative and nonassociative materials. *Géotechnique* 1993; 43:443-56.
- [54] Michalowski R. L., and Shi L. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1995; 121(5):421-28.
- [55] Mesta P. & Prat M. “Ouvrages en interaction”. Hermes science publications, Paris, 1999.

CHAPITRE 5

ÉVALUATION NUMERIQUE DU FACTEUR DE CAPACITE PORTANTE N'_γ DES FONDATIONS ANNULAIRES

5.1 Introduction

De nos jours, les fondations annulaires sont couramment préconisées pour les structures telles que les silos, les réservoirs de stockage, les cheminées, les piles de ponts. L'utilisation de fondations annulaires est économique car elle permet de réduire d'une manière sensible les quantités des matériaux utilisés. Une conception des points de vue sécurité et économie de telles fondations nécessite une bonne connaissance à la fois du tassement et de la capacité portante relatifs à la fondation annulaire. La capacité portante des fondations filantes et circulaires a été amplement étudiée pendant plusieurs décennies. Cependant, très peu de tentatives ont été déployées pour étudier la capacité portante des fondations annulaires. Quelques expériences rapportées dans la littérature ont été effectuées pour déterminer la capacité portante des fondations annulaires [39,40]. En utilisant la méthode des caractéristiques, Kumar et Ghosh [35] ont obtenu le facteur de capacité portante N_γ pour les fondations annulaires lisses et rugueuses en supposant que l'angle de frottement de l'interface entre la semelle de fondation et la masse du sol sous-jacent augmente progressivement de zéro le long de l'axe de symétrie à ϕ le long du bord extérieur de la semelle. Boushehrian et Hataf [36] ont mené une analyse par éléments finis afin de déterminer la réponse charge-déformation de la fondation annulaire rigide. En

utilisant la méthode des différences finies, Zhao et Wang [37] ont calculé N_γ pour les sols à faible frottement ($\varphi = 5^\circ$ à 30°). Récemment Choobbasti et al. [38] ont utilisé le logiciel Plaxis afin d'évaluer numériquement la capacité portante et le tassement d'une fondation annulaire relatifs à un sol ayant un angle de frottement $\varphi = 26^\circ$. Néanmoins, il peut être précisé que les travaux antérieurs concernant les fondations annulaires n'ont pas pris en compte l'effet de non-associativité du sol.

Le but de ce travail est d'effectuer des calculs numériques à l'aide du logiciel FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) [4] afin d'évaluer les facteurs de capacité portante N_γ du sol pour les fondations annulaires lisses et rugueuses. Ensuite, l'effet de la non-associativité des sols, observée expérimentalement et, spécifiée par l'angle de dilatance ψ , a été étudié. Enfin, les résultats des calculs sont comparés aux résultats publiés antérieurement et disponibles dans la littérature.

5.2. Synthèse des travaux antérieurs

La capacité portante d'une fondation superficielle filante est généralement déterminée en utilisant la formule de Terzaghi [1] :

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2} B\gamma N_\gamma \quad (5.1)$$

Où q_u est la capacité portante ultime, c est la cohésion du sol, q est la surcharge au-dessus du niveau de fondation de la semelle, γ est le poids volumique du sol, B est la largeur de la semelle. N_c , N_q , N_γ , sont les facteurs de capacité portante représentant l'effet de la cohésion c , la surcharge q et le poids volumique γ respectivement.

Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour l'évaluation de N_γ , à savoir, la méthode d'équilibre limite [1], [5], et [6], la méthode d'analyse limite [11-14], la méthode des caractéristiques [3], [15], et [16], et la méthode d'éléments finis [17,18].

L'équation (5.1) de Terzaghi donnant la capacité portante a été considérablement généralisée pour d'autres types de formes de fondations par de nombreux chercheurs comme suit :

$$q_u = s_c c N_c + s_q q N_q + s_\gamma \frac{1}{2} B \gamma N_\gamma \quad (5.2)$$

Où s_c , s_q , s_γ sont appelés les facteurs de correction de forme. Les principaux auteurs ayant proposé ces facteurs sont Terzaghi [1], Caquot et Kérisel [7], Hansen [22], Meyerhof [5] et De Beer [25].

Les fondations circulaires ont été, en premier, étudiées par Shield [30], Eason et Shield [31], Cox et al. [21], et ensuite par, Bolton et Lau [3], Cassidy et Houlsby [32] et Martin [16]. Tous ces auteurs utilisèrent la méthode des caractéristiques. La méthode d'éléments finis a été employée par Manoharan et Dagbusta [33], Loukidis et Salgado [34], tandis qu'Erickson et Drescher [2] utilisèrent la méthode des différences finies.

Les problèmes axisymétriques applicables aux fondations annulaires ont été étudiés par Kumar et Ghosh [35] qui ont utilisé la méthode des caractéristiques. Le mécanisme de rupture adopté par Kumar et Ghosh [35] est présenté sur la figure 1.

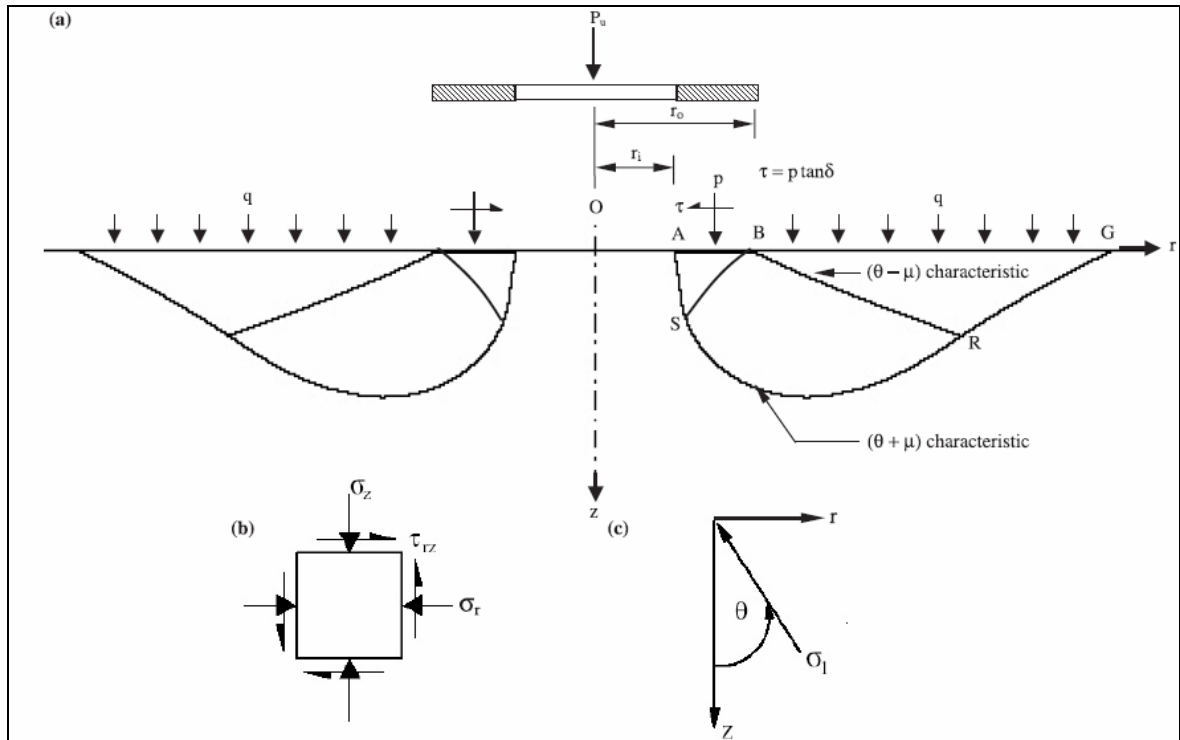


Figure 5.1 Mécanisme de rupture de Kumar et Ghosh [35] et définitions des différentes contraintes

Les conditions aux frontières sont comme suit :

Le long de la surface du sol ($z = 0$, $r = r_0$), la contrainte normale verticale $\sigma_z = q$ et la contrainte de cisaillement $\tau_{rz} = 0$, et la direction de la contrainte principale majeure (σ_1) est horizontale, c'est-à-dire que $\theta = \pi/2$, où θ est l'angle fait par la direction de la contrainte principale majeure (σ_1) avec l'axe z (figure 5.1c).

Le long de la semelle de fondation ($z = 0, r_i = r = r_0$), le rapport de la contrainte de cisaillement (τ) sur la contrainte normale (σ_z) pour tout point situé sur l'interface formé par la semelle de fondation et la masse de sol sous-jacente est égal à $\text{tg}\delta$, où δ est l'angle du frottement de l'interface. En admettant que la masse du sol est dans un état plastique et en satisfaisant le critère de rupture de Mohr-Coulomb, la valeur de θ peut être donnée par l'expression suivante :

$$\theta = -\frac{1}{2} \left[\delta + \sin^{-1} \left(\frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right) \right] \quad (5.3)$$

L'angle δ pour une distribution parabolique concave est donné par les auteurs par l'expression :

$$\delta = \varphi \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \quad (5.4)$$

Les équations de l'équilibre statique sont comme suit :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0 \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \gamma \quad (5.6)$$

Où σ_θ est la contrainte circonférentielle, et, σ_r et τ_{rz} sont définies sur la figure 5.1.

En utilisant le critère de rupture de Mohr-Coulomb pour un sol sans cohésion, les trois composantes de contraintes (σ_r, σ_z , et τ_{rz}) peuvent être exprimées en termes de σ et θ , où σ représente sur le diagramme des contraintes de Mohr, la distance entre le centre du cercle de Mohr et le point où la courbe enveloppe, de rupture de Coulomb joint l'axe des σ :

$$\sigma_z = \sigma(1 + \sin \varphi \cos 2\theta) \quad (5.7)$$

$$\sigma_r = \sigma(1 - \sin \varphi \cos 2\theta) \quad (5.8)$$

$$\tau_{rz} = \sigma \sin \varphi \sin 2\theta \quad (5.9)$$

La valeur de σ_θ est maintenue, pour les auteurs, égale à la contrainte principale mineure σ_3 , d'où en ayant $\sigma_\theta = \sigma_3$, il peut être indiqué que :

$$\sigma_\theta = \sigma(1 - \sin \varphi) \quad (5.10)$$

En substituant les valeurs de σ_r , σ_z , σ_θ , et σ_{rz} des équations 5.7 à 5.10 dans les équations 5.5 et 5.6, on peut déduire les équations suivantes applicables le long de deux familles différentes de caractéristiques :

$$\frac{dr}{dz} = \operatorname{tg}(\theta \pm \mu) \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \cos \varphi d\sigma \pm 2\sigma \sin \varphi d\theta - (\cos \varphi dz \mp \sin \varphi dr)\gamma \\ + \frac{\sigma \sin \varphi}{r} [\cos \varphi dr \mp (1 - \sin \varphi) dz] = 0 \end{aligned} \quad (5.12)$$

Les signes inférieur et supérieur des équations 5.11 et 5.12 correspondent aux caractéristiques $(\theta + \mu)$ et $(\theta - \mu)$ respectivement, et $\mu = \pi/4 - \varphi/2$.

La résolution de ces équations par la méthode de Sokolovskii [15] a permis aux auteurs de calculer la pression limite sur le sol et d'en déduire le facteur de capacité portante N'_γ .

Le schéma de rupture qui représente la solution au problème posé pour un support rugueux et un angle de frottement de 40° est présenté sur la figure 5.2. Cette dernière montre comme, le soulignent les auteurs, la formation d'une ligne curviligne BGR comme indiquée initialement sur la figure 5.1.

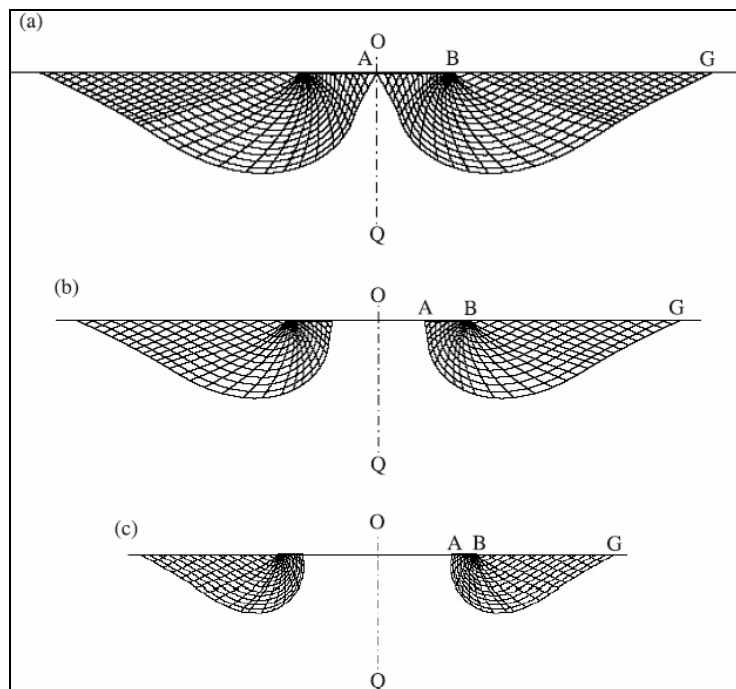


Figure 5.2 Géométrie du schéma de rupture de Kumar et Ghosh [35] pour différentes valeurs de r_i/r_0 et un support rugueux, (a) $r_i/r_0 = 0$, (b) $r_i/r_0 = 0.50$, (a) $r_i/r_0 = 0.75$.

