

---

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed KHIDER Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie Electrique  
Filière Electrotechnique

Thèse en Vue de l'Obtention du Diplôme de

## **Doctorat en Science**

en Electrotechnique

Présentée par :

**GHOGGAL Adel**

## **Contribution à la Modélisation de la Machine Asynchrone Triphasée Dédiée au Diagnostic**

Soutenue publiquement le 13/07/2010 devant le jury composé de :

<b>Président :</b>	<b>A. BENOUDJIT</b>	Professeur de l'Université de Batna
<b>Rapporteur :</b>	<b>S.E. ZOZOU</b>	Professeur de l'Université de Biskra
<b>Examineur :</b>	<b>M. S. NAIT SAID</b>	Professeur de l'Université de Batna
<b>Examineur :</b>	<b>A. KHEZZAR</b>	Professeur de l'Université de Constantine
<b>Examineur :</b>	<b>A. ABOUBOU</b>	Maître de Conférence de l'Université de Biskra
<b>Examineur :</b>	<b>A. BETKA</b>	Maître de Conférence de l'Université de Biskra

Année Universitaire 2009/2010

## ملخص الأطروحة

الهدف من هذه الأطروحة هو محاولة تقديم إضافة ملموسة في موضوع نمذجة الماكينات اللامتزامنة ثلاثية الأطوار. هذه النمذجة تخص السلوك العام للماكينات في النظام الدائم و العابر، و لكن من شأنها كذلك خدمة مجال تشخيص الأعطاب. في واقع الأمر، الخبرة المسبقة التي اكتسبها فريق البحث في هذا المحور، كشفت لنا ضرورة تطوير نماذج أكثر فعالية أو ضبط إضافي للنماذج المتوفرة بكيفية تسمح بزيادة قدرتها على احتواء لا تناظرات تكوينية و أخرى ناتجة عن أعطاب داخلية و خارجية. و على ضوء هذه المعطيات، يستوجب تصميم و تطوير محاكاة رياضية لهذه الأعطاب تقبل ضمها منفردة أو مجمعة في نموذج واحد، وإرفاق هذه النماذج بطول محبكة من شأنها التوصل إلى زمن معالجة قصير نسبياً. و في الأخير ينبغي اقتراح عدة حلول اختيارية و استبدالية لأجل الرجوع للواحدة منها حين يتبين محدودية الأخرى.

أولاً، نبدأ بإنشاء نموذج قد يعتبر إلى حد كبير تحديث لنموذج دالة اللفائف المعدلة ثنائية الأبعاد (2D-MWFA) باعتماد تمثيل خطي للجزء من الماكينة محل التبادلات المغناطيسية. هذا التحديث سيكون أساساً لعدد من العبارات التحليلية لمقادير الوشائع التي يستجيب كل واحد منها لانشغال تقني معين. بعد المرور بنمذجة الأعطاب الاعتيادية، نتعرض لتفصيل مختلف النظم الممكنة للاتمرکزات المحورية و التي و لمدى قريب لم يُتعرض لها بإسهاب، يتم بعد ذلك حساب المقادير المكافئة. في حين انه تم التعرض للدارات القصيرة على مستوى وشائع الساكن بصفة منفصلة في دراسات سابقة، نتطرق إلى نمذجة هذا النوع من الأعطاب ولكن بمزجه مع أعطاب أعمدة الدوار و اللاتمرکزات.

المرحلة الأخيرة تتلخص في اقتراح نموذج جديد يعتمد على استعمال نظرية الإدماج (Convolution) في حساب مقادير الوشائع. المحاكاة الرقمية، زيادة على التحقق من النماذج سابقة الذكر، تؤكد أن هذه الملائمة من شأنها أن تقلص بصفة ملحوظة زمن معالجة المعطيات، إضافة إلى ذلك، فهي تمكن من تجاوز عبارات تحليلية معقدة لمختلف المقادير. بالرغم أن تطبيقاتها تتم فقط في حالة التشبع المغناطيسي للماكينات و اللاتمرکزات، المجال يبقى مفتوحاً لاحتواء لا تناظرات طبيعية، و أخرى ناتجة عن أعطاب لغرض تكوين حلول منافسة للحلول القديمة.

## **Abstract of the thesis**

The aim of this work is to attempt to give an effective contribution in the modelling of three phase induction machines. Such a modelling concerns the general behaviours of the machine at transient and steady states, but also, the operational mode under faulty conditions. In fact, our previous practice in this research field has revealed the need of developing a most efficient models or improving a previously elaborated models. Consequently, the new models will allow handling a large range of constructional asymmetries and fault conditions. It is required in such cases to conceive mathematical equivalences related to the treated faults, to expect the integration of various faults separately or jointly in a unique model, to associate with these models satisfactory solutions leading to a fast time processing and to suggest a maximum of choices and alternatives. We begin by the elaboration of a version which has a big similarity with the 2D-MWFA (2D modified winding function approach) based on a linear representation of a part of the machine where the different magnetic flux interact. This version is the origin of various analytical expressions of the inductances calculated with respect to many concerns. After passing through the general modelling taking into account the discrete character of the MMF (magnetomotive force), the linear rise of the MMF across the slots, the slots skewing as well as the multiple coupled circuit model, we introduce the modelling of the known rotor and stator faults. Afterward, a description of the axial eccentricity modes and the related inductance expressions are introduced. It should be known that these modes have not been elucidated clearly in previous works. While the inter-turns short circuits has been studied separately in many papers, we model this stator faults combined to a broken rotor bar faults or/and mixed eccentricity of the air-gap. A last step consists on the suggestion of a new method of inductance calculation based on the use of the convolution theorem. The simulation results aim for a general validation of the proposed models, but also, they prove that the new proposed way reduce extremely the time processing by handling a simple formula compared to the formula resulting from the traditional analytical and numerical integrations. Although it was applied only in teeth saturation modelling and radial air-gap eccentricity, the approach may be extended to include several natural and constructional asymmetries as a competitive alternative to the previously proposed solutions.

## Résumé de la thèse

L'objectif de cette thèse est de tenter d'apporter une contribution effective dans la modélisation de la machine asynchrone triphasée. Une modélisation visant le comportement général de la machine en régime dynamique et permanent, mais qui peut servir plus particulièrement le domaine de diagnostic des défauts. En fait, l'expérience préalable de l'équipe de recherche dans cet axe nous a dévoilé la nécessité de développer des modèles plus performants ou bien affiner d'avantage les modèles existant de manière à augmenter leurs aptitudes à inclure des asymétries structurelles et d'autres suscitées à des défauts internes ou externes. Pour ces raisons, il convient de concevoir des similitudes mathématiques relatives à ces défauts, de pouvoir les intégrer conjointement ou séparément dans un modèle unique, d'associer à ces modèles des solutions adéquates permettant d'aboutir à des temps de traitement et de calcul des différents paramètres et notamment les inductances les plus réduits possibles, et de proposer le maximum de choix et alternatives dans le but de répondre à un grand nombre de situations et cas de figures si une méthode ou un modèle, sous une contrainte ou une autre, s'avère très limité. Nous commençons par l'élaboration d'une version très semblable à la 2D-MWFA (l'extension en 2D de la fonction d'enroulement modifiée) basée sur une représentation linéaire d'une partie de la machine siège de l'interaction des différents flux. Cette version est à l'origine d'une variété d'expressions analytiques des inductances répondant à différentes préoccupations. Après le passage par la modélisation des défauts usuels, nous décrivons les modes possibles de l'excentricité axiale jusqu'à maintenant peu étudiés dans la littérature, nous calculons par la suite les inductances relatives. Alors que les défauts de courts-circuits entre spires se trouvent étudiés d'une manière séparée dans plusieurs articles, nous introduisons la modélisation de ces défauts combinés à un défaut de cassure de barres et/ou d'excentricité. Une dernière étape consiste à proposer un nouveau modèle basé sur l'utilisation du théorème de convolution dans le calcul des inductances. Les résultats de simulation, outre la validation des modèles précités, confirmaient que cette adaptation est en mesure de réduire d'une manière surprenante le temps de calcul et de s'affranchir de l'utilisation de formules analytiques complexes des différentes inductances. Bien que cette méthode soit adaptée à la modélisation de la saturation magnétique des dents et de l'excentricité, le champ reste ouvert en vue d'intégrer d'autres asymétries et défauts, tout ça, dans le but d'aboutir à une alternative compétitive aux solutions préalablement proposées.

## *Remerciements*

*Je remercie infiniment mes parents d'avoir été toujours très proches de moi et en particulier, au cours de la préparation de cette thèse. Je tiens aussi à exprimer mes remerciements et ma gratitude à mon encadreur, Mr: ZOUZOU Salah Eddine (Professeur à l'université de Biskra) qui n'a cessé de m'apporter soutien et assistance technique, scientifique et morale pendant la préparation de mes trois diplômes (Ingénieur, Magistère et Doctorat) dont il était l'encadreur, et même pendant la phase où j'étais employé dans l'industrie.*

*Je remercie Mr: BENOUDJIT Azeddine (Professeur à l'université de Batna) d'avoir accepté de présider cette soutenance, et Mr: NAIT SAID Mohamed Said (Professeur à l'université de Batna), Mr: KHEZZAR Abdelmalek (Professeur à l'université de Constantine), Mr: ABOUBOU Abdenacer (Maître de conférence à l'université de Biskra) et Mr: BETKA Achour (Maître de conférence à l'université de Biskra) d'avoir accepté d'examiner cette thèse.*

*Un remerciement particulier à ma femme HADRI-HAMIDA Amel (Maître assistante -A- à l'université de Constantine) pour ses pertinentes remarques et ses encouragements tout au long de la préparation de ce document.*

*Je remercie sincèrement mon frère et ami SAHRAOUI Mohamed pour les longues discussions que nous avons tenues pendant ce parcours sanctionné par nos thèses respectives. Je remercie aussi tous mes frères, amis et collègues que ce soit à Biskra (ville natale) ou bien à Constantine (lieu de travail). A la fin, Je n'oublierai surtout pas d'exprimer mes remerciements et ma reconnaissance à toute l'équipe de recherche au sein de LGEB (Laboratoire de génie électrique de Biskra) et au sein de LEC (Laboratoire d'électrotechnique de Constantine) et à l'université Mohamend Kfiider représentée par son recteur et le personnel enseignant et administratif veillant sur la mission noble de promouvoir la science et l'éducation.*

*A mes parents*  
*A ma femme*  
*A ma petite fille "Maria "*  
*A mes frères et soeurs*

.....

# Sommaire

	Page
Symboles et abréviation.....	1
INTRODUCTION GENERALE .....	4
CHAPITRE I : Etat de l'art .....	7
I Introduction .....	7
II Problématique de la modélisation et de la simulation .....	7
II.1 Pourquoi modéliser ? .....	8
II.2 Critique épistémologique .....	9
III Lecture sur les travaux antérieurs .....	9
III.1 Excentricité radiale .....	9
III.2 Excentricité axiale .....	12
III.3 Les courts-circuits entre spires .....	14
III.4 La Saturation magnétique .....	15
IV Les différents modèles .....	17
IV.1 Eléments finis .....	17
IV.2 Réseaux de perméances .....	18
IV.3 Circuits électriques magnétiquement couplés (structure multi- enroulements)	18
V Conclusion .....	18
CHAPITRE II : Modélisation de la machine asynchrone à cage .....	20
I Introduction .....	20
II Modèle d'état de la machine .....	21
II.1 Modèle multi enroulements .....	21
II.2 Equations des tensions .....	22
II.3 Equations mécaniques .....	27
II.4 Système d'équations différentielles .....	27

III	Modélisation de la machine .....	29
III.1	Modélisation des défauts .....	29
III.1.1	Cassure de barres .....	29
III.1.2	Excentricité .....	29
III.1.2.1	Type d'excentricités .....	29
III.1.2.2	Modélisation de l'excentricité .....	32
III.1.3	Courts-circuits entre spires .....	33
III.1.3.1	Exemple élémentaire .....	33
III.1.3.2	Système d'équations correspondant .....	33
III.2	Outils pour le calcul des inductances .....	34
III.2.1	Extension en 2D de la fonction d'enroulement modifiée .....	34
	(2D-MWFA)	
III.2.2	Rayon de courbure ou rayon polaire ?.....	37
III.2.3	Expression des inductances .....	38
IV	Calcul des inductances .....	40
IV.1	Approches adoptées pour le calcul des intégrales .....	40
IV.1.1	Approche numérique .....	40
IV.1.2	Développement en série de Fourier de l'induction magnétique .....	41
IV.2	Formalisme général .....	42
IV.3	Machine symétrique .....	44
IV.3.1	Calcul sans prise en compte de l'inclinaison des .....	45
	barres ni de l'ouverture des encoches	
IV.3.2	Calcul sans prise en compte de l'inclinaison des.....	49
	barres et avec prise en compte des ouvertures d'encoches	
IV.3.3	Calcul avec prise en compte de l'inclinaison des .....	50
	barres et sans prise en compte des ouvertures d'encoches	
IV.3.4	Prise en compte de l'inclinaison des barres et des ouvertures d'encoches ....	53
IV.3.5	Application.....	55
IV.4	Excentricité radiale.....	57
IV.4.1	Inductance mutuelle stator/rotor .....	58
IV.4.2	Inductances rotoriques .....	60

IV.4.2.1 Inductance propre rotorique .....	60
IV.4.2.2 Inductance mutuelle rotorique .....	61
IV.4.3 Inductances statoriques .....	61
IV.4.4 Application .....	62
IV.5 Excentricité axiale .....	63
IV.5.1 Formulation .....	63
IV.5.2 Application .....	66
IV.6 Courts-circuits entre spires .....	69
IV.6.1 Défaut de court-circuit isolé .....	69
IV.6.2 Défaut combiné à une excentricité rotorique .....	70
IV.6.3 Application à la machine étudiée .....	70
V Conclusion .....	72
<b>CHAPITRE III : Calcul des inductances basé sur le théorème de convolution</b>	<b>73</b>
I Introduction .....	73
II Convolution et FFT .....	75
III Calcul des inductances en utilisant le concept de convolution .....	75
III.1 Fondement .....	75
III.2 Calcul des inductances tenant compte de l'inclinaison des barres et de la saturation .....	76
III.2.1 Modélisation de la saturation .....	76
III.2.2 Inductance mutuelle entre phase statorique et maille rotorique .....	77
III.2.3 Inductances statoriques .....	79
III.2.4 Inductances rotoriques .....	79
III.2.5 Considérations pour la simulation dynamique .....	80
III.2.5.1 Inductances et leurs dérivées .....	80
III.2.5.2 Position du flux d'entrefer .....	81
III.3 Calcul des inductances en cas d'excentricité statique .....	83
III.4 Calcul des inductances en cas d'excentricité dynamique .....	84
III.5 Calcul des inductances en cas d'excentricité mixte .....	85

III.6 Calcul des inductances en cas d'excentricité statique .....	86
Et de saturation	
III.6.1 Modélisation de la fonction inverse de l'entrefer .....	86
V Applications numériques .....	89
V.1 Inductances de la machine saturée .....	89
VI Conclusion .....	94
CHAPITRE IV : Résultats de simulation .....	95
I Introduction .....	95
II Considérations pour la simulation dynamique .....	95
II.1 Méthode directe .....	96
II.2 Méthode d'interpolation .....	96
II.3 Méthode utilisant les coefficients de Fourier .....	97
II.4 Application du théorème de convolution .....	98
II.5 Mesures supplémentaires pour l'optimisation du temps .....	98
de calcul des inductances et ses dérivées	
III Simulation des défauts rotoriques .....	100
III.1 Défauts de barres .....	101
III.2 Défauts d'excentricité .....	104
III.2.1 Excentricité statique .....	104
III.2.2 Excentricité dynamique .....	105
III.2.3 Excentricité mixte .....	108
III.3 Excentricité mixte et cassure de barres .....	113
III.4 Défauts d'excentricité axiale .....	114
III.5 Défauts de court-circuit .....	118
III.6 Machine saturée .....	123
III.7 Quelques effets particuliers .....	127
III.7.1 Effet de la combinaison du nombre de barres et du nombre	127
de paires de pôles	
III.7.2 Effet du pas de raccourcissement du bobinage .....	128

III.7.3 Effet de l'inclinaison des barres .....	128
III.7.4 Effet des routines de calcul .....	129
IV Conclusion .....	131
CONCLUSION GENERALE .....	132
Annexe .....	136
Bibliographie .....	137-143

## Symboles et abréviations

$S$	: Surface fermée de l'entrefer
$\Omega$	: Surface enfermée par un contour
$\mu_0$	: Perméabilité magnétique de l'air
$\mathbf{H}$	: Champ magnétique
$\mathbf{B}$	: Induction magnétique
$\phi$	: Flux magnétique
$\Psi$	: Flux magnétique totalisé
$L_{BA}$	: Inductance mutuelle entre l'enroulement $B$ et $A$
$L_b$	: Inductance de fuite d'une barre rotorique
$L_e$	: Inductance de fuite d'un segment d'anneau de court-circuit
$L_{mr}$	: Inductance de magnétisation d'une maille rotorique
$L_{Am}$	: Inductance de magnétisation d'une phase statorique
$L_{fA}$	: Flux de fuite d'une phase statorique
$\Psi_{BA}$	: Flux mutuelle totalisé entre deux enroulements $A$ et $B$
$g$	: Epaisseur de l'entrefer, ou fonction d'entrefer
$g_0$	: Epaisseur de l'entrefer de la machine symétrique
$P$	: Fonction inverse de l'entrefer. $P = 1/g$
$P_0$	: Fonction inverse de l'entrefer de la machine symétrique. $P_0 = 1/g$
$g$	: Glissement
$r_0$	: Rayon moyen de l'entrefer de la machine symétrique
$r$	: Rayon moyen de l'entrefer
$R_b$	: Résistance d'une barre rotorique
$R_e$	: Résistance d'un anneau de court-circuit
$r_s$	: Résistance d'une phase statorique
$[R_s]$	: Matrice des résistances statoriques
$[R_r]$	: Matrice des résistances rotoriques
$[R]$	: Matrice globale des résistances de la machine
$[V_s]$	: Matrice des tensions statoriques
$[V_r]$	: Matrice des tensions rotoriques
$[I_s]$	: Matrice des courants statoriques

---

$[I_r]$	: Matrice des courants rotoriques
$R_{scontact}$	: Résistance de la branche de court-circuit
$R_{sd}$	: Résistance effective de la branche court-circuitée
$V_{scontact}$	: Tension de la branche de court-circuit
$V_{sd}$	: Tension de la branche court-circuitée
$i_{scontact}$	: Courant dans la branche de court-circuit
$i_{sd}$	: Courant dans la branche court-circuitée
$\Omega_r$ et $\omega_r$	: Vitesse mécanique du rotor
$\omega_s$	: Pulsation statorique (rad/s)
$\varphi$	: Ouverture angulaire par rapport à une référence statorique fixe
$\theta_r$	: Position mécanique du rotor par rapport à une référence statorique fixe
$\theta_f$	: Position du flux d'entrefer
$J_T$	: Moment d'inertie totale
$l$	: Longueur active de la machine
$w$	: Nombre de tours ou de spires
$p$	: Nombre de paires de pôles
$N$	: Fonction d'enroulement
$N_e$	: Nombre d'encoches statoriques
$N_b$	: Nombre de barres rotoriques
$n$	: Fonction de distribution
$v_s$	: Ordre des harmoniques de temps. $v_s=1,2,3\dots$
$n_d$	: Ordre de l'excentricité dynamique. $n_d=1,2\dots$
$n_{sat}$	: Entier naturel lié a la saturation. $n_{sat}=1,2,3\dots$
$k$	: Entier naturel
$\alpha_{A_i}$	: Ouverture de la bobine $A_i$
$\beta$	: Ouverture de l'encoche
$\gamma$	: Angle d'inclinaison des encoches.
$\lambda_s$	: Pas d'encoches statoriques
$\lambda_r$	: Pas d'encoches rotoriques
$\delta_s$	: Degré d'excentricité statique
$\delta_d$	: Degré d'excentricité dynamique
$\delta$	: Degré d'excentricité total

$\delta_{s0}$	: Degré d'excentricité statique terminale ou bien au bout du rotor ( $z=0$ )
$\delta_{d0}$	: Degré d'excentricité dynamique terminale ou bien au bout du rotor ( $z=0$ )
$L_{st}$	: Position axiale de la section parfaitement concentrique en cas d'excentricité statique
$L_{dy}$	: Position axiale de la section parfaitement concentrique en cas d'excentricité dynamique
$f_V$	: Coefficient de frottement visqueux
$f_s$	: Fréquence d'alimentation
$f_r$	: Fréquence rotorique
$f_{RSH}$	: Fréquence des harmoniques d'encoches rotoriques
$f_b$	: Fréquence caractéristique du défaut de barres
$f_{dy}$	: Fréquence caractéristique du défaut d'excentricité dynamique
$f_{mix}$	: Fréquence caractéristique du défaut d'excentricité mixte
$f_{cc}$	: Fréquence caractéristique du défaut de court-circuit entre spires
$K_s$	: Facteur de saturation
$K_e$	: Valeur moyenne de la perméance d'entrefer fictive en cas de saturation
$K_m$	: Amplitude de l'harmonique de la perméance d'entrefer fictive en cas de saturation
<b>F</b>	: Opérateur relatif à la FFT (fast Fourier transformer)
$F$	: Force magnétomotrice
$V_{sA}, i_{sA}$	: Tension et courant de la phase A statorique. De même pour les phases B et C.
RSH	: Harmoniques d'encoches rotoriques (Rotor slots harmonics)
PSH	: Harmoniques d'encoches principales (Principals slots harmonics)
SEH	: Harmoniques caractéristique de l'excentricité statique
DEH	: Harmoniques caractéristique de l'excentricité dynamique
WFA	: Abréviation de : Approche de la fonction d'enroulement
MWFA	: Abréviation de : Approche de la fonction d'enroulement modifiée
2D-MWFA	: Abréviation de : Extension en 2D de la approche de la fonction d'enroulement modifiée
DSP	: Traitement numérique du signal (digital signal processing)
FFT	: Transformé de Fourier rapide
MCSA	: (motor current signature analysis) Analyse des courants du moteur

# INTRODUCTION GENERALE

## Introduction générale

Actuellement, réussir un projet industriel doit être subordonné à une stratégie de maintenance parfaitement adaptée [1]. Il ne s'agit pas ici de se reposer sur l'intuition, le bon sens, l'expérience acquise et les constats, prévisions et discernements fortuits, autant que cela doit être pourvu d'une règle précise tant pour son domaine de définition (points de départ ou circonstances nécessitant l'action) que pour son champ de couverture (démarches à entreprendre). Une règle pouvant associer à chaque événement un acte bien défini et une action reposant sur des argumentations solidement fondées, même si leurs origines sont la plus part du temps des lois probabilistes ou stochastiques comme l'est toujours une estimation ou mesure entachée d'erreurs. C'est ainsi qu'on se trouve face à une fonction dite 'fonction maintenance'. Celle-ci n'a plus aujourd'hui comme seul objectif de remédier à l'anomalie et réparer l'outil de travail, mais aussi de prévoir et éviter les dysfonctionnements. On parle souvent de maintenance curative ou corrective faisant partie des actions de la maintenance systématique, et de maintenance prédictive et proactive suscitées des progrès notables enregistrés dans ce domaine.

Prévoir le comportement d'une machine électrique et en particulier la machine asynchrone à cage, fait souvent appel à une modélisation mathématique de celle-ci en régime dynamique et permanent, puis simulation du mode opératoire relatif à l'état sain et sous contrainte de défauts intrinsèques ou extrinsèques. Au début des années quatre-vingt dix fut paraître un modèle approprié basé sur une structure multi-enroulements de la cage rotorique ainsi qu'une prise en compte du caractère discret de la distribution des enroulements sur la périphérie du stator [2]. L'approche de base est dite 'approche de la fonction d'enroulement' (WFA), et depuis, cette voie de modélisation n'a pas cessé d'évoluer. C'est dans ce cadre que ce travail tente de contribuer avec une forme étendue de cette approche ajoutée aux extensions déjà enregistrées. Cette variante n'est pas une simple alternative, mais se veut être un moyen permettant l'optimisation du temps de traitement des données (en particulier le calcul des inductances), d'une prise en compte adéquate de certains effets tel que l'effet de l'inclinaison des barres, et d'une considération de quelques défauts auxquels les anciennes versions présentaient des limitations (excentricité axiale...). Malgré que la modélisation soit dédiée au diagnostic des défauts, il n'est pas lieu ici de se jeter

dans le diagnostic proprement dit vu que ce fait doit intervenir à coté de la simulation des validations expérimentales rigoureusement adaptées parmi beaucoup d'autres facteurs. En conséquence, les résultats de simulation aideront seulement à approuver le modèle lui-même en identifiant des composantes fréquentielles particulières.

Dans un premier chapitre, nous revoyons la problématique de la modélisation et de la simulation afin de savoir à quels points et de quelle manière servent-elles le diagnostic des défauts dans les machines asynchrones. Juste après, à travers une étude de l'état de l'art, nous essayerons de recenser les progrès réalisés dans ce domaine tout en mettant le doigt sur les cas qui n'ont pas été traités et sur les handicaps de chaque modèle. Cette révision se clôturera par la revue des différents modèles déjà employés dans le diagnostic sur lesquels nous présentons une brève description.

Le deuxième chapitre est le cœur de ce travail. Il sera consacré à la modélisation effective. Dans ce contexte, il est nécessaire de traiter le cas des défauts usuels. Par ailleurs, nous définissons un modèle de l'excentricité axiale et de ses modes possibles. Passant des fondements de base, en allant vers la définition de la 2D-MWFA en utilisant les coordonnées cartésiennes jusqu'aux techniques de calcul des inductances de la machine, nous rétablissons le système à variable d'état global régissant le fonctionnement de la machine, puis détaillons les procédures appropriées permettant d'aboutir aux expressions des inductances tenant compte tout d'abord de l'inclinaison des barres, de l'évolution linéaire de la force magnétomotrice FMM le long des encoches, de l'excentricité radiale, de l'excentricité axiale puis du court-circuit entre spire net ou combiné à une excentricité mixte et/ou cassure de barres. Les expressions sont suivies des allures en 2-D et en 3-D des inductances correspondantes.

Une dernière contribution consiste à suggérer un modèle, ou plus précisément, une nouvelle technique de calcul des inductances basée sur le théorème de convolution. Un tel théorème est bien connu en traitement de signal et en traitement d'image. Son introduction dans le présent travail est une adaptation permettant de bénéficier de ses propriétés en terme de réduction du temps de calcul et simplification des procédures et formules. Comme premières applications, nous modélisons la saturation magnétique des dents et terminerons par l'adaptation de la méthode au calcul des inductances en cas d'excentricité.

Dans une conclusion générale, les horizons et perspectives du travail seront dénombrés. Cela concernera surtout les parties qui n'ont pas été traitées, mais encore, les parties dont nous pensons que l'étude présentait plusieurs approximations ou dont les résultats méritent encore d'ample affinement et adéquations. Si par orientation initiale de ce travail, l'élaboration des essais expérimentaux ne relevait pas des tâches planifiées, nous nous permettons parfois d'exposer quelques visions quant à une bonne validation des effets modélisés. Notons que ce présent document est une continuité du travail entamé dans [14]. Les deux faisaient partie d'un projet de recherche amorcé depuis 2002 par Pr: Zouzou Salah Eddine, rapporteur de cette thèse et directeur de LGEB (laboratoire de génie électrique de Biskra) qui comptait à part cette thèse, plusieurs autres thèses et mémoires ainsi que des projets de recherches nationaux traitant la modélisation, l'expérimentation et les techniques de détection basées sur le traitement du signal et l'intelligence artificielle.

# CHAPITRE I : Etat de l'art

## I Introduction

Afin d'aborder la modélisation effective, il convient de revoir en premier les travaux et tentatives enregistrés dans ce sujet. Il s'agit de modèles qui ont été marqués par une grande évolution ces dernières années, mais qui présentaient toujours des limitations quant au nombre de situations à refléter et au degré de concordance avec la réalité. Ces modèles, outre la description de la machine via des équations et relations mathématiques assez compactes, permettaient d'effectuer des simulations numériques des différents modes opératoires sans ou avec défauts. Mais avant tout, ne serait-il pas commode de faire le point sur la problématique de la modélisation et la simulation proprement dites. Ce sont effectivement deux expressions largement utilisées dans le langage scientifique, mais là où le vrai sens n'est pas d'une évidence absolue. Sans parler des fonctions réelles de la modélisation et de la simulation, quiconque ne peut contester le fait qu'elles ont toujours été un refuge pour les étudiants incapables de disposer ou de se procurer de matériel permettant d'effectuer de vraies expérimentations, ou pour ceux voulant entreprendre en toute sécurité leurs démarches scientifiques sans avoir à se préoccuper des risques ni du temps réel. Pour ne pas trop sous estimer ni marginaliser leur rôle, il convient de s'interroger qu'elle est donc en claire la modélisation et la simulation ?

## II Problématique de la modélisation et de la simulation

### II.1 Pourquoi modéliser ?

Il nous est arrivé de se confronter, dans même notre environnement scientifique, à des propos interrogatoires ressemblant au suivant; « Puisque on finira par changer l'outil défectueux (exemple : un moteur ayant subit une cassure de barre), il convient de le remplacer sur le coup que de s'engager dans de laborieuses réflexions afin de dévoiler tout ce qui entoure l'anomalie». Pour ne pas répondre avec ce qui paraît pour les uns évident et dire «c'est exactement l'objet de la maintenance », on se propose de citer le cas concret suivant. Il s'agit d'un extracteur d'air chaud d'un alternateur destiné à la production de l'électricité dans une centrale autonome implantée dans notre grand sud. L'entraînement de cet extracteur était assuré par un moteur asynchrone à cage placé dans un cornet de la toiture du hangar dit « salle des machines » qu'il paraissait d'un intérêt mineur. Par défaut de ne pas procéder au changement des roulements qui disposaient d'un graissage à vie, le jeu d'entrefer s'est mis à

fluctuer entraînant une excentricité rotorique sévère avant d'évoluer vers un contact front stator/rotor. Heureusement les bruits vibratoires qu'a suscité la panne étaient tellement discernables qu'ils étaient perceptibles par les agents au voisinage. Un arrêt du turbogénérateur à gaz est dès lors programmé en vue de procéder au changement du moteur. Malgré que dans l'ensemble, l'incident s'est bien terminé, il convient de noter que le fait de coïncider avec le week-end, la firme était obligée de payer aux fonctionnaires des heures supplémentaires et d'assurer la continuité de service par des groupes diesel qui coûtaient en DA/kWh, plus de trois fois le coût du kWh produit par la turbine à gaz. Dans le cas répandu d'une grande centrale de production, les bruits sonores sont si étourdissants qu'ils parvenaient souvent à dissimuler de tels bruits vibratoires. Le résultat est que le groupe turbogénérateur aurait risqué un déclenchement par protection 'haute température générateur' interrompant ainsi la production, ce qui impliquera parmi d'autres conséquences, une pénalisation coté distribution additionnée aux autres retombées précitées. Loin de là, il est à rappeler qu'en industrie, un défaut soudain ou à caractère intempestif, peut être une source fatale d'accidents. Tout cela serait épargné si une détection précoce de l'anomalie a eu lieu. La détection en elle-même aura dû signaler le défaut prématurément, alors que sa loi d'évolution si connue, aura été une donnée importante dans la détermination de la nature du défaut et la planification de l'intervention (moment d'action, pièces à changer, organes à inspecter....etc.).

Il en résulte qu'à nos jours le fait d'anticiper et de prédire un certain comportement dans le futur n'est pas une option, mais un acte indispensable visant à prévenir des pertes économiques colossales comparées au coût de la prédiction elle-même. Cela doit passer par la compréhension du mécanisme de fonctionnement de l'outil de travail et éventuellement de sa physique interne. Passant de la dynamique générale à la chimie et électricité en allant même vers les systèmes humains en économie et en sciences sociales et de l'éducation, l'étude de plus en plus fine a fait découler un ensemble de lois mathématiques définissant la conduite globale et prévoyant la réaction de ces systèmes sous l'effet d'une variation paramétrique entre autres. Le recours à ces lois vient du fait que les expériences pratiques sont souvent difficiles, coûteuses voire impossibles. Cet ensemble de lois définit le modèle. Le modèle en lui-même n'offre pas une vue claire des différents mécanismes tant que cela n'est pas concrétisé par son exploitation effective. Cette exploitation dans le cas d'un modèle à base d'équations différentielles, consiste à résoudre ces équations et définir l'évolution des différentes grandeurs formant sont état à n'importe quel instant (variables d'état). C'est ainsi qu'on parvient à la simulation. Modéliser et simuler sont des tâches nécessaires et bénéfiques

dans la mesure où l'on aperçoit les limites. Le modèle est souvent soutenu par la simulation numérique qui vise à l'exploiter et à générer sur un ordinateur un phénomène physique complexe en utilisant souvent des techniques issues des mathématiques appliquées et de l'analyse numérique. Elle constitue de ce fait une adaptation numérique de la modélisation mathématique, et aide à étudier le fonctionnement et les propriétés d'un système modélisé ainsi que deviner son évolution. Pour modéliser puis simuler une expérience ou mode opératoire, il est nécessaire de choisir des hypothèses de départ qui, dans grand nombre de cas, sont des hypothèses simplificatrices permettant de restreindre le problème et justifier les approximations prises.

## II.2 Critique épistémologique

L'utilisation de l'outil informatique apporte une aide précieuse, mais peut tout de même constituer un piège si le modèle n'est pas clair. Ce manque de clarté peut mener à un excès de confiance ou au contraire, de défiance vis-à-vis des résultats observés. La simulation numérique ne doit évidemment pas être fusionnée, comme elle le suggère, avec le réel. Un résultat de simulation a pour but de refléter la réalité, mais n'est jamais la réalité. La simulation numérique n'est qu'une représentation du réel assise sur le modèle théorique d'où elle dépendant. Il faut avant tout s'assurer de l'exactitude du modèle avant de se jeter dans l'interprétation. Si le modèle théorique ainsi informatisé est complètement fictif, les résultats calculés sont alors faux et peuvent entraîner des prises de décision erronées. En particulier, un modèle est construit pour un usage donné, et son emploi dans un autre contexte risque bien d'aboutir à de faux résultats. Ainsi, la modélisation, comme la simulation numérique, qui tend à devenir un outil essentiel dans la recherche scientifique du fait de sa rapidité de mise en œuvre, ne doit pas être utilisée sans prudence et prise de recul scientifique. L'étude critique des résultats, la vérification de la validité des modèles théoriques utilisés, la comparaison des résultats prédits avec l'expérience ...etc., sont autant de réflexes à avoir. Ceci permettra d'optimiser la procédure de prédiction et d'extrapolation, mais aussi, éviter de grands risques dans la prise de décisions [3],[4],[5].\*

\* : Ce passage est presque tiré intégralement des références [3],[4],[5]

### III Lecture sur les travaux antérieurs

#### III.1 Excentricité radiale

Si la modélisation effective de l'excentricité rotorique n'est connue que durant les années quatre-vingt dix, le formalisme général avait été établi des années avant. Dans le fameux ouvrage d' Ostovic [6], on peut trouver une prédiction de l'impacte de l'excentricité sur la forme de la permeance d'entrefer. D'une manière effective, Toliyat et al. dans [7] initiaient l'application de l'approche de la WFA dans la modélisation de l'excentricité statique. Bien que très adaptée à tenir compte de la vraie distribution des enroulements de la machine, la WFA ne permettait pas de toucher à la symétrie de l'entrefer. Pour cet effet, les résultats de [7] ainsi que [64] ne peuvent être considérés qu'une première approximation. Dans [8], une version affinée de la WFA dite ' fonction d'enroulement modifiée' (MWFA) est proposée. Cette forme est développée en faveur de la prise en compte de la non-uniformité radiale de l'entrefer. Ainsi, la modélisation de toute forme d'excentricité, à savoir l'excentricité statique, dynamique et mixte, est devenue possible.

Associée au model multi-enroulement, la WFA été le centre d'intérêt de plusieurs chercheurs ayant pour but commun, la modélisation dédiée au diagnostic. Pour se faire, Dorell et al. dans [9] étudiaient l'effet de l'excentricité dans la génération de forces radiales s'exerçant sur le rotor et désignés autrement par pôles magnétiques asymétriques (unbalanced magnetic poles). Une expression approchée de la fonction d'entrefer inverse est proposée de façon à simplifier la simulation et l'étude harmonique. Néanmoins, cette forme est d'autant plus précise que le degré d'excentricité est petit. A titre indicatif, la fonction d'entrefer inverse considérée pour l'excentricité statique est

$$g^{-1}(\varphi) = (1 + \rho \cdot \cos \varphi) \cdot g_0^{-1} \quad (\text{I.1})$$

$\rho$  est le degré d'excentricité. La course vers une modélisation plus exacte capable d'inclure n'importe quel degré d'excentricité a fait aboutir à des modèles exprimant la fonction d'entrefer inverse par son développement équivalent en série de Fourier. Si ce n'est pas pour pouvoir prédire les différentes composantes fréquentielles pouvant s'interférer dans les grandeurs électromagnétiques, c'est aussi pour parvenir à une expression analytique des intégrales indéfinies à la base de laquelle un calcul des inductances serait aisé [10]. Un tel formalisme est surtout recherché pour son erreur de calcul relativement faible et le temps de traitement réduit qu'il offre. Malgré cela, en fouillant les articles du sujet, il est possible de

rencontrer quelques modèles utilisant le développement précité associé à un calcul numérique des inductances [11]. Dans cette disposition, il nous semble qu'il est logiquement d'usage de s'abstenir à tout développement et de garder l'expression originale de la fonction, explicite soit-elle ou autre, si le calcul numérique se présente comme la seule issue. Faiz et al. dans [12] proposaient une formulation plus malléable de l'inductance basée sur la MWFA. Il annonçait par ailleurs que les  $(p+1)$  premiers termes de la fonction inverse de l'entrefer sont les plus significatifs.

