

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MOHAMED KHEIDER DE BISKRA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

N° d'ordre :.....

Série :.....

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister en **AUTOMATIQUE**

Option

COMMANDE ET IDENTIFICATION DES SYSTEMES DYNAMIQUES

Thème

**Commande des Systèmes Non Linéaires
par Mode Glissant Flou**

Présenté par : Amieur Toufik

Soutenu le 20/06/2009 devant le jury composé de :

Mohamed Sourì Mimoune	Président	Professeur	Univ. Biskra
Mohamed Boumehraz	Rapporteur	Maitre de conférences	Univ. Biskra
Abdelhamid Benakcha	Examineur	Maitre de conférences	Univ. Biskra
Achour Betka	Examineur	Maitre de conférences	Univ. Biskra

Introduction

Dans le domaine de l'automatique, l'étude des systèmes non linéaires constitue toujours un champ de recherche très riche. Contrairement aux systèmes linéaires pour lesquels l'automatique fournit une panoplie de méthodes d'analyse et de synthèse de lois de la commande, les systèmes non linéaires ne disposent pas d'outils et de méthodes générales pour l'analyse et la synthèse. Ceci est dû au fait que les systèmes non linéaires possèdent des structures extrêmement variées, des dynamiques complexes et peuvent présenter toutes sortes de comportements étranges.

La plupart des systèmes non linéaires sont caractérisés par des incertitudes structurelles et / ou non structurelles variantes dans le temps, ce qui rend leur commande très délicates et complexes à mettre en œuvre. Pour résoudre ce problème, plusieurs approches ont été développées dans la littérature. La commande par mode de glissement, par exemple, permet d'assurer la robustesse des systèmes incertains et perturbés en atténuant les effets des perturbations externes à un niveau désiré. Pour cela, on définit un critère, dit de type mode glissant. Le recours à des algorithmes de commande robuste est donc souhaitable aussi bien en stabilisation qu'en poursuite de trajectoire.

Parmi ces commandes, nous nous intéressons dans ce mémoire à deux classes de commande. La première classe de commande est la commande à structure variable. La seconde classe de commande est plus récente, appelée la commande par logique floue, elle est apparue grâce aux travaux du mathématicien Lotfi Zadeh.

La commande à structure variable qui est, par sa nature, une commande non linéaire, possède cette robustesse. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand

Introduction

l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées. Ce type de commande présente plusieurs avantages tels que la robustesse, la stabilité, la simplicité et le temps de réponse très faible.

Toutefois, malgré l'ensemble des avantages de la commande à structure variable, un phénomène limite la généralisation de son application dans certains systèmes industriels, il s'agit du phénomène de broutement. En effet, dûes aux commutations rapides de la commande discontinue, des oscillations à hautes fréquences apparaissent, et peuvent exciter les parties non modélisées de la dynamique du système. Ceci est désormais néfaste aux actionneurs.

La deuxième classe de commande des systèmes dynamiques considérée dans ce mémoire et la commande par logique floue. La commande par logique floue est une commande intelligente utilisée sur des systèmes complexes et mal définis. L'idée de base de cette approche est d'utiliser l'expérience d'un opérateur humain sur un procédé pour la synthèse du contrôleur. A partir d'un ensemble de règles linguistiques décrivant la stratégie de commande, un algorithme de commande est construit avec des termes linguistiques définis comme des ensembles flous. Ces règles peuvent être obtenues à partir du modèle du système à commander.

Actuellement, beaucoup de travaux de recherche ont essayé de résoudre les problèmes de stabilité, de performance et de robustesse des contrôleurs à logique flou en utilisant souvent des descriptions de système basées sur des modèles réels. En fait, le problème de formulation analytique de la commande à logique floue est posé. Cependant, une solution est de trouver une approche pouvant adopter les techniques de commande linéaire et non linéaire tout en gardant les éléments flous de la boucle de commande. On peut envisager une loi de commande hybride combinant par exemple les lois de commande par logique floue et par régime glissant.

Ces deux approches de commande robuste ne peuvent être appliquées que si le modèle nominal du processus est parfaitement connu, les perturbations externes sont bornées et variant lentement. Une des approches permettant de lever la contrainte de la connaissance parfaite du modèle ainsi que les incertitudes. Cette méthode, permettant de combiner la logique floue et la théorie de la commande adaptative classique, a été améliorée en utilisant un terme de commande robuste. Ce terme est une loi de commande par mode de glissement afin d'assurer la robustesse et atténuer les effets des perturbations externes.

Introduction

Ce mémoire est organisé en une introduction, cinq chapitres et une conclusion :

Le premier chapitre est consacré à quelques rappels sur les modèles d'état des systèmes non linéaires, la théorie de stabilité des systèmes non linéaires et les différentes méthodes de commande des systèmes non linéaires.

Dans le deuxième chapitre, sont présentées des notions générales sur la logique floue ainsi que la composition d'un système de commande floue, et les différents types de commande en utilisant la logique floue.

Le troisième chapitre, est un exposé des notions fondamentales de la commande à structure variable et quelques concepts de base sur la théorie des modes glissants.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude et la synthèse de la commande hybride par mode glissant flou pour résoudre le problème de la stabilité et la poursuite d'une trajectoire de référence pour une classe de systèmes non linéaires.

Dans le cinquième chapitre, on présente la technique de commande adaptative floue par mode de glissement. En fin, la conclusion présente le bilan de ce travail et les perspectives envisagées.

Généralités sur la commande des systèmes non linéaires

1. Introduction

Un système non linéaire commandé est un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commande, ou simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs.

On en connaît de nombreux exemples parmi les systèmes mécaniques ou chimiques : satellites, avions, automobiles, grues, machines-outils, régulateurs thermiques, réacteurs chimiques, procédés biotechnologiques ou agro-alimentaires, etc.

Les entrées peuvent être choisies en boucle ouverte, c'est-à-dire ne dépendant que du temps, ou en boucle fermée, c'est-à-dire comme des fonctions des variables mesurées, appelées observations, qui tiennent compte de l'état du système à chaque instant.

Un tel système est non linéaire s'il n'est pas équivalent à un système linéaire dans un sens à préciser. Plusieurs relations d'équivalence peuvent être introduites, donnant des classifications très différentes si le système est commandé ou non. Dans le cas non commandé on classe les comportements par rapport à la stabilité et l'instabilité linéaires et on fait apparaître les dynamiques centres (ni linéairement stable ni linéairement instable) au voisinage d'un point d'équilibre ou d'une orbite périodique. Dans le cas commandé, beaucoup plus compliqué, l'équivalence à un système linéaire décrit une propriété de l'ensemble des trajectoires du système que l'on appellera platitude.

Au-delà de l'analyse des types de comportement des systèmes, se pose le problème de leur utilisation. Un objectif de commande se traduit par la donnée d'une ou plusieurs trajectoires de référence à suivre (boucle ouverte) et, en boucle fermée, par certaines exigences sur la vitesse de poursuite, l'atténuation des perturbations, l'insensibilité aux erreurs et variations paramétriques et la précision du suivi. Bien sur, les réglages de la boucle ouverte et de la boucle fermée interagissent de façon complexe, surtout dans le contexte non linéaire, mais

on peut, dans certains cas, arriver à rendre ces deux aspects aussi indépendants que possible pour en faciliter la mise au point. Dans de nombreux cas, en outre, le nombre, la technologie et l'emplacement des capteurs devant permettre de fermer la boucle ne sont pas donnés a priori et entrent dans la conception de la boucle fermée.

2. Les systèmes non linéaires

Un système est non linéaire s'il ne vérifie pas le principe de superposition. Les conditions de proportionnalité et d'additivité ne s'appliquent plus aux systèmes non linéaires.

Lors de l'étude des systèmes non linéaires on se heurte à plusieurs difficultés.

- L'analyse par des fonctions de transfert est impossible,
- La notion des pôles disparaît,
- Un système non linéaire possède en général plusieurs points d'équilibre et l'étude de leur stabilité est plus complexe que dans le cas linéaire pour le quel le concept de stabilité est global.

La non linéarité d'un système peut être intrinsèque ou peut être isolée, c'est-à-dire que l'on peut avoir une association d'éléments à caractéristiques non linéaires à un système linéaire. Comme pour les systèmes linéaires, il est possible de distinguer, aussi les modèles non linéaires par les caractères suivants [1] :

- à temps continu / à temps discret,
- invariants dans le temps / variants dans le temps,
- monovariables / multivariables,
- déterministes / stochastiques.

3. Représentation des systèmes non linéaire

La forme la plus utilisée pour la représentation des systèmes non linéaires est la suivante :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.1})$$

Où t est le temps, $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ est le vecteur de commande ou d'entrée.

$f : R^n \times R^m \times R_+ \rightarrow R^n$ est une fonction non linéaire.

3.1. Système autonome

Le système non linéaire (I.1) est dit autonome si la fonction f ne dépend pas explicitement du temps t , c'est-à-dire le système peut être écrit sous la forme :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.2})$$

Si non, le système (I.1) est dit non autonome.

Parfois on utilise le terme de « invariant dans le temps ou stationnaire » au lieu « d'autonome » et « variant dans le temps » à la place de « non autonome ».

Dans le cas non autonome, si les variations des caractéristiques sont lentes dans le temps, on pourra approximer le système par une séquence de systèmes autonomes [1].

3.2. Systèmes à structure variables

Lorsque la structure du système ou du correcteur utilisé prend d'une façon discontinue deux ou plusieurs expressions, la notion de système à structures variables intervient. Il en découle les définitions suivantes :

-**Un système à structure variable (VSS)** est un système dont la structure change pendant son fonctionnement, il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à l'autre à tout instant. De plus un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure [2].

-**Un système est dit à structure variable** s'il admet une représentation par des équations différentielles du type :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(x) & \text{si la condition 1 est vérifiée} \\ \vdots & \vdots \\ f_n(x) & \text{si la condition n est vérifiée} \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Où f_i , $i = 1, \dots, n$ sont des fonctions appartenant à un ensemble de sous systèmes de classe C^k .

Par conséquent, les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation [2].

3.3. Points d'équilibre

Le point $x_e \in R^n$ est dit point d'équilibre du système non linéaire non forcé :

$$\dot{x} = f(x(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.4})$$

si

$$\dot{x} = f(x_e, t) = 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.5})$$

Si x_e est un point d'équilibre du système (I.4) alors l'équation différentielle :

$$\dot{x} = f(x(t), t), \quad \forall t \geq t_e, \quad x(t_e) = x_e \quad (\text{I.6})$$

admet une solution unique :

$$x(t) = x_e, \quad \forall t \geq t_e \quad (\text{I.7})$$

4. Stabilité des systèmes non linéaires

Dans les études mathématiques de la stabilité on procède généralement avec un modèle mathématique de la dynamique du système et on étudie si le système possède la propriété de stabilité. Avec cette approche, on peut s'assurer que le modèle est stable ou non. Les conclusions concernant la stabilité du modèle ne s'appliquent pas au système physique réel que si le modèle utilisé est assez précis. La théorie de la stabilité joue un rôle central en théorie des systèmes ; différents types de problèmes de stabilité peuvent être rencontrés dans l'étude des systèmes dynamiques.

La stabilité d'un point d'équilibre est généralement étudiée à l'aide du concept de stabilité au sens de Lyapunov. Par définition, si un système est dans un état d'équilibre, il restera dans cet état pour t variant dans le temps. L'étude de la stabilité au sens de Lyapunov consiste en l'étude des trajectoires du système quand l'état initial est « près » d'un état d'équilibre. Cela reflète la possibilité de perturbations affectant le système, sous forme de conditions initiales non nulles.

L'objet de la théorie de la stabilité est de tirer des conclusions quant au comportement du système sans calculer explicitement ses trajectoires. La contribution majeure fut apportée par A.M. Lyapunov, en 1892, dont les travaux n'ont été connus qu'à partir des années 60. Il a introduit la majorité des concepts et définitions de base concernant la stabilité des systèmes représentés par des systèmes différentiels arbitraires mais a aussi fourni les principaux résultats théoriques [1].

4.1. Fonction candidate de Lyapunov

Soit $V : R^n \rightarrow R^+$ une fonction telle que :

1. V est continûment différentiable en tous ces arguments,
2. V est définie positive,
3. Il existe a et b deux fonctions scalaires de R^+ dans R^+ , continues, monotones, non décroissantes telles que :

$$a(0) = b(0) = 0$$

$$\forall x \in R^n : a(\|x\|) \leq V(x) \leq b(\|x\|)$$

Alors V est une fonction candidate de Lyapunov.

4.2. Théorèmes de stabilité

4.2.1. Stabilité locale

Si dans une boule $B(\rho)$ il existe une fonction scalaire $V(x)$, dont les dérivées partielles d'ordre un sont continues, et telle que :

1. $V(x)$ est définie positive dans $B(\rho)$.
2. $\dot{V}(x)$ est semi-définie négative dans $B(\rho)$.

alors **l'origine est stable**.

Si $\dot{V}(x)$ est localement définie négative dans $B(\rho)$, alors **l'origine est asymptotiquement stable**.

4.2.2. Stabilité globale

S'il existe une fonction scalaire $V(x)$, dont les dérivées partielles d'ordre un sont continues, et telle que :

1. $V(x)$ est définie positive.
2. $\dot{V}(x)$ est définie négative.
3. $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) \rightarrow \infty$ ($V(x)$ est radialement non-bornée).

alors **l'origine est globalement asymptotiquement stable**.

4.3. Stabilité d'une trajectoire

Dans certains cas les systèmes n'admettent pas de points d'équilibre, ou alors le point d'équilibre n'est pas stable. Divers cas peuvent alors ce produire.

-Le système admet un domaine stable : Il existe un domaine de conditions initiales tel que toutes les trajectoires restent comprises à l'intérieur du domaine stable.

-Le système admet un domaine attractif : Il existe un domaine de conditions initiales tel que toutes les trajectoires sont comprises dans le domaine attractif au bout d'un certain temps.

-Le système admet une trajectoire stable f_e : Quelque soit $\varepsilon > 0$ il existe $\alpha > 0$ tels que :

$$\|f(0) - f_e(0)\| < \alpha \Rightarrow \|f(t) - f_e\| < \varepsilon, \quad \forall t > 0 \quad (\text{I.8})$$

-De la même manière on peut définir une trajectoire attractive.

-La stabilité asymptotique et exponentielle (globale ou non) peuvent être définies également pour les domaines et les trajectoires.

4.4. Stabilité entrée-sortie

Jusqu'à présent on a défini la stabilité des systèmes à partir de la stabilité de l'état d'équilibre autour d'un point, dans un domaine ou autour d'une trajectoire. Il est également possible de considérer la stabilité entrée / sortie.

Soit le système non linéaire :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t), u(t)) \end{aligned} \quad (\text{I.9})$$

Ou u est l'entrée du système et y sa sortie. La stabilité entrée / sortie d'un point d'équilibre (u_e, y_e) se définit par :

Quelque soit $\varepsilon > 0$ il existe $\alpha > 0$ et un domaine de conditions initiales de l'état du système tels que si $\|u(t) - u_e\| < \alpha$ pour tout t et que $x(0)$ appartient au domaine de condition initiales alors $\|y(t) - y_e\| < \varepsilon$ pour tout t .

Il est à noter que la stabilité entrée / sortie est très rarement utilisée. Il est en effet primordial de connaître l'évolution de tout l'état du système. Il n'est pas rare en effet, pour

des systèmes non observables, que la sortie ait un comportement stable et que pour autant l'état du système diverge [1].

5. Commande de procédés non linéaires

Parmi les nombreuses techniques de commande non linéaires, certaines ont fait l'objet de théories poussées mais néanmoins relativement complexes. Notre objectif dans ce paragraphe n'est pas de traiter en profondeur chacune d'elles, ni d'apporter un quelconque complément à ces dernières, mais de faire un exposé rapide sur ces techniques en présentant leurs avantages et leurs inconvénients. Certaines techniques, bien qu'ayant fait l'objet de nombreuses recherches, sont volontairement oubliées dans ce rappel (commande optimale par exemple).

5.1. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie

La linéarisation par bouclage a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'Isidori [3] et les apports bénéfiques de la géométrie différentielle. Un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être partiellement ou complètement transformés en systèmes possédant un comportement entrée-sortie ou entrée-état linéaire à travers le choix approprié d'une loi de commande par retour d'état non linéaire endogène. Lorsque les dynamiques des zéros sont stables, il est possible de transformer le système non linéaire en une chaîne d'intégrateurs. Après linéarisation, les techniques classiques des systèmes linéaires peuvent être appliquées. Cette approche a souvent été employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande mais cette technique impose que le vecteur d'état soit mesuré et demande un modèle précis du procédé à commander. De plus, les propriétés de robustesse ne sont pas garanties face aux incertitudes paramétriques du modèle. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée-sortie résultante non linéaire [1].

5.2. Backstepping

La technique du backstepping a fait son apparition dans les années 1990 par P. Kokotovic. L'historique du backstepping est résumé dans Krstic [4] et l'approche y est largement approfondie. La commande non linéaire avec linéarisation entrée-états ou entrée-

sortie mène à l'annulation de non linéarités qui pourraient s'avérer utiles. Le backstepping est moins restrictif et n'oblige pas le système à devenir linéaire. L'idée fondamentale du backstepping est de synthétiser la loi de commande d'une manière récursive. Certaines composantes du vecteur d'état sont considérées comme des «commandes virtuelles» et des lois de commande intermédiaires sont élaborées. Le backstepping s'applique aux systèmes non linéaires triangulaires (strict feedback systems en anglais) [4].

5.3. La commande adaptative

L'origine de la commande adaptative remonte aux années 1950 : les automaticiens se sont vite aperçus en effet qu'un contrôleur avec des paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances voulues, par exemple dans le cas où les paramètres du système variaient avec le temps.

Parmi les stratégies de commande adaptative on distingue les méthodes directes comme par exemple la commande adaptative à modèle de référence (MRAC), dont l'objectif est de concevoir un modèle de référence dont les performances coïncident avec ceux du système en boucle fermée, la fonction de la commande est d'éliminer toute divergence entre la réponse du modèle et celle du système quelque soient le signal d'entrée et les conditions de perturbation (internes ou externes).

Les méthodes indirectes sont basées sur l'identification en temps réels du processus puis le placement de pôles.

Chaque méthode utilise des techniques différentes mais pour le même but l'annulation de l'erreur entre la consigne et la sortie de modèle [5] [6].

5.4. La commande prédictive

Le principe de la commande prédictive la rend séduisante pour de nombreuses applications que ce soit comme une commande linéaire ou non linéaire.

La commande prédictive à base de modèle a joué un rôle très important dans le domaine de contrôle de processus, elle est basée sur l'utilisation d'un modèle pour prédire le comportement future du système sur un horizon du temps fini.

Une séquence optimale des signaux de commande sur l'horizon de prédiction est obtenue par la minimisation d'un certain coût, le premier signal de la séquence de commande est

transmis au processus et l'opération entière de « prédiction-optimisation » est répétée à chaque période d'échantillonnage.

Pour les systèmes non linéaires, cette approche implique un intervalle de temps considérable entre les actions de commande pour permettre la minimisation de la fonction du coût.

Différents algorithmes ont été proposés pour permettre une optimisation plus rapide, par exemple: la Programmation Dynamique (DP) et la Programmation séquentielle quadratique (SQP) [7].

5.5. La commande robuste

L'obtention d'un modèle exact du procédé n'est pas une tâche facile. Les imprécisions du modèle proviennent entre autre des incertitudes liées au procédé lui-même (paramètres mal connus ou difficilement identifiables) ou de l'oubli de certaines dynamiques du système ou même du choix de modélisation trop simplifié de certaines dynamiques. Les imprécisions sont classées en deux catégories: incertitudes paramétriques et dynamiques négligées. Le premier type entrera directement en jeu dans le modèle tandis que le second type porte sur l'ordre sous-estimé du système.

La commande robuste est une première technique de commande de l'automatique traitant ce genre de problème. Dans la synthèse de la loi de commande sont pris en compte un modèle nominal du procédé à contrôler mais aussi les incertitudes paramétriques liées au modèle. La structure du contrôleur robuste est finalement composée d'une partie « nominale » mais aussi de termes additionnels permettant de compenser au mieux les incertitudes liées au modèle [8].

5.6. La commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une technique particulièrement intéressante. Elle remonte aux années 1970 avec les travaux d'Utkin [9]. Le principe consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'intégration d'éléments de commutation dans la loi de commande. De plus, la commande garantit que le point représentatif du système atteint l'hypersurface en un temps fini. Le système se met en régime glissant lorsque ce point a atteint l'hypersurface, dite surface de glissement. Son comportement devient alors

insensible aux perturbations sur la sortie et aux variations paramétriques. Néanmoins, les problèmes de «broutement» ou chattering inhérents à ce type de commande discontinue apparaissent rapidement. Notons que le chattering peut exciter des dynamiques haute-fréquence négligées menant parfois à l'instabilité. Des méthodes permettant de réduire ce phénomène ont été développées [8].

5.7. La commande floue

La logique floue, introduite par Lotfi Zadeh [10], a connu un succès considérable non seulement dans la modélisation mais aussi dans la commande de systèmes complexes non linéaires. Des applications utilisant les systèmes flous ont été développées dans des domaines variés : traitement d'images où la logique floue est utilisée pour améliorer les caractéristiques d'images numériques couleur (luminosité, teinte, brillance), robotique mobile....

Les modèles flous ont la propriété d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire. L'avantage principal de la commande par logique floue est qu'il est possible de "se passer" d'un modèle explicite du procédé [8]. Cette approche est basée sur deux concepts : celui de la décomposition d'un univers de discours d'une ou de plusieurs variables mesurées sous forme de symboles linguistiques : «petit», «moyen», «grand»... et des règles provenant de l'expertise de l'opérateur humain, qui expriment, là aussi, sous forme d'un langage, comment doivent évoluer les commandes du système en fonction de la ou des variables observées :

*«Si l'erreur est positivement grande et la variation de l'erreur est positivement grande
Alors la variation de la commande est très négative».*

Les systèmes flous peuvent être classés en trois groupes : les systèmes flous linguistiques ou systèmes de Mamdani, les systèmes flous relationnels et les systèmes à conséquence fonctionnelle ou encore connus sous le nom de systèmes flous de type Takagi-Sugeno-Kang (TSK). Les contrôleurs flous de type TSK sont quasiment omniprésents dans la littérature relative à la commande floue mais nous retrouvons aussi les systèmes flous de Mamdani avec l'introduction des régulateurs flous à structure PID. Dans [11], Procyk et Mamdani introduisent le SOC : Self-Organized Controller, capable de contrôler une large variété de systèmes non linéaires.

6. Conclusion

Ce chapitre a été consacré d'une part à quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires, les éléments de base de la théorie de stabilité des systèmes non linéaires, et des différentes méthodes les plus utilisées pour la commande des systèmes non linéaires.

Parmi ces commandes, Nous nous intéressons dans ce mémoire à deux classes de commande. La première classe de commandes est développée en ex.Union soviétique par l'équipe du professeur S.V.Emelyanov (Utkin, Taran,Kostyleva etc.) appelée commande par mode glissant. La seconde classe de commandes est plus récente, appelée commande à base de logique floue, elle est apparue en 1969 grâce aux travaux du mathématicien Lotfi Zadeh.

La commande à base de la logique floue

1. Introduction

Les méthodes conventionnelles de réglage sont basées sur une modélisation adéquate du système à régler et un traitement analytique à l'aide de la fonction de transfert ou d'équations d'état. Malheureusement, celles-ci ne sont pas toujours disponibles.

Ces techniques de commande ont prouvé leur efficacité dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Les méthodes de commande avancées (Régulateur adaptatif, Commande prédictive, Commande robuste...) permettent de répondre aux exigences d'un certain nombre de systèmes fortement non linéaires. C'est dans ce même créneau que les méthodes de modélisation et de commande floues se positionnent [12].

La majorité des systèmes industriels complexes sont difficiles à contrôler automatiquement. Cette difficulté provient de :

- leur non-linéarité,
- la variation de leurs paramètres,
- la qualité des variables mesurables.

Ces difficultés ont conduit à l'avènement et au développement de nouvelles techniques telles que la commande floue particulièrement intéressante lorsqu'on ne dispose pas de modèle mathématique précis du processus à commander ou lorsque ce dernier présente de fortes non linéarités ou imprécisions [13].

Dans plusieurs applications, les résultats obtenus avec un contrôleur flou sont meilleurs que ceux obtenus avec un algorithme de contrôle conventionnel. En particulier, la méthodologie du contrôle flou apparaît utile quand les processus sont très complexes à analyser par les techniques conventionnelles. Plusieurs travaux dans le domaine de commande ont montré qu'un régulateur par logique floue est plus robuste qu'un régulateur conventionnel.

Nous présentons dans ce chapitre les concepts de la logique floue et nous décrivons les aspects méthodologiques nécessaires à la compréhension de cette technique en donnant des

rappels sur les bases générales de la logique floue et les différents types de la commande en utilisant la logique floue.

2. La logique floue

La logique floue suscite actuellement un fervent intérêt de la part des chercheurs, des ingénieurs et des industriels, mais plus généralement de la part de tous ceux qui éprouvent le besoin de formaliser des méthodes empiriques, de généraliser les modes de raisonnement naturels, d'automatiser la prise de décision dans leur domaine et de construire des systèmes artificiels capables d'effectuer les tâches habituellement prises en charge par les humains.

Les démarches fondamentales de l'activité industrielle et économique, telles que la conception des produits, la gestion des systèmes ou la prise de décision, posent des problèmes de complexité croissante. Face à cette difficulté, les approches numériques, pourtant bien développées se sont avérées d'une efficacité limitée. Zadeh a fait le lien entre les ensembles flous et la modélisation non probabiliste de l'incertitude grâce à la théorie des possibilités, dans laquelle les fonctions d'appartenance des ensembles flous servent à représenter les idées de valeur incomplètement spécifiée et mal connue. Les ensembles flous et la théorie des possibilités sont à la base d'une méthodologie de représentation et d'utilisation de connaissances imprécises, vagues et incertaines que Zadeh appelle «théorie du raisonnement approché» et qui est plus connue sous le vocable de «logique floue» [13].

Les travaux de Lotfi Zadeh dans les années soixante sur la théorie des ensembles flous et la logique floue, à l'université de Berkeley ont jeté les bases de la commande floue actuelle. Ces travaux ont mis un certain temps avant d'être acceptés par la communauté de l'automatique et l'industrie. En effet la logique floue, de part ses aptitudes pluridisciplinaires (utilisée dans des domaines aussi variés que la gestion de base de données, les systèmes experts, le traitement du signal, la classification de données, la commande de systèmes automatiques), s'est attirée les critiques des scientifiques qui se sentaient attaqués sur leurs positions [12], il fallait attendre les années quatre-vingts dix pour que ces nouvelles théories soit acceptées et utilisées d'une manière générale.

En revanche, dans le domaine de la commande, la première application de la logique floue a été réalisée par Mamdani en 1974. Depuis 1987, date la première application utilisant la logique floue, le métro de Sendai, l'utilisation des techniques de commande floue n'a cessé de s'accroître [12].

3. Les différentes parties de la commande floue

Un contrôleur flou est un système à base de connaissances particulier, utilisant un raisonnement en profondeur limité, dans une procédure de chaînage avant règles (activation des règles par les prémisses).

On peut distinguer plusieurs étapes dans le traitement des règles. Un schéma représentatif peut être le suivant :

Les variables caractéristiques du système à commander et les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables caractéristiques sont en général, les grandeurs de sortie du processus et, le cas échéant, d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus. Les variables de sortie du contrôleur flou sont les commandes à appliquer au processus.

La base de connaissances est composée d'une base de données et d'une base de règles.

La base de données regroupe :

- Les ensembles flous associés aux variables d'entrée et de sortie du contrôleur flou,
- Les facteurs d'échelle (gains) en entrée (normalisation) et en sortie (dénormalisation).

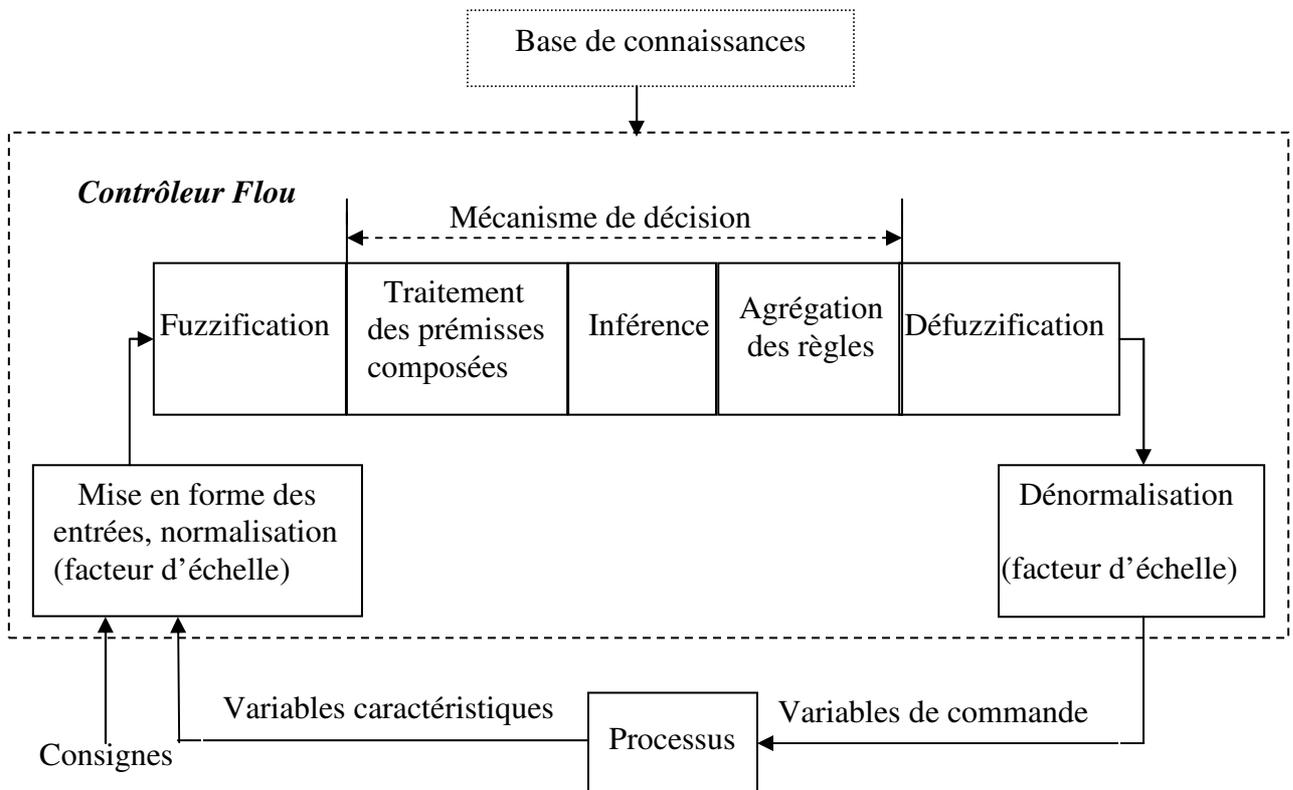


Figure II.1. Structure de base d'un contrôleur flou

La base de règle contient des règles de la forme :

$$\ll \text{Si } X_1 \text{ est } A_1 \text{ et } X_2 \text{ est } A_2 \dots \text{et } X_n \text{ est } A_n \text{ Alors } Y \text{ est } B \gg \quad (\text{II.1})$$

Ou X_1, X_2, \dots, X_n et Y sont des grandeurs physiques caractéristiques du système et du problème de commande. A_1, A_2, \dots, A_n et B sont des labels linguistiques.

Suivant la nature de B on parlera de :

- Règles à conclusion symbolique (contrôleur de type Mamdani) : B est une valeur linguistique. Exemple :
Si l'erreur est « Négatif Moyen » et la variation de l'erreur est « Positif Petit » Alors la commande est « Négatif Petit ».
- Règles à conclusion algébrique (contrôleur de Sugeno) : B est une valeur numérique (singleton) ou une équation mathématique bien précise (non floue). Exemple :
Si l'erreur est « Négatif Moyen » et la variation de l'erreur est « Positif Petit » Alors la commande est -0.3. Lorsque B est une valeur numérique on parle de règles de Takagi-Sugeno « d'ordre zéro », sinon, de règles à conclusion polynomiale.

Bien que les sorties des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno soient généralement des fonctions non linéaires statiques de leurs entrées, il ne faut pas oublier de mentionner les contrôleurs dits « flous dynamiques » de Takagi-Sugeno, où B est un modèle dynamique, certain ou incertain, à temps continu ou discret. L'utilisation de tels contrôleurs permet d'étendre certains résultats de l'automatique classique à la commande floue.

On distingue classiquement trois parties dans la structure d'un contrôleur flou : la fuzzification, le mécanisme de décision et la défuzzification.

- La fuzzification est l'étape qui permet de transformer une grandeur mesurée sur le processus en un ensemble flou.
- Le mécanisme de décision permet de calculer les ensembles flous associés à la commande.
- La défuzzification est l'étape qui permet de transformer l'ensemble flou, obtenu par le calcul précédent, en une grandeur de commande à appliquer au processus.

Les opérations de normalisation et de dénormalisation sont des étapes optionnelles.

3.1. Mise en forme des entrées, normalisation

Cette première étape permet le traitement des variables d'entrée du contrôleur flou, par exemple, calcul de l'erreur et des variations d'erreurs. L'utilisation de domaines normalisés

(univers de discours compris entre -1 et 1) nécessite une transformation d'échelle transformant les grandeurs physiques des entrées en des valeurs normalisées appartenant à l'intervalle [-1,1].

3.2. Fuzzification

C'est l'opération de *projection* des variables physiques réelles sur des ensembles flous caractérisant les valeurs linguistiques prises par ces variables.

Le choix de la forme des fonctions d'appartenance (triangulaires, trapézoïdales, exponentielles, gaussiennes,...) est arbitraire. Les formes triangulaires facilitent la programmation ce qui explique qu'elles soient le plus fréquemment utilisées. Quant au nombre de fonctions d'appartenance, il est généralement impair car elles se répartissent autour de zéro.

3.3. Traitement des prémisses composées

En général, les prémisses des règles vont comporter plusieurs clauses liées par des connecteurs « ET », « OU » et « NON ». Dans la pratique, pour les opérations de conjonction et de disjonction, on a souvent recours, parmi les normes et conormes triangulaires, aux opérateurs *min* et *max*. Quant à la négation A^c d'un ensemble flou A , elle est caractérisée par :

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (\text{II.2})$$

3.4. Inférence floue

Elle repose sur l'utilisation d'un opérateur d'implication permettant d'évaluer le degré de vérité d'une règle R de la forme « **Si** X est A et X_2 **Alors** Y est B ».

En d'autres termes, cet opérateur quantifie la force de la liaison entre la prémisse et la conclusion de la règle.

Les opérateurs les plus courants en commande sont de type conjonctif :

- L'implication de Mamdani (1974) :

$$\mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (\text{II.3})$$

- L'implication de Larsen (1980) :

$$\mu_R(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad (\text{II.4})$$

3.5. Agrégation des règles

Selon le type de l'implication, classique ou conjonctive, l'opérateur utilisé pour agréger les règles est de type conjonctif ou disjonctif. Ainsi, en commande, l'implication étant généralement de type conjonctif, cela revient à considérer que les règles sont liées par un opérateur OU. En pratique, on utilise l'opérateur *max* :

$$\mu_{B'}(y) = \max_{i=1, \dots, N} (\mu_{B_i}(y)) \quad (\text{II.5})$$

3.6. Défuzzification

La défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur de commande précise. Là aussi il existe plusieurs méthodes [14], parmi lesquelles :

- La méthode de la hauteur,
- Le premier des maximas,
- Le dernier des maximas,
- La moyenne des maximas,
- Le centre de gravité,
- Le centre des aires,
- Le centre de la plus grande surface,
- Le centre des maximas.

les méthodes de défuzzification les plus utilisées en commande floue sont le centre de gravité, le centre des aires et le centre des maximas.

3.7. Dénormalisation

Cette dernière étape transforme les valeurs normalisées des variables de commande en des valeurs appartenant à leur domaine physique respectif.

4. Les différents types de la commande à base de la logique floue

En se basant sur les différentes règles de commande floue et de leurs méthodes de génération, les approches de commande en utilisant la logique floue peuvent être classées dans les catégories suivantes :

4.1. La commande floue de type Mamdani

Dans un système flou de Mamdani (Conventionnel) les règles sont de type :

$$R_{(i,j,k)} : \text{Si } x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \text{ Alors } z \text{ est } C_k \quad (\text{II.6})$$

Où A_i, B_j et C_k représentent des termes linguistiques auxquels est attribuée une signification floue que l'on suppose normalisée.

Pour des entrées numériques précises, x_0 et y_0 , un sous-ensemble flou de sortie, noté F , est généré selon la relation :

$$\mu_F(z) = \max_{(i,j,k) \in I} \min(\mu_{A_i}(x_0), \mu_{B_j}(y_0), \mu_{C_k}(z)) \quad (\text{II.7})$$

μ est appelée fonction d'appartenance.

L'opération $\max_{(i,j,k) \in I}$ correspond à l'application de l'opérateur \max sur l'ensemble des règles actives. La valeur numérique de sortie délivrée par le système flou est obtenue par défuzzification, classiquement implantée par la méthode du centre de gravité :

$$z = \frac{\int z \mu_F(z) dz}{\int \mu_F(z) dz} \quad (\text{II.8})$$

Dans ce type de systèmes flous, la prémisse et la conclusion sont floues. Après l'inférence, le résultat est un ensemble flou caractérisé par sa fonction d'appartenance. Afin d'obtenir la valeur réelle de la commande à appliquer il faut passer par une étape de « défuzzification »

Les règles de la commande floue « Si-Alors » sont obtenues à partir de l'expertise d'un opérateur. Quoique la performance d'une telle technique de commande soit généralement satisfaisante en pratique la non garantie de la stabilité du système de commande en boucle fermée est souvent critiquée.