Kumar et Ghosh [35] ont utilisé la méthode des caractéristiques pour résoudre un problème axisymétrique, en supposant que le sol suit une règle d'écoulement associée. La même hypothèse a été admise par Zhao et Wang [37] en utilisant la méthode des différences finies. Cependant, il est constaté expérimentalement que les sols frottants se dilatent d'une manière considérablement inférieure à ce que prévoit l'état de normalité, en fait $\psi < \varphi$. Par conséquent, les sols réels n'obéissent pas à la règle d'écoulement associative. En effet, les valeurs des facteurs de capacité portante pour une règle d'écoulement non-associée ($\psi < \varphi$) devraient être sensiblement plus faibles quand φ est supérieur à, environ 30° (Griffiths [17] ; Frydman et Burd [18] ; Erickson et Drescher [2]).

Pour tenir compte de l'effet de non-associativité, quelques auteurs (Drescher et Detournay [53] ; Michalowski et Shi [54]) suggèrent de modifier les valeurs de c et φ par c^* et φ^* respectivement comme suit :

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} \tan \varphi \quad (5.13)$$

$$c^* = \frac{\cos \varphi \cos \psi}{1 - \sin \varphi \sin \psi} c \quad (5.14)$$

Cette approche sera testée en vue de la comparaison de N'_γ évalué par simulations directes à N'_γ déterminé en considérant un matériau associé équivalent.

5.3 Procédés de simulation numérique

Cette étude s'intéresse à l'étude numérique de la capacité portante des fondations annulaires rigides, lisses et rugueuses. Les rayons, interne et externe de l'anneau sont exprimés par r_i et r_0 respectivement. La fondation est soumise à une charge statique axiale, et assise sur la surface d'un sol non-associatif frottant et sans cohésion. Comme le problème est axisymétrique, la moitié seulement du domaine du problème est considérée. Les calculs ont été faits pour les valeurs du rapport r_i/r_0 égales à 0, 0.25, 0.33, 0.50 et 0.75. Ces valeurs couvrent en principe la majorité des problèmes d'intérêt pratique.

Les frontières, verticale et inférieure, du domaine d'étude, ont été mises à une distance de $8r_0$ et $16r_0$ respectivement afin de réduire au minimum les effets de bords. La frontière inférieure est supposée fixe, et les frontières verticales sont retenues dans la direction horizontale comme indiqué sur la figure 5.3.

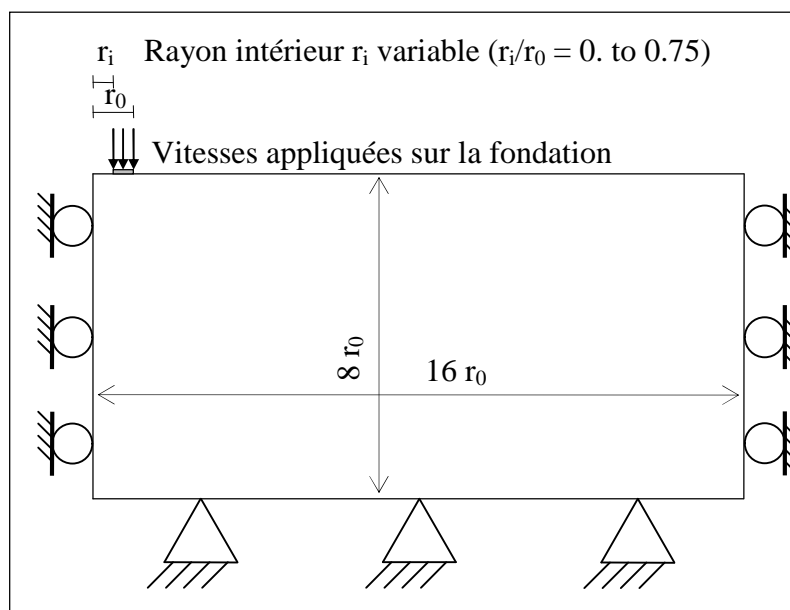


Figure 5.3 Conditions aux limites du modèle

L'analyse est effectuée avec le code de calcul FLAC [4] qui est un programme commercial explicite en différences finies. Avec ce programme, la solution d'un problème statique est obtenue en introduisant des équations du mouvement dynamique. Des termes d'amortissement sont inclus pour dissiper progressivement l'énergie cinétique du système. Le logiciel emploie un temps de marche explicite, dans lequel les contraintes et les déformations sont calculées en plusieurs petits pas de temps jusqu'à ce qu'un état d'équilibre soit atteint d'une manière numériquement stable. Le code est d'autant plus pertinent et convenable quand il est appliqué aux problèmes non linéaires, ou aux situations dans lesquelles une instabilité physique pourrait avoir lieu.

Le modèle utilisé dans cette étude est le modèle, non-associatif, élastique parfaitement plastique de Mohr-Coulomb encodé dans FLAC. Les caractéristiques physiques et mécaniques utilisées dans la présente étude sont : un module de cisaillement $G = 10$ Mpa, un module volumique d'élasticité $K = 20$ Mpa, un poids volumique du sol $\gamma = 20$ KN/m³, une série de six valeurs représentant l'angle de frottement interne du sol, $\phi = 20^\circ$ à 45° avec un incrément de 5° , et pour chaque valeur de ϕ , une série de cinq valeurs de l'angle de dilatance du sol est considérée ($\psi = \phi$, $\psi = 3/4\phi$, $\psi = 1/2\phi$, $\psi = 1/4\phi$, $\psi = 0$).

Afin de développer un schéma d'analyse acceptable pour les calculs ultérieurs, des simulations préliminaires ont été effectuées, en testant la taille du domaine d'étude, du maillage, et les conditions aux frontières.

Le modèle du domaine relatif à cette étude est montré sur la figure 5.4. Au voisinage de la fondation, le maillage est raffiné pour capter les gradients importants de déformations. Un détail de cette région est montré sur la figure 5.4. Le gradient des déformations le plus important sera localisé dans la région adjacente aux bords gauche et droit de la partie de la semelle de fondation située entre le rayon interne et le rayon externe. Le maillage est par conséquent très raffiné dans cette zone.

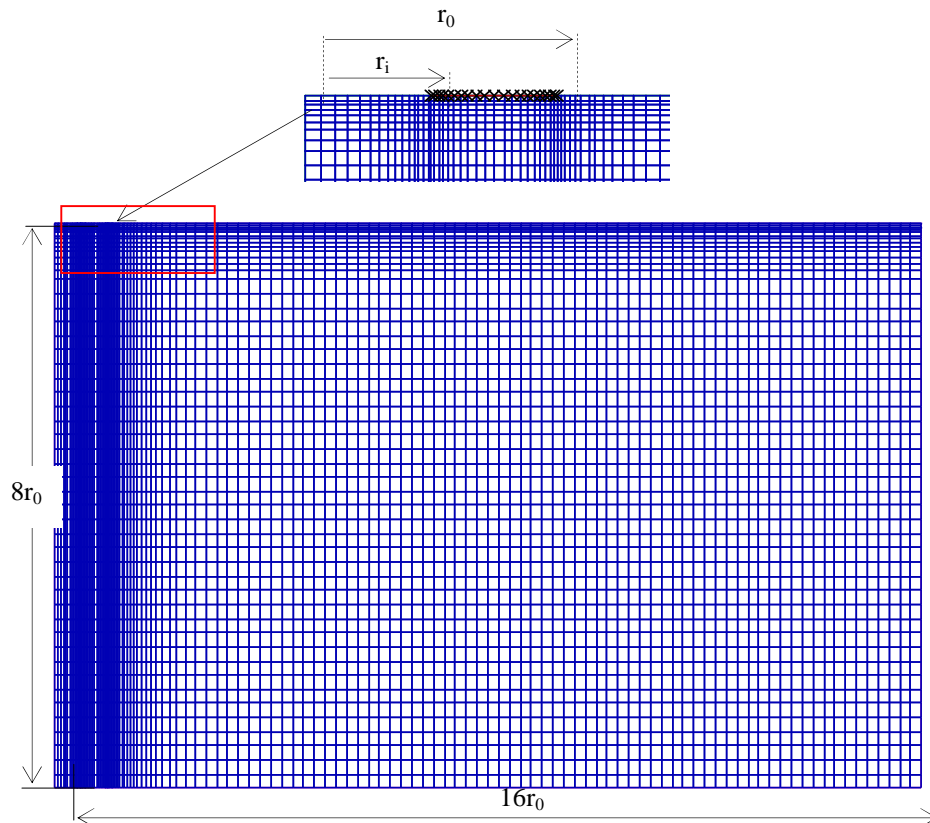


Figure 5.4 Maillage utilisé dans les simulations avec FLAC.

Le procédé de simulation proposé pour le calcul des facteurs de capacité portante suit deux étapes. Dans la première étape, les contraintes géostatiques sont calculées en supposant que le sol est élastique. À ce stade, quelques pas sont indispensables pour amener le modèle à l'équilibre. Dans la deuxième étape, une vitesse descendante est appliquée aux nœuds du modèle, représentant la fondation. On applique d'abord, une vitesse relativement élevée de 10^{-6} m/pas sur la zone de la fondation, jusqu'à ce qu'un écoulement plastique stable soit atteint (c.-à-d. jusqu'à ce qu'une pression constante soit réalisée). Mais comme le degré d'erreur dans un tel schéma de calcul dépend de la vitesse appliquée, une capacité portante d'autant plus précise peut être obtenue en réduisant la vitesse sur la fondation de moitié, et en poursuivant jusqu'à un nouvel état d'écoulement

plastique stable. Ce procédé recommandé par le manuel de FLAC, est répété plusieurs fois, tout particulièrement pour les valeurs élevées de l'angle de frottement interne du sol, jusqu'à ce que la différence entre les valeurs de la capacité portante calculée en deux états stables successifs d'écoulement plastique devienne négligeable.

Une fondation annulaire rugueuse a été simulée en fixant le déplacement dans la direction du rayon, à zéro pour les nœuds représentant la fondation. La fondation annulaire lisse a été simulée en permettant le déplacement libre des nœuds dans la direction du rayon.

5.4 Résultats des calculs et discussion

Le facteur de capacité portante N_γ dépend du poids volumique du sol γ . Pour le calcul de N_γ , on considère un sol sans cohésion ($c = 0$) et sans surcharge ($q = 0$). Par conséquent, l'équation généralisée de la capacité portante (5.2) devient :

$$q_u = \frac{1}{2} B \gamma s_\gamma N_\gamma = \frac{1}{2} B \gamma N'_\gamma \quad (5.15)$$

$$q_u = r_0 \gamma N'_\gamma \quad (5.16)$$

Où N'_γ est le facteur de capacité portante relatif à la fondation annulaire.

Les valeurs du facteur de capacité portante N'_γ sont présentées sur le tableau 5.1 pour $r_i/r_0 = 0, 0.25, 0.33, 0.5, 0.75$. Le tableau 5.1 montre bien la variation de N'_γ avec ϕ , ψ et r_i/r_0 , pour les semelles annulaires lisses et rugueuses.

Chapitre 5 Évaluation numérique du facteur de capacité
portante N'_γ des fondations annulaires

Tableau 5.1. Facteur de capacité portante N'_γ des fondations annulaires lisses et rugueuses

φ°	r_i/r_0	Fondations annulaires lisses					Fondations annulaires rugueuses				
		Variation de ψ					Variation de ψ				
		0	$\varphi/4$	$\varphi/2$	$3\varphi/4$	φ	0	$\varphi/4$	$\varphi/2$	$3\varphi/4$	φ
20	0.00	1.31	1.35	1.36	1.37	1.37	2.57	2.64	2.68	2.70	2.71
	0.25	0.82	0.84	0.85	0.86	0.86	1.65	1.72	1.74	1.75	1.75
	0.33	0.70	0.73	0.74	0.75	0.75	1.39	1.46	1.48	1.49	1.50
	0.50	0.51	0.53	0.54	0.55	0.55	1.01	1.07	1.08	1.09	1.09
	0.75	0.25	0.28	0.29	0.30	0.30	0.52	0.57	0.59	0.60	0.60
25	0.00	2.98	3.11	3.17	3.20	3.20	6.21	6.51	6.67	6.75	6.78
	0.25	1.91	2.00	2.03	2.05	2.06	4.15	4.42	4.53	4.58	4.61
	0.33	1.62	1.70	1.73	1.75	1.76	3.45	3.68	3.78	3.82	3.83
	0.50	1.15	1.22	1.24	1.25	1.26	2.40	2.58	2.64	2.67	2.68
	0.75	0.55	0.61	0.65	0.66	0.66	1.18	1.30	1.38	1.40	1.42
30	0.00	6.78	7.27	7.54	7.66	7.71	15.0	16.2	17.0	17.3	17.5
	0.25	4.48	4.83	4.98	5.06	5.14	10.7	11.8	12.4	12.7	12.9
	0.33	3.79	4.06	4.20	4.26	4.31	8.76	9.63	10.1	10.3	10.5
	0.50	2.63	2.83	2.92	2.96	2.98	5.77	6.44	6.77	6.87	6.93
	0.75	1.31	1.42	1.47	1.49	1.50	2.76	3.13	3.30	3.40	3.43
35	0.00	15.9	17.5	18.9	19.5	19.7	33.4	38.6	42.2	43.7	44.5
	0.25	10.8	12.0	12.9	13.4	13.7	26.2	31.5	34.5	36.1	37.1
	0.33	8.94	10.1	10.8	11.1	11.5	20.9	25.2	27.5	28.7	29.8
	0.50	6.11	6.79	7.29	7.48	7.60	13.2	15.9	17.5	18.1	18.3
	0.75	3.01	3.32	3.49	3.60	3.65	5.9	7.25	7.91	8.28	8.37
40	0.00	40.2	46.4	51.7	54.8	55.5	75.6	98.1	114.4	128.4	133.7
	0.25	27.6	32.6	36.8	39.2	40.2	71.8	96.9	113.5	127.2	132.4
	0.33	23.4	27.4	30.6	32.4	33.1	63.5	81.6	97.5	107.3	113.5
	0.50	15.2	18.2	20.3	21.3	21.6	38.0	48.7	57.7	63.5	65.9
	0.75	7.40	8.75	9.25	9.67	9.78	16.7	19.9	23.5	25.8	26.7
45	0.00	116.7	136.8	156.0	174.8	179.5	199.5	297.5	393.8	453.6	460.9
	0.25	81.6	99.7	116.8	132.3	136.6	185.2	291.4	390.2	439.1	446.2
	0.33	66.2	81.2	97.2	109.1	112.6	162.1	268.8	371.1	423.9	430.8
	0.50	45.5	54.8	63.1	70.1	72.1	105.6	165.7	223.8	265.6	274.4
	0.75	21.1	24.8	27.5	30.0	30.8	37.4	60.1	80.2	94.0	97.5

Les Figures 5.5 et 5.6 montrent la variation de N'_γ avec φ et ψ respectivement pour les fondations circulaires ($r_i/r_0 = 0$) et pour les fondations annulaires pour le cas de $r_i/r_0 = 0.33$. Les résultats montrent que N'_γ croît largement avec l'augmentation de φ . D'autre part, la dilatance a une grande influence sur l'importance du facteur de capacité portante particulièrement pour les valeurs élevées de φ . N'_γ décroît d'une manière significative quand ψ décroît, et l'écart entre les deux valeurs de N'_γ relatives à un matériau associatif et à un matériau non-associatif, pour le même angle de frottement φ , augmente avec l'augmentation de φ , notamment pour les valeurs de $\varphi > 30^\circ$. En outre, N'_γ diminue considérablement lorsque le rapport ψ/φ diminue de $3/4$ à 0 . Au-delà de cette limite, la diminution semble être insignifiante.