Parler de l'excentricité laisse directement penser aux travaux de Nandi qui constituent une continuité des recherches entamées par Toliyat. Commencant par la modélisation puis les essais expérimentaux en passant par la simulation dynamique, l'objectif était de repérer d'une manière plus appropriée, les séries d'harmoniques déjà enregistrées par des travaux antérieurs. Parmi ces harmoniques, la série suivante concernant les composantes dites 'harmonique d'encoche rotoriques' ainsi que les raies caractéristiques de l'excentricité statique et dynamique [13]

$$f_{RSH+dy} = \left[ \left( \frac{k \cdot N_b \pm n_d}{p} \right) (1-s) \pm v_s \right] \cdot f_s \quad k=1,2,3\dots \quad (I.2)$$

De part et d'autre de la fondamentale, une série d'harmoniques imputée principalement à l'excentricité mixte est décrite par l'expression suivante [10]

$$f_{mix} = |f_s \pm k \cdot f_r| \quad k=1,2,3,\dots \quad (I.3)$$

Cependant, une étude analytique récente argumentée par une simulation numérique montre que les fréquences relatives à  $k$  pair dans (I.3) sont associées particulièrement à l'excentricité purement dynamique, et que l'excentricité statique une fois introduite, ne fait que compléter la série relative à  $k$  impair [14],[15]. Même si leurs amplitudes sont parfois sous le seuil de détectabilité, leur identification dans un spectre de simulation est un signe représentatif de la qualité du modèle.

Après son article traitant la modélisation de l'inclinaison des barres et de l'effet de l'évolution linéaire de la FMM le long des encoches [16], Joksimović et al. dans [11] proposaient une méthode de modélisation de l'excentricité dynamique basée sur un calcul des inductances assez simplifié. En fait, ils introduisent une fonction qui, après multiplication avec les inductances relatives à l'état sain, fait aboutir aux inductances dans le cas d'excentricité. Leur fondement est argumenté par des résultats de simulation et

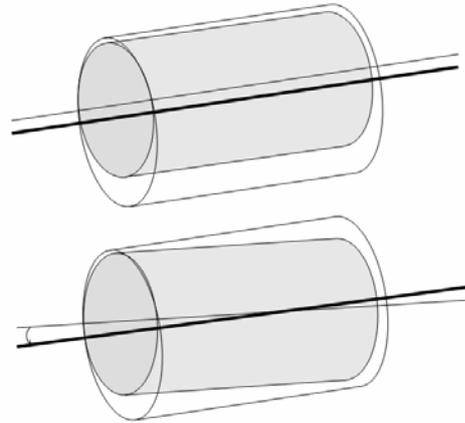
d'expérimentation faisant apparaître les raies de fréquences  $f_s \pm f_r$ . Sans doute, en penchant sur la modélisation de l'excentricité, on est souvent enthousiaste de voire immerger ces fameuses composantes dans son spectre de simulation afin de conclure quant à la qualité du modèle. Toutefois, les objectifs de la modélisation dédiée au diagnostic nous incite toujours à se rendre compte que l'apparition d'une raie préidentifiée ou d'une autre n'est pas une finalité en elle-même du moment où on sait d'avance d'après des études précédentes qu'elle doit y exister. Le plus intéressant est que sa loi d'évolution soit analogue à celle issus d'une machine réelle, et c'est ce qui restreint le nombre de moyens capables de refléter en modélisation l'état d'excentricité rotorique à ceux pouvant être issu de seulement une prise en charge physique du problème.

### III.2 Excentricité axiale

En parcourant la littérature, peu d'attention à l'envers de l'excentricité axiale peut être enregistrée. Dans le but d'exposer le fait que l'entrefer varie selon la direction axiale du rotor, beaucoup de désignations peuvent être trouvées, à savoir ; désalignement de l'arbre, excentricité inclinée, excentricité axiale ou bien non-uniformité axiale de l'entrefer (figure I.1). Des forces électromagnétiques agissant entre le rotor et le stator quand le rotor est incliné ont été traitées en considérant le mouvement excentrique de l'arbre rigide [17]. L'excentricité d'entrefer étudiée est exprimée comme étant la conséquence d'un mouvement de turbulence circulaire, d'un mouvement conique symétrique et de combinaisons des deux modes. Partant du circuit magnétique équivalent, une étude du régime transitoire et permanent des forces magnétiques déséquilibrées dans le cas de désalignement rotorique confirmait qu'une bonne évaluation de ces forces exige une précise modélisation de la fonction inverse de l'entrefer [18].

Dans [19], les auteurs vérifiaient à partir des études vibratoires théoriques et pratiques, la possibilité de détecter quelques formes de désalignement axial dans les grands moteurs asynchrones via la MCSA. Cela s'avérait possible en inspectant les harmoniques donnés par (I.3) correspondant à  $k = \pm 1, +2$  quand le niveau de désalignement augmente. Le travail reporte que les vibrations rotoriques des grands moteurs consistent principalement en une translation ou bien rotation rigide radiale. De ce fait, les modes de vibration sont fortement liés à la rigidité des roulements. Encore une fois, et d'un point de vue de distribution d'entrefer, il a été confirmé que ces modes peuvent être approximativement considérés

comme combinaisons entre une excentricité statique axiale et une excentricité dynamique axiale. Ainsi, une précise modélisation de la fonction d'entrefer est très requise.



**Figure I.1.** Déplacement uniforme et incliné de l'axe naturel du rotor.

Une première tentative d'étendre la MWFA afin qu'elle puisse inclure les nonuniformités axiales de l'entrefer était l'objet de [20] et plus tard [21] et [22]. Elle était interprétée comme étant une extension en 2-D de la MWFA. Par la suite, les saillances rotoriques dues aux excentricités radiales et axiales ont été employées dans la détection de ces défauts à partir de la composante homopolaire de la tension. Cela est achevé par l'application d'une excitation additionnelle pour un bref temps alors que la principale est débranchée [23]. Cette approche a été convenablement exploitée à cause de son habilité de tenir compte de ces saillances dans le model. Il convient de noter que [20] abordait le formalisme général, et que les profils des inductances ainsi que le comportement transitoire en présence d'excentricité axiale n'ont pas été élucidés. Dans [24], une large étude de l'excentricité statique axiale est élaborée. Cette étude prouvait que l'excentricité axiale statique exprime des caractéristiques similaires de l'excentricité statique radiale notamment en terme de raies spectrales. Ainsi, elle peut être détectée à partir des raies spectrales conventionnelles à l'exception du cas symétrique par rapport au point milieu de l'arbre du rotor. Ce même constat avait été signalé en bref dans [25] par simple observation des courbes d'inductances. Sachant que seulement les RSHs associés aux nombres de paire de pôles ne formant pas un multiple de trois peuvent être observés idéalement avec une source de tension équilibrée et des conditions de parfaite symétrie, le défaut d'excentricité peut être détecté grâce à ces harmoniques. En plus, il a été reporté que les harmoniques multiples de trois immergent uniquement en cas d'asymétrie structurelle, d'asymétrie au niveau de l'alimentation et en cas de couplage statorique étoile

avec neutre connecté [26][27]. À la fin de cette lecture, il est peut être utile d'indiquer qu'aucun des travaux susmentionnés n'a traité l'excentricité dynamique axiale et mixte axiale, les courbes des inductances et le comportement transitoire associé de la machine. D'autre part, dans l'analyse des machines asynchrones ayant un nombre de pôles relativement grand, un modèle géométrique précis doit être utilisé ou bien des extra termes dans le développement de la fonction inverse de l'entrefer employé dans [9] doivent être introduits. Ce que nous venons de citer ne sont que quelques points formant l'objet de cette thèse et des publications [28] et [29].

### III.3 Les courts-circuits entre spires

La détection prématurée d'un court-circuit entre spires peut épargner un défaut statorique fatal par propagation de ses conséquences vers les autres spires. Ainsi, il est possible de réduire considérablement le coût de maintenance et des arrêts pour réparation. Comme exposé dans d'antérieurs travaux, plusieurs techniques permettent la détection d'un court-circuit entre spires d'une façon plus ou moins performante. Penman et al. dans [30] ont utilisé le flux axial de fuite comme procédé de détection. Une grande bobine doit être placée autour de l'arbre afin de capter le flux de fuite pendant le fonctionnement du moteur. Aussi, les auteurs affirmaient que la position du défaut peut être définie par l'emploi de quatre bobines placées symétriquement dans quatre quadrants du moteur à une distance bien étudiée. Dans [31], les auteurs prouvaient via plusieurs essais expérimentaux dans des moteurs industriels qu'on peut diagnostiquer efficacement le court-circuit dans les moteurs asynchrones de basses tensions en utilisant la MCSA sur la base du suivi des fréquences répondant à la relation

$$f_{cc} = \left[ \frac{n}{p}(1-g) \pm k \right] \quad (I.4)$$

avec  $n=1,2,3,\dots$  et  $k=1,3,5,\dots$ . Par ailleurs, il a été montré dans [31] que ces composantes sont peut sensibles à la variation de la charge, ce qui n'est pas le cas quant à la détection basée sur le flux axial de fuite.

Dans [32], une technique basée sur la mesure de l'impédance ou le courant relatif à la séquence négative a été présentée. Cependant, la séquence négative peut aussi provenir du déséquilibre de tension d'alimentation, de la saturation magnétique...etc. Dans [33], Nandi et al. proposaient une nouvelle méthode basée sur la détection à partir de certains harmoniques

d'encoches rotoriques au niveau de la tension de phase pendant la déconnection du réseau d'alimentation. Dans [34], on propose d'observer le couple d'entrefer afin de diagnostiquer certains défauts rotoriques et statoriques. L'approche du vecteur de Park a été appliquée dans la même fin par suivie du comportement de la composante harmonique double de la fondamentale [35]. Il est montré que l'amplitude de cette composante est directement liée aux degrés de déséquilibre et au niveau d'asymétrie des enroulements de la machine.

En vue de prédire le comportement de la machine sous contrainte d'un court-circuit interne appliqué à ses enroulements, plusieurs modèles et études par simulation ont été publiés. Dans [36] Tallam et al. présentaient un modèle dynamique en utilisant la théorie de transformation des axes de référence. Les équations dynamiques sont établies dans l'espace d'état pour rendre facile une simulation numérique. Ce modèle faisait preuve de beaucoup de limitations à cause de la nature des hypothèses simplificatrices adoptées. Dans [37], Bachir et all suggéraient un nouveau modèle qui tient compte du court-circuit entre un jusqu'à plusieurs spires du bobinage statorique en introduisant des éléments de court-circuit dans le modèle de Park conventionnel. Après cela, il applique l'estimation paramétrique pour la détection et la localisation des défauts. Pas très loin, encore d'autres recherches ne différant pas beaucoup des précédentes peuvent être enregistrées [38][39][40]. Ghoggal dans [14] et Sahraoui et al. dans [41] et [42] exploitaient l'approche de la 2D-MWFA dans la modélisation du court-circuit tenant compte de l'inclinaison des barres, alors que Nandi dans [43] prévoyaient la détection à travers l'inspection de quelques composantes fréquentielles très liées avec l'état de saturation de la machine.

### **III.4 La Saturation magnétique**

La réduction de la composante fondamentale du couple avec l'apparition de couples parasites, synchrone et asynchrone, sont autant d'effets indésirables de la saturation magnétique dans les machines asynchrones. Cependant, que ce soit au niveau du corps de la machine ou au niveau des dents, la réduction de la perméabilité magnétique est la conséquence immédiate de la saturation. Cela donne naissance primordialement à l'harmonique trois mais aussi à une série d'harmoniques impaires dans la distribution du flux magnétique. En raison de beaucoup de ces propriétés, la modélisation de la saturation magnétique a été d'un intérêt particulier de puis des décennies.

Dans [44], l'effet de la saturation est considéré au niveau de la branche de magnétisation et la trajectoire des flux de fuite, alors que [45] et [46] discutent la dépendance

spatiale de la saturation. Du fait que le flux et tension d'entrefer contiennent la prédominante harmonique trois et les harmoniques d'encoches d'ordres supérieurs, les auteurs de [47] décrivaient une fonction entre l'harmonique trois de la tension statorique et la tension d'entrefer pour être utilisée dans la détermination de la position de la fondamentale du flux totalisé d'entrefer. D'autre part, le model implique une des premières formes de l'approche de la fonction d'enroulement bien qu'il soit destiné essentiellement au control direct par orientation de flux d'entrefer. Toujours dans l'axe d,q, [48] et [49] introduisent le concept de flux généralisé et inductance généralisée devenue l'origine de variété de modèles de saturation dans les machines à entrefer constant. La notion est définie comme étant une combinaison linéaire entre une sélection de variables d'état tout en imposant qu'elle soit alignée avec le phaseur relatif au courant de magnétisation. Sans parler de leur authenticité mathématique, l'auteur discutait un certain nombre de models possibles en fonction de l'ensemble des variables d'état sélectionnés. En outre, le travail examine la manière dont la saturation affecte chacun de ces models. Bien que l'approche concerne en premier degré le régime transitoire au démarrage d'un générateur asynchrone auto-excité, elle demeure un pas considérable vers la modélisation de la saturation magnétique à dépendance spatiale (cross saturation modelling).

Dans [50], la saturation est incluse en utilisant les fonctions relatives aux harmoniques magnétiques obtenues expérimentalement via la mesure des tensions et courants statoriques de la machine en marche à vide. Cela permet d'exprimer analytiquement la position du vecteur flux totalisé. Alors que dans [51], la position du flux magnétique est déterminée partant de tout les courants de phases statoriques et mailles rotoriques tout en respectant leurs positions angulaires. La distribution du flux est établie par éléments finis et à la base de cela, la coénergie est calculée en fonction des courants de magnétisation équivalents. A la différence des travaux précédents, ce travail introduit l'excentricité statique en plus de la saturation.

Du fait que la majorité des travaux se sont focalisé en la représentation des grandeurs dans les axes orthogonaux ainsi que les modules et formes des signaux, aucun des modèles résultants ne peut être considérés comme adéquat pour des applications en diagnostic. L'auteur de [52] à travers des essais de simulation est d'expérimentation, discutait l'influence de la saturation dans le contenu spectral des courants de ligne. Comme prédit dans [13] et [53], l'ensemble des fréquences caractéristiques émergeant dans le spectre résultant sous l'effet de la saturation est inclus dans la présente extension de (I.1)

$$f_{ecc+sat} = \left( \frac{(k.N_b \pm n_d)}{p} \cdot (1-s) \pm 2.n_{sat} \pm \nu \right) \cdot f_s \quad (I.5)$$

En plus, [52] constitue le premier travail consistant basé sur le référentiel naturel, l'approche de la fonction d'enroulement modifiée et le modèle multi-enroulement. Ces qualités l'ont rendu apte à inclure plusieurs asymétries structurelles et conditions de défauts. Du fait que le pic de la fonction d'entrefer inverse coïncide avec la dérivée par rapport au temps de la densité de flux d'entrefer, la position du flux d'entrefer est considérée comme étant l'argument du phaseur relatif à la tension d'entrefer. En ce qui concerne le coefficient de saturation, celui-ci est identifié à partir du rapport entre la composante fondamentale de la tension d'entrefer relative aux deux états de la machine; saturé et non saturé.

Tout récemment, en négligeant l'inclinaison des barres et les flux de fuite, les auteurs de [54] se sont basés sur le fait que le pic de la densité du flux d'entrefer se trouve selon l'arc de la maille rotorique qui possède la grande valeur du flux. En utilisant les flux totalisés de cette maille et les deux mailles adjacentes, une fonction linéaire menant à la position du flux d'entrefer est introduite. En outre, aucun tableau de valeurs (look-up tables) n'a été employé grâce à la nature analytique de la fonction initiée. Ce travail est effectivement parmi peu de tentatives traitant le sujet avec une attention particulière tenue à la réduction du temps de calcul est de traitement des données. Cependant, la fonction linéaire introduite n'a été vérifiée que pour deux points particuliers au lieu d'une argumentation générale.

## IV Les différents modèles

En réalité, parler de modèles de connaissance de la machine asynchrone fait pratiquement intervenir un seul modèle de base (tiré des lois de la physique) découlé d'une étude électromagnétique. Cette étude est représentée par les fameuses équations de Maxwell. Ce n'est pas le cas quand on parle des approches permettant de calculer les différents paramètres et résoudre l'ensemble de ces équations. Néanmoins, dans la littérature et d'une manière grossière, on considère souvent que les approches de résolution elles-mêmes sont généralement des spécificités de modèles propres. De ce fait, on va admettre que les modèles qu'on peut rencontrer différent en particulier par la structure adoptée de la machine, par l'approche de résolution et par les hypothèses de départ.

## **IV.1 Eléments finis**

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution de l'ensemble d'équations différentielles relative à la machine étudiée. Cette approche consiste à discrétiser le domaine d'étude en des éléments infiniment petits, ce qui traduit une simplification locale des équations. La résolution numérique est dès lors possible conduisant ainsi aux différentes grandeurs de la machine. Cette méthode est avantageuse dans le cas où on veut tenir compte de la courbe de magnétisation et de la géométrie réelle de la machine, mais elle a été toujours critiquée à cause du temps de traitement énorme qu'elle demande par rapport aux autres méthodes. De nos jours, il convient de signaler que les logiciels spécialisés et les processeurs hyper rapides sont devenus d'un grand perfectionnement qu'il est difficile de parler de temps de calcul [75].

## **IV.2 Réseaux de perméances (circuit magnétique équivalent)**

Cette méthode consiste à décomposer le circuit magnétique de la machine en des tubes de flux élémentaires [6]. Selon l'emplacement du tube de flux, on accorde une perméance relative correspondante. La machine sera dans ce cas représentée par tout un réseau de perméances qui peut être assimilé à un circuit électrique équivalent suite à une analogie permettant de remplacer les courants par des flux et les tensions par des potentiels magnétiques. Dans une telle modélisation, le fer est supposé avoir une perméance fixe, tandis que l'entrefer présente une perméance variable avec la rotation. De même, l'inconvénient de cette méthode réside dans le temps de traitement relativement grand [55],[84].

## **IV.3 Circuits électriques magnétiquement couplés (structure multi-enroulements)**

Essentiellement, cette approche considère que le fer est parfaitement perméable et que le rotor à cage enferme un nombre de phases égal au nombre de barres rotoriques additionné au nombre d'anneaux de court-circuit (deux). Ces phases sont composées d'une seule maille à une spire. Un tel modèle était une véritable prouesse dans la modélisation dédiée au diagnostic sachant que, comparée au modèle classique, celui-ci reflète mieux la structure réelle du rotor. Par conséquent, on doit s'attendre à ce que les courants des mailles rotoriques issus de la simulation numériques soient du même ordre de grandeur que les courants réels, et

de même en ce qui concerne le flux rotorique. Les cassures de barres, l'excentricité rotorique, le court-circuit entre spires, la saturation magnétique, les déséquilibres de phase ....etc. sont autant de situations que le modèle puisse incorporer. Il est à noter finalement que malgré qu'il soit conçu pour être appliqué aux machines à cage d'écureuil, le cas des rotors bobinés ne peut être considéré qu'un cas particulier [57].

## **V Conclusion**

Visiblement, les travaux traitant la modélisation de la machine asynchrone sont d'une multitude démesurée. Ceux s'intéressant de la modélisation dédiée au diagnostic occupent également une place privilégiée. En revanche, quelques équivoques y existent encore et peu d'entre ces modèles fait le point sur l'optimisation du temps de traitement des données, la gestion de la mémoire et la souplesse du modèle quant à la prise en charge conjointe ou séparée des différents effets et défauts. Partant du fait qu'un défaut peut engendrer un autre, laisse admettre que cette coexistence est la chose la plus probable en pratique. Ainsi, prévoir un modèle relativement fiable permettant de décrire ces différentes situations s'avère indispensable. C'est ce qui marque la problématique et les points de départ du deuxième chapitre.

# Chapitre II:

## Modélisation de la machine asynchrone triphasée à cage

## I Introduction

Les modèles cherchés doivent être assemblés de façon à répondre aux exigences pouvant être demandées à tout modèle dédié au diagnostic. Selon les cahiers de charge, il nous semble qu'on peut imposer au modèle d'être apte à:

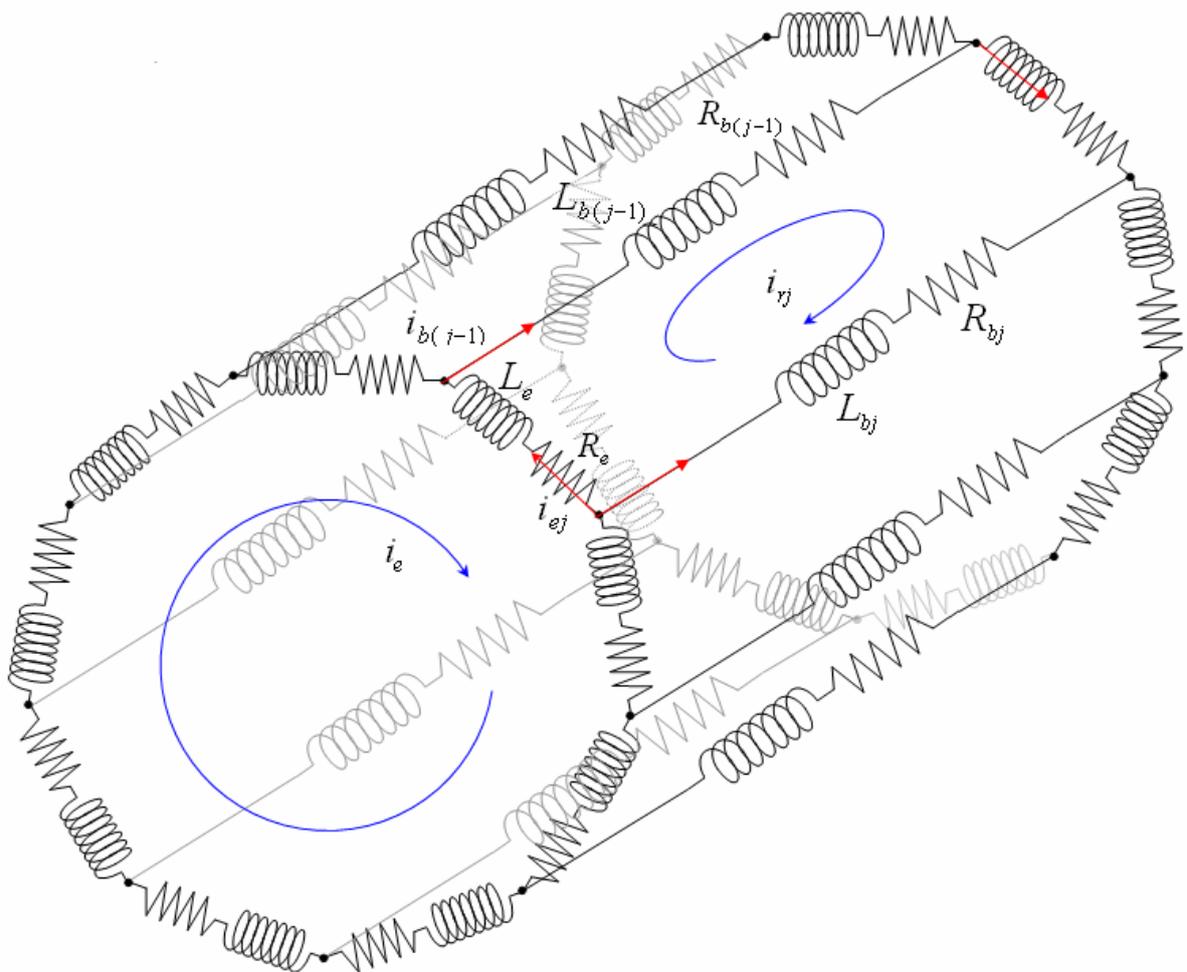
- 1) reconstituer et évaluer les différents paramètres, tel que les inductances, avec une erreur assez réduite.
- 2) inclure plusieurs effets structurels à la fois, tel que l'inclinaison des barres, la structure réelle des enroulements, la prise en charge de l'ouverture des encoches dans le calcul de l'évolution linéaire de la FMM le long des encoches, la saturation magnétique, la perméance d'encoches, l'effet de peau .....etc.
- 3) prendre compte des effets additionnels provenant des défauts intrinsèques et extrinsèques.
- 4) prendre compte des effets précités de façon regroupée et/ou dissociés.
- 5) offrir un temps de traitement relativement court.
- 6) être adapté avec souplesse à n'importe quel type de machine et défaut sans avoir à altérer sa structure d'origine.
- 7) être extensible pour tenir compte d'autres effets et défauts.
- 8) donner un aspect explicatif et informationnel. En fait, pour des fins pédagogiques et instructives, la clarté et simplicité sont des atouts supplémentaires.

Afin d'essayer de répondre à ces exigences, l'objectif de ce chapitre réside dans une reformulation appropriée du modèle général de la machine asynchrone triphasée à cage d'écureuil basé sur la représentation multi-enroulements. Actuellement, l'utilisation de cette configuration dans la modélisation dédiée au diagnostic est de coutume. Par contre, les approches permettant d'inclure les défauts et de calculer les inductances correspondantes demeurent, jusqu'à nos jours, un champ de contribution ouvert. Dans ce contexte, plusieurs solutions sont proposées. Toutefois, peu d'argumentations et de détails sur la procédure de calcul peuvent être repérés. Nous tentons ici de palier à ce fait par une extension des formalismes à un rang permettant aux intéressés d'imiter les mêmes étapes afin de s'en servir et d'entreprendre leurs tâches de modélisation à partir du dernier points atteint dans ce travail au lieu de passé un temps à l'explorer. Tout cela, en essayant de répondre aux besoins précités.

## II Modèle d'état de la machine

### II.1 Modèle multi-enroulements

La figure II.1 représente le rotor d'une machine asynchrone à cage assimilé à un enroulement polyphasé là où chaque maille est constituée de deux barres adjacentes et de deux portions d'anneau de court-circuit. Le circuit statorique est composé d'un enroulement triphasé qui peut être placé dans les encoches statoriques selon différentes manières définissant ainsi le type de bobinage adopté [56],[57]. Partant de cette structure, il serait possible d'établir les équations générales régissant le fonctionnement en se basant sur des hypothèses simplificatrices dont les plus importantes sont:



**Figure II.1.** Circuit électrique équivalent du rotor à cage basé sur la structure multi-enroulements.

1. Pas de saturation dans le circuit magnétique. Dans une dernière phase, seulement la saturation des dents sera considérée.
2. L'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.
3. Pas de phénomène de l'effet de peau.
4. La perméabilité du fer est supposée infinie.
5. L'effet de l'encochage dans le calcul de la perméance de l'entrefer est négligé.

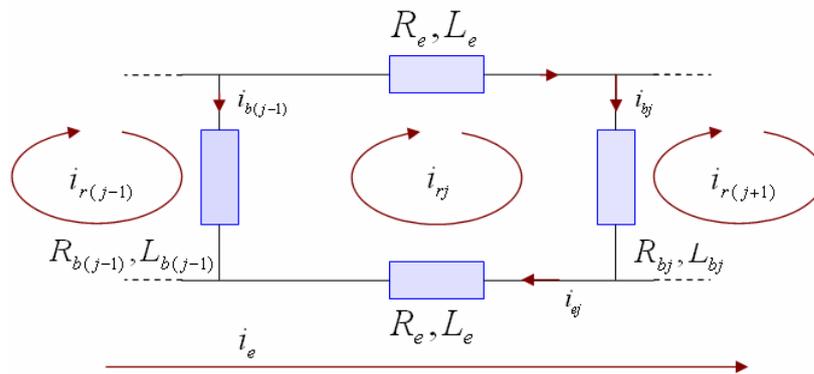
## II.2 Equations des tensions

La figure II.2 illustre une partie du circuit électrique équivalent d'une maille rotorique là où les barres rotoriques et les portions d'anneaux de court-circuit sont représentées par leurs résistances et inductances de fuite correspondantes. En faisant référence à cette figure, les équations des tensions des trois phases statoriques et des  $(N_b + 1)$  mailles rotoriques seront :

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d[\psi_s]}{dt}, \quad (II.1)$$

$$[V_r] = [R_r][I_r] + \frac{d[\psi_r]}{dt}, \quad (II.2)$$

où  $[\psi_s]$  et  $[\psi_r]$  représentent les vecteurs regroupant les flux totaux à travers les enroulements statoriques et rotoriques respectivement.  $[I_s]$  et  $[I_r]$  sont les vecteurs courants correspondants, avec :



**Figure II.2.** Circuit électrique équivalent de la maille rotorique.

$$[\psi_s] = [L_{ss}][I_s] + [L_{sr}][I_r], \quad (II.3)$$

$$[\psi_r] = [L_{rs}][I_s] + [L_{rr}][I_r], \quad (II.4)$$

$$[V_s] = [V_{sA} \ V_{sB} \ V_{sC}], \quad (\text{II.5})$$

$$[V_r] = [V_{r1} V_{r2} \dots V_{rN_b} V_{re}]^T, \quad (\text{II.6})$$

$$[I_s] = [i_{sA} \ i_{sB} \ i_{sC}]^T \quad (\text{II.7})$$

$$[I_r] = [i_{r1} i_{r2} \dots i_{rN_b} i_{re}]^T, \quad (\text{II.8})$$

tel que  $i_{rj}$  et  $i_{re}$  sont respectivement les courants de la  $j^{\text{ème}}$  maille rotorique et de l'anneau de court-circuit.  $V_{rj}$  et  $V_{re}$  sont les tensions correspondantes avec, pour un rotor à cage (mailles court-circuitées),  $V_{re} = 0$  et  $V_{rj} = 0$  ;  $j = 1, 2, \dots, N_b$ .

Les matrices des résistances sont des matrices symétriques.  $[R_s]$  est une matrice  $3 \times 3$ , tandis que  $[R_r]$  possède  $(N_b + 1) \times (N_b + 1)$  éléments qu'on peut reconstituer à partir des lois relatives aux circuits électriques. Soit dans ce cas:

$$[R_s] = r_s \cdot [I]. \quad (\text{II.9})$$

$$[R_r] = \begin{bmatrix} R_{r1} + R_{rN_b} + 2R_e & -R_{r1} & 0 & \dots & -R_{rN_b} & \vdots & -R_e \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & -R_{r(j-1)} & R_{rj} + R_{r(j-1)} + 2R_e & -R_{rj} & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -R_{rN_b} & 0 & \dots & \dots & R_{r(N_b-1)} + R_{rN_b} + 2R_e & \vdots & -R_e \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -R_e & \dots & \dots & \dots & -R_e & \vdots & N_b R_e \end{bmatrix}. \quad (\text{II.10})$$

Avec :  $[I]$  la matrice identité,  $r_s$  la résistance d'une phase statorique,  $R_{rj}$  la résistance de la  $j^{\text{ème}}$  barre rotorique et  $R_e$  la résistance d'un segment d'anneau de court-circuit.

Comme le montrent les expressions (II.11) et (II.12), les matrices d'inductances statoriques et rotoriques sont des matrices  $3 \times 3$  et  $(N_b + 1) \times (N_b + 1)$  respectivement exprimées en diagonales par les inductances propres de chaque enroulement, et dans le reste par les inductances mutuelles entre enroulements (phases statoriques ou mailles rotoriques). Les expressions détaillées des éléments de chaque matrice peuvent être trouvées dans [14] et [63].

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r1r2} - L_b & \cdots & L_{r1r(N_b-1)} & L_{r1rN_b} - L_b & \vdots & -L_e \\ L_{r2r1} - L_b & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & \cdots & L_{r2r(N_b-1)} & L_{r2rN_b} & \vdots & -L_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{r(N_b-1)r1} & L_{r(N_b-1)r2} & \cdots & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & L_{r(N_b-1)rN_b} - L_b & \vdots & -L_e \\ L_{rN_b r1} - L_b & L_{rN_b r2} & \cdots & L_{rN_b r(N_b-1)} - L_b & L_{mr} + 2(L_b + L_e) & \vdots & -L_e \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -L_e & -L_e & -L_e & -L_e & -L_e & \vdots & N_b L_e \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Quant à  $[L_{sr}]$ , elle comporte  $3 \times (N_b + 1)$  éléments qui constituent les inductances mutuelles entre les phases statoriques et les mailles rotoriques.  $[L_{sr}]$  est donnée par

$$[L_{sr}] = \begin{bmatrix} L_{Ar1} & L_{Ar2} & \cdots & L_{Ar(N_b-1)} & L_{ArN_b} & 0 \\ L_{Br1} & L_{Br2} & \cdots & L_{Br(N_b-1)} & L_{BrN_b} & 0 \\ L_{Cr1} & L_{Cr2} & \cdots & L_{Cr(N_b-1)} & L_{CrN_b} & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{II.13})$$

là où  $L_{Arj}$  représente l'inductance mutuelle entre la phase statorique  $A$  et la  $j^{\text{ème}}$  maille rotorique. Pour ce qui est de  $[L_{rs}]$ , c'est une matrice  $(N_b + 1) \times 3$  qu'on obtient de la même façon en posant à la place des  $L_{Arj}$  les inductances mutuelles  $L_{rjA}$ . De même pour ce qui est des phases  $B$  et  $C$ . Les inductances mutuelles entre chaque phase statorique et l'anneau de court-circuit sont négligées du fait qu'elles peuvent être assimilées à des bobines à axes perpendiculaires.

En regroupant les équations (II.1) et (II.2) dans une même équation matricielle, nous aboutissons à :

$$[V] = [R][I] + \frac{d([L][I])}{dt}, \quad (\text{II.14})$$

ce qui donne :

$$[V] = [R][I] + [I] \frac{d\theta_r}{dt} \cdot \frac{d[L]}{d\theta_r} + [L] \frac{d[I]}{dt}, \quad (\text{II.15})$$

$$[V] = [R][I] + [I]\Omega_r \cdot \frac{d[L]}{d\theta_r} + [L] \frac{d[I]}{dt}, \quad (\text{II.16})$$

tel que :

$$[V] = \begin{bmatrix} [V_s] \\ [V_r] \end{bmatrix}, \quad (\text{II.17})$$

$$[U] = [V_{sA} \ V_{sB} \ V_{sC} \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0]^T, \quad (\text{II.18})$$

$$[I] = \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_r] \end{bmatrix}, \quad (\text{II.19})$$

$$[I] = [i_{sA} \ i_{sB} \ i_{sC} \ i_{r1} \ i_{r2} \ \dots \ i_{rN_b} \ i_{re}], \quad (\text{II.20})$$

et

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_s] & 0 \\ 0 & [R_r] \end{bmatrix}, \quad (\text{II.21})$$

$$[R] = \begin{bmatrix} r_{sA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & r_{sB} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_{sC} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_r & -r_b & 0 & \dots & -r_b & r_e \\ 0 & 0 & 0 & -r_b & r_r & -r_b & \dots & 0 & r_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -r_b & r_r & \dots & 0 & r_e \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & -r_b & 0 & 0 & \dots & r_r & r_e \\ 0 & 0 & 0 & r_e & r_e & r_e & \dots & r_e & N_b \cdot r_e \end{bmatrix}. \quad (\text{II.22})$$

D'autre part

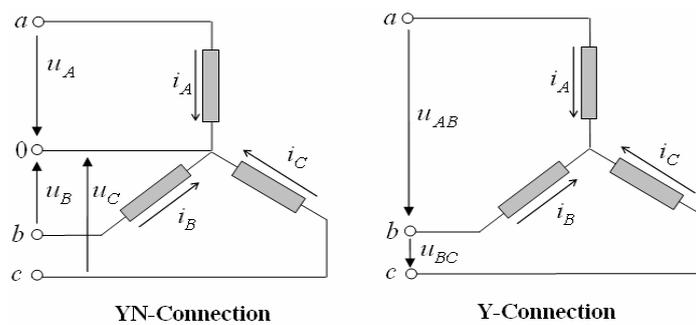
$$[L] = \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix}, \quad (\text{II.23})$$

Ou généralement

$$[L] = \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} & L_{Ar1} & L_{Ar2} & \dots & L_{ArN_b} & L_{Are} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} & L_{Ar1} & L_{Br2} & \dots & L_{BrN_b} & L_{Bre} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C & L_{Ar1} & L_{Cr2} & \dots & L_{CrN_b} & L_{Cre} \\ L_{r1A} & L_{r1B} & L_{r1C} & L_{r1} & L_{r1r2} & \dots & L_{r1rN_b} & L_{r1re} \\ L_{r2A} & L_{r2B} & L_{r2C} & L_{r2r1} & L_{r2} & \dots & L_{r2rN_b} & L_{r2re} \\ L_{r3A} & L_{r3B} & L_{r3C} & L_{r3r1} & L_{r3r1} & \dots & L_{r3rN_b} & L_{r3re} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ L_{rN_bA} & L_{rN_bB} & L_{rN_bC} & L_{rN_br1} & L_{rN_br2} & \dots & L_{rN_b} & L_{rN_bre} \\ L_{reA} & L_{reB} & L_{reC} & L_{rer1} & L_{rer2} & \dots & L_{rerN_b} & N_b \cdot L_{re} \end{bmatrix} \quad (II.24)$$

Les détails concernant les composants de  $[L]$  peuvent être triés des équations (II.11), (II.12) et (II.13).  $\theta_r$  est la position angulaire du rotor ou angle mécanique mesurée par rapport à une référence de phase fixe par rapport au stator.  $\Omega_r = d\theta_r / dt$  représente la vitesse mécanique de l'arbre de la machine. Dans le cas d'un couplage étoile avec neutre connecté (figure II.3), le système doit être réarrangé de manière à assurer la condition faisant que la somme des courants de phase est nulle. Au lieu de considérer dans le système d'état les tensions simples, on écrit les équations relatives aux tensions composées qui demeurent inchangées quelque soit le couplage [56],[57]. Cela peut être obtenu en procédant comme suit :

- Soustraire les éléments correspondants à la deuxième ligne de ceux de la première ligne des matrices  $[U]$ ,  $[R]$  et  $[L]$ ;
- Soustraire les éléments correspondants à la troisième ligne de ceux de la deuxième ligne des matrices  $[U]$ ,  $[R]$  et  $[L]$ ;
- Assigner la valeur 0 à la troisième ligne de la matrice colonne  $[U]$ ;
- Assigner la valeur 1 aux éléments de la première jusqu'à la troisième colonne dans la troisième ligne des matrices  $[R]$  et  $[L]$ , et 0 aux autres



**Figure II.3.** Couplage étoile avec neutre connecté (gauche) et avec neutre libre (droite).

### II.3 Equations mécaniques

Selon l'application à laquelle est désigné le moteur, il est possible de définir l'équation mécanique du mouvement comme suit

$$J_T \cdot \frac{d\Omega_r}{dt} + f_V \Omega_r = C_e - C_r, \quad (\text{II.25})$$

$C_e$  est le couple électromagnétique,  $C_r$  le couple résistant,  $f_V$  le coefficient de frottement visqueux et  $J_T$  le moment d'inertie total des parties tournantes. Pour un circuit magnétique linéaire, la co-énergie est égale à l'énergie magnétique emmagasinée. De ce fait vient

$$C_e = \left[ \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} \right]_{(I_s, I_r, \text{constant})}, \quad (\text{II.26})$$

avec:

$$W_{co} = \frac{1}{2} \cdot [I]^T \cdot [L] \cdot [I], \quad (\text{II.27})$$

ce qui donne finalement l'expression du couple électromagnétique.

$$C_e = \frac{1}{2} \cdot [I]^T \cdot \frac{d[L]}{d\theta_r} \cdot [I]. \quad (\text{II.28})$$

Si  $[L_{ss}]$  et  $[L_{rr}]$  sont constantes, on obtient l'équation suivante du couple:

$$C_e = \frac{1}{2} \cdot [I_s]^T \cdot \frac{d[L_{sr}]}{d\theta_r} \cdot [I_r]. \quad (\text{II.29})$$

### II.4 Système d'équations différentielles

Nous pouvons regrouper les équations des tensions et l'équation mécanique dans une représentation matricielle unique pour aboutir à [58]:

$$\begin{bmatrix} [V] \\ -C_r \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( [R] + \Omega_r \frac{d[L]}{d\theta_r} \right) & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} [I]^T \frac{d[L]}{d\theta_r} & f_V & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [I] \\ \Omega_r \\ \theta_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [L] & 0 & 0 \\ 0 & J_T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{[I]} \\ \dot{\Omega}_r \\ \dot{\theta}_r \end{bmatrix}, \quad (\text{II.30})$$

et une forme condensée :

$$[U] = [B] \cdot [X] + [A] \cdot [\dot{X}] \quad , \quad (\text{II.31})$$

où le vecteur  $[\dot{X}]$  peut être écrit comme suit :

$$[\dot{X}] = [A]^{-1} \cdot [U] - [A]^{-1} \cdot [B] \cdot [X]. \quad (\text{II.32})$$

Nous faisons ainsi apparaître le vecteur d'état  $[X]$  et le vecteur  $[U]$  contenant les grandeurs externes à la machine tel que :

$$[U] = \begin{bmatrix} [V] \\ -C_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

et

$$[X] = \begin{bmatrix} [I] \\ \Omega_r \\ \theta_r \end{bmatrix}. \quad (\text{II.34})$$

avec la définition des matrices **A** et **B** donnée par:

$$[A] = \begin{bmatrix} \left( [R] + \Omega_r \frac{d[L]}{d\theta_r} \right) & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} [I]^T \frac{d[L]}{d\theta_r} & f_v & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [L] & 0 & 0 \\ 0 & J_T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.36})$$

On se retrouve ainsi face à un système d'équations différentielles non linéaires et paramétriques régissant le fonctionnement de la machine. Pour parvenir à le résoudre, une méthode numérique doit être mise en œuvre. La méthode explicite de Runge-Kutta s'avère la plus utilisée dans ces cas. Bien avant ça, nous devons définir les matrices **A** et **B** de manière à traduire la constitution et l'état interne de la machine. C'est ainsi qu'on parvient à la tâche délicate de la modélisation.