Plusieurs approches ont été proposées pour étudier le problème de stabilité. L'idée principale de ces approches est de considérer le contrôleur flou comme un contrôleur non-linéaire et d'utiliser la théorie des systèmes non linéaire pour l'analyse de la stabilité [15].

4.2. La commande floue du type PI ou PID

La principale difficulté des régulateurs PID réside dans le réglage des gains afin d'obtenir de bonnes performances surtout lorsque le procédé à commander est d'ordre élevé et à dynamique non linéaire. En effet, le problème dans le réglage des gains devient plus difficile en présence de variations paramétriques et de perturbations externes.

La nature complexe des procédés industriels et la nécessité de maintenir de bonnes performances exigent un réglage en ligne des gains du régulateur PID ou PI. Cette opération peut être réalisée par des régulateurs numériques autos ajustables. Dans ce cas, l'ajustement en ligne des paramètres de synthèse est, généralement, basé sur un algorithme de réglage qui fait appel, à chaque période, à la fonction de transfert du procédé, souvent difficile à déterminer avec une précision suffisante. Ceci rend ce principe de contrôle assez sensible aux variations du comportement de procédé industriel. Dans l'objectif de maintenir de bonnes performances face à d'éventuelles variations de la dynamique du procédé, il est évident que le réglage ne peut se faire aisément qu'avec la mesure de l'écart entre les performances réelles et désirées. L'exploitation d'une supervision basée sur la logique floue en vue de l'adaptation des paramètres de synthèse d'un régulateur du type PID ou PI permet d'offrir une alternative très intéressante pour ramener, quelle que soit la situation en ligne, les performances réelles à celles souhaitées [16].

Il est possible d'améliorer les performances du système de commande par la combinaison de la logique floue avec un régulateur PID ou PI ce se qui s'appelle un contrôleur PID ou PI flou.

4.3. La commande neuro-floue

La commande neuronale et la commande floue sont deux techniques de la commande intelligente les plus populaires. Elles possèdent plusieurs similarités, par exemple, les systèmes flous et les réseaux de neurones ont le même objectif, tous les deux tentent de modéliser le fonctionnement du cerveau humain. Les réseaux de neurones tentent de modéliser l'architecture du cerveau en créant une modélisation de l'entité du cerveau : le neurone. Les systèmes flous eux modélisent le cerveau par son mode de fonctionnement (apprentissage et déduction).

Dans les deux cas le principe est de stocker la connaissance et l'employer pour prendre des décisions (lois) de commande, et la combinaison de ces deux techniques appelée commande neuro-floue est fondamentalement une commande floue augmentée par les réseaux de neurone et permet d'améliorer les caractéristiques comme la flexibilité, la possibilité de traitement de données et l'adaptabilité.

Le processus du raisonnement flou est réalisé par les réseaux neurones dont les poids correspondent aux paramètres du raisonnement flou. En utilisant la méthode de rétropropagation ou n'importe quel algorithme d'apprentissage de réseaux de neurone, un

système de commande neuro-floue peut identifier les règles de commande et apprendre les fonctions d'appartenances floues [17].

Il convient de noter que le modèle flou de type Takagi–Sugeno est l'un des systèmes flous les plus employés pour réaliser la commande neuro-floue.

Un des avantages principaux de la commande neuro-floue est qu'elle n'exige pas des informations sur le modèle mathématique du système à commander. Cette classe de commande floue offre une nouvelle voie dans la résolution de plusieurs problèmes de commande où le modèle mathématique du système pourrait être non disponible. Cependant, une de ses limitations principales est l'analyse systématique de la stabilité des systèmes de commande en boucle fermée et la convergence des algorithmes d'adaptation.

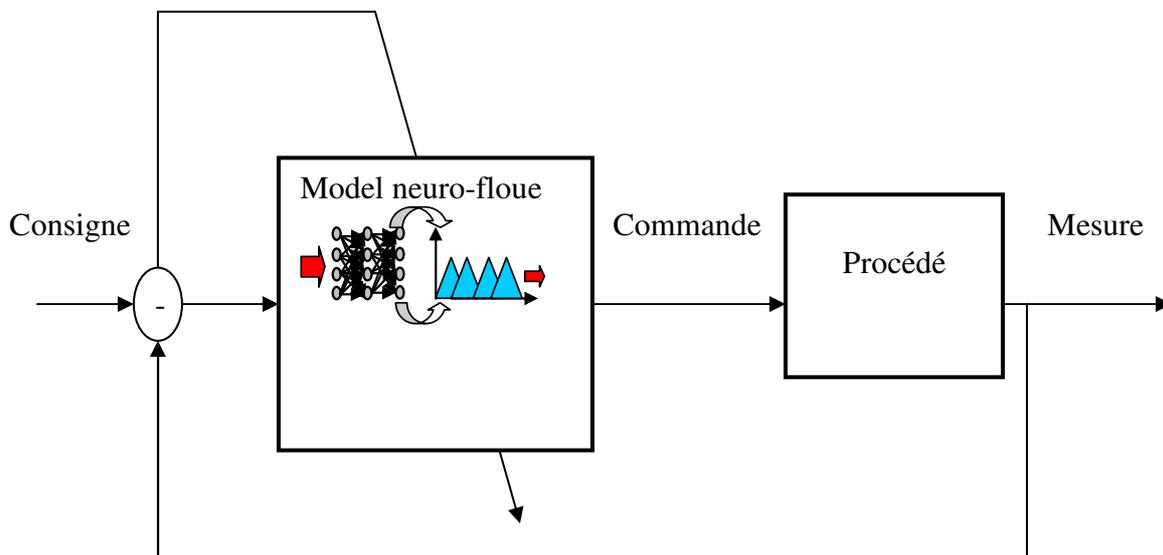


Figure II.2 Structure générale d'une commande neuro-floue

4.4. La commande par mode glissant flou

La commande par mode glissant a connu un grand succès ces dernières années, cela est dû à sa simplicité de mise en œuvre et à sa robustesse vis-à-vis des incertitudes du système et des perturbations externes entachant le processus. Elle consiste à définir une surface dite de glissement, la poursuite de la trajectoire désirée se fait en deux phases : l'approche et le glissement. Ainsi, la commande utilisée dans ce cas se compose de deux parties : la première permettant l'approche jusqu'à l'arrivée à la surface, et la deuxième permet le maintien et le glissement le long de cette surface [18].

Bien qu'un contrôleur flou s'avère semblable à un contrôleur par mode glissant modifié, l'idée principale de la commande par mode glissant flou est de combiner ou intégrer la commande floue et la commande par mode glissant de manière à exploiter les avantages des deux techniques. Le principe de base est d'équiper un contrôleur par mode glissant par des possibilités de manipuler l'information qualitative par une linguistique floue. L'avantage direct d'une telle commande est que la logique floue peut éliminer l'effet du broutement par la construction des couches à frontière floues qui remplacent les surfaces de commutation du mode glissant. Une autre approche consiste à concevoir des systèmes de commande flous et d'ajouter un contrôleur par mode glissant pour garantir la stabilité et améliorer la robustesse du système en boucle fermée.

L'avantage important de la commande par mode glissant flou est que le problème d'analyse et de stabilité des systèmes en boucle fermée peut être abordé dans le cadre de la commande par mode glissant, et les techniques développées pour la commande par mode glissant peuvent être appliquées.

On peut dire aussi que l'objectif de la synthèse d'une loi de commande par mode glissant est la compensation de l'erreur d'approximation floue entre le système non linéaire et le système flou supposé disponible [19].

4.5. La commande floue adaptative

La commande adaptative est basée sur l'utilisation d'un mécanisme d'adaptation pour la commande des systèmes partiellement connus. La commande adaptative des systèmes linéaires et certaines classes spéciales des systèmes non linéaires a été bien développée depuis les années 70. Alors que la commande adaptative des systèmes non linéaires présente toujours un défi à la communauté de commande. Les modèles mathématiques ne pourraient pas être disponibles pour beaucoup des systèmes complexes en pratique, et le problème de la commande adaptative de ces systèmes est loin d'être résolu d'une manière satisfaisante.

Des systèmes flous basés sur les fonctions floues de base sont employés pour représenter les fonctions non linéaires inconnues des systèmes qui possèdent des variations intrinsèques inconnues. L'objectif est de conserver une bonne performance du système complet en adaptant le régulateur en fonction des variations du système. Les paramètres des systèmes flous tels que les fonctions d'appartenance caractérisées par des limites linguistiques sont mises à jour selon des lois d'adaptation.

L'idée principale de la commande floue adaptative est d'employer les systèmes flous pour rapprocher les comportements non linéaires inconnus des systèmes non linéaires et d'appliquer les techniques bien développées de la commande adaptative. Les régulateurs flous adaptatifs peuvent être divisés en deux classes :

- Les régulateurs adaptatifs directs: les paramètres des régulateurs sont modifiés en ligne afin de minimiser l'erreur entre le modèle de référence et le système réel.
- Les régulateurs adaptatifs indirects: les paramètres du système réel sont estimés et le régulateur est choisi en supposant que les valeurs estimées du modèle sont les vraies valeurs du système réel. Si le modèle du procédé réel utilise un système à base de logique floue on parle alors de régulateur flou adaptatif indirect.

La commande floue adaptative se compose donc d'un régulateur flou adaptatif. La différence principale entre un régulateur flou adaptatif et un régulateur adaptatif conventionnel est que le premier peut utiliser des données linguistiques. Ce qui est très important lorsque le système possède des incertitudes qu'un opérateur humain a appris à anticiper. Cependant, des approches robustes doivent être adoptées pour la commande floue adaptative à cause des erreurs inhérentes d'approximation des systèmes flous approchant les fonctions non linéaires originales [5] [6].

4.6. La commande floue de type T-S

Les contrôleurs flous de Takagi–Sugeno sont, comme ceux de Mamdani, construits à partir d'une base de règles “**Si ... Alors ...**”. Les prémisses sont toujours exprimées linguistiquement et donc similaires à celles utilisées dans un contrôleur flou de Mamdani alors que les conclusions sont de nature numérique.

Un système flou de type Takagi-Sugeno (T-S) utilise des règles écrites de la manière suivante :

$$R_{(i,j,k)} : \mathbf{Si} \ x \text{ est } A_i \text{ et } y \text{ est } B_j \ \mathbf{Alors} \ z = f_k(x) \quad (\text{II.9})$$

Où f_k représente une fonction réelle quelconque.

Les fonctions de sortie f_k , peuvent être en principe des fonctions arbitraires des entrées, mais d'une manière générale elles sont choisies telles qu'elles soient une combinaison linéaire des entrées.

La particularité d'un modèle T-S est que la logique floue est seulement utilisée dans la partie prémisses des règles. La partie conclusion est décrite par des valeurs numériques.

Pour les valeurs d'entrée précises x_0 et y_0 , la sortie z est évaluée selon le mécanisme suivant [15]:

$$z = \frac{\sum_{(i,j,k) \in I} w_{i,j} f_k(x_0, y_0)}{\sum_{(i,j,k) \in I} w_{i,j}} \quad \text{Avec} \quad w_{i,j} = \mu_{A_i}(x_0) \cdot \mu_{B_j}(y_0) \quad (\text{II.10})$$

Ce type de modèle est aussi très intéressant pour la représentation de systèmes non linéaires tels que les systèmes mécaniques ou chaotiques.

5. Réglage, stabilité et robustesse d'un contrôleur flou

5.1. Réglage

Un contrôleur flou possède de nombreux paramètres de réglage, ce qui peut, à priori, effrayer ses utilisateurs potentiels. En effet, contrairement aux contrôleurs classiques, le contrôleur flou possède un nombre plus conséquent de paramètres, et offre, un nombre de degrés de liberté plus élevé.

On peut distinguer parmi les choix et les réglages à faire :

- L'expression des règles,
- La définition des variables et des valeurs linguistiques, avec leurs fonctions d'appartenance associées,
- La méthode d'implication,
- La méthode d'inférence,
- La méthode de défuzzification,
- Les facteurs d'échelle sur les entrées et les sorties du contrôleur.

Cependant, on constate une certaine insensibilité du résultat au choix des méthodes d'implication, d'inférence et de défuzzification. Pour les autres paramètres, un réglage séquentiel est possible :

- Fonctions d'appartenance,
- Règles.

Le réglage par essais successifs de ces nombreux paramètres étant assez long et fastidieux, diverses techniques d'auto-réglage, d'optimisation et d'apprentissage ont été développées ces dernières années. On peut citer, à titre d'exemple, les techniques de la programmation mathématique, les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques.

5.2. Stabilité

L'analyse de la stabilité est à priori difficile dans une approche de type « *système à base de connaissances* » dont l'objectif est d'éviter l'utilisation de modèle mathématique du procédé. Une modélisation floue du système bouclé est alors nécessaire pour l'analyse de la stabilité. Toutefois, si une caractérisation mathématique du processus à commander existe, le contrôleur flou étant, en général, un contrôleur non linéaire, certains résultats de la théorie des systèmes non linéaires peuvent être utilisés. On distingue alors deux grandes familles d'approches :

- *La méthode directe de Lyapunov* : cette méthode permet d'affirmer la stabilité asymptotique d'un état d'équilibre si une fonction de Lyapunov $V(x,t)$ définie positive dont la dérivée $\frac{dV(x,t)}{dt}$ est définie négative existe.
- *L'approche entrée sortie* : cette approche permet d'affirmer la stabilité d'un système si la sortie de celui-ci, en réponse à une entrée bornée, est elle-même bornée.

Nous choisissons ici de distinguer les différentes méthodes d'analyse de la stabilité selon que l'on dispose du modèle mathématique du processus ou non. La liste des méthodes citées ici est non exhaustive [20].

Non disponibilité d'un modèle mathématique du processus

Dans ce cas, le système en boucle fermée est modélisé par un système flou.

Les méthodes d'analyse de la stabilité dépendent alors du type du modèle.

- Si le modèle du système en boucle fermée est un modèle symbolique (de type Mamdani ou modèle aux relations floues) à temps discret, la stabilité n'est pas étudiée au sens classique du terme et de nouvelles définitions de la stabilité sont introduites. On parle alors de la stabilité d'un symbole flou.
- Dans le cas où le système en boucle fermée est modélisé par un système flou de type Takgi-Sugeno, des propriétés de stabilité asymptotique peuvent être démontrées à partir de l'utilisation de fonctions de Lyapunov quadratiques.
- Dans le cas où le modèle du système en boucle fermée est un modèle hybride [20] on utilise également des fonctions de Lyapunov quadratiques pour étudier la stabilité. Les modèles linguistiques et modèles de Takgi-Sugeno sont deux cas particuliers de modèles hybrides.

Disponibilité d'un modèle mathématique du processus

Dans ce cas, on peut faire appel à diverses méthodes d'analyse de la stabilité issues de la théorie des systèmes non linéaires. Ces méthodes diffèrent selon que le contrôleur flou a une expression mathématique simple ou pas.

- Si le contrôleur flou peut facilement se mettre sous forme analytique on est ramené à l'étude de la stabilité asymptotique d'un système en boucle fermée non linéaire et on peut alors utiliser la méthode directe de Lyapunov .
- Pour des contrôleurs flous plus complexes, l'expression mathématique étant inexploitable, on doit alors se contenter d'une propriété de secteur géométrique [20] : le contrôleur flou est considéré comme une fonction mathématique non linéaire évoluant dans un secteur géométrique bien défini. On cherchera alors les conditions de stabilité absolue correspondantes à ce secteur, qui peuvent être exprimées soit dans un formalisme d'état soit dans un formalisme entrée sortie.

Les conditions les plus générales de stabilité peuvent être obtenues sans aucune hypothèse sur la nature du système (linéaire, non linéaire, variant, invariant, de dimension finie ou infinie). Cependant, bien que générales, ces conditions sont uniquement suffisantes et difficilement exploitables. C'est pourquoi le système est généralement supposé linéaire invariant de dimension finie bouclé par une non linéarité (ici, contrôleur flou). Selon les propriétés géométriques de cette non linéarité, différents critères de stabilité sont obtenus : critère de cercle, critère de conicité, lemme borné réel, lemme positif réel.

5.3. Robustesse

La robustesse, bien que maintes fois constatée, ne possède aucune démonstration rigoureuse. Son explication est à chercher dans l'aspect non linéaire de cette commande qui peut apparaître comme contrôleur de type P.I.D à gains variables ou préprogrammés, selon le point de fonctionnement.

Toutefois, si le modèle du système en boucle fermée est un modèle « *flou dynamique* » de Takagi-Sugeno, on peut se reporter aux travaux de l'automatique classique.

6. Propriétés d'un réglage par logique floue

Les propriétés essentielles d'un réglage par logique floue peuvent être résumées de la manière suivante :

- Aptitude à régler convenablement les systèmes avec un comportement dynamique compliqué, dont la modélisation est difficile, voire impossible. A noter que dans le cas du réglage par logique floue, il n'est pas nécessaire d'établir un modèle. Si, pour un certain système à régler, il existe tout de même un modèle mathématique convenable, on peut l'utiliser pour tester et modifier la stratégie de réglage à l'aide d'une simulation numérique. Cela facilite évidemment la mise en service sur l'installation réelle.
- La disponibilité de systèmes de développement efficaces, soit pour microprocesseurs ou PC (solution logicielle), soit pour circuits intégrés (processeurs, fuzzy processors, solution matérielle).

Malgré certains inconvénients tels que :

- Le manque de directives précises pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzzification, des inférences et de la défuzzification).
- La précision de réglage souvent peut élevée etc...

On peut affirmer que le réglage par logique floue présente une alternative valable aux réglages conventionnels. Cela est confirmé non seulement par un fort développement dans beaucoup de domaines d'application, mais aussi par des travaux de recherche sur le plan théorique.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présentés les notions générales de la logique floue et la composition d'un système de commande floue. L'accent a particulièrement été mis sur les différentes étapes dans le traitement des règles d'un contrôleur flou et les différents types de commande en utilisant la logique floue.

Retenons que l'intérêt majeur de la logique floue en commande réside dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistique facilement interprétables.

Malheureusement la manipulation de règles non précises peut générer un nombre d'erreurs non négligeable. La mise en place d'un système flou nécessite donc une attention particulière lors de la phase de test de manière à détecter les éventuelles aberrations du système.

La commande par mode glissant

1. Introduction

Les lois de commande classiques du type PID sont très efficaces dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, ces lois de commande peuvent être insuffisantes car elles ne sont pas robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations des paramètres, aux perturbations et aux non linéarités. Les lois de commande dite à structure variable constituent une solution à ces problèmes.

La commande à structure variable (CSV) est, par sa nature, une commande non linéaire, elle est basée sur la commutation de fonctions des variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

Dans la pratique, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande et qui peuvent se manifester sur les grandeurs asservies. Depuis, de nombreuses solutions ont été proposées permettant de réduire ces oscillations : augmentation de la fréquence de commutation, commande continue dans une bande autour de la variété de glissement ou décomposition de la commande en une composante continue de basse fréquence et une commande discontinue de haute fréquence et la méthode de la couche limite où la composante discontinue de la commande est remplacée au voisinage de l'hypersurface de glissement par une fonction continue.

Dans ce chapitre nous allons donner quelques notions fondamentales de la commande à structure variable, et quelques concepts de base de la théorie des modes glissants.

2. Système à structure variable

La commande à structure variable par régime glissant, apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien A.F. Philipov, est une commande non linéaire basée sur l'utilisation d'un terme discontinu. Après les travaux développés par l'équipe du professeur Emelyanov en union Soviétique et à cause des problèmes de broutements et de réalisation, la commande à structure variable a attendu la fin des années soixante dix pour connaître sa réapparition et son épopée avec l'avancée de l'électronique et l'informatique. En effet, cette commande est basée sur une commutation à haute fréquence pour un meilleur régime glissant [21].

2.1. Principe de la commande à structure variable par régime glissant

La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu' au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [22].

La forme d'une commande à structure variable peut être donnée par [23] :

$$\begin{cases} u_i = u_{\max} & \text{si } S_i(x) > 0 \\ u_i = u_{\min} & \text{si } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad \text{avec } i = 1, \dots, m \quad (\text{III.1})$$

u_i ($i = 1, \dots, m$) : les composantes du vecteur de commande.

Parmi les propriétés des modes glissants :

- La trajectoire d'état du système en mode de glissement appartient à une surface de dimension inférieure à celle de l'espace d'état, par conséquent l'ordre des équations différentielles régissant le fonctionnement du système en mode de glissement est réduit.
- La théorie des modes glissants s'adapte bien pour les systèmes dont la commande est discontinue.
- La dynamique du système en mode de glissement est déterminée uniquement par le choix des coefficients de la surface de glissement.

2.1.1. Fonction de commutation

La structure de commande est caractérisée par le signe d'une fonction vectorielle $S(x)$ appelée fonction de commutation. Dans le cas des modèles linéaires, la fonction de commutation est choisie comme une fonction linéaire de l'état :

$$S(x) = [S_1(x), S_2(x), \dots, S_m(x)] = Cx \quad \text{Où} \quad C = [c_1, c_2, \dots, c_m] .$$

Chaque fonction scalaire de commutation $S_j(x)$ décrit une surface linéaire $S_j(x) = 0$.

2.1.2. Hyperplan de commutation

La surface de commutation associée au système de commande à structure variable défini précédemment $S_j = \{x \in R^n : S_j(x) = 0\}$, $j = 1, \dots, m$ est appelée hypersurface de glissement.

2.1.3. Régime glissant

Si pour tout vecteur d'état initial $x(t_0) \in S$ la trajectoire d'état reste dans l'hypersurface S_j , $x(t) \in S, \forall t > t_0$ alors $x(t)$ est un mode glissant pour le système.

2.1.4. Surface de glissement

Si tout point de S est tel qu'il existe des trajectoires d'état hors de S le contenant alors la surface de commutation S est appelée surface de glissement.

Le but d'un système de commande à structure variable est d'amener asymptotiquement l'état du système à partir d'une condition initiale quelconque $x(0) = x_0$ vers l'origine de l'espace d'état quand $t \rightarrow \infty$ [24].

La trajectoire dans le plan de phase se compose de trois parties distinctes :

2.1.4.a. Le mode de convergence (MC)

C'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation $S(x) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence [22].

2.1.4.b. Le mode de glissement (MG)

C'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement $S(x) = 0$ [22].

2.1.4.c. Le mode du régime permanent (MRP)

Ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase) il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande [22].

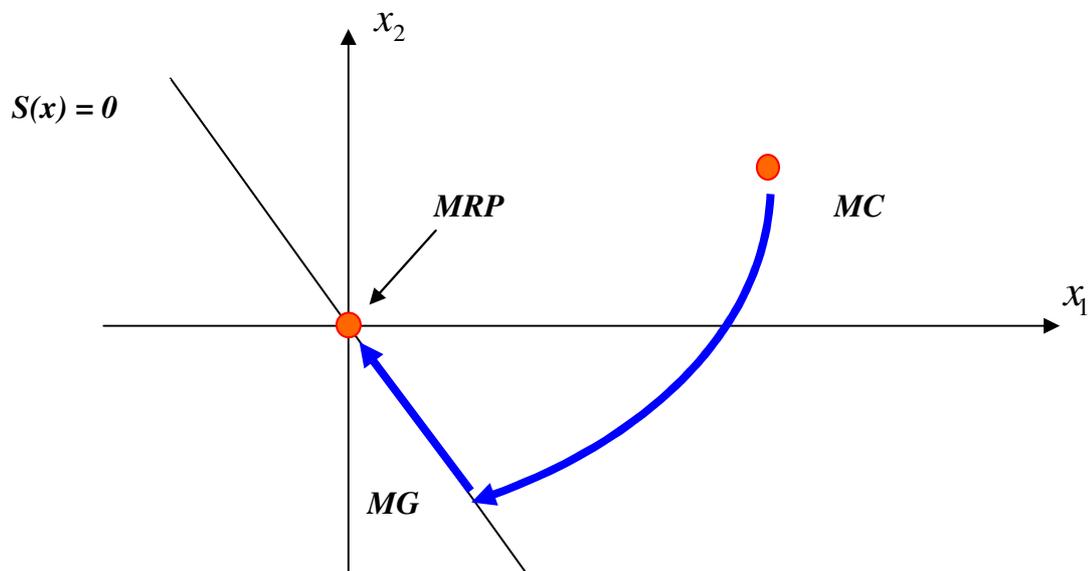


Figure III.1. Les différents mode pour la trajectoire dans le plan de Phase.

3. Types de commutation des systèmes à structure variable

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par mode glissant, on peut trouver trois configurations de base pour la synthèse des différentes lois de commandes. La première correspond à la structure la plus simple, appelée structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état. Et enfin, la dernière structure est une structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec ajout de la "commande équivalente"[25].

3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné par la figure III.2. Cette structure de commande est la plus classique et la plus utilisée. Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés dans une grande majorité d'applications aux variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande des moteurs pas à pas.

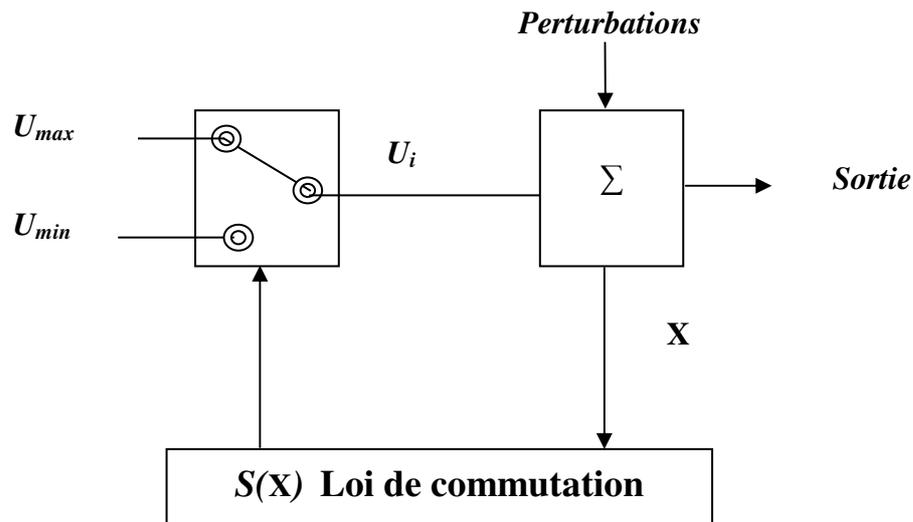


Figure III.2. Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.

3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état

Le schéma d'une telle structure est représenté sur la figure III.3, c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc on crée une commutation au niveau de la dynamique du système [25].

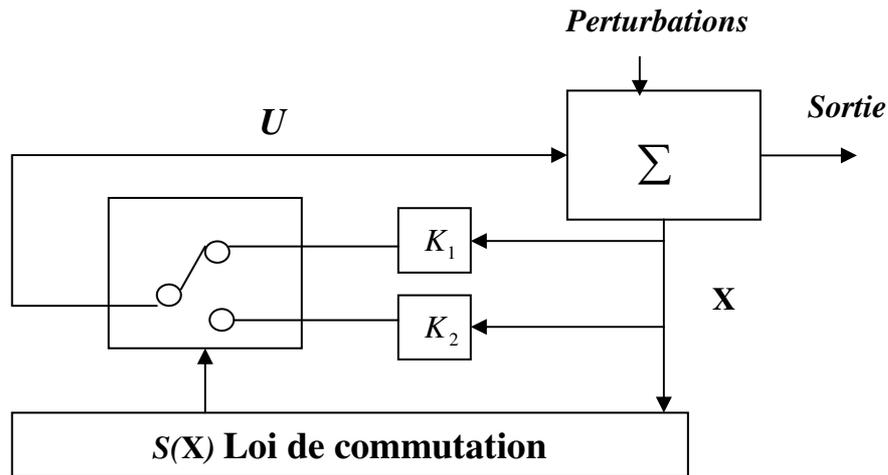


Figure.III.3. Structure de régulation par commutation au niveau de la contre-réaction d'état.

3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec commande équivalente

Une telle structure dont le principe est montré sur la figure III.4 présente un avantage réel. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait de l'expression de cette commande équivalente [25].

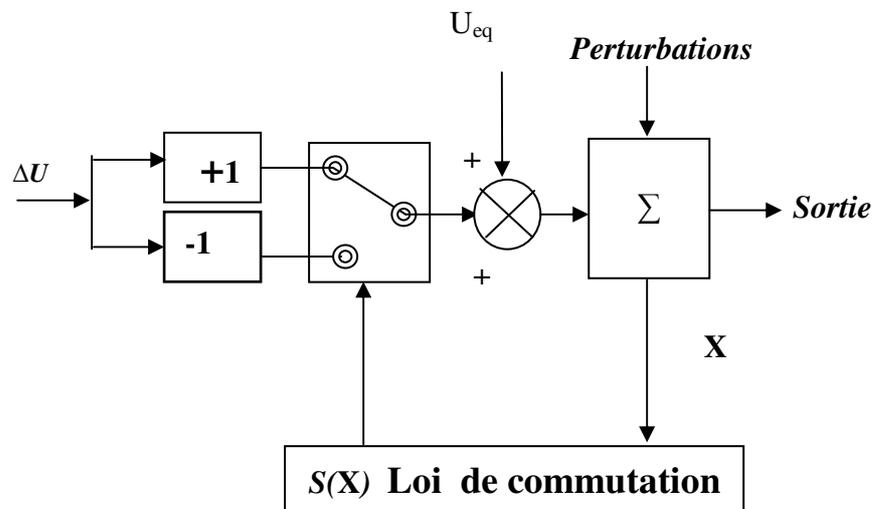


Figure .III.4. Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.

Nous avons choisi de baser notre étude sur ce type de configuration, une telle structure de par sa constitution est très simple et permet de moins solliciter la commande. Il semble en effet naturel d'ajouter la commande équivalente pour pré-positionner le système dans un état désiré permanent et stable et de jouer ensuite sur le terme de commutation pour assurer la convergence vers cet état et pour y rester ensuite [25].

4. Description du mode glissant

4.1. Définition du mode glissant

La technologie des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [26].

4.2. Explication du phénomène du glissement

Le mode de glissement existe lorsque les commutations ont lieu continûment entre " U_{max} " et " U_{min} ". Ce phénomène est démontré à l'aide de la figure III.5 pour un système à régler du deuxième ordre avec les deux grandeurs d'état " x_{s1} " et " x_{s2} ".

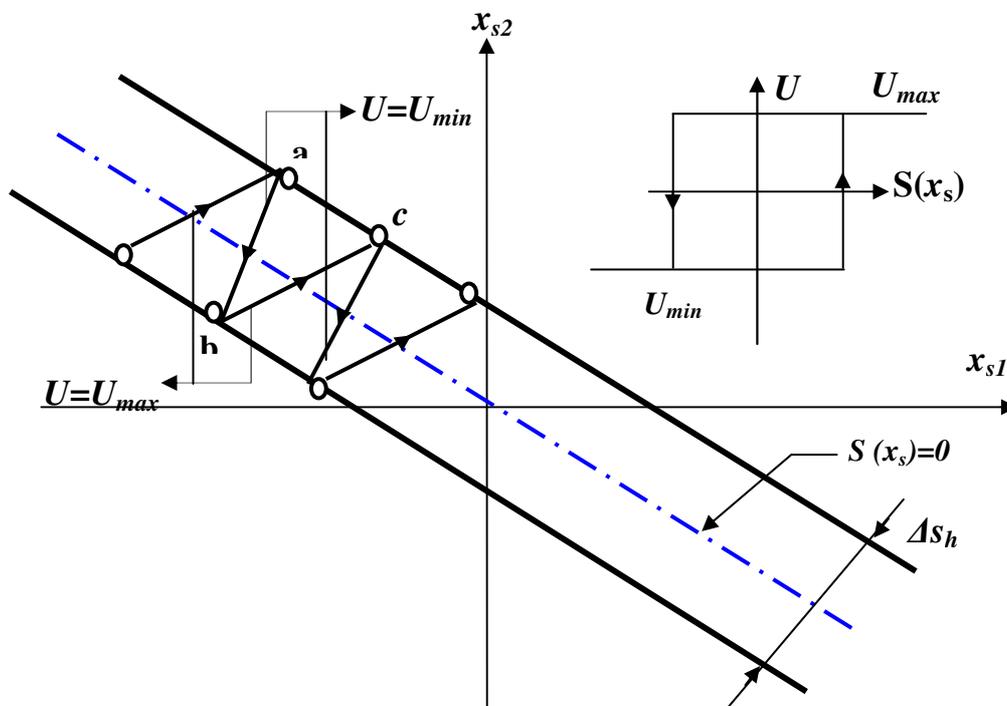


Figure III.5. Démonstration du mode de glissement.

La commande par mode glissant flou

1. Introduction

La commande par mode glissant a largement prouvé son efficacité à travers plusieurs études théoriques, ses principaux domaines d'application sont la robotique [34], [35], [36] et la commande des moteurs électriques [37]. L'avantage que procure une telle commande qui la rend aussi importante, est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients: l'apparition du phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de la commande qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs, le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation par une fonction de saturation. Mais, cette solution n'est qu'un cas particulier de la commande par mode glissant flou, d'où l'intérêt à utiliser une commande qui combine la logique floue et le mode glissant afin d'obtenir une commande robuste et lisse.

Certains chercheurs [38] ont essayé de trouver une similitude entre la commande floue non linéaire et la commande par mode glissant et de combiner les deux lois de commande, c'est-à-dire la commande floue pour sa rapidité et sa facilité de mise en œuvre, et le régime glissant pour ses fondements théoriques rassurant du point de vue stabilité et robustesse. Cette combinaison reliant les avantages d'invariance par rapport aux incertitudes et aux perturbations de la commande à régime glissant avec ceux de la rapidité et de la bonne poursuite de trajectoire de la commande floue, permet de s'affranchir des problèmes de broutement de la commande par mode glissant et de déficit en outils d'analyse de la commande à base de la logique floue sans oublier la diminution du nombre de règles floues.

Dans ce chapitre, nous allons étudier un contrôleur flou dont le fonctionnement reflète le principe de la commande par mode glissant pour assurer la stabilité et la robustesse. Ensuite, on va étudier un contrôleur par mode glissant flou.

2. Synthèse de la commande robuste par mode glissant

Considérons un système non linéaire décrit par la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.1})$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{(n)}(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) \\ y(t) = x(t) \end{array} \right. \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ est le vecteur d'état.

$f(X, t)$ et $b(X, t)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état avec $b(X, t) \geq \underline{b} > 0$.

$u(t)$: la commande.

$d(t)$: la perturbation considérée comme étant bornée : $|d(t)| \leq D$.

Le but de la commande est de trouver une loi de commande telle que, les trajectoires du vecteur d'état tendent vers zéro malgré la présence des perturbations.

La mise en œuvre d'une commande par mode glissant passe par trois étapes :

- **Le choix de la surface de glissement**

La surface de glissement est donnée par :

$$S(X, t) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n \quad (\text{IV.3})$$

où

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i + x_n \quad \text{avec } c_i > 0, i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{IV.4})$$

- **La condition d'existence d'une surface de glissement**

Elle peut être déduite de la fonction de Lyapunov donnée par la relation suivante :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.5})$$

Une condition suffisante pour que le système (IV.1) soit stable est :

$$\dot{V} = S\dot{S} \leq -\eta|S| \quad (\text{IV.6})$$

Ou : $\eta > 0$

• L'établissement de la loi de commande

La loi de commande par mode glissant est donnée par la formule suivante :

$$u = u_{eq} + K\text{Sign}(S) \quad (\text{IV.7})$$

u_{eq} : la commande équivalente.

$\text{Sign}(\cdot)$: la fonction signe.

K : une constante positive qui représente le gain de la commande.

L'objectif est de déterminer une loi de commande par mode glissant de telle l'état du système converge vers l'origine.

Pour que le système (IV.1) soit stable les coefficients de (IV.3) doivent être choisis de telle sorte que les racines soient à parties réelles négatives.

On considère la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.8})$$

D'après le théorème de Lyapunov si \dot{V} est négative la trajectoire d'état sera attirée vers la surface de glissement et commute autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre.

$$\dot{V} = S\dot{S} = S\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + \dot{x}_n\right) \quad (\text{IV.9})$$

$$\dot{V} = S\dot{S} = S\left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t)\right) \quad (\text{IV.10})$$

Il est facile de conclure que si la commande u a la forme suivante

$$u = u_{eq} - K\text{Sign}(Sb(X, t)), \quad K > \frac{D}{b(X)} \quad (\text{IV.11})$$

avec

$$u_{eq} = \frac{-\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - f(X, t)}{b(X, t)} \quad (\text{IV.12})$$

et

$$\text{Sign}(\varphi) = \begin{cases} 1 & \text{Si } \varphi > 0 \\ 0 & \text{Si } \varphi = 0 \\ -1 & \text{Si } \varphi < 0 \end{cases} \quad (\text{IV.13})$$

alors la valeur de \dot{V} sera négative.

On remarque que la loi de commande (IV.11)- (IV.13) ne dépend que des paramètres c_i et K et des fonctions supposées connues $f(X,t)$ et $b(X,t)$ et que le terme $K * \text{Sign}(Sb(X,t))$ provoque un phénomène de chattering qui peut exciter les hautes fréquences et les nonlinéarités non modélisables et endommager le système. Ainsi, la loi de commande (IV.11) est efficace mais elle est difficile à mettre en œuvre et peut présenter des risques pour le processus.