Les valeurs de N'_γ pour les fondations annulaires rugueuses sont clairement plus grandes que celles des fondations annulaires lisses. La valeur de N'_γ est considérablement plus importante pour une fondation rugueuse que pour la même fondation lisse et ce, pour toutes les valeurs de φ .

La figure 5.7 montre la distribution des contraintes sous les fondations annulaires lisses et rugueuses pour le cas d'un rayon intérieur $r_i = 0.25 r_0$ et pour $\varphi = \psi = 40^\circ$. La distribution des contraintes présente une forme parabolique dont le maximum est plus proche du bord intérieur de la fondation. Par ailleurs, la figure 5.7 montre que les contraintes sous la fondation rugueuse sont plus importantes que celles sous la fondation lisse.

Sur la figure 5.8 on a voulu représenter une comparaison entre les contraintes sous, une fondation circulaire de rayon r_0 et une semelle filante de largeur $2r_0$. Les courbes de distribution des contraintes montrent que les contraintes d'une semelle circulaire sont clairement plus importantes comparativement à la semelle filante.

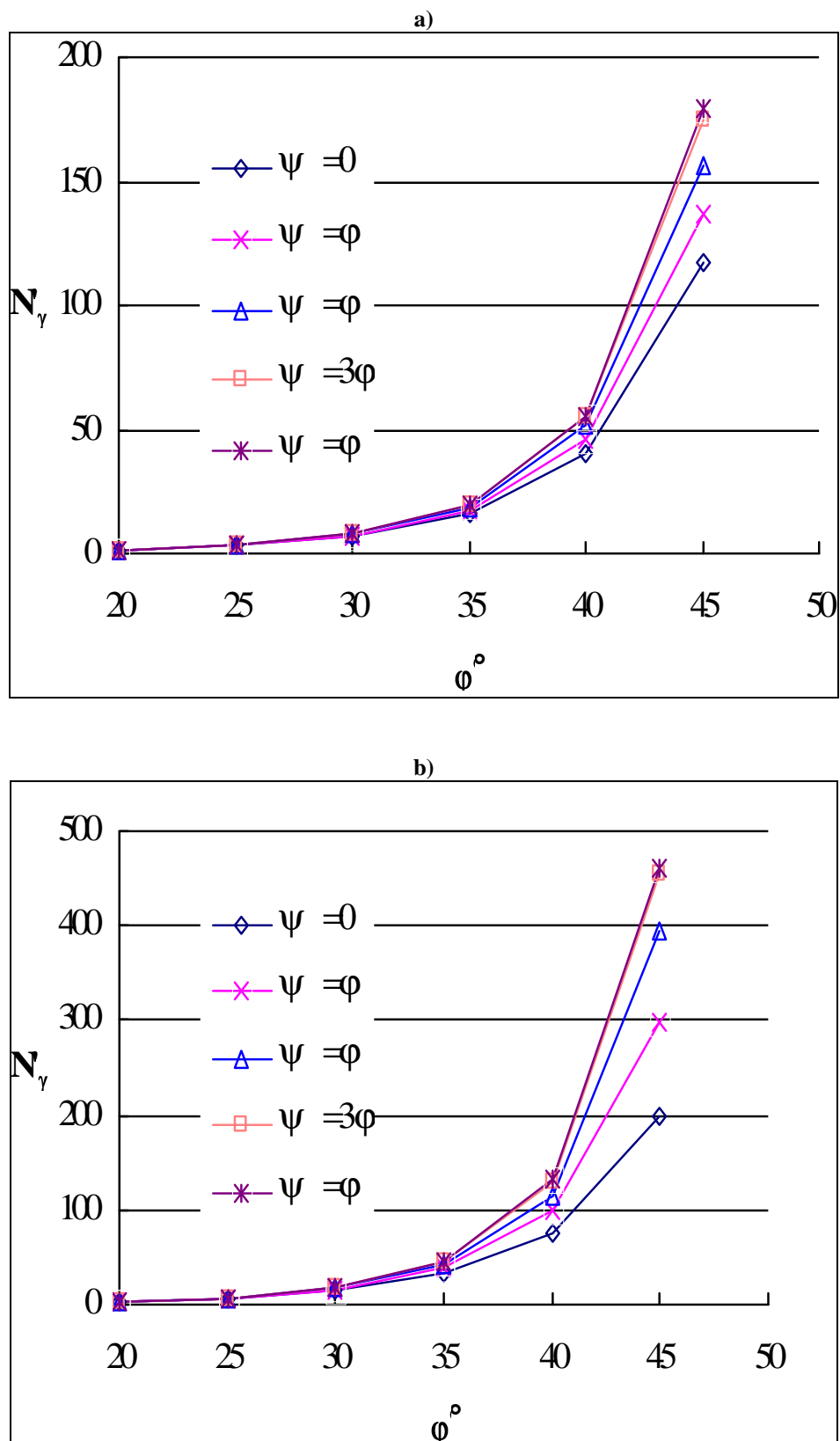


Figure 5.5 Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec ϕ et ψ pour une fondation circulaire : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

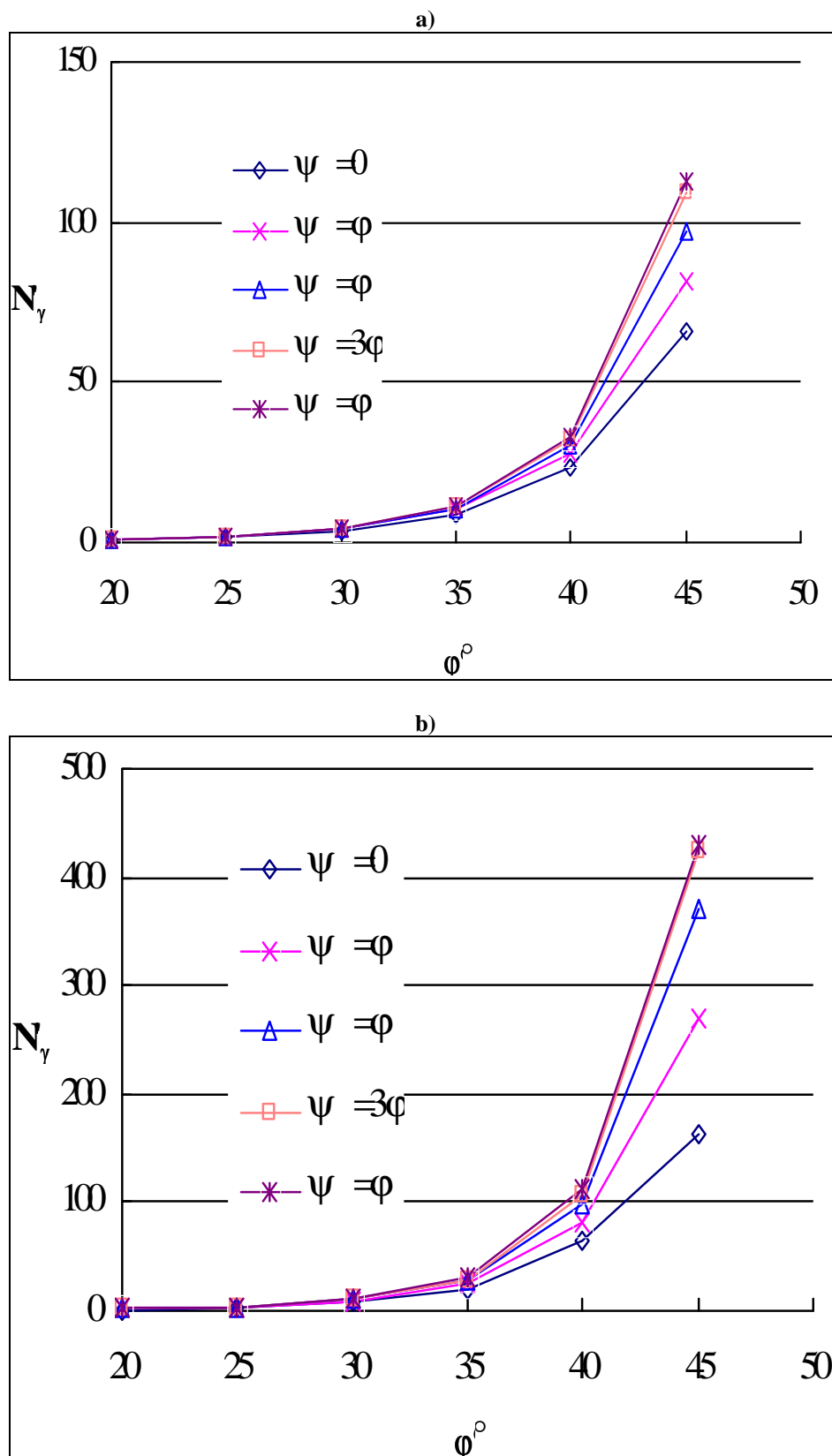


Figure 5.6 Variation du facteur de capacité portante N'_γ avec ϕ et ψ pour une fondation annulaire ($r_i/r_0=0.33$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

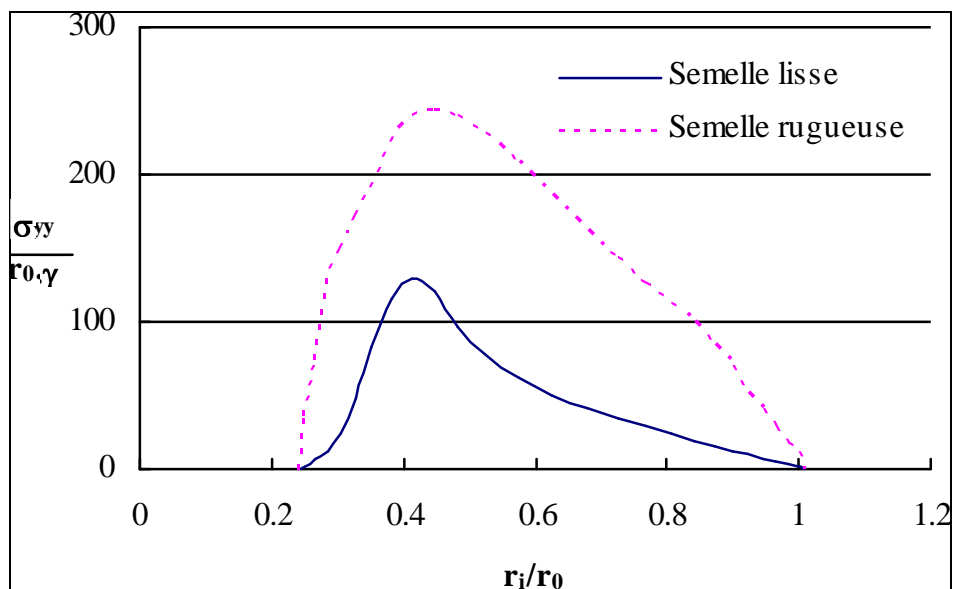


Figure 5.7 Distribution des contraintes sous une fondation annulaire, lisse et rugueuse, de rayon interne $r_i = 0.25 r_0$ ($\phi=\psi=40^\circ$)

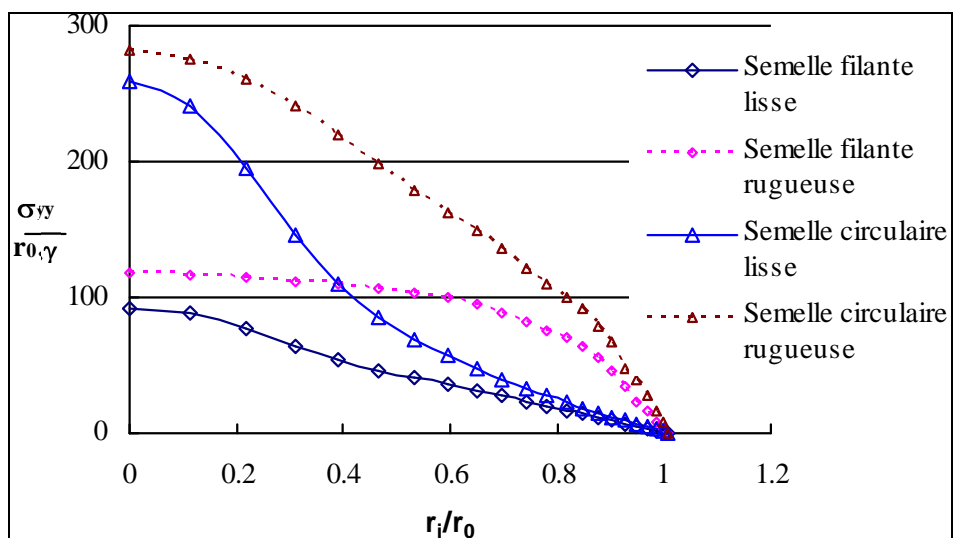


Figure 5.8 Comparaison entre les contraintes sous une fondation circulaire de rayon r_0 et sous une fondation filante de largeur $2r_0$ ($\phi=\psi=40^\circ$)

Par ailleurs l'effet de la dilatance ψ évoqué ci-dessus est également illustré sur la figure 5.9 qui montre l'effet de ψ sur la forme et l'intensité du champ des déplacements au niveau des bords externes et internes de la fondation annulaire. On peut noter qu'à mesure que ψ augmente, l'intensité des déplacements augmente et l'étendue du champ de déplacement devient plus large. On peut également noter que les déplacements au niveau du bord

intérieur sont clairement plus remarquables comparés aux déplacements observés au niveau du bord externe de la fondation.