## III Modélisation de la machine

### III.1 Modélisation des défauts

#### III.1.1 Cassures de barres

Une cassure d'une barre peut être totale ou bien partielle. Partant de la structure multi-enroulements, la cassure partielle d'une barre est souvent modélisée par élévation de sa résistance à des taux reflétant le degré de sévérité voulu. Un tel procédé repose sur le fait qu'une barre fracturée a tendance à présenter d'avantage d'opposition ou bien résistance au passage du courant électrique vu que sa section est l'objet d'un rétrécissement. Néanmoins, cet effet n'a jamais été considéré au niveau du calcul des inductances parce que celles-ci sont liées plutôt au nombre de tours que de la section de la barre. Notons que le taux d'augmentation de la résistance de la barre est très lié au pas de simulation, par ailleurs, un choix adéquat de ces deux valeurs fait éviter de fatales divergences au niveau du programme numérique.

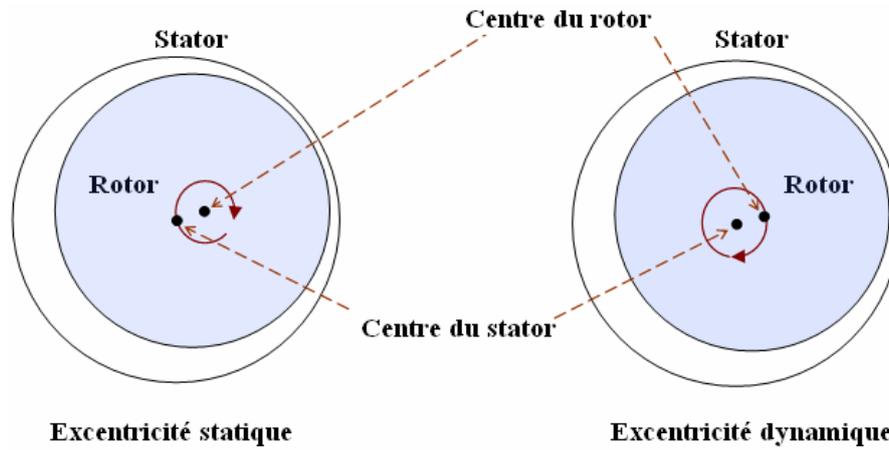
Une cassure totale se traduit par l'annulation complète de la branche équivalente dans la structure multi-enroulements diminuant ainsi le nombre de mailles rotoriques à flux radiaux à  $(N_b - 1)$ . Les mailles résultantes ne sont plus identiques ce qui impose une restructuration du modèle d'état. Bien que réalisable en simulation, la déconnection complète de la branche que constitue la barre en défaut est très rare dans les machines à rotor coulé. Cela laisse admettre qu'effectivement, la cassure d'une barre est le plus souvent une cassure partielle. Ce qui est dit au sujet des défauts de barres ne diffère pas du cas des défauts d'anneau de court-circuit. En fait, au niveau d'une maille rotorique, les mêmes effets engendrés par une cassure de barre peuvent surgir suite à une cassure d'une portion d'anneau de court-circuit [59].

#### III.1.2 Excentricité

##### III.1.2.1 Types d'excentricité

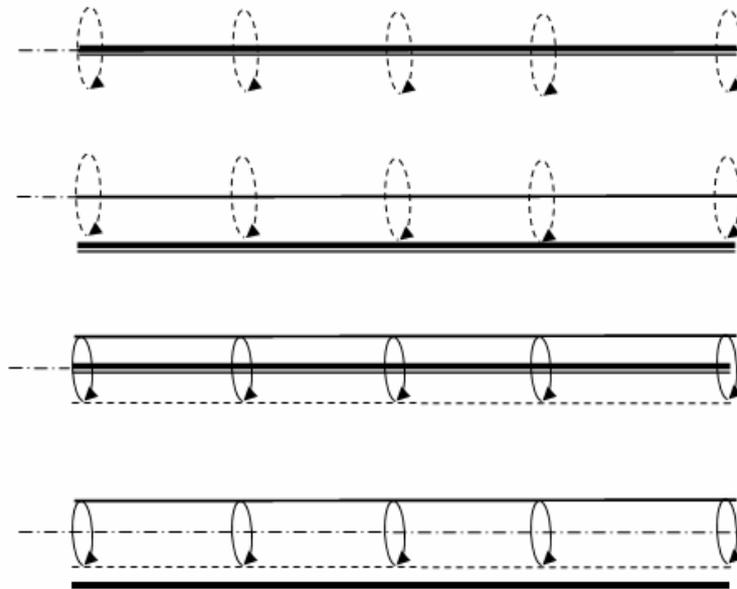
Les figure II.4, II.5, II.6 et II.7 illustrent deux importants cas fréquents d'excentricité d'entrefer répartie selon la direction d'évolution ; L'excentricité radiale et l'excentricité axiale. Alors que dans la figure II.4 et II.6 les deux types d'excentricité sont distinguées à n'importe quel moment par la position, parallèle ou inclinée, du rotor par rapport au stator, les figure II.5 et II.7 tentent de les expliquer en terme de mouvement relatif des axes pour finalement déceler les cas présumés. On estime que cette représentation est meilleur tant pour l'assimilation du phénomène et l'identification des différents modes possibles que pour la modélisation du

défaut.

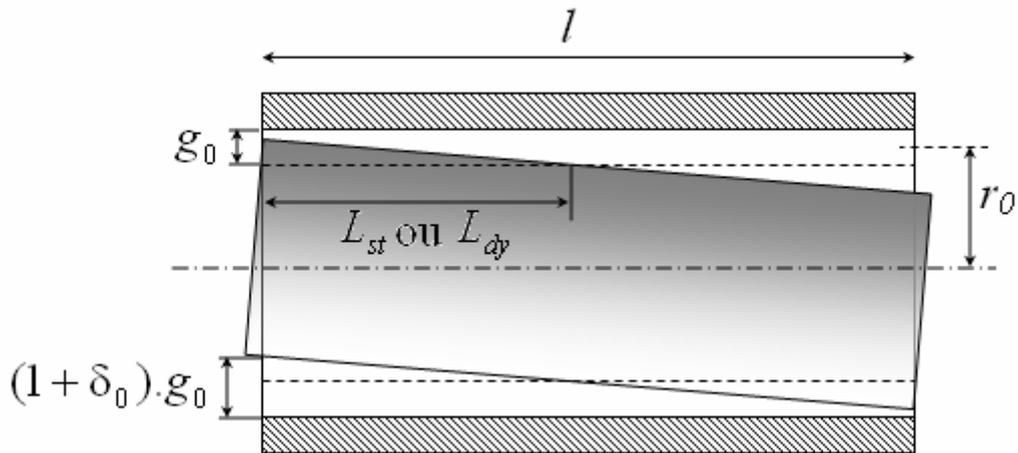


**Figure II.4.** Mouvement relatif des centres de rotation en cas d'excentricité.

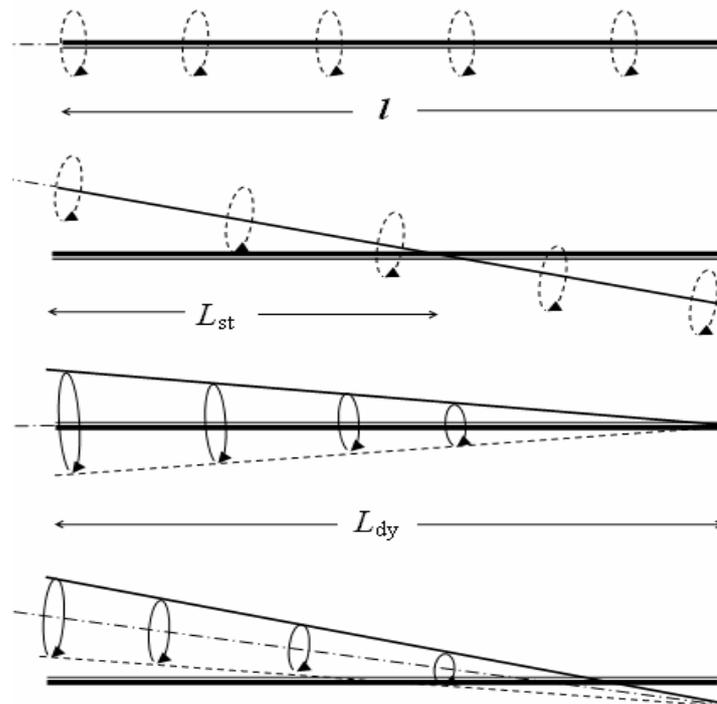
Tel que montré, dans l'excentricité radiale statique, l'axe de symétrie du rotor est superposé à l'axe de rotation qui se trouve décalé par rapport à l'axe de symétrie du stator. Dans l'excentricité dynamique, l'axe de symétrie du rotor est décalé de son axe de rotation qui est maintenant confondu avec l'axe du stator. Dans l'excentricité radiale mixte, les trois axes décrits sont décalés l'un par rapport à l'autre (Figure II.5).



**Figure II.5.** Illustration de l'excentricité radiale. De haut en bas, cas symétrique, excentricité statique, dynamique et mixte.



**Figure II.6.** Illustration des termes  $L_{st}$  et  $L_{dy}$  caractérisant l'excentricité axiale.



**Figure II.7.** Illustration de l'excentricité axiale. De haut en bas, cas symétrique, excentricité statique (cas où  $L_{st} < l$ ), excentricité dynamique (cas où  $L_{dy} = l$ ) et une variante de l'excentricité mixte axiale.

L'excentricité radiale est bien expliquée dans plusieurs travaux. Le cas le plus probable dans la pratique est que cette nonuniformité de l'entrefer dépende de la longueur axiale de la machine, c'est à dire varie en allant du bout de l'arbre de la machine à l'autre. Une étape importante dans la modélisation de l'excentricité axiale est d'imaginer comment celle-ci peut se reproduire. Pour s'y faire, on introduit les grandeurs  $L_{st}$  et  $L_{dy}$  définies comme étant les

positions de la section concentrique du rotor en allant du bout à l'autre en cas d'excentricité axiale statique et dynamique respectivement (Figure II.6). Ces deux grandeurs additionnées au degré d'excentricité frontal (ou bien final) correspondant à  $z=0$ , définissent suffisamment le type d'excentricité axiale en question. D'une façon illustrative, la figure II.7 montre qu'en cas d'excentricité axiale statique, l'axe naturel du rotor est toujours confondu avec l'axe de rotation et est incliné par rapport à l'axe du stator. Dans l'excentricité axiale dynamique, l'axe de symétrie du rotor est incliné par rapport à l'axe du stator qui se trouve cette fois-ci confondu avec l'axe de rotation. Il est possible d'imaginer des combinaisons de tous ces modes (radiaux et axiaux) donnant naissance à des variantes de l'excentricité axiale mixte.

### III.1.2.2 Modélisation de l'excentricité

L'excentricité du rotor est prise en charge dans une tâche de modélisation par attribution d'une variation sinusoïdale de la fonction épaisseur d'entrefer souvent désignée par fonction d'entrefer. Cette variation est liée à la fois à la nature du mouvement de l'axe de symétrie du rotor et de sa position relative au sens d'évolution [20]. Ainsi vient

$$g(\varphi, z, \theta_r) = g_0 \cdot [1 - \delta_s(z) \cdot \cos(\varphi) - \delta_d(z) \cdot \cos(\varphi - \theta_r)] \quad (\text{II.37})$$

Ce qui peut être écrit d'une autre manière

$$g(\varphi, z, \theta_r) = g_0 [1 - \delta(z) \cdot \cos(\varphi - \rho(\theta_r))] \quad (\text{II.38})$$

avec

$$\delta(z) = \sqrt{\delta_s(z)^2 + \delta_d(z)^2 + 2\delta_s(z)\delta_d(z) \cdot \cos(\rho(\theta_r))} \quad (\text{II.39})$$

et

$$\rho(\theta_r) = \arctan\left(\frac{\delta_d(z) \sin(\theta_r)}{\delta_s(z) + \delta_d(z) \cos(\theta_r)}\right) \quad (\text{II.40})$$

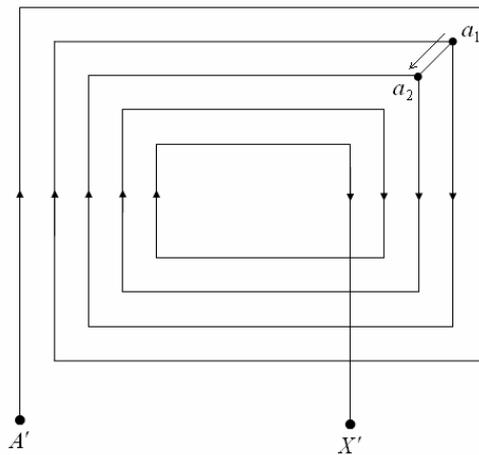
Comme viendra par la suite, l'expression (II.38) n'intervient pas directement dans le calcul du flux et, par conséquent, de l'inductance. On aura besoin de son inverse définissant en grande partie la perméance de l'entrefer. Une contrainte quant à la résolution analytique des intégrales impose l'emploi d'un développement approprié permettant d'atteindre cet objectif. A cette fin, en cas d'excentricité radiale, la fonction inverse de l'entrefer peut être modélisée par  $p$  harmoniques relatifs à son développement en série de Fourier [12]. Soit

$$\begin{cases} g^{-1}(\varphi, \theta_r) = P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k \cdot \{\varphi - \rho(\theta_r)\}] \\ P_0 = \langle g^{-1} \rangle = \left( \frac{1}{g_0 \sqrt{1 - \delta^2}} \right), P_k = 2 \cdot P_0 \cdot \left( \frac{1 - \sqrt{1 - \delta^2}}{\delta} \right) \quad \text{et } k = 1, 2, \dots, p. \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

### III.1.3 Courts-circuits entre spires

#### III.1.3.1 Exemple élémentaire

Soit le simple exemple élémentaire d'une bobine  $A' - X'$  à cinq spires occupant deux encoches tel que représente la figure II.8. Lorsqu'un court-circuit apparaît entre les points de contact  $a_1$  et  $a_2$  on obtient quatre spires en série et une spire additionnelle court-circuitée. Il en résulte moins de spires effectives dans le circuit de la phase; donc un affaïssement de la FMM résultante et la création d'une nouvelle maille court-circuitée [39],[14].



**Figure II.8.** Représentation élémentaire d'un court-circuit entre spires.

#### III.1.3.2 Système d'équations correspondant

La figure II.9 représente le circuit statorique équivalent du nouveau système avec deux branches additionnelles,  $sd$  relatives aux spires court-circuitées et  $scontact$  relative à la branche de court-circuit.  $R_{sA}$  est la résistance de la phase après court-circuit,  $R_{sd}$  représente la résistance effective de la branche court-circuitée, tandis que  $R_{scontact}$  est la résistance de la branche de court-circuit qui doit être très grande à l'état sain. La simulation du court-circuit brusque consiste à faire annuler en un instant  $t_{cc}$  la résistance  $R_{scontact}$ . Quant au model mathématique, la formulation de base relative au système d'équations différentielles données

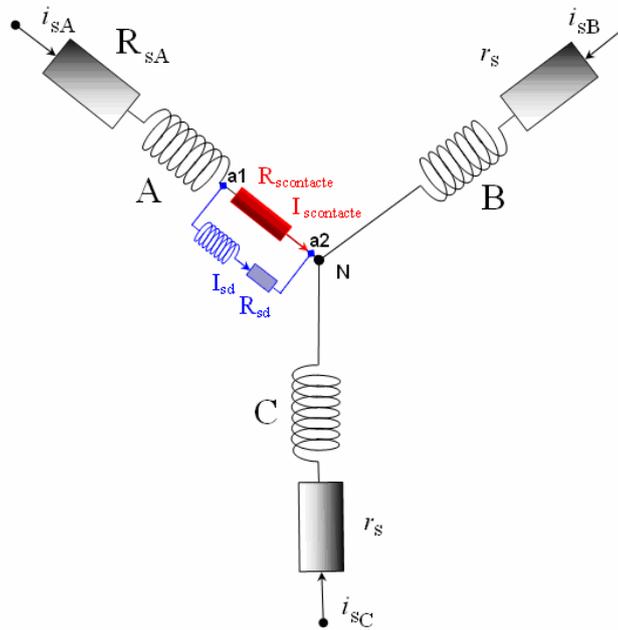
par (II.32) ne subit pas de grands changements à part l'extension des vecteurs tension et courant en leurs nouvelles expressions données par

$$[V_s] = [V_{sA} \ V_{sB} \ V_{sC} \ V_{sd} \ V_{scontact}]^T \quad (\text{II.42})$$

et

$$[I_s] = [i_{sA} \ i_{sB} \ i_{sC} \ i_{sd} \ i_{scontact}]^T, \quad (\text{II.43})$$

et par conséquent, la réinitialisation des matrices inductances et résistances en tenant compte des branches nouvellement introduites.



**Figure II.9.** Modèle d'un circuit statorique contenant un court-circuit entre spires.

## III.2 Outils pour le calcul des inductances

### III.2.1 Extension en 2D de la fonction d'enroulement modifiée (2D-MWFA)

Pour formuler le problème, nous faisons référence à la machine asynchrone élémentaire de la figure II.10 qui regroupe deux masses cylindriques séparées par un entrefer, l'une d'elle creuse et représente le stator, et l'autre représente le rotor. Soit  $abcd$  un contour arbitraire défini par rapport à une référence de phase fixée sur le stator, par rapport à une référence axiale le long de l'arbre de la machine et par rapport à la position  $\theta_r$  du rotor. Pour une

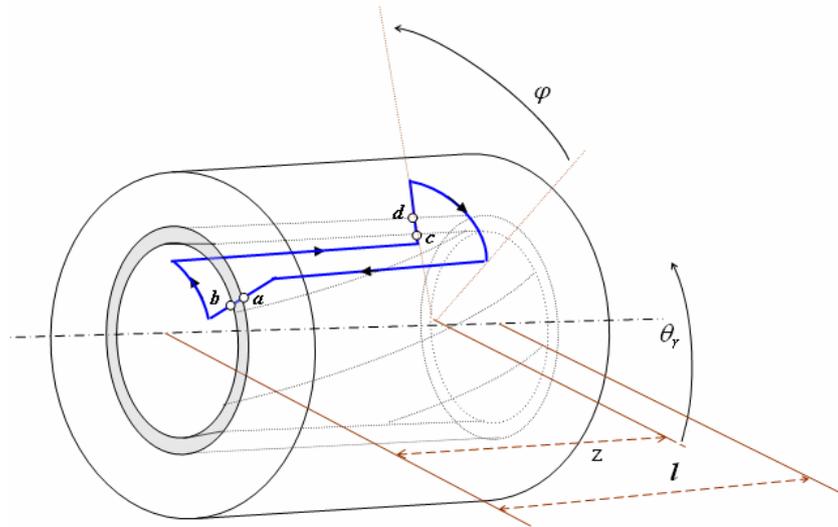
position  $\theta_r$ , nous retrouvons les points  $a$  et  $b$  à  $\varphi_0 = 0$  et  $z_0 = 0$ , et à  $\varphi$  et  $z$  nous retrouvons  $c$  et  $d$ .  $a$  et  $d$  sont situés sur la surface interne du stator, et  $b$  et  $c$  sur la surface externe du rotor [20]. Afin de parvenir à l'expression de la fonction d'enroulement modifiée, nous reprenons les mêmes étapes expliquées dans [8] mais cette fois en faisant intervenir la dimension axiale.

Selon le théorème de Gause, on a:

$$\oint_{\mathbf{S}} \mathbf{B} \, ds = 0, \quad (\text{II.44})$$

ce qui signifie que l'intégrale sur une surface fermée de la densité du flux magnétique est nulle. Soit  $S$  la surface d'un volume cylindrique mesuré par rapport au rayon moyen de l'entrefer. (II.44) peut être écrite en fonction de l'intensité du champ magnétique  $\mathbf{H}$  tel que :

$$\int_0^{2\pi l} \int_0^{2\pi l} \mu_0 \mathbf{H}(\varphi, z, \theta_r) r dz d\varphi = 0. \quad (\text{II.45})$$



**Figure II.10.** Machine asynchrone élémentaire.

Sachant que  $\mathbf{H} = F / g$ .  $g$  étant la fonction d'entrefer définie à n'importe quel point de coordonnées  $(\varphi, z)$ , l'équation (II.45) devient :

$$\mu_0 r \int_0^{2\pi l} \int_0^{2\pi l} \frac{F(\varphi, z, \theta_r)}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi = 0. \quad (\text{II.46})$$

D'un autre côté, et conformément à la loi d'Ampère, nous avons:

$$\oint_{abcd} \mathbf{H}(\varphi, z, \theta_r) dl = \int_{\Omega} J ds, \quad (\text{II.47})$$

$\Omega$  est la surface enfermée par le contour  $abcd$ . Cette expression pourra être écrite en fonction du nombre de tours enfermés par le contour en objet et parcourus par un même courant  $i$ . Soit dans ce cas

$$\oint_{abcd} \mathbf{H}(\varphi, z, \theta_r) dl = n(\varphi, z, \theta_r) i. \quad (\text{II.48})$$

La fonction relative au nombre de tours  $n(\varphi, z, \theta_r)$  est appelée fonction de distribution ou fonction de tours spatiale. Dans le cas des machines électriques, elle est généralement associée à une bobine élémentaire ou bien à un enroulement constitué de plusieurs bobines.

En terme de FMM, (II.48) peut être écrite comme suit :

$$F_{ab}(0,0,\theta_r) + F_{bc} + F_{cd}(\varphi, z, \theta_r) + F_{da} = n(\varphi, z, \theta_r) i. \quad (\text{II.49})$$

Etant donné que les parties en fer sont supposées infiniment perméables, nous pouvons admettre que  $F_{bc}$  et  $F_{da}$  sont nulles, ainsi, (II.49) peut être réécrite de la façon suivante

$$F_{ab}(0,0,\theta_r) + F_{cd}(\varphi, z, \theta_r) = n(\varphi, z, \theta_r) i. \quad (\text{II.50})$$

Par division des deux membres de l'équation (II.50) par la fonction d'entrefer  $g(\varphi, z, \theta_r)$ , et par intégration de la nouvelle expression en allant de  $(\varphi, z) = (0,0)$  jusqu'à  $(2\pi, l)$  on obtient

$$\int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{F_{ab}(0,0,\theta_r)}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi + \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{F_{cd}(\varphi, z, \theta_r)}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{n(\varphi, z, \theta_r) i}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi. \quad (\text{II.51})$$

Tenant compte de (II.46), (II.51) se réduit à l'expression suivante

$$F(0,0,\theta_r) \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{1}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^l \frac{n(\varphi, z, \theta_r) i}{g(\varphi, z, \theta_r)} dz d\varphi. \quad (\text{II.52})$$

On définit la valeur moyenne de la fonction d'entrefer inverse  $\langle g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) \rangle$  tel que

$$\langle g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{l} \int_0^l g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) dz \right] d\varphi. \quad (\text{II.53})$$

A partir de (II.52) et (II.53) il est possible de tirer l'expression de  $F(0,0,\theta_r)$ , et en la remplaçant dans (II.50), nous aboutissons à

$$F(\varphi, z, \theta_r) = n(\varphi, z, \theta_r) i - \frac{1}{2\pi l \langle g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) \rangle} \int_0^{2\pi l} n(\varphi, z, \theta_r) g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) i dz d\varphi. \quad (\text{II.54})$$

Ainsi, on parvient à l'expression donnant la forme étendue de la fonction d'enroulement modifiée en divisant les membres de (II.54) par le courant  $i$ .

$$N(\varphi, z, \theta_r) = n(\varphi, z, \theta_r) - \frac{1}{2\pi l \langle g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) \rangle} \int_0^{2\pi l} n(\varphi, z, \theta_r) g^{-1}(\varphi, z, \theta_r) dz d\varphi. \quad (\text{II.55})$$

Il est à remarquer que cette expression ne tient aucune restriction quant à l'uniformité axiale, notamment, en terme d'inclinaisons des encoches ou excentricité axiale. Si on néglige toute asymétrie axiale, on parvient à l'expression habituelle de la fonction d'enroulement modifiée [8]. Par ailleurs, il convient d'attirer l'attention que l'appellation « fonction d'enroulement » était adoptée lorsque celle-ci dépendait seulement de l'enroulement correspondant. Remarquons que dans le cas actuel, (II.55) montre bien que l'épaisseur de l'entrefer intervient en même titre que la fonction de distribution du bobinage.

### III.2.2 Rayon de courbure ou rayon polaire ?

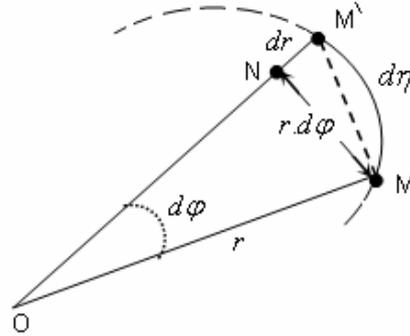
Le flux élémentaire dans l'entrefer mesuré par rapport à un élément de section  $ds = dz.d\eta$  est :

$$d\phi = \mu_0 F(\varphi, z, \theta_r).g^{-1}(\varphi, z, \theta_r).dz.d\eta \quad (\text{II.56})$$

En cas de non uniformité de l'entrefer, l'arc élémentaire  $d\eta$  limitant  $ds$  n'est pas circulaire (figure II.11). Si nous voulons bien tenir compte de la section non-circulaire de l'entrefer, nous devons l'exprimer par rapport à son rayon de courbure et non pas au rayon polaire  $r$  qui est mesuré en faisant référence à un point fixe. Néanmoins, l'obtention d'une approximation mathématique utilisant seulement  $r$  se révèle possible [85],[29]. Soit

$$d\eta = \sqrt{(dr / d\varphi)^2 + r^2} \cdot d\varphi \quad (\text{II.57})$$

En cas d'excentricité, la fonction d'entrefer peut être donnée par (II.37) et (II.38). L'expression du rayon moyen de l'entrefer en cas de nonuniformité de l'entrefer est



**Figure II.11.** Représentation de l'élément de l'arc non-circulaire

$$r(\varphi, z, \theta_r) = r_0 + \frac{\Delta g(\varphi, z, \theta_r)}{2} \quad (\text{II.58})$$

Soit

$$r(\varphi, z, \theta_r) = r_0 - 0.5g_0 \cdot \delta(z) \cdot \cos(\varphi - \rho(\theta_r)), \quad (\text{II.59})$$

et

$$(dr/d\varphi) = 0.5 \cdot g_0 \cdot \delta(z) \cdot \sin(\varphi - \rho(\theta_r)). \quad (\text{II.60})$$

La machine asynchrone possède un entrefer relativement petit. Du fait que  $\delta < 1$ , il est facile de constater que

$$\begin{cases} 0.5g_0 \cdot \delta(z) \cdot \cos(\varphi - \rho(\theta_r)) < 0.5g_0 \ll r_0 \\ (dr/d\varphi)^2 < 0.25 \cdot g_0^2 \ll r^2(\varphi, z, \theta_r) \end{cases} \quad (\text{II.61})$$

Pour des valeurs physiquement raisonnables de  $r$  et  $g_0$ , l'approximation (II.61) est valable dans la plus part des cas. En conséquence, à partir de (II.57), (59) et (II.61), on peut assumer que  $r(\varphi, z, \theta_r) = r_0$  et  $d\eta = r_0 d\varphi$ . Ainsi obtient-on la première approximation susceptible d'aider à réussir des intégrations analytiques menant aux inductances de la machine en cas d'excentricité radiale.

### III.2.3 Expression des inductances

Il est à noter qu'à ce moment là, tout variable défini initialement par rapport à  $\varphi$ ,  $z$  et  $r$ , dépend maintenant seulement de  $\varphi$  et  $z$ . Le flux magnétique dans l'entrefer est projeté sur une surface cylindrique de rayon  $r_0$ . En prenant  $x = r_0 \cdot \varphi$ ,  $x_r = r_0 \cdot \theta_r$ , il est possible d'envisager une

représentation plane de la machine là où l'inclinaison des encoches et le passage des mailles rotoriques sous le champ des bobines statoriques devient aisément interprétable.  $x$  dans ces conditions traduit correctement le déplacement linéaire le long de l'arc correspondant à l'ouverture angulaire  $\varphi$ . De même en ce qui concerne  $x_r$  et  $\theta_r$ .

Sachant que  $N$  est la FMM par unité de courant, l'expression donnant le flux vu par tous les spires de la bobine  $W_{m_j}$  de n'importe quel enroulement  $W_m$  dû au courant  $i_{W_{n_i}}$  parcourant la bobine  $W_{n_i}$  de l'enroulement  $W_n$  se tient par intégration du flux élémentaire le long de la surface totale de l'entrefer  $S=2.\pi.r_0.l$  comprise entre la surface interne du stator et la surface externe du rotor

$$\phi_{W_{n_i}, W_{m_j}} = \mu_0 \int_0^{2\pi.r_0} \int_0^l N_{W_{n_i}}(x, z, x_r) n_{W_{m_j}}(x, z, x_r) . g^{-1}(x, z, x_r) i_{W_{n_i}} dz dx \quad (\text{II.62})$$

$N_{W_{n_i}}$  et  $n_{W_{m_j}}$  sont, respectivement, les fonctions d'enroulement et de distribution spatiales des bobines  $W_{n_i}$  et  $W_{m_j}$ . Le flux totalisé  $\psi_{W_n, W_m}$  correspondant à toutes les bobines de n'importe quel enroulement  $W_n$  et  $W_m$  tient son expression générale par sommation des flux élémentaires et intégration le long de toute la surface S.

$$\psi_{W_n, W_m}(x_r) = \mu_0 \int_0^{2\pi.r} \int_0^l N_{W_n}(x, z, x_r) n_{W_m}(x, z, x_r) g^{-1}(x, z, x_r) i_A dz dx. \quad (\text{II.63})$$

L'inductance mutuelle  $L_{W_n, W_m}$  étant le flux  $\psi_{W_n, W_m}$  par unité de courant, par conséquent, son expression sera

$$L_{W_n, W_m}(x_r) = \mu_0 \int_0^{2\pi.r_0} \int_0^l N_{W_n}(x, z, x_r) \cdot n_{W_m}(x, z, x_r) . g^{-1}(x, z, x_r) dz dx. \quad (\text{II.64})$$

Ce qui peut être écrit en fonction des inductances mutuelles entre les bobines élémentaires

$$L_{W_n, W_m}(x_r) = \sum_{i=1}^u \sum_{j=1}^v \pm L_{W_{n_i}, W_{m_j}}(x_r). \quad (\text{II.65})$$

$u$  et  $v$  sont le nombres de spires des bobines  $W_n$  et  $W_m$  respectivement, alors que le signe dans (II.65) traduit le sens relatif du courant dans la bobine correspondante, entrant soit-il ou bien sortant.

En posant

$$P = g^{-1}(x, z, x_r) \quad (\text{II.66})$$

dite fonction inverse de l'entrefer, et faisant intervenir les fonctions de distribution des bobines élémentaires de chaque enroulement, l'équation (II.64) prendra la forme [29]:

$$L_{W_n W_m}(x_r) = 2\pi r_0 l \mu_0 \cdot \left( \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v \langle P.n_{W_{n_i}} . n_{W_{m_j}} \rangle - \frac{\langle P.n_{W_n} \rangle \cdot \langle P.n_{W_m} \rangle}{\langle P \rangle} \right) \quad (\text{II.67})$$

La définition de la fonction d'enroulement qui était indispensable auparavant, ne l'est pas maintenant. De ce fait, il est à noter que cette expression a l'avantage de faire intervenir seulement les fonctions de distribution relativement facile à développer. À ce moment là, tout calcul de l'inductance et de sa dérivée peut être obtenu par le calcul des quantités  $\langle P.n_{W_{n_i}} . n_{W_{m_j}} \rangle$ ,  $\langle P.n_{W_n} \rangle$ ,  $\langle P.n_{W_m} \rangle$ ,  $\langle P \rangle$  et de leurs dérivées respectives.

## IV Calcul des inductances

### IV.1 Approches adoptées pour le calcul des intégrales

On parle ici des méthodes utilisées afin de prendre en charge la procédure de calcul elle-même, sans discuter l'approche à la base du formalisme globale dont on vient d'exposer. A part les nouvelles techniques qui viendront par la suite, on cite les deux suivantes approches utilisées avec profits dans plusieurs travaux de modélisation.

#### IV.1.1 Approche numérique

C'est la voie d'intégration la plus évidente sachant que le code de calcul est à implanter sur micro-ordinateur. Dans ce cas, aucun développement en série analytique n'est nécessaire du moment où la fonction à intégrer demeure définie et continue dans tout l'intervalle. La définition de cette fonction peut donc être implicite ou explicite comme il viendra par la suite. Une méthode numérique présente toujours une erreur d'évaluation qui est fonction de plusieurs paramètres dont le pas constitue le facteur prépondérant. Étant donné la nature des fonctions à traiter, l'erreur de calcul peut être fortement réduite grâce à un choix adéquat du pas de calcul même pour les plus basiques des méthodes numériques. Cela constitue la force de cette approche additionnée aux avantages suivants :

- Simplicité de conception du code de calcul et d'élaboration de l'algorithme
- Prise en charge de plusieurs variantes et effets tel que la perméance des encoches, l'excentricité rotorique...etc. sans avoir à se préoccuper de la complexité de

l'expression résultante.

- Prise en charge des intégrales simples comme doubles si ce n'est pas plus, avec un choix multiple de la méthode selon un objectif préfixé.
- Pas besoin de formes explicites des fonctions si ceux-ci ne se présentent pas facilement.
- Epargne de l'erreur susceptible d'être commise si on a procédé à la recherche de développements analytiques des fonctions à intégrer tel que le développement en série de Fourier. Exemple : fonctions de distribution et d'enroulement, et fonction inverse de l'entrefer.

Cependant, l'inconvénient majeur des approches numériques réside dans le temps de calcul important qu'elles demandent par rapport à leurs homologues analytiques malgré que ce désagrément n'en est pas pour autant avec les nouveaux processeurs hyper rapides. A noter que quelques approches d'intégration numérique offrent un temps de calcul spectaculaire comparé aux méthodes conventionnelles (la méthode de Monte-Carlo). Cette différence de temps de calcul est d'autant plus importante que l'ordre d'intégration est grand [60],[61]. Il est à rappeler aussi que la convergence de toute méthode numérique n'est pas toujours certaine et que celle-ci impose parfois une contrainte supplémentaire au niveau du pas d'itération accablant ainsi d'avantage le processus de calcul.

#### **IV.1.2 Développement en série de Fourier de l'induction magnétique**

Cette méthode est utilisée dans bon nombre d'ouvrages et thèses scientifiques. En fait, les premières versions sont relativement anciennes et étaient presque le refuge unique rendant aisé l'évaluation des différentes inductances en l'absence d'outils informatiques performants. Elle repose sur le développement de l'induction magnétique dans l'entrefer à partir de la distribution spatiale de la FMM. Une telle expansion est en mesure d'offrir une expression analytique approchée de la fonction inductance (flux par unité de courant) qui tend à la valeur exacte avec l'augmentation du nombre d'harmoniques incluses. L'intégrale à l'origine des inductances est dès lors facile à obtenir du moment où celle-ci résulte des opérations sur des fonctions purement sinusoïdales [62]. On peut citer comme avantage de cette méthode les points suivants :

- Obtention d'expressions à base de fonctions trigonométriques. Cela veut dire, faciliter de dérivation et d'intégration.
- Possibilité d'isoler des harmoniques spécifiques à un phénomène donné afin d'en déceler l'effet.

- Possibilité d'avoir une idée sur le contenu spectral (fréquences et modules des harmoniques) des grandeurs terminales tel que le courant de ligne, sans même procéder à une simulation du comportement en régime opérationnel.
- Possibilité d'intégrer plusieurs effets à la fois tout en bénéficiant des tentatives antérieures déjà élaborés. L'inclinaison des barres, la saturation, la perméance d'entrefer, l'effet de dentures et beaucoup d'autres effets ont été l'objet de plusieurs travaux de modélisation à base de développement en série de Fourier .