Pour réduire l'effet du broutement la fonction discontinue peut être remplacée par une fonction de saturation, qui consiste à déterminer une bande limite autour de la surface de glissement assurant le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. La loi de commande, représentée sur la figure IV.1, est alors :

$$u = u_{eq} - K \text{Sat}(Sb(X,t)/\Phi), \quad \Phi > 0 \quad (\text{IV.14})$$

avec

$$\text{Sat}(\varphi) = \begin{cases} \text{Sign}(\varphi) & \text{Si } |\varphi| \geq 1 \\ \varphi & \text{Si } |\varphi| < 1 \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

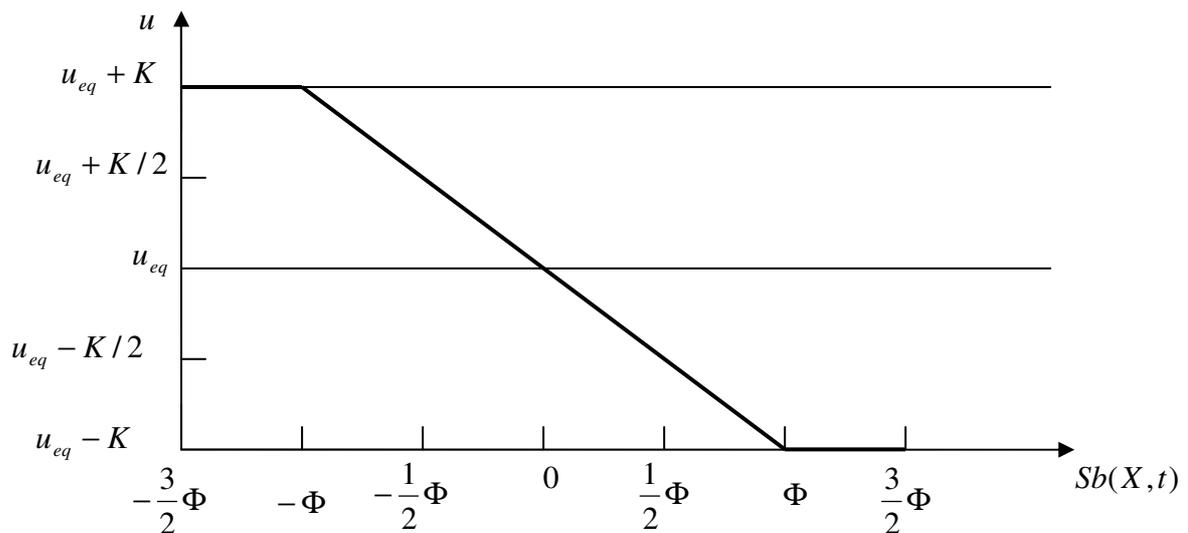


Figure IV.1. Sortie de la commande par mode glissant : $u = u_{eq} - K \text{Sat}\left(\frac{Sb(X,t)}{\Phi}\right)$

3. La conception du contrôleur par mode glissant flou

3.1. Détermination de la distance signée d_s pour un point arbitraire

Soit une surface de glissement de dimension $(n-1)$ dans l'espace d'état de dimension n :

$$S(X, t) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n \quad (\text{IV.16})$$

Le vecteur normal N à la surface $S(X, t) = 0$ est donné par :

$$N = \frac{[c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]^T}{\|[c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]\|} \quad (\text{IV.17})$$

La distance signée d_s pour un point arbitraire X est donnée par :

$$d_s = X^T N \quad (\text{IV.18})$$

Pour un système non linéaire décrit par l'équation (IV.1), la distance signée d_s est :

$$d_s = \frac{c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1}} \quad (\text{IV.19})$$

$$d_s = \frac{S(X, t)}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1}} \quad (\text{IV.20})$$

Si on choisit une fonction de Lyapunov de la forme :

$$V = \frac{1}{2} d_s^2 \quad (\text{IV.21})$$

alors

$$\dot{V} = d_s \dot{d}_s = \frac{S \dot{S}}{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n-1}^2 + 1} \quad (\text{IV.22})$$

La dérivée de la surface de glissement est donnée par :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u + d(t) \quad (\text{IV.23})$$

En multipliant l'équation (IV.23) par S , on obtient :

$$S \dot{S} = S \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + S f(X, t) + S b(X, t)u + S d(t) \quad (\text{IV.24})$$

Si on suppose que $b(X, t) \succ 0, \forall X$ alors :

u augmente avec l'augmentation de \dot{S} et vice-versa.

si $S \succ 0$ la diminution de u va diminuer $S \dot{S}$ et si $S \prec 0$ l'augmentation de u va diminuer $S \dot{S}$.

Si $d_s > 0$ la diminution de u va diminuer $d_s \dot{d}_s$ de sorte que $\dot{V} < 0$ et si $d_s < 0$ l'augmentation de u va diminuer $d_s \dot{d}_s$ aussi de sorte que $\dot{V} < 0$ [39].

La relation qui lie la distance signée d_s entre le vecteur d'état et la surface de glissement et la commande u peut être exploitée pour déterminer la base de règles d'un contrôleur flou permettant la stabilité asymptotique du système.

La figure IV.2 représente le plan de phase d'un système d'ordre deux. Soit :

$\dot{x} + c_1 x = 0$: la droite de glissement.

$B(x_1, \dot{x}_1)$: la position de l'état actuel dans le plan de phase.

$A(x, \dot{x})$: le point d'intersection de la projection du vecteur d'état actuel $B(x_1, \dot{x}_1)$ sur la surface de glissement selon la direction du vecteur normal N .

d_1 : la distance signée entre le vecteur d'état $B(x_1, \dot{x}_1)$ et le vecteur d'état $A(x, \dot{x})$

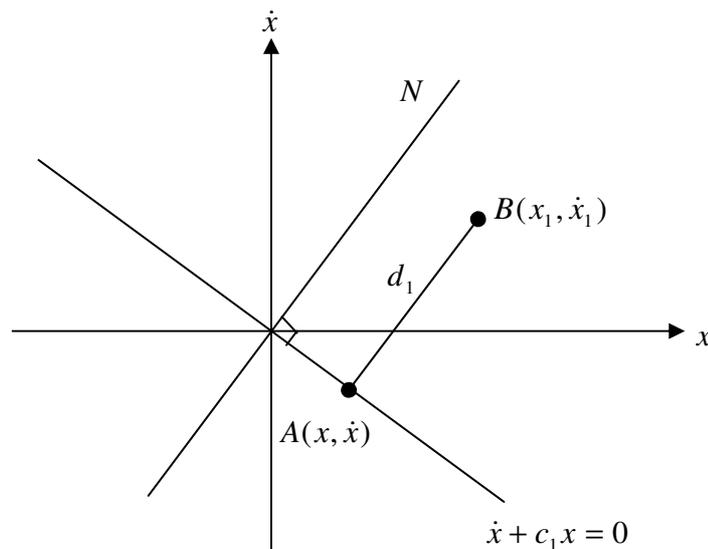


Figure IV.2. Droite de glissement $S(x) = 0$ et la distance d_1

La distance signée d_s pour un point arbitraire $B(x, \dot{x})$ est définie comme suit [39] :

$$d_s = [x_1 \quad x_2] \frac{[c_1 \quad 1]^T}{\|[c_1 \quad 1]\|} = \frac{c_1 x_1 + x_2}{\sqrt{1 + c_1^2}} \quad (\text{IV.25})$$

$$d_s = \frac{S}{\sqrt{1 + c_1^2}} \quad (\text{IV.26})$$

Pour que le système soit asymptotiquement stable, on peut utiliser un régulateur flou dont la table de règles est donnée par :

d_s	NG	NM	ZR	PM	PG
u_f	PG	PM	ZR	NM	NG

Tableau 1 : Les règles floues pour la commande u_f de la distance euclidienne d_s

avec NG : négatif grand, NM : négatif moyen, ZR : zéro, PM : positif moyen et PG : positif grand.

4. Le principe de la commande par mode glissant flou

On suppose un contrôleur flou pour un système d'ordre deux construit par la collection des règles floues suivantes :

$$\begin{aligned}
 R^1 &: \text{Si } S \text{ est } NG \text{ Alors } u_f \text{ est } PG \\
 R^2 &: \text{Si } S \text{ est } NM \text{ Alors } u_f \text{ est } PM \\
 R^3 &: \text{Si } S \text{ est } ZR \text{ Alors } u_f \text{ est } ZR \\
 R^4 &: \text{Si } S \text{ est } PM \text{ Alors } u_f \text{ est } NM \\
 R^5 &: \text{Si } S \text{ est } PG \text{ Alors } u_f \text{ est } NG
 \end{aligned}
 \tag{IV.27}$$

avec NG, NM, ZR, PM et PG, \dots sont des ensembles flous dont les fonctions d'appartenance sont montrées dans les figures suivantes :

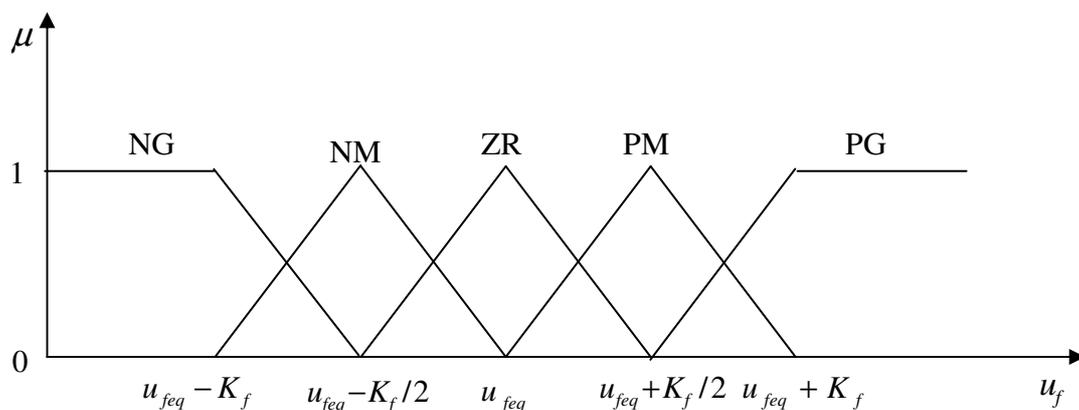


Figure IV.3. Fonctions d'appartenance pour la sortie u_f

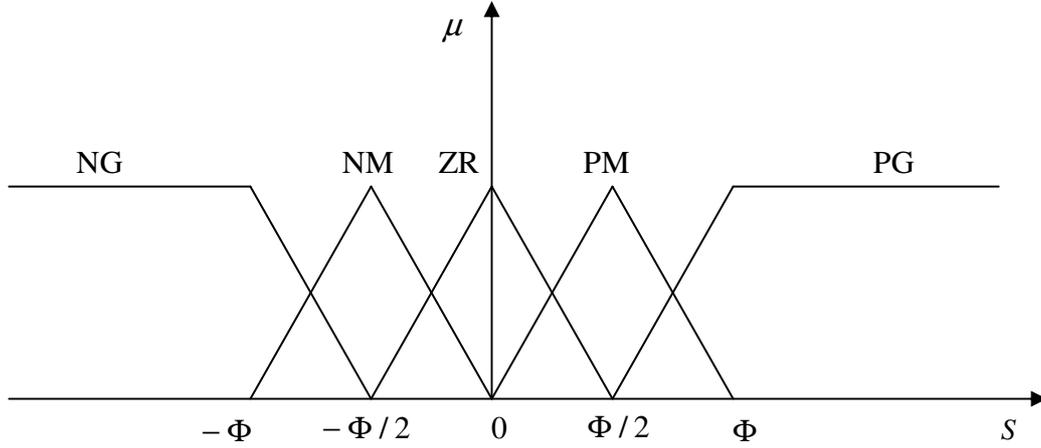


Figure IV.4. Fonctions d'appartenance pour l'entrée S

Pour n'importe quel ensemble, chaque règle R^i peut déterminer un ensemble flou. En utilisant la méthode d'inférence max-min on trouve :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \sup_{S \in X} \left[\min \left[\mu_{\tilde{F}_x}(S), \min \left[\mu_{\tilde{F}_s^i}, \mu_{\tilde{F}_{u_f}^i}(u_f) \right] \right] \right] \quad (\text{IV.28})$$

L'équation (IV.28) peut être simplifiée en supposant \tilde{F}_x comme étant un singleton flou c'est-à-dire pour $S = \alpha, \mu_{\tilde{F}_s^i}(S) = 1$ sinon $\mu_{\tilde{F}_s^i}(S) = 0$, l'équation (IV.28) devient :

$$\mu_{\tilde{F}_x \circ R^i}(u_f) = \min \left[\mu_{\tilde{F}_s^i}(\alpha), \mu_{\tilde{F}_{u_f}^i}(u_f) \right] \quad (\text{IV.29})$$

et la fonction d'appartenance résultante $\mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}$ est :

$$\mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) = \max \left[\mu_{\tilde{F}_x \circ R^1}(u_f), \dots, \mu_{\tilde{F}_x \circ R^5}(u_f) \right] \quad (\text{IV.30})$$

en utilisant la défuzzification par la méthode de centre de gravité, l'expression de la sortie du régulateur flou u_f est :

$$u_f = \frac{\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} u_f \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f}{\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \mu_{\tilde{F}_{u_f}^d}(u_f) du_f} \quad (\text{IV.31})$$

A partir des figures IV.3-IV.4 et l'équation (IV.30), (IV.31) devient :

$$u_f = \begin{cases} -\frac{1}{2} * \frac{(2\varphi+3)(3\varphi+1)}{4\varphi^2+6\varphi+1} & \varphi < -1 \\ -\frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi+3)}{4\varphi^2+2\varphi-1} & -1 \leq \varphi \leq \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} * \frac{\varphi(2\varphi-3)}{4\varphi^2-2\varphi-1} & \frac{-1}{2} \leq \varphi \leq 0 \\ \frac{1}{2} * \frac{(2\varphi-3)(3\varphi-1)}{4\varphi^2-6\varphi+1} & 0 \leq \varphi \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq \varphi \leq 1 \\ & \varphi \geq 1 \end{cases} \quad (IV.32)$$

avec $\varphi = \frac{S}{\Phi}$ si $|S| \geq \Phi$ alors $u_f = -\text{Sign}(S)$

La figure IV.5 représente le résultat de la sortie u_{CMGF} pour une entrée floue, la loi de la commande par mode glissant flou u_{CMGF} à la forme suivante :

$$u_{CMGF} = u_{feq} + K_f u_f \quad (IV.33)$$

On peut conclure que ce régulateur par mode glissant flou particulier travaille comme un régulateur par mode glissant à bande limite.

$$u_{CMGF} = u_{feq} - K_f \text{Sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right) \quad (IV.34)$$

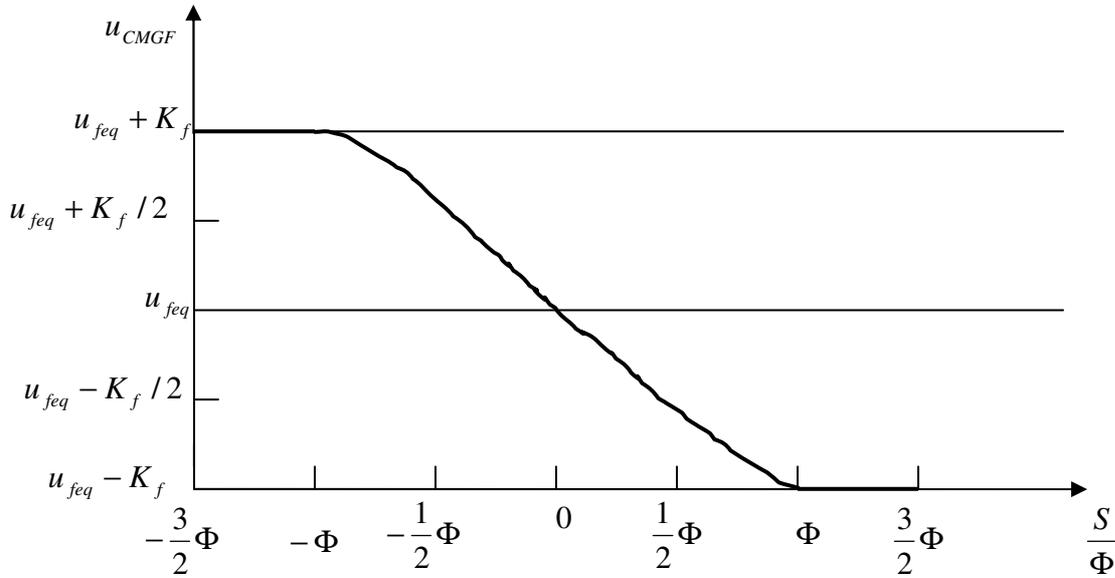


Figure IV.5. Sortie de la commande par mode glissant flou $u_{CMGF} = u_{feq} - K_f \text{Sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right)$

A partir des figures IV.1 et IV.5 on remarque que le régulateur par mode glissant flou donné par l'équation (IV.34) et le contrôleur par mode glissant donné par l'équation (IV.14) ont une grande ressemblance non seulement au niveau des équations mais aussi au niveau des figures de représentations.

En comparant l'équation (IV.14) et l'équation (IV.34) on remarque qu'on peut remplacer u_{feq} et K_f par les valeurs correspondantes u_{eq} et K dans le régulateur par mode glissant.

En résumé, dans la conception d'un régulateur flou basé sur cinq règles, les règles floues peuvent être obtenus à partir d'un régulateur par mode glissant. Ce qui assure la stabilité et la robustesse pour le régulateur flou.

5. Commande par mode glissant flou découplée

Soit le système non linéaire d'ordre quatre décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f_1(X) + b_1(X)u(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = f_2(X) + b_2(X)u(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (\text{IV.35})$$

avec :

$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(X), f_2(X), b_1(X)$ et $b_2(X)$ sont des fonctions non linéaires avec $b_1(X) \geq \underline{b}_1 > 0$ et $b_2(X) \geq \underline{b}_2 > 0, \forall X$, $u(t)$ est la commande, $d_1(t)$ et $d_2(t)$ sont des perturbations supposées comme étant bornées : $|d_i(t)| \leq D_i, i = 1, 2$.

On définit deux surface de glissement S_1 et S_2 :

$$S_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (\text{IV.36})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{IV.37})$$

A partir de la théorie de mode glissant présentée dans la partie précédente, on peut choisir une loi de commande de la forme [40] :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1), \text{ avec } K_1 \succ \frac{D_1}{b_1(X)} \quad (\text{IV.38})$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (IV.39)$$

et

$$u_2 = u_{2eq} - K_2 \text{Sat}(S_2 b_2(X) / \Phi_2), \text{ avec } K_2 \succ \frac{D_2}{b_2(X)} \quad (IV.40)$$

Il est évident que si on pose $u = u_1$, cette commande permet de ramener le plus rapidement possible les états x_1 et x_2 sur la surface S_1 , puis de les y faire glisser jusqu'au point d'équilibre. La même chose sera pour les états x_3 et x_4 avec S_2 si on prend $u = u_2$, autrement dit ce régulateur ne peut commander que l'un des deux sous-systèmes.

Pour le système donné par l'équation (IV.35) on cherche à déterminer une loi de commande $u = u(x)$ de sorte que le système en boucle fermée soit globalement stable, dans le sens où toutes les variables d'état soient uniformément bornées et convergent asymptotiquement vers leurs point d'équilibre.

L'idée principale de ce régulateur découplé consiste à décomposer le système en deux sous-systèmes A et B, le sous système A est constitué de x_1 et x_2 et sa surface de glissement correspondante est S_1 , le sous système B est constitué de x_3 et x_4 et sa surface de glissement correspondante est S_2 . En supposant que l'objectif essentiel est de stabiliser le sous système A, il est raisonnable de considérer l'information venant du sous système B comme étant secondaire, et cette information secondaire doit être prise en compte par le sous système A, une variable intermédiaire z qui représente donc cette information secondaire est incorporée en S_1 . La surface S_1 prend la forme $c_1(x_1 - z) + x_2$, ce qui signifie que l'objectif principal est changé à $x_1 = z$, $x_2 = 0$, ou z est une fonction de S_2 [41].

On peut choisir l'expression S_1 et S_2 comme étant :

$$S_1 = c_1(x_1 - z) + x_2 \quad (IV.41)$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (IV.42)$$

donc la loi de commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1) \quad (IV.43)$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (\text{IV.44})$$

la valeur de l'état z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.45})$$

où z_U est la valeur maximale de $|z|$.

La variable z peut être définie par :

$$z = \text{Sat}\left(\frac{S_2}{\Phi_Z}\right) z_U \quad \text{avec} \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.46})$$

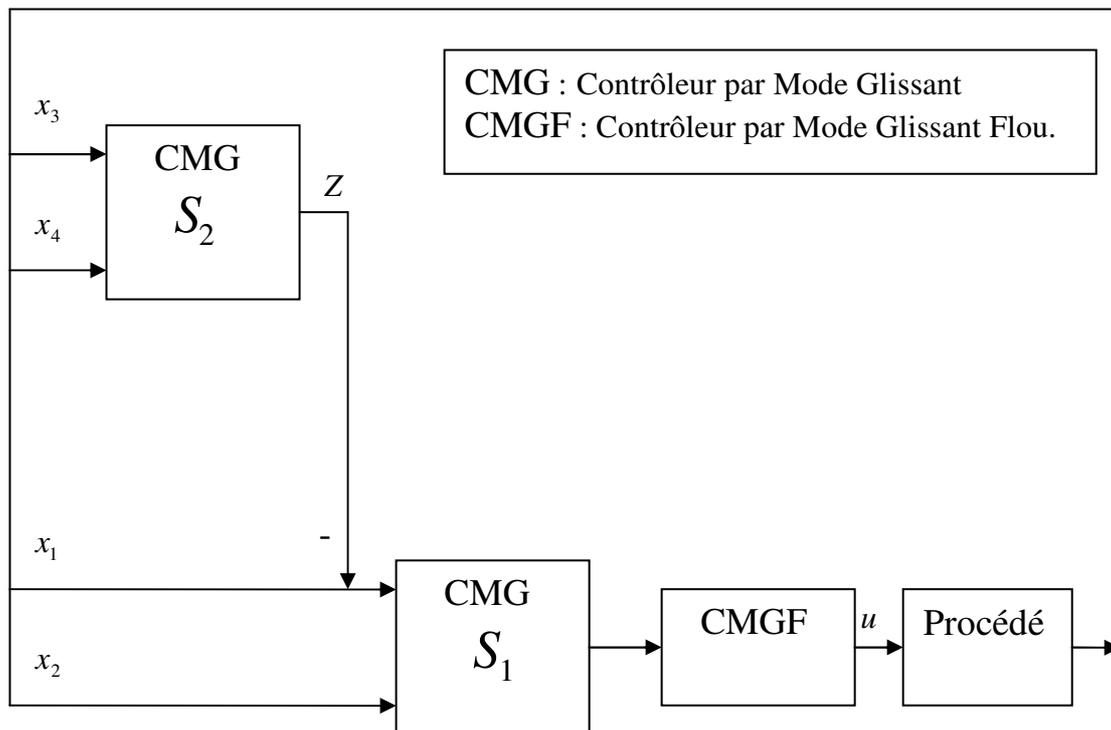


Figure IV.6. Schéma de principe de la commande par mode glissant fluo.

avec Φ_Z est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande. À partir de l'équation (IV.46) si $S_2 \neq 0$ alors $Z \neq 0$, si $S_2 \rightarrow 0$ alors $z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé [42].

5.1. Exemples

5.1.1 Pendule Inversé

Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant un pendule libre en rotation comme le montre la figure IV.7.

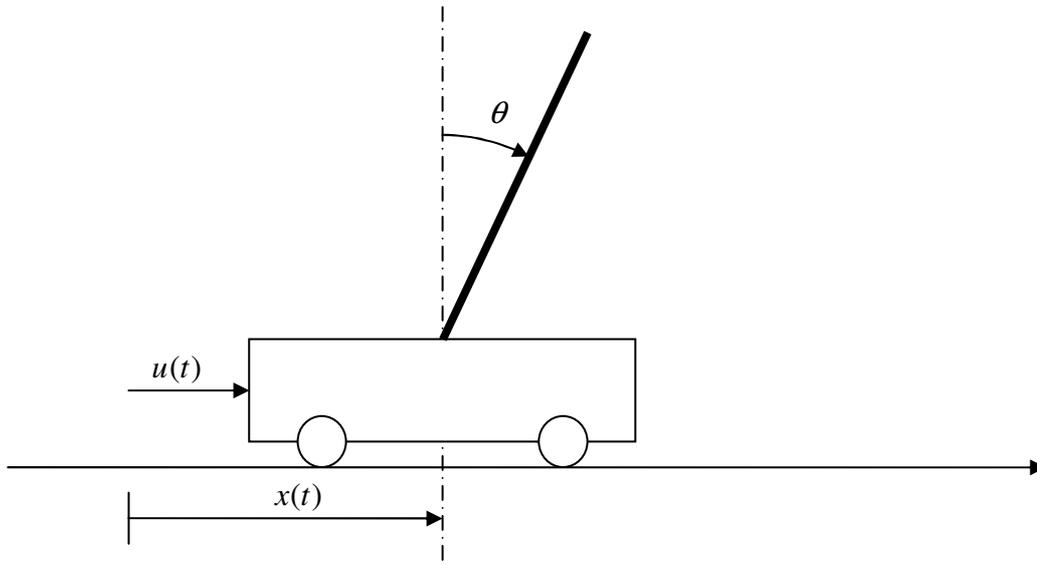


Figure IV.7. Schéma de principe du simple pendule inversé

En exerçant une force horizontale $u(t)$ sur le chariot, le chariot se déplace à la position x provoquant la rotation du pendule d'un angle θ . Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multivariable.

La commande de ce système doit réaliser :

- la stabilisation du pendule autour de sa position d'équilibre, en partant d'une condition initiale $\theta(0)$ comprise dans l'intervalle $[-\pi/2, +\pi/2]$;
- la stabilisation du chariot dans la position $x = 0$, en partant d'une condition initiale $x(0)$ comprise dans l'intervalle $[-1m, +1m]$.

Le mouvement peut être décrit par les équations différentielles suivantes [43] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{m_t g \sin x_1 - m_p L \sin x_1 \cos x_1 x_2^2 + \cos x_1 u}{L \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} + d(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\frac{4}{3} m_p L x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1}{\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4}{3 \left(\frac{4}{3} m_t - m_p \cos^2 x_1 \right)} u + d(t) \end{cases} \quad (\text{IV.47})$$

avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = x, x_4 = \dot{x}$$

$u(t)$: la commande appliquée sur le chariot.

x : la position du chariot.

θ : l'angle du pendule.

$m_p = 0.1 \text{ kg}$: est la masse du pendule.

$m_c = 1 \text{ kg}$: la masse du chariot.

$m_t = m_c + m_p$: la masse totale du chariot-pendule.

$L = 0.5 \text{ m}$: demi longueur du pendule.

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$: la pesanteur.

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.0, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, z_U = 0.9425$$

Les figures IV.8 et IV.9 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro.

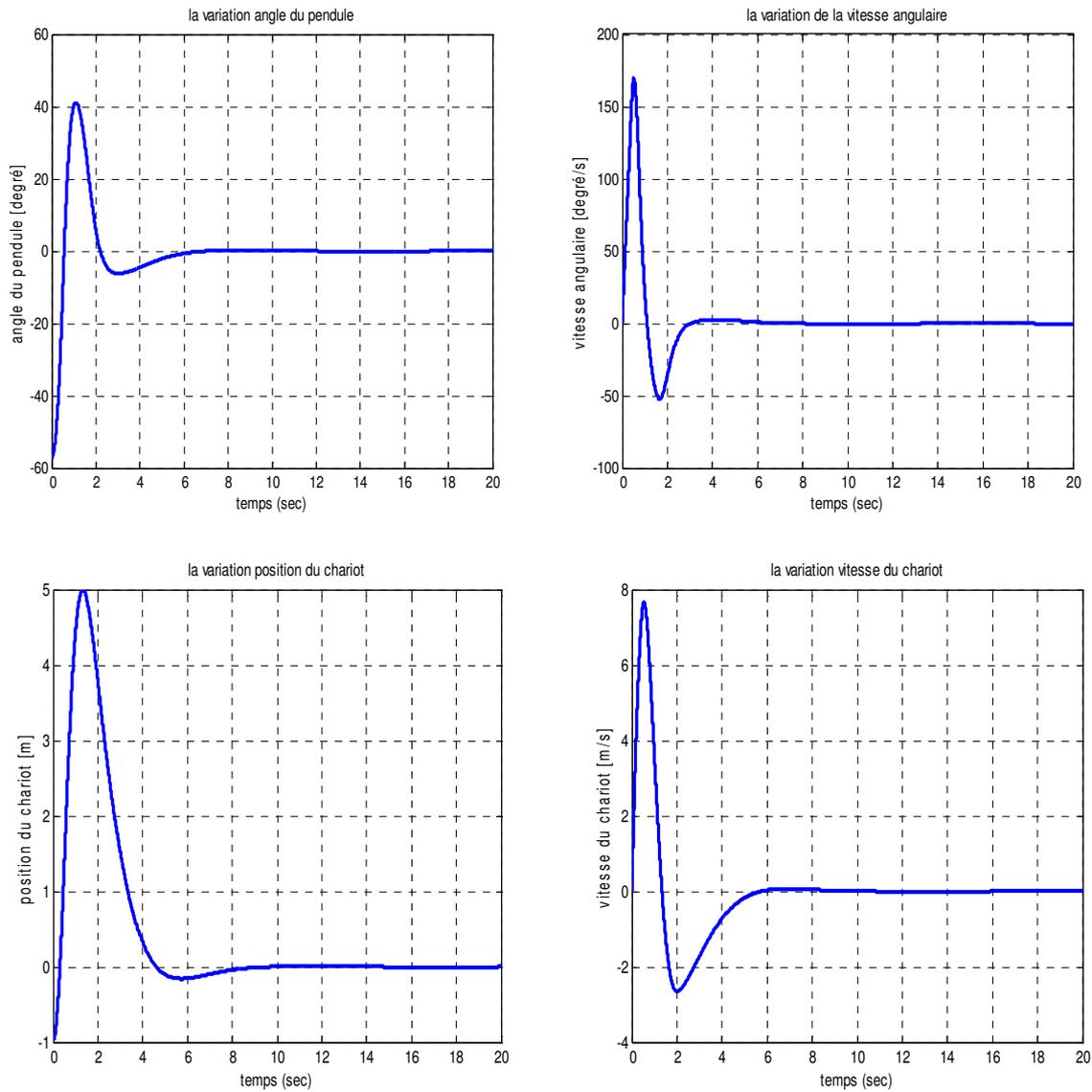


Figure IV.8. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t)$ et $\dot{x}(t)$

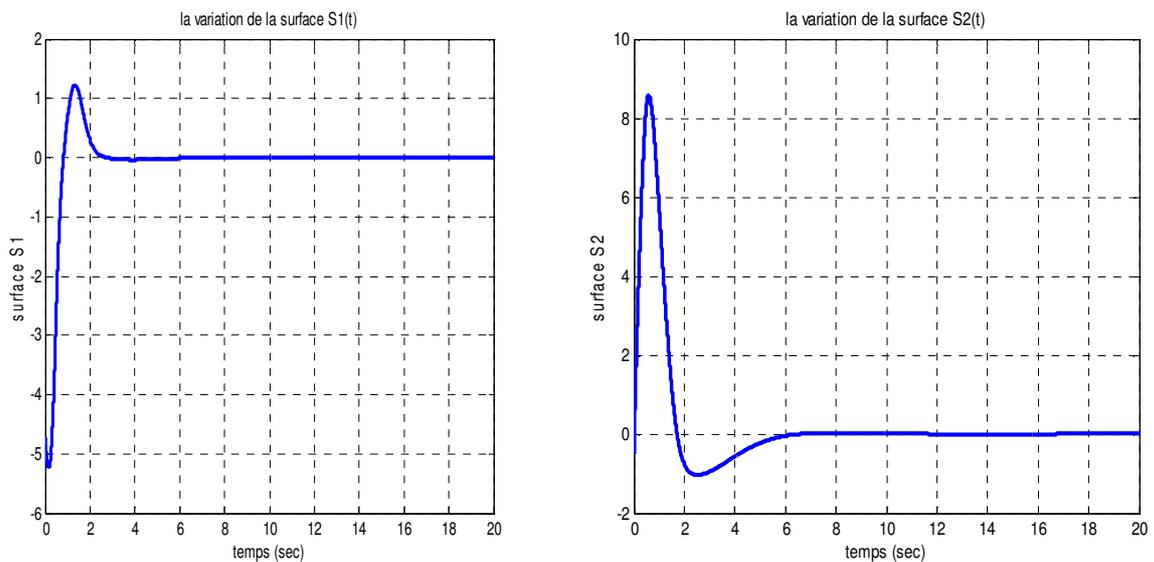


Figure IV.9. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.10. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.11).

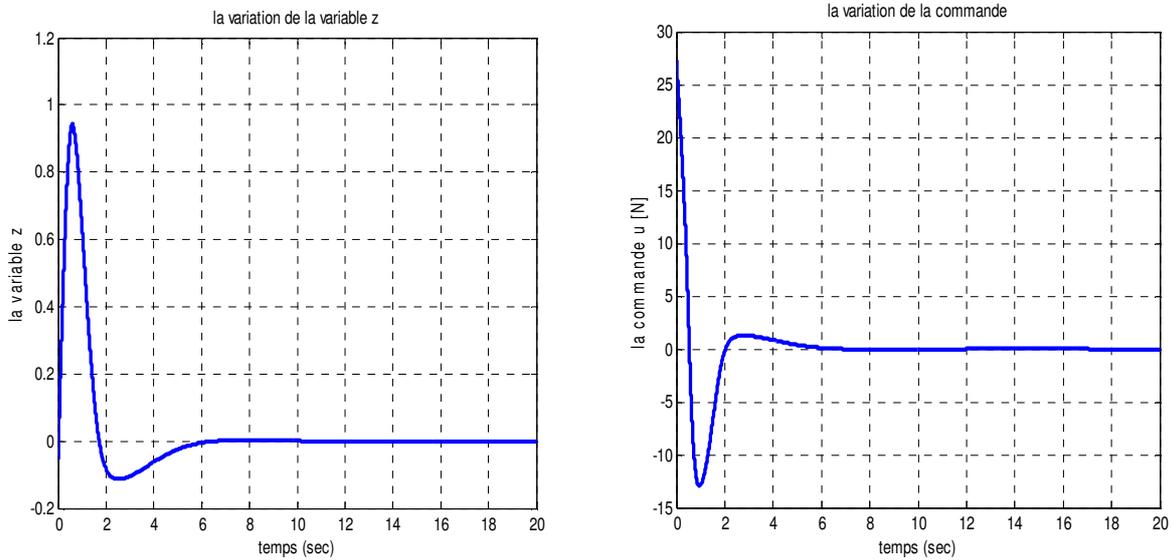


Figure IV.10. Variation de la variable z et la commande u

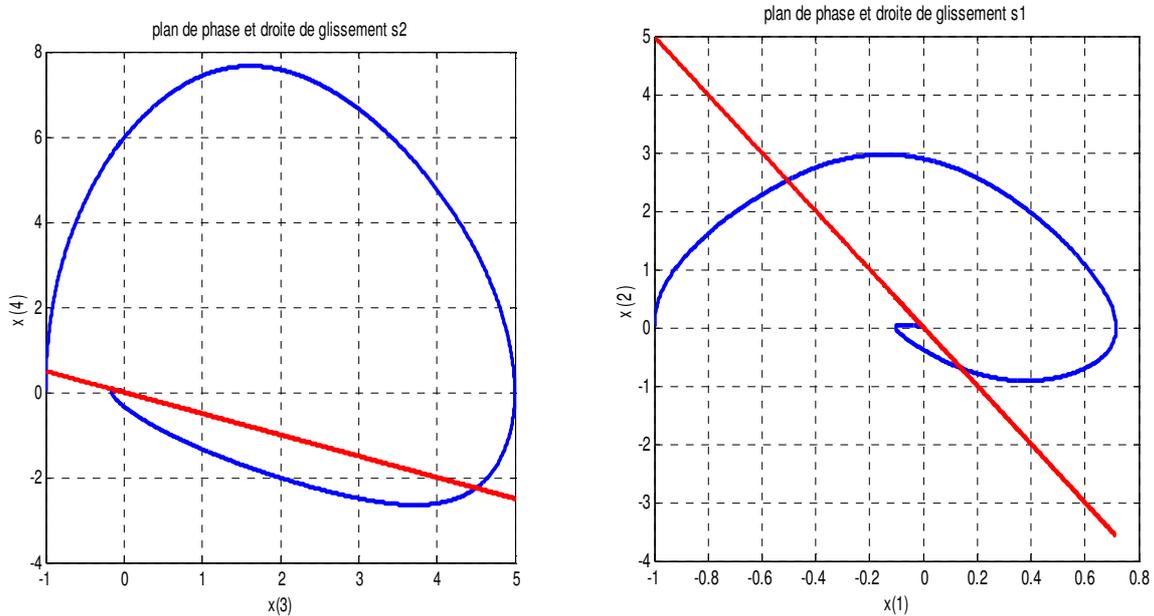


Figure IV.11. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

Les résultats de simulation avec une perturbation externe : $d_1(t) = d_2(t) = 0.5 \sin(t)$, données sur les figures IV.12- IV.13 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro malgré la présence des perturbations.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.14. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.15).