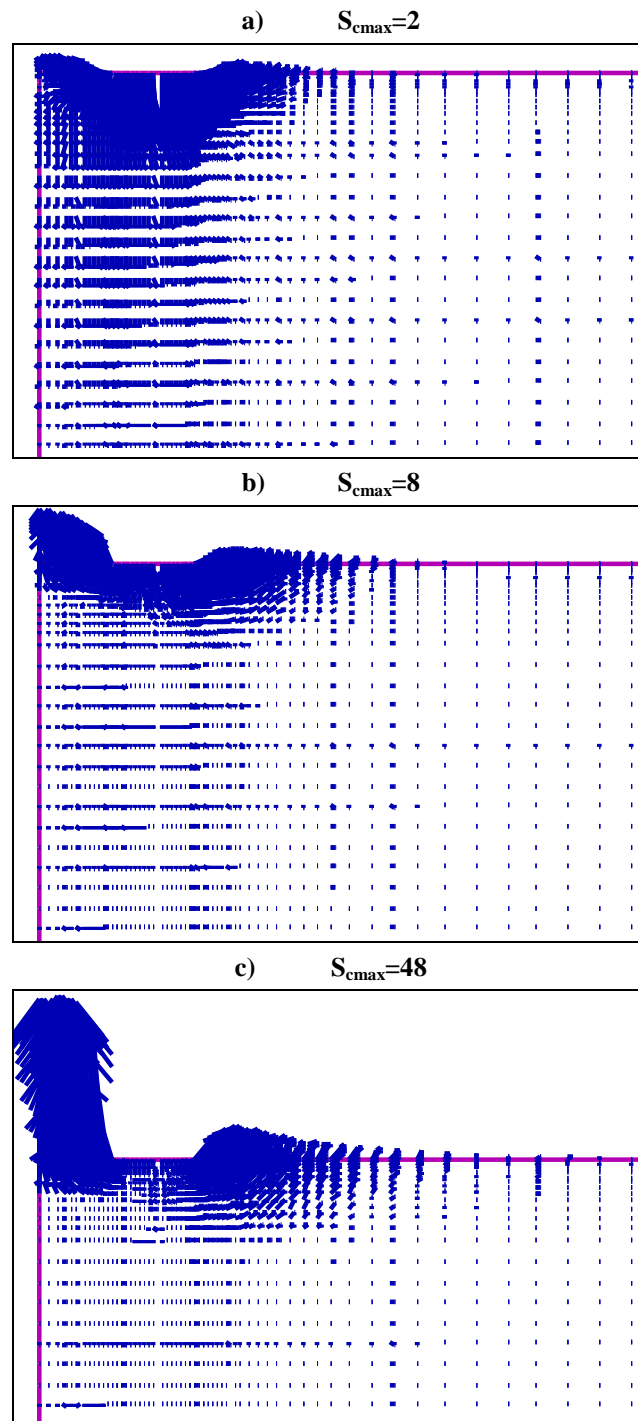


Figure 5.9 Vecteurs du champ des déplacements pour une fondation annulaire rugueuse ($r_i/r_0=0.5$) pour $\varphi = 40^\circ$; (a) $\psi = 0^\circ$, (b) $\psi = 20^\circ$, et (c) $\psi = 40^\circ$ (S_{cmax} représente l'échelle pour le déplacement maximum)

La figure 5.10 illustre la variation de N'_γ avec le ratio r_i/r_0 pour les fondations annulaires lisses et rugueuses. Il peut être noté que les valeurs de N'_γ décroissent d'une manière significative quand r_i/r_0 augmente.

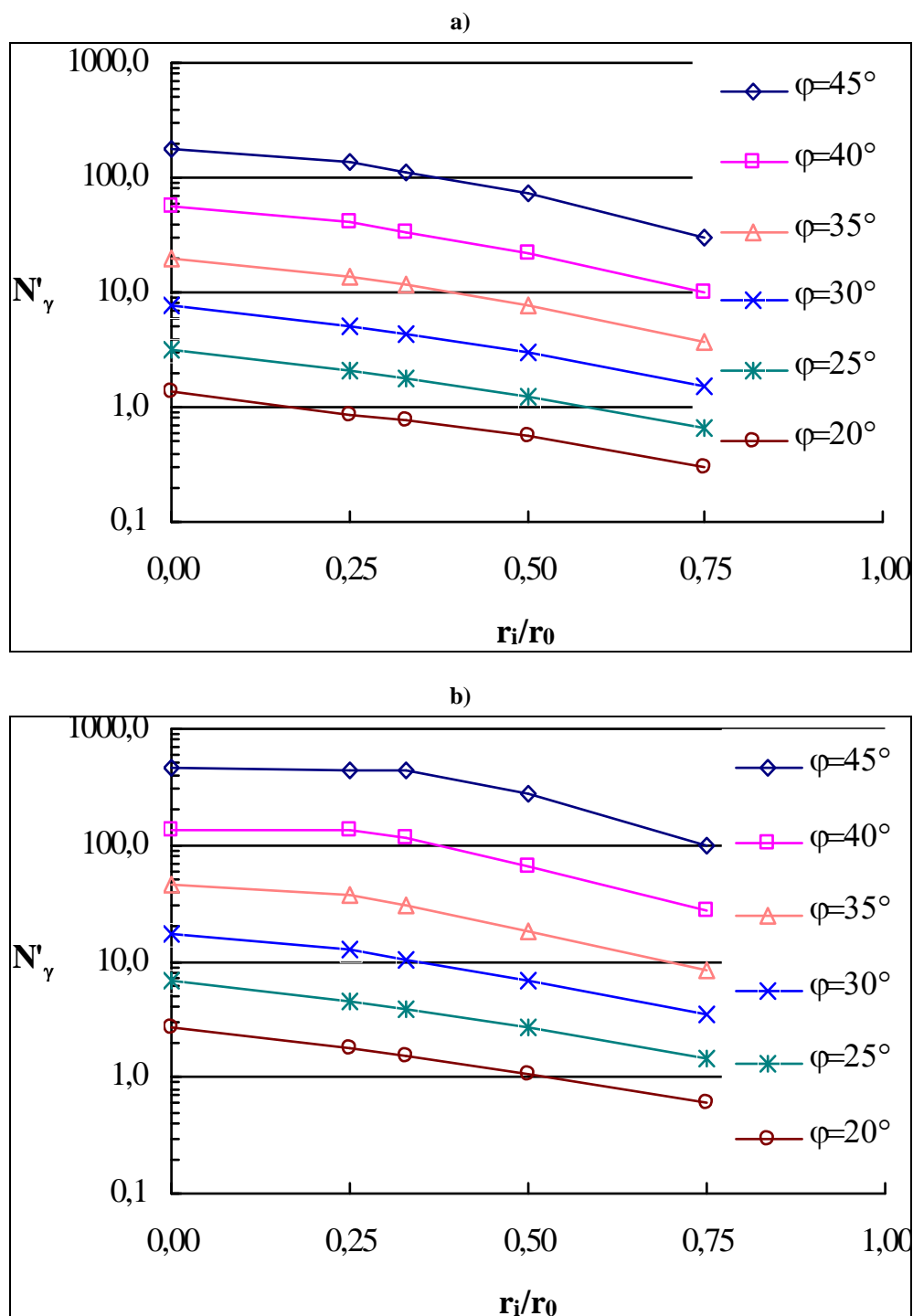
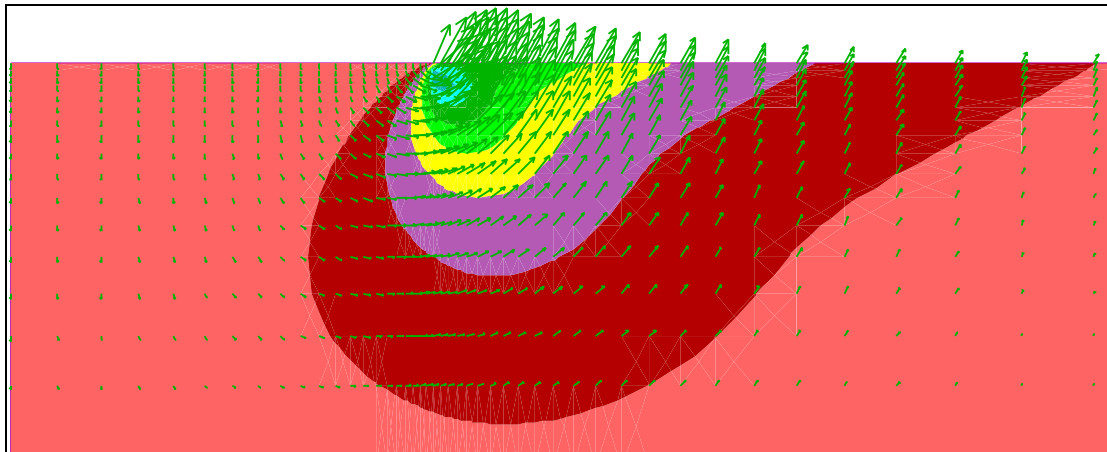


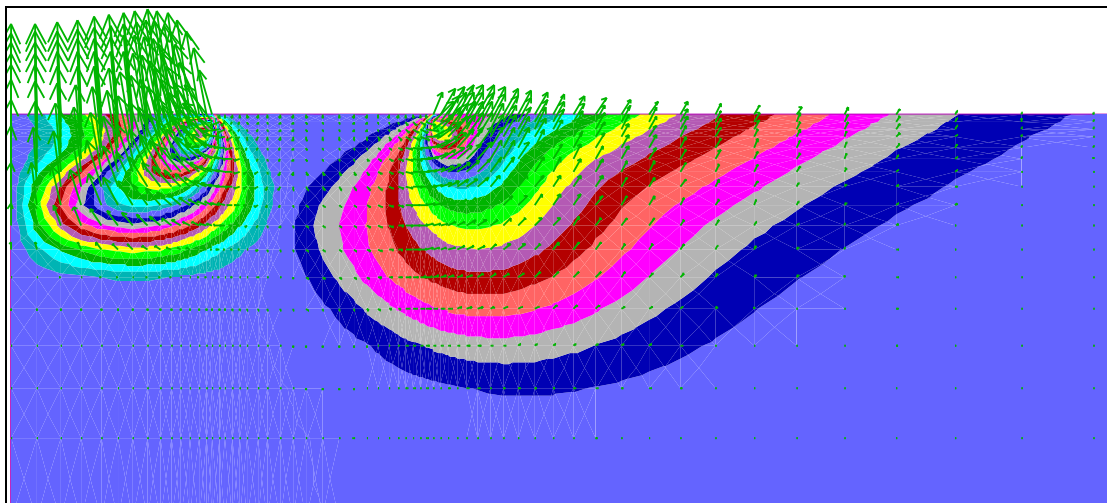
Figure 5.10 Variation du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation annulaire avec r_i/r_0 ; le sol considéré est associé ($\varphi = \psi$) : (a) fondation lisse et (b) fondation rugueuse

La figure 5.11 montre le mécanisme de rupture, spécifique aux fondations circulaires et annulaires, comme indiqué par le champ des déplacements et les contours de déplacement correspondant à la direction du rayon r , et obtenus pour le cas de $\varphi=35^\circ$. Nous pouvons faire les observations suivantes. La valeur de l'intensité du déplacement au niveau du bord externe de la semelle est du même ordre de grandeur pour $r_i/r_0 = 0.50$. Cependant, le déplacement sur le bord intérieur de la semelle atteint ses valeurs maximales pour la plage de r_i/r_0 entre 0.25 et 0.50. En ce qui concerne l'étendue du champ de déplacement, il est plus important pour une semelle circulaire ($r_i/r_0 = 0$) puis décroît lorsque r_i/r_0 augmente. Pour $r_i/r_0 = 0.75$, on peut noter sur la figure 5.11 que les contours des déplacements dans le sens des X , des deux côtés de la fondation, sont très semblables dans la forme et la magnitude. On peut par conséquent prédire que, lorsque r_i tend vers r_0 , la semelle annulaire se comporterait comme une semelle filante.