Mais comme manque à combler on peut signaler

- Le nombre important de termes nécessaires pour approcher la fonction inductance surtout quand on s'intéresse aux hautes fréquences. Au niveau du calculateur, cela implique un nombre important d'opérations, ce qui ajoutera une contrainte supplémentaire sur l'espace mémoire et le temps de calcul.
- La complication de la formulation ajoutée à la probabilité de commettre des erreurs comparées au cas où on choisit d'adopter la fonction implicite correspondante. L'exemple de la fonction de distribution de la maille rotorique en témoigne.
- La difficulté de prendre en charge des effets combinés tel que excentricité axiale avec inclinaison des barres...etc. Dans ces cas, on est obligé d'adopter plus d'approximations qui, sans doute, influenceront sur le résultat final. Exemple : Si dans la méthode numérique ou, comme il viendra, la méthode de convolution, il est possible de s'affranchir du développement de la fonction inverse de l'entrefer, ce développement s'avère indispensable dans la présente approche.

## IV.2 Formalisme général

Même si en cas de nonuniformité de l'entrefer toutes les inductances peuvent être fonctions de la position rotorique, l'inductance mutuelle entre bobine d'une armature fixe et celle d'une armature mobile est d'un intérêt particulier sachant qu'elle traduit directement l'interaction magnétique entre les deux armatures. Plus loin, afin de calculer l'inductance mutuelle entre la première phase statorique A et la  $j^{\text{ème}}$  maille rotorique dans le cas d'une machine asynchrone triphasée à cage d'écureuil en partant de (II.67), nous nous intéressons particulièrement du calcul de la moyenne  $\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle$  où cette interaction est reflétée clairement au niveau du produit  $n_{A_i}.n_{r_j}$ . Sachant que  $\sigma$  est le nombre de bobines de la phase A statorique, on obtient

$$L_{Ar_j}(x_r) = 2\pi r_0 l \mu_0 \left( \left( \sum_{i=1}^{\sigma} \langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle \right) - \frac{\langle P.n_{A_i} \rangle \cdot \langle P.n_{r_j} \rangle}{\langle P \rangle} \right) \quad (\text{II.68})$$

avec

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{l}{2\pi r_0 l} \iint_S n_{A_i}(x, z).n_{r_j}(x, z, x_r).P(x, z, x_r) dz dx \quad (\text{II.69})$$

ou bien

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{l}{2\pi r_0 l} \int_0^{2\pi r_0} \int_0^l n_{A_i}(x, z).n_{r_j}(x, z, x_r).P(x, z, x_r) dz dx. \quad (\text{II.70})$$

Nous introduisons ici une définition implicite de la fonction de distribution rotorique

$$n_{r_j}(x, z, x_r) = \begin{cases} 1 & M(x, z) \in D_{r_j}(x_r) \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases}. \quad (\text{II.71})$$

C'est-à-dire, au lieu d'exprimer la fonction de distribution par ses valeurs correspondantes dans des intervalles donnés de  $x$  et  $z$ , il convient de la définir pour un ensemble de points appartenant à l'aire spatiale bornée ou délimitée par ces mêmes intervalles.

De même en ce qui concerne la fonction de distribution de la phase statorique A, celle-ci peut être définie d'une manière générale comme suit :

$$n_{A_i}(x, z) = \begin{cases} w_{A_i} & M(x, z) \in D_{A_i} \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases}. \quad (\text{II.72})$$

et

$$n_A(x, z) = \sum_{i=1}^{\sigma} n_{A_i}(x, z), \quad (\text{II.73})$$

$D$  est en générale, une zone spatiale enfermée par les tours composant la bobine en question. Cette zone est à définir pour chaque cas de figure comme on le verra, à savoir, maille rotorique relative à des barres inclinées ou non, ou bien bobines statoriques placées dans des encoches inclinées ou bien droites. Du fait que la fonction à intégrer s'annule au cas où l'un des deux fonctions de distribution statorique et rotorique est nulle, l'intégrale (II.70) peut être compactée à l'expression suivante

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{l}{2\pi r_0 l} \iint_{D_{C_i}} n_{A_i}(x, z).P(x, z, x_r) dz dx \quad (\text{II.74})$$

Avec comme définition de la zone glissante

$$D_{C_i}(x_r) = D_{A_i} \cap D_{r_j}(x_r) \quad (\text{II.75})$$

Cette zone étant l'aire commune qui résulte de la projection d'une maille rotorique sur le champ de la bobine statorique. En résonant sur des flux radiaux,  $D_{C_i}$  est aussi l'aire de l'espace parcourue par un flux mutuel entre la maille rotorique  $j$  et la bobine statorique  $i$  de la phase A. De même, la moyenne  $\langle P.n_A \rangle$  peut se déduire comme suit

$$\langle P.n_A \rangle = \frac{I}{2\pi r_0 l} \iint_S n_A(x).P(x, z, x_r) dz dx = \sum_{i=1}^{\sigma} \left( \frac{I}{2\pi r_0 l} \iint_{D_{A_i}} n_{A_i}(x, z).P(x, z, x_r) dz dx \right) \quad (\text{II.76})$$

Ce qui donne

$$\langle P.n_A \rangle = \sum_{i=1}^{\sigma} \langle P.n_{A_i} \rangle \quad (\text{II.77})$$

D'autre part

$$\langle P.n_{r_j} \rangle = \frac{I}{2\pi r_0 l} \iint_S n_{r_j}(x, z, x_r).P(x, z, x_r) dz dx \quad (\text{II.78})$$

Ainsi, nous aboutissons à

$$\langle P.n_{r_j} \rangle = \frac{I}{2\pi r_0 l} \iint_{D_{r_j}} P(x, z, x_r) dz dx \quad (\text{II.79})$$

$D_{r_j}$  n'est autre que la surface d'une maille rotorique ou surface du rotor comprise entre deux barres rotoriques. Les expressions ci-dessus n'étant pas encore prêtes. La détermination de la solution finale est conditionnée par deux facteurs; la définition des zones d'intégration et de l'inverse de la fonction d'entrefer. Alors que le premier est lié à la topologie de la machine et de son bobinage, le deuxième pourra bien en dépendre aussi, mais demeure en premier degré la seule fonction indice de l'état de concentricité de l'arbre du rotor adopté dans grand nombre de modèles dédiés au diagnostic.

### IV.3 Machine symétrique

Dans plusieurs ouvrages scientifiques traitant la modélisation dédiée au diagnostic, la machine symétrique a été toujours la désignation d'une machine à entrefer uniforme ( $P=I/g_0$ ).

Si on néglige l'effet de la perméance d'encoche, une répartition uniforme de l'entrefer est semblable à un entrefer constant en tout instant et en toute position du rotor. Soit pour ces raisons

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{l}{2\pi r_0 g_0 l} \iint_{D_{C_i}} n_{A_i}(x, z).dzdx \quad (\text{II.80})$$

D'autre part, sachant que maintenant,  $\langle P \rangle$ ,  $\langle P.n_A \rangle$  et  $\langle P.n_{r_j} \rangle$  sont des quantités constantes, cela donne

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\langle P.n_A \rangle \cdot \langle P.n_{r_j} \rangle}{\langle P \rangle} \right) = 0 . \quad (\text{II.81})$$

Par conséquent, on obtient l'expression suivante de la dérivée de l'inductance mutuelle  $L_{A.r_j}$ .

Une telle quantité intervient directement dans le calcul du couple électromagnétique. Soit

$$\frac{dL_{A.r_j}(x_r)}{d\theta_r} = r_0 \cdot \frac{dL_{A.r_j}(x_r)}{dx_r} = 2\pi r_0^2 l \mu_0 \cdot \sum_{i=1}^{\sigma} \frac{d\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle}{dx_r} \quad (\text{II.82})$$

Il paraît à ce moment là que tout calcul de la fonction relative à l'inductance mutuelle stator-rotor, revient au calcul de l'expression (II.80). Un tel calcul diffère selon que quelques effets liés à la physique et à la géométrie de la machine soient pris en compte séparément ou simultanément.

### IV.3.1 Calcul sans prise en compte de l'inclinaison des barres ni de l'ouverture des encoches

Si on admet que la bobine  $A_i$  comporte  $w_{A_i}$  tours, la fonction de distribution correspondante s'écrira comme suit (figure II.12) tout en négligeant l'inclinaison des encoche statorique

$$n_{A_i}(x) = \begin{cases} w_{A_i} & M(x, z) \in D_{A_i} \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases} \quad (\text{II.83})$$

avec

$$D_{A_i} = \{M(x, z) \in S / x_{1i} \leq x \leq x_{2i}, 0 \leq z \leq l\} \quad (\text{II.84})$$

ou bien directement

$$n_{A_i}(x) = \begin{cases} w_{A_i} & x_{1i} \leq x \leq x_{2i}, 0 \leq z \leq l \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases} \quad (\text{II.85})$$

De même pour la maille rotorique

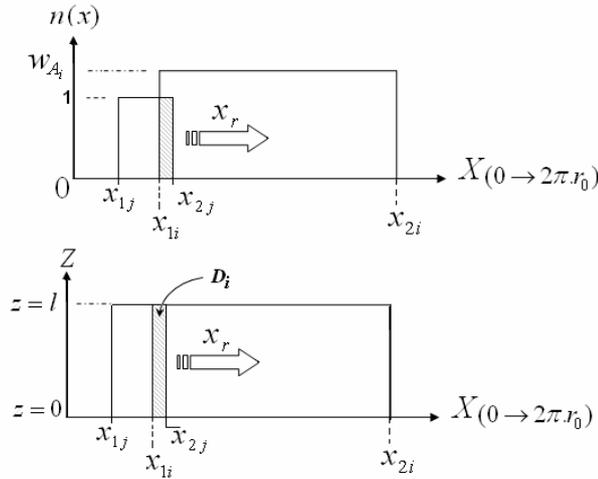
$$n_{r_j}(x, z, x_r) = n_{r_j}(x, x_r) = \begin{cases} 1 & x_{1j}(x_r) \leq x \leq x_{2j}(x_r), 1 \leq z \leq l \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases}, \quad (\text{II.86})$$

et tenant compte de l'expression II.71 et la figure II.12 et II.13

$$D_{r_j}(x_r) = \{M(x, z) \in S / x_{1j}(x_r) \leq x \leq x_{2j}(x_r), 1 \leq z \leq l\}. \quad (\text{II.87})$$

L'intégral (II.80) devient

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{w_{A_i}}{2\pi r_0 g_0 l} \iint_{D_{C_i}} 1.dzdx = \frac{w_{A_i}.S_{D_{C_i}}(x_r)}{2\pi r_0 l.g_0} \quad (\text{II.88})$$



**Figure II.12.** Fonction de distribution d'une bobine statorique et d'une maille rotorique (haut). Passage de la  $j^{\text{ème}}$  maille rotorique sous le champ de la  $i^{\text{ème}}$  bobine de l'enroulement statorique A dans une représentation en 2D (bas).

avec

$$S_{D_{C_i}}(x_r) = \begin{cases} l(x_{2j} - x_{1i}) & 0 < (x_{2j} - x_{1i}) < r_0.\lambda_r \\ l.\lambda_r.r_0 & r_0.\lambda_r < (x_{2j} - x_{1i}) < r_0.\alpha_{A_i} \\ l\{\lambda_r.r_0 - (x_{2j} - x_{2i})\} & 0 < (x_{2j} - x_{2i}) < r_0.\lambda_r \\ 0 & \text{à l'intervalle restant} \end{cases}. \quad (\text{II.89})$$

Si on considère qu'à l'instant  $t=0$  la deuxième extrémité de la première maille rotorique coïncide avec la référence des phases statoriques supposée ici le début de la première bobine statorique  $A_1$ , dans ce cas les coordonnées selon l'axe X des extrémités de la maille rotorique auront comme expressions

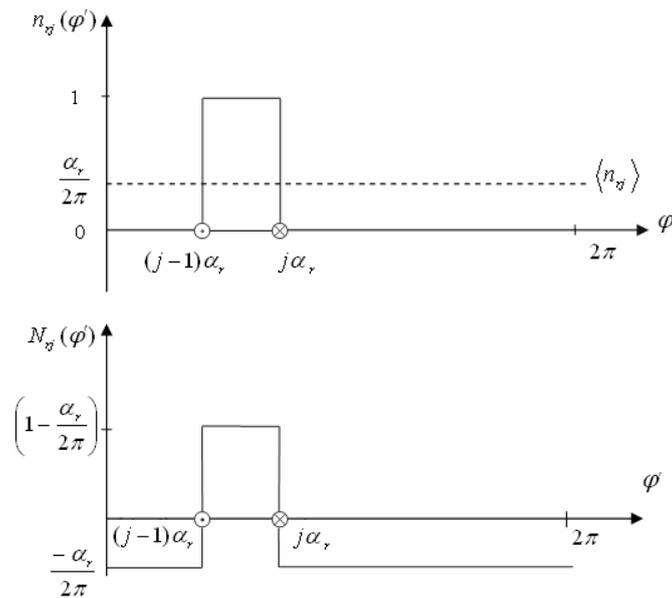
$$\begin{cases} x_{2j} = x_r + (j-1)\lambda_r r_0 \\ x_{1j} = x_r + (j-2)\lambda_r r_0 \end{cases} \quad (\text{II.90})$$

avec

$$\lambda_r = 2\pi / N_b \quad (\text{II.91})$$

et

$$\frac{dS_{D_{C_i}}(x_r)}{dx_r} = \begin{cases} l & 0 < (x_{2j} - x_{1i}) < r_0 \lambda_r \\ -l & 0 < (x_{2j} - x_{2i}) < r_0 \lambda_r \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.92})$$



**Figure II.13.** Fonction de distribution et fonction d'enroulement de la maille rotorique  $r_j$  dans un repère lié au rotor.

Il est à noter que rien n'empêche de considérer qu'à l'instant  $t=0$  la première extrémité de la première maille rotorique coïncide avec la référence des phases statoriques. Bien que, visiblement, la surface définie par (II.89) soit fonction de la position rotorique, on peut remarquer qu'elle ne l'est pas d'une manière claire permettant son implantation directe dans

une subroutine. De petits arrangements tenant compte de (II.90), voire changement de variables, suffiraient pour que cet objectif soit atteint. D'autre part, à cause de l'évolution de la surface pendant la phase d'entrée et de sortie de la maille rotorique sous le champ de la bobine statorique, sa fonction d'évolution est à définir deux fois; cela implique un double effort. Un moyen parmi d'autres permettant de réduire cet effort à la moitié et de supposer que toutes les bobines sont des bobines infinies débutant à  $x_{1i}$ . L'effet de limitation ou de bornage de la bobine se tient par supposition que  $x_{2i}$  représente le début d'une bobine similaire à celle en question mais avec un nombre de spire précédé par un moins (-). Ce qui est semblable à une bobine parcourue par un courant inverse. A partir de  $x_{2i}$  et du principe de superposition que tolèrent les champs vectoriels, les deux champs se retranchent pour céder la place au champ réel de la bobine. Cet arrangement est bénéfique lors de la prise en compte de l'inclinaison des barres.

En résumé, (II.89) peut s'écrire comme suit

$$S_{D_{C_i}}(\bar{x}_r) = \begin{cases} l \cdot \bar{x}_r & 0 \leq \bar{x}_r \leq r_0 \lambda_r \\ l r_0 \lambda_r & r_0 \lambda_r \leq \bar{x}_r \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases}, \quad (\text{II.93})$$

avec

$$\bar{x}_r = x_r + (j-1)r_0 \lambda_r - \underbrace{\left\{ x_{i1} + (k-1)r_0 \cdot \frac{2\pi}{3.p} \right\}}_{\bar{x}_{i1}}, \quad (\text{II.94})$$

$k$  est l'indice de la phase statorique. Pour la phase A en question,  $k=1$ . Par conséquent, l'inductance aura pour expression

$$L_{A.r_j}(x_r) = \frac{\mu_0}{g_0} \cdot \left( \sum_{i=1}^{2.\sigma} \varepsilon_i \cdot w_{A_i} \cdot S_{D_{C_i}}(\bar{x}_r) - \langle n_A \rangle \cdot \langle n_{r_j} \rangle \right) \quad (\text{II.95})$$

$\varepsilon_i = 1$  pour les  $\sigma$  bobines réelles d'indice  $i=1,2,\dots,\sigma$ , et  $\varepsilon_i = -1$  pour les bobines fictives d'indice  $i=(\sigma+1),\dots,2.\sigma$ . Pour ce qui est de la fonction dérivée, nous obtenons

$$\frac{dL_{A.r_j}(\bar{x}_r)}{d\theta_r} = \frac{r_0 \cdot \mu_0}{g_0} \left( \sum_{i=1}^{2.\sigma} \varepsilon_i \cdot w_{A_i} \cdot \frac{dS_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} \right), \quad (\text{II.96})$$

avec

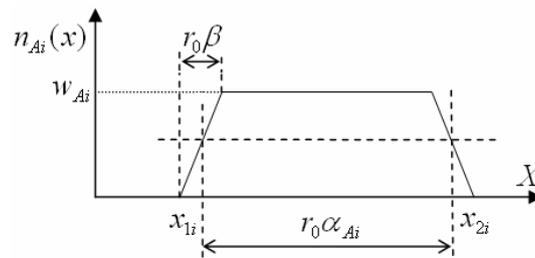
$$\frac{dS_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} = \begin{cases} l & 0 \leq \bar{x}_r \leq r_0 \lambda_r \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.97})$$

À ce niveau, le calcul de l'inductance mutuelle rotor-stator revient en grande partie au calcul de l'aire d'un rectangle de coté fixe  $l$  et coté évoluant de 0 à  $r_0 \lambda_r$ . Le constat qui s'impose est qu'aucun tableau de valeurs 'look-up table' n'est nécessaire. Par contre, tout le calcul est pris en charge par un seul programme. Autrefois, ces tableaux étaient à établir séparément pour chaque moteur et pour chaque type d'enroulement affectant la extensibilité de la formulation et son implantation effective [2].

### IV.3.2 Calcul sans prise en compte de l'inclinaison des barres et avec prise en compte des ouvertures d'encoches

En faisant référence à la figure II.14 illustrant la fonction de distribution de la bobine statorique  $A_i$  tenant compte de l'évolution, supposée linéaire, de la FMM le long de l'encoche, l'expression suivante en découle:

$$n_{A_i}(x) = \begin{cases} a.x + b = \frac{w_{A_i}}{r \cdot \beta_0} (x - x_{1i}), & x_{1i} \leq x \leq (x_{1i} + r_0 \cdot \beta) \\ c = w_{A_i}, & (x_{1i} + r_0 \cdot \beta) \leq x \leq (x_{1i} + r_0 \cdot (\beta + \alpha_{A_i})) \\ -a.x + b' = \frac{-w_{A_i}}{r \cdot \beta_0} (x - x_{2i}), & (x_{1i} + r_0 \cdot (\beta + \alpha_{A_i})) \leq x \leq x_{2i} \\ 0, & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.98})$$



**Figure II.14.** La fonction de distribution de la bobine  $A_i$  tenant compte de l'évolution linéaire de la FMM.

Comme précédemment, l'intégrale (II.80) sera fonction d'une quantité dépendant de  $\theta_r$  à déterminer d'une manière séparée. Soit dans ce cas

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{w_{A_i} \cdot V_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{2\pi r_0 l \cdot g_0} \quad (\text{II.99})$$

A ce moment là, tout calcul de la mutuelle stator-rotor revient au calcul de  $V_{D_{C_i}}$  qui n'est autre

que le volume compris entre la fonction  $n_{A_i}(x, z)$  et la base  $D_{C_i}$ . Le calcul de l'intégrale double ordinaire donne

$$V_{D_{C_i}}(\bar{x}_r) = \begin{cases} V_{D_{C_{i1}}}(\bar{x}_r) = \frac{l\bar{x}_r^2}{2\beta.r_0} & 0 \leq \bar{x}_r \leq \beta.r_0 \\ V_{D_{C_{i2}}}(\bar{x}_r) = l(\bar{x}_r - \beta.r_0) + V_{D_{C_{i1}}}(\beta.r_0) = l(\bar{x}_r - \beta.r_0 / 2) & \beta.r_0 \leq \bar{x}_r \leq \lambda_r.r_0 \\ V_{D_{C_{i3}}}(\bar{x}_r) = V_{D_{C_{i2}}}(\bar{x}_r) - V_{D_{C_{i1}}}(\bar{x}_r - \lambda_r.r_0) & \lambda_r.r_0 \leq \bar{x}_r \leq (\lambda_r + \beta).r_0 \\ V_{D_{C_{i4}}} = V_{D_{C_{i3}}}(\lambda_r.r_0 + \beta.r_0) = l\lambda_r.r_0 & (\lambda_r + \beta).r_0 \leq \bar{x}_r \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.100})$$

avec

$$\frac{dL_{A.r_j}(\bar{x}_r)}{d\theta_r} = \frac{r_0 \cdot \mu_0}{g_0} \left( \sum_{i=1}^{2\sigma} \frac{\varepsilon_i \cdot w_{A_i} \cdot dV_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} \right) \quad (\text{II.101})$$

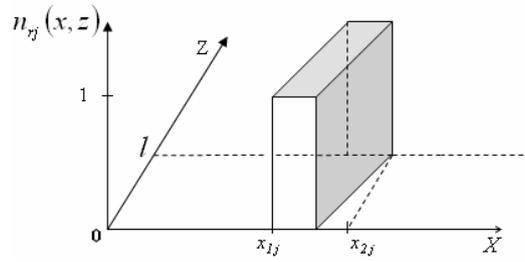
et

$$\frac{dV_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} = \begin{cases} \frac{l\bar{x}_r}{\beta.r_0} & 0 \leq \bar{x}_r \leq \beta.r_0 \\ l & \beta.r_0 \leq \bar{x}_r \leq \lambda_r.r_0 \\ l - \frac{l(\bar{x}_r - \lambda_r.r_0)}{\beta.r_0} & \lambda_r.r_0 \leq \bar{x}_r \leq (\lambda_r + \beta).r_0 \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.102})$$

(II.100) et (II.102) sont à la base du calcul de l'inductance mutuelle stator-rotor et de sa dérivée par rapport à la position rotorique en fonction de cette même position.

### IV.3.3 Calcul avec prise en compte de l'inclinaison des barres et sans prise en compte des ouvertures d'encoches

C'est à ce niveau qu'un second intérêt d'une représentation en 2-D de la méthode surgit. La définition de la fonction de distribution d'une maille rotorique fait intervenir le domaine  $D_{r_j}$  dans le plan  $(X, Z)$  qui peut être réduit à la forme traditionnelle à une dimension dans le cas de barres non inclinées. Deux cas peuvent se présenter dans l'élaboration des expressions de l'inductance.  $\gamma < 2\pi/N_b$  et  $\gamma > 2\pi/N_b$ . Nous nous intéressons ici que par le premier qui répond à la situation traitée dans la simulation pratique. Nous rappelons tout de même que dans tout le travail, l'inclinaison des encoches statoriques n'est pas considérée.

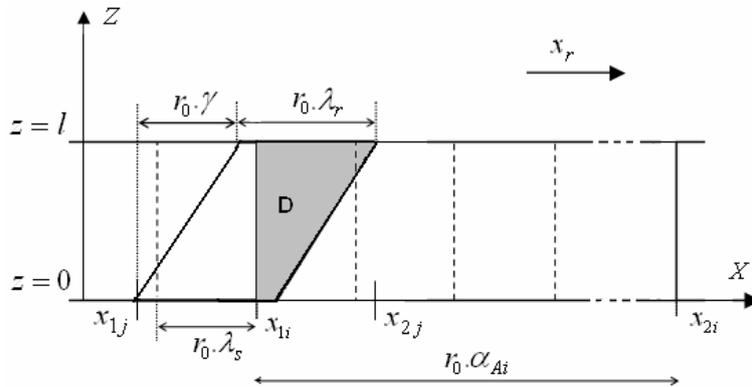


**Figure II.15.** Modèle 2-D de la fonction de distribution d’une maille rotorique en cas de barres inclinées

La fonction de distribution statorique est définie selon (II.85) tandis que celle d’une maille rotorique est liée à la définition de la zone  $D_{rj}$  qui se déduit en observant la figure II.15 et II.16 comme suit:

$$D_{r_j}(x_r) = \{M(x, z) \in S / x_{1j}(x_r) < x < x_{2j}(x_r), z_{1j}(x) < z < z_{2j}(x)\}, \quad (II.103)$$

Par la suite, les extrémités de la maille rotorique  $x_{1j}(x_r)$  et  $x_{2j}(x_r)$  qui dépendent clairement de la position rotorique, seront désignées par  $x_{1j}$  et  $x_{2j}$ , et nous exposons seulement les coordonnées spatiales dans les bornes d’intégration. Ainsi, selon la figure II.16 vient :



**Figure II.16.** Vue ou représentation plane de l’inclinaison des barres.

$$z_{1j}(x) = \begin{cases} 0, & x_{1j} \leq x \leq (x_{1j} + r_0 \cdot \lambda_r) \\ \frac{l}{r_0 \gamma} (x - x_{1j} - r_0 \cdot \lambda_r), & (x_{1j} + r_0 \cdot \lambda_r) \leq x \leq x_{2j} \end{cases} \quad (II.104)$$

$$z_{2j}(x) = \begin{cases} \frac{l}{r_0 \gamma} (x - x_{1j}), & x_{1j} \leq x \leq (x_{1j} + r_0 \cdot \gamma) \\ l, & (x_{1j} + r_0 \cdot \gamma) \leq x \leq x_{2j} \end{cases}, \quad (II.105)$$

et

$$\langle P.n_{A_i}, n_{r_j} \rangle = \frac{w_{A_i}}{2\pi r_0 \cdot l \cdot g_0} \iint_{D_{C_i}} 1 \cdot dz dx = \frac{w_{A_i} \cdot S_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{2\pi r_0 \cdot l \cdot g_0}, \quad (\text{II.106})$$

avec

$$\begin{cases} x_{2j} = x_r + (j-1) \cdot \lambda_r \cdot r_0 \\ x_{1j} = x_r + \{(j-2) \cdot \lambda_r - \gamma\} \cdot r_0 \end{cases} \quad (\text{II.107})$$

Soit dans ce cas

$$(x_{2j} - x_{1j}) = r_0 (\gamma + \lambda_r), \quad (\text{II.108})$$

La figure II.17 montre les positions particulières que peut occuper la maille rotorique vis-à-vis de la bobine statorique. Ces dernières sont la base de la définition des surfaces  $S_{D_{C_i}}$  de l'expression (II.109). Tout calcul fait, cela donne

$$S_{D_{C_i}}(\bar{x}_r) = \begin{cases} S_{D_{C_{i1}}}(\bar{x}_r) = \{l/(2 \cdot r_0 \cdot \gamma)\} \cdot \bar{x}_r^2, & 0 \leq \bar{x}_r \leq \gamma \cdot r_0 \\ S_{D_{C_{i2}}}(\bar{x}_r) = S_{D_{C_{i1}}}(r_0 \cdot \gamma) + (\bar{x}_r - \gamma \cdot r_0) \cdot l, & \gamma \cdot r_0 \leq \bar{x}_r \leq \lambda_r \cdot r_0 \\ S_{D_{C_{i3}}}(\bar{x}_r) = S_{D_{C_{i1}}}(r_0 \cdot \gamma) + S_{D_{C_{i2}}}(r_0 \cdot \lambda_r) - S_{D_{C_{i1}}}\{\bar{x}_r - r_0 \cdot (\gamma + \lambda_r)\}, & \lambda_r \cdot r_0 \leq \bar{x}_r \leq (\gamma + \lambda_r) \cdot r_0 \\ S_{D_{C_{i4}}} = S_{D_{C_{i3}}}\{(\gamma + \lambda_r) \cdot r_0\} = r_0 \cdot \lambda_r \cdot l, & (\gamma + \lambda_r) \cdot r_0 \leq \bar{x}_r \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.109})$$

et

$$\frac{dS_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} = \begin{cases} \frac{l \cdot \bar{x}_r}{r_0 \cdot \gamma} & 0 \leq \bar{x}_r \leq \gamma \cdot r_0 \\ l & \gamma \cdot r_0 \leq \bar{x}_r \leq \lambda_r \cdot r_0 \\ \frac{l \cdot \{\bar{x}_r - r_0 \cdot (\gamma + \lambda_r)\}}{r_0 \cdot \gamma} & \lambda_r \cdot r_0 \leq \bar{x}_r \leq (\gamma + \lambda_r) \cdot r_0 \\ 0 & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.110})$$

Comme dans (II.100) et (II.102), (II.109) et (II.110) permettent de développer entièrement l'inductance mutuelle et sa dérivée.

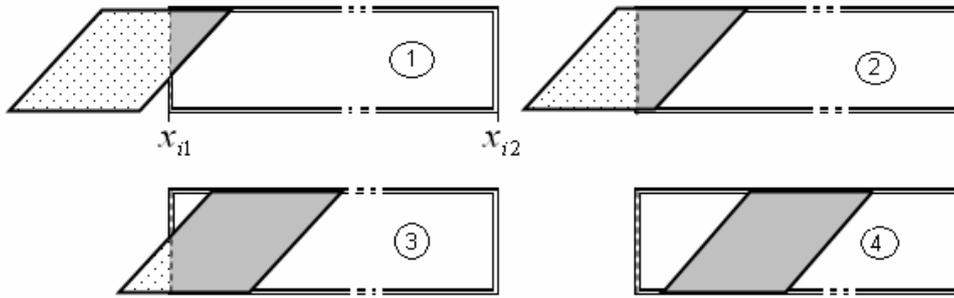


Figure II.17. Positions particulières de la maille rotorique.

#### IV.3.4 Prise en compte de l'inclinaison des barres et des ouvertures d'encoches

La fonction de distribution statorique est définie selon (II.85). Celle d'une maille rotorique tient sa définition selon (II.87), (II.103), (II.104) et (II.105). L'intégration des deux effets en même temps complique d'avantage la tâche. Cependant, on peut admettre dans des situations particulières que la complexité de modèle n'est pas le premier souci autant que celui là n'aura pas de retombés sur le temps de calcul. Néanmoins, cette complexité affecte la souplesse de programme le rendant incapable, ou bien difficilement adaptable à d'autres cas de figures, à savoir; autres moteurs, autres défauts...etc. Il est donc judicieux de chercher toujours à compacter les équations et les formules qui sont à la base de toute subroutine. A cette fin, démontrons que  $V_{D_{C_i}}(x_r)$  est calculable pour toute position particulière du rotor, en fonction d'un volume de référence qu'on définit comme suit :

Selon la figure II.18, le domaine  $D_{C_i}$  est la combinaison de quatre domaine élémentaires  $S_0, S_1, S_2$  et  $S_3$  tel que  $D_{C_i} = S_0 + S_1 - S_2 - S_3$ . Ainsi, on peut écrire

$$\begin{aligned} \langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle &= \frac{1}{2\pi r_0 g_0 l} \iint_{D_{C_i}} n_{A_i}(x).dzdx \\ &= \frac{1}{2\pi r_0 g_0 l} \left[ \iint_{S_0} n_{A_i}(x).dzdx + \iint_{S_1} n_{A_i}(x).dzdx - \iint_{S_2} n_{A_i}(x).dzdx - \iint_{S_3} n_{A_i}(x).dzdx \right] \end{aligned} \quad (\text{II.111})$$

Cela donne en fonction des bornes d'intégration

$$\langle P.n_{A_i}.n_{r_j} \rangle = \frac{-l}{2\pi r_0 g_0 l} \left[ \int_l^{z_0(\bar{x}_r-x_0)} \int_0^{x_1(\bar{x}_r-x_1)} n_{A_i}(x).dzdx + \int_0^{z_1(\bar{x}_r-x_1)} \int_0^{x_2(\bar{x}_r-x_2)} n_{A_i}(x).dzdx - \int_l^{z_2(\bar{x}_r-x_2)} \int_0^{x_3(\bar{x}_r-x_3)} n_{A_i}(x).dzdx - \int_0^{z_3(\bar{x}_r-x_3)} \int_0^{x_4(\bar{x}_r-x_4)} n_{A_i}(x).dzdx \right] \quad (\text{II.112})$$

tel que

$$x_0 = 0, x_1 = (\gamma + \lambda_r).r_0, x_2 = \lambda_r.r_0 \text{ et } x_3 = \gamma.r_0, \quad (\text{II.113})$$

$$z_k = l - x_k / \text{tg}\gamma \text{ pour } k=0,2. \quad (\text{II.114})$$

$$z_k = -x_k / \text{tg}\gamma \text{ pour } k=1,3. \quad (\text{II.115})$$

et

$$\iint_{S_i} n_{A_i}(x).dzdx = V(\bar{x}_r, x_i) \text{ avec } i=0,1,2,3,4 \quad (\text{II.116})$$

Dans la figure (II.18),  $V$  n'est autre que l'intégrale par rapport à l'aire d'un triangle rectangle de coté  $(\bar{x}_r - y)$  et ayant un angle égal à  $\gamma$ . Comme dans la figure,  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  sont les bases de  $V(\bar{x}_r, \lambda_r.r_0)$ ,  $V(\bar{x}_r, \gamma.r_0)$  et  $V(\bar{x}_r, (\gamma + \lambda_r).r_0)$  respectivement. Finalement, on obtient la valeur de  $V$  suite à un calcul simple d'une intégrale double. Soit

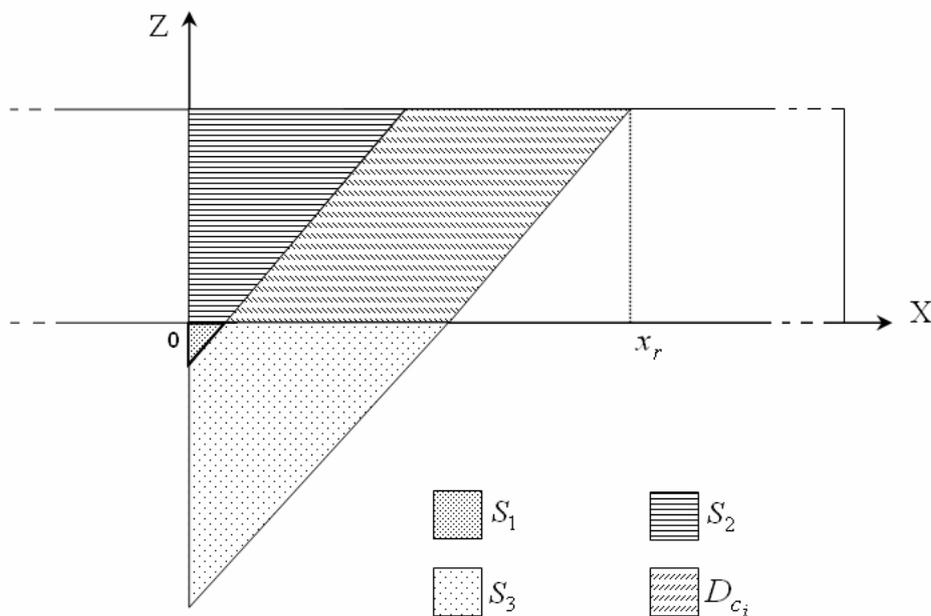


Figure II.18. Génération de la base du volume de référence  $V$ .

$$V(\bar{x}_r, y) = \begin{cases} \frac{l}{6\gamma\beta r_0} \cdot (\bar{x}_r - y)^3 & (\beta r_0 + y) > \bar{x}_r > y \\ \frac{r_0 l}{2\gamma} \cdot [(\bar{x}_r - y - \beta r_0)^2 + \beta(\bar{x}_r - y) - 1.5\beta^2] & \bar{x}_r > (\beta r_0 + y) \\ 0 & \text{à l' intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.117})$$

Ainsi, on peut aboutir à la définition du volume glissant en fonction du volume de référence

$$V_{D_{C_i}}(\bar{x}_r) = \begin{cases} V(\bar{x}_r, 0) - V(\bar{x}_r, \lambda_r r_0) - V(\bar{x}_r, \gamma r_0) + V(\bar{x}_r, (\lambda_r + \gamma)r_0), & (\gamma + \lambda_r + \beta)r_0 \geq \bar{x}_r \geq 0 \\ \lambda_r l r_0 & \bar{x}_r \geq (\gamma + \lambda_r + \beta)r_0 \\ 0 & \text{à l' intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.118})$$

$$\frac{dV_{D_{C_i}}(\bar{x}_r)}{dx_r} = \begin{cases} V'(\bar{x}_r, 0) - V'(\bar{x}_r, \lambda_r) - V'(\bar{x}_r, \lambda_s) + V'(\bar{x}_r, \lambda_r + \lambda_s), & (\gamma + \lambda_r + \beta)r_0 \geq \bar{x}_r \geq 0 \\ 0 & \bar{x}_r \geq (\gamma + \lambda_r + \beta)r_0 \\ 0 & \text{à l' intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.119})$$

et

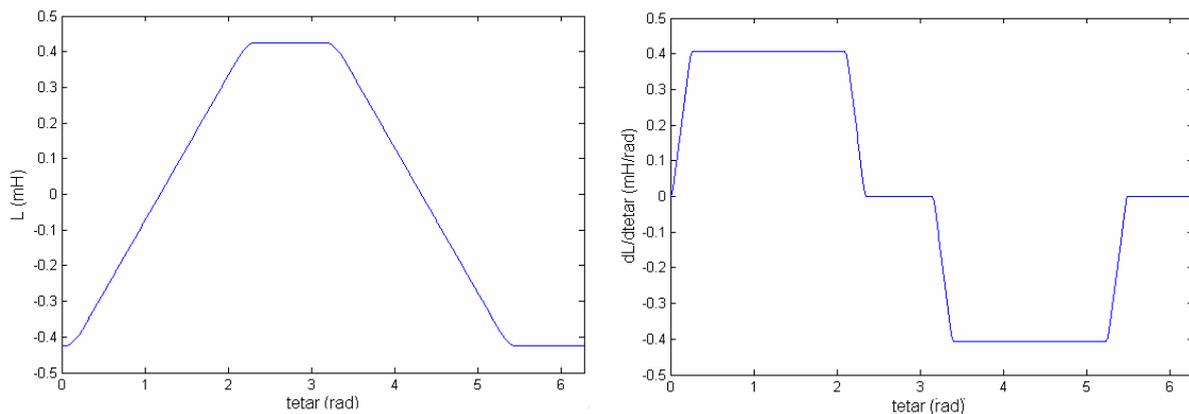
$$V'(\bar{x}_r, y) = \frac{\partial V(\bar{x}_r, y)}{\partial x_r} = \begin{cases} \frac{r_0 l}{2\gamma\beta} \cdot (\bar{x}_r - y)^2 & (\beta r_0 + y) \geq \bar{x}_r \geq 0 \\ \frac{r_0 l}{\gamma} \cdot (\bar{x}_r - y - 0.5\beta) & \bar{x}_r \geq (\beta r_0 + y) \\ 0 & \text{à l' intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{II.120})$$

(II.118) et (II.119) permettent de calculer l'inductance mutuelle  $L_{Arj}$  avec un formalisme assez simple basé sur des expressions analytiques finales.