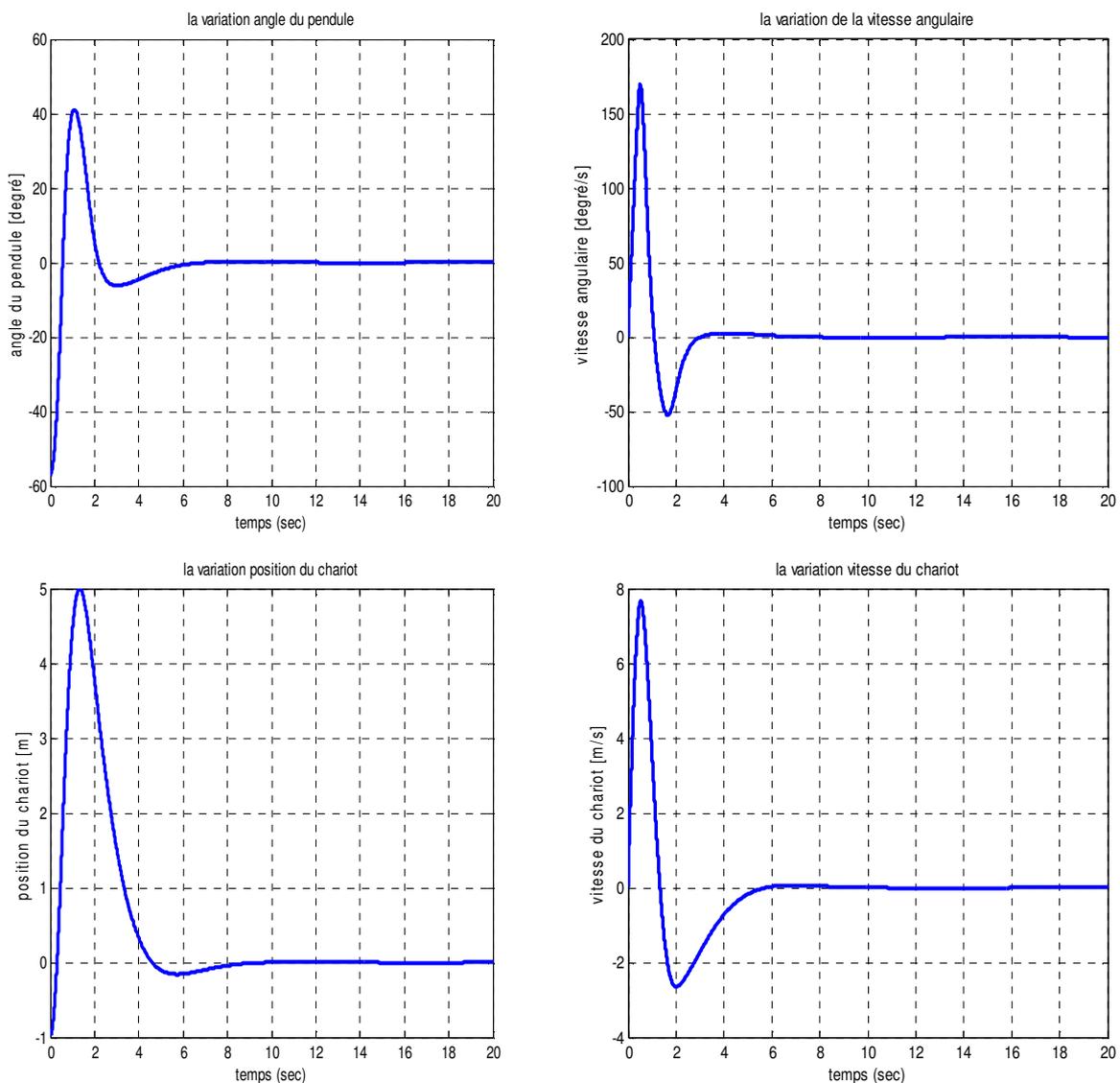


Figure IV.12. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), x(t)$ et $\dot{x}(t)$

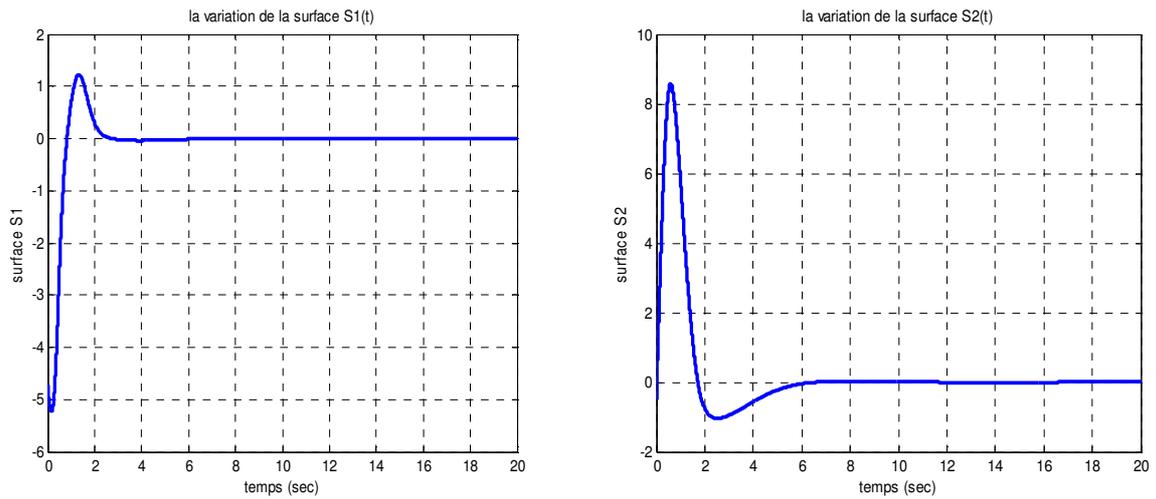


Figure IV.13. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

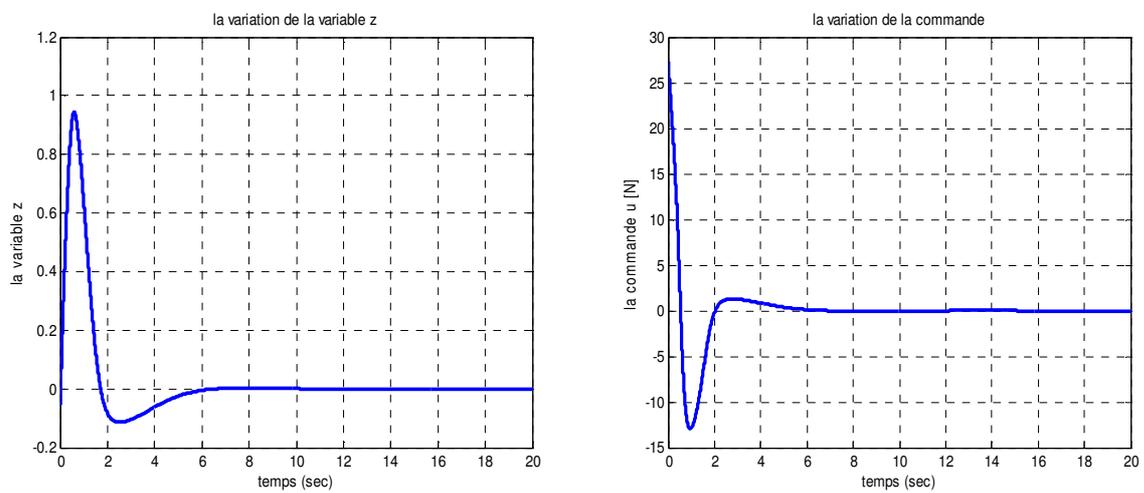


Figure IV.14. Variation de la variable z et la commande u

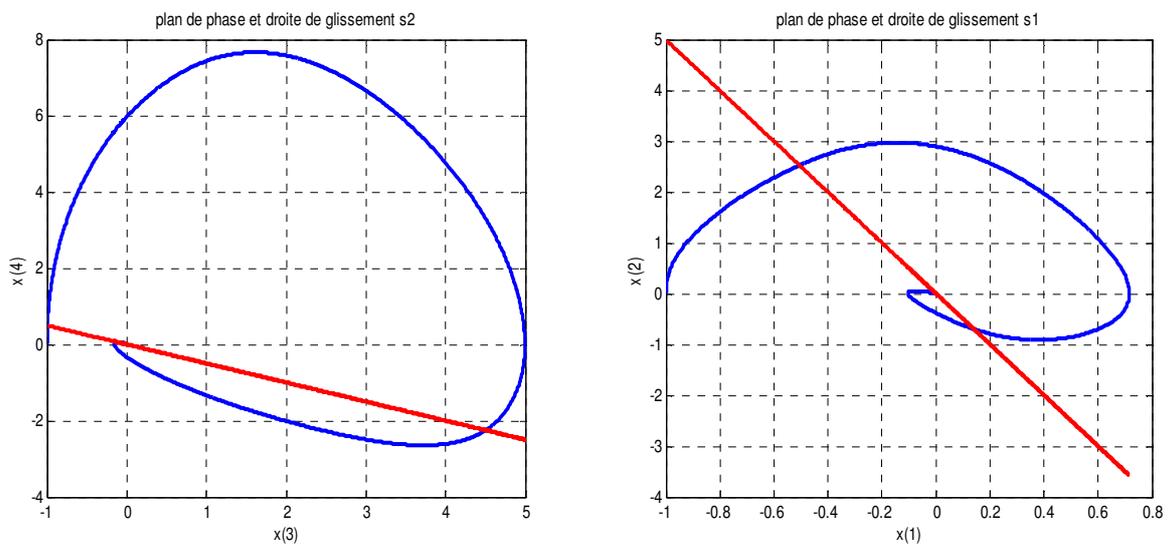


Figure IV.15. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

5.1.2. Système B-B (Ball-Beam)

Le mouvement du système B-B (Ball-Beam) représenté par la figure IV.16 peut être décrit par les équations différentielles suivantes [43] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = u(t) + d(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) \\ \dot{x}_4(t) = B(x_3(t)x_2^2(t) - g \sin x_1(t)) \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = r, x_4 = \dot{r}$$

$u(t)$: La commande appliquée au B-B (Ball-Beam).

r : La position de la balle.

θ : L'angle de la barre.

J_b : Le moment d'inertie de la barre.

M : La masse de la balle.

R : Rayon de la balle.

$$B = \frac{MR^2}{J_b + MR^2}$$

$$B = 0.7143, J_b = 2 * 10^{-6} \text{ kg.m}^2, M = 0.05 \text{ kg}, R = 0.01 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

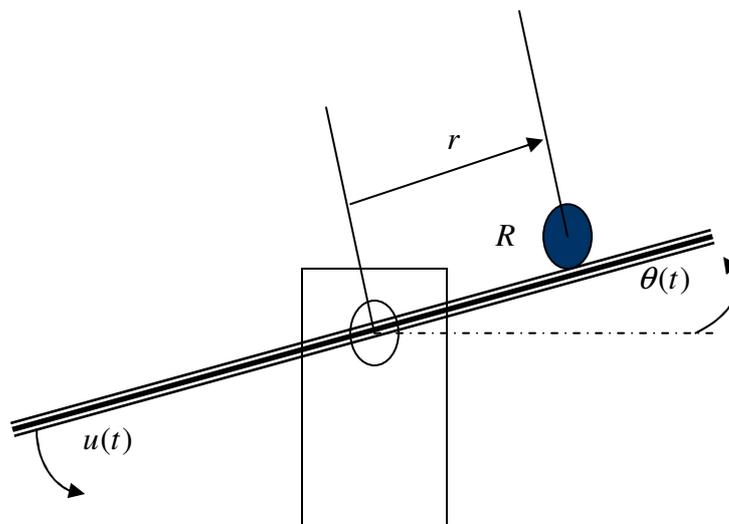


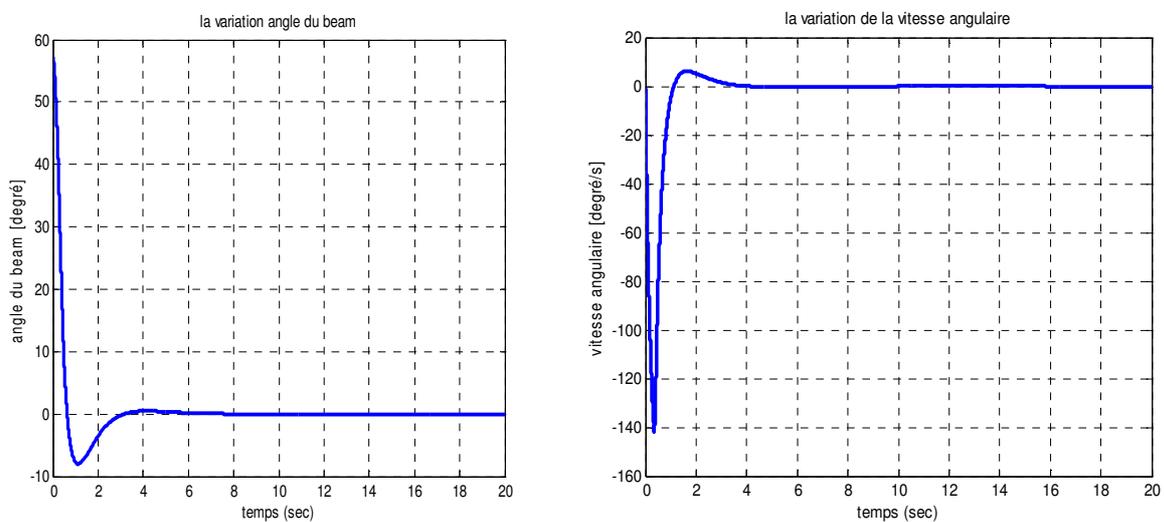
Figure IV.16. Schéma de principe du B-B (Ball-Beam)

L'objectif de la commande est de garder la balle au centre de la barre et la barre en position horizontale.

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [1.0, 0, 1.0, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 0.5, \Phi_z = 5, z_U = 0.9425$$

Les figures IV.16 et IV.17 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibres, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro.



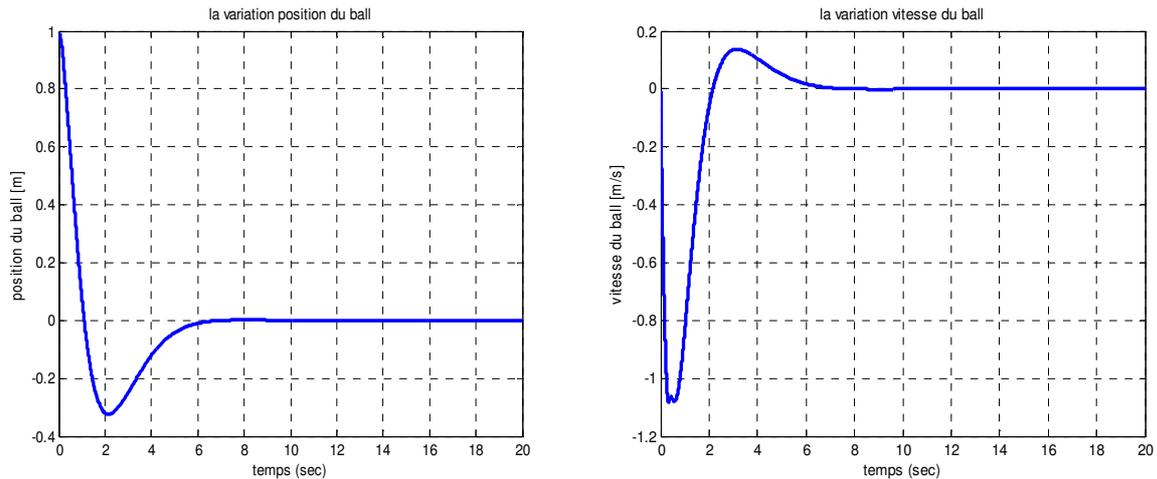


Figure IV.16. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), r(t)$ et $\dot{r}(t)$

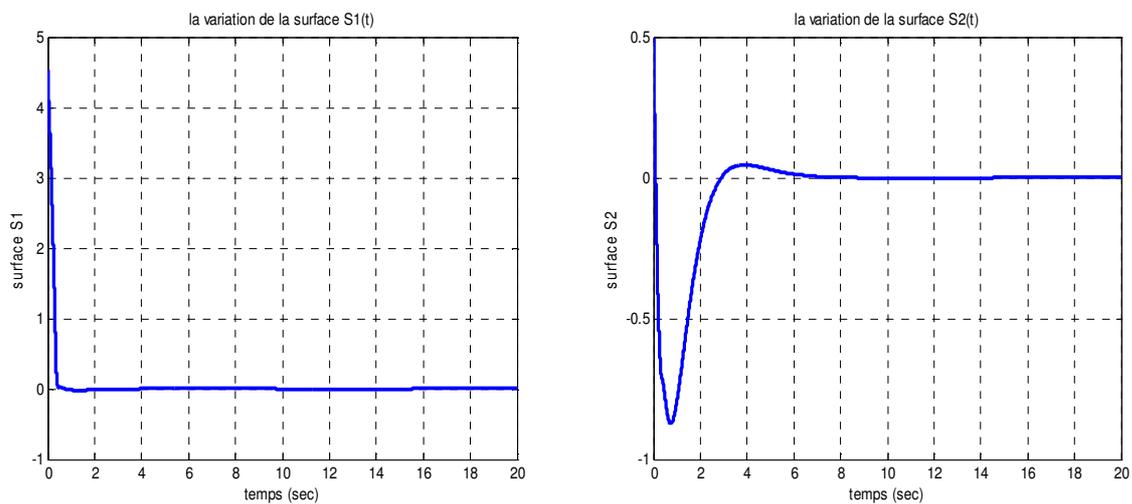


Figure IV.17. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.18. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.19).

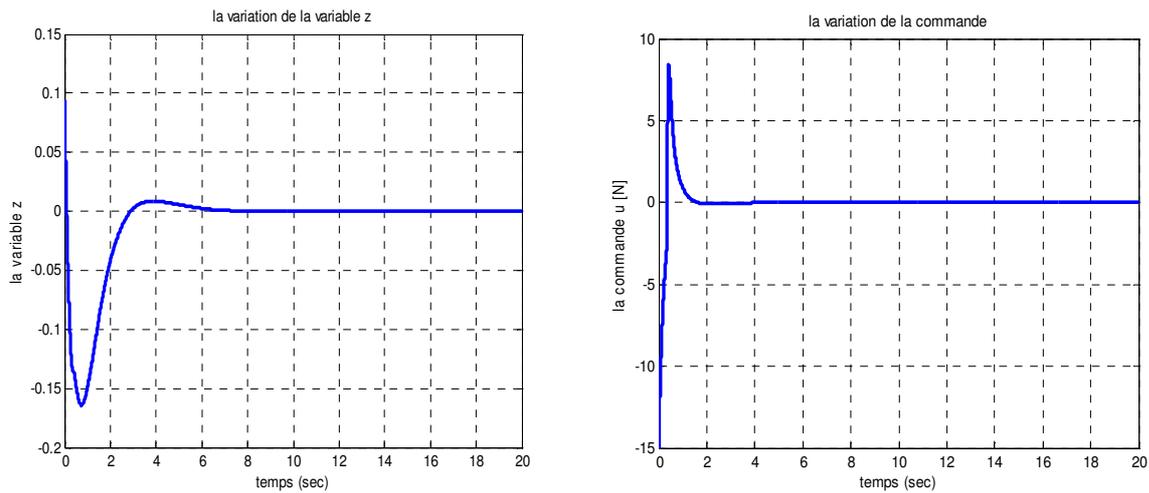


Figure IV.18. Variation de la variable z et la commande u

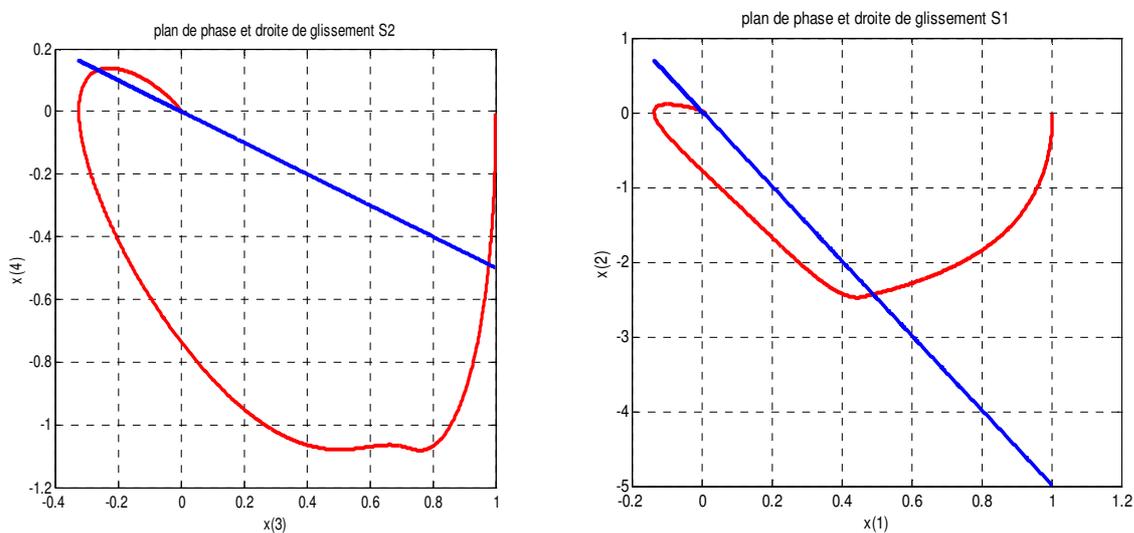


Figure IV.19. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement S_1 , Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement S_2

Les résultats de simulation avec une perturbation externe : $d(t) = 5\sin(t)$, données sur les figures IV.20- IV.21 représentent la convergence des états du système vers les points d'équilibre, ainsi que les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro malgré la présence des perturbations.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.22. La représentation des plans de phase $x_2 = f(x_1)$ et $x_4 = f(x_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.23).

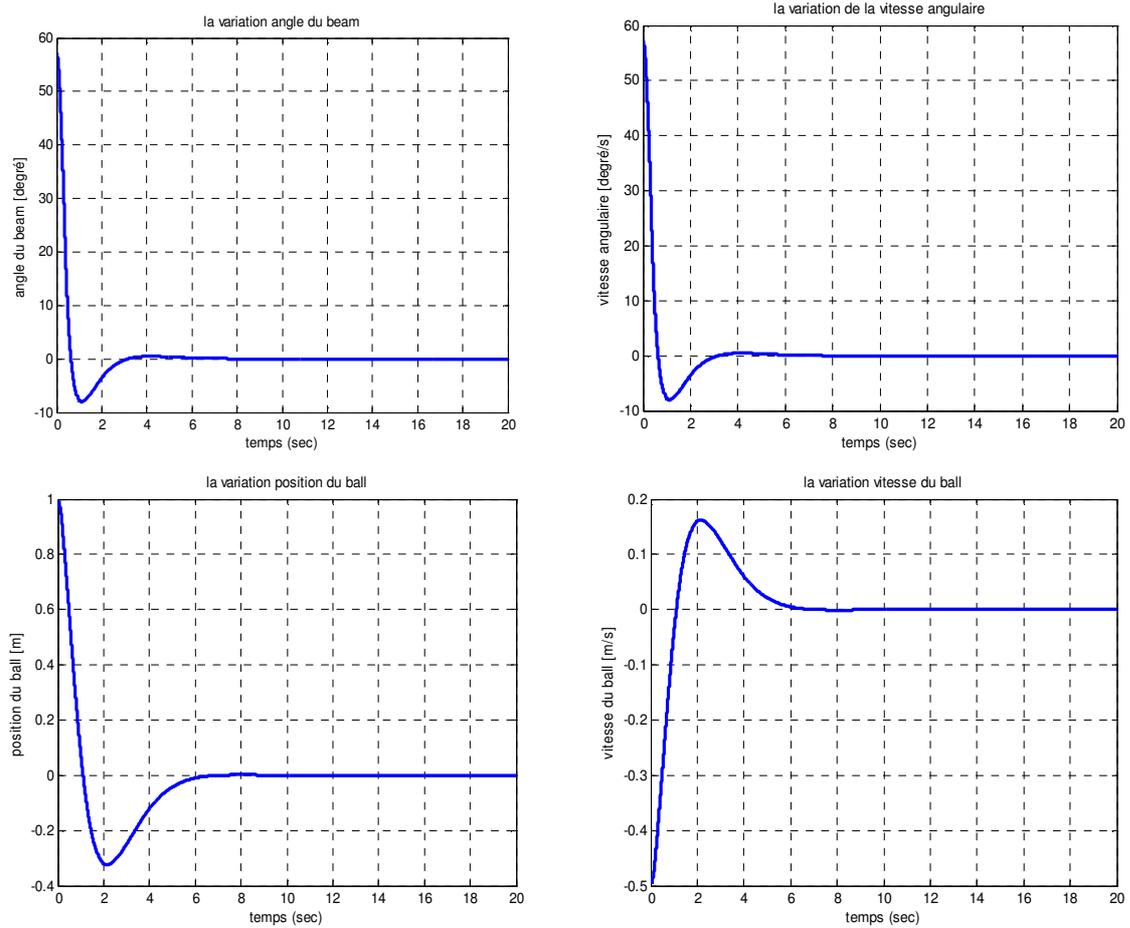


Figure IV.20. Variation des variables d'état $\theta(t), \dot{\theta}(t), r(t)$ et $\dot{r}(t)$

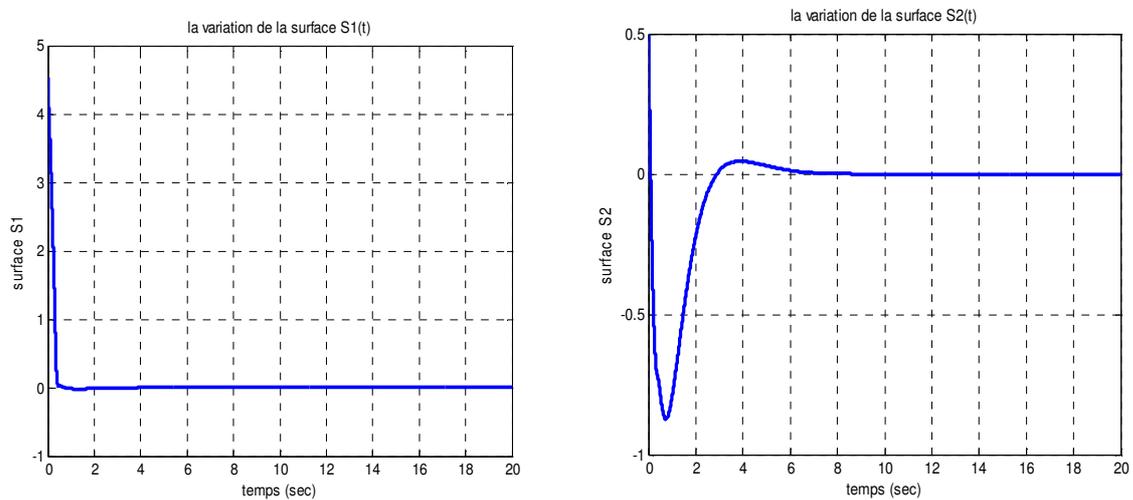


Figure IV.21. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

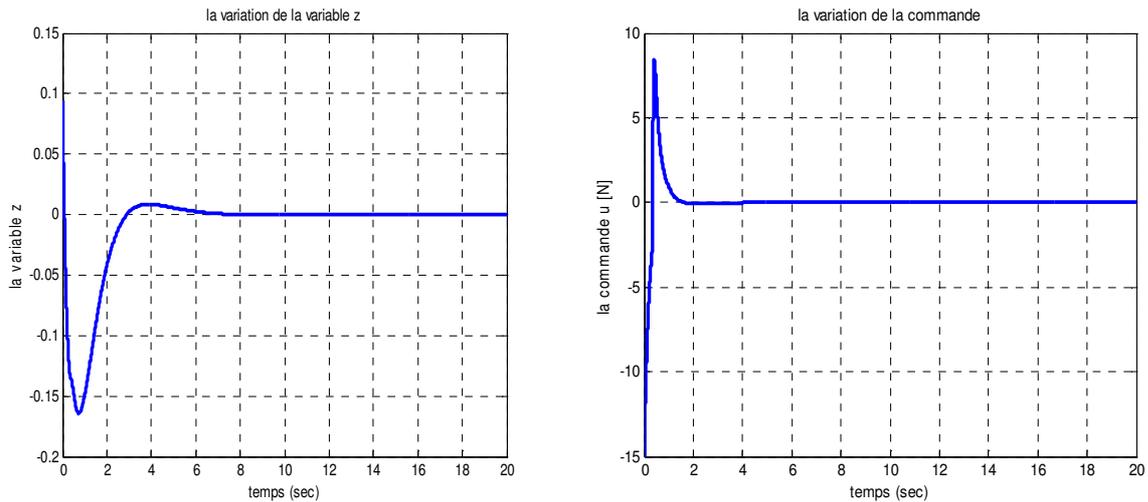


Figure IV.22. Variation de la variable z et la commande u

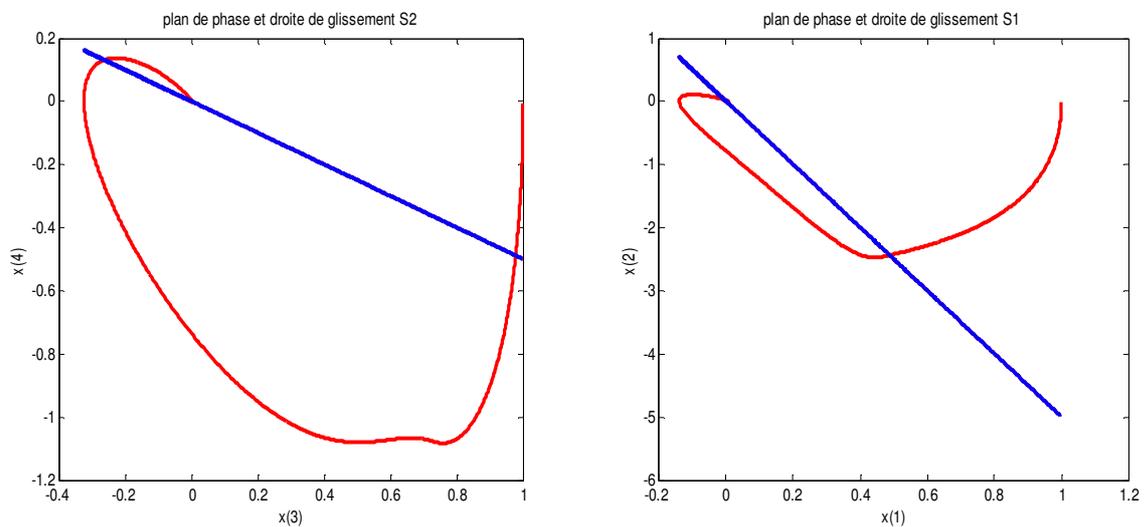


Figure IV.23. Plan de phase $(x(1), x(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(x(3), x(4))$ et la droite de glissement $S2$

Les résultats de simulation montrent l'efficacité et les performances de la commande par mode glissant flou. On constate que cette commande a éliminé le chattering et assuré le lissage de la commande et la stabilisation de système malgré les fortes perturbations externes.

6. Poursuite de trajectoire

Considérons le système mono-entrée mono-sortie décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f(X, t) + b(X, t)u(t) + d(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (\text{IV.49})$$

avec :

$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état.

$X_d(t) = [x_{1d}(t), x_{2d}(t), \dots, x_{nd}(t)]^T = [x_d(t), \dot{x}_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)]^T$ le vecteur d'état désiré.

$f(X, t)$ et $b(X, t)$ sont des fonctions non linéaires du vecteur d'état, $u(t)$ est la commande et $d(t)$ la perturbation considérée comme étant bornée : $|d(t)| \leq D$.

L'approche de la commande par mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire est de trouver une loi de commande telle que, étant donnée une trajectoire désirée $x_d(t)$, l'erreur de poursuite $x(t) - x_d(t)$ tend vers zéro malgré la présence des perturbations externes [44].

Le vecteur d'erreur de poursuite est définie par :

$$E(t) = X(t) - X_d(t) = [e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n-1)}(t)]^T \quad (\text{IV.50})$$

$$E(t) = [e_1(t), \dots, e_{n-1}(t), e_n(t)]^T \quad (\text{IV.51})$$

et l'erreur de poursuite :

$$e(t) = x(t) - x_d(t) \quad (\text{IV.52})$$

dont la dérivée est :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (\text{IV.53})$$

On définit une fonction linéaire S qui représente la surface de glissement :

$$S(X, t) = c_1 e_1 + c_2 e_2 + \dots + c_{n-1} e_{n-1} + e_n \quad (\text{IV.54})$$

$$S(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i + e_n \quad \text{avec } c_i \succ 0, i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{IV.55})$$

dont la dérivée est :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + x^{(n)} - x_d^{(n)} \quad (\text{IV.56})$$

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + f(X, t) + b(X, t)u + d(t) - x_d^{(n)} \quad (\text{IV.57})$$

Si on choisie une fonction de Lyapunov de la forme :

$$V = \frac{1}{2} S^2 \quad (\text{IV.58})$$

alors la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\dot{V} = S\dot{S} = S \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + Sf(X,t) + Sb(X,t)u + Sd(t) - Sx_d^{(n)} \quad (\text{IV.59})$$

Si on suppose que $b(X,t) > 0, \forall X$ alors :

u augmente avec l'augmentation de \dot{S} et vice-versa.

si $S > 0$ la diminution de u va diminuer $S\dot{S}$ de sorte que $\dot{V} < 0$ et si $S < 0$ l'augmentation de u va diminuer $S\dot{S}$ aussi de sorte que $\dot{V} < 0$.

D'après le théorème de Lyapunov si \dot{V} est négative la trajectoire $x(t)$ sera attiré vers la trajectoire désirée $x_d(t)$, l'erreur de poursuite $x(t) - x_d(t)$ tend vers zéro et sera attirée vers la surface de glissement $S(e,t) = 0$ pour tout $t \geq 0$.

6.1. Le mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire

Premièrement, on définit la surface de glissement S_1 comme suit :

$$S_1 = c_1(e_1 - z) + e_2 \quad (\text{IV.60})$$

avec

$$e_1(t) = x_1(t) - x_{1d}(t) \quad \text{et} \quad e_2(t) = x_2(t) - x_{2d}(t)$$

de la même façon on définit une autre surface de glissement S_2 :

$$S_2 = c_2 e_3 + e_4 \quad (\text{IV.61})$$

avec

$$e_3(t) = x_3(t) - x_{3d}(t) \quad \text{et} \quad e_4(t) = x_4(t) - x_{4d}(t)$$

L'expression de la commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1) \quad (\text{IV.62})$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 e_2 - f_1(X) + \dot{x}_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{IV.63})$$

la valeur z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.64})$$

Ou z_U est la valeur maximale de $|z|$

La variable z peut être définie par :

$$z = \text{Sat}\left(\frac{S_2}{\Phi_z}\right) z_U \quad \text{Avec} \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{IV.65})$$

Le principe de la commande par mode glissant pour la résolution du problème de poursuite de trajectoire d'état est résumé dans la figure IV.24.

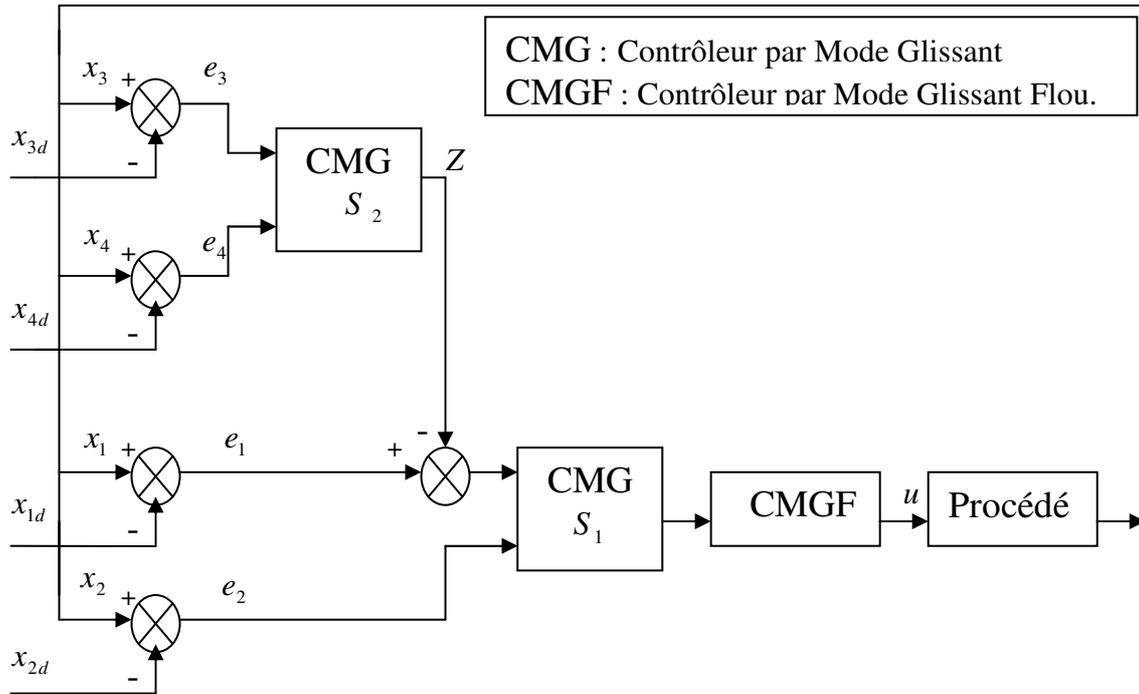


Figure IV.24. Schéma de principe de la commande par mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire d'état

6.2. Exemple de Simulation

Le pendule inversé représenté par la figure IV.7 dont le mouvement peut être décrit par l'équation (IV.47), avec les paramètres suivants :

$$m_p = 0.1\text{kg}, m_c = 1\text{kg}, m_t = 1.1\text{kg}, L = 0.5\text{m}, g = 9.81\text{m/s}^2$$

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.5, 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K_1 = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, z_U = 0.9425$$

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0$, $\dot{\theta}_d(t) = 0$, $x_d(t) = 1$ et $\dot{x}_d(t) = 0$) sont données sur les figures IV.25 - IV.26. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.27. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.28).