a) $S_{cmax}=10$; $D_{max}=6.3$; $X_{min}=0.0$; $X_{max}=3.5$



b) $S_{cmax}=10$; $D_{max}=10.6$; $X_{min}=-3.20$; $X_{max}=1.70$



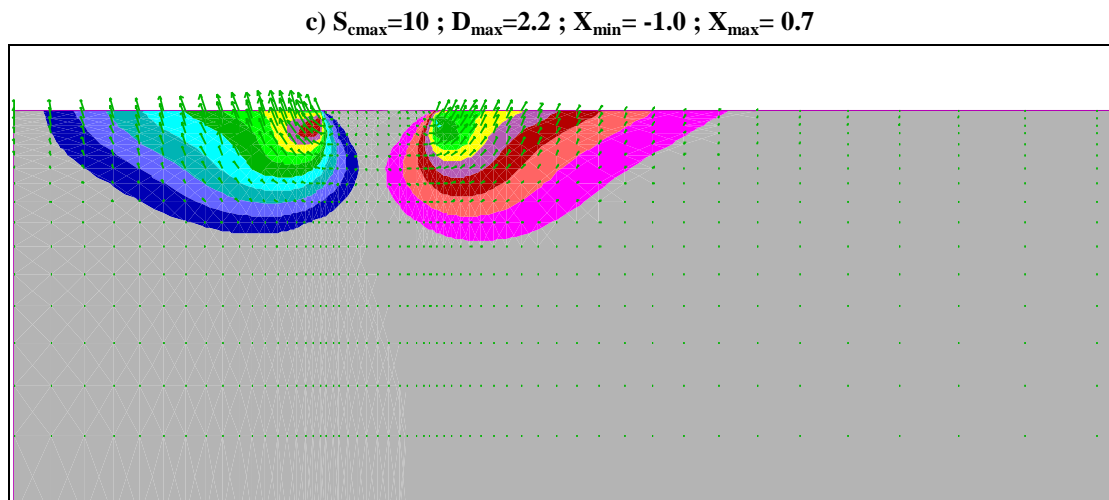


Figure 5.11 Vecteurs du champ des déplacements, et contours des déplacements dans la direction X, pour une semelle annulaire rugueuse pour $\varphi=35^\circ$: (a) $r_i/r_0=0$. (b) $r_i/r_0=0.5$ et (c) $r_i/r_0=0.75$ (S_{cmax} = échelle du déplacement maximum, D_{max} = vecteur max , X =déplacement dans le sens X)

Pour vérifier l'approche du matériau équivalent associée proposée par Drescher et Detournay [53] pour les sols non-associés et exprimée par les équations (5.13) et (5.14) un calcul numérique est opéré. Le tableau 5.2 présente un calcul comparatif du facteur de capacité portante d'abord par un calcul direct tenant compte des paramètres φ et ψ du sol non-associé et en second lieu en utilisant la notion du matériau équivalent qui permet à un matériau non-associé ($\psi < \varphi$) d'être assimilé à un matériau associé équivalent en remplaçant φ par φ^* tel que exprimé par l'équation 5.13. On peut noter que les valeurs de N'_γ calculées avec φ^* ($\psi^*=\varphi^*$) sont très faibles comparativement aux mêmes valeurs calculées directement en considérant un matériau non-associé ($\psi < \varphi$). Par ailleurs, les écarts entre les deux grandeurs deviennent très importants pour les valeurs élevées de φ . L'écart pour une fondation lisse et $\psi = \varphi/2$, est de l'ordre de 50% pour $\varphi = 40^\circ$ et atteint 85% pour $\varphi = 45^\circ$.

Tableau 5.2 Comparaison entre N'_γ évalué par simulations directes et N'_γ déterminé en considérant un matériau équivalent

φ°	Support	r_i/r_0	Simulations directes				Simulations en considérant un matériau équivalent			
			Variation de ψ				Variation de ψ			
			0	$\varphi/4$	$\varphi/2$	$3\varphi/4$	0	$\varphi/4$	$\varphi/2$	$3\varphi/4$
30	lisse	0.00	6.78	7.27	7.54	7.66	4.2	5.3	6.5	7.4
		0.25	4.48	4.83	4.98	5.06	2.7	3.5	4.3	4.9
		0.33	3.79	4.06	4.20	4.26	2.3	3.0	3.6	4.1
		0.50	2.63	2.83	2.92	2.96	1.6	2.1	2.5	2.9
		0.75	1.31	1.42	1.47	1.49	0.9	1.1	1.3	1.4
30	rugueux	0.00	15.0	16.2	17.0	17.3	9.1	11.8	14.4	16.6
		0.25	10.7	11.8	12.4	12.7	6.3	8.4	10.6	12.2
		0.33	8.76	9.63	10.1	10.3	5.2	6.8	8.5	9.9
		0.50	5.77	6.44	6.77	6.87	3.6	4.6	5.7	6.6
		0.75	2.76	3.13	3.30	3.40	1.9	2.4	2.9	3.3
40	lisse	0.00	40.2	46.4	51.7	54.8	12.7	21.7	34.3	48.3
		0.25	27.6	32.6	36.8	39.2	8.7	15.1	24.2	34.5
		0.33	23.4	27.4	30.6	32.4	7.2	12.4	20.0	28.6
		0.50	15.2	18.2	20.3	21.3	4.9	8.4	13.3	18.8
		0.75	7.40	8.75	9.25	9.67	2.4	4.0	6.2	8.6
40	rugueux	0.00	75.6	98.1	114.4	128.4	30.0	49.3	80.5	115.7
		0.25	71.8	96.9	113.5	127.2	24.0	43.4	73.3	112.2
		0.33	63.5	81.6	97.5	107.3	18.9	34.4	58.3	89.6
		0.50	38.0	48.7	57.7	63.5	12.0	20.4	35.2	52.9
		0.75	16.7	19.9	23.5	25.8	5.7	9.3	15.3	22.3
45	lisse	0.00	116.7	136.8	156.0	174.8	20.8	42.9	84.2	143.2
		0.25	81.6	99.7	116.8	132.3	14.4	30.5	61.6	107.8
		0.33	66.2	81.2	97.2	109.1	12.1	25.4	51.2	89.8
		0.50	45.5	54.8	63.1	70.1	8.0	16.7	33.1	56.9
		0.75	21.1	24.8	27.5	30.0	3.8	7.7	14.6	24.5
45	rugueux	0.00	199.5	297.5	393.8	453.6	47.2	102.5	212.4	371.9
		0.25	185.2	291.4	390.2	439.1	41.1	97.4	208.2	365.9
		0.33	162.1	268.8	371.1	423.9	32.6	77.2	186.5	330.5
		0.50	105.6	165.7	223.8	265.6	19.8	46.2	103.4	200.3
		0.75	37.4	60.1	80.2	94.0	8.8	19.6	42.4	74.7

Le tableau 5.3 présente une comparaison des présents résultats concernant les facteurs de capacité portante N'_γ relatifs aux fondations circulaires avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes. Les résultats relatifs aux fondations lisses sont tous très proches les uns des autres. Cependant, pour les fondations rugueuses, nous pouvons noter quelques écarts avec les valeurs de Bolton et Lau [3] établies par la méthode des caractéristiques. Des écarts sont aussi notés avec les solutions de Zhao et Wang [37] déterminées par la méthode des différences finies. Il faut dire que les valeurs de Bolton et Lau [3] et Zhao et Wang [37] sont de 75% supérieures aux présents résultats et sont clairement très élevées et dépassent la borne supérieure de la solution établie à l'aide de l'analyse limite par Lyamine et al. [28]. Toutefois, les présents résultats concordent bien avec les valeurs calculées par Erickson et Drescher [2] par la méthode des différences finies et des valeurs de Martin [16], Kumar et Ghosh [35] et Cassidy et Houlsby [32] établies par la méthode des caractéristiques. De plus, les présents résultats sont concordants avec la plage, des valeurs circonscrites entre la borne inférieure et la borne supérieure, et établie par Lyamine et al. [28].

La figure 5.12 montre la comparaison, pour une semelle annulaire lisse, entre les présents résultats de N'_γ et les résultats de Choobbasti et al. [38], Zhao et Wang [37] et, Kumar et Ghosh [35] pour deux types de sols (angles de frottement $\varphi=25^\circ$ et $\varphi=40^\circ$), et pour un ratio r_1/r_0 variable. Une bonne concordance peut être remarquée pour le cas de la fondation lisse, aussi bien pour les sols à faible angle de frottement que pour les sols fortement frottants.

Pour une fondation annulaire rugueuse, la figure 5.13 montre une comparaison des résultats obtenus de N'_γ pour les semelles rugueuses, avec ceux de Kumar et Ghosh [35], Choobbasti et al. [38], Zhao et Wang [37], et les résultats expérimentaux de Saha [39]. La discussion de ces résultats peut être scindée en deux parties, d'abord la comparaison de la présente étude avec les résultats expérimentaux de Saha [39], puis avec les solutions numériques des autres auteurs.

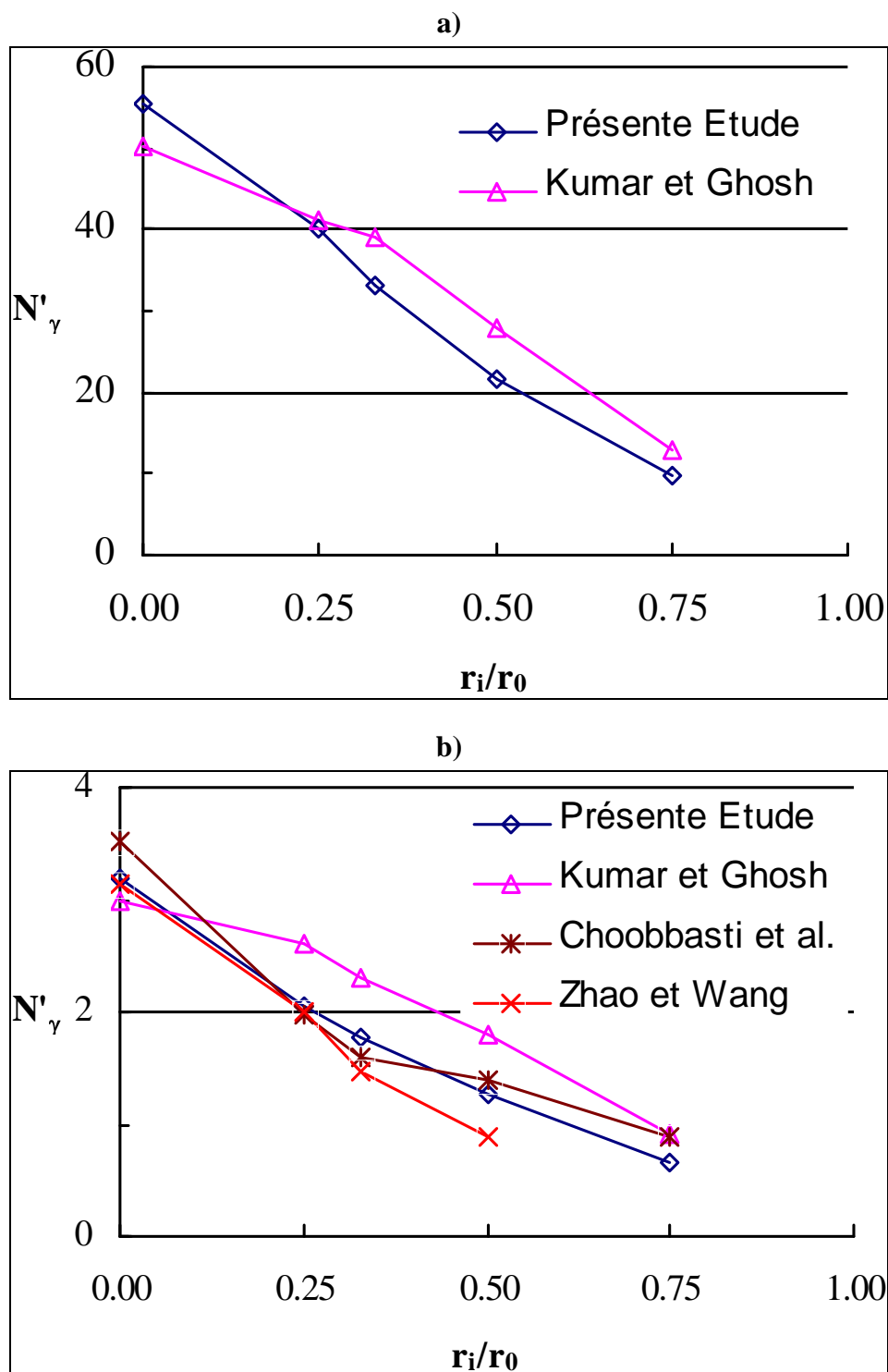


Figure 5.12 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour des fondations lisses et r_i/r_0 variable : (a) $\phi=40^\circ$, et (b) $\phi=25^\circ$

On peut remarquer que pour de faibles angles de frottement interne du sol ($\phi < 35^\circ$), les solutions de cette étude concordent très bien avec les résultats expérimentaux de Saha [39]. Toutefois, pour les valeurs élevées de ϕ , les résultats de Saha [39] sont bien inférieurs à la