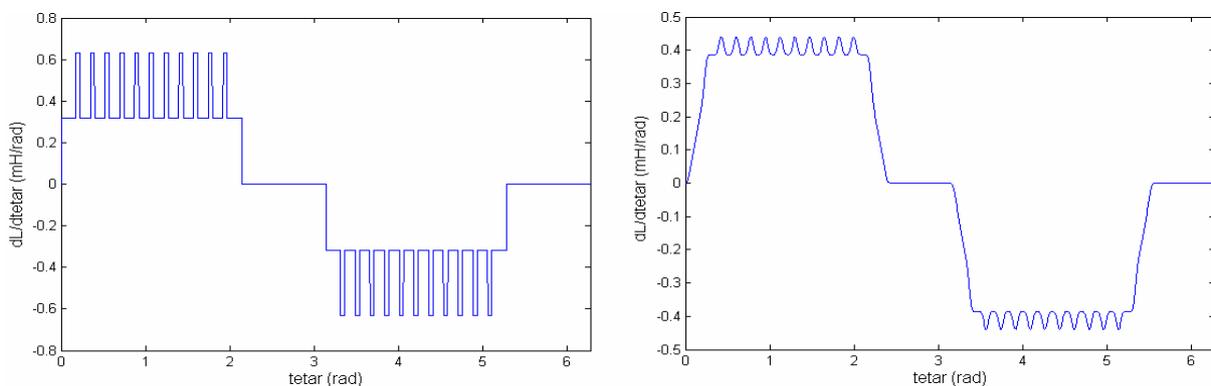
### IV.3.5 Application

Les techniques élaborées sont testées dans le calcul des inductances et de leurs dérivées relatives à une machine bipolaire de 3 kW avec 28 barres inclinées au rotor ( $\gamma=2\pi/36$ ) et 36 encoches au stator (machine (1) de l'annexe avec raccourcissement de 2/3) [63]. Les inductances propres et mutuelles entre bobines d'une même armature sont d'un intérêt secondaire dans de telles études vu qu'elles maintiennent une valeur constante quelque soit la position rotorique. Par conséquent, elles seront évaluées dans le cas d'intégration de la

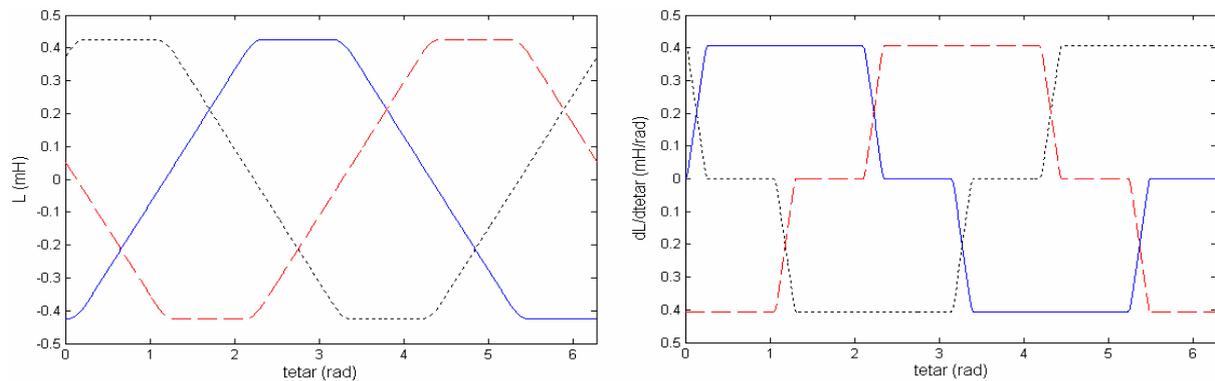
nonuniformité de l'entrefer. Malgré qu'ils soient issus en majorité des intégrations numériques, les effets séparés de l'inclinaison des barres et de l'évolution linéaire de la FFM exposés dans [14] ne changent en rien. Dans ce qui suit, nous ne nous intéressons dans les résultats du calcul analytique que de la prise en compte simultanée de ces deux effets. La figure II.19 représente l'allure de l'inductance mutuelle stator-rotor et de sa dérivée par rapport à  $\theta_r$  pour un angle d'inclinaison équivalent à un pas d'encoches statoriques. Des études précédentes confirmaient que ça correspond à un angle d'inclinaison optimal. A priori, cela peut être noté à partir de la forme lisse de la première dérivée. Une telle fonction est certainement pauvre en harmonique comparée à la figure II.20 relative à des barres droites et même celle relative à un angle d'inclinaison de  $\gamma=2.\pi/28$  [27]. Etant donné que cette grandeur contribue dans le calcul du couple électromagnétique, on doit s'attendre à d'avantage de réduction d'harmoniques du couple avec ce présent angle d'inclinaison.



**Figure II.19.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la première maille rotorique de la machine symétrique.  $\gamma = 2\pi/36$ . Calcul avec le modèle 2D-MWFA.

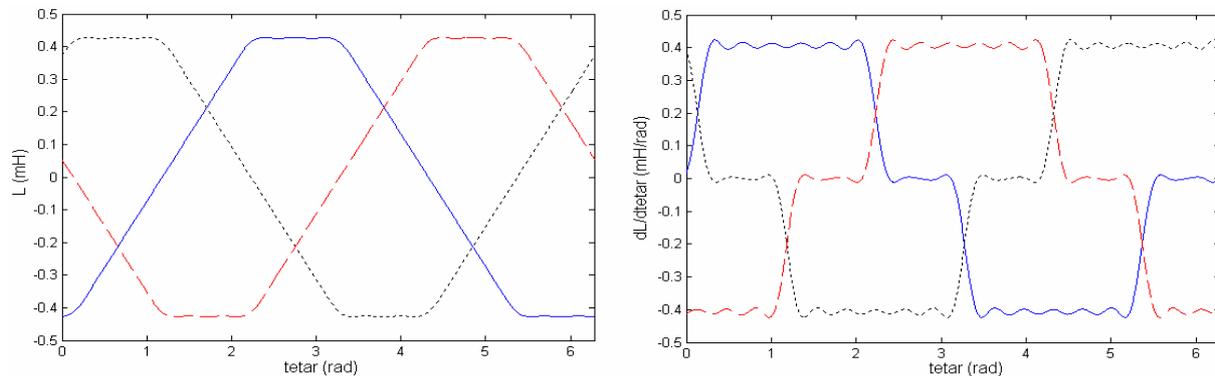


**Figure II.20.** Dérivée de l'inductance mutuelle entre la phase A statorique et la première maille rotorique de la machine symétrique. Sans inclinaison (gauche) et  $\gamma = 2\pi/28$  (droite). Calcul avec le modèle 2D-MWFA.



**Figure II.21.** Inductances mutuelles et leurs dérivées entre les phases A,B et C statoriques et la première maille rotorique de la machine symétrique. Calcul avec le modèle 2D-MWFA.

La figure II.21 met en relief la disposition des inductances mutuelles entre les trois phases statoriques respectives et la première maille rotorique, tandis que la figure II.22 illustre les mêmes courbes qui résultent de la prise en compte des première 17 harmoniques d'espace. Se résultat parait semblable à celui de [63] issu d'un développement en séries de Fourier de l'induction magnétique.



**Figure II.22.** Inductances mutuelles et leurs dérivées entre les phases A,B et C statoriques et la maille  $r_l$  rotorique de la machine symétrique. Prise en compte des 17 premiers harmoniques de la série de Fourier.

#### IV.4 Excentricité radiale

Dans la présente section se trouve détaillé le lot d'expressions à la base du calcul des inductances avec prise en compte de l'inclinaison des barres et de l'ouverture d'encoches. Les autres cas possibles, y compris la machine symétrique, n'en sont que des applications particulières. D'autre part, et afin de simplifier en mieux les expressions, l'angle d'inclinaison des barres est pris pour répondre au cas utilisé dans [28], c'est à dire égale à  $2\pi/N_b$ . Les expressions découlant de ce choix ne diffèrent en rien par rapport aux autres cas envisageables

du point de vue formulation générale. Nous allons considérer aussi que la position minimale de l'entrefer coïncide avec le commencement de la première bobine de la première phase statorique à  $t=0$ . Ce choix semble plus commode sachant que rien ne change au niveau des raies spectrales si une autre position est considérée.

#### IV.4.1 Inductance mutuelle stator-rotor

Selon la position de la maille rotorique par rapport à la bobine statorique, l'intégrale (II.74) n'est autre que la combinaison de quatre intégrales particulières de la forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_1(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} a.x(Ax + B) \cdot \left( P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) dx \\ \Theta_2(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} c.(Ax + B) \cdot \left( P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) dx \\ \Theta_3(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} a.x(l - Ax - B') \cdot \left( P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) dx \\ \Theta_4(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} c.(l - Ax - B') \cdot \left( P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) dx \end{array} \right. \quad (\text{II.121})$$

avec  $a$  et  $c$  définis selon (II.98),

$$\bar{\rho}(\bar{x}_r) = \rho(\bar{x}_r) - (m-1) \cdot \frac{2\pi}{3.p}, \quad m=1,2,3 \text{ est l'indice de la phase,} \quad (\text{II.122})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_r = x_r - \left\{ (m-1) \cdot \frac{2\pi}{3.p} - (j-1) \cdot \lambda_r \right\} \cdot r_0 \\ A = -1 / \text{tg}(\gamma) \\ B = \bar{x}_r / \text{tg}(\gamma) \\ B' = (\bar{x} - \lambda_r \cdot r_0) / \text{tg}(\gamma) \end{array} \right. , \quad (\text{II.123})$$

$$\Theta_1(x_1, x_2) =$$

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{a.AP_0}{3} x^3 + \frac{a.BP_0}{2} x^2 + \\ a. \sum_{k=1}^p P_k \left\{ \begin{array}{l} \frac{B.r_0 x}{k} \cdot \sin[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{B.r_0^2}{k^2} \cdot \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \\ A \cdot \left( \frac{r_0 \cdot x^2}{k} - \frac{2r_0^3}{k^3} \right) \cdot \sin[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{2Ar_0^2}{k^2} x \cos[k.(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \end{array} \right\} \end{array} \right]_{x_1}^{x_2}, \quad (\text{II.124})$$

$$\Theta_2(x_1, x_2) = \left[ \begin{array}{l} w_{A_i} \cdot P_0 \cdot \frac{x}{2} (A \cdot x + 2 \cdot B) + \\ w_{A_i} \sum_{k=1}^p P_k \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_0 \cdot B}{i} \sin[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \\ A \cdot \left( \frac{x \cdot r_0}{k} \sin[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{r_0^2}{k^2} \cos[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) \end{array} \right\} \end{array} \right]_{x_1}^{x_2}, \quad (\text{II.125})$$

$$\Theta_3(x_1, x_2) = \left[ \begin{array}{l} a \cdot P_0 \cdot \left\{ \frac{1}{2} x^2 \cdot (l - B') - \frac{1}{3} A \cdot x^3 \right\} + \\ a \cdot \sum_{i=1}^p P_k \cdot \left\{ \begin{array}{l} \frac{l \cdot r_0 \cdot x}{k} \sin[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{l \cdot r_0^2}{k^2} \cos[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \\ \frac{B' \cdot x \cdot r_0}{k} \sin[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{B' \cdot r_0^2}{k^2} \cos[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \end{array} \right\} \end{array} \right]_{x_1}^{x_2}, \quad (\text{II.126})$$

$$\Theta_4(x_1, x_2) = \left[ \begin{array}{l} w_{A_i} P_0 \cdot \left( l x - \frac{1}{2} A x^2 - B' x \right) + \\ w_{A_i} \sum_{k=1}^p P_k \cdot \left\{ \frac{r_0}{k} \cdot (l - B' - A \cdot x) \sin[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{r_0^2}{k^2} A \cdot \cos[k \cdot (x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right\} \end{array} \right]_{x_1}^{x_2}, \quad (\text{II.127})$$

et

$$\langle P \cdot n_{A_i}, n_{r_j} \rangle = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot r_0 l}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_1(0, \bar{x}_r), \\ \Theta_1(0, \beta \cdot r_0) + \Theta_2(\beta \cdot r_0, \bar{x}_r), \\ \Theta_3(0, \bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0) + \Theta_1(\bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0, \beta \cdot r_0) + \Theta_2(\beta \cdot r_0, \bar{x}_r), \\ \Theta_3(0, \beta \cdot r_0) + \Theta_4(\beta \cdot r_0, \bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0) + \Theta_2(\bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r), \\ \Theta_3(\bar{x}_r - 2\delta_r \cdot r_0, \beta \cdot r_0) + \Theta_4(\beta \cdot r_0, \bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0) + \Theta_2(\bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r), \\ \Theta_4(\bar{x}_r - 2\delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0) + \Theta_2(\bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r), \\ 0, \end{array} \right. \begin{array}{l} 0 \leq \bar{x}_r \leq \beta r_0 \\ \beta r_0 \leq \bar{x}_r \leq \delta_r r_0 \\ \delta_r r_0 \leq \bar{x}_r \leq (\delta_r + \beta) r_0 \\ (\delta_r + \beta) r_0 \leq \bar{x}_r \leq 2\delta_r r_0 \\ 2\delta_r r_0 \leq \bar{x}_r \leq (2\delta_r + \beta) r_0 \\ (2\delta_r + \beta) r \leq \bar{x}_r \\ \text{à l'intervalle réstant} \end{array}$$

(II.128)

Pour ce qui est des autres termes intervenant dans l'expression (II.68)

$$\langle P \cdot n_{r_j} \rangle = \frac{1}{2\pi \cdot r_0 l} \cdot \{ \Theta_4(\bar{x}_r - 2\delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0) + \Theta_2(\bar{x}_r - \delta_r \cdot r_0, \bar{x}_r) \}, \quad (\text{II.129})$$

$$\langle P.n_A \rangle = P_0 \cdot \langle n_A \rangle + \iint_{D_{A_i}} \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{k=1}^p n_{A_k}(x) \cdot P_k \cdot \cos[k(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] dz dx \quad (\text{II.130})$$

soit

$$\langle P.n_A \rangle = P_0 \cdot \langle n_A \rangle + \frac{1}{2\pi r_0} \sum_{i=1}^{\sigma} \left\{ \Theta_5(a, b, x) \Big|_0^{\beta \cdot r_0} + \Theta_5(0, c, x) \Big|_{\beta r_0}^{(x_{2i} - x_{1i}) - \beta r_0} + \Theta_5(-a, b', x) \Big|_{(x_{2i} - x_{1i}) - \beta \cdot r_0}^{(x_{2i} - x_{1i})} \right\} \quad (\text{II.131})$$

avec  $b'$  déduite de (II.98),

$$\Theta_5(a, b, x) = \int (a \cdot x + b) \cdot \left( P_0 + \sum_{k=1}^p P_k \cdot \cos[k(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right) \quad (\text{II.132})$$

et

$$\Theta_5(a, b, x) = \frac{1}{2} \cdot P_0 \cdot (a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x) + \sum_{k=1}^p P_k \cdot r_0 \cdot \left\{ \frac{1}{k} (b + a \cdot x) \cdot \sin[k(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] + \frac{a \cdot r_0}{k^2} \cdot \cos[k(x/r_0 - \bar{\rho}(x_r))] \right\} \quad (\text{II.133})$$

Il ne reste qu'à disposer ces formules dans des sous-routines adaptées afin d'évaluer la somme dans (II.68) aboutissant ainsi à l'inductance mutuelle entre la phase statorique A, comme pour les autres phases, et la première maille rotorique.

## IV.4.2 Inductances rotoriques

L'utilisation des intégrales de bases décrites plus haut persiste ici. L'expressions des inductances à calculer diffèrent par les quantités à faire intervenir ainsi que par les bornes d'intégration.

### IV.4.2.1 Inductance propre rotorique

Son expression est la suivante

$$L_{r_j}(x_r) = 2\pi r_0 l \mu_0 \cdot \left( \langle P.n_{r_j} \cdot n_{r_j} \rangle - \frac{\langle P.n_{r_j} \rangle \cdot \langle P.n_{r_j} \rangle}{\langle P \rangle} \right) \quad (\text{II.134})$$

tel que

$$\begin{aligned} \langle P.n_{r_j}.n_{r_j} \rangle &= \langle P.n_{r_j} \rangle = \\ &= \frac{1}{2\pi.r_0.l} \cdot \left\{ \Theta_4(\bar{x}_{r_j} - 2\delta_r.r_0, \bar{x}_{r_j} - \delta_r.r_0) + \Theta_2(\bar{x}_{r_j} - \delta_r.r_0, \bar{x}_{r_j}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.135})$$

Dans le cas d'une excentricité dynamique, les inductances rotoriques ne varient pas avec la rotation et sont évaluées seulement une fois. Cela veut dire qu'un calcul numérique de celles-ci est une solution très envisageable vu que le problème de temps de calcul ne se pose pas.

#### IV.4.2.2 Inductance mutuelle rotorique

Comme pour l'inductance propre

$$L_{r_i r_j}(x_r) = 2\pi r_0 l \mu_0 \cdot \left( \langle P.n_{r_i}.n_{r_j} \rangle - \frac{\langle P.n_{r_i} \rangle \cdot \langle P.n_{r_j} \rangle}{\langle P \rangle} \right) \quad (\text{II.136})$$

avec

$$\langle P.n_{r_j} \rangle = \frac{1}{2\pi.r_0.l} \cdot \left\{ \Theta_4(\bar{x}_{r_j} - 2\delta_r.r_0, \bar{x}_{r_j} - \delta_r.r_0) + \Theta_2(\bar{x}_{r_j} - \delta_r.r_0, \bar{x}_{r_j}) \right\} \quad (\text{II.137})$$

$$\bar{x}_{r_j} = x_r + (j-1)r_0.\lambda_r. \quad (\text{II.138})$$

Du fait que les mailles rotoriques sont considérées comme des bobines qui ne se superposent ni se croisent, elles doivent présenter des surfaces communes nulles. Ainsi nous obtenons

$$\langle P.n_{r_i}.n_{r_j} \rangle = 0. \quad (\text{II.139})$$

#### IV.4.3 Inductances statoriques

Exposons le cas de calcul de l'inductance propre de la première phase statorique

$$L_A(x_r) = 2\pi r_0 l \mu_0 \cdot \left( \langle P.n_{A_i'}.n_{A_i} \rangle - \frac{\langle P.n_{A_i'} \rangle \cdot \langle P.n_{A_i} \rangle}{\langle P \rangle} \right) \quad (\text{II.140})$$

$\langle P.n_{A_i'} \rangle$  est calculée selon (II.130) tandis que l'autre terme se déduit comme suit

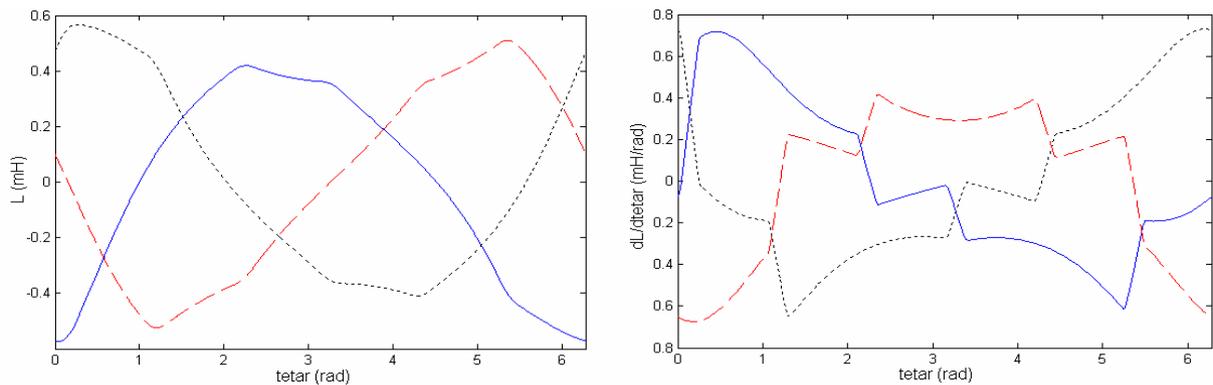
$$\langle P.n_{A_i}.n_{A_i} \rangle = \frac{1}{2\pi.r_0.l} \sum_{i=1}^{\sigma} \sum_{i'=1}^{\sigma} \iint_{D_{A_i}} n_{A_i'} . n_{A_i} \cdot \left\{ P_0 + \sum_{k=1}^p P_k . \cos[i.(x/r_0 - \rho(x_r))] \right\} \quad (\text{II.141})$$

Vu la définition de la fonction de distribution d'une bobine statorique, il est clair que cette quantité peut être évaluée en utilisant des intégrales de type  $\Theta_5$ . L'inductance mutuelle entre

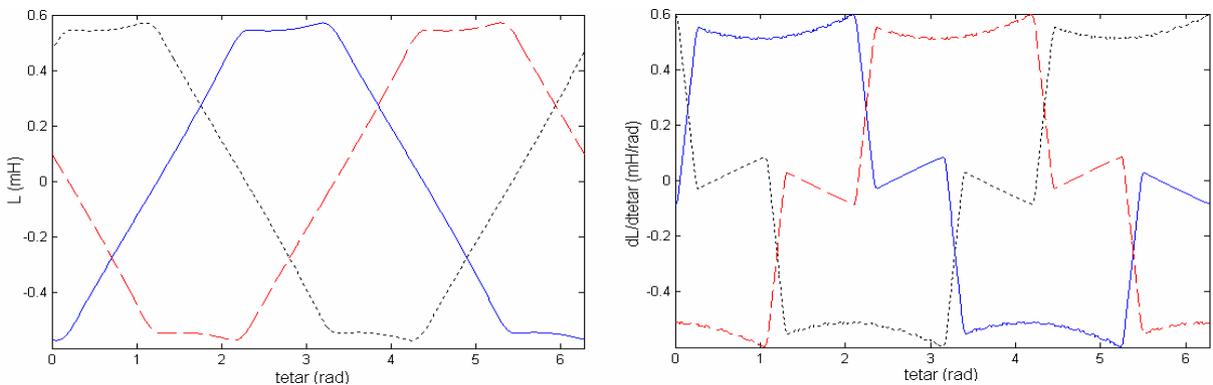
phases statoriques se déduit en suivant le même raisonnement. En cas d'excentricité statique, un calcul numérique s'avère parfois la solution convenable.

#### IV.4.4 Application

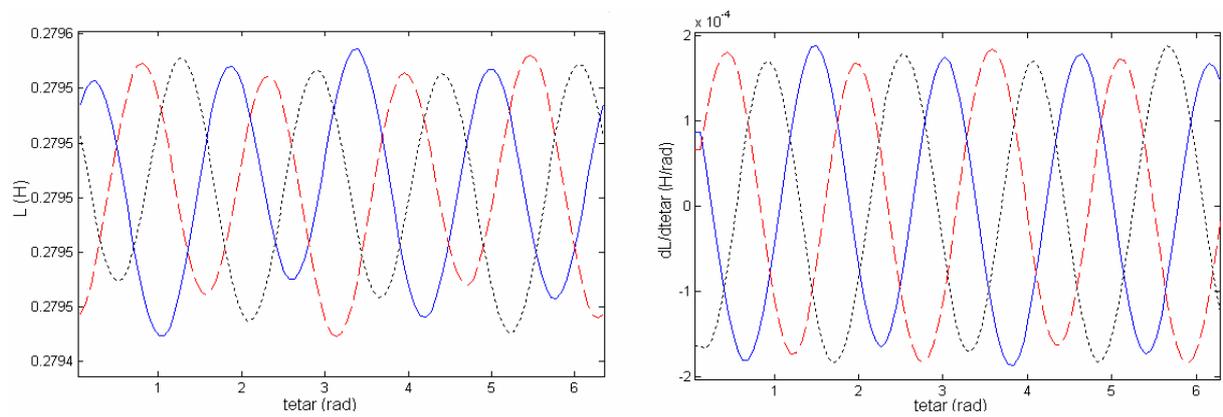
Le calcul d'application concerne la même machine bipolaire utilisée dans le cas symétrique. La figure II.23 illustre les formes des inductances mutuelles entre la première maille rotorique et les phases statoriques ainsi que leurs dérivées correspondantes par rapport à la position rotorique pour une excentricité statique de 40%. La modulation de ces fonctions est apparente dans le cas de l'excentricité dynamique présentée par la figure II.24. Les figures II.25 et II.26 confirment les points discutés dans la section IV.4.2 et IV.4.3 concernant le caractère variable des inductances rotoriques et statoriques en cas d'excentricité statique et dynamique respectivement.



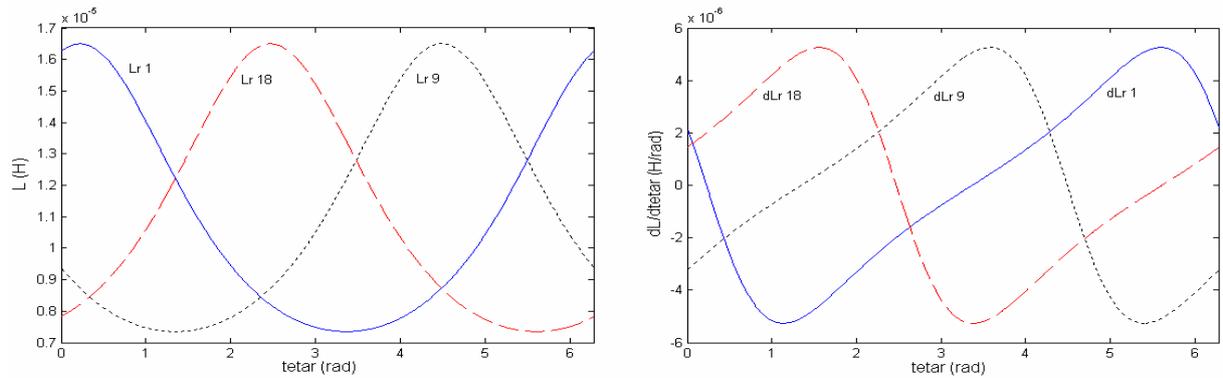
**Figure II.23.** Inductances mutuelles et leurs dérivées entre les phases A,B et C statoriques et la première maille rotorique de la machine excentrique ( $\delta_s = 40\%$ ). Calcul avec le modèle 2D-MWFA.



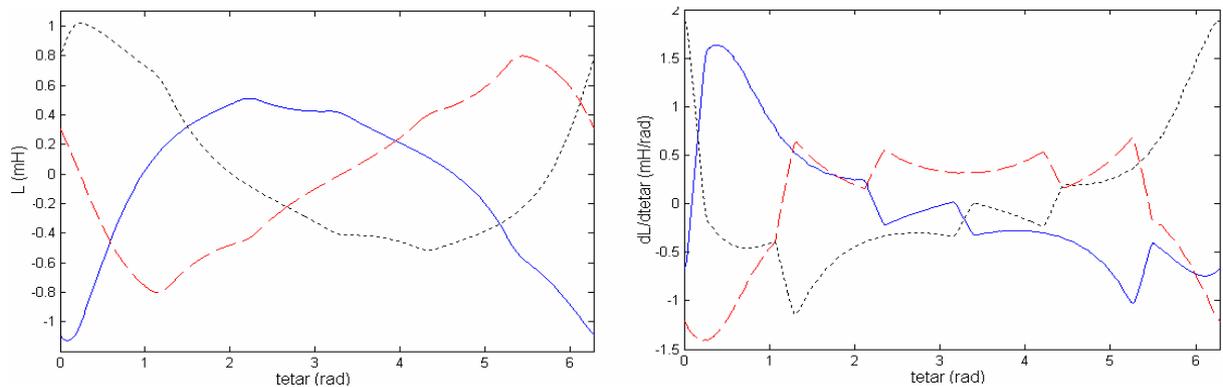
**Figure II.24.** Inductances mutuelles et leurs dérivées entre les phases A,B et C statoriques et la première maille rotorique de la machine excentrique ( $\delta_d = 40\%$ ).



**Figure II.25.** Inductances propres et leurs dérivées des phases A,B et C statorique de la machine excentrique ( $\delta_d = 40\%$ ).



**Figure II.26.** Inductances propres et leurs dérivées des mailles  $r_1$ ,  $r_9$  et  $r_{18}$  rotorique de la machine excentrique ( $\delta_s = 40\%$ ).



**Figure II.27.** Inductances mutuelles et leurs dérivées entre les phases A,B et C statoriques et la première maille rotorique de la machine excentrique ( $\delta_s = 40\%$ ,  $\delta_d = 40\%$ ).

## IV.5 Excentricité axiale

### IV.5.1 Formulation

Pour calculer  $L_{Arj}$ , réévaluons seulement la partie importante (II.74). En faisant

référence à la figure II.6 et en supposant que les degrés d'excentricité évoluent linéairement le long de l'arbre du rotor, vient [21]

$$\delta_s(z) = \delta_{s0} \left( 1 - \frac{z}{L_{st}} \right) \quad (\text{II.142})$$

$$\delta_d(z) = \delta_{d0} \left( 1 - \frac{z}{L_{dy}} \right) \quad (\text{II.143})$$

Il est à noter qu'en fixant  $\delta_{s0}$  et  $\delta_{d0}$ , le choix de  $L_{st}$  et  $L_{dy}$  définit parfaitement le degré de désalignement axial. Parfois, si l'intégral à chercher s'avère difficile ou même impossible de l'avoir analytiquement, il devient relativement facile par l'emploi d'une méthode d'intégration numérique appropriée afin de convertir l'intégrale en une simple somme de termes. À la base du model décrit, on discute trois alternatives permettant d'évaluer (II.74).

La première solution fait appel à l'une des méthodes numériques les plus classiques. Si on choisit la fameuse méthode du point milieu pour estimer (II.74), pour une position donnée du rotor, on doit diviser la région rectangulaire d'aire  $(x_{2j} - x_{1j})l$  en  $m_x \cdot m_z$  carrés de longueur  $h$ . Cela donne

$$F(x_r) = \sum_{i=1}^{m_x} \sum_{j=1}^{m_z} f(x_i, z_j, x_r) \cdot H(x_i, z_j, x_r) \cdot h^2 \quad (\text{II.144})$$

avec

$$f(x_i, z_j) = n_{Ai}(x) \cdot P(x, z, x_r) , \quad (\text{II.145})$$

$$h = \frac{l}{m_z} = \frac{(x_{2j} - x_{1j})}{m_x} \quad (\text{II.146})$$

et

$$\langle P \cdot n_{Ai} \cdot n_{rj} \rangle \approx \frac{1}{2\pi r_0 \cdot l} F(x_r) . \quad (\text{II.147})$$

$H$  égal à l'unité si  $(x, z)$  appartient à ' $D_c$ ' et zéro ailleurs. Il est à noter que cette méthode, en même titre que la méthode de Trapèze, est parmi les méthodes les plus évidentes permettant de résoudre une double intégration analytiquement. La deuxième voie est basée sur le réarrangement suivant de (II.74):

$$\langle P.n_{Ai}.n_{rj} \rangle = \frac{1}{2\pi r_0 \cdot l} \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \left[ n_{Ai}(x) \cdot \int_{z_{1j}(x)}^{z_{2j}(x)} P(x, z, x_r) dz \right] dx \quad (\text{II.148})$$

Partant de (II.37),  $P$  peut être réécrite comme suit

$$P(x, z, x_r) = \frac{l/g_0}{C + z.E} \quad (\text{II.149})$$

où

$$C = l - \delta_{s0} \cdot \cos(x / r_0) - \delta_{d0} \cos((x - x_r) / r_0) \quad (\text{II.150})$$

et

$$E = \left( \frac{\delta_{s0}}{L_{st}} \right) \cdot \cos(x / r_0) + \left( \frac{\delta_{d0}}{L_{dy}} \right) \cdot \cos((x - x_r) / r_0) \quad (\text{II.151})$$

La substitution de (II.149) dans (II.148) donne

$$\langle P.n_{Ai}.n_{rj} \rangle = \frac{1}{2\pi r_0 \cdot l.g_0} \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \left[ \frac{n_{Ai}(x)}{E} \cdot \ln \left( \frac{C + z_{2j}(x).E}{C + z_{1j}(x).E} \right) \right] dx \quad (\text{II.152})$$

A ce niveau, une simple intégration numérique suffit pour évaluer (II.152).

La troisième alternative consiste à faire appel à une méthode d'intégration de Monte-Carlo. Il est possible que (II.74) possède bien une intégrale analytique. Malgré cela, il se trouve que beaucoup d'intégrations multiples ne se montrent pas bénéfiques et pratiques comme l'est souvent la méthode de Monte-Carlo. La méthode de Monte-Carlo n'est pas toujours meilleure en ce qui concerne le temps de calcul. Cependant, elle peut être d'une grande utilité en cas de résolution d'intégrales multiples [60],[61]. Afin d'évaluer une intégrale à deux dimensions, une simple méthode de Monte-Carlo utilise la même région rectangulaire que précédemment, mais les  $m$  points sont sélectionnés aléatoirement parmi les points du rectangle. Cela peut être réalisé facilement en MATLAB en prenant un nombre aléatoire uniforme [65].

L'estimé de (II.74) sera

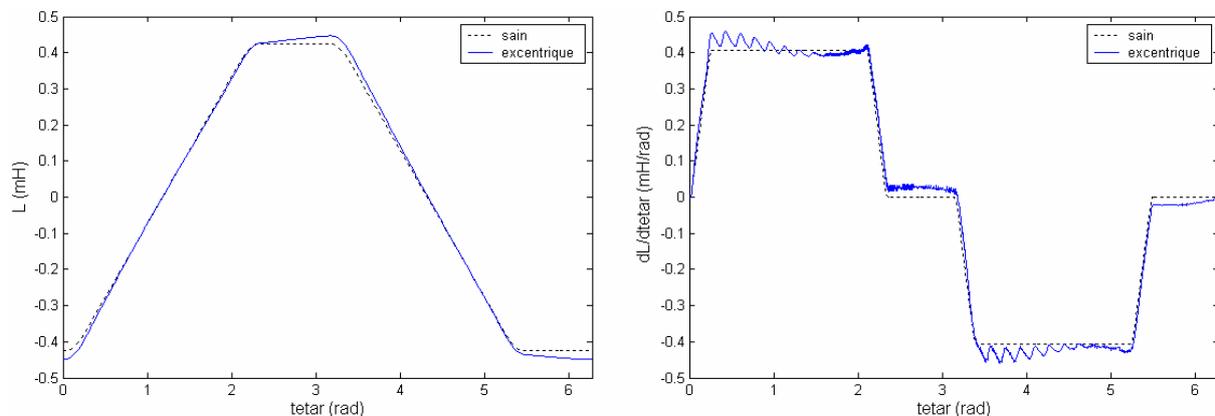
$$F(x_r) = \frac{\Omega}{m} \sum_{i=1}^m f(x_i, z_i) \cdot H(x_i, z_i) \cdot h^2, \quad (\text{II.153})$$

où  $\Omega$  représente l'aire du rectangle  $l.(x_{2i} - x_{1i})$  alors que  $f$  est définie comme dans II.145. En général, (II.153) représente L'aire de la région 'D' multipliée à la valeur moyenne de  $f(x, z)$

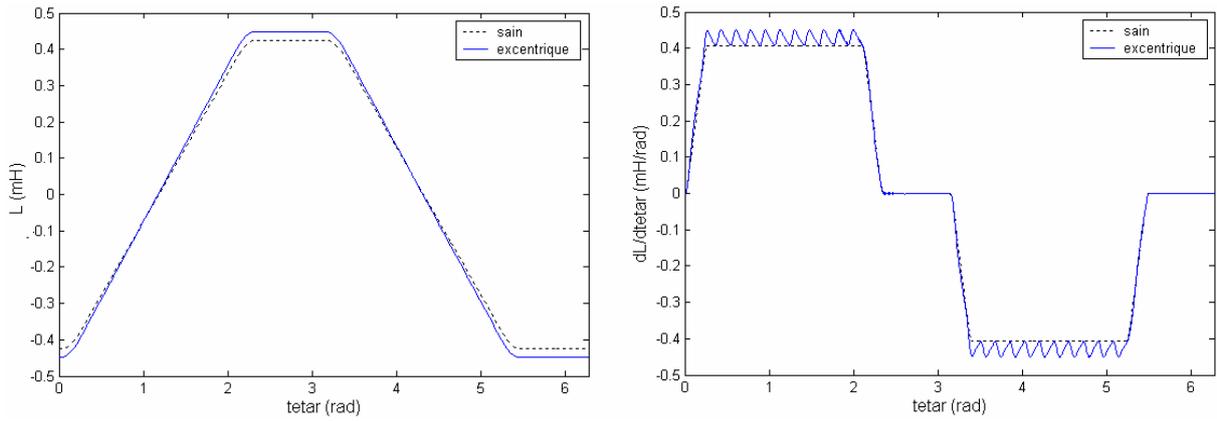
dans 'D'. La comparaison de (II144),(II152) et (II153) célèbre une différence flagrante; Dans les méthode d'intégration classique on a besoin de deux sommes différentes, par contre, avec la méthode de Monte-Carlo ainsi que la deuxième alternative proposée, seulement une suffit. En littérature, cette variante de la méthode de Monte-Carlo est connue aussi sous le nom de « hit and miss ». Il est aussi important de noter qu'à la différence des méthodes mentionnées plus haut et ceux présentées dans [24], ces dernières tiennent compte de tous les harmoniques de la fonction inverse de l'entrefer. Cela peut mener à des spectres fréquentiels plus précis, particulièrement, en cas d'étude de machines multipolaires. En outre, la réduction d'une double intégration en une seule simple intégration devra avoir un impact considérable sur le temps de calcul.