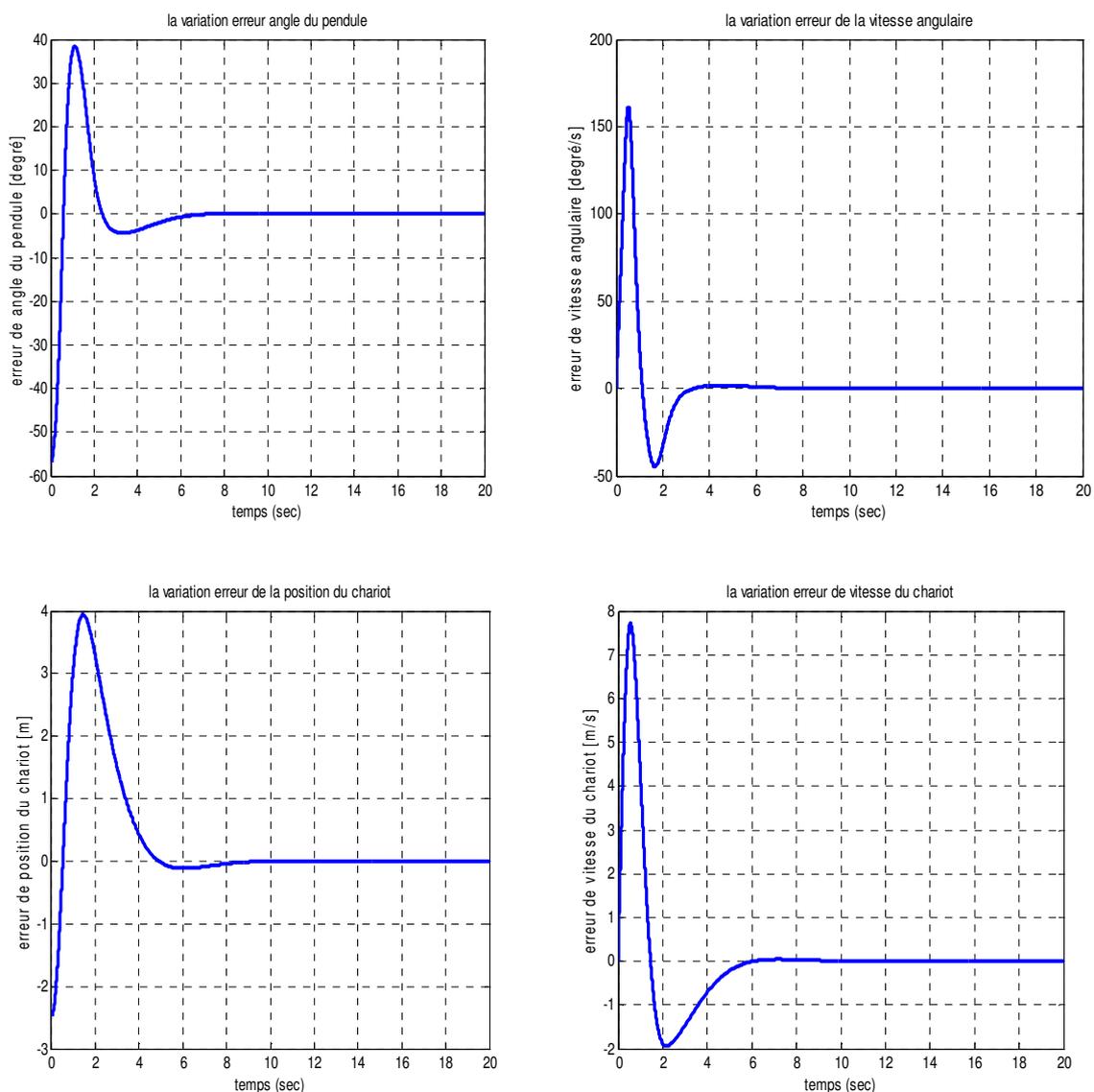


Figure IV.25. Variation des erreurs $e_\theta(t)$, $e_{\dot{\theta}}(t)$, $e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

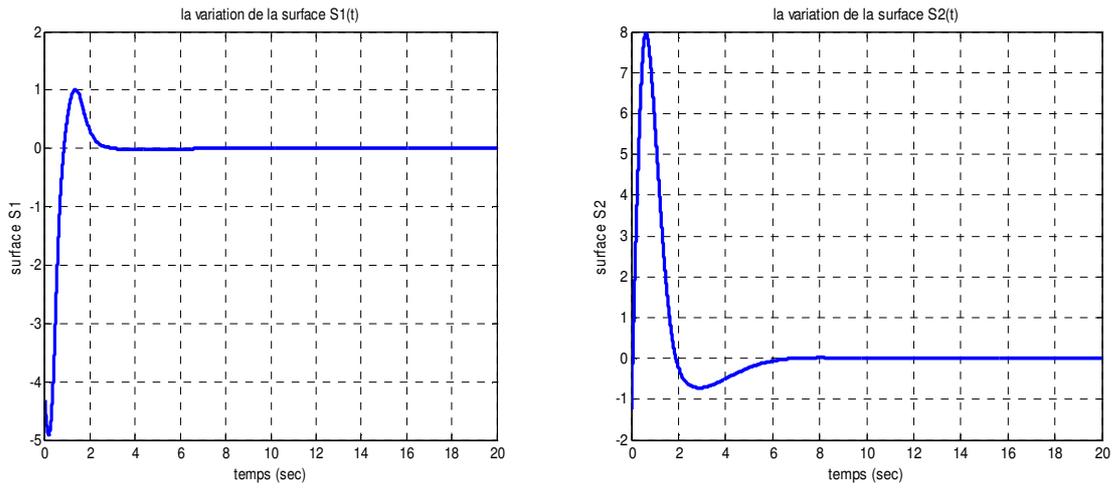


Figure IV.26. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

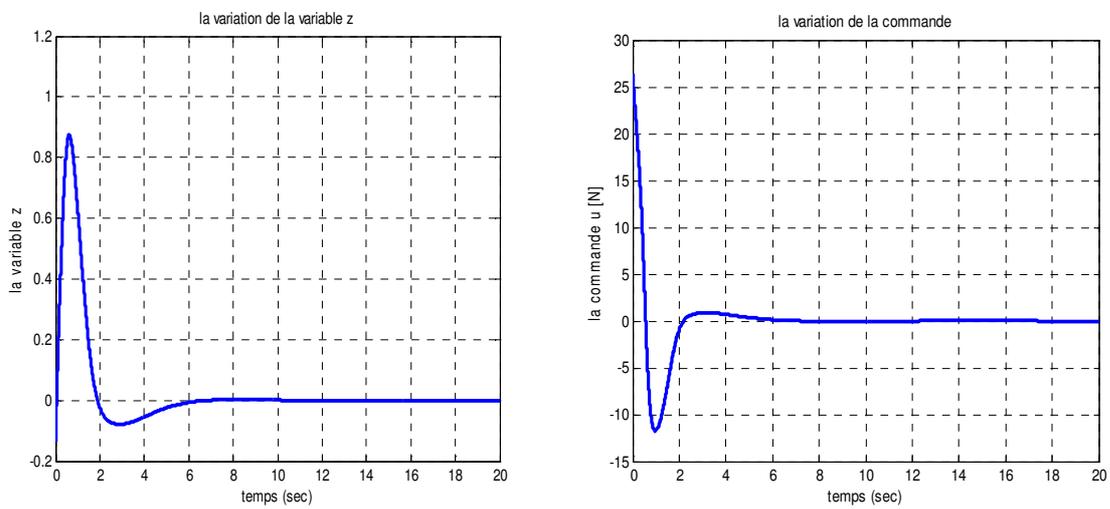


Figure IV.27. Variation de la variable z et la commande u

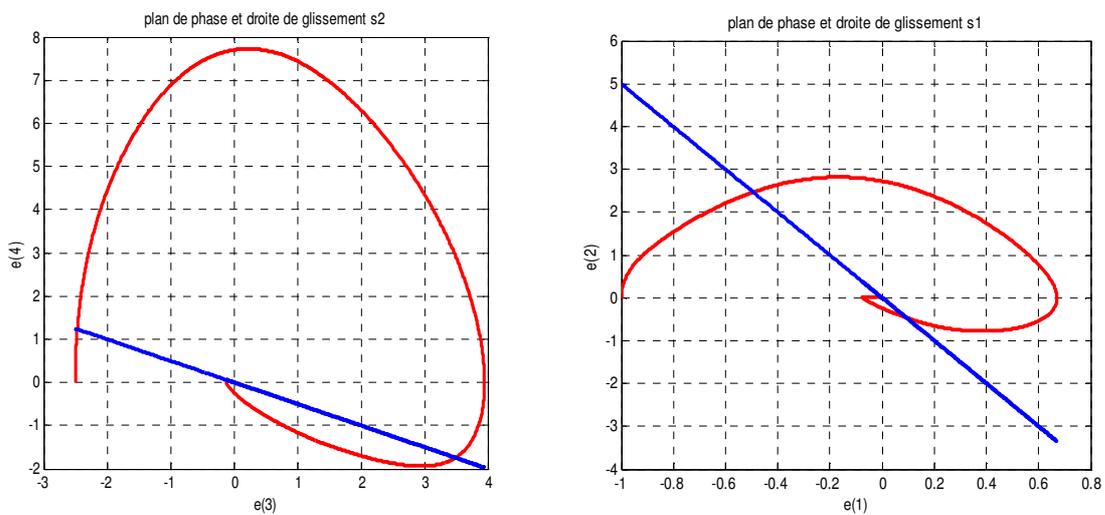


Figure IV.28. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.29) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

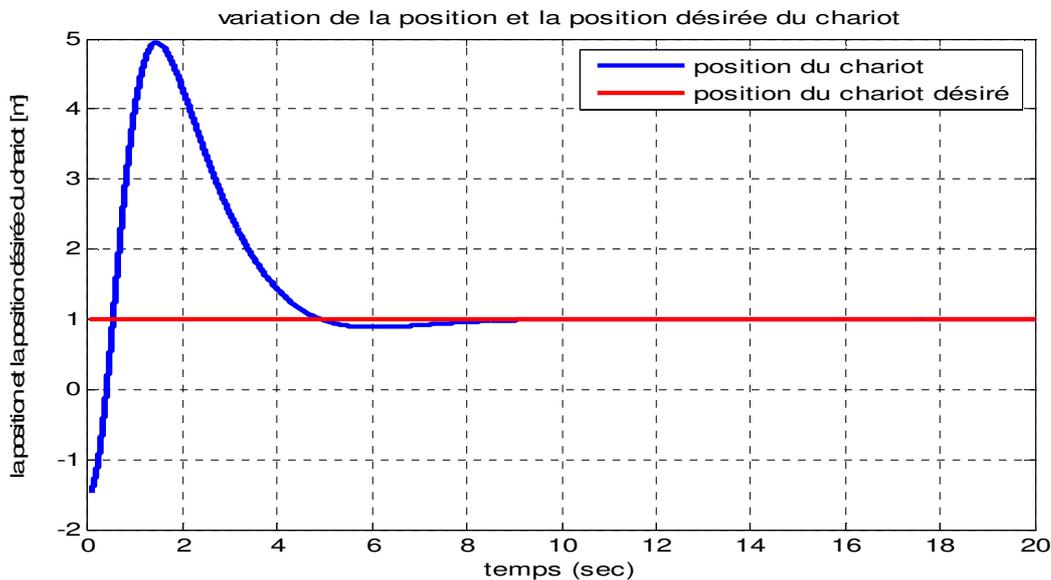


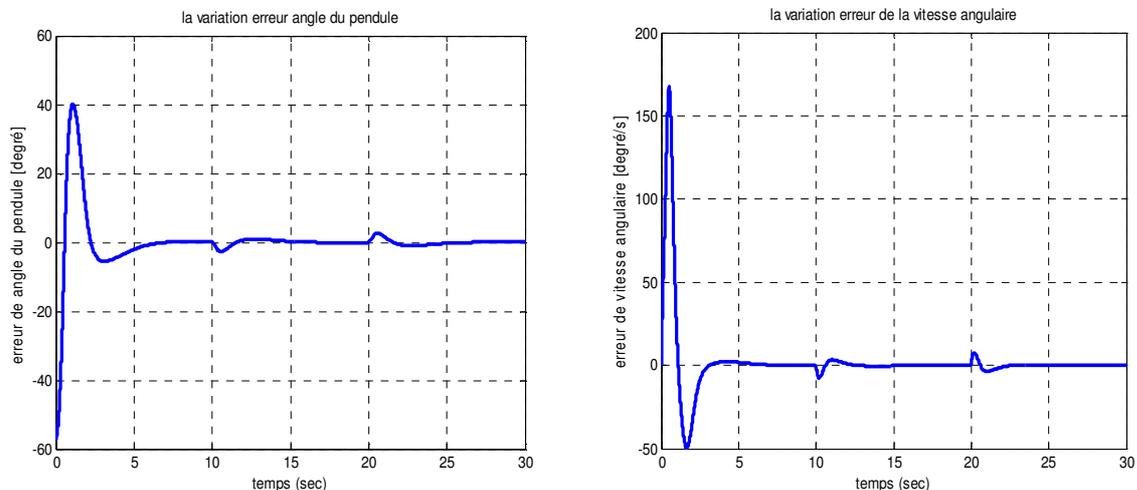
Figure IV.29. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré (

$$\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } 10s \leq t \leq 20s \\ 0 & \text{Si ailleurs} \end{cases} \text{ et } \dot{x}_d(t) = 0$$

sont données sur les figures IV.30 - IV.31. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.32. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.33).



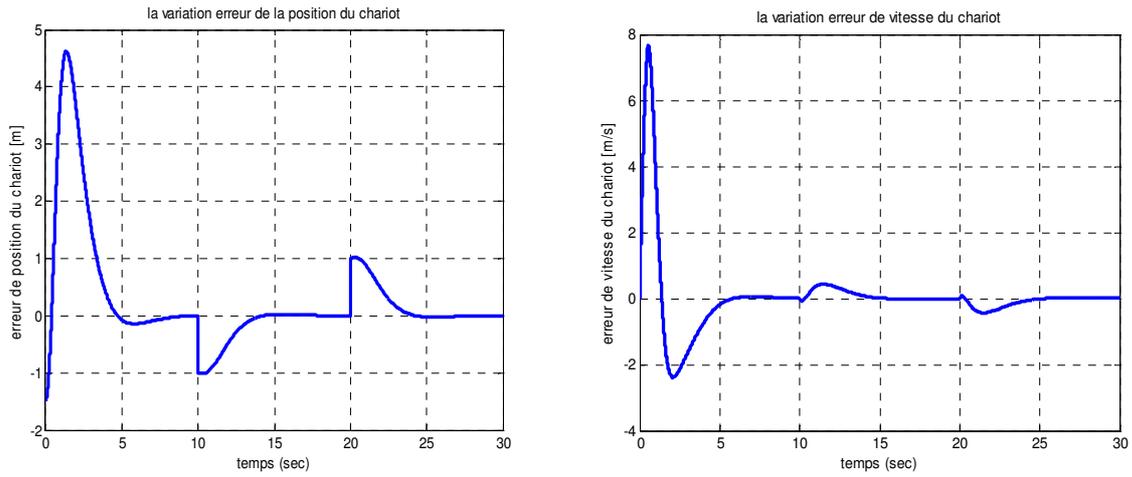


Figure IV.30. Variation des erreurs $e_{\theta}(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

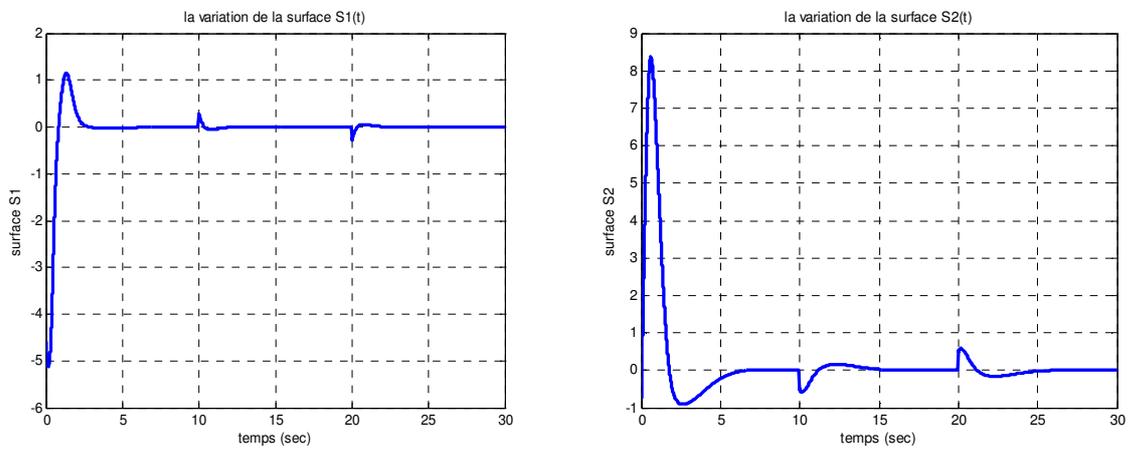


Figure IV.31. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

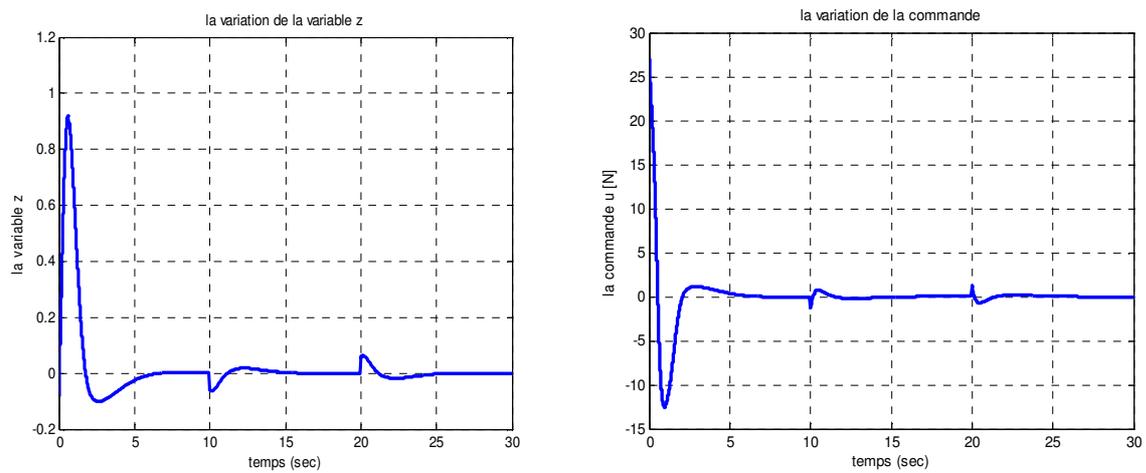


Figure IV.32. Variation de la variable z et la commande u

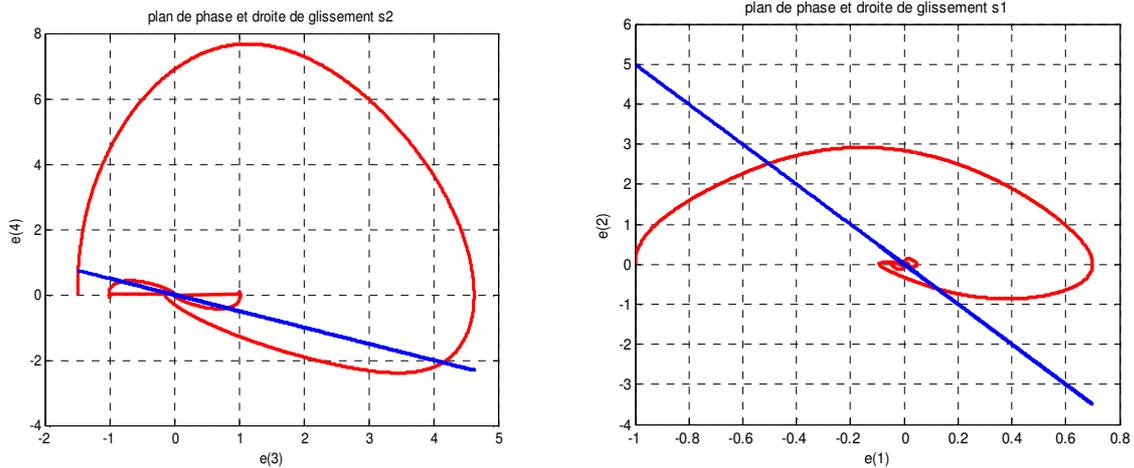


Figure IV.33. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement S_1 , Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement S_2

La figure suivante (figure IV.34) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

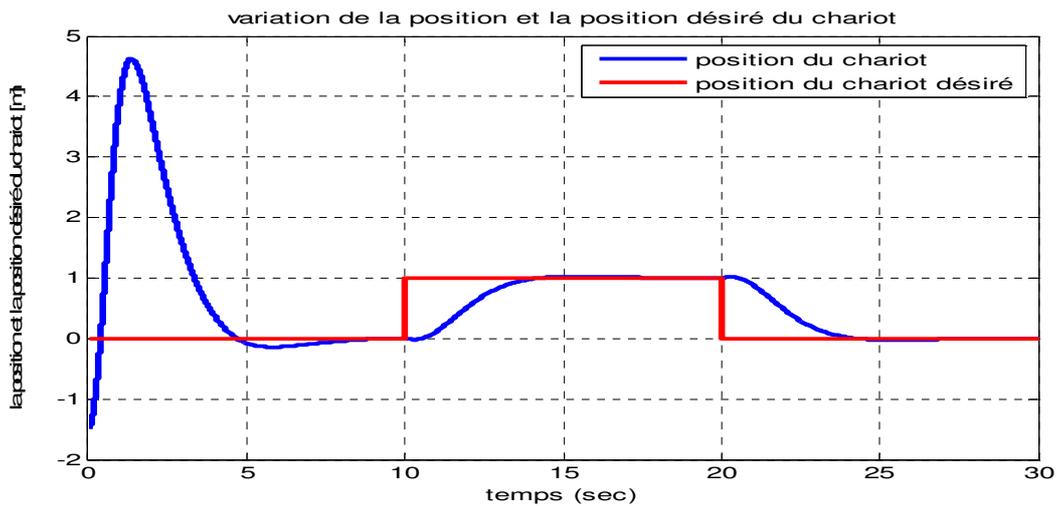


Figure IV.34. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré) Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$ et $\dot{x}_d(t) = \left(\frac{\pi}{30}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$) sont données sur les figures IV.35 - IV.36. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.37. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.38).

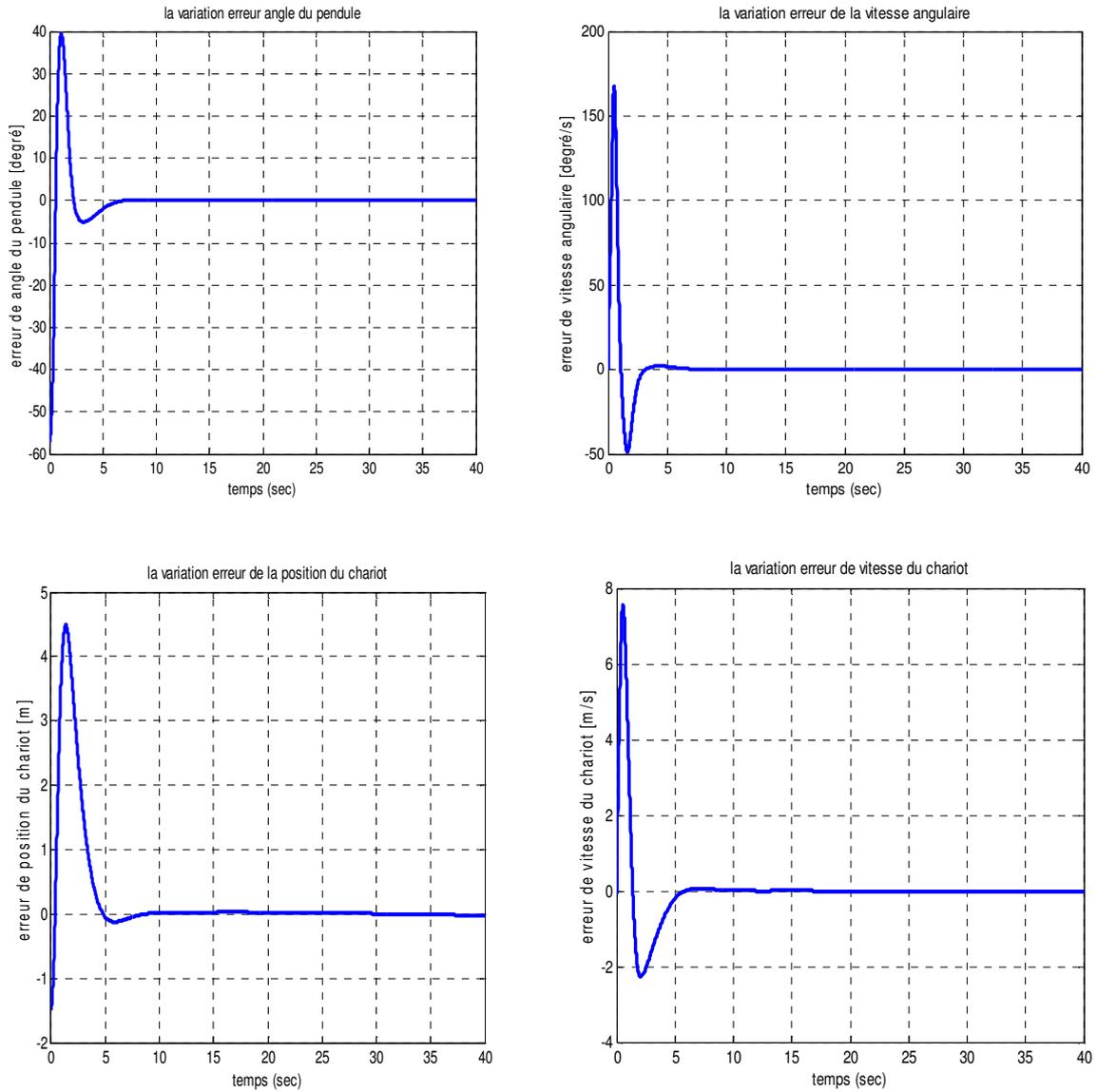


Figure IV.35. Variation des erreurs $e_{\theta}(t)$, $e_{\dot{\theta}}(t)$, $e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

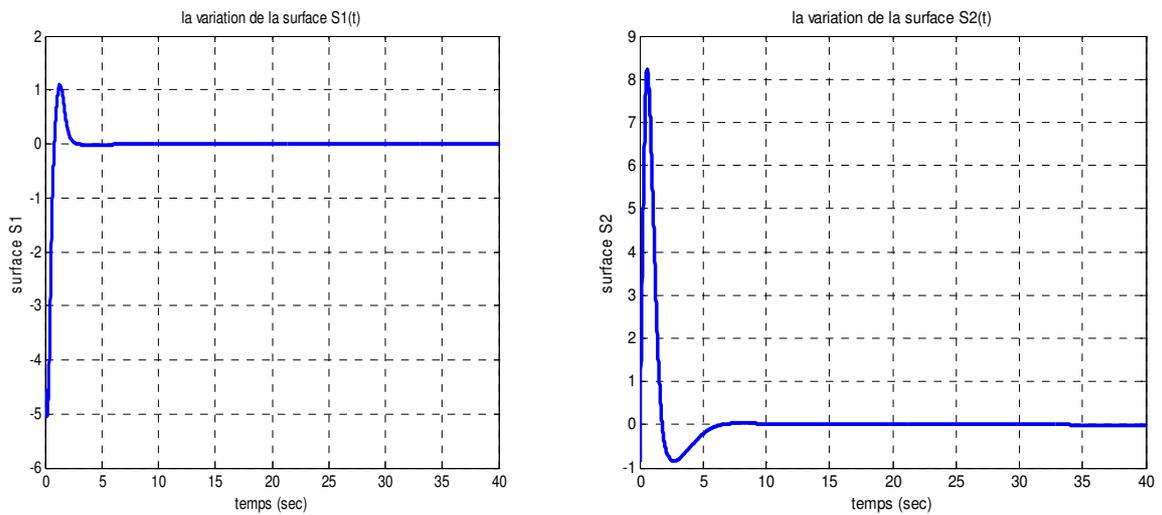


Figure IV.36. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

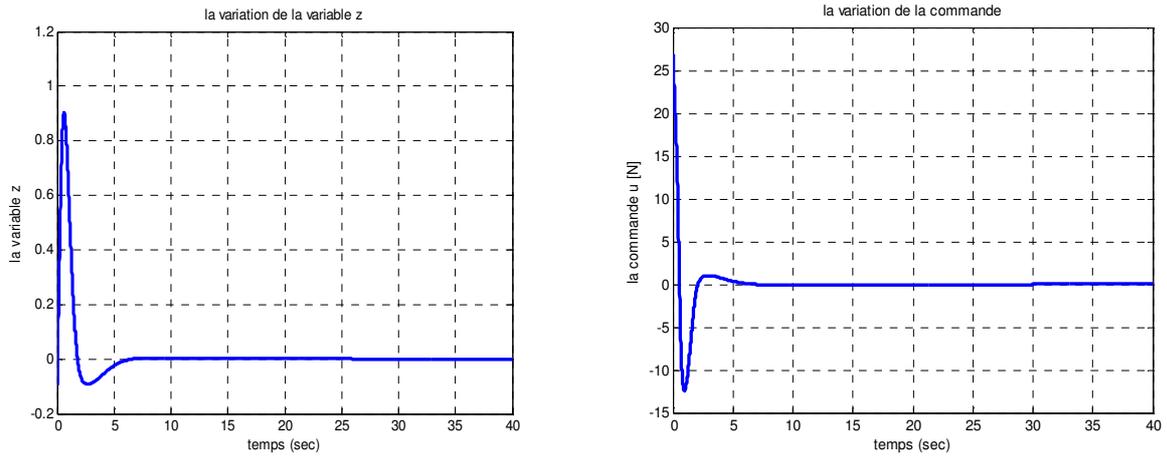


Figure IV.37. Variation de la variable Z et la commande U

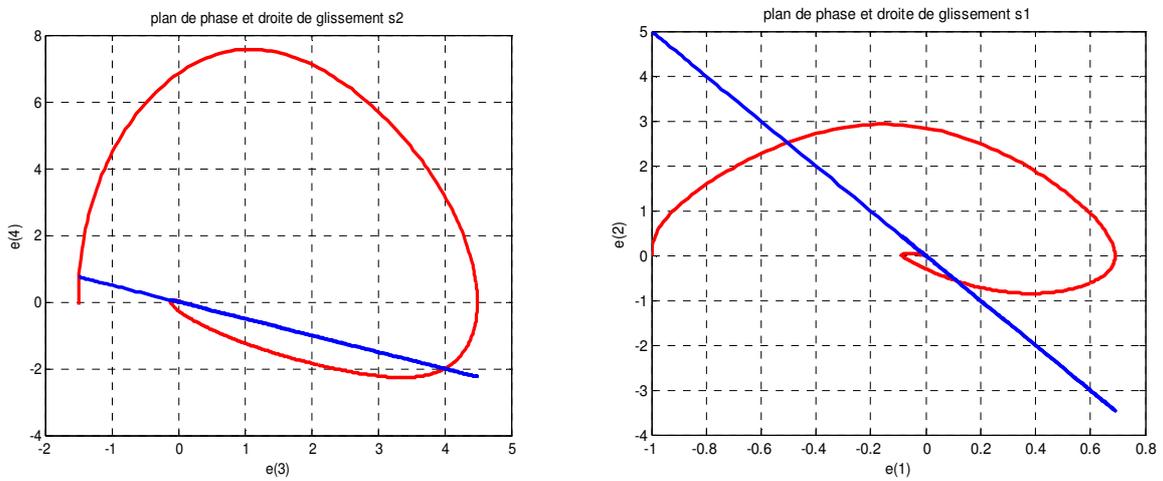


Figure IV.38. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.39) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée.

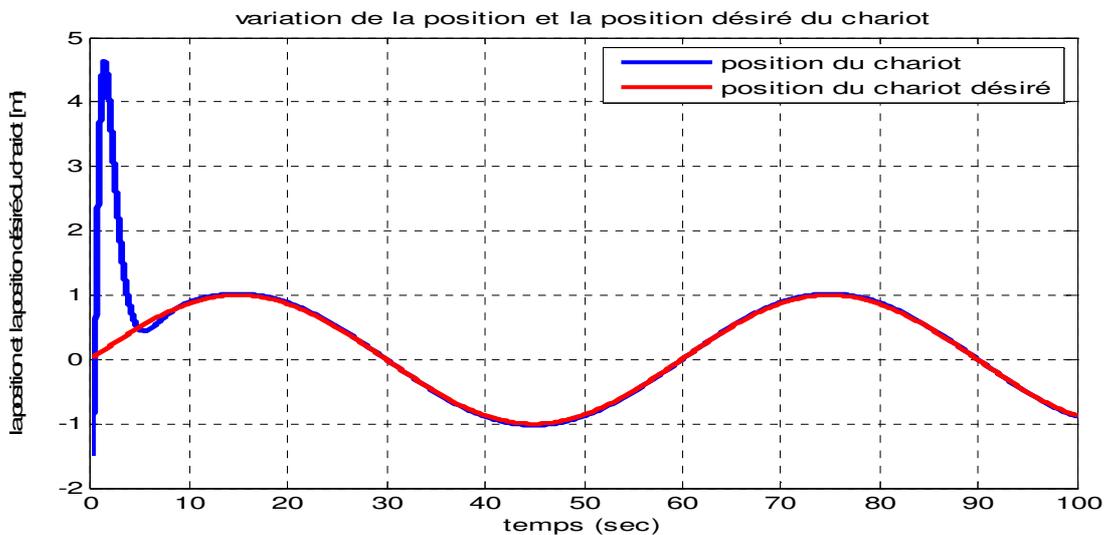


Figure IV.39. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = 2t$ et $\dot{x}_d(t) = 2$) sont donnés sur les figures IV.40 - IV.41. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.42. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.43).