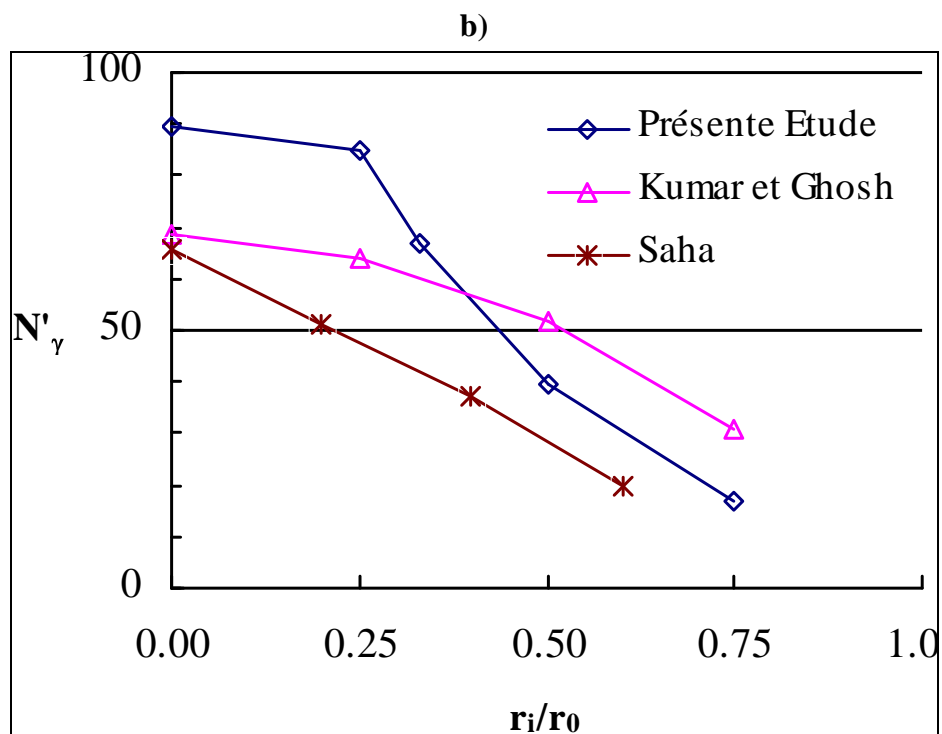
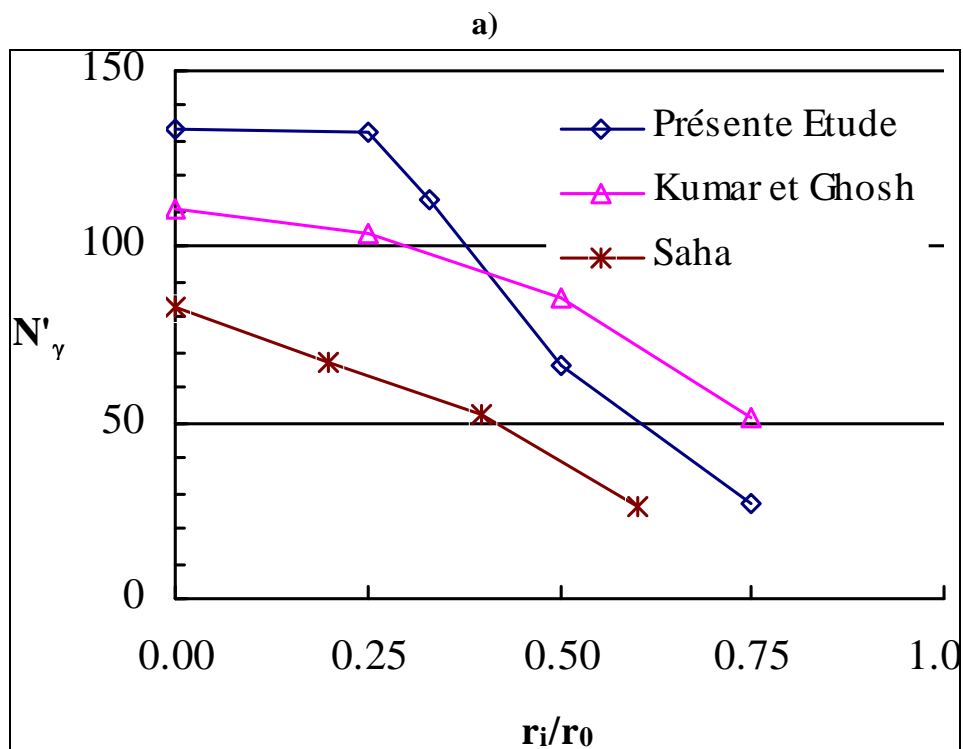
solution numérique actuelle. En outre, comme illustré par la figure 5.13, les résultats expérimentaux sont inférieurs à la solution de Kumar et Ghosh également. Cet écart entre les solutions expérimentales et numériques pour des valeurs élevées de φ peut être attribué au comportement réel des sols qui est, en fait, un comportement non associé. Par ailleurs, la figure 5.14 montre que les résultats expérimentaux de N'_γ de Saha [39] pour $\varphi=40^\circ$ sont beaucoup plus comparables aux valeurs de N'_γ issues de cette étude numérique pour le cas non-associé où $\psi=0$.

En ce qui concerne la comparaison de cette présente solution avec les résultats numériques des autres auteurs, nous pouvons faire les remarques suivantes. Pour un sol à faible angle de frottement ($\varphi < 35^\circ$), nous pouvons noter que les valeurs de Zhao et Wang [37] sont les plus élevées, en particulier pour $r_i/r_0 < 0.50$. D'autre part, les résultats de Choobbasti et al. [38] et, Kumar et Ghosh [35] comparent raisonnablement bien avec les résultats actuels pour la plage $0.25 < r_i/r_0 < 0.75$. Pour $r_i/r_0=0$, les résultats de la présente analyse comparent très favorablement avec la solution de Choobbasti et al. [38]. Cependant, Kumar et Ghosh [35] présentent une valeur très faible de N'_γ qui est inférieure à la limite inférieure établie par Lyamin et al. [28].

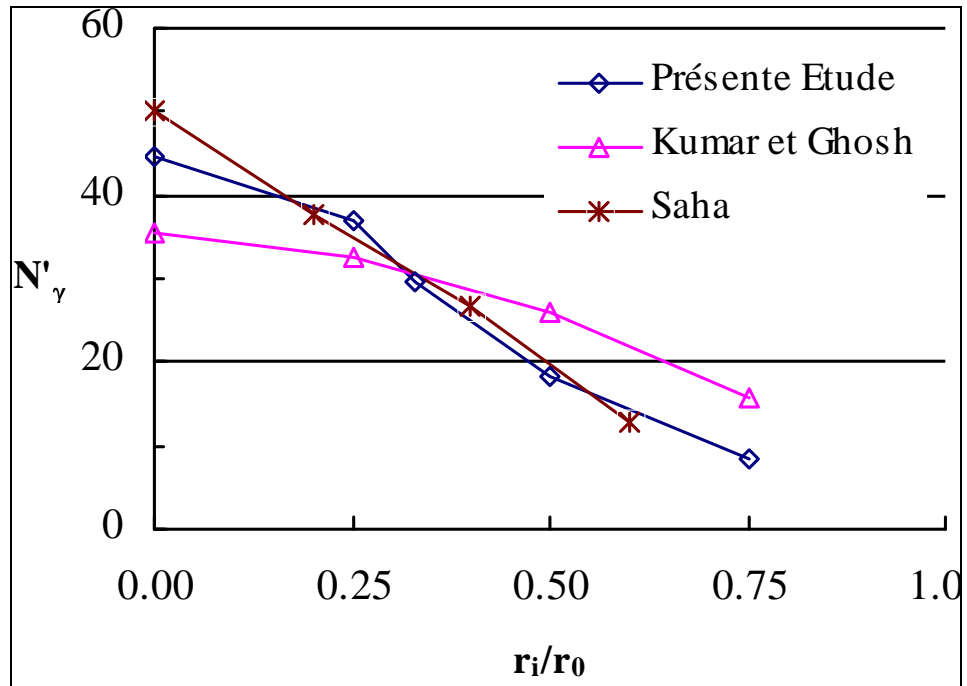
Pour une fondation rugueuse reposant sur un sol fortement frottant ($\varphi > 35^\circ$), la figure 5.13 montre une comparaison des résultats obtenus de N'_γ avec ceux de Kumar et Ghosh [35]. Les résultats obtenus sont les plus importants pour $r_i/r_0 = 0.33$ mais les plus petits pour $r_i/r_0 > 0.33$ et ce, par rapport aux solutions de Kumar et Ghosh. D'autre part, pour $r_i/r_0 = 0$, la solution de Kumar et Ghosh est la plus faible de celles proposées dans la littérature (voir tableau 5.3).

Dans le tableau 5.4, nous avons voulu faire une comparaison entre les valeurs numériques obtenues avec Flac du facteur de capacité portante N'_γ d'une fondation carrée de côté égal B avec une fondation circulaire de diamètre B. Le tableau 5.4 montre que le N'_γ numérique de la fondation circulaire est toujours supérieur à celui de la fondation carrée, et ce, quel que soit l'angle φ , l'écart de N'_γ entre les deux formes de fondation passe de 15% à 27% quand φ augmente de 25° à 40° . Par ailleurs nous pouvons noter que les coefficients de correction de forme des deux types de fondation sont variables avec l'angle de frottement φ , et, s_γ est croissant quand φ augmente. Avec un accroissement nettement

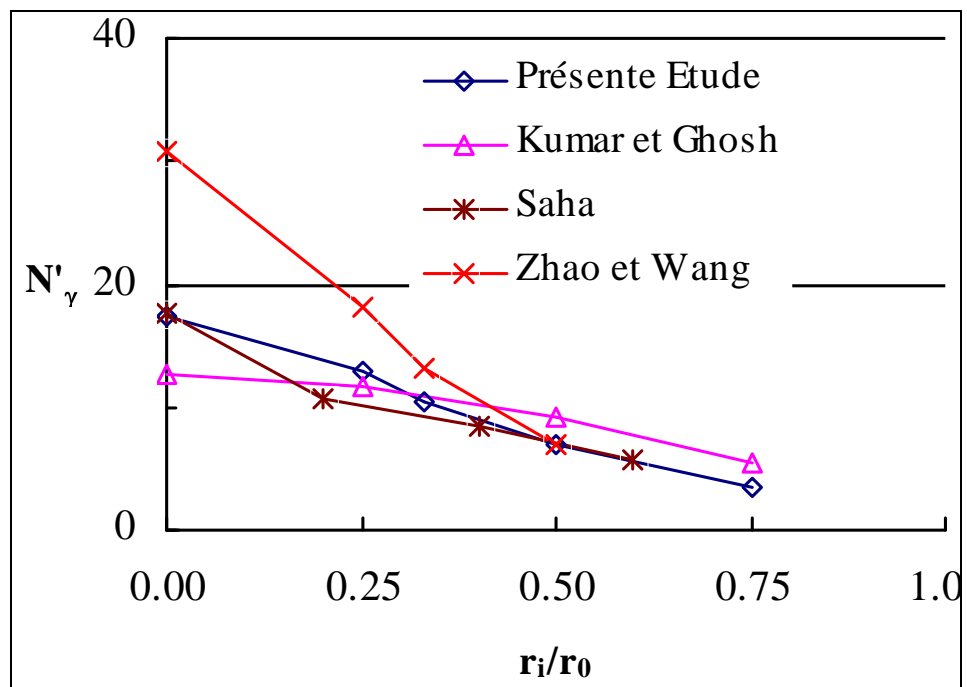
plus important pour le cas de la fondation circulaire, où s_γ croît de 0.80 à 1.54 quand φ croît de 20 à 40° et, s_γ est supérieur à 1, dès que $\varphi \geq 30^\circ$.



c)



d)



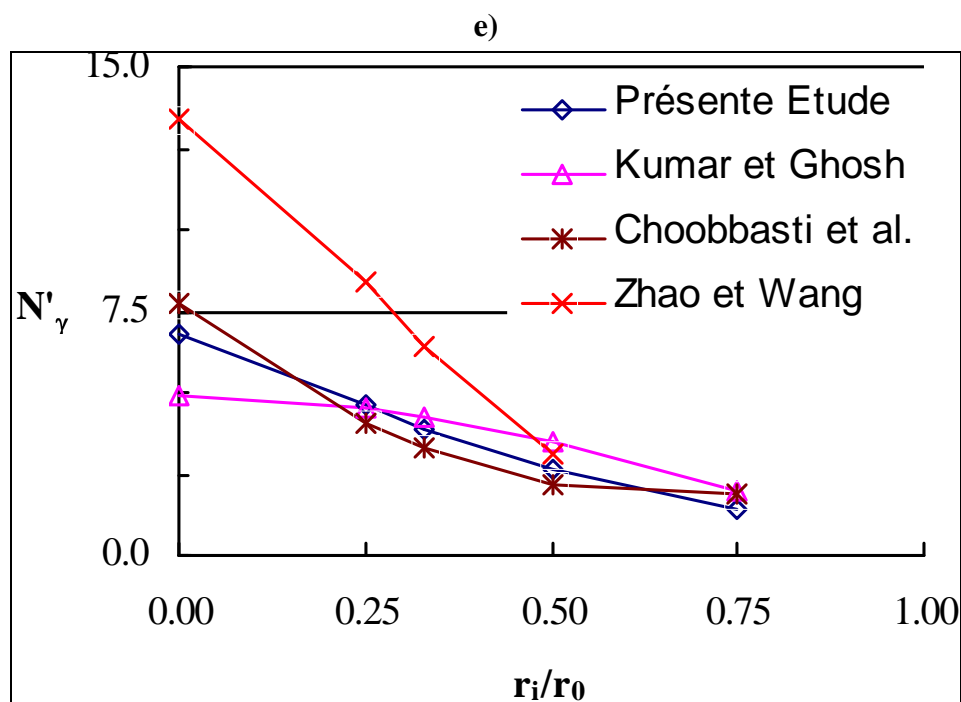


Figure 5.13 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude avec les résultats d'autres auteurs pour des fondations rugueuses et r_i/r_0 variable : (a) $\varphi=40^\circ$, (b) $\varphi=38^\circ$, (c) $\varphi=35^\circ$, (d) $\varphi=30^\circ$, et (e) $\varphi=25^\circ$