## IV.5.2 Application

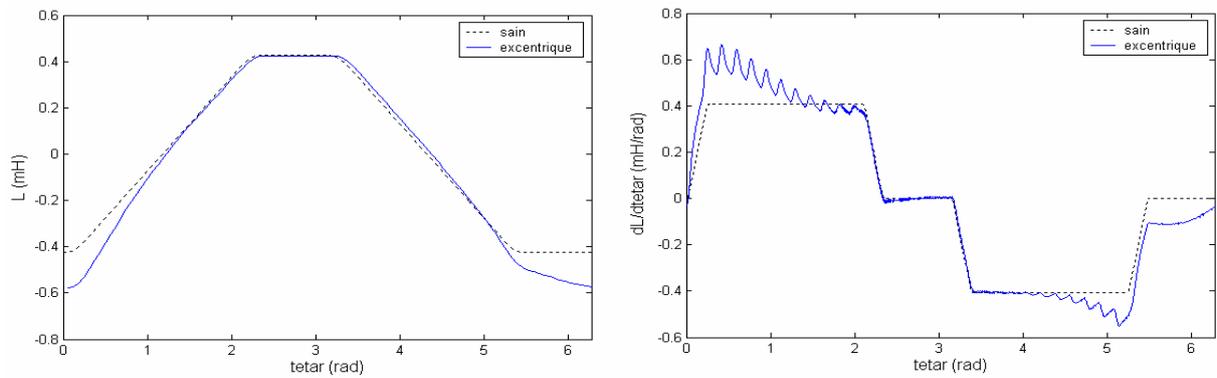
Comme évoqué dans le premier chapitre, l'excentricité axiale statique symétrique par rapport au point milieu de l'arbre du rotor risque d'être indétectable par les harmoniques spécifiques dans le spectre de courant. Si c'est le cas, on peut prévoir que cela peut être observé à partir d'une certaine ressemblance des courbes d'inductances avec celles relatives à l'état sain. Visiblement, la figure II.28 traduit ce fait. Néanmoins, la première dérivée outre le module, présente un net désagrément tant pour le cas d'excentricité axiale statique que pour le cas d'excentricité axiale dynamique et mixte (figure II.28, II.29 et II.30). Les figures II.31 jusqu'à la figure II.36, comme ceux figurant dans [29] pour un pas de raccourcissement de 1/3, illustrent l'évolution des différentes inductances en fonction de  $L_{st}$ ,  $L_{dy}$  pour une sélection de degrés d'excentricité terminales.



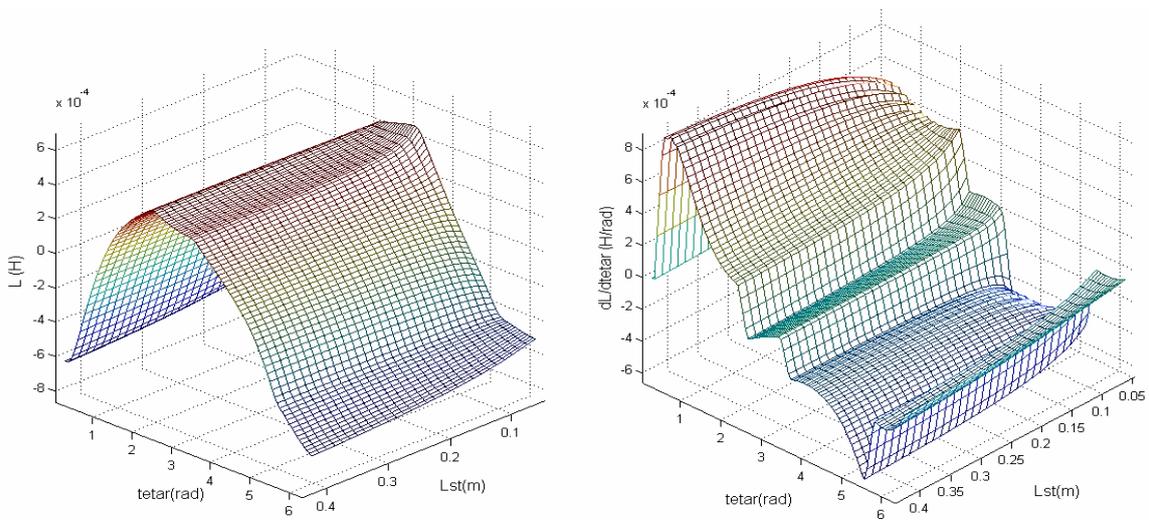
**Figure II.28.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la première maille rotorique de la machine saine et avec excentricité axiale statique symétrique ( $\delta_{s0} = 40\%$  -  $L_{st} = l/2$ ).



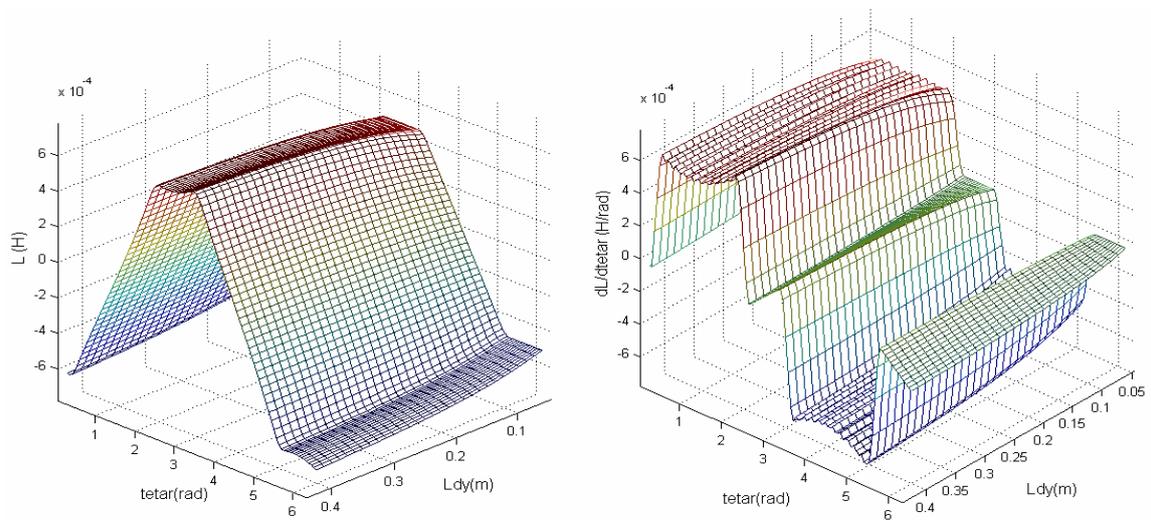
**Figure II.29.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la première maille rotorique de la machine saine et avec excentrique axiale dynamique symétrique ( $\delta_{d0} = 40\% - L_{dy} = l/2$ ).



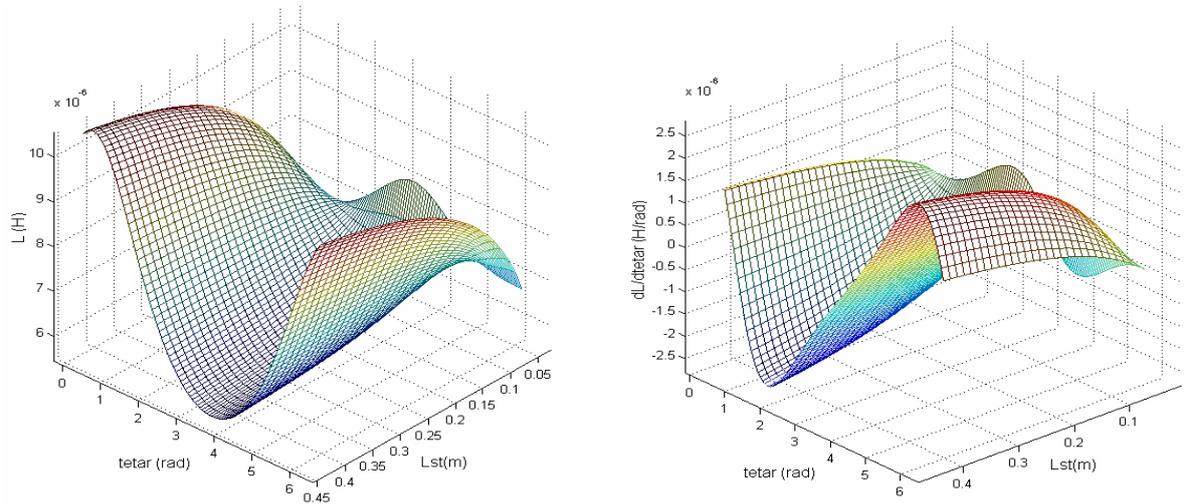
**Figure II.30.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la première maille rotorique de la machine saine comparé à l'état avec excentrique axiale mixte ( $\delta_{s0} = 40\% - L_{st} = l/2, \delta_{d0} = 40\% - L_{dy} = l/2$ ). Calcul avec le modèle 2D-MWFA.



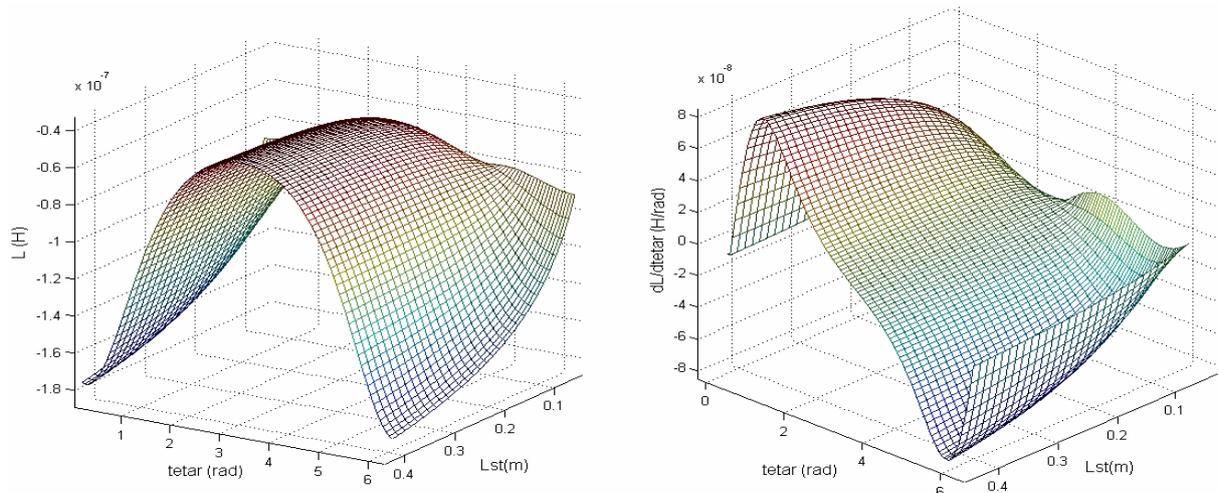
**Figure II.31.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la maille  $r_1$  rotorique de la machine avec excentricité axiale statique ( $\delta_{s0} = 60\%$ ), pour  $L_{st}$  variant entre ( $0.5 \times l \rightarrow 3.5 \times l$ ).



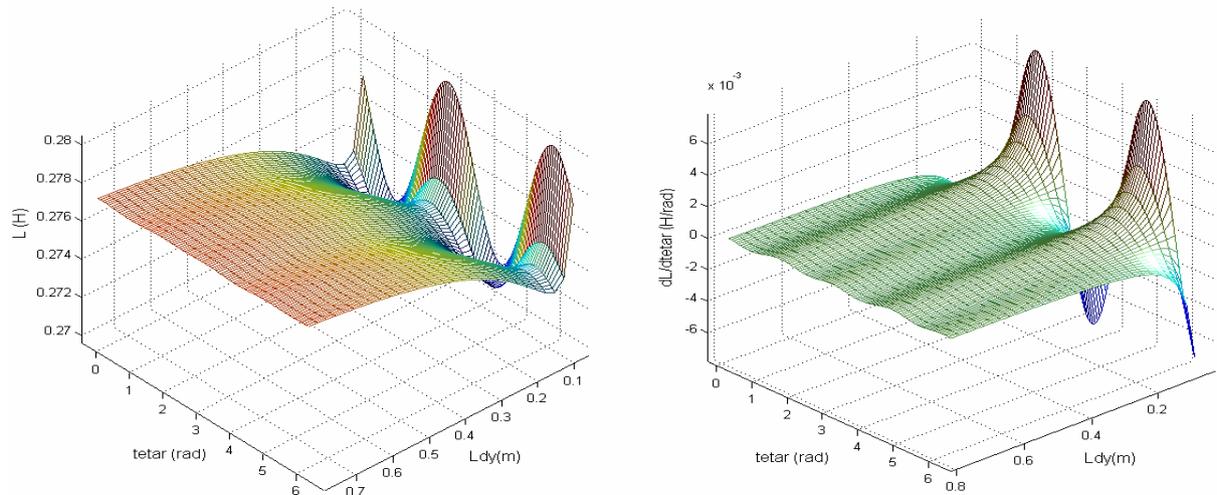
**Figure II.32.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre la phase A statorique et la maille  $r_1$  de la machine avec excentricité axiale dynamique ( $\delta_{d0} = 60\%$ ), pour  $L_{dy} = 0.5 \times l \rightarrow 3.5 \times l$ .



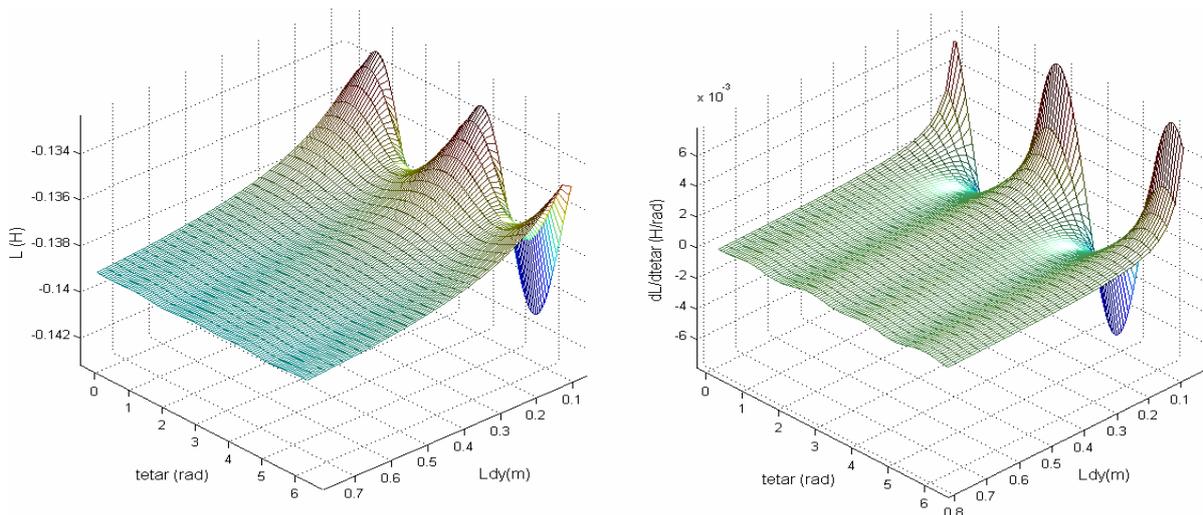
**Figure II.33.** Inductance propre et sa dérivée de la première maille rotorique de la machine avec excentricité axiale statique ( $\delta_{s0} = 40\%$ ), pour différente valeur de  $L_{st} = 0.5 \times l \rightarrow 3.5 \times l$ .



**Figure II.34.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre mailles rotorique  $r_1$  et  $r_2$  de la machine avec excentricité axiale statique ( $\delta_{s0} = 40\%$ ), pour différente valeur de  $L_{st} = 0.5 \times l \rightarrow 3.5 \times l$ .



**Figure II.35.** Inductance propre et sa dérivée de la phase A statorique de la machine avec excentricité axiale statique ( $\delta_{d0} = 40\%$ ), pour différente valeur de  $L_{dy}$  ( $0.5 \times l \rightarrow 6 \times l$ ).



**Figure II.36.** Inductance mutuelle et sa dérivée entre les phases A et B statoriques de la machine avec excentricité axiale statique ( $\delta_{d0} = 40\%$ ), pour différente valeur de  $L_{dy} = 0.5 \times l \rightarrow 6 \times l$ .

## IV.6 Courts-circuits entre spires

### IV.6.1 Défaut de court-circuit isolé

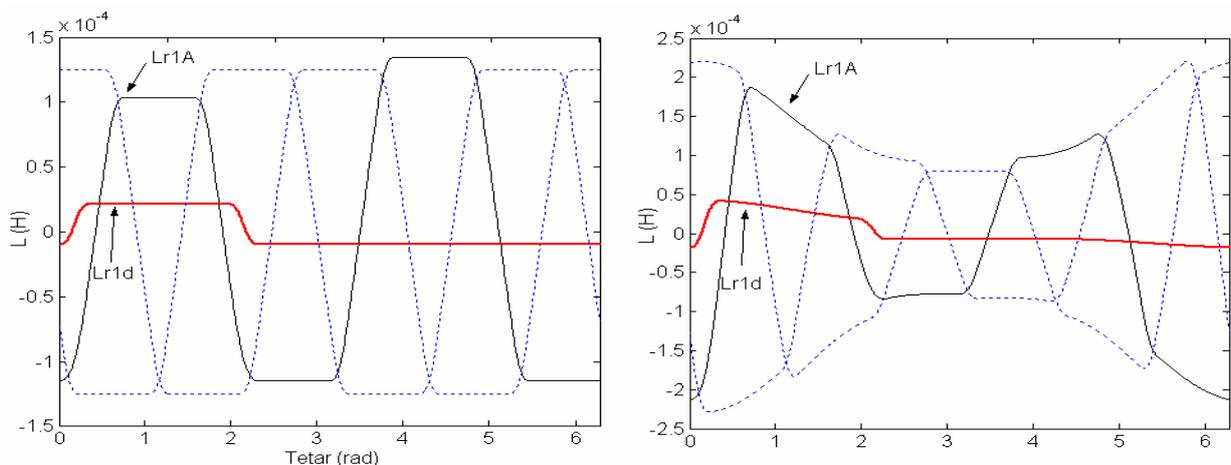
Dans une modélisation d'un court-circuit entre spires d'une même phase, la maille court-circuitée résultante se trouve couplée magnétiquement avec les autres circuits de la machine, à savoir, les 3 phases statoriques et les  $N_b$  mailles rotoriques. Cela impose le calcul des nouvelles inductances toujours selon les notions préétablies. En revanche, aucun couplage ne sera envisagé avec la branche *scontact* en raison de son caractère non inductif [14].

### IV.6.2 Défaut de court-circuit combiné à une excentricité rotorique

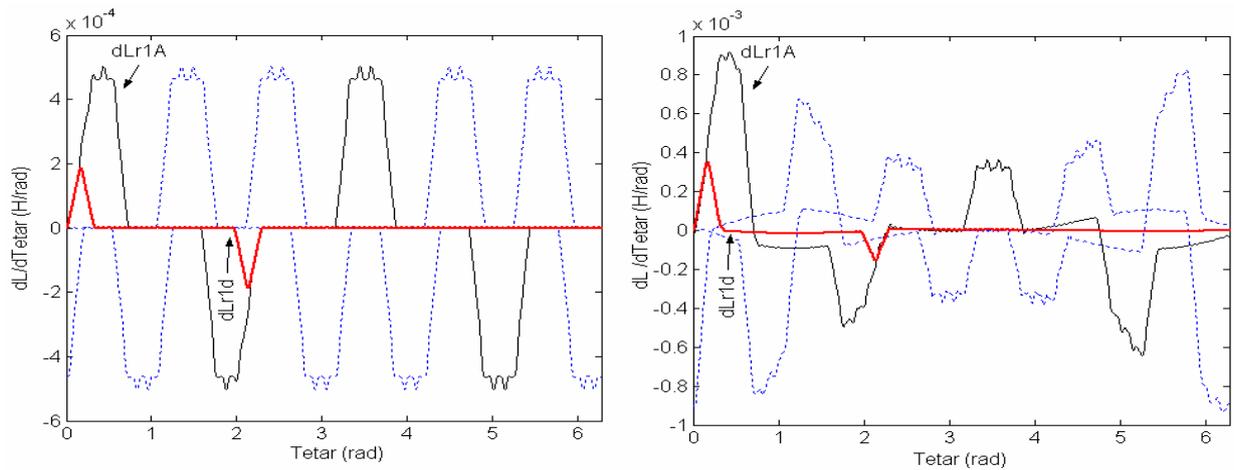
Il suffit dans cette situation de reprendre les étapes décrites à partir de (II.121) en incluant la maille  $sd$  court-circuitée. Comme pour toutes les autres mailles statoriques, on prévoit d'avance que l'inductance de magnétisation de la maille  $sd$  sera fonction de la position rotorique dans le cas d'une excentricité dynamique et mixte. Remarquons une seconde fois que la modélisation du court-circuit n'affecte en rien le circuit magnétique, à la différence de l'excentricité où le trajet dans l'air (l'entrefer) se trouve modifié.

### IV.6.3 Application à la machine étudiée

Considérant le cas de la machine (2) de l'annexe qui est celle examinée dans [11] et [21]. Soit un court-circuit qui touche 50% des tours de la première bobine de la phase A (6.25% des spires de la phase A), soit 14 spires de la bobine placée dans les encoches 1 et 15 respectivement. La résistance de la maille court-circuitée sera dans ce cas  $r_s/16$ , et  $r_s \cdot 15/16$  pour la nouvelle résistance de la phase A. Dans la figure II.37 on peut voir les profils des nouvelles inductances mutuelles entre les enroulements constituant le circuit statorique et la première maille rotorique. L'effet du court-circuit se traduit par une non-homogénéité de la courbe d'inductance mutuelle entre la phase statorique A siège du court-circuit, et la première maille rotorique. La nouvelle maille  $sd$  contribue avec son propre flux. Dans le cas d'une excentricité statique, la déformation qui affecte les allures des courbes d'inductance et les dérivées correspondantes affecte également la maille  $sd$  (figure II.38).

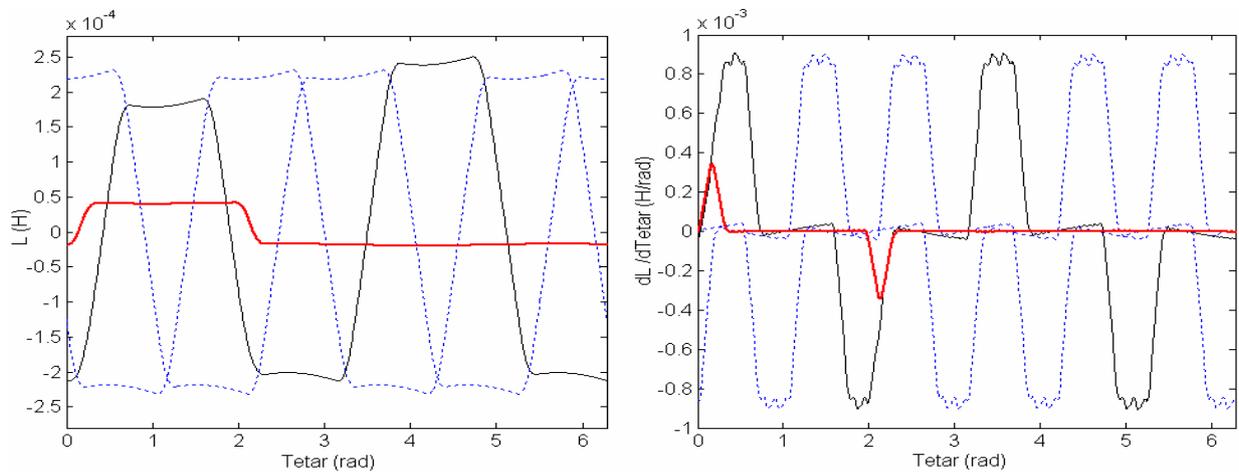


**Figure II.37.** Allures des inductances mutuelles entre la première maille rotorique  $r_1$  et les phases A, B et C ainsi qu'avec la maille court-circuitée ( $L_{r1d}$ ). Entrefer constant (gauche), et présentant une excentricité 50% statique (droite).



**Figure II.38.** Allures des dérivées des inductances mutuelles entre la première maille rotorique  $r_1$  et les phases A, B et C ainsi qu'avec la maille court-circuitée ( $L_{r1d}$ ). Entrefer constant (gauche), et présentant une excentricité statique 50% (droite).

Pour ce qui est de l'excentricité dynamique et la figure II.39, celle-ci traduit une augmentation de la valeur maximale de l'inductance mutuelle entre les phases statoriques et la maille rotorique en même titre que l'inductance mutuelle entre la maille  $sd$  et la maille rotorique en question.



**Figure II.39.** Allures des inductances mutuelles (gauche) et de leurs dérivées (droite) entre la première maille rotorique  $r_1$  et les phases A, B et C ainsi qu'avec la maille court-circuitée ( $L_{r1d}$ ) en présence d'une excentricité de 50% dynamique.

## **V Conclusion**

La tranche délicate dans une modélisation dédiée au diagnostic employant l'approche de la fonction d'enroulement et ses dérivées est le calcul d'inductances. Un tel calcul passe généralement par une opération d'intégration qui influe directement sur les résultats finaux. Ainsi, tout le travail consiste à aménager le mieux possible la fonction à intégrer de sorte que l'on peut sélectionner la méthode d'intégration la plus adaptée et la plus rentable de point de vue précision et temps de calcul.

# CHAPITRE III :

## Calcul des inductances basé sur le théorème de convolution

## **I Introduction**

Jusqu'à présent, tous les calculs d'inductance étaient basés sur des expressions analytiques relatives à des intégrales indéfinies partant du fait qu'à un moment donné, les expressions analytiques présentaient un temps de calcul très réduit comparé aux formules d'intégration numérique. Selon la littérature du domaine, l'expression analytique, en particulier celle dépourvue de développement polynomial ou en série de Fourier, a été toujours considérée comme solution suprême; mais une fois qu'une formule très compacte de l'inductance est déterminée, il paraît logique de penser si on peut toujours parler d'une amélioration supplémentaire du temps de calcul. En fait, à l'intérieur des calculateurs rien n'est analytique, et tout est converti en datas, séries et séquences numérisées.

En revenant en arrière, l'exemple de l'évaluation numérique d'un produit de convolution faisait partie des tâches des mathématiques appliquées dont les fonctions ne sont pas forcément à variables temporels [66],[67],[68]. Une des exploitations techniques de ses notions est le champ du traitement numérique du signal connu sous le nom de DSP là où la variable est restreinte au temps. On passe ainsi de la fonction avec son sens large vers le signal. Cependant, parlant mathématiques, rien n'empêche que ces techniques soient appliquées à une fonction autre qu'un signal temporel physiquement identifiable. C'est l'idée à la base de la méthode proposée dans ce chapitre. En d'autres termes, s'il est possible de voir la fonction inductance comme étant un signal analogue aux courants et tensions, optimiser le temps de calcul et de traitement des données dans ce cas doit faire appel primordialement aux techniques employées en DSP. Rappelons qu'il ne s'agit pas ici de proposer une nouvelle méthode, mais c'est surtout une adaptation permettant d'étendre ou de bénéficier des potentialités d'une technique déjà connue, voire même primitive dans son champ d'application d'origine. En quelques sortes, c'est le résultat discuté dans ce chapitre.

## **II Convolution et FFT**

Dans les dernières décennies, le DSP est classifié comme l'une des composantes technologiques clés émergeant dans le domaine de génie électrique. La connaissance des concepts théoriques impliqués dans l'amélioration de beaucoup de systèmes de traitement numérique de signal peut être d'une grande importance dans diverses applications. Le produit de convolution est parmi les importants outils de base. Ce concept s'avère être fondamental dans l'analyse des informations numérisées et peut être utilisé avec profit dans différentes

applications, à savoir la détermination de la réponse indicielle d'un système sur la base seulement de sa réponse impulsionnelle. Le filtrage numérique et le traitement d'images sont autant d'applications employant la convolution. Associé à la FFT, le théorème de convolution constitue l'un des puissants outils utilisés en traitement de signal. Voici une brève description de la notion.

Ayant un couple de fonction  $f$  et  $h$  définies dans  $R$ . La convolution de  $f$  avec  $h$  est

$$q(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u).h(t-u).du \quad (\text{III.1})$$

Cela s'écrit comme suit

$$q(t) = f(t) * h(t) \quad (\text{III.2})$$

Lorsque  $f$  et  $h$  sont des fonctions discrètes représentées par  $m_1$  et  $m_2$  échantillons à des intervalles égaux de longueur  $\Delta$ , la convolution se traduit par une somme au lieu d'une intégrale. Ainsi,  $q$  est un vecteur de  $m_1+m_2-1$ . La convolution utilisant l'intégration numérique (l'aire sous la courbe) peut être écrite comme suit

$$q(k).\Delta = \Delta. \sum_{j=\max(k,m)}^{\min(1,k+1-n)} f(j)h(k+1-j) \quad (\text{III.3})$$

Dans des circonstances particulières, le cas où  $m_1=m_2=m$  est le plus intéressant. Sur la base du théorème de convolution, la FFT de  $q$  est égale à la FFT de  $f$  multipliée à celle de  $h$ . Ainsi

$$f * h = F^{-1} \{F(f) \cdot F(h)\} . \quad (\text{III.4})$$

L'équation (III.4) est la base d'un grand nombre d'applications de la FFT. Grâce au théorème de convolution, la FFT garantit une rapide convolution. C'est vraiment plus efficace en pratique du fait que la convolution directe, en même titre qu'une intégration numérique ordinaire (sommation directe), demande dans l'ordre de  $m^2$  opérations, alors que la convolution basée sur la FFT a seulement besoin d'environ  $m.\log(m)$  opérations. C'est ainsi qu'elle est devenue l'appui de plusieurs algorithmes de programmation tels que dans MATLAB [65]. Dans la section suivante, on peut montrer que des arrangements appropriés permettent de bénéficier de ces qualités et de calculer les inductances de la machine asynchrone grâce au théorème de convolution.

### III Calcul des inductances en utilisant le concept de convolution

#### III.1 Fondement

Au début, la méthode peut être clarifiée via l'exemple de base du calcul de l'inductance mutuelle entre une maille rotorique et une phase statorique sans tenir compte de l'inclinaison des barres ni de l'ouverture des encoches. L'expression générale de cette inductance est donnée par

$$L_{Ar_j}(\theta_r) = \frac{\mu_0 l}{g_0} \int_0^{2\pi} N_A(\varphi) \cdot n_{r_j}(\varphi, \theta_r) \cdot r_0 \cdot d\varphi. \quad (\text{III.5})$$

En considérant le modèle linéaire, (III.5) devient

$$L_{Ar_j}(x_r) = \frac{\mu_0 l}{g_0} \int_0^{2\pi r_0} N_A(x) \cdot n_{r_j}(x, x_r) \cdot dx, \quad (\text{III.6})$$

Alors que  $n_{Ai}$  et par conséquent  $N_A$  dépendent de  $x$ ,  $n_{rj}$  dépend de  $x$  et  $x_r$ . Suivant la représentation en 2-D de la figure (II.12), on peut voir que, suite à la substitution des déplacements linéaires (ou angulaires)  $x$  et  $x_r$  avec les variables temporels  $t$  et  $\tau$ , une similitude de la fonction de distribution d'une maille rotorique avec une fonction échelon retardée  $a(t-\tau)$ , et l'inductance avec la réponse indicelle d'un système dont la réponse impulsionnelle et  $N_A$  peut être faite. Cela est plus évident si on considère dans (III.6) un faux variable  $\xi = (x_r - x)$ . Ainsi on obtient

$$L_{Ar_j}(x_r) = \frac{\mu_0 l}{g_0} \int_0^{2\pi r_0} N_A(x) \cdot n_{r_j}(x_r - x) \cdot dx \quad (\text{III.7})$$

où

$$n_{r_j}(x_r - x) = n_{r_j}(\xi) = \begin{cases} 1 & -x_{1j} > \xi > (-x_{1j} - \lambda_r) \\ 0 & \text{à l'extérieur de l'intervalle} \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

On peut voir maintenant que selon la forme et l'aspect mathématique de (III.7), celle-ci n'est autre que le produit de convolution suivant

$$L_{Ar_j}(x_r) = \frac{\mu_0 l}{g_0} \{N_A(x_r) * n_{r_j}(x_r)\} \quad (\text{III.9})$$

Il est à noter qu'alors que  $N_A$  dépend seulement de  $x$ , (III.9) telle qu'apparaît, peut mener à une

ambiguïté en ce qui concerne la définition de la fonction d'enroulement  $N_A$ . De ce fait, il faut se rappeler toujours que seulement les formes intégrales traditionnelles sont aptes à exprimer clairement les sens physiques connus des fonctions d'enroulement et de distribution. Par conséquent, la considération de (III.9) suppose que  $n$  et  $N$  sont deux fonctions réelles tout en omettant momentanément que nous avons deux variables  $x$  et  $x_r$  de natures différentes. Selon le théorème de convolution, (III.9) s'écrit comme suit

$$L_{Ar_j}(x_r) = \frac{\mu_0 l}{g_0} \left\{ \mathbf{F}^{-1} \left( \mathbf{F}(N_A) \cdot \mathbf{F}(n_{r_j}) \right) \right\} \quad (\text{III.10})$$

(III.10) offre un calcul rapide de l'inductance, mais pas vraiment intéressant comparé à (II.95) là où le calcul des inductances peut être efficacement et rapidement achevé par simple définition de surfaces planes. Cependant, l'utilité de la formule de convolution se confirme quand il s'avère difficile ou même impossible d'évaluer l'intégrale analytiquement en une simple formule. La prise en compte de l'inclinaison des barres, de la saturation et/ou du défaut d'excentricité statique dans un même modèle sont autant de cas pratiques à examiner.

## III.2 Calcul des inductances tenant compte de l'inclinaison des barres et de la saturation des dents

### III.2.1 Modélisation de la saturation

Étant donné que dans la majorité des cas, la saturation est plus intense au niveau des dents des encoches statoriques et rotoriques, seulement la saturation des dents sera traitée dans cette analyse. Tel qu'expliqué dans [46], au lieu d'avoir une perméabilité magnétique variable due à la saturation, on peut assumer une pseudo variation de l'entrefer. Pour des raisons de commodité, l'inverse de la fonction d'entrefer sera considéré au lieu de la fonction d'entrefer. Soit dans ce cas

$$g^{-1}(x, x_f) = K_e + K_m \cdot \cos[2(p \cdot x - x_f) / r_0] \quad (\text{III.11})$$

avec

$$K_m = \frac{2 \cdot (K_s - 1)}{3 \cdot K_s} g_0^{-1}, \quad (\text{III.12})$$

$$K_e = g_0^{-1} - K_m = \frac{K_s + 2}{3.K_s} \cdot g_0^{-1}, \quad (\text{III.13})$$

$K_s$  est le facteur de saturation,  $\theta_f = x_f / r_0$  la position du flux magnétique d'entrefer et  $K_e$  la valeur moyenne de la fonction inverse de l'entrefer. Afin de concorder l'expression utilisée dans [52], (III.11) peut être exprimée comme suit

$$g^{-1}(x, x_f) = \underbrace{\frac{K_s + 2}{3.K_s} \cdot g_0^{-1}}_{g_0^{-1}} \cdot \left( 1 + \underbrace{\frac{2(K_s - 1)}{K_s + 2}}_{k_{gsat}} \cdot \cos[2(p.x - x_f) / r_0] \right) \quad (\text{III.14})$$

### III.2.2 Inductance mutuelle entre phases statoriques et mailles rotoriques

Comme vu dans le chapitre II, l'inductance mutuelle stator-rotor est déduite d'une expression déjà établie

$$L_{A,r_j}(x_r, x_f) = \mu_0 \cdot \iint_S N_A(x, x_f) \cdot n_{r_j}(x, z, x_r) \cdot g^{-1}(x, x_f) \cdot dz \cdot dx \quad (\text{III.15})$$

Qui peut être réduite à

$$L_{A,r_j}(x_r, x_f) = \mu_0 \cdot \int_{x_{1j}}^{x_{2j}} \int_{z_{1j}(x,x_r)}^{z_{2j}(x,x_r)} N_A(x, x_f) \cdot 1 \cdot g^{-1}(x, x_f) \cdot dz \cdot dx \quad (\text{III.16})$$

On peut redéfinir les bornes d'intégration on supposant que le début de la première maille rotorique coïncide avec le référentiel des angles  $\theta_r$ . Soit dans ce cas

$$\begin{cases} x_{2j} = x_r + (j \cdot \lambda_r + \gamma) \cdot r_0 \\ x_{1j} = x_r + (j - 1) \cdot \lambda_r \cdot r_0 \end{cases}, \quad (\text{III.17})$$

$$z_{1j}(x, x_r) = \begin{cases} 0, & x_{1j} \leq x \leq (x_{1j} + r_0 \cdot \lambda_r), \\ \frac{l}{r_0 \gamma} (x - x_r - j \lambda_r \cdot r_0), & (x_{1j} + r_0 \cdot \lambda_r) \leq x \leq x_{2j} \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

$$z_{2j}(x, x_r) = \begin{cases} \frac{l}{r_0 \gamma} (x - x_r - (j - 1) \lambda_r \cdot r_0), & x_{1j} \leq x \leq (x_{1j} + r_0 \cdot \gamma), \\ l, & (x_{1j} + r_0 \cdot \gamma) \leq x \leq x_{2j} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$$N_A(x, x_f) = n_A(x) - \frac{\langle g^{-1}.n_A \rangle}{\langle g^{-1} \rangle}, \quad (\text{III. 20})$$

$$\langle g^{-1} \rangle = K_e \quad (\text{III. 21})$$

et

$$\langle g^{-1}.n_A \rangle = K_e \cdot \langle n_A \rangle + K_m \cdot \left\langle n_A \cdot \cos\left(\frac{2}{r_0} \cdot (p \cdot x - x_f)\right) \right\rangle. \quad (\text{III. 22})$$

Il est facile de montrer que le deuxième terme de (III.22) est nul. Ainsi, à partir de (III.20), (III.21) et (III.22),  $N_A$  dépend seulement de  $x$ . Rappelons que  $n_A$  est calculée tenant compte de l'évolution linéaire de la FMM le long de l'encoche.