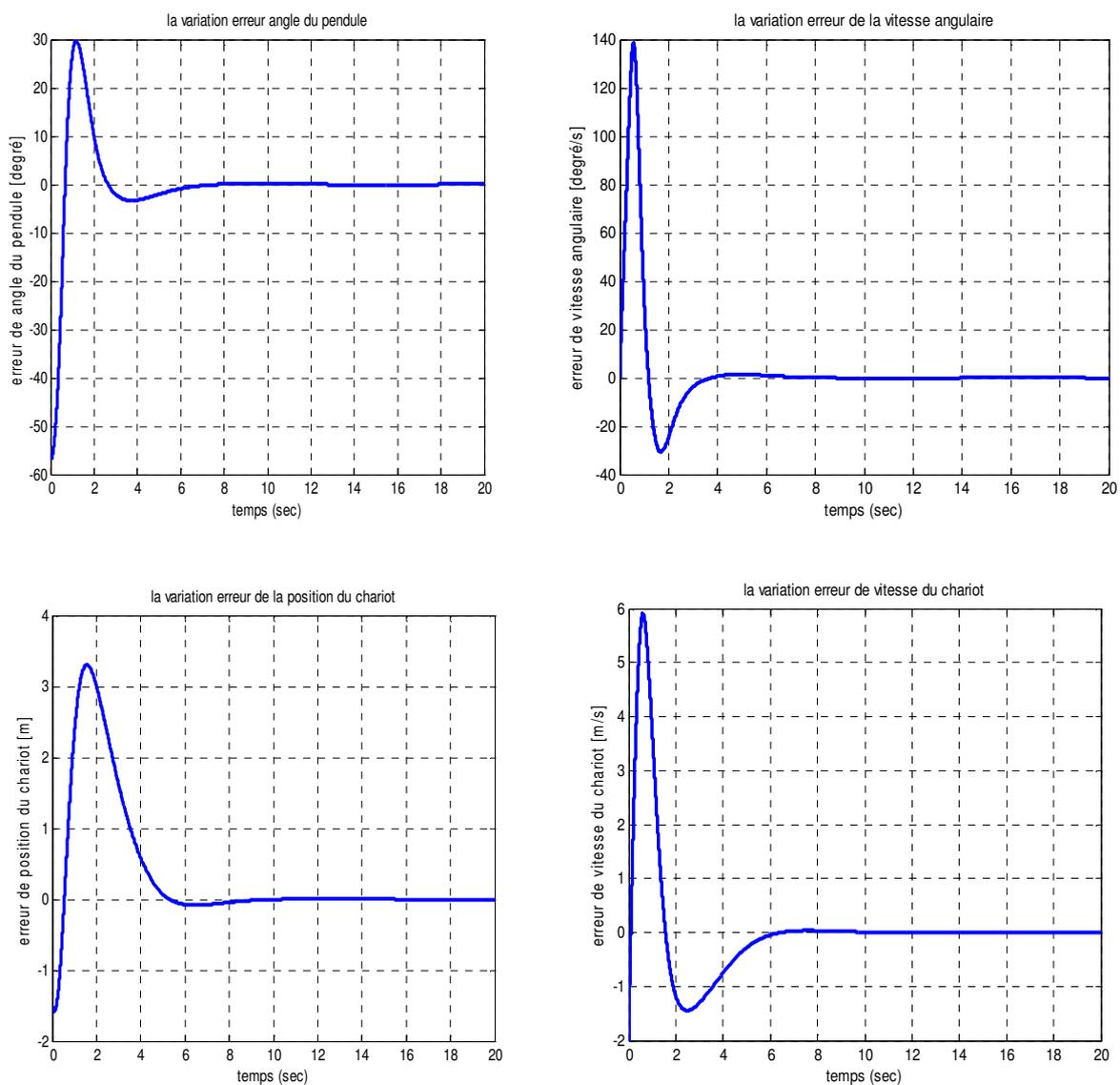


Figure IV.40. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

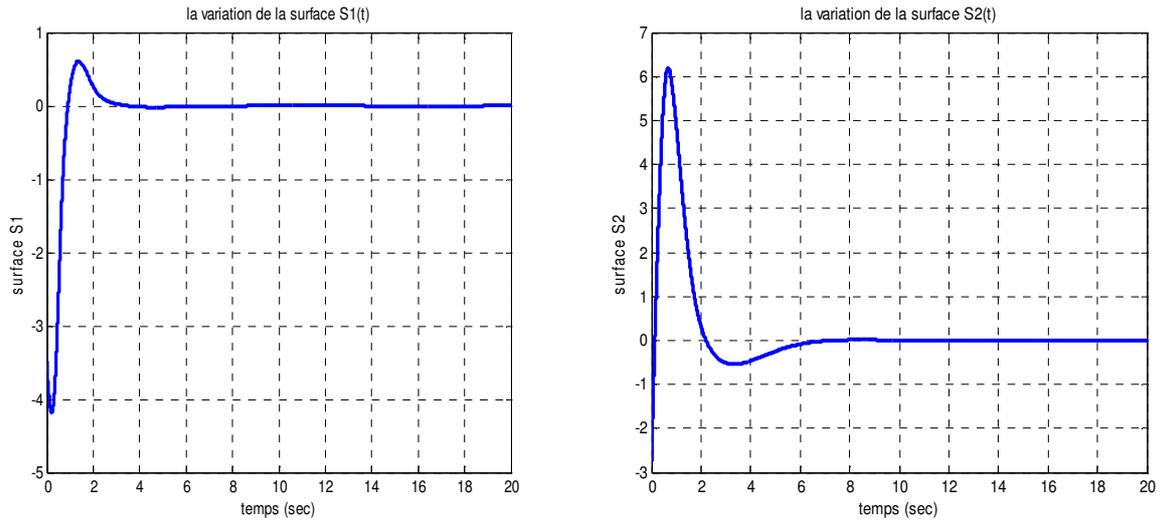


Figure IV.41. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

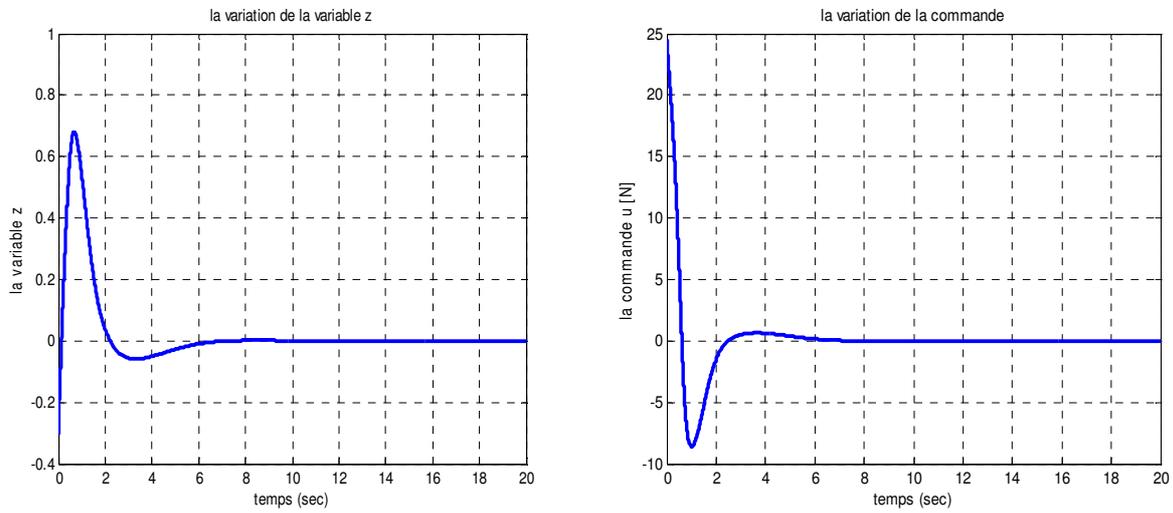


Figure IV.42. Variation de la variable z et la commande u

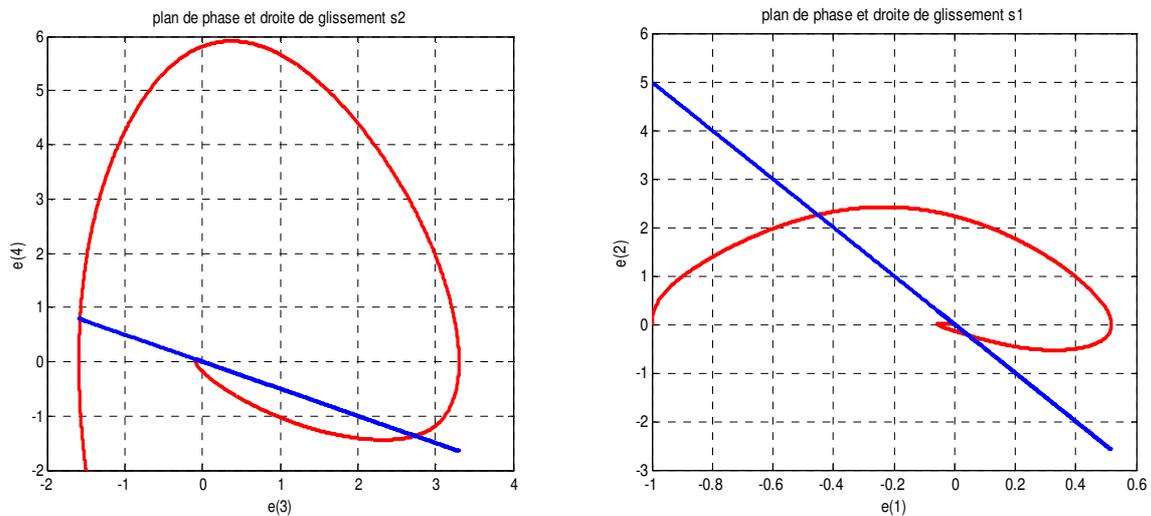


Figure IV.43. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.44) montre que la position réelle du chariot suit la position désirée.

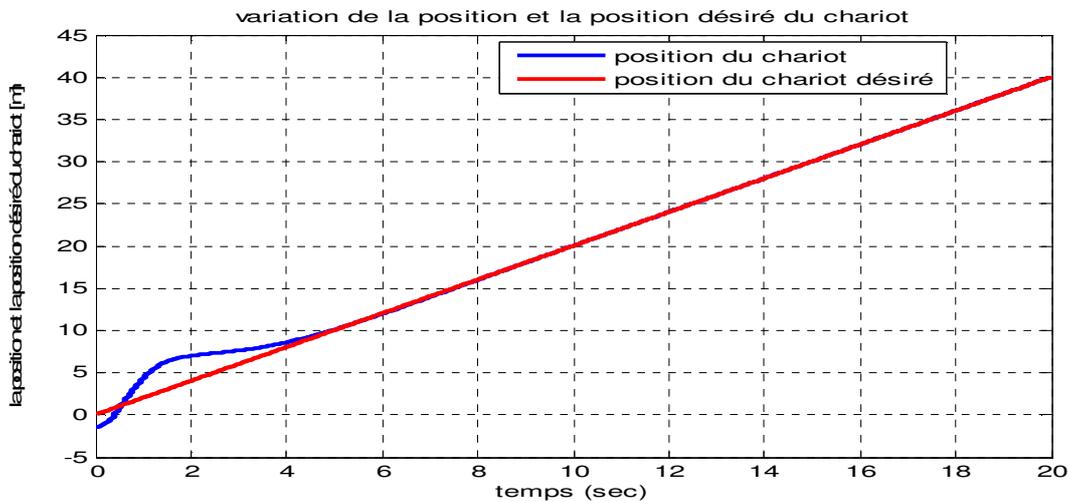


Figure IV.44. Les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

7. Commande par mode glissant flou avec gain adaptatif

Dans la partie précédente, on a supposé que le gain K de la commande par mode glissant peut être déterminé. Cependant, en pratique, on n'a pas de méthode permettant le calcul de ce gain. Pour résoudre ce problème, on utilise dans cette section, une commande à gain adaptatif.

7.1. Position du problème

Maintenant, nous étudions la loi de commande suivante :

$$u(t) = u_{eq} + u_n \quad (\text{IV.66})$$

La commande équivalente u_{eq} peut être obtenue à partir de la dérivée temporelle de la surface $\dot{S}_1 = 0$.

$$\dot{S}_1 = c_1(\dot{e}_1 - \dot{z}) + \dot{e}_2 \quad (\text{IV.67})$$

$$\dot{S}_1 = c_1(e_2 - \dot{z}) + f_1(X) + b_1(X)u - \dot{x}_{2d} \quad (\text{IV.68})$$

$$\dot{S}_1 = 0$$

$$u_{eq}^* = \frac{-c_1 e_2 + c_1 \dot{z} - f_1(X) + \dot{x}_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{IV.69})$$

La variable z n'est pas dérivable, \dot{z} ne peut pas être obtenue, pour cela on approche la loi de commande équivalente optimale u_{eq}^* par la commande équivalente u_{eq} donnée par :

$$u_{eq} = \frac{-c_1 e_2 - f_1(X) + x_{2d}}{b_1(X)} \quad (\text{IV.70})$$

et soit $k(t)$ donné par :

$$k(t) = u_{eq} - u_{eq}^* \quad 0 \leq |k(t)| \leq K \quad (\text{IV.71})$$

La limite d'incertitude K est une constante positive. Cependant, cette limite d'incertitude ne peut pas être mesurée en pratique [41].

Soit \hat{K} la valeur estimée de K . On considère l'erreur d'estimation :

$$\tilde{K}(t) = K - \hat{K}(t) \quad (\text{IV.72})$$

u_n : la commande discontinue dont le but est de vérifier les conditions d'attractivité, un terme de commande par mode glissant adaptatif est introduit pour compenser la différence entre la commande équivalente optimale u_{eq}^* est la commande équivalente u_{eq} .

$$u_n = -\hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1) \quad (\text{IV.73})$$

Pour assurer les objectifs de la commande, on adopte la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{K}} = -\dot{\tilde{K}} = n |S_1 b_1| \quad (\text{IV.74})$$

avec $n > 0$.

7.2. Analyse de la stabilité

L'objectif est d'assurer la stabilité des structures de commande dans le sens où tous les signaux d'entrée et de sortie restent bornés et l'erreur de poursuite tend asymptotiquement vers zéro.

D'une manière générale, la synthèse de Lyapunov consiste à sélectionner une fonction candidate de Lyapunov V puis à choisir des lois de commande ou d'adaptation assurant sa décroissance.

Afin de démontrer la stabilité du système, nous considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} S_1^2 + \frac{1}{2n} \tilde{K}^2 \quad (\text{IV.75})$$

avec

$$\tilde{K}(t) = K - \hat{K}(t)$$

La dérivée temporelle de (IV.75) est

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + \frac{1}{n} \tilde{K} \dot{\tilde{K}} \quad (\text{IV.76})$$

A partir de (IV.68) et (IV.72), il vient :

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)u - \dot{x}_{2d}) + \frac{1}{n} (K - \hat{K}) \dot{\tilde{K}} \quad (\text{IV.77})$$

En remplaçant u par son expression (IV.66) et en utilisant la loi d'adaptation (IV.74), la relation (IV.77) devient :

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)(u_{eq} + u_n) - \dot{x}_{2d}) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.78})$$

$$\dot{V} = S_1 (c_1 e_2 - c_1 \dot{z} + f_1(X) + b_1(X)(u_{eq} - u_{eq}^* + u_{eq}^* + u_n) - \dot{x}_{2d}) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.79})$$

$$\dot{V} = S_1 (b_1(X)(u_{eq} - u_{eq}^* + u_n)) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.80})$$

A partir de (IV.71) et (IV.73), il vient :

$$\dot{V} = S_1 (b_1(X)(k - \hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1(X)))) - (K - \hat{K}) |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.81})$$

$$\dot{V} = S_1 b_1(X)k - S_1 b_1(X) \hat{K} \text{Sign}(S_1 b_1(X)) - K |S_1 b_1(X)| + \hat{K} |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.82})$$

$$\dot{V} = S_1 b_1(X)k - K |S_1 b_1(X)| \quad (\text{IV.83})$$

$$\dot{V} \leq 0$$

7.3. Exemple de simulation

Soit le pendule inversé, représenté par la figure IV.7, le mouvement peut être décrit par l'équation (IV.47), avec les paramètres suivants :

$$m_p = 0.1 \text{kg}, m_c = 1 \text{kg}, m_t = 1.1 \text{kg}, L = 0.5 \text{m}, g = 9.81 \text{m/s}^2$$

La simulation est faite avec une condition initiale $x(0) = [-1.0, 0, -1.0; 0]^T$ avec un régulateur par mode glissant flou à gain adaptatif dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, K(0) = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, n = 0.1, z_U = 0.9425$$

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré (

$$\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } 20s \leq t \leq 30s \\ -1 & \text{Si ailleurs} \end{cases} \text{ et } x_d(t) = 0) \text{ sont données sur les figures}$$

IV.45 - IV.46. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendent aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.47. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.48).

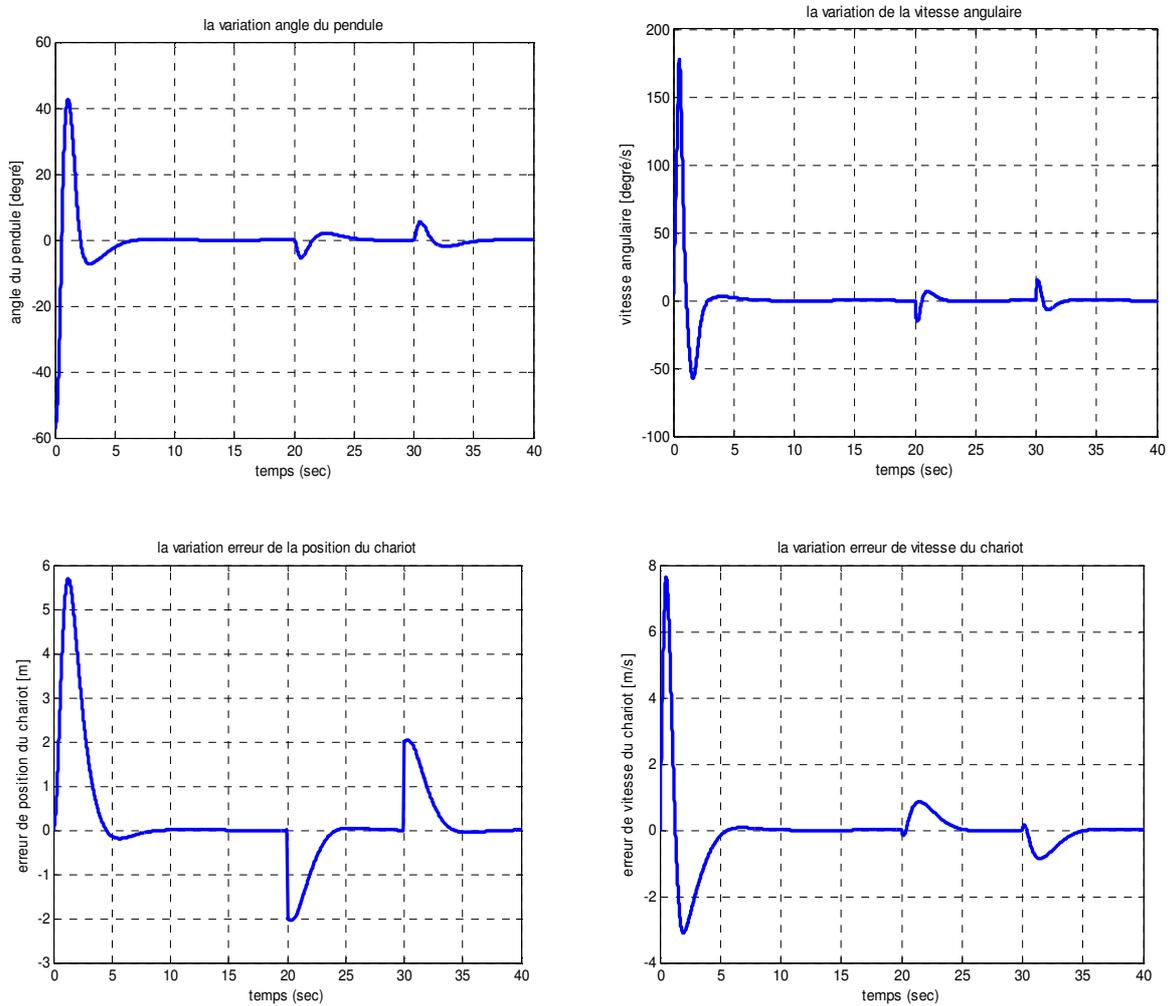


Figure IV.45. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

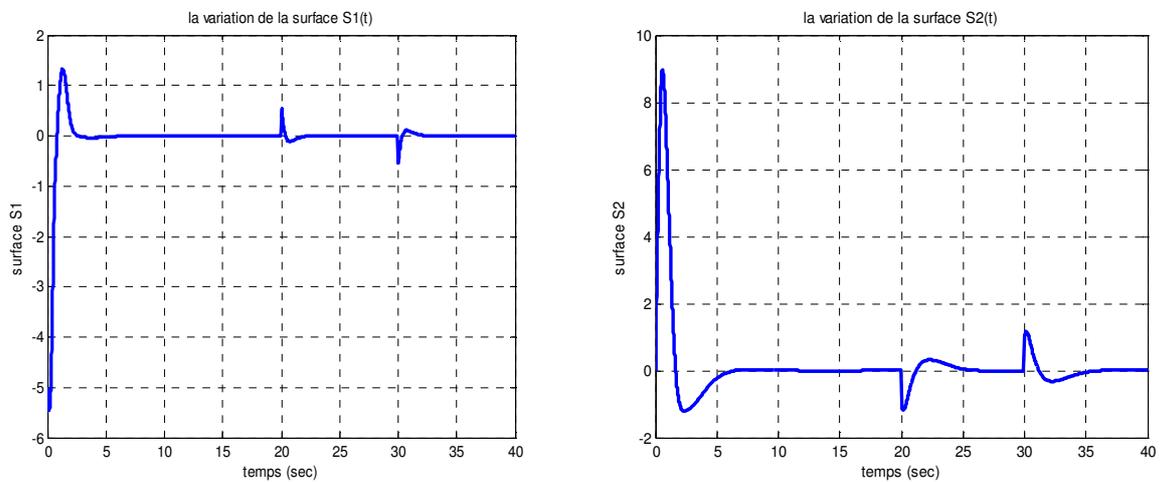


Figure IV.46. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

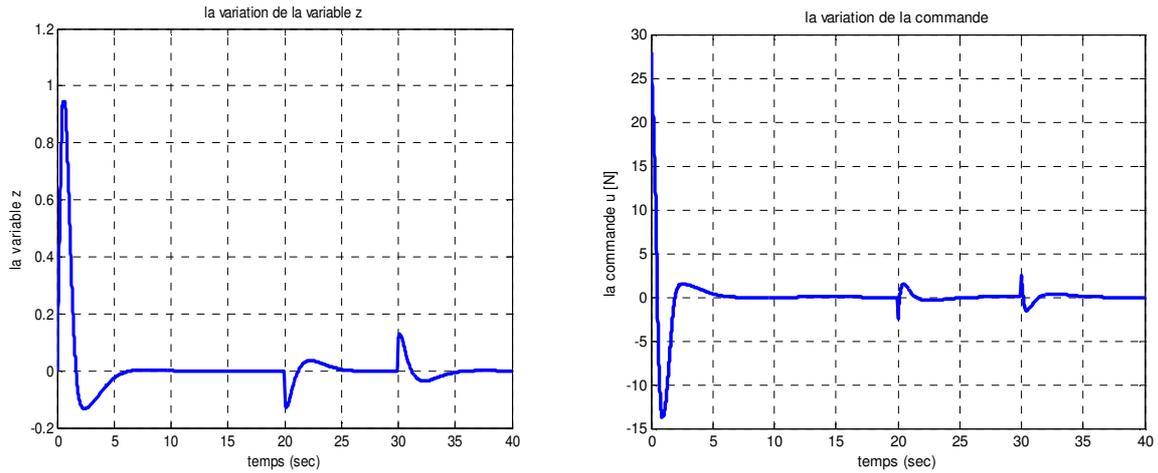


Figure IV.47. Variation de la variable z et la commande u

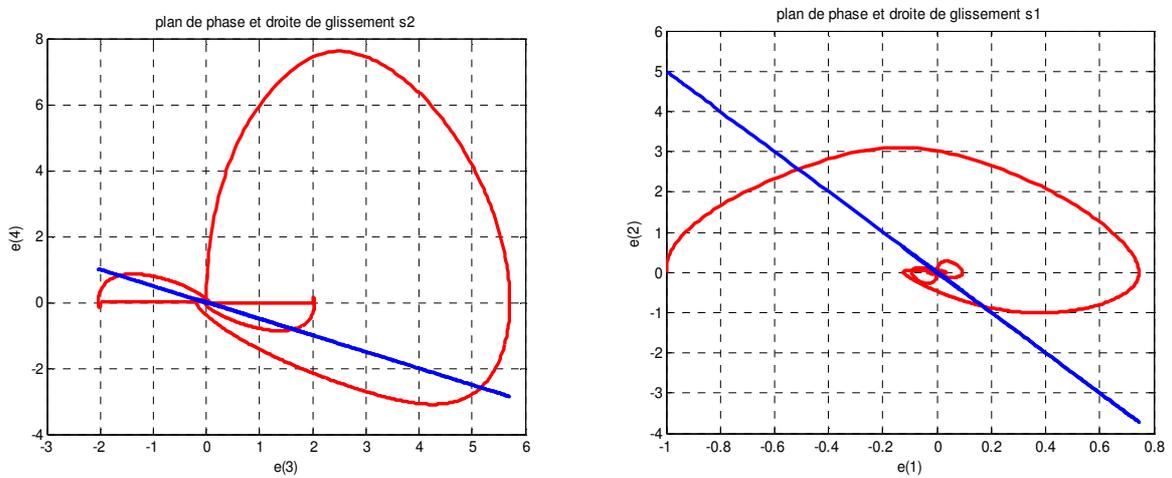


Figure IV.48. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.49) montre que la position réelle du chariot suite la position désirée et la variation de gain adaptatif K .

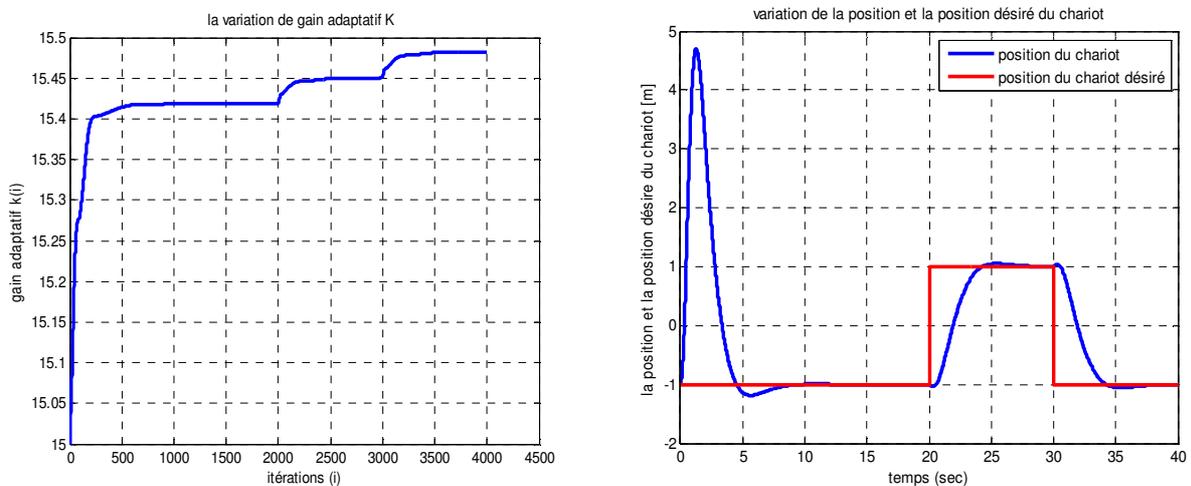


Figure IV.49. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$ et $\dot{x}_d(t) = \left(\frac{\pi}{30}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{30}\right)t\right)$) sont donnés sur les figures IV.50 - IV.51. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.52. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.53).

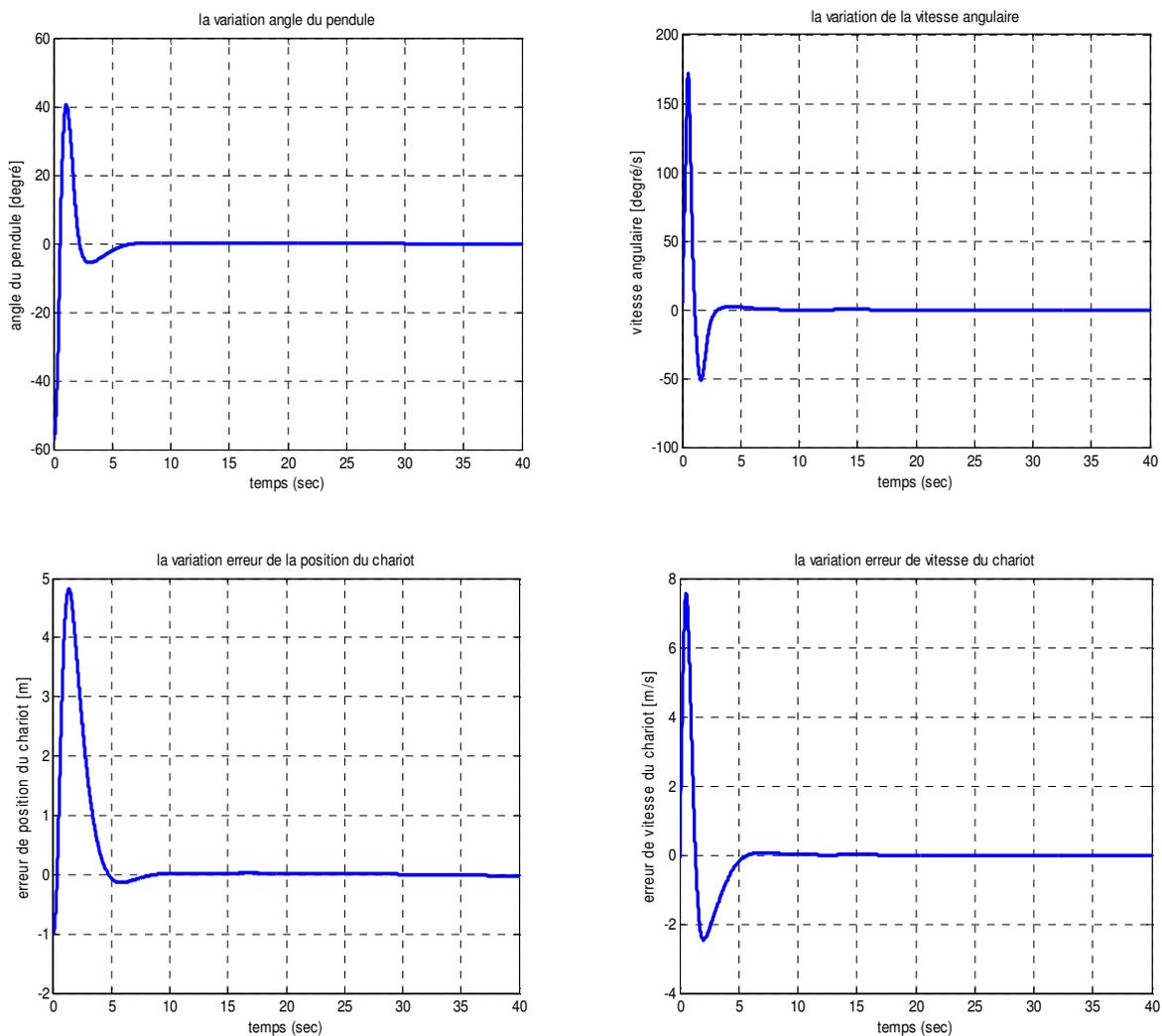


Figure IV.50. Variation des erreurs $e_\theta(t), e_{\dot{\theta}}(t), e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

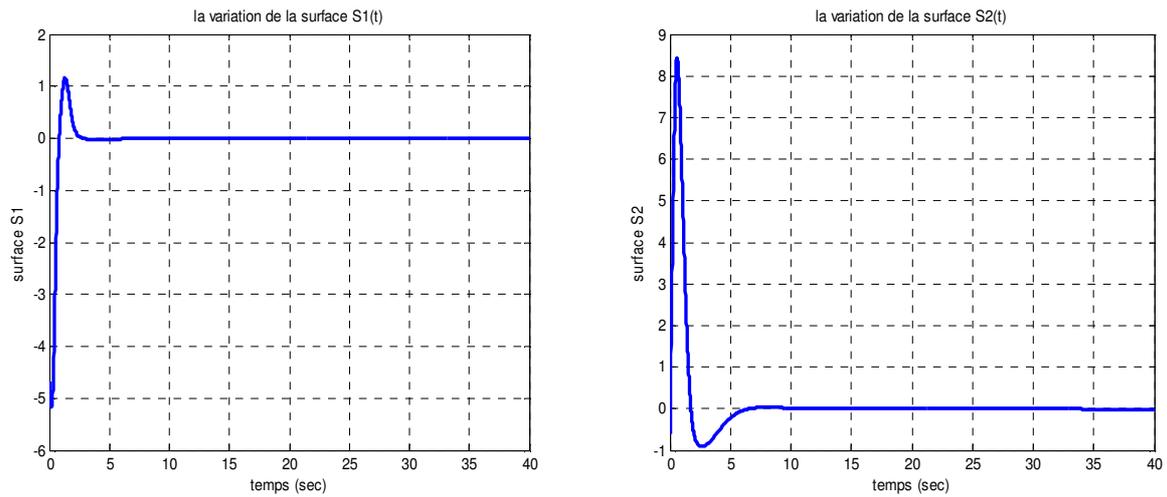


Figure IV.51. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

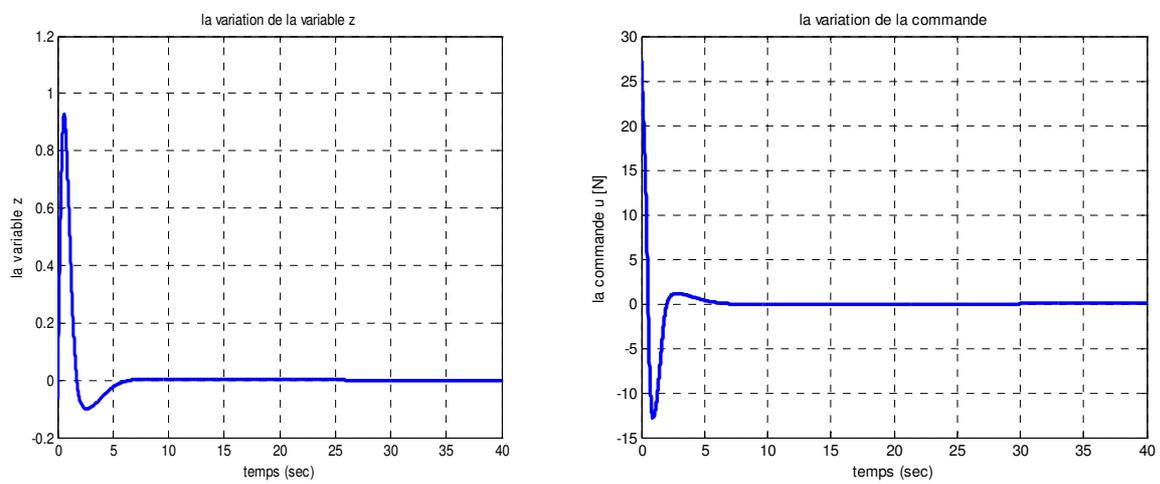


Figure IV.52. Variation de la variable z et la commande u

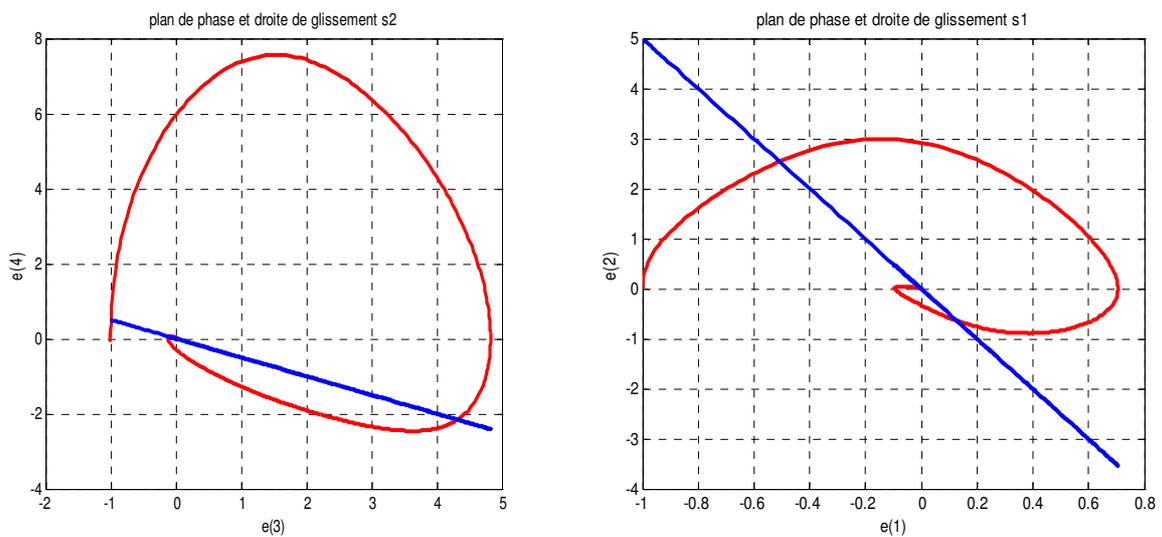


Figure IV.53. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

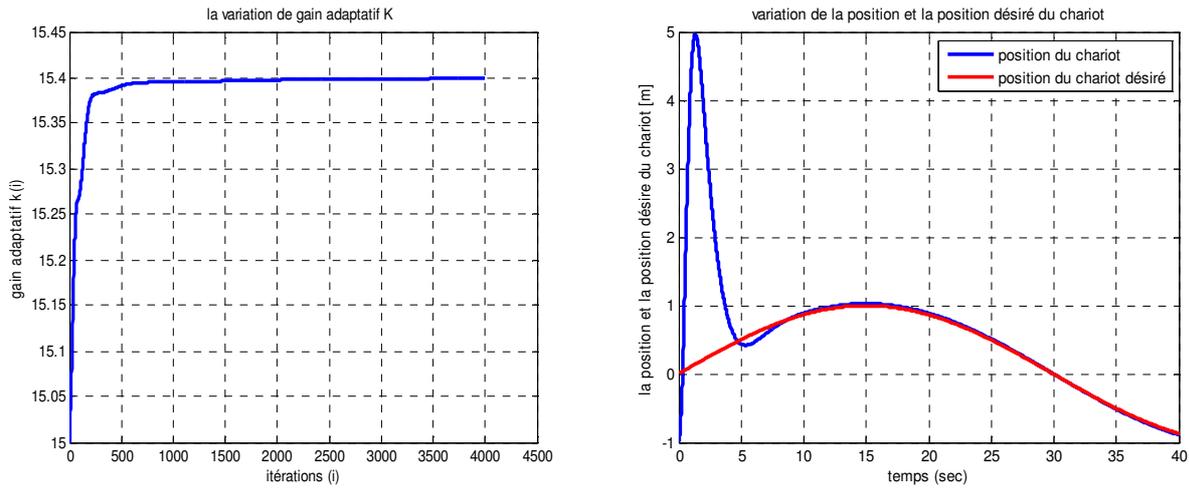
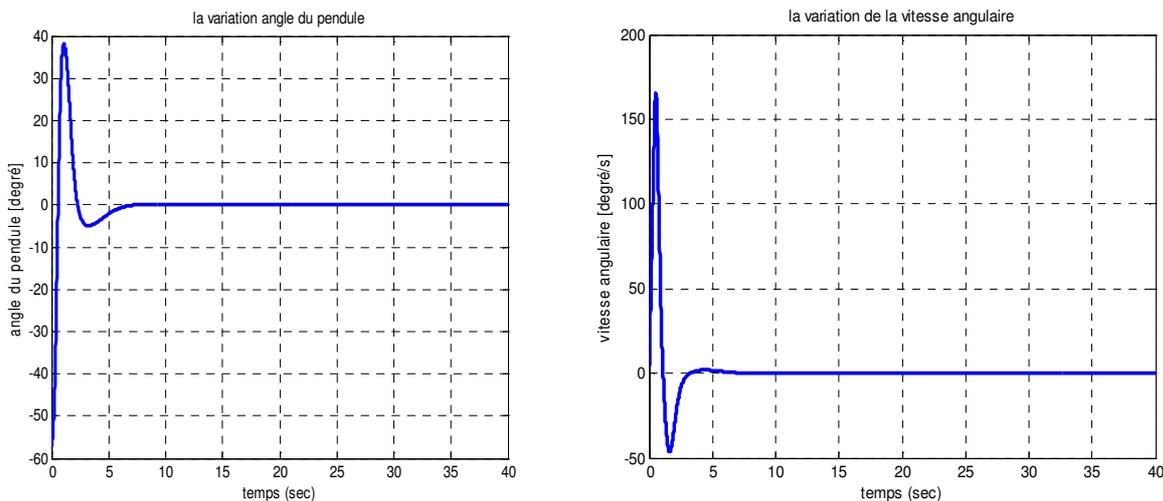


Figure IV.54. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

Les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré ($\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \left(\frac{1}{2}\right)t$ et $\dot{x}_d(t) = \frac{1}{2}$) sont données sur les figures IV.55 - IV.56. on observe de l'erreur de poursuite vers zéro. Les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre aussi vers zéro.