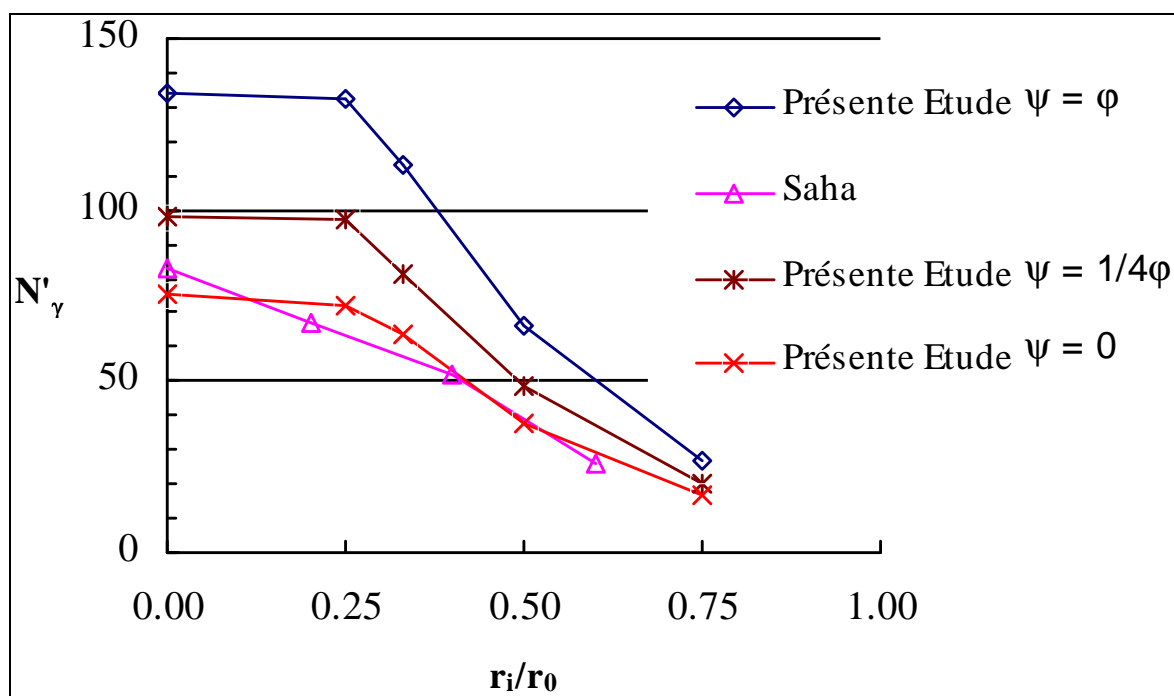


Figure 5.14 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de la présente étude numérique pour différentes valeurs de la dilatance ψ ($\psi=\varphi$, $\psi=1/4\varphi$, $\psi=0$) avec les résultats expérimentaux de Saha [39] pour une fondation rugueuse, $\varphi=40^\circ$ et r_i/r_0 variable

Tableau 5.3 Comparaison des valeurs de N'_γ issues de cette étude avec les résultats provenant d'autres auteurs pour les fondations circulaires, lisses (s) et rugueuses (r)

φ (°)	Méthode des Différences Finies			Méthodes des Caractéristiques				Analyse Limite Numérique		
	Présente Etude	Erickson et Drescher [2]	Zhao et Wang [37]	Bolton et Lau [3]	Kumar et Ghosh [35]	Martin [16]	Cassidy et Houlsby [32]	Borne Inférieure	Borne Supérieure	
										Lyamin et al. [28]
20	s	1.37	1.7	1.31	1.3	1.28	1.27	1.22		
	r	2.71	2.8	5.98	6.04	1.96	2.41	2.16		
25	s	3.20		3.13	3.0		2.97	2.87		
	r	6.78		13.36	13.5		6.07	5.27	5.65	8.26
30	s	7.71		7.26	7.1	7.13	7.10	6.94		
	r	17.5		30.76	31.9	12.79	15.54	14.13	14.10	19.84
35	s	19.7	21		18.2		18.02	17.88		
	r	44.5	45		82.4		41.97	42.56	37.18	52.51
40	s	55.5	58		51	50.27	50.17	50.46		
	r	133.7	130		238	111.0	124.1	129.4	106.6	157.21
45	s	179.5	186		160		160.0	165.1		
	r	460.9	456		803		419.4	505.0	338.0	539.22

Tableau 5.4 Comparaison entre les facteurs de capacité portante N'_γ et les coefficients de correction de forme s_γ des fondations rugueuses carrées et circulaires de la présente étude

φ (°)	Fondation filante	Fondation carrée		Fondation circulaire	
	N'_γ	N'_γ	s_γ	N'_γ	s_γ
20	3.38	2.67	0.79	2.71	0.80
25	7.24	5.90	0.81	6.78	0.94
30	15.61	14.13	0.91	17.5	1.12
35	35.80	37.16	1.04	44.5	1.24
40	86.92	105.17	1.21	133.7	1.54

5.5 Conclusions

Le code de différences finies FLAC a été utilisé pour évaluer le facteur de capacité portante relatif aux fondations annulaires, lisses et rugueuses, et pour des sols associés ou non-associés de Mohr-Coulomb. De cette recherche, et en comparant les résultats obtenus, présentés sous la forme de graphiques et de tableaux de conception, avec les autres résultats disponibles dans la littérature, nous pouvons noter les points suivants:

- La valeur de N'_γ a tendance à diminuer de manière continue avec l'accroissement du ratio r_i/r_0 . En outre, la diminution est plus prononcée pour les valeurs de r_i/r_0 au-delà de 1/3 pour les fondations rugueuses et les sols dont l'angle de frottement est élevé ($\varphi > 30^\circ$).
- L'angle de la dilatance du sol a une influence majeure sur la valeur de N'_γ lorsque le sol affiche une forte non-associativité, notamment pour $\varphi > 30^\circ$. En outre, N'_γ diminue considérablement lorsque le rapport ψ/φ diminue de 3/4 à 0. Au-delà de cette limite, la diminution semble être insignifiante.
- Les valeurs du facteur de capacité portante calculées en utilisant c^* et φ^* sont considérablement plus faibles que celles évaluées en considérant c , φ , et ψ . Par conséquent, l'utilisation de l'approche du matériau associé équivalent établie par Drescher & Detouray [53], ne semble pas applicable au cas des fondations annulaires.
- En outre, et particulièrement pour les valeurs importantes de φ , la grandeur de N'_γ pour une fondation rugueuse est significativement supérieure à celle d'une fondation lisse. Pour $\varphi = 45^\circ$, le ratio des deux valeurs atteint 257% et 317% pour les fondations circulaires et les fondations annulaires ayant un ratio $r_i/r_0 = 0.75$, respectivement.

Par ailleurs, les présentes valeurs de N'_γ pour les fondations lisses sont bien comparables aux résultats disponibles dans la littérature. Aussi, les divers résultats (cette étude comprise) sont bien très proches les uns des autres. Toutefois, pour les fondations rugueuses, un certain écart peut y être noté. Les valeurs exprimées par Bolton et Lau [3] et Zhao et Wang [37] sont les plus élevées et sont de 75% supérieures aux présents résultats. Les présents résultats, et ceux de Kumar et Ghosh [35] montrent des écarts d'autant plus perceptibles à mesure que φ augmente, et ces écarts varient aussi avec le ratio r_i/r_0 . Pour

$r_i/r_0 < 0.33$, c'est la solution de Kumar et Ghosh qui donne les valeurs les plus faibles, mais pour $r_i/r_0 > 0.33$, ce sont les résultats établis par la présente étude qui sont les plus faibles.

La comparaison des résultats numériques actuels relatifs à un sol associé ($\varphi = \psi$) avec le travail expérimental de Saha [39], montre un excellent accord entre les deux solutions pour les faibles valeurs de φ ($\varphi < 35^\circ$), cependant, pour les valeurs élevées de φ , les résultats expérimentaux sont beaucoup plus faibles qu'aux résultats numériques du sol associé. L'écart entre les solutions expérimentales et numériques pour des valeurs élevées de φ peut être attribué au comportement réel des sols qui est, en fait, non associé.

La comparaison, entre les valeurs numériques obtenues avec Flac des facteurs de capacité portante N'_γ rugueux d'une fondation carrée avec une fondation circulaire de diamètre B égal au côté du carré, montre que le N'_γ numérique de la fondation circulaire est toujours supérieur à celui de la fondation carrée, et ce, quel que soit l'angle φ . L'écart de N'_γ entre les deux formes de fondation passe de 15% à 27% quand φ augmente de 25 à 40°. Par ailleurs les coefficients de correction de forme des deux types de fondation sont bien variables avec l'angle de frottement φ , et, s_γ est continuellement croissant quand φ augmente. Toutefois l'accroissement est nettement plus important pour le cas de la fondation circulaire, où s_γ croît de 0.80 à 1.54 quand φ croît de 20 à 40° et, s_γ devient supérieur à 1, dès que $\varphi > 30^\circ$.

Références bibliographiques du chapitre 5

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.
- [2] Erickson H.L., Drescher A. Bearing capacity of circular footings. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 2002; 128(1):38-43.
- [3] Bolton M. D., and Lau C. K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. *Can. Geotech. J.* 1993; 30:1024-33.
- [4] Fast Lagrangian Analysis of Continua. Minneapolis: ITASCA Consulting Group, Inc; 2000.
- [5] Meyerhof G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. *Can. Geotech. J.* 1963; 1:16-26.
- [6] Meyerhof G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique* 1951; 2:301-32.
- [7] Caquot A., and Kérisel J. Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. *Proc. 3rd Int Conf. Soil Mech. Found. Eng. Zurich* 1953; 1:336-37.
- [11] Chen W. F. *Limit Analysis and Soil Plasticity*. Amsterdam: Elsevier; 1975.
- [12] Sloan S. W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. *Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech.* 1988; 12:61-77.
- [13] Michalowski R. L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. *Soils Found.* 1997; 37:57-64.
- [14] Soubra A. H. Upper bound solutions for bearing capacity of foundations. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1999; 125(1):59-68.
- [15] Sokolovskii V. V. *Statics of soil media*. London: Butterworths; 1960.
- [16] Martin C.M. (2005). Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics. *Proc. 11th Int. Conf. IACMAG. Turin* 2005; 4:441-50.
- [17] Griffiths D. V. Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Géotechnique* 1982; 32:195-202.
- [18] Frydman S., and Burd H. J. Numerical studies of bearing capacity factor N_γ . *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1997; 123(1):20-9.
- [21] Cox A. D., Eason G., and Hopkins, H. G. Axially symmetric plastic deformations in soils. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A.* 1961; 1036:1-45.
- [22] Hansen B. J. A general formula for bearing capacity. *Bull. Geot. Inst.* 1961; No.11.

- [25] De Beer E. E. Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Géotechnique* 1970; 20:387-411.
- [28] Lyamin A. V., Salgado R., Sloan S. W., and Prezzi M. Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique* 2007; 57(8):647–62.
- [30] Shield R. T. On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry. *Proc. Roy. Soc. London* 1955; 233:267-87.
- [31] Eason G., and Shield R. T. The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch. *Z. Angew. Math. Phys.* 1960; 11:33-43.
- [32] Cassidy M.J., and Houlsby G.T. Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique* 2002; 52(9):687-92.
- [33] Manoharan N., and Dasgupta S.P. Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Comput. Struct.* 1995; 54(4):563–86.
- [34] Loukidis D., and Salgado R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Comput. Geotech.* 2009; 36:871–79.
- [35] Kumar J., and Ghosh P. Bearing capacity factor N_γ for ring footings using the method of characteristics. *Can. Geotech. J.* 2005; 42:1474-84.
- [36] Boushehrian J. H., and Hataf N. Experimental and Numerical investigation of the bearing capacity of model circular and ring footings on reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes* 2003; 21:241-56.
- [37] Zhao L., and Wang J.H. Vertical bearing capacity for ring footings. *Computers and Geotechnics* 2008; 35(2):292–304.
- [38] Choobbasti A. J., Hesami S., Najafi A., Pirzadeh S., Farrokhzad F., and Zahmatkesh A. Numerical evaluation of bearing capacity and settlement of ring footing, case study of Kazeroon cooling towers. *Int. J. Res. Rev. Appl. Sc.* 2010; 4(3):263-71.
- [39] Saha M. C. Ultimate bearing capacity of ring footings on sand. M.Eng. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, U.P. India. 1978.
- [40] Saran S., Bhandari N.M., and Al-Smadi, M.M.A. Analysis of eccentrically–obliquely loaded ring footings on sand. *Indian Geotechnical Journal* 2003; 33(4):422-46.
- [53] Drescher A., and Detournay E. Limit load in translational failure mechanisms for associative and nonassociative materials. *Géotechnique* 1993; 43:443-56.
- [54] Michalowski R. L., and Shi L. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1995; 121(5):421-28.

CONCLUSION GENERALE

Le code de différences finies Flac (FLAC^{2D} et FLAC^{3D}) a été utilisé dans cette thèse pour évaluer numériquement les facteurs de portance et d'influence de la forme des fondations superficielles. L'étude s'est intéressée particulièrement à résoudre numériquement le problème de la capacité portante pour un sol frottant sans cohésion et pour deux formes géométriques de fondations très usuelles en construction. A savoir les fondations carrées et rectangulaires (de longueur L et de largeur B) d'une part, et, des fondations annulaires (de rayon intérieur r_i et de rayon extérieur r_0) d'autre part. Lesquels cas n'ont aucune solution analytique connue à ce jour. Les calculs ont été faits pour les valeurs du rapport L/B égales à 1, 2, 3, 5 et ($L/B =$ représente la semelle filante), et, pour les valeurs du rapport r_i/r_0 égales à 0, 0.25, 0.33, 0.50 et 0.75. Ces valeurs couvrent en principe la majorité des problèmes d'intérêt pratique.

Le modèle de comportement adopté pour le sol est le modèle, non-associatif, élastique parfaitement plastique de Mohr-Coulomb encodé dans FLAC. Le sol considéré est un sable frottant sans cohésion. La fondation considérée est horizontale et soumise à une charge verticale centrée.

Le calcul des facteurs de portance N'_γ et des coefficients de correction de forme s_γ relatifs aux fondations carrées et rectangulaires a été fait avec FLAC^{3D} (où on rappelle que s_γ est le ratio de N'_γ relatif à une fondation de forme non filante sur le N'_γ de la fondation filante de même largeur). Mais pour les fondations annulaires, la symétrie axiale (problème axisymétrique) a permis de faire usage de FLAC^{2D} en déformation plane en considérant un secteur d'un angle unitaire (un radian).