En faisant introduire le faut variable  $\xi = (x_r - x)$ , les équations (III.18) et (III.19) deviennent

$$z_{1j}(\xi) = \begin{cases} 0, & (1-j)\lambda_r \cdot r_0 \geq \xi \geq -j\lambda_r \cdot r_0 \\ \frac{-l}{r_0 \gamma} (\xi + j\lambda_r \cdot r_0), & -j\lambda_r \cdot r_0 \geq \xi \geq -(j\lambda_r + \gamma) \cdot r_0 \end{cases} \quad (\text{III. 23})$$

$$z_{2j}(\xi) = \begin{cases} \frac{-l}{r_0 \gamma} \{\xi + (j-1)\lambda_r \cdot r_0\}, & (1-j)\lambda_r \cdot r_0 \geq \xi \geq \{(1-j)\lambda_r - \gamma\} \cdot r_0 \\ l, & \{(1-j)\lambda_r - \gamma\} \cdot r_0 \geq \xi \geq -(j\lambda_r + \gamma) \cdot r_0 \end{cases} \quad (\text{III. 24})$$

En cas d'uniformité axiale de l'entrefer, (III.16) s'écrit comme suit

$$L_{A,r_j}(x_r, x_f) = \mu_0 \cdot \int_0^{2\pi \cdot r_0} \left\{ N_A(x) \cdot g^{-1}(x, x_f) \int_{z_{1j}(x_r-x)}^{z_{2j}(x_r-x)} dz \right\} dx \quad (\text{III. 25})$$

Ce qui n'est autre que

$$L_{A,r_j}(x_r, x_f) = \mu_0 \cdot \int_0^{2\pi \cdot r_0} \underbrace{N_A(x) \cdot g^{-1}(x, x_f)}_{f_{x_f}(x)} \cdot \underbrace{\{z_{2j}(x_r-x) - z_{1j}(x_r-x)\}}_{h(x_r-x)} dx \quad (\text{III. 26})$$

Maintenant, pour n'importe quelle position du flux d'entrefer  $x_f$ , la définition des fonctions  $f_{x_f}$  et  $h$  conformément à (III.26), permet d'écrire l'inductance mutuelle comme suit

$$L_{A,r_j}(x_r, x_f) = \mu_0 \cdot f_{x_f}(x_r) * h(x_r) \quad (\text{III. 27})$$

Au niveau de la fonction  $f$ ,  $x_f$  est prise comme paramètre afin d'effectuer une convolution

mono-variable. La définition implicite de  $h$  est obtenue partant de (III.23) et (III.24)

$$h(\xi) = \begin{cases} \frac{l}{r_0 \gamma} \{-\xi - (j-1)\lambda_r r_0\}, & (1-j)\lambda_r r_0 \geq \xi \geq \{(1-j)\lambda_r - \gamma\}r_0 \\ l, & \{(1-j)\lambda_r - \gamma\}r_0 \geq \xi \geq -j\lambda_r r_0 \\ l \left( 1 - \frac{1}{r_0 \gamma} (-\xi - j\lambda_r r_0) \right), & -j\lambda_r r_0 \geq \xi \geq -(j\lambda_r + \gamma)r_0 \\ 0, & \text{à l'intervalle réstant} \end{cases} \quad (\text{III. 28})$$

Concernant la discrète forme de (III.27), elle résulte de la division d'un intervalle de longueur  $2.\pi.r_0$  en  $m$  échantillons à des intervalles égaux de longueur  $\Delta = 2\pi.r_0/m$ . Soit

$$\left( L_{A.r_j} \right)_m = \Delta.\mu_0.f_{x_f} * h \quad (\text{III. 29})$$

Si  $f_{x_f}$  et  $h$  son deux vecteur de  $m$  éléments,  $L_{A.r_j}$  va être un vecteur de  $(2.m-1)$  éléments. Puisque on parle de séquences périodiques, seulement  $m$  éléments appropriés devant être tenus. La comparaison de (III.29) que la majorité des calculateurs utilise, avec l'intégration numérique classique, dévoile une nette différence. Avec  $m=1000$  échantillons le long de la périphérie de l'entrefer, l'intégration numérique classique de (III.26) ou même (III.29) a besoin de  $1000$  opérations pour une position donnée du rotor. Par conséquent, on doit avoir dans l'ordre de  $10^6$  opérations afin de balayer un cycle (un tour:  $2.\pi.r_0$ ). Par contre, la convolution basée sur la FFT demande seulement dans les alentours de  $7000$  opérations. D'un autre coté, il est à noter que la complexité de l'expression de la fonction d'entrefer et de son inverse n'est absolument pas un souci maintenant. D'une façon générale, les intégrales sont efficacement résolues grâce aux algorithmes de convolution basés sur la FFT [66],[67],[68].

### III.2.3 Inductances statoriques

Puisque les inductances statoriques ne varient pas avec la rotation, celles-ci sont calculées seulement une fois pour n'importe quelle valeur de la position du flux  $x_f$  en utilisant une simple intégration numérique. Ainsi, aucun besoin d'une formule analytique n'est indispensable.

### III.2.4 Inductances rotoriques

Les expressions menant aux inductances rotoriques ne diffèrent pas beaucoup de ceux correspondant aux inductances mutuelles entre phases statoriques et mailles rotoriques. Soit

$$L_{mr_j}(x_r, x_f) = 2\pi r_0 l \mu_0 \left( \langle g^{-1}.n_{r_j} \rangle - \frac{\langle g^{-1}.n_{r_j} \rangle^2}{\langle g^{-1} \rangle} \right), \quad (\text{III. 30})$$

$$L_{r_j r_k}(x_r, x_f) = 2\pi r_0 l \mu_0 \left( -\frac{\langle g^{-1}.n_{r_j} \rangle \cdot \langle g^{-1}.n_{r_k} \rangle}{\langle g^{-1} \rangle} \right), \quad (\text{III. 31})$$

$$\langle g^{-1}.n_{r_j} \rangle = \frac{1}{2\pi r_0 l} \int_0^{2\pi.r_0} \underbrace{g^{-1}(x_r, x_f)}_{f_{x_f}(x)} \cdot \underbrace{\{z_{2j}(x_r - x) - z_{1j}(x_r - x)\}}_{h(x_r - x)} dx, \quad (\text{III. 32})$$

avec

$$\langle g^{-1}.n_{r_j} \rangle = \frac{1}{2\pi r_0 l} f_{x_f} * h \quad (\text{III. 33})$$

Judicieusement, il est très facile d'aboutir aux inductances rotoriques par la simple définition de  $f$  et  $h$ .

## III.2.5 Considérations pour la simulation dynamique

### III.2.5.1 Inductances et leurs dérivées

Résonnons sur une machine bipolaire. Dans le système d'équation décrit par (II.32), on a besoin d'effectuer la dérivation des inductances par rapport au temps. Cela impose dans la plupart des travaux précédents, l'évaluation des dérivées partielles par rapport à  $\theta_f$  et  $\theta_r$  [52], [54]. En outre, un découplage entre les termes qui se présentent comme fonctions de la position du flux et les constantes de saturation et les termes qui dépendent seulement de la position rotorique est la bien venue dans un programme dynamique capable de prendre en charge n'importe quel degré de saturation sans qu'il soit nécessaire de lui attribuer des matrices d'inductances qui lui sont propres. Ainsi, partant de (III.11) et l'expression suivante relative à la dérivée de l'inductance mutuelle par rapport au temps

$$\frac{dL_{Ar_j}(x_r, x_f)}{dt} = \frac{r_0 \cdot \partial L_{Ar_j}(x_r, x_f)}{\partial x_f} \omega_s + \frac{r_0 \cdot \partial L_{Ar_j}(x_r, x_f)}{\partial x_r} \omega_r, \quad (\text{III. 34})$$

les relations trigonométriques permettent de réécrire (III.11) comme suit

$$g^{-1}(x, x_f) = K_e + K_m \cdot \cos(2.x / r_0) \cdot \cos(2x_f / r_0) + K_m \cdot \sin(2.x / r_0) \cdot \sin(2x_f / r_0) \quad (\text{III. 35})$$

Par conséquent, (III.26) et (III.35) sont à la base de la nouvelle écriture

$$L_{Ar_j}(x_r, x_f) = K_e \cdot L_0(x_r) + K_m \cdot \cos\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot L_1(x_r) + K_m \cdot \sin\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot L_2(x_r) \quad (\text{III. 36})$$

avec

$$L_0(x_r) = \mu_0 \cdot \iint_S \underbrace{N_A(x)}_{f_0} \cdot n_{r_j}(x_r - x, z) \cdot dz dx \quad , \quad (\text{III. 37})$$

$$L_1(x_r) = \mu_0 \cdot \iint_S \underbrace{N_A(x) \cdot \cos\left(\frac{2}{r_0} \cdot x\right)}_{f_1(x)} \cdot n_{r_j}(x_r - x, z) \cdot dz dx \quad , \quad (\text{III. 38})$$

et

$$L_2(x_r) = \mu_0 \cdot \iint_S \underbrace{N_A(x) \cdot \sin\left(\frac{2}{r_0} \cdot x\right)}_{f_2(x)} \cdot n_{r_j}(x_r - x, z) \cdot dz dx \quad . \quad (\text{III. 39})$$

La saisie de  $f_{0,1,2}$  comme montré dans (III. 37), (III. 38) et (III. 39), permet à  $L_0$ ,  $L_1$  et  $L_2$  d'être évalué indépendamment de  $K_e, K_m$  et  $x_f$  tout en utilisant les relations de convolution suivantes:

$$L_0 = \mu_0 \cdot f_0 * h \quad (\text{III. 40})$$

$$L_1 = \mu_0 \cdot f_1 * h \quad (\text{III. 41})$$

$$L_2 = \mu_0 \cdot f_2 * h \quad (\text{III. 42})$$

Il est à noter que  $h$  est le même décrit dans (III. 26) et (III. 28).  $L_{Ar_j}$  et ses dérivées sont maintenant facilement déduites grâce à (III.36), (III.34) et aux expressions suivantes

$$\frac{\partial L_{Ar_j}(x_r, x_f)}{\partial x_f} = -2 \cdot \frac{K_m}{r_0} \sin\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot L_1(x_r) + 2 \cdot \frac{K_m}{r_0} \cos\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot L_2(x_r) \quad (\text{III. 43})$$

et

$$\frac{\partial L_{Ar_j}(x_r, x_f)}{\partial x_r} = \frac{dL_0(x_r)}{dx_r} + K_m \cos\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot \frac{dL_1(x_r)}{dx_r} + K_m \sin\left(\frac{2}{r_0} \cdot x_f\right) \cdot \frac{dL_2(x_r)}{dx_r} \quad (\text{III. 44})$$

### III.2.5.2 Position du flux d'entrefer

Les recherches établies [69] et [70] ont reporté que l'inductance de magnétisation

dépend principalement du flux statorique. Cette approximation est meilleure à faible glissement là où le flux rotorique induit est faible. En plus, avec une machine présentant des barres inclinées, il est possible de considérer que le flux d'entrefer peut être représenté par sa composante fondamentale du fait que l'inclinaison réduit fortement l'amplitude des RSHs devant celle de la fondamentale. Par conséquent, il est concevable de considérer le champ tournant d'entrefer comme étant un phasor complexe dont la position angulaire est bien liée à la partie réelle et imaginaire du phasor relatif au flux totalisé statorique. Ainsi, ayant

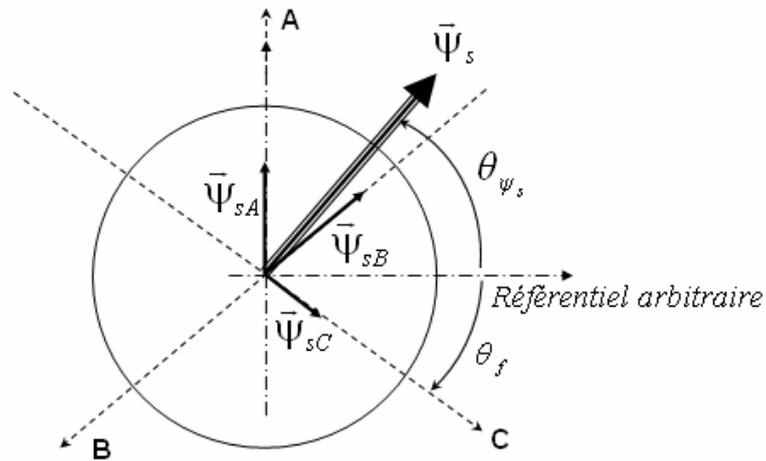
$$[\psi_s] = [L_{ss}][I_s] + [L_{sr}][I_r], \quad (\text{III. 45})$$

on obtient

$$\bar{\psi}_s = \frac{2}{3} \left( \bar{\psi}_{sA} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \bar{\psi}_{sB} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \bar{\psi}_{sC} \right). \quad (\text{III. 46})$$

$[I_s]$  et  $[I_r]$  sont  $3 \times 1$  et  $N_b \times 1$  vecteurs relatifs aux courants statoriques et rotoriques, tandis que  $[L_{ss}]$  est la matrice des inductances propres statoriques. Par conséquent, la phase instantanée correspondante est

$$\theta_{\psi_s} = \text{Arg}(\bar{\psi}_s) = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\text{Im}(\bar{\psi}_s)}{\text{Re}(\bar{\psi}_s)} \right) \quad (\text{III. 47})$$



**Figure III.1.** Vecteur flux statorique dans les coordonnées polaires

La figure III.1 illustre la position du champ tournant telle qu'expliquée précédemment, et

l'argument du phaseur complexe correspondant. En ce référent à cette figure, une relation entre les angles du champs magnétique dérive [70]

$$\theta_f = \theta_{\psi_s} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{III. 48})$$

En parlant en terme de composante fondamentale du flux totalisé, il doit être noté qu'un résultat similaire peut être atteint en prenant comme position du flux, l'argument de la première dérivée de la composante fondamentale du flux, du fait que celle-ci est décalée de  $\pi/2$  par rapport au flux lui-même [52].

### III.3 Calcul des inductances en cas d'excentricité statique

L'excentricité statique et sa modélisation sont exposées dans le chapitre II, il convient donc de commencer directement avec l'expression donnant l'inductance mutuelle stator-rotor comme exemple de calcul. Ce n'est autre qu'une formule similaire à (III.26) en considérant seulement la nouvelle définition de la fonction inverse de l'entrefer. Soit dans ce cas

$$L_{A,r_j}(x_r) = \mu_0 \cdot \int_0^{2\pi r_0} \underbrace{N_A(x)}_{f(x)} \cdot \underbrace{g_{stat}^{-1}(x)}_{h(x_r-x)} \cdot \{z_{2j}(x_r-x) - z_{1j}(x_r-x)\} dx \quad (\text{III. 49})$$

avec

$$g_{stat}(x) = g_0 \{1 - \delta_s \cos(x/r_0)\} \quad (\text{III. 50})$$

La formule de convolution se montre applicable à ce stade en choisissant  $f$  et  $h$  comme dans (III.49). La procédure de calcul s'avère simple pour un lecteur entraîné tant pour les inductances mutuelles que pour les inductances rotoriques. Du fait que les inductances statoriques en cas d'excentricité statique ne varient pas avec la rotation, celles-ci sont calculées seulement une fois sur la base d'une méthode numérique classique parmi d'autres. Il doit être noté ici que le terme relatif à la variation due à l'effet d'encoche statorique peut être ajouté dans la fonction d'entrefer (III.50) sans affecter la formulation de convolution.

Le tableau III.1 rassemble le temps de calcul des matrices relatives aux inductances mutuelles stator-rotor et inductances rotoriques de la machine (1) en fonction de la méthode de calcul adoptée. Comme il peut être facilement constaté, une réduction remarquable du temps de calcul peut être notée dans le cas de la méthode de convolution comparée à la méthode analytique, alors que la procédure d'intégration numérique demeure le dernier choix pour ceux

attachant une attention particulière au temps de calcul et de traitement des données.

**Tableau III.1.** Temps de calcul en fonction de la méthode adoptée

Matrices inductances	Temps de calcul (s)		
	Numérique	Analytique	Convolution
$[L_{sr}] (3 \times 29)$	18000	220	29
$[L_{rr}] (29 \times 29)$	>>18000	230	28

### III.4 Calcul des inductances en cas d'excentricité dynamique

On utilise pour le calcul de l'inductance mutuelle stator-rotor, l'expression suivante

$$L_{Ar_j}(x_r, x_f) = 2\pi r_0 l \mu_0 \left( \langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \cdot n_{r_j} \rangle - \frac{\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \rangle \cdot \langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_{r_j} \rangle}{\langle g_{dyn}^{-1} \rangle} \right) \quad (III.51)$$

Avec comme définition de la fonction inverse de l'entrefer

$$g_{dyn}^{-1}(x, x_r) = \frac{1}{g_0 \cdot (1 - \delta_d \cdot \cos[(x_r - x)/r_0])} \quad (III.52)$$

A ce niveau, le calcul revient à l'évaluation des quantités  $\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \cdot n_{r_j} \rangle$ ,  $\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \rangle$ ,  $\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_{r_j} \rangle$  et  $\langle g_{dyn}^{-1} \rangle$ . Le tableau III.2 rassemble les expressions des fonctions  $f$  et  $h$  relatives à chacune de ces quantités

**Tableau III.2.** Choix des fonctions  $f$  et  $h$  nécessaires à la méthode de convolution relative à l'excentricité dynamique

	$f$	$h$
$\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \cdot n_{r_j} \rangle$	$n_A$	$g_{dyn}^{-1} \cdot \{z_{2j}(x_r - x) - z_{1j}(x_r - x)\}$
$\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_A \rangle$	$n_A$	$g_{dyn}^{-1}$
$\langle g_{dyn}^{-1} \cdot n_{r_j} \rangle$	1	$g_{dyn}^{-1} \cdot \{z_{2j}(x_r - x) - z_{1j}(x_r - x)\}$
$\langle g_{dyn}^{-1} \rangle$	1	$g_{dyn}^{-1}$

### III.5 Calcul des inductances en cas d'excentricité mixte

Dans cette étude, le calcul des inductances en cas d'excentricité mixte par la méthode de convolution repose sur quelques approximations au niveau de l'expression de la fonction inverse de l'entrefer. Néanmoins, il est toujours intéressant de chercher une adaptation meilleure permettant de profiter des avantages du théorème de convolution avec moins d'approximations. Selon (II.37), la fonction inverse de l'entrefer peut être définie comme suit :

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) = \frac{1}{g_0 \{1 - \delta_s \cos(x/r_0) - \delta_d \cdot \cos[(x - x_r)/r_0]\}} \quad (III.53)$$

soit

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) \approx \frac{1}{g_0 \cdot \{1 - \delta_s \cos(x/r_0)\} \cdot \{1 - \delta_d \cdot \cos[(x - x_r)/r_0]\} - \delta_d \cdot \delta_s \cos[(x - x_r)/r_0] \cdot \cos(x/r_0)} \quad (III.54)$$

Pour des seuils de défaut faibles,  $\delta_d \cdot \delta_s \ll 1$  et  $\cos[(x - x_r)/r_0] \cos(x/r_0) \ll 1$ . Ainsi, il est possible d'admettre que  $\delta_d \cdot \delta_s \cos[(x - x_r)/r_0] \cos(x/r_0) \approx 0$ . Dans ce cas (III.53) converge vers l'expression suivante

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) \approx g_0 \cdot \frac{1}{\underbrace{g_0 \cdot \{1 - \delta_s \cos(x/r_0)\}}_{g_{stat}} \cdot \underbrace{g_0 \cdot \{1 - \delta_d \cdot \cos[(x - x_r)/r_0]\}}_{g_{dyn}}} \quad (III.55)$$

ou bien encore

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) \approx g_0 \cdot g_{stat}^{-1} \cdot g_{dyn}^{-1} \quad (III.56)$$

Pour donner une idée du degré d'approximation adopté, rappelons que l'expression utilisée dans des travaux précédents estime encore que pour des degrés de défaut faibles, (III.53) s'écrit comme suit [9]

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) \approx g_0 \cdot \{1 + \delta_s \cos(x/r_0)\} \cdot \{1 + \delta_d \cdot \cos[(x - x_r)/r_0]\} \quad (III.57)$$

ou encore

$$g_{mix}^{-1}(x, x_r) \approx g_0 \cdot \{1 + \delta_s \cos(x/r_0) + \delta_d \cdot \cos[(x - x_r)/r_0]\} \quad (III.58)$$

Dans notre cas d'étude, nous allons nous arrêter à l'approximation (III.56) qui est certainement

plus précise que (III.57) et (III.58). De la sorte, on obtient le tableau III.3 qui regroupe les expressions des fameuses fonctions  $f$  et  $h$ .

**Tableau III.3.** Choix des fonctions  $f$  et  $h$  nécessaires à la méthode de convolution relative à l'excentricité mixte

	$f$	$h$
$\langle \mathbf{g}_{mix}^{-1} \cdot \mathbf{n}_A \cdot \mathbf{n}_{r_j} \rangle$	$n_A \cdot \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{g}_{stat}^{-1}$	$\mathbf{g}_{dyn}^{-1} \cdot \{z_{2j}(x_r - x) - z_{1j}(x_r - x)\}$
$\langle \mathbf{g}_{mix}^{-1} \cdot \mathbf{n}_A \rangle$	$n_A \cdot \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{g}_{stat}^{-1}$	$\mathbf{g}_{dyn}^{-1}$
$\langle \mathbf{g}_{mix}^{-1} \cdot \mathbf{n}_{r_j} \rangle$	$\mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{g}_{stat}^{-1}$	$\mathbf{g}_{dyn}^{-1} \cdot \{z_{2j}(x_r - x) - z_{1j}(x_r - x)\}$
$\langle \mathbf{g}_{mix}^{-1} \rangle$	$\mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{g}_{stat}^{-1}$	$\mathbf{g}_{dyn}^{-1}$

Pour terminer, on est tenu d'attirer l'attention qu'une bonne maîtrise de la notion de convolution et des outils mathématiques permettant son évaluation est indispensable afin de manipuler les expressions établies au profit de la modélisation de l'excentricité [66]. Comme dans le cas de l'excentricité statique, une forte réduction du temps de simulation doit être attendue comparée à celle obtenue par les approches numériques, mais aussi, une nette simplification des sous-routines et procédures à implanter en faveur de la modélisation peut être notée. Comme exposé au chapitre II, du point de vue surtout instructif, la résolution analytique des intégrales indéfinies à la base du calcul des inductances s'avère très compliquée, malgré qu'une fois établie, elle présente l'avantage de prise en charge des degrés de défauts élevés. En revanche, la méthode de convolution est du même degré de simplicité qu'une simple méthode d'intégration numérique mais offrant de plus, l'avantage d'un véritable très court temps de calcul au coût d'une approximation adaptée de la fonction inverse de l'entrefer.

## III.6 Tentative de calcul des inductances en cas d'excentricité statique et de saturation

### III.6.1 Modélisation de la fonction inverse de l'entrefer

Il est clair maintenant que la saturation entraîne, dans une tâche de modélisation, une diminution de la perméance de l'entrefer suivant un certain degré lié au niveau de saturation.

Ce niveau est de sa part, fonction de plusieurs paramètres dont la tension d'alimentation, le courant de charge, la courbe de magnétisation du matériau magnétique...etc.. L'équation de base définissant la tension  $e$  de l'entrefer en témoigne :

$$e = \frac{d\psi}{dt} = V - R.I \quad (\text{III. 59})$$

Le facteur de saturation est déterminé pour traduire le seuil d'atténuation de la perméance dans une condition déterminée définie par les paramètres de dépendance précités. Ce seuil est effectivement un rapport; il a pour raison de limiter la perméance à une valeur correspondant à l'induction maximale traversant l'entrefer. Il n'est donc pas correcte de grader ce rapport constant lorsque la perméance elle-même varie sous l'effet d'une excentricité statique à titre d'exemple. Pour cette raison, toutes les constantes de saturation, qui ne sont que des fonctions du facteur de saturation, doivent dépendre de l'épaisseur de l'entrefer. Autrement dit, si le champ maximal coïncide avec la position où l'épaisseur de l'entrefer est celle de la machine symétrique, dans ces circonstances, l'épaisseur de l'entrefer fictive traduisant la saturation se déduit directement de (III.11). Dans l'autre cas, c'est-à-dire si le champ maximal coïncide avec une position là où l'épaisseur de l'entrefer se trouve augmentée ou diminuée sous l'effet de l'excentricité du rotor, les constantes de saturation doivent être réajustées de façon à refléter l'induction maximale que peut tolérer le matériau. Comme première approximation, on va supposer une variation linéaire du facteur de saturation avec l'épaisseur initiale de l'entrefer. Suivant toutes ces considérations, on peut écrire

$$g^{-1}(x, x_f) = K_e(g'_0) + K_m(g'_0) \cdot \cos[2(x - x_f)/r_0] \quad (\text{III. 60})$$

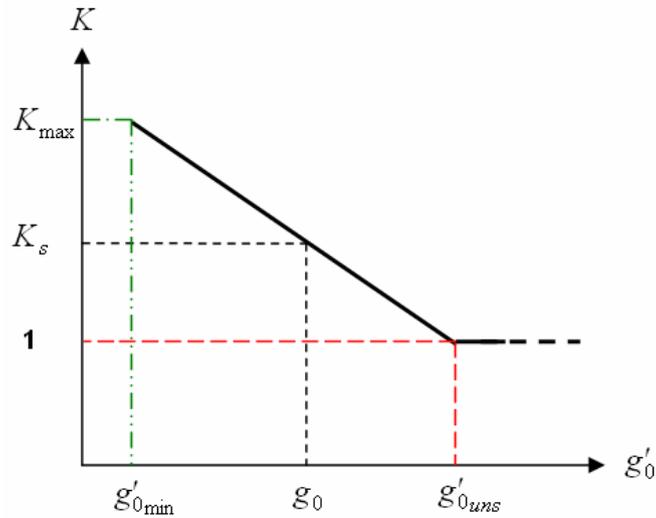
avec

$$K_m(g'_0) = \frac{2 \cdot \{K(g'_0) - 1\}}{3 \cdot K(g'_0)} \cdot g_0'^{-1}(x), \quad (\text{III. 61})$$

$$K_e(g'_0) = \frac{K(g'_0) + 2}{3 \cdot K(g'_0)} \cdot g_0'^{-1}(x), \quad (\text{III. 61})$$

et

$$g_0'^{-1}(x) = \frac{1}{g_0 \cdot \{1 - \delta_s \cdot \cos(x/r_0)\}} \quad (\text{III. 62})$$



**Figure IV.2.** Évolution du facteur de saturation en fonction de l'épaisseur initiale d'entrefer

Le facteur de saturation  $K$  flotte entre  $K_{max}$  et 1 en passant par  $K_s$ , tel que  $K_{max}$  et le facteur de saturation correspondant à la position minimale de l'entrefer et  $K_s$  le facteur de saturation de la machine symétrique. De ce fait

$$K(g'_0) = K_s \text{ lorsque } g_0^{-1}(x) = g_0^{-1}, \quad (\text{III. 63})$$

et

$$K(g'_0) = 1 \text{ lorsque } g_0^{-1}(x) = K_e - K_m. \quad (\text{III.64})$$

Comme évoqué, en supposant que le facteur de saturation varie linéairement entre ces deux valeurs, nous pouvons déduire l'équation d'évolution correspondante. Soit dans ces circonstances

$$K(g'_0) = A.g'_0 + B \quad (\text{III. 65})$$

Connaissant (III.63) et (III.64) vient

$$A = \left(\frac{1}{4}K_s - 1\right).g_0^{-1} \quad (\text{III. 66})$$

et

$$B = \frac{3}{4}K_s + 1 \quad (\text{III. 67})$$

Il est important de voir que malgré ces adjonctions à la formulation correspondant au

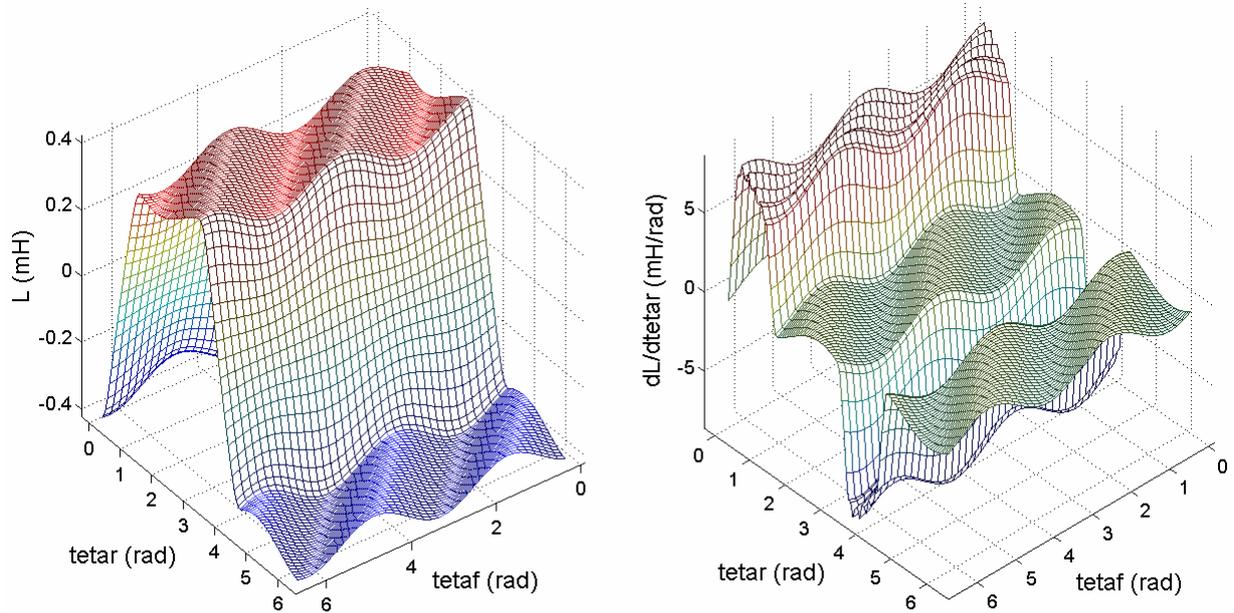
modèle de la machine saturée, on n'a rien touché au fait que la fonction inverse de l'entrefer dépend seulement de la position  $\varphi$  ou encore  $x$ . Cela veut dire que le théorème de convolution peut être encore une prérogative afin d'évaluer les inductances de la machine excentrique et saturée. Par ailleurs, on doit remarquer aussi que l'utilité de ce théorème dans la présente application comparé au cas de la machine symétrique est très frappante. Dans la première, l'obtention d'une expression analytique est bien possible, ce qui nous donne un choix parfois judicieux selon les contraintes. Tandis que dans le cas actuel, la solution analytique n'est certainement pas évidente laissant la place inéluctablement à la méthode de convolution.

## V Applications numériques

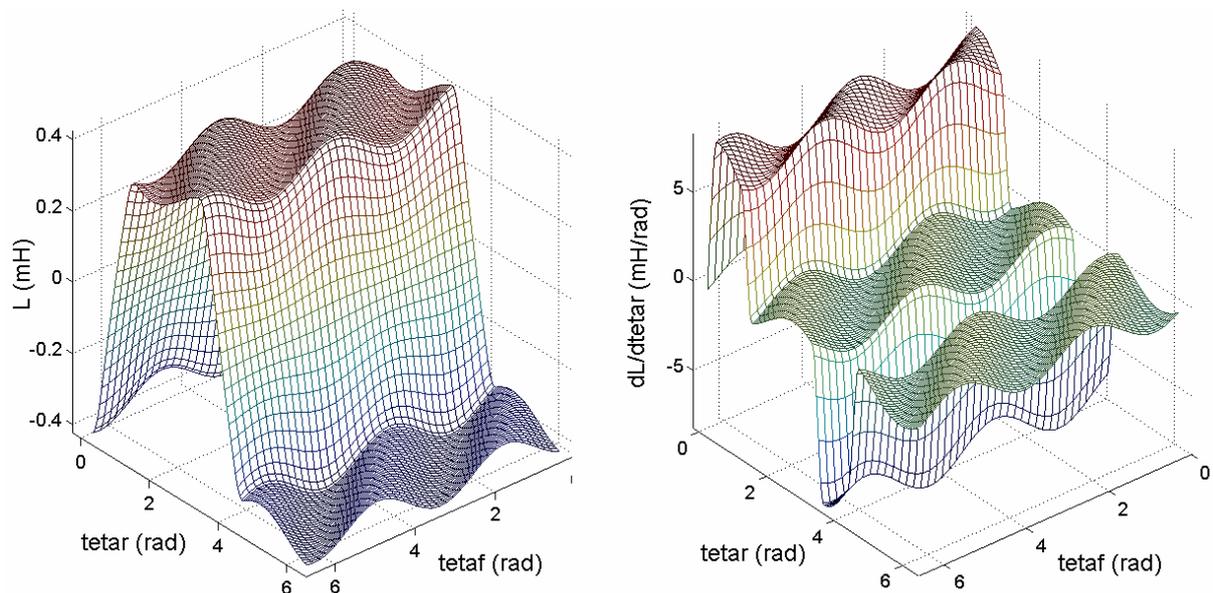
### V.1 Inductances de la machine saturée

La méthode expliquée est appliquée au calcul des inductances de la machine (1) en considérant la saturation magnétique. En raison de la double variation des inductances, en fonction de la position rotorique et du champ maximal, les courbes peuvent être représentées en 3-D d'une manière à exposer ces deux variations conjointement. La figure III.3 et III.4 illustrent la modulation de l'inductance mutuelle entre la première phase statorique et la première maille rotorique relative à une période valant la moitié de la périphérie de l'entrefer et cela pour une position donnée du rotor. Cette remarque concerne aussi le cas du bobinage à pas de raccourcissement  $2/3$ , les inductances rotoriques, les inductances statoriques ainsi que les dérivées par rapport à la position rotorique et la position du champ magnétique (figures III.5, III.6 et III.7). A travers la figure III.8, il est possible de voir que le taux de saturation représenté par le facteur  $K_s$  réduit la valeur moyenne de l'inductance de magnétisation statorique. Ce résultat est bien prévu sachant que l'inductance n'est autre que le flux par unité de courant.

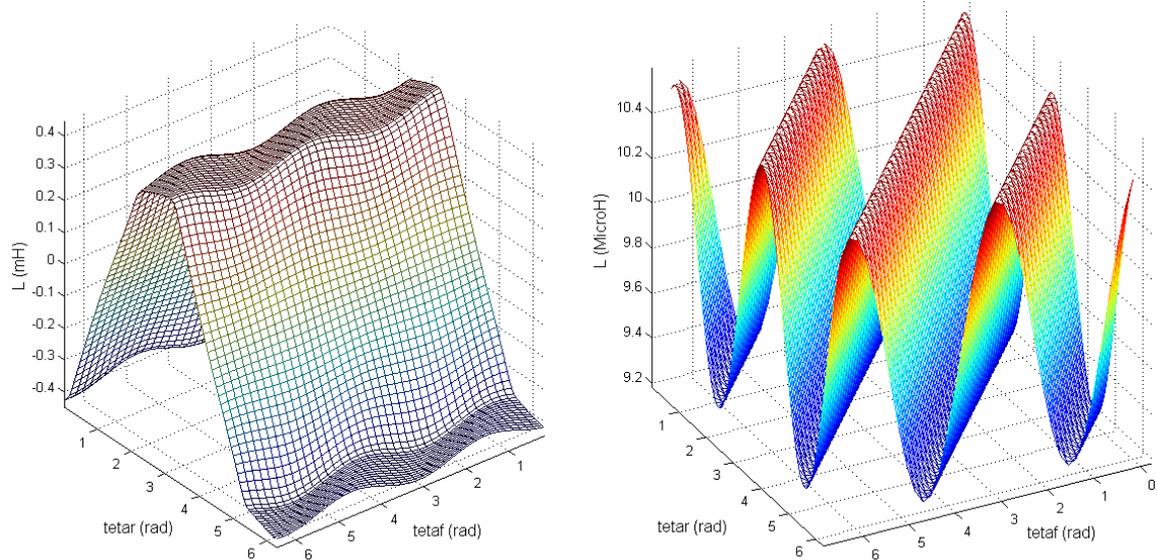
En ce qui concerne les courbes d'inductance mutuelle entre la première maille rotorique et la phase A statorique en présence d'excentricité statique de 50% avec considération de la saturation, elles sont illustrées dans les figures III.9 et III.10. Comme le titre le montre, il s'agit d'une première tentative à laquelle nous n'avons pas encore apporté d'authentique interprétations ni essais de simulation dynamique.



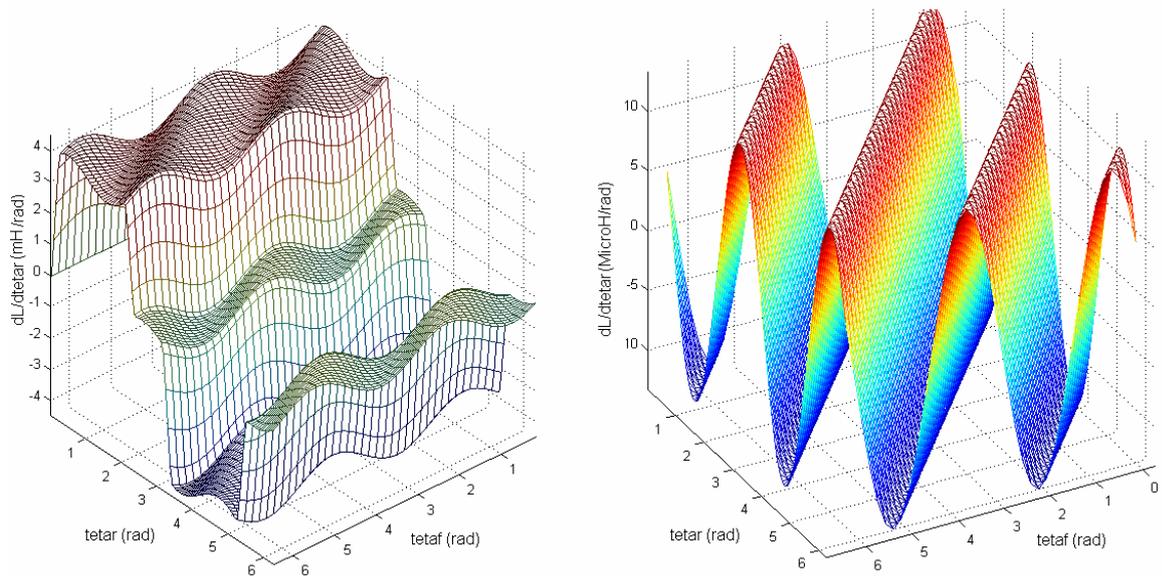
**Figure III.3.** Inductance mutuelle stator/rotor (gauche) et sa dérivée par rapport à  $\theta_r$  (droite).  $K_s=1.2$ . Raccourcissement de  $1/3$ . Angle d'inclinaison des barres  $\gamma = 2\pi / 28$ .