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro comme le montre la figure IV.57. La représentation des plans de phase $e_2 = f(e_1)$ et $e_4 = f(e_3)$ est à l'origine dans le régime permanent (figure IV.58).



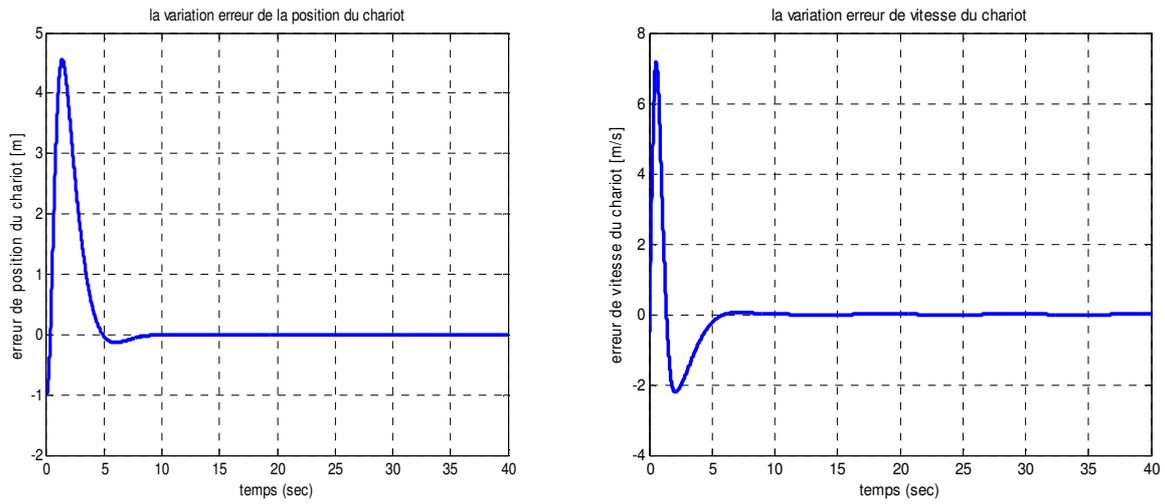


Figure IV.55. Variation des erreurs $e_\theta(t)$, $e_{\dot{\theta}}(t)$, $e_x(t)$ et $e_{\dot{x}}(t)$

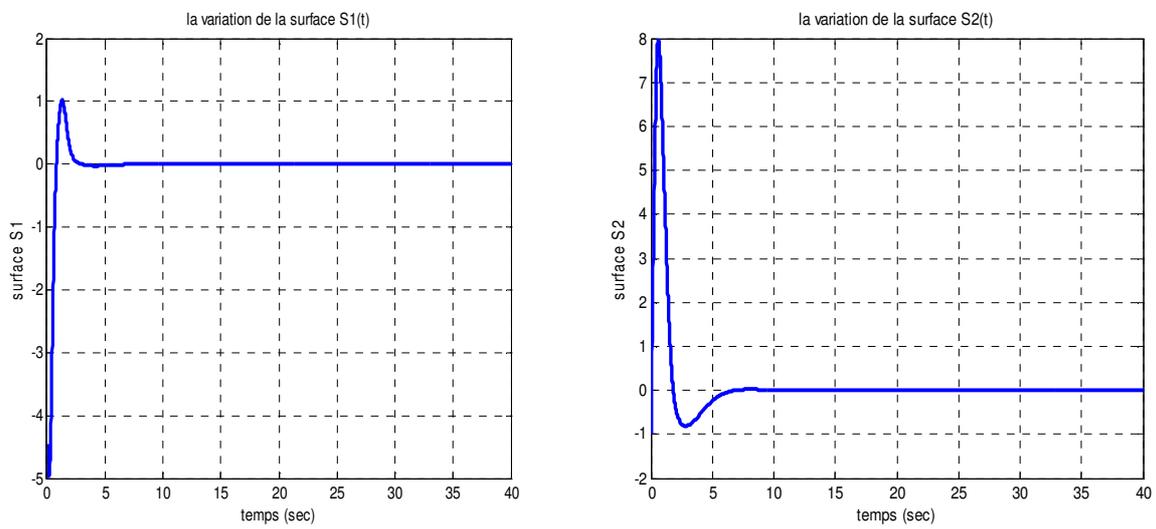


Figure IV.56. Variation de la surface de glissement $S1$ et la surface $S2$

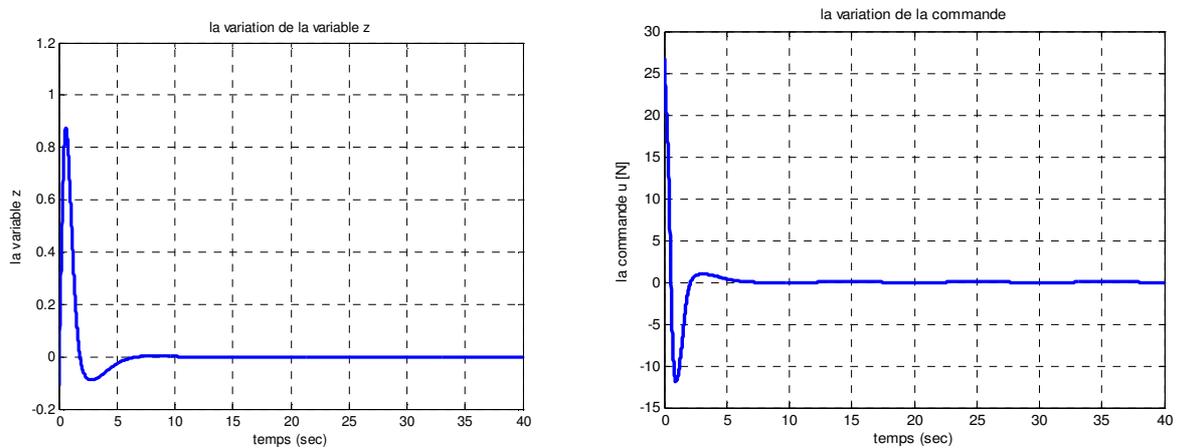


Figure IV.57. Variation de la variable z et la commande u

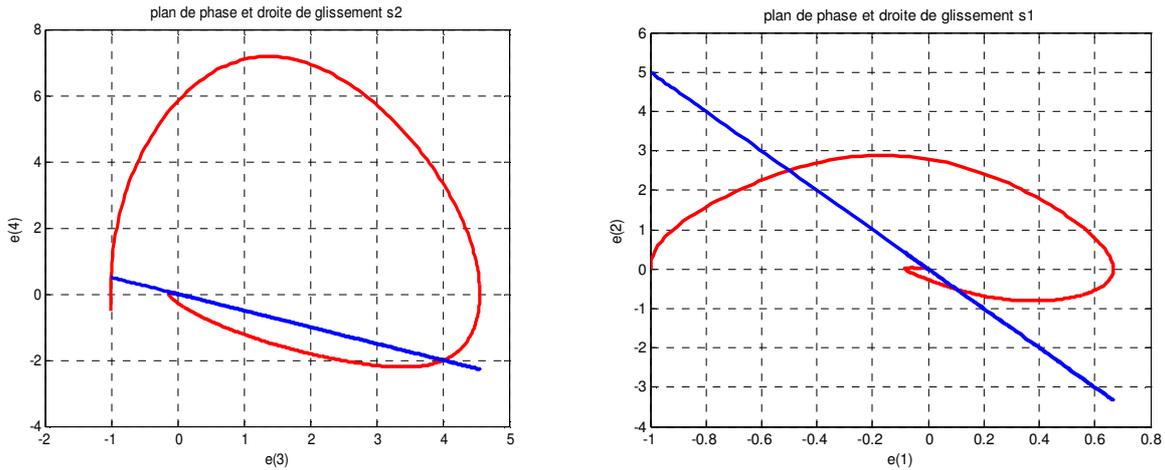


Figure IV.58. Plan de phase $(e(1), e(2))$ et la droite de glissement $S1$, Plan de phase $(e(3), e(4))$ et la droite de glissement $S2$

La figure suivante (figure IV.59) montre que la position réelle du chariot suit la position désirée et la variation de gain adaptatif K .

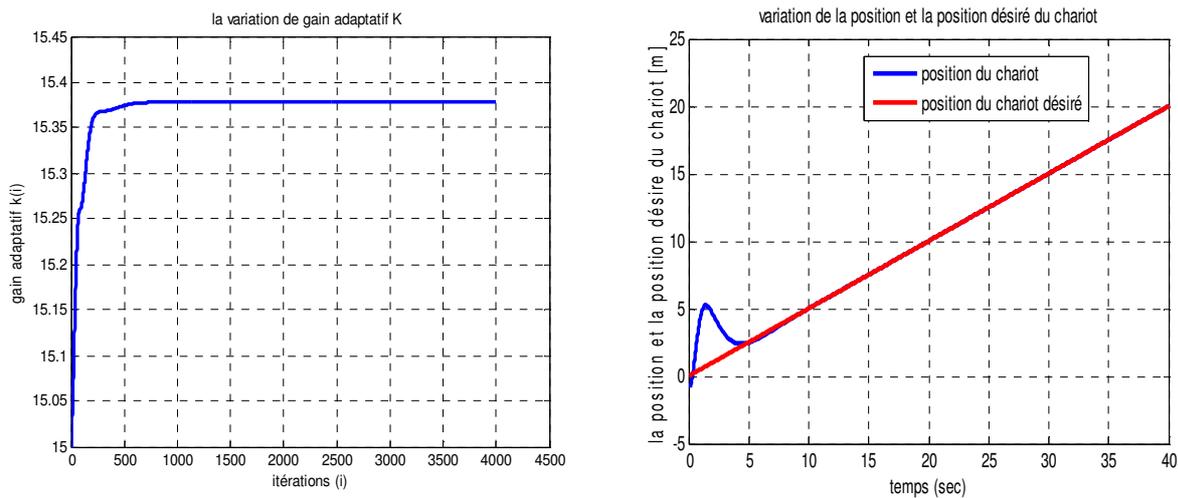


Figure IV.59. La variation de gain adaptatif K et les variables d'état x (position du chariot) et x_d (position du chariot désiré)

On constate que la commande par mode de glissement force le système à suivre le signal de référence. Cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur de poursuite d'une part et en assurant la stabilité du système d'une autre part.

Les résultats de simulation montrent l'efficacité et les performances de la commande par mode de glissant flou. On constate que cette commande a éliminé le chattering et assuré le lissage de la commande, la stabilisation de système et la poursuite de trajectoire.

8. Conclusion :

Dans ce chapitre, on a étudié une approche de la commande par mode de glissant flou qui peut être utilisée pour une large classe des systèmes non linéaires, elle combine les avantages des deux techniques considérés robustes et qui sont la commande par mode glissant et la commande floue.

L'objectif de cette commande hybride est d'établir une passerelle entre la commande floue dont les performances incontestables la rendent de plus en plus convoitée par les chercheurs et la commande par mode glissant qui prouve des propriétés de stabilité et de robustesse par rapport aux perturbations externes.

L'application de cette commande sur deux exemples de simulation (le pendule inversé et le système ball-beam) a donné des résultats très satisfaisants pour la stabilisation et la poursuite de trajectoire tout en s'affranchissant des problèmes de broutement de la commande par mode glissant et le déficit en outils d'analyse de la commande à la logique floue.

Dans cette partie, on a supposée que les systèmes non linéaires peuvent être décrits par des fonctions connues, malheureusement pour la plupart des systèmes réels ces fonctions sont soit incertaines ou inconnues. Pour remédier à ce problème, on va utiliser dans la partie suivante des systèmes d'inférence floue pour l'estimation en ligne des valeurs de ces fonctions.

Commande adaptative floue avec mode de glissement

1. Introduction

La commande d'un système non linéaire est une tâche difficile même quand le modèle dynamique du système est disponible. Ce problème de commande est d'autant plus difficile si le modèle dynamique est inconnu ou mal connu. Les progrès enregistrés ces deux dernières décennies dans la théorie de la commande des systèmes non linéaires ont donné naissance à certaines méthodes systématiques de synthèse de lois de commande non linéaires. Parmi ces méthodes, on trouve la technique de linéarisation entrée sortie permettant l'analyse et la synthèse de la commande pour une large classe de systèmes non linéaires [28]. Cependant, cette technique ne peut être utilisée que pour les systèmes non linéaires dont le modèle dynamique est connu avec exactitude. Pour pallier ce problème, plusieurs approches de commande adaptative ont été introduites [5], [6]. Parmi ces approches, la commande adaptative floue a connu un succès considérable [45]. Dans la plus part des approches de commande adaptative floue on utilise un terme de robustification, ce terme est une loi de commande par mode de glissement [5], [6], [46].

Dans ce chapitre, nous allons étudier la synthèse d'un contrôleur adaptatif flou par mode glissant pour une classe de systèmes non linéaires. Les systèmes flous sont utilisés pour estimer en ligne la dynamique du système et la loi de commande est synthétisée en se basant sur cette estimation. Le problème des erreurs de reconstruction est traité par l'introduction d'un terme de robustification de type mode glissant. Les lois de commande et les lois d'adaptation sont obtenues en utilisant la méthode de Lyapunov.

2. Commande par mode de glissement

Considérons le système mono-entrée mono-sortie décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} , & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(X) + b(X)u(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

Avec

Où $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T = [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T$ est le vecteur d'état. $u(t)$: est l'entrée de commande du système, $f(X)$ et $b(X)$ sont des fonctions non linéaires continues incertaines.

On suppose que le gain de commande $b(X)$ est différent de zéro pour tout x et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que $b(X) \geq \underline{b} > 0$ avec \underline{b} une constante donnée.

Soit la surface de glissement :

$$S(X) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_i + x_n \quad \text{avec } c_i > 0, i = 1, \dots, n-1 \quad (\text{V.2})$$

A partir de l'équation (V.2), on déduit que pour $S(X) = 0$, nous avons une équation différentielle linéaire dont la solution implique la convergence vers zéro de $x(t)$ et de ses dérivées jusqu'à l'ordre $n-1$ [28].

L'objectif de la commande se simplifie à la synthèse d'un contrôleur garantissant la convergence vers zéro du signal $S(X)$.

La dérivée de la surface de glissement est donnée par l'équation suivante :

$$\dot{S} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(X) + b(X)u \quad (\text{V.3})$$

On désire assurer la condition d'attractivité ($S\dot{S} < 0$) de la surface $S(X)$. En utilisant (V.3), le calcul de $S\dot{S}$ donne :

$$S\dot{S} = S \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} + f(X) + b(X)u \right) \quad (\text{V.4})$$

Si les fonctions $f(X)$ et $b(X)$ sont connues, pour atteindre les objectifs de commande, on peut utiliser la loi de commande par mode de glissement suivante :

$$u = \frac{1}{b(X)} \left(- \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - K \text{Sign}(S) - f(X) \right) \quad (\text{V.5})$$

En utilisant (V.3), (V.5) devient

$$\dot{S} = -K \text{Sign}(S) \quad (\text{V.6})$$

ce qui implique que $S(X) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, et par conséquent $x^{(i)}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ pour $i = 1, \dots, n-1$ [28].

La loi de commande (V.5) du système (V.1) peut être facilement implantée si $f(X)$ et $b(X)$ sont parfaitement connues. Ces fonctions étant généralement incertaines, le but est alors de les approcher par des systèmes flous.

3. Commande adaptative floue par mode glissant

Dans cette partie, notre tâche est d'utiliser les systèmes flous pour approcher les fonctions non linéaires $f(X)$ et $b(X)$. En utilisant les approximations floues, nous proposons des lois de commande avec leurs lois d'adaptation pour atteindre les objectifs de commande.

Les fonctions $f(X)$ et $b(X)$, peuvent être approximées en ligne en utilisant les systèmes flous définis comme suit :

$$\hat{f}(X, \theta_f) = w_f^T(X) \theta_f \quad (\text{V.7})$$

$$\hat{b}(X, \theta_b) = w_b^T(X) \theta_b \quad (\text{V.8})$$

avec $w_f(X)$ et $w_b(X)$ sont des vecteurs de fonctions floues de base supposées convenablement fixées à l'avance par l'utilisateur, θ_f et θ_b sont les vecteurs de paramètres à ajuster par un algorithme d'adaptation.

Les fonctions réelles $f(X)$ et $b(X)$ peuvent être approchées avec des systèmes d'inférence floue de la manière suivante :

$$f(X) = \hat{f}(X, \theta_f^*) \quad (\text{V.9})$$

$$b(X) = \hat{b}(X, \theta_b^*) \quad (\text{V.10})$$

avec θ_f^* et θ_b^* sont respectivement les valeurs optimales de θ_f et θ_b

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f} \left\{ \sup_X |f(X) - \hat{f}(X, \theta_f)| \right\} \quad (\text{V.11})$$

$$\theta_b^* = \arg \min_{\theta_b} \left\{ \sup_X |b(X) - \hat{b}(X, \theta_b)| \right\} \quad (\text{V.12})$$

Notons que les valeurs optimales θ_f^* et θ_b^* sont des constantes artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En effet, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

A partir de l'analyse ci-dessus, on peut écrire :

$$f(X) - \hat{f}(X, \theta_f) = w_f^T(X) \tilde{\theta}_f \quad (\text{V.13})$$

$$b(X) - \hat{b}(X, \theta_b) = w_b^T(X) \tilde{\theta}_b \quad (\text{V.14})$$

avec

$\tilde{\theta}_f = \theta_f^* - \theta_f$ et $\tilde{\theta}_b = \theta_b^* - \theta_b$: les erreurs d'estimation paramétrique.

3.1. Synthèse de la loi de commande

Considérons maintenant la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\hat{b}(X, \theta_b)} \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - K \text{Sign}(S) - \hat{f}(X, \theta_f) \right) \quad (\text{V.15})$$

Cette loi de commande résulte de (V.5) en remplaçant les fonctions $f(X)$ et $b(X)$ par leurs approximations floues $\hat{f}(X, \theta_f)$ et $\hat{b}(X, \theta_b)$ et elle ne peut garantir à elle seule la stabilité du système bouclé. Ceci est dû, d'une part, à l'existence des erreurs d'approximation et, d'autre part, au fait que cette loi de commande n'est pas défini lorsque $\hat{b}(X, \theta_b) = 0$. Pour traiter le problème des erreurs d'approximation, on a ajouté un terme de robustification à la loi de commande équivalente, et pour éviter la division par zéro lors du processus d'adaptation des paramètres θ_b , soit on modifie sa loi d'adaptation soit on modifie carrément la loi de commande. Dans ce qui suit, nous montrons comment modifier la loi de commande pour surmonter ces problèmes.

La loi de commande est donnée par :

$$u = u_{af} + u_n \quad (\text{V.16})$$

La loi de commande (V.16) est la somme de deux termes : un terme de commande adaptative floue u_{af} , utilisé pour compenser les non-linéarités du système, et un terme de robustification de type mode glissant u_n , introduit pour pallier le problème des erreurs d'approximation.

Le terme adaptatif flou est défini comme suit :

$$u_{af} = \frac{1}{\hat{b}(X, \theta_b)} \left(-\hat{f}(X, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} \right) \quad (\text{V.17})$$

et le terme de robustification par mode de glissement u_n est donné par :

$$u_n = -K \text{Sign}(S) \quad (\text{V.18})$$

avec K une constante positive.

Les paramètres du contrôleur flou sont adaptés par les lois d'adaptations suivantes [5] :

$$\dot{\theta}_f = -\eta_f w_f(X) S \quad (\text{V.19})$$

$$\dot{\theta}_b = -\eta_b w_b(X) u_{af} S \quad (\text{V.20})$$

avec $\eta_f > 0$ et $\eta_b > 0$.

L'inconvénient de cette loi de commande est que la loi de commande n'est pas définie pour $\hat{b}(X, \theta_b) = 0$. Pour résoudre le problème de division par zéro dans la loi de commande, nous utilisons une nouvelle loi de commande bien définie garantissant les objectifs de commande. Cette loi de commande est donnée par

$$u = u_{af} + u_n \quad (\text{V.21})$$

Le terme adaptatif flou u_{af} est donné par :

$$u_{af} = \frac{\hat{b}(X, \theta_b)}{\varepsilon_0 + \hat{b}^2(X, \theta_b)} \left(-\hat{f}(X, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - \beta \hat{b}(X, \theta_b) S \right) \quad (\text{V.22})$$

avec ε_0 une constante positive petite et $\beta > 0$.

Le terme robuste u_n est défini comme suit :

$$u_n = -\frac{1}{\underline{b}} \left(K - |\underline{u}| \right) \text{Sign}(S) \quad (\text{V.23})$$

et

$$\bar{u} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \hat{b}^2(X, \theta_b)} \left(-\hat{f}(X, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - \beta \hat{b}(X, \theta_b) S \right) \quad (\text{V.24})$$

L'estimation des paramètres est faite par les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_f = \eta_f w_f(X) S \quad (\text{V.25})$$

$$\dot{\theta}_b = \eta_b w_b(X) S (u_{af} - \beta S) \quad (\text{V.26})$$

avec $\eta_f > 0$, $\eta_b > 0$.

3.2. Analyse de la stabilité

Pour étudier la stabilité du système en utilisant de la loi de commande (V.22), on utilise la méthode de Lyapunov.

A partir de (V.22) et (V.24), on obtient la relation

$$\hat{b}(X, \theta_b) u_{af} = -\hat{f}(X, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i x_{i+1} - \beta \hat{b}(X, \theta_b) S - \bar{u} \quad (\text{V.27})$$

En utilisant les équations (V.21) et (V.22) et (V.27), la dérivée de la surface de glissement peut être réécrite sous la forme

$$\dot{S} = (f(X) - \hat{f}(X, \theta_f)) + (b(X) - \hat{b}(X, \theta_b)) u_{af} + b(X) u_n - \beta b(X, \theta_b) S - \bar{u} \quad (\text{V.28})$$

En ajoutant et en retranchant le terme $\beta \hat{b}(X, \theta_b^*) S$, l'équation (V.28) devient

$$\dot{S} = w_f^T(X) \tilde{\theta}_f + w_b^T(X) \tilde{\theta}_b (u_{af} - \beta S) + b(X) u_n - \beta \hat{b}(X, \theta_b^*) S - \bar{u} \quad (\text{V.29})$$

Considérons maintenant la fonction candidate de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} S^2 + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\eta_b} \tilde{\theta}_b^T \tilde{\theta}_b \quad (\text{V.30})$$

dont la dérivée temporelle est

$$\dot{V} = S \dot{S} - \frac{1}{\eta_f} \tilde{\theta}_f^T \dot{\tilde{\theta}}_f - \frac{1}{\eta_b} \tilde{\theta}_b^T \dot{\tilde{\theta}}_b \quad (\text{V.31})$$

A partir de (V.29), (V.31) devient

$$\dot{V} = Sw_f^T(X)\tilde{\theta}_f + Sw_b^T(X)\tilde{\theta}_b(u_{af} - \beta S) + Sb(X)u_n - \beta\hat{b}(X, \theta_b^*)S^2 - S\bar{u} - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\theta}_f - \frac{1}{\eta_b}\tilde{\theta}_b^T\dot{\theta}_b$$

(V.32)

A partir de (V.25) et (V.26), on a

$$w_f^T(X)\tilde{\theta}_f S - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\theta}_f = 0 \quad (V.33)$$

$$w_b^T(X)\tilde{\theta}_b S(u_{af} - \beta S) - \frac{1}{\eta_b}\tilde{\theta}_b^T\dot{\theta}_b = 0 \quad (V.34)$$

Ce qui implique :

$$\dot{V} = Sb(X)u_n - \beta\hat{b}(X, \theta_b^*)S^2 - S\bar{u} \quad (V.35)$$

En utilisant (V.23), (V.35) devient

$$\dot{V} = -K|S| - \beta\hat{b}(X, \theta_b^*)S^2 \quad (V.36)$$

Puisqu'on a supposé que $b(X) \geq \underline{b}$, il est alors raisonnable de supposer que $\hat{b}(X, \theta_b^*) > 0$ et, de ce fait, (V.36) peut être simplifiée à

$$\dot{V} \leq -K|S|. \quad (V.37)$$

$$\dot{V} \leq 0.$$

Remarque 5.1 : Le terme de robustification par mode de glissement donné par (V.23) peut être lissé par le remplacement de la fonction discontinue $Sign(S)$ par la fonction continue $Sat\left(\frac{S}{\Phi}\right)$, où Φ est une constante positive. Dans ce cas, on ne peut qu'assurer la convergence de l'erreur de poursuite dans un voisinage autour de zéro.

Remarque 5.2 : Pour avoir une loi de commande bien définie même lorsque $\hat{b}(X, \theta_b) = 0$,

nous avons remplacé $\hat{b}^{-1}(X, \theta_b)$ par $\frac{\hat{b}(X, \theta_b)}{\varepsilon_0 + \hat{b}^2(X, \theta_b)}$.

Remarque 5.3 : Le terme $\beta\hat{b}(X, \theta_b)S$ dans (V.22), est ajouté pour avoir une nouvelle loi d'adaptation pour les paramètres θ_b (équation (V.20)). En fait, cette loi permet l'initialisation

des paramètres θ_b par zéro. Ceci est un avantage, car dans ce cas on n'a pas besoin de connaissances a priori sur les valeurs optimales de θ_b . Effectivement, on peut remarquer que si $\beta = 0$ et $\theta_b(0) = 0$, on a $u_{af} = 0$, $\dot{\theta}_b = 0$ et $\theta_b = 0, \forall t$.

4. Exemple de simulation

Pour illustrer les performances de la méthode de commande étudiée, nous considérons la commande d'un pendule inversé représenté par la figure III.12. Son modèle dynamique est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(X) + b(X)u(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{V.38})$$

Avec

$$f(X) = \frac{g \sin x_1 - \frac{m_p L x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} \quad (\text{V.39})$$

$$b(X) = \frac{\frac{\cos x_1}{m_p + m_c}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m_p \cos x_1^2}{m_p + m_c} \right)} \quad (\text{V.40})$$

$x_1 = \theta$ est l'angle du pendule et x_2 la vitesse angulaire.

Notons que les fonctions non linéaires $f(X)$ et $b(X)$ sont supposées inconnues. Dans cet exemple de simulation, les valeurs suivantes sont utilisées :

$$m_p = 0.1 \text{ kg}, m_c = 1 \text{ kg}, m_t = m_c + m_p, L = 0.5 \text{ m}, g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Chacune des fonctions (V.39) et (V.40) est approchée par un système flou, et chaque système flou a pour entrée les variables x_1 et x_2 . Bien que $b(X)$ est fonction seulement de x_1 , nous utilisons un système flou avec les entrées x_1 et x_2 car la forme de la fonction est supposée inconnue. Pour chaque variable d'entrée, on définit cinq fonctions d'appartenance Gaussiennes comme suit :

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x_i \leq -1.25 \\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.25}{0.3}\right)^2\right\} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 0.625}{0.3}\right)^2\right\}, \mu_{F_i^3}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.3}\right)^2\right\},$$

$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 0.625}{0.3}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x_i \geq 1.25 \\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.25}{0.3}\right)^2\right\} & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Chaque système flou a une base de règles de 25 règles.

Les paramètres de synthèse sont choisis comme suit :

$$\eta_f = 0.05, \eta_b = 0.05, \theta_f(0) = 0, \theta_b(0) = 0.5, \varepsilon_0 = 0.01, \underline{b} = 0.1, K = 10, c_1 = 3, \beta = 10, \Phi = 2.5.$$

Les résultats de simulation, la position angulaire, $y = x_1$, la vitesse angulaire, $\dot{y} = x_2$, la commande, u , la surface de glissement, S , plan de phase, sont représentées sur les figures V.1-V.5 pour la condition initiale $x(0) = [1.0, 0]^T$:

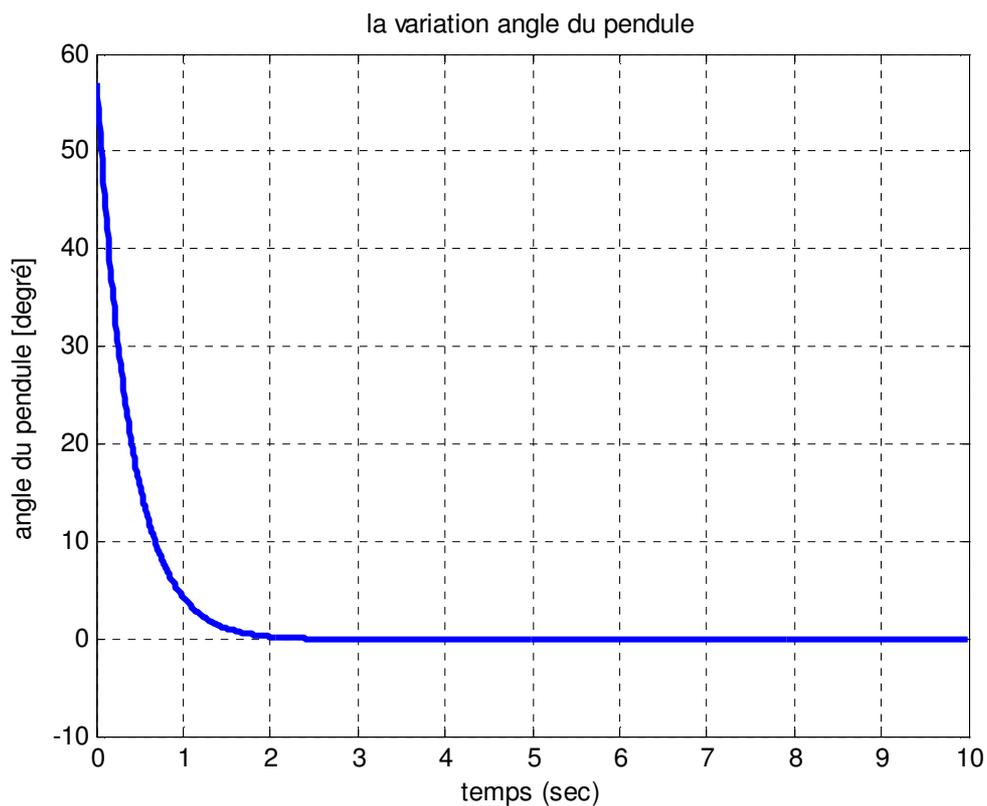


Figure V.1. Variation de la sortie (position du pendule).

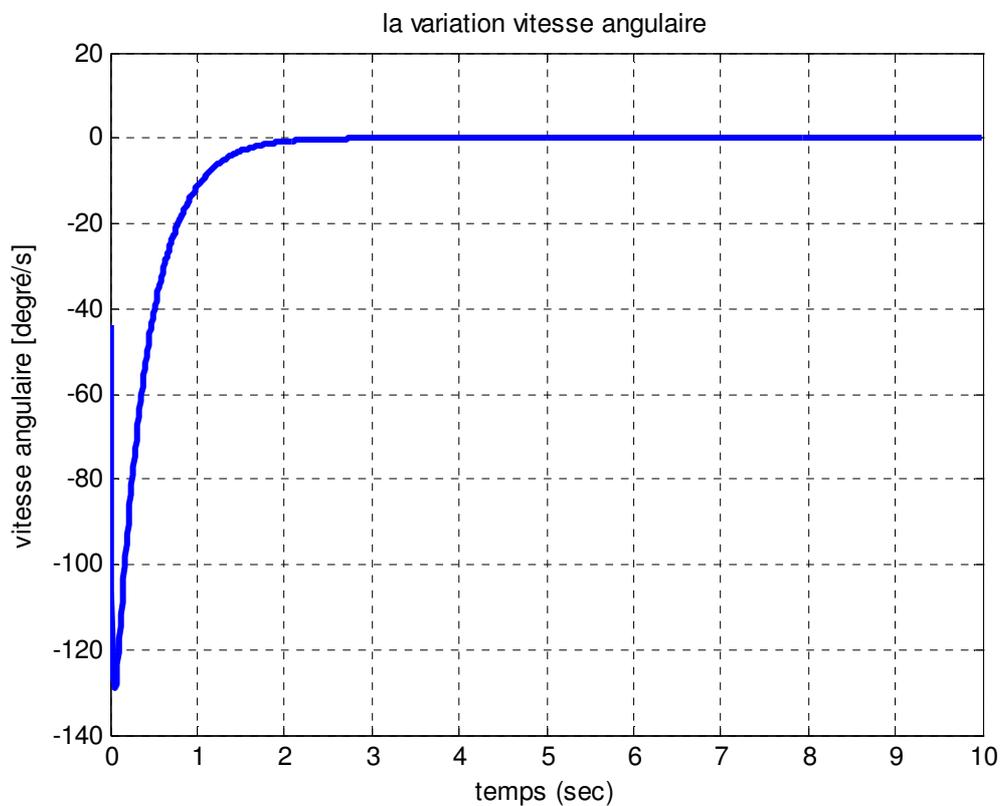


Figure V.2. Variation de la vitesse angulaire.

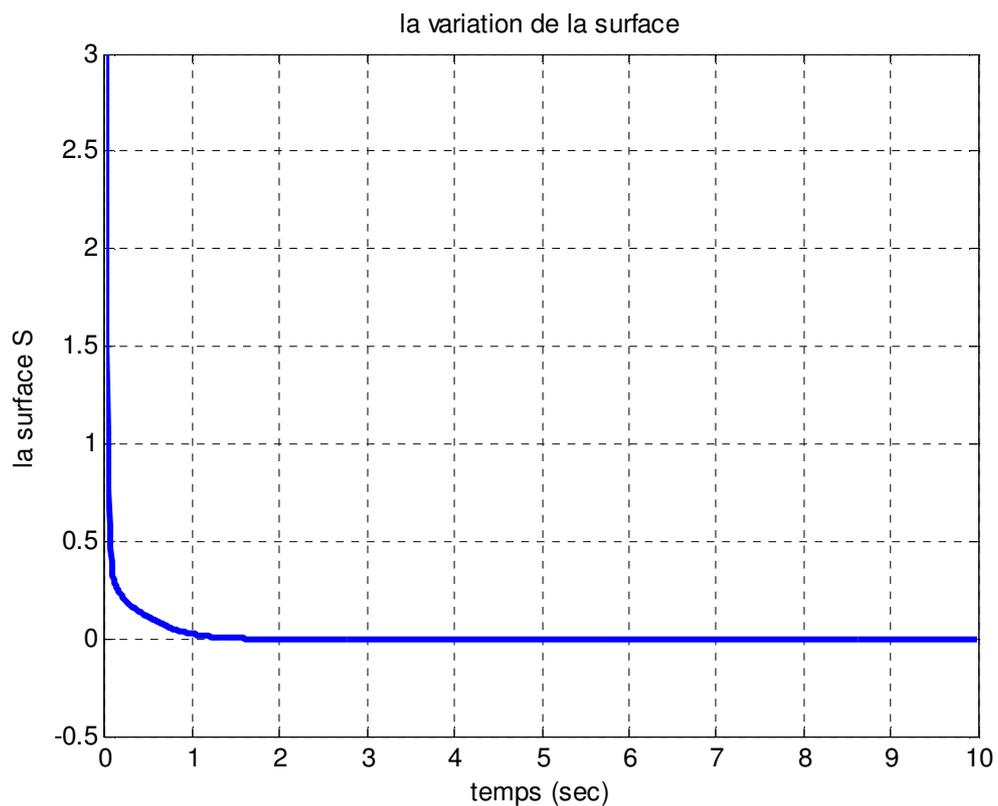


Figure V.3. Variation de la surface de glissement.