Les résultats de cette recherche, sont présentés sous la forme de graphiques et de tableaux de conception, et, des conclusions détaillées ont été présentées à la fin des

chapitres quatre et cinq respectivement pour les fondations rectangulaires et les fondations annulaires. Toutefois il est utile de rappeler ici les remarques les plus importantes.

- Pour les fondations annulaires, la valeur de N'_γ a tendance à diminuer de manière continue avec l'accroissement du ratio r_i/r_0 . En outre, la diminution est plus prononcée pour les valeurs de r_i/r_0 au-delà de 1/3 pour les fondations rugueuses et les sols dont l'angle de frottement est élevé ($\varphi > 30^\circ$).
- Pour les fondations rectangulaires rugueuses, N'_γ est croissant quand L/B augmente pour les valeurs de $\varphi < 30^\circ$ ($\varphi < 40^\circ$ pour un support lisse). Par contre N'_γ est décroissant quand L/B augmente pour $\varphi > 35^\circ$ ($\varphi > 40^\circ$ pour un support lisse). Par ailleurs pour les valeurs de φ telles que $30^\circ < \varphi < 35^\circ$ la variation de N'_γ n'est pas monotone, elle peut être décrite comme suit, N'_γ est croissant quand L/B augmente de 1 à 2, puis N'_γ est décroissant dès que $L/B > 2$.
- L'angle de la dilatance du sol a une influence majeure sur la valeur de N'_γ lorsque le sol affiche une forte non-associativité, notamment pour les valeurs élevées de l'angle de frottement ($\varphi > 30^\circ$). En outre, N'_γ diminue considérablement lorsque le rapport ψ/φ diminue (de 1/2 à 0 pour les fondations rectangulaires et de 3/4 à 0 pour les fondations annulaires). Toutefois, au-delà de cette limite, la diminution de N'_γ semble peu importante.
- Les valeurs du facteur de capacité portante calculées en utilisant c^* et φ^* sont considérablement plus faibles que celles évaluées en considérant c , φ , et ψ . Par conséquent, l'utilisation de l'approche du matériau associé équivalent, ne semble pas applicable au cas des fondations carrées, rectangulaires, et annulaires.
- En outre, et particulièrement pour les valeurs importantes de φ , la grandeur de N'_γ pour une fondation rugueuse est significativement supérieure à celle d'une fondation lisse. Pour $\varphi = 40^\circ$, le ratio des deux valeurs dépasse les 200% pour une semelle rectangulaire ($L/B = 5$). Pour $\varphi = 45^\circ$, le ratio des deux valeurs atteint 257% et 317% pour les fondations circulaires et les fondations annulaires ayant un ratio $r_i/r_0 = 0.75$, respectivement.

Par ailleurs, la comparaison des présentes valeurs de N'_γ relatives aux fondations rectangulaires avec les résultats disponibles dans la littérature, reflète des écarts entre les

différents auteurs. On peut noter que, pour un sol ayant un angle de frottement modéré ($\varphi < 30^\circ$), les facteurs de capacité portante N'_γ proposés par l'Eurocode 7 [51] ne sont pas du côté de la sécurité, car supérieurs à la solution numérique. Aussi il peut être signalé que, contrairement à certaines méthodes empiriques, où la courbe proposée de variation de N'_γ avec L/B est décroissante quand L/B augmente, numériquement on remarque une tendance contraire à savoir que N'_γ croît quand L/B augmente.

La comparaison des présents résultats concernant les coefficients de correction de forme s_γ relatifs aux fondations rectangulaires et carrées posées sur un support rugueux, issus de la présente étude avec les résultats issus de la littérature et calculés avec d'autres méthodes, montrent ce qui suit :

Contrairement à certaines méthodes empiriques qui proposent des formules de s_γ indépendantes de φ , numériquement il est noté que s_γ est variable (croissant) avec φ .

Pour un sol ayant un angle de frottement faible à modéré ($\varphi < 30^\circ$), la présente étude concorde avec les travaux numériques existants, à savoir que s_γ est inférieur à 1 et présente une variation croissante avec L/B et une allure asymptotique avec la droite $s_\gamma=1$ pour $L/B > 3$.

Pour un sol présentant un frottement élevé ($\varphi > 30^\circ$), et contrairement aux sols à faible frottement, on remarque que les valeurs proposées pour s_γ par les différents auteurs sont supérieures à 1 quel que soit L/B (sauf pour une semelle carrée et $\varphi=30^\circ$, où $s_\gamma < 1$).

Pour ce qui est des fondations annulaires, les présentes valeurs de N'_γ pour les fondations lisses sont bien comparables aux résultats disponibles dans la littérature. Toutefois, pour les fondations rugueuses, un certain écart peut y être noté. Les présents résultats, et ceux de Kumar et Ghosh [35] montrent des écarts d'autant plus perceptibles à mesure que φ augmente, et ces écarts varient aussi avec le ratio r_i/r_0 . Pour $r_i/r_0 < 0.33$, c'est la solution de Kumar et Ghosh [35] qui donne les valeurs les plus faibles, mais pour $r_i/r_0 > 0.33$, ce sont les résultats établis par la présente étude qui sont les plus faibles.

La comparaison des résultats numériques actuels relatifs à un sol associé ($\varphi = \psi$) avec le travail expérimental de Saha [39], montre un excellent accord entre les deux solutions pour les faibles valeurs de φ ($\varphi < 35^\circ$), cependant, pour les valeurs élevées de φ , les résultats

expérimentaux sont beaucoup plus faibles qu'aux résultats numériques du sol associé. L'écart entre les solutions expérimentales et numériques pour des valeurs élevées de φ peut être attribué au comportement réel des sols qui est, en fait, non associé.

Enfin la comparaison, entre les valeurs numériques obtenues avec Flac des facteurs de capacité portante N'_γ rugueux d'une fondation carrée avec une fondation circulaire de diamètre B égal au côté du carré, montre que le N'_γ numérique de la fondation circulaire est toujours supérieur à celui de la fondation carrée, et ce, quel que soit l'angle φ .

Références bibliographiques

- [1] Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York: Wiley; 1943.
- [2] Erickson H.L., Drescher A. Bearing capacity of circular footings. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2002; 128(1):38-43.
- [3] Bolton M. D., and Lau C. K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. Can. Geotech. J. 1993; 30:1024-33.
- [4] Fast Lagrangian Analysis of Continua. Minneapolis: ITASCA Consulting Group, Inc; 2000.
- [5] Meyerhof G. G. Some recent research on the bearing capacity of foundations. Can. Geotech. J. 1963; 1:16-26.
- [6] Meyerhof G.G. The ultimate bearing capacity of foundations. Géotechnique 1951; 2:301-32.
- [7] Caquot A., and Kérisel J. Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. Proc. 3rd Int Conf. Soil Mech. Found. Eng. Zurich 1953; 1:336-37.
- [8] Craig, R. F., Craig's soil mechanics, 7th edition, London, 2004.
- [9] Vesic, A. S., Analysis of ultimate loads of shallow foundations, J. Soil Mech. Found. Div., ASCE, 99(1), 45, 1973.
- [10] Prandtl, L., Uber die eindringungs-festigkeit plastischer baustoffe und die festigkeit von schneiden, Z. Ang. Math. Mech., 1(1), 15, 1921.
- [11] Chen W. F. Limit Analysis and Soil Plasticity. Amsterdam: Elsevier; 1975.
- [12] Sloan S. W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming. Int. J. Numer. Analyt. Meth. Geomech. 1988; 12:61-77.
- [13] Michalowski R. L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis. Soils Found. 1997; 37:57-64.
- [14] Soubra A. H. Upper bound solutions for bearing capacity of foundations. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 1999; 125(1):59-68.
- [15] Sokolovskii V. V. Statics of soil media. London: Butterworths; 1960.

- [16] Martin C.M. (2005). Exact bearing capacity calculations using the method of characteristics. Proc. 11th Int. Conf. IACMAG. Turin 2005; 4:441-50.
- [17] Griffiths D. V. Computation of bearing capacity factors using finite elements. *Géotechnique* 1982; 32:195-202.
- [18] Frydman S., and Burd H. J. Numerical studies of bearing capacity factor N_γ . *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1997; 123(1):20-9.
- [19] Abbott, M.B. An introduction to the method of characteristics. Thames and Hudson, London, 1966.
- [20] Davis, R. O., and Selvadurai, A. P. S. *Plasticity and Geomechanics*. Cambridge University Press. 2002.
- [21] Cox A. D., Eason G., and Hopkins, H. G. Axially symmetric plastic deformations in soils. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A.* 1961; 1036:1-45.
- [22] Hansen B. J. A general formula for bearing capacity. *Bull. Geot. Inst.* 1961; No.11.
- [23] Biarez, J., Burel, M., and Wack, B., Contribution à l'étude de la force portante des fondations, in Proc., V Intl. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Paris, France, 1, 1961, 603.
- [24] Lundgren, H., and Mortensen, K., Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand, in Proc., III Intl. Conf. Mech. Found. Eng., Zurich, Switzerland, 1, 1953, 409.
- [25] De Beer E. E. Experimental determination of the shape factors and the bearing capacity factors of sand. *Géotechnique* 1970; 20:387-411.
- [26] Shield R. T. and Drucker D. C. The application of limit analysis to punch-indentation problems. *J. Appl. Mech.* 1953; 20:453-60.
- [27] Zhu M. and Michalowski R. L. Shape factors for limit loads on square and rectangular footings. *Journal of geotech. Ang geoenv. Eng. ASCE* , 2005;131(2):223-31.
- [28] Lyamin A. V., Salgado R., Sloan S. W., and Prezzi M. Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand. *Géotechnique* 2007; 57(8):647-62.
- [29] Antao A. N., Vicente da Silva M., Guerra N., and Delgado R. An upper bound-based solution for the shape factors of bearing capacity of footings under drained conditions

- using a parallelized mixed f.e. formulation with quadratic velocity fields. *Computers and Geotechnics*. 2012; 41:23-35.
- [30] Shield R. T. On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry. *Proc. Roy. Soc. London* 1955; 233:267-87.
- [31] Eason G., and Shield R. T. The plastic indentation of a semi-infinite solid by a perfectly rough circular punch. *Z. Angew. Math. Phys.* 1960; 11:33-43.
- [32] Cassidy M.J., and Houlsby G.T. Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique* 2002; 52(9):687-92.
- [33] Manoharan N., and Dasgupta S.P. Bearing capacity of surface footings by finite elements. *Comput. Struct.* 1995; 54(4):563–86.
- [34] Loukidis D., and Salgado R. Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements. *Comput. Geotech.* 2009; 36:871–79.
- [35] Kumar J., and Ghosh P. Bearing capacity factor N_γ for ring footings using the method of characteristics. *Can. Geotech. J.* 2005; 42:1474-84.
- [36] Boushehrian J. H., and Hataf N. Experimental and Numerical investigation of the bearing capacity of model circular and ring footings on reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes* 2003; 21:241-56.
- [37] Zhao L., and Wang J.H. Vertical bearing capacity for ring footings. *Computers and Geotechnics* 2008; 35(2):292–304.
- [38] Choobbasti A. J., Hesami S., Najafi A., Pirzadeh S., Farrokhzad F., and Zahmatkesh A. Numerical evaluation of bearing capacity and settlement of ring footing, case study of Kazeroon cooling towers. *Int. J. Res. Rev. Appl. Sc.* 2010; 4(3):263-71.
- [39] Saha M. C. Ultimate bearing capacity of ring footings on sand. M.Eng. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, U.P. India. 1978.
- [40] Saran S., Bhandari N.M., and Al-Smadi, M.M.A. Analysis of eccentrically–obliquely loaded ring footings on sand. *Indian Geotechnical Journal* 2003; 33(4):422-46.
- [41] Leipholz, H. *Theory of elasticity*. Noordhoff International Publishing. 1974.
- [42] Lekhnitskii, S. G. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. Moscow: Mir Publishers, 1981.

- [43] Roscoe K. H., and J. B. Burland. On the Generalised Stress-Strain Behavior of Wet Clay, in *Engineering Plasticity*, J. Heyman and F. A. Leckie, Eds. Cambridge: Cambridge University Press, 1968 pp. 535-609.
- [44] Schofield, A.N. and Wroth C.P. *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London. 1968.
- [45] Vermeer, P. A., and R. de Borst. Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock. *Heron*. 1984, 29(3), 3-64.
- [46] Wilkins, M. L. Fundamental Methods in Hydrodynamics, in *Methods in Computational Physics*. Alder et al., Eds. New York: Academic Press. 1964 Vol. 3, pp. 211-263.
- [47] Marti, J., and P. A. Cundall. Mixed Discretisation Procedure for Accurate Solution of Plasticity Problems, *Int. J. Num. Methods and Anal. Methods in Geomechanics*, 1982 6, 129-139.
- [48] Billiaux D., and P. A. Cundall. Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments lagrangiens, *Revue française de Géotechnique*, 1993 Vol 63, pp 9-21.
- [49] Golder H. O. The ultimate bearing pressure of rectangular footings. *J. Inst. Civ. Eng.*, 1941; 17(2):161–174.
- [50] Hansen B. J. A revised and extended formula for bearing capacity. *Bull. Geot. Inst.* 1970; Bulletin 28, 5–11.
- [51] Eurocode 7. Geotechnical design, part 1: general rules. CEN, European Committee for Standardization, Brussels; 2004.
- [52] Michalowski RL. Upper-bound load estimates on square and rectangular footings. *Géotechnique* 2001;51(9):787–98.
- [53] Drescher A., and Detournay E. Limit load in translational failure mechanisms for associative and nonassociative materials. *Géotechnique* 1993; 43:443-56.
- [54] Michalowski R. L., and Shi L. Bearing capacity of footings over two-layer foundation soils. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* 1995; 121(5):421-28.
- [55] Mesta P. & Prat M. “Ouvrages en interaction”. Hermes science publications, Paris, 1999.