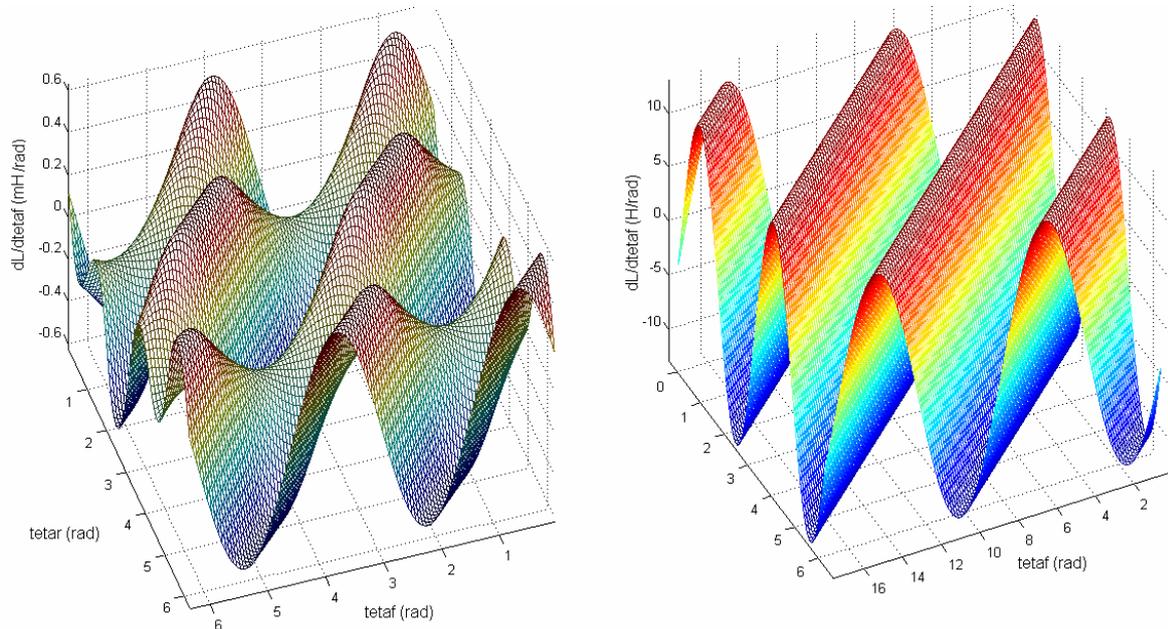
**Figure III.4.** Inductance mutuelle stator/rotor (gauche) et sa dérivée par rapport à  $\theta_r$  (droite).  $K_s=1.2$ . Raccourcissement de  $1/3$ . Angle d'inclinaison des barres  $\gamma = 2\pi / 36$ .



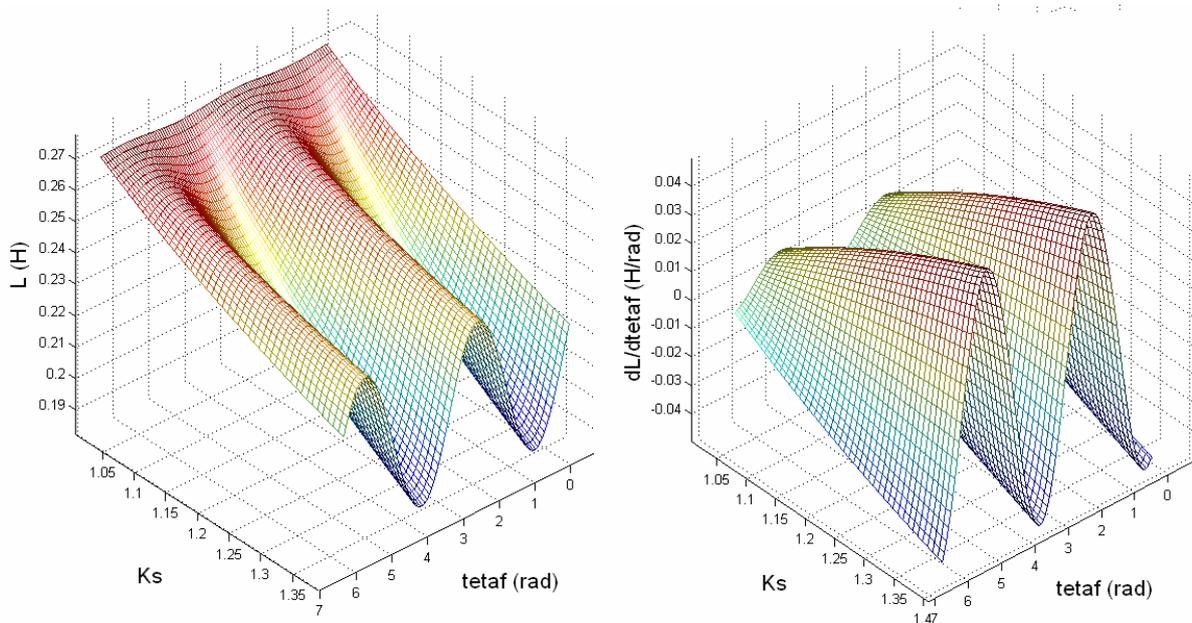
**Figure III.5.** Inductance mutuelle stator/rotor  $L_{r1A}$  (gauche) et inductance propre rotorique  $L_{mr1}$  (droite) en fonction de la position rotorique et la position du flux magnétique. Machine (1) avec raccourcissement de  $2/3$ .



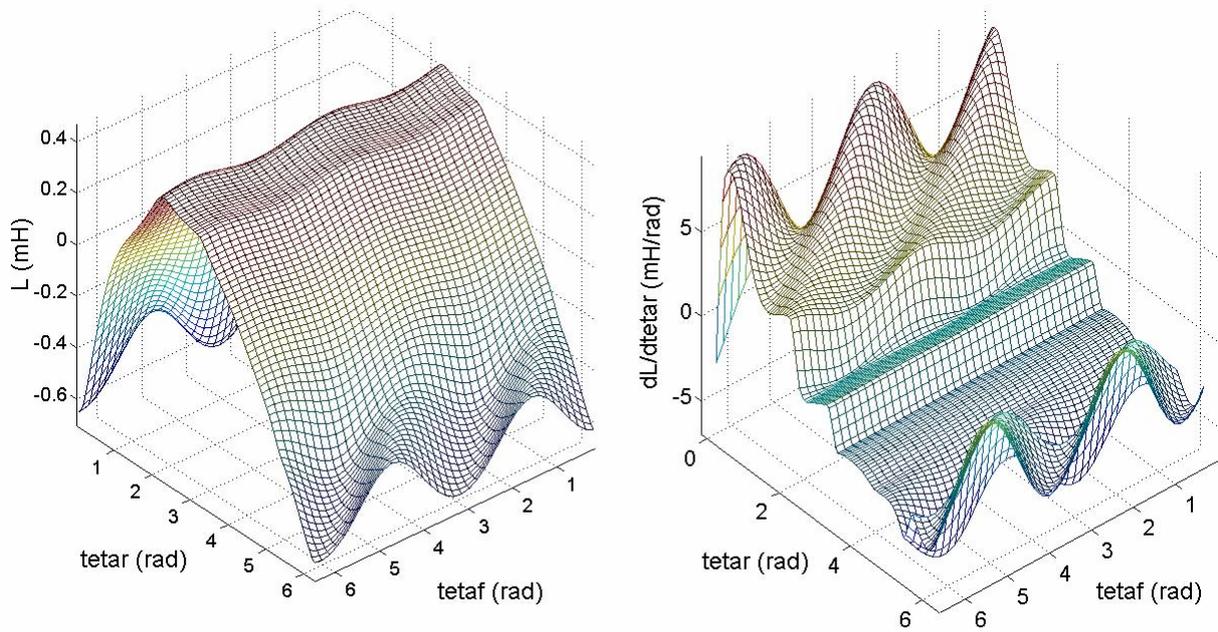
**Figure III.6.** Dérivé par rapport à  $\theta_r$  de l'inductance mutuelle stator/rotor  $L_{r1A}$  (gauche) et de l'inductance propre rotorique  $L_{mr1}$  (droite) en fonction de la position rotorique et la position du flux magnétique



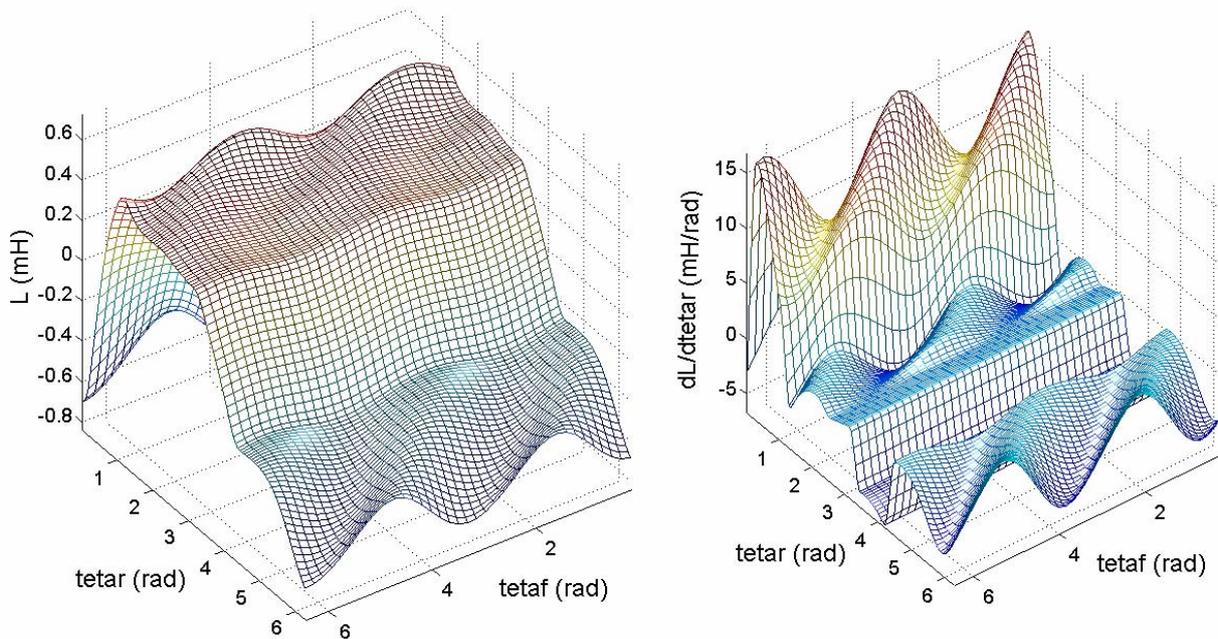
**Figure III.7.** Dérivé par rapport à  $\theta_f$  de l'inductance mutuelle stator/rotor  $L_{r1A}$  (gauche) et de l'inductance propre rotorique  $L_{mr1}$  (droite) en fonction de la position rotorique et la position du flux magnétique



**Figure III.8.** Inductance propre statorique  $L_{mA}$  (gauche) et sa dérivé par rapport à  $\theta_f$  (droite) en fonction du facteur de saturation



**Figure III.9.** Inductance mutuelle stator/rotor (gauche) et sa dérivée par rapport à  $\theta_r$  (droite) et cas de saturation et d'excentricité statique de 50%.  $K_s=1.2$ .



**Figure III.10.** Inductance mutuelle stator/rotor (gauche) et sa dérivée par rapport à  $\theta_r$  (droite) et cas de saturation et d'excentricité statique de 50%.  $K_s=1.2$ . Raccourcissement de 1/3. Angle d'inclinaison des barres relative à un pas d'encoche statorique ( $\gamma = 2\pi/36$ ).

## **VI Conclusion**

Dans ce chapitre, une nouvelle voie de modélisation de la machine asynchrone à cage a été introduite. Cette approche s'articule sur une adaptation adéquate permettant de profiter des avantages offerts par le théorème de convolution surtout en terme de réduction du temps de calcul. Malgré que ce dernier constitue jusque là le souci majeur, il ne faut pas oublier que la technique proposée nous a permis de s'affranchir d'un calcul d'intégrale analytique qui constitue dans grand nombre de cas, un calcul laborieux. La méthode telle qu'elle se présente, passe seulement par l'expression des fonctions à l'intérieur de l'intégrale sans avoir à s'inquiéter de la complexité sous laquelle ces fonctions se présentent. Ainsi, une fois les fameuses fonctions  $f$  et  $h$  sont minutieusement choisies, l'opération de convolution à la base du calcul d'inductance sera efficacement accomplie.

# CHAPITRE IV :

## Résultats de simulation

## I Introduction

Malgré que la vérification préliminaire des modèles établis consiste en le calcul des inductances et vérification de leurs allures selon les différentes variantes introduites, il est généralement difficile de conclure quant à l'intégrité de l'ensemble des inductances sans passer par la simulation du mode opératoire de la machine. Ce n'est que là que les différentes inductances interviennent en même temps avec tout ce qui compose le système d'état global afin de révéler toute inadéquation imprévisible dans les courbes d'inductances. Les essais de simulation comme le terme le désigne, auront pour rôle de prévoir le comportement de la machine et l'évolution des différentes grandeurs en fonction du temps que ce soit en régime dynamique ou bien en régime permanent. Entre autres, une analyse spectrale des grandeurs temporelles peut aussi être réalisée. En fait, à cause de la multitude des composantes fréquentielles comprises, les formes des signaux deviennent incapables de renseigner sur le contenu harmonique. L'étude harmonique dans le cas de diagnostic a fait couler beaucoup d'encre pendant ces dernières décennies à cause de son lien avec les asymétries et effets influencés par les défauts.

## II Considérations pour la simulation dynamique

Comme expliqué dans le chapitre II, les matrices inductances et résistances sont à déterminer afin de résoudre le système d'équations différentielles non linéaires régissant le fonctionnement de la machine. Supposant que les résistances demeurent constantes pendant toute la période de marche de la machine et ne varient sous aucune circonstance; dans ces conditions, elles sont introduites à la tête du programme et peuvent être mis à jour uniquement dans le but de simuler un défaut de barres. Par contre, il n'est pas de même en ce qui concerne les matrices inductances. Même si en premier lieu on néglige l'effet de la perméance d'encoches et l'asymétrie de l'entrefer, la matrice relative aux inductances mutuelles stator-rotor demeure fonction de la position rotorique. De ce fait, le système d'état global est dit non linéaire paramétrique (paramètres qui dépendent de la position).

En cas d'excentricité statique, les inductances rotoriques ne gardent pas les mêmes valeurs lorsque le rotor passe d'une position à une autre. Cela est dû au fait que le flux radial relatif à n'importe quelle maille rotorique traverse un entrefer de longueur variable avec la rotation, ce qui va se traduire par une inductance dépendante de la position relative. Ce n'est évidemment pas le cas en ce qui concerne les inductances statoriques dont le trajet de flux relatif est calculé par rapport à des épaisseurs d'entrefer constantes. En cas d'excentricité dynamique, le raisonnement s'inverse et

les inductances statoriques deviennent variables alors que celles du rotor maintiennent les mêmes valeurs. Ces considérations imposent à la programmation dynamique la mise à jours perpétuelle des matrices inductances. Pour se faire, il y'a plusieurs voies selon les contraintes de simulation, les critères imposés et les objectifs visés. Dans la suite se trouve détaillées quelques unes de ces techniques.

## II.1 Méthode directe

Sans doute c'est le moyen le plus évident. Il consiste à évaluer les inductances à chaque pas de calcul selon leurs expressions relatives exactement comme il a toujours été fait dans le cas d'une répartition considérée uniforme des enroulements statorique (FMM sinusoïdale). Cependant, cette méthode se heurte à des contraintes pratiques particulièrement en matière de temps de simulation. Dans ce contexte, on peut citer les deux points suivants

- Les expressions des inductances peuvent être complexes d'un certain point de vue, surtout lorsque celles-ci intègrent plusieurs effets en même temps. Leurs évaluations répétitives à chaque pas de calcul risque de charger le programme.
- Parfois, les intégrales à la base du calcul des inductances ne peuvent être évaluées que par une méthode numérique. Il n'est pas du tout pratique de répéter de telles procédures à chaque pas de simulation en raison du temps de calcul énorme qu'elles demandent.

## II.2 Méthode d'interpolation

Sachant que la simulation des différents modes opératoires n'impose pas forcément l'évaluation de nouvelles inductances, et vu les inconvénients susmentionnés de la méthode d'évaluation directe, d'autres options peuvent être discernées, à savoir la méthode d'interpolation. Cette méthode repose sur l'idée d'évaluer à l'extérieur de la boucle d'itération ou bien le programme dynamique, les différentes matrices inductances pour des valeurs de la position rotorique balayant un cycle d'évolution (un tour). Les tableaux de valeurs sont à introduire dans le programme principal pour que la valeur de l'inductance relative à une position du rotor à un instant de simulation donné, soit interpolée à partir des valeurs enregistrées dans les tableaux d'inductances. Les programmes traditionnels dans ce sujet sont actuellement de coutumes. On peut citer l'interpolation polynomiale linéaire de Lagrange ou l'interpolation en utilisant une fonction dite « spline ». Il est facile de noter que le degré du polynôme est le nombre d'opérations nécessaires à son évaluation sont déterminants quant à la précision de calcul. Comme viendra plus

loin, les hautes fréquences contenues dans la fonction à interpoler rendent impératif le stockage d'un grand nombre de points de référence (un petit pas d'échantillonnage). Malheureusement, le nombre d'opérations va proportionnellement avec le temps de calcul. Admettant le fait que la réduction du temps de simulation est la plus cherchée, une méthode dérivée de la présente peut être proposée; Au lieu d'utiliser une interpolation conventionnelle, il sera plus commode d'augmenter le nombre de points de référence, d'effectuer une recherche permettant d'identifier parmi ces points, les deux points délimitant la position rotorique actuelle, puis interpoler la valeur de l'inductance correspondante en utilisant seulement ces deux points grâce à un polynôme de premier degré. A la différence du polynôme généralisé, celui-ci est à rétablir pour chaque pas d'itération. Le temps d'interpolation est ainsi fortement réduit pour un résultat très satisfaisant. Notant que si le polynôme conventionnel permet d'obtenir la dérivée de l'inductance d'une manière analytique, la méthode proposée utilise la différentiation numérique. Nous pensons bien qu'un tel choix n'affecte en aucun cas les calculs du moment où toute la méthode de résolution est numérique par nature (Runge-Kutta). Comme viendra par la suite, les résultats en confirment [56],[57].

### II.3 Méthode utilisant les coefficients de Fourier

Le développement peut être utilisé de nouveau mais cette fois-ci en séries de Fourier. Les coefficients de Fourier sont calculés directement selon le développement analytique correspondant de l'inductance tel qu'utilisée dans [55] mais d'une autre façon, numériquement en se servant des tableaux de valeurs précalculées. Ceux-ci sont finalement stockés pour qu'ils soient utilisés à l'intérieur de la boucle d'itération en vue d'évaluer les inductances et leurs dérivées à n'importe quel moment. L'ordre supérieur des harmoniques est lié au nombre choisi des coefficients de Fourier. Par ailleurs, si l'inductance présente une moyenne nulle (inductance mutuelle stator-rotor), seulement les  $A_i$  et  $B_i$  sont à évaluer. Visiblement, on peut constater certaines ressemblances entre cette méthode et l'expression classique de l'inductance basée sur le développement de Fourier de l'induction magnétique. En réalité, l'obtention de ce dernier développement, et par conséquent, une formule facilement intégrable n'est pas toujours évidente dans la mesure où on veut intégrer quelques asymétries d'entrefer et notamment celles récemment discutées dans la littérature comme l'excentricité axiale. Ajouté à cela les points cités dans le chapitre II. Cependant, il est tout de même intéressant de signaler que l'expression classique de l'inductance en série de Fourier était d'une grande utilité dans les premiers âges des calculateurs et avant même. En fait,

elle permettait de faire une analyse harmonique assez exhaustive sans avoir à s'inquiéter des définitions temporelles exactes des grandeurs électromagnétiques pouvant découler d'une résolution numérique du système d'état.

## II.4 Application du théorème de convolution

Une méthode très compétitive consiste à profiter des avantages offerts par le théorème de convolution si l'établissement du couple de fonction  $f$  et  $h$  s'avère possible (Chapitre III). Comme l'énonce ce théorème, on a

$$L(x_r) = K.f(x_r) * h(x_r) \quad (\text{IV.1})$$

Cela implique que

$$\mathbf{F}(L) = K.\mathbf{F}(f).\mathbf{F}(h) \quad (\text{IV.2})$$

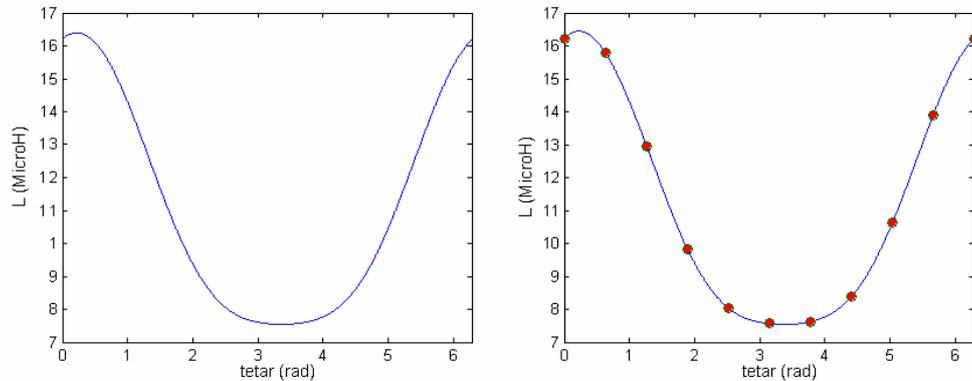
Comme le montre (IV. 2), il n'est absolument pas nécessaire d'effectuer l'intégration ordinaire en vue d'avoir l'expression de l'inductance, celle-ci est obtenue via la FFT déduits des FFT respectives de  $f$  et  $h$ .

## II.5 Mesures supplémentaires pour l'optimisation du temps de calcul des inductances et ses dérivées

On peut résumer ces mesures dans les points suivants :

- Nous avons vu que les notions développées en traitement de signal peuvent également être utilisées avec profit dans l'étude et l'évaluation des inductances. Parmi ces notions le théorème de Shannon définissant le nombre minimal d'échantillons nécessaires pour la reconstitution d'un signal quelconque. Sachant que les inductances rotoriques en cas d'excentricité statique et même ceux du stator en cas d'excentricité dynamique sont pauvres en harmoniques, un petit essais de calcul permet de montrer que vraiment très peu de points calculés par les formules d'origine exposées dans le chapitre II permet de reconstituer parfaitement la courbe de l'inductance à travers  $N$  autres points issus d'une interpolation polynomiale ordinaire. Il convient de rappeler ici que l'usage de l'interpolation se montre bénéfique lorsque la formule de l'inductance est relativement longue ou bien lorsque l'inductance ne peut être obtenue que par une intégration numérique. La figure IV.1 montre

que 10 points sont suffisants pour redévelopper la courbe d'inductance propre de la première maille rotorique sous 40% d'excentricité statique.



**Figure IV.1.** Allure de l'inductance de magnétisation de la première maille rotorique :1- calculée par l'expression relative en utilisant 1000 points (gauche) 2- Calculer à partir de seulement 10 points tout en interpolant les 990 autres points (droite)

- Dans la modélisation de la saturation magnétique, on a vu qu'il est souvent indispensable de chercher les dérivées partielles par rapport à la position rotorique et par rapport à la position du champ d'entrefer [52],[54]. Cela est dans le but d'évaluer les dérivées par rapport au temps des différentes inductances utiles dans le système d'état global, en plus de l'évaluation du couple électromagnétique. Dans le cas où les arrangements discutés dans la section II.2.5.1 ne peuvent être assurés (exemple : saturation + excentricité), il est bien évident qu'effectuer la dérivation selon deux variables a pour conséquences l'ajout d'une deuxième dimension aux tableaux de valeurs (look-up tables) augmentant ainsi leurs tailles et le temps nécessaire à leur évaluation sans autant oublier l'embarras que pourra constituer un programme d'interpolation bidimensionnel. Même si la technique de série de Fourier était le moyen opté, il faudra développer la fonction selon les deux variables rendant ainsi la tâche pénible. En faisant un petit recule sur la notion de dérivation, et à la base du principe de différentiation qui n'est autre que l'origine de la dérivation, il sera plus commode d'évaluer directement la dérivée par rapport au temps en procédant tout simplement comme suit

$$\frac{dL}{dt} = \frac{L(t + \Delta t) - L(t)}{\Delta t} \quad (\text{IV.3})$$

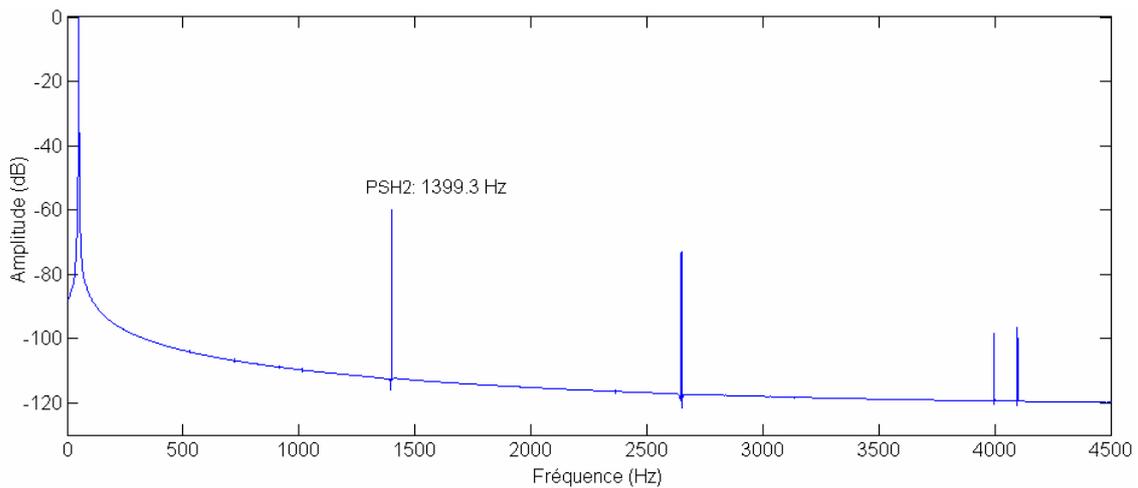
avec  $\Delta t$ , le pas de résolution. Pratiquement, on stocke les matrices inductances de l'instant de résolution actuel afin qu'elles puissent être utilisées au profit d'une différentiation dans le

prochain pas. Bien entendu, le choix du pas d'itération dans le cas actuel affecte directement la qualité de la différentiation. De même en ce qui concerne la dérivée par rapport à  $\theta_r$ .

### III Simulation des défauts rotoriques

Sans parler de l'évolution temporelle des différentes grandeurs électromagnétiques exposées dans [14], les principaux harmoniques qu'on doit vérifier dans un spectre de courant à l'état sain sont les harmoniques d'encoches principales et éventuellement, les autres harmoniques d'espace. Les PSHs ainsi que les autres RSHs ne peuvent être générés qu'à des combinaisons particulières liant le nombre de barres de la machine au nombre de paires de pôles. Selon Nandi et al. [26], la relation que doit vérifier le nombre de barres est

$$N_b = 2p\{3.(m \pm q) \pm r\} \quad (m \pm q) = 0,1,2,3 \quad \text{et } r = 0 \text{ ou } 1 \quad (\text{IV.4})$$



**Figure IV.2.** Spectre du courant de la phase A statorique (moteur (1),  $g=0.0362$ ). État sain.

Associant à  $(m \pm q)$  la valeur 5 et  $r$  la valeur 1, on parvient ainsi à justifier l'existence des PSHs pour le cas du moteur (1) de l'Annexe. Cependant, le premier PSH possède un ordre multiple de trois ou autrement, elle n'appartient pas au fameux ensemble  $(6.k \pm 1)$  et ne peut donc apparaître [15],[74]. Les fréquences correspondantes pour une alimentation triphasée symétrique sont

$$f_{RSH_{1,2}} = \left\{ \frac{k.N_b}{p} . (1 - g) \pm 1 \right\} \quad (\text{IV.5})$$

avec  $k=1$  pour les PSHs. Si par ailleurs on se contente de vérifier le deuxième couple d'RSHs, on verra bien que seulement le premier harmonique peut être observée dans le spectre du courant.

Comme prévu, le troisième couple d'RSHs relatif aux ordres 83 et 85 apparaît clairement dans le spectre de la figure IV.2.

### III.1 Défauts de barres

Dans ce contexte, l'analyse des essais de simulation consiste particulièrement à inspecter la présence des raies caractérisant le défaut dans le spectre du courant statorique. Puisque le couplage statorique adopté est étoile avec neutre libre, seulement les harmoniques ayant un ordre non multiple de trois peuvent surgir. Ces composantes sont réparties à des fréquences

$$f_{1b}^{\pm k} = (1 \pm 2kg)f_s, \quad k=1,2,3,\dots \quad (\text{IV.6})$$

et

$$f_{2b}^{k\pm} = [k.(1-g) \pm g] \cdot f_s, \quad k = \frac{k'}{p/2} = 1,5,7,11,\dots \quad (\text{IV.7})$$

Bien entendu, cela doit passer par l'analyse du contenu spectral à l'état sain. Un choix approprié du nombre de points (échantillons) et de la taille de l'FFT permet de définir la sensibilité et la précision du spectre fréquentiel ainsi que donner une idée qualitative sur le modèle élaboré [63]. S'il est pertinemment structuré, celui-ci ne doit renfermer aucune inadéquation numérique à des périodes et séquences immuables pouvant être traduites par des raies insignifiantes dans le spectre résultant. D'une façon générale, les erreurs et les seuils d'approximation et de résolution dans le calcul des inductances est à l'origine de ce genre de problèmes [79].

La rupture d'une barre se manifeste selon les spectres des figures IV.3, IV.4 et IV.5 par l'apparition des séries d'harmoniques décrites par (IV.5), (IV.6) et (IV.7) à des fréquences égales à  $f_{1b}^{-1} = 46.33Hz$ ,  $f_{2b}^{5-} = 239Hz$ ,  $f_{2b}^{5+} = 242.66Hz$  ....etc. La vitesse de rotation est forcée à sa valeur moyenne dans le but d'inhiber l'influence de ses oscillations sur le contenu spectral du courant. Une telle influence est susceptible d'enrichir les courants statoriques par des harmoniques distantes de  $2.kg.f_s$  de chaque harmonique original [74] (Figure IV.6 et figure IV.7). Une lecture plus profonde du spectre de la figure IV.6 permet de discerner la deuxième composante relative à  $k=2$  dans (IV.6) ( $f_{1b}^{-2} = 42.66Hz$ ) qui commence à prendre de l'ampleur au détriment du module de la première composante.

Dans le deuxième rang fréquentiel, une des composantes correspondant à  $k=29$  coïncide avec le deuxième PSH. Soit

$$f_{2b}^{29+} = f_{PSH_2} = 1398.6Hz \quad (\text{IV.8})$$

et

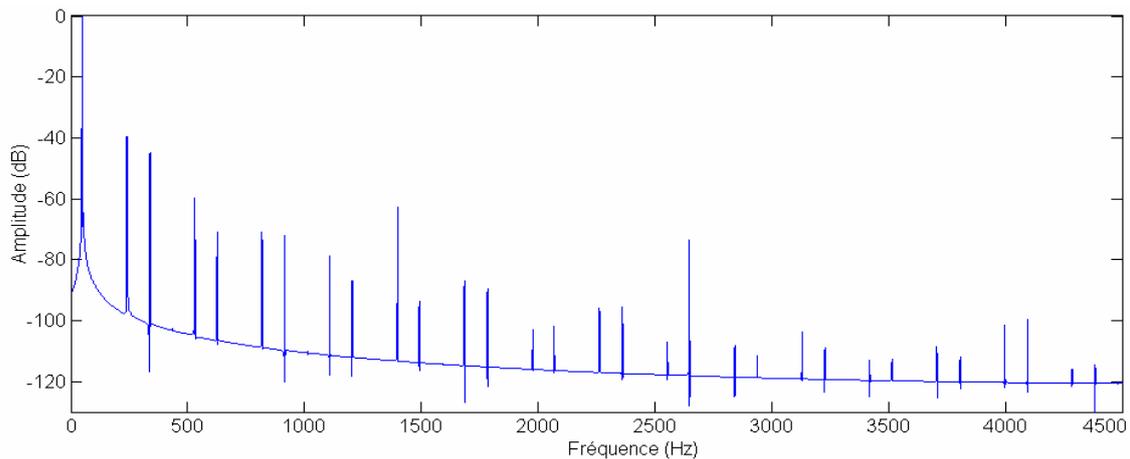
$$f_{2b}^{29-} = 1395\text{Hz} \quad (\text{IV.9})$$

Il est possible de vérifier les autres composantes correspondant à (IV.7) pour  $k=25$  :

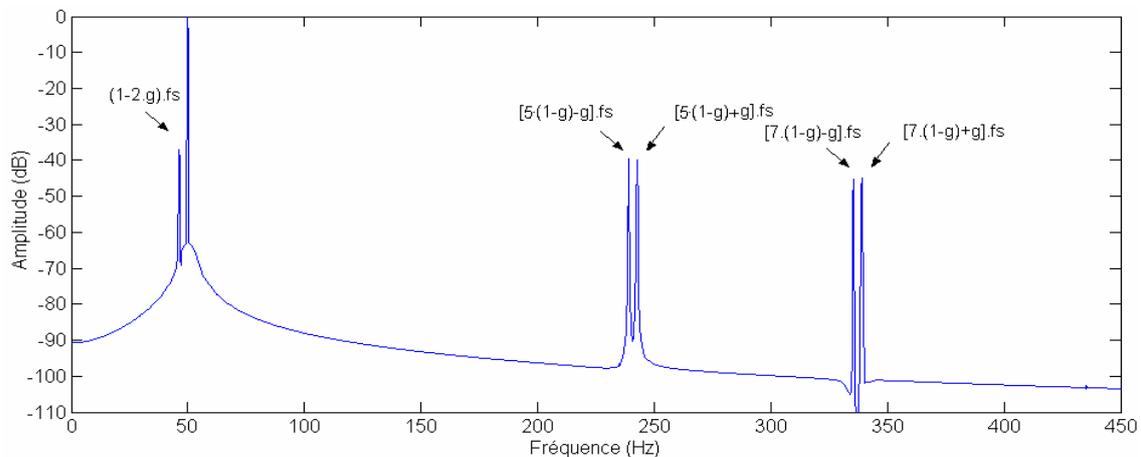
$$f_{2b}^{25+} = 1206\text{Hz} \quad (\text{IV.10})$$

$$f_{2b}^{25-} = 1202.3\text{Hz} \quad (\text{IV.11})$$

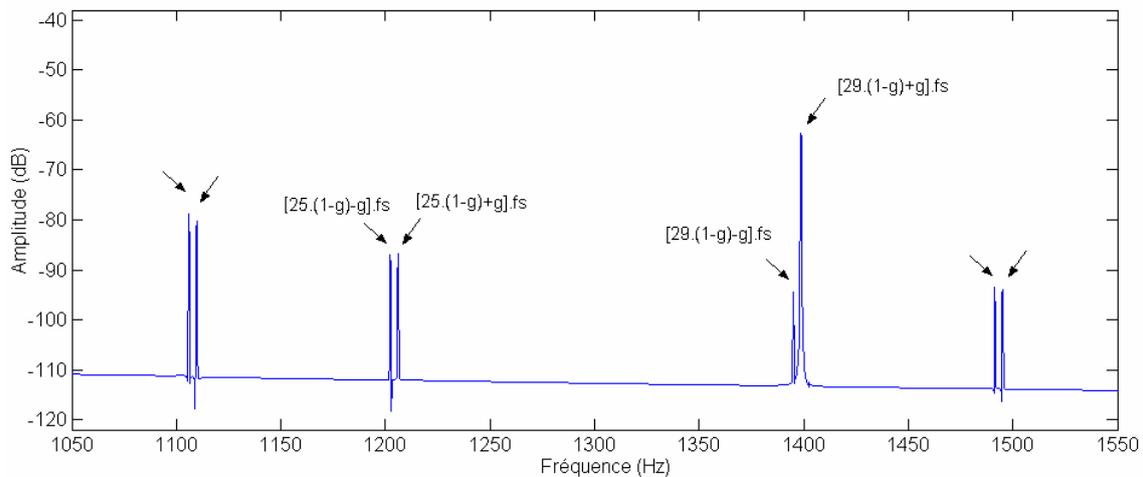
alors que celles relatives à  $k=27$  ne peuvent exister du fait que leur ordre est multiple de trois. Par ailleurs, on peut remarquer qu'un faible degré de déséquilibre au niveau de l'alimentation électrique est en mesure d'exciter les harmoniques multiples de trois les poussant à apparaître dans le spectre du courant (figure IV.8). Néanmoins, leurs modules restent liés en premier degré au niveau et au type de l'asymétrie du système de tensions statoriques.



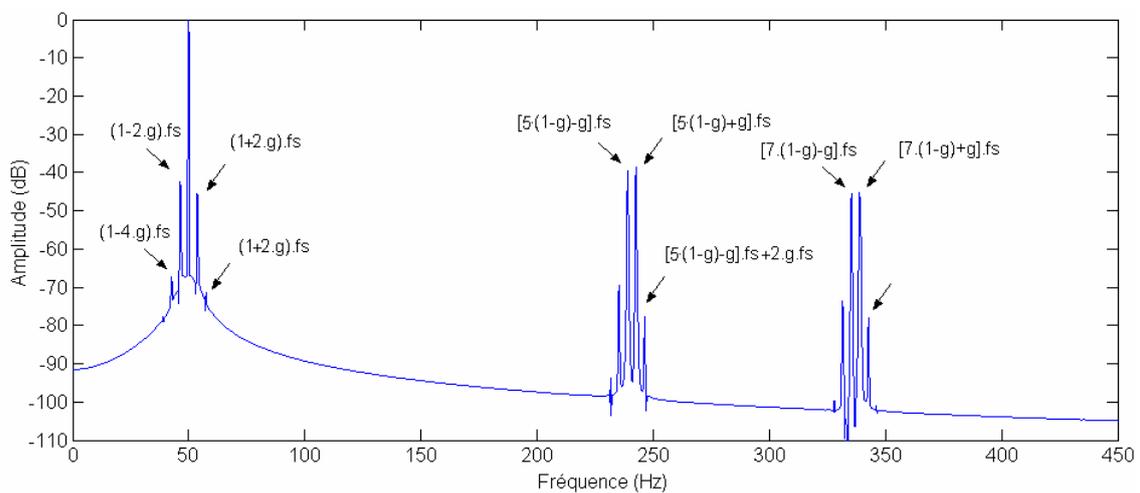
**Figure IV.3.** Spectre du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée. Sans fluctuation de