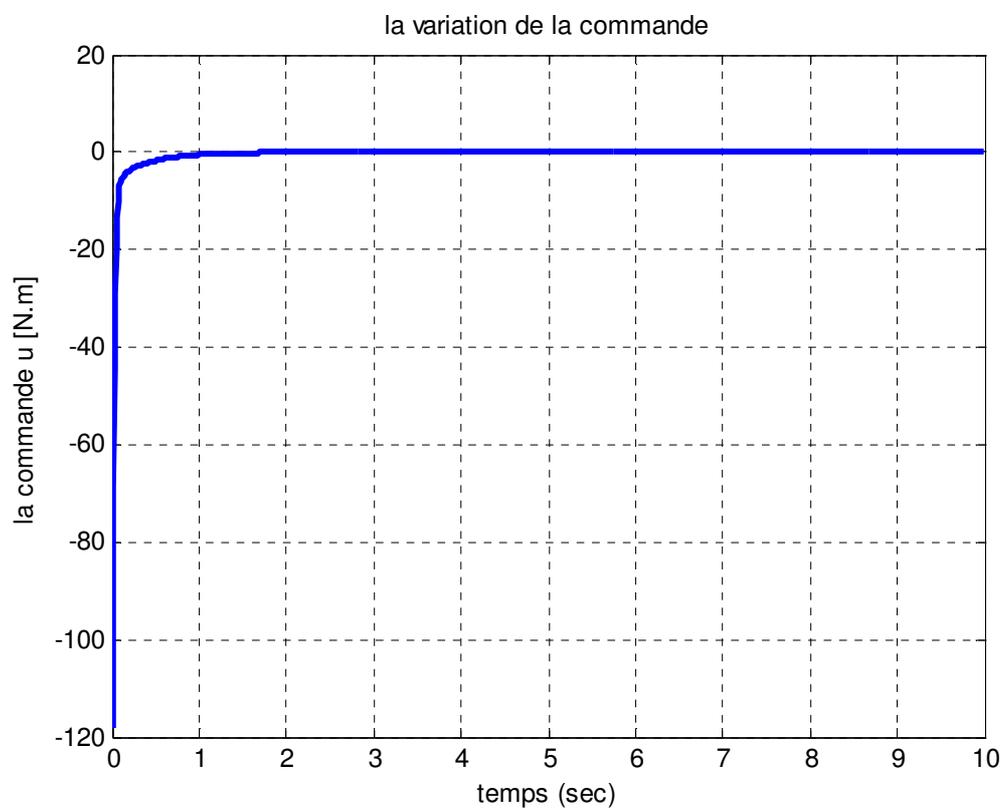


Figure . V.4. Variation de la commande.

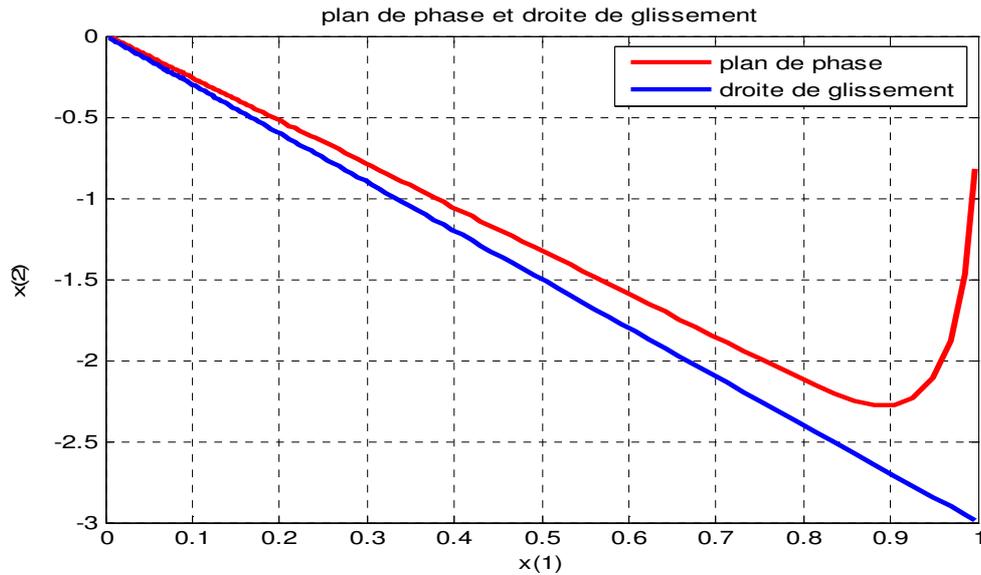


Figure . V.5. plan de phase et la droite de glissement.

Les résultats de simulation de la position, θ , et de la vitesse, $\dot{\theta}$, sont donnés respectivement Figures V.1 et V.2. La surface de glissement, S , et la commande u sont montrés sur les Figures V.3. et V.4., le plan de phase dans la Figure V.5. On remarque que les trajectoires réelles convergent vers leurs point d'équilibre, la surface de glissement tendre vers zéro, la commande c'est une commande continue et réelle et le plan de phase à l'origine dans le régime permanent.

Les figures V.6- V.10 représentent les résultats obtenus pour une variation paramétrique de 50% et de perturbation externe $d(t) = \sin(t)$ à partir à l'instant $t = 2s$

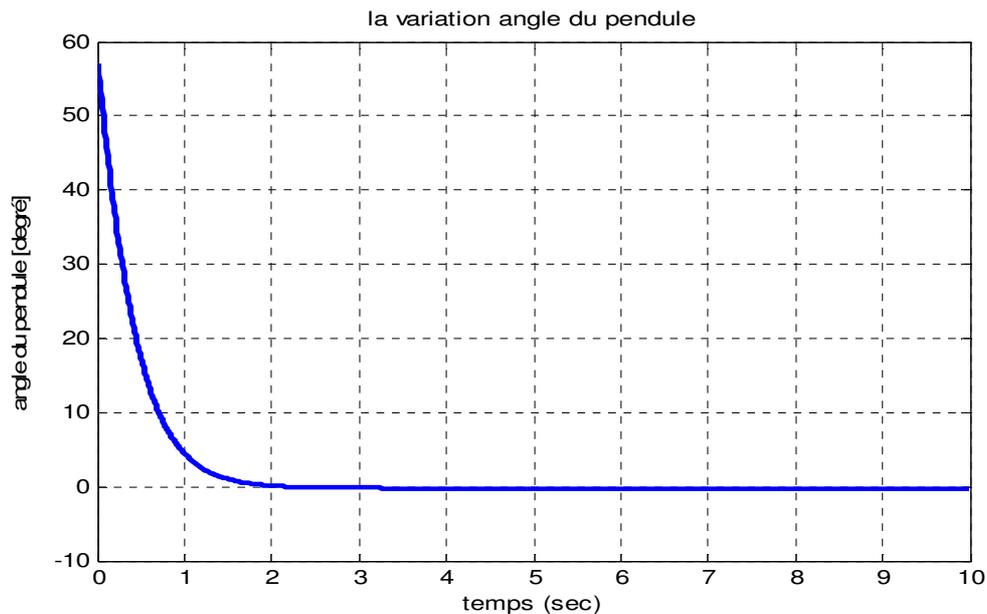


Figure V.6. Variation de la sortie (position du pendule).

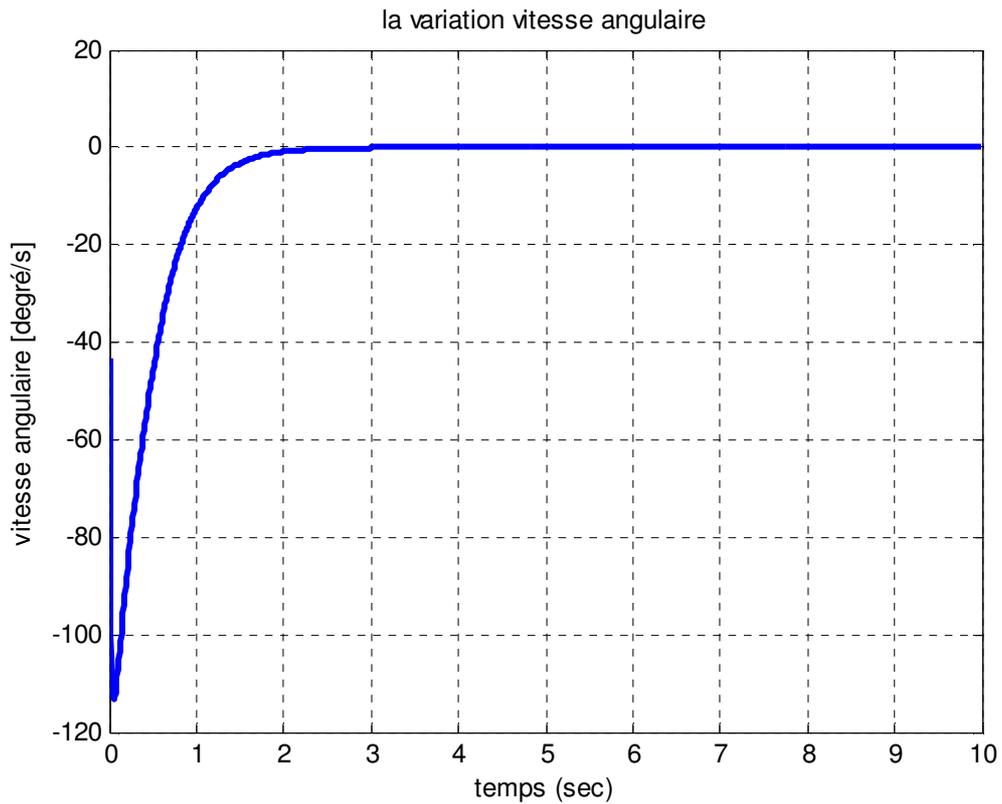


Figure V.7. Variation de la vitesse angulaire.

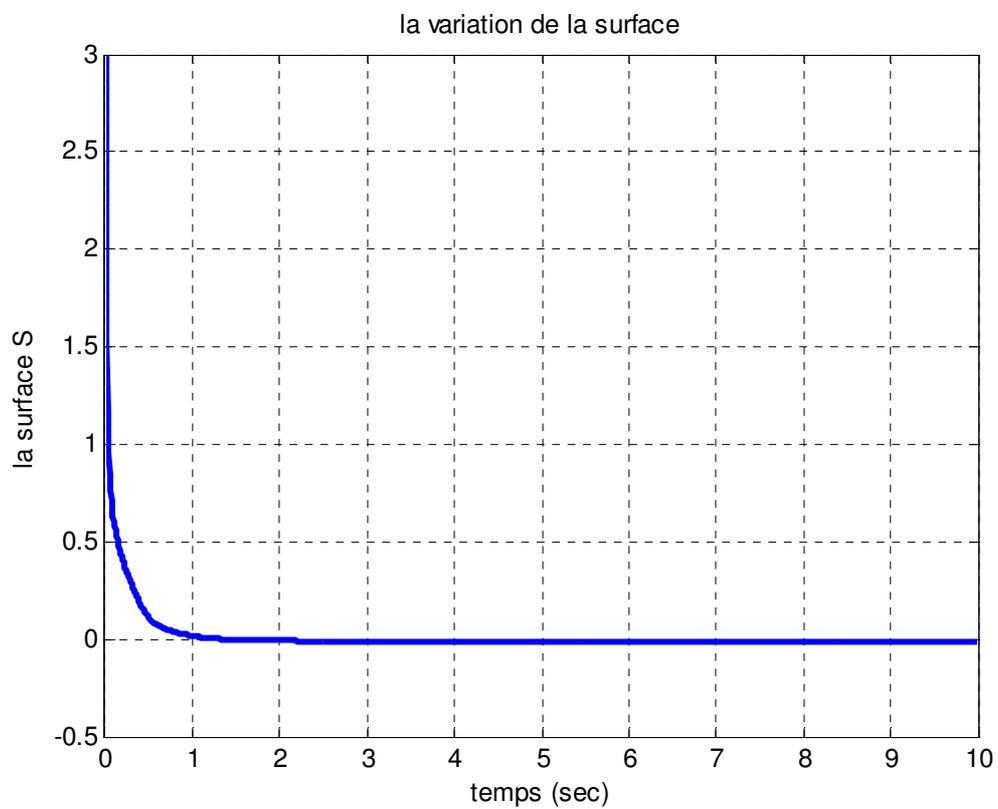


Figure V.8. Variation de la surface de glissement.

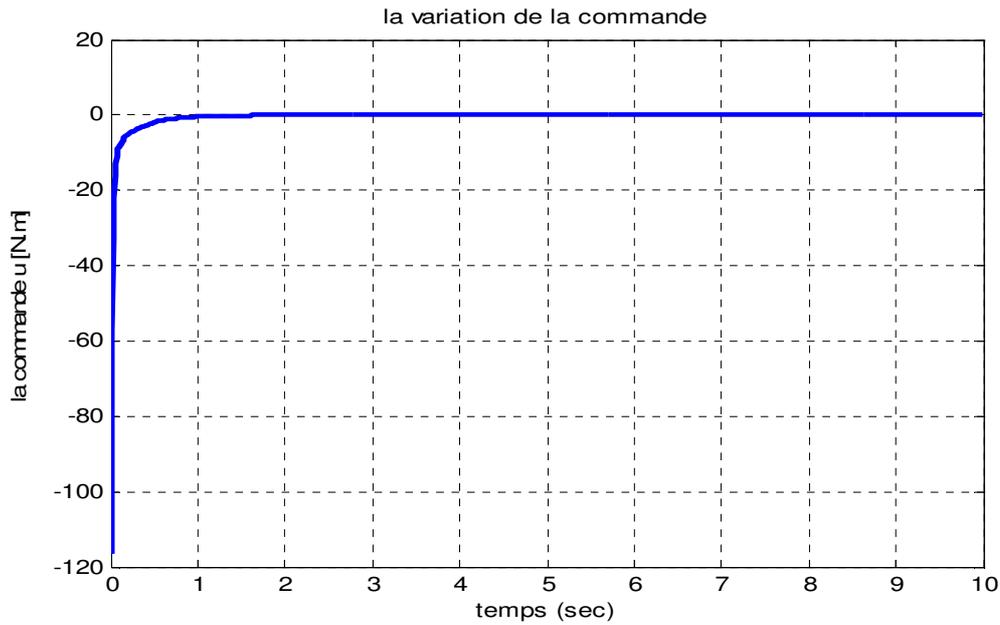


Figure V.9. Variation de la commande.

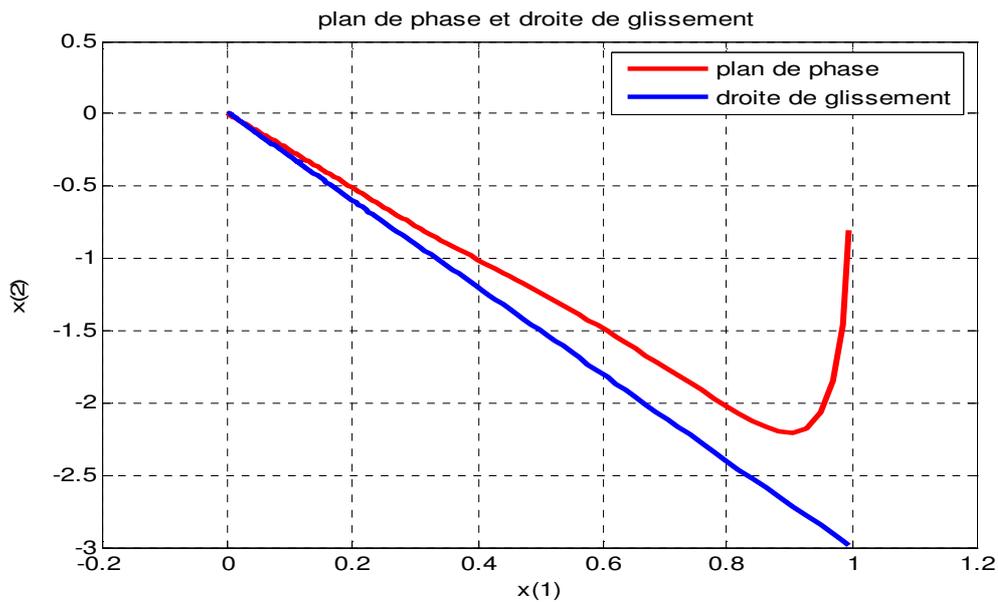


Figure V.10. plan de phase et la droite de glissement.

Les résultats de simulation de la position, θ , et de la vitesse, $\dot{\theta}$, sont donnés respectivement Figures V.6 et V.7. La surface de glissement, S , et la commande u sont montrés sur les Figures V.8. et V.9., le plan de phase dans la Figure V.10. On remarque que les trajectoires réelles convergent vers leurs point d'équilibre, la surface de glissement tendre vers zéro, la commande c'est une commande continue et réelle, plan de phase à l'origine dans le régime permanent et montrent l'efficacité de cette technique et la robustesse vis -à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle.

Les figures V.11-V.15 représentent les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré suivant :

$$\theta_d(t) = \sin\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)t\right) \text{ et } \dot{\theta}_d(t) = \left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)t\right)$$

Les résultats de simulation, la position du pendule réelle et consigne, θ et θ_d , la vitesse du pendule réelle et consigne, $\dot{\theta}$ et $\dot{\theta}_d$, la commande, u et u_r , la surface de glissement, S , plan de phase, sont représentées sur les figures V.11-V.15 pour la condition initiale $x(0) = [1.0, 0]^T$. Les paramètres de synthèse sont choisis comme suit :

$\eta_f = 0.001$, $\eta_b = 0.001$, $\theta_f(0) = 0$, $\theta_b(0) = 0.5$, $\varepsilon_0 = 0.1$, $\underline{b} = 0.1$, $K = 10$, $c_1 = 10$, $\beta = 20$, $\Phi = 2.5$.

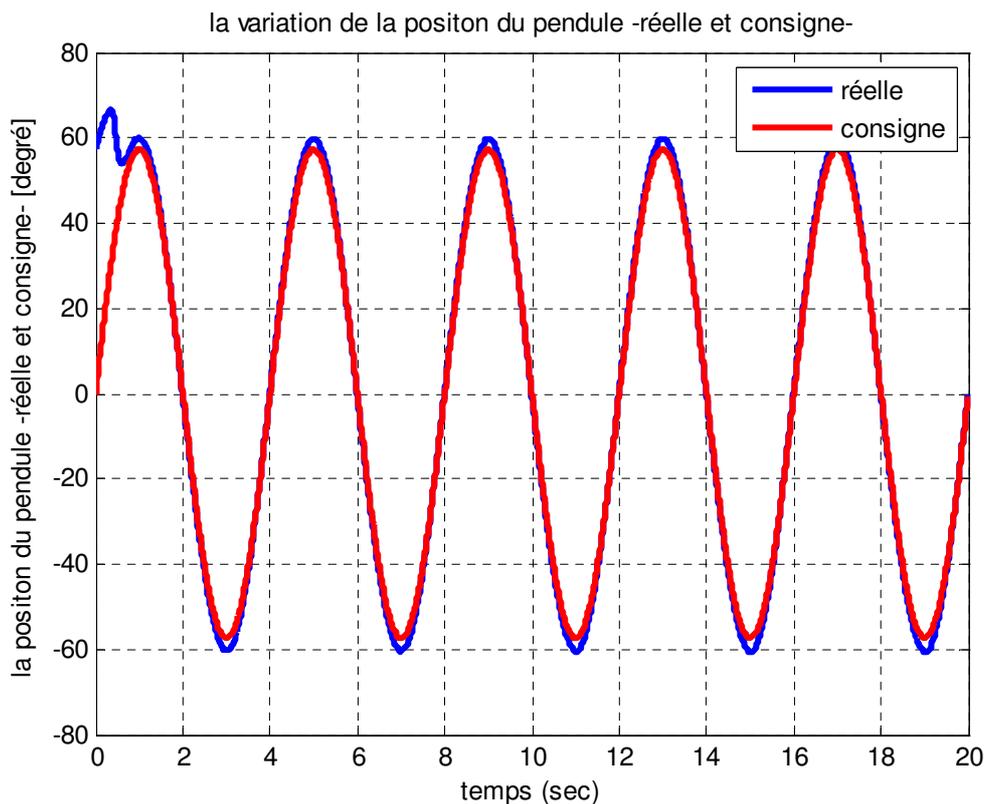


Figure V.11. Variation de la position du pendule (réelle et consigne).

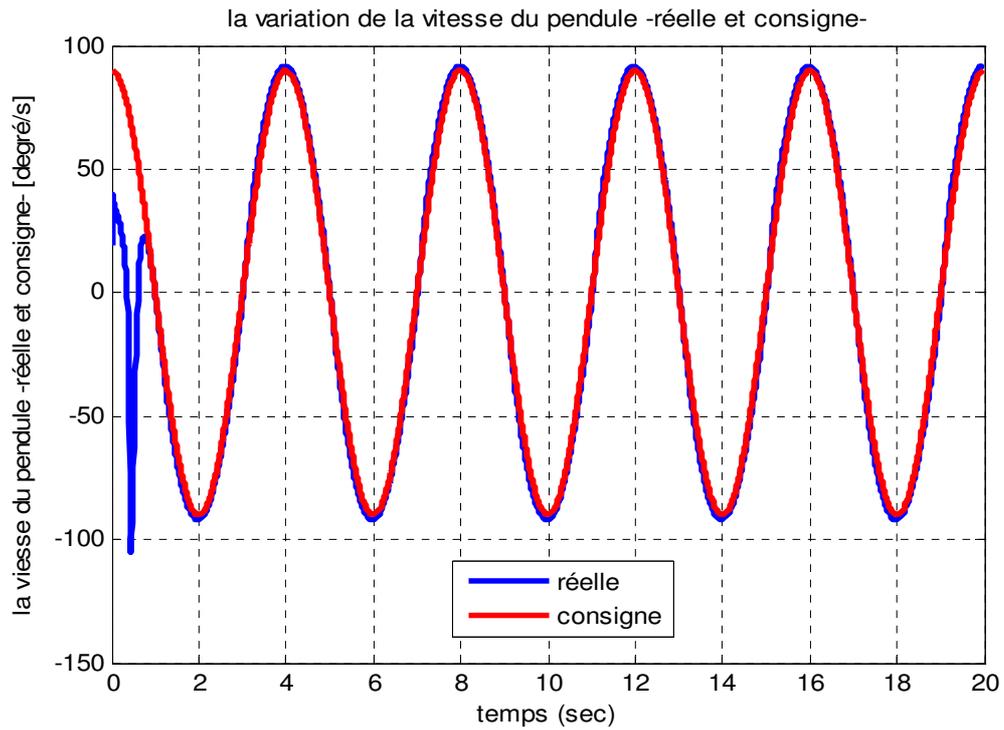


Figure V.12. Variation de la vitesse du pendule (réelle et consigne).

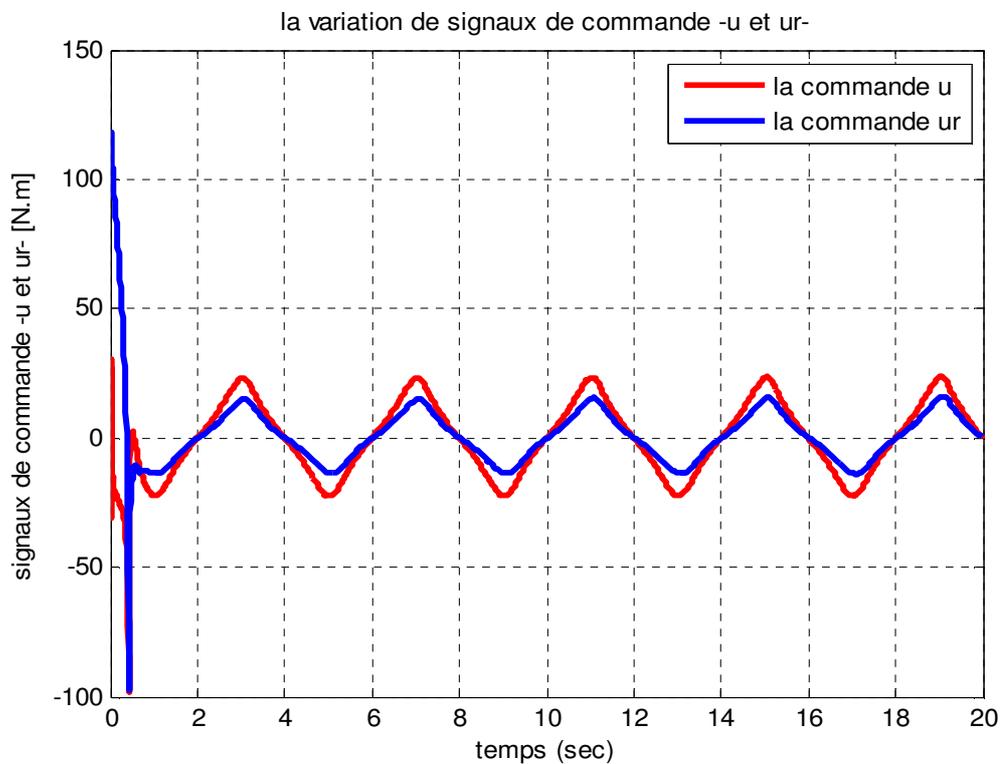


Figure V.13. Variation de la commande (u et u_r).

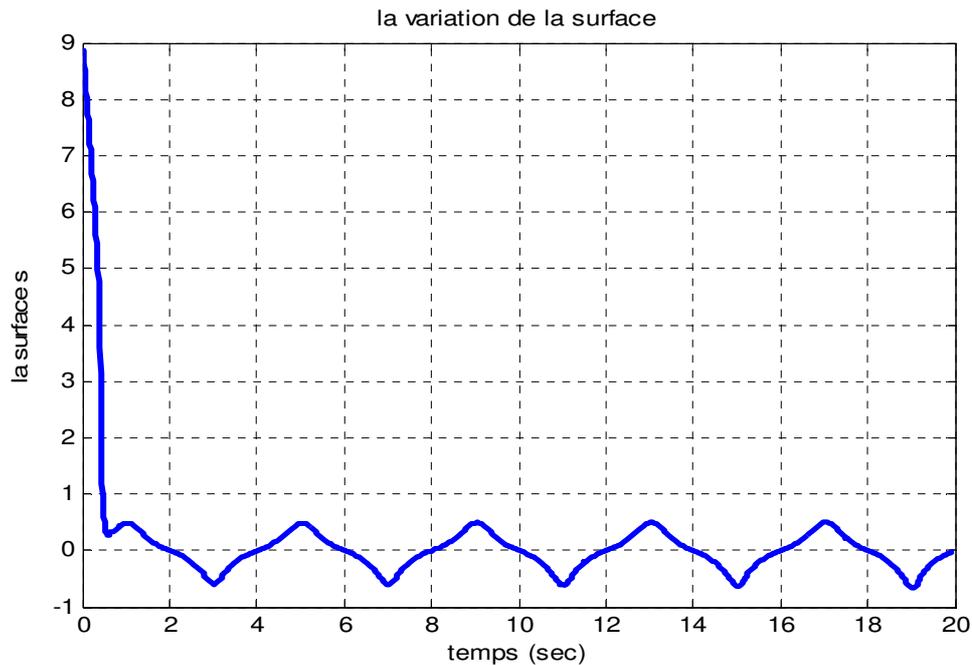


Figure V.14. Variation de la surface de glissement.

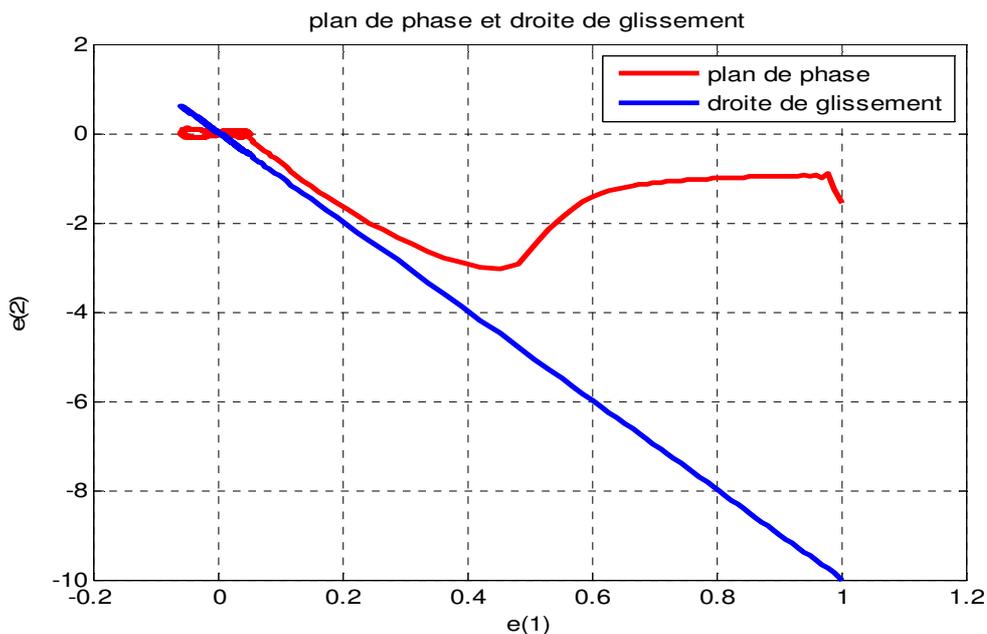


Figure V.15. plan de phase et la droite de glissement.

Les résultats de simulation de la position (réelle et consigne), θ et θ_d , et de la vitesse (réelle et consigne), $\dot{\theta}$ et $\dot{\theta}_d$, sont donnés respectivement Figures V.1 et V.2. La surface de glissement, S , et la commande, u et u_r , sont montrés sur les Figures V.3. et V.4., le plan de phase dans la Figure V.5. On remarque que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées.

5. Conclusion

Une approche de commande adaptative floue par mode de glissement pour une classe de systèmes non linéaires a été étudiée. Le principe de cette approche est l'utilisation des systèmes flous adaptatifs pour l'approximation de la dynamique inconnue des systèmes non linéaires. Ces approximations sont utilisées ensuite dans une loi de commande par mode glissant. Les lois d'adaptation des paramètres des systèmes flous sont obtenus en utilisant la méthode de Lyapunov.

La stabilité du système en boucle fermée est assurée en utilisant l'approche de Lyapunov. L'avantage de cette approche est sa simplicité de mise en oeuvre car, aucune information sur le comportement dynamique du système n'est nécessaire pour l'implantation de la loi de commande.

Les résultats de simulations obtenus montrent l'efficacité de cette technique et la robustesse vis -à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle.

Conclusions et Perspectives

Dans ce mémoire, on a étudié une technique de commande qui peut être appliquée pour une large classe des systèmes non linéaires. L'objectif principal visé est de comparer les performances de robustesse de deux classes de commande complètement différentes sur le plan performance, qui sont la commande par mode glissant et la commande à base de la logique floue, puis finalement de les combiner afin d'élaborer une commande hybride et ralliant les avantages de chaque méthode, tout en s'affranchissant des inconvénients des lois de commande de base.

La commande par mode glissant est par sa nature une commande non linéaire, dont la commande varie d'une manière discontinue. Elle est caractérisée par sa robustesse vis à vis des perturbations externes et internes. Les performances désirées du système sont utilisées pour déterminer la surface de glissement. La loi de commande est choisie dans le but d'assurer les conditions de convergence et de glissement c'est à dire, l'attractivité et l'invariance des surfaces de commutation ce qui permet au système de tendre toujours vers la surface de glissement. Son problème majeur qui a causé, au départ, son délaissement par les automaticiens est le phénomène de broutement. Ce dernier, néfaste pour les actionneurs, est dû aux oscillations de la commande.

La commande à base de la logique floue a connu un succès considérable dans la commande des systèmes non linéaires dont la commande par les méthodes conventionnelles est d'une efficacité limitée. Elle utilise les ensembles flous obtenus par partitionnement des plages de variations des entrées-sorties. Son élaboration basée surtout sur la connaissance de l'expert humain sur le procédé. Malgré ses avantages la commande par logique floue souffre encore d'un

Conclusions et Perspectives

manque en théorie d'outils d'analyse de la stabilité et des performances de la robustesse des systèmes de commande.

Dans ce travail on a étudié une technique qui combine les avantages de deux techniques. La méthode étudiée permet l'atténuation des effets des perturbations externes et éliminer le phénomène de "broutement" introduit par le mode glissant classique. La poursuite de la trajectoire désirée se fait en deux phases : l'approche et le glissement. Ainsi, la commande utilisée dans ce cas se compose de deux parties : la première permettant l'approche jusqu'à l'arrivée à la surface, et la deuxième maintient le glissement au long de cette surface. La loi de commande ainsi construite est appelée commande par mode glissant flou.

Dans la première partie de ce travail, on a supposé que la dynamique du système non linéaire est connue et peut être représentée par des fonctions non linéaires. Ces fonctions sont utilisées pour la synthèse d'une loi de commande de type mode glissant.

Cependant, la dynamique de la plupart des systèmes réels est inconnue ou incertaine, pour remédier à ce problème on a utilisée, dans la deuxième partie, des systèmes d'inférence floue pour l'approximation de la dynamique inconnue. Ces approximateurs sont ensuite utilisées dans une loi commande de type mode glissant. La méthode de Lyapunov est utilisée pour la détermination des lois d'adaptation des paramètres afin d'assurer la stabilité globale du système en boucle fermée.

Pour illustrer l'efficacité de l'approche étudiée, plusieurs exemples de simulation sont utilisés. Les résultats obtenus montrent le rôle important que la logique floue peut jouer pour réduire le phénomène de chattering et le rôle intéressant de la commande par mode glissant pour assurer la stabilité et la robustesse par rapport aux perturbations externes et incertitudes.

Enfin, comme suite à ce travail, on propose l'implémentation de la technique présentée dans ce mémoire dans le but de vérifier expérimentalement les résultats trouvés, en pratique. Puisque la mesure de tous les états est généralement impossible à cause des contraintes physiques et/ou du coût élevé des capteurs. Il serait alors intéressant de développer la commande par mode glissant flou en utilisant des observateurs ou par retour de sortie.

Sommaire

Introduction	1
Chapitre I : Généralités sur la commande des systèmes non linéaires	
1. Introduction.....	4
2. Les systèmes non linéaires.....	5
3. Représentation des systèmes non linéaire.....	5
3.1. Système autonome.....	6
3.2. Systèmes à structure variables.....	6
3.3. Points d'équilibre.....	7
4. Stabilité des systèmes non linéaires.....	7
4.1. Fonction candidate de Lyapunov.....	8
4.2. Théorèmes de stabilité.....	8
4.2.1. Stabilité locale.....	8
4.2.2. Stabilité globale.....	8
4.3. Stabilité d'une trajectoire.....	9
4.4. Stabilité entrée-sortie.....	9
5. Commande de procédés non linéaires.....	10
5.1. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie.....	10
5.2. Backstepping.....	10
5.3. La commande adaptative.....	11
5.4. La commande prédictive.....	11
5.5. La commande robuste.....	12
5.6. La commande par mode glissant.....	12
5.7. La commande floue.....	13
6. Conclusion.....	14

Chapitre II : La commande à base de la logique floue

1. Introduction.....	15
2. La logique floue.....	16
3. Les différentes parties de la commande floue.....	17
3.1. Mise en forme des entrées, normalisation.....	18
3.2. Fuzzification.....	19

3.3. Traitement des prémisses composées.....	19
3.4. Inférence floue.....	19
3.5. Agrégation des règles.....	20
3.6. Défuzzification.....	20
3.7. Dénormalisation.....	20
4. Les différents types de la commande à base de la logique floue.....	20
4.1. La commande floue de type Mamdani.....	21
4.2. La commande floue du type PI ou PID.....	21
4.3. La commande neuro-floue.....	22
4.4. La commande par mode glissant flou.....	23
4.5. La commande floue adaptative.....	24
4.6. La commande floue de type T-S.....	25
5. Réglage, stabilité et robustesse d'un contrôleur flou.....	26
5.1. Réglage.....	26
5.2. Stabilité.....	27
5.3. Robustesse.....	28
6. Propriétés d'un réglage par logique floue.....	28
7. Conclusion.....	29

Chapitre III : La commande par mode glissant

1. Introduction.....	30
2. Système à structure variable.....	31
2.1. Principe de la commande à structure variable par régime glissant.....	31
2.1.1. Fonction de commutation.....	32
2.1.2. Hyperplan de commutation.....	32
2.1.3. Régime glissant.....	32
2.1.4. Surface de glissement.....	32
3. Types de commutation des systèmes à structure variable.....	33
3.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande.....	34
3.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état.....	34
3.3. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande avec commande équivalente.....	35
4. Description du mode glissant.....	36
4.1. Définition du mode glissant.....	36

4.2. Explication du phénomène du glissement.....	36
5. Mode glissant pour les systèmes linéaires.....	37
5.1. Choix de la surface de glissement.....	38
5.2. Conditions de convergence et d'existence.....	39
5.2.1. La fonction de commutation.....	39
5.2.2. La fonction de Lyapunov.....	40
5.3. Calcul de la commande.....	40
5.3.1. La commande équivalente.....	41
5.3.2. La commande commutante.....	42
6. Mode glissant pour les systèmes non linéaires.....	45
6.1. Dynamique glissante.....	45
6.2. Approche de la commande équivalente.....	45
6.3. Domaine de glissement.....	46
6.4. Invariance des régimes glissant vis-à-vis des perturbations.....	47
6.5. Robustesse par rapport aux perturbations.....	47
7. Exemple : commande d'un pendule inversé.....	49
8. Conclusion.....	55

Chapitre IV : La commande par mode glissant flou

1. Introduction.....	57
2. Synthèse de la commande robuste par mode glissant.....	58
3. La conception du contrôleur par mode glissant flou.....	61
3.1. Détermination de la distance signée d_s pour un point arbitraire.....	61
4. Le principe de la commande par mode glissant flou.....	63
5. Commande par mode glissant flou découplée.....	66
5.1 Exemples.....	69
5.1.1. Pendule Inversé.....	69
5.1.2. Système B-B (Ball-Beam)	75
6. Poursuite de trajectoire.....	80
6.1. Le mode glissant flou pour la poursuite de trajectoire.....	82
6.2 Exemple de simulation.....	83
7. Commande par mode glissant flou avec gain adaptatif.....	93
7.1. Position du problème.....	93
7.2. Analyse de la stabilité.....	94

7.3 Exemple de simulation.....	95
8. Conclusion.....	103

Chapitre V : Commande adaptative floue avec mode de glissement

1. Introduction.....	104
2. Commande par mode de glissement.....	105
3. Commande adaptative floue par mode glissant.....	106
3.1. Synthèse de la loi de commande.....	107
3.2. Analyse de la stabilité.....	109
4. Exemple de simulation.....	111
5. Conclusion.....	121

Conclusions et Perspectives.....	122
---	------------

Références.....	124
------------------------	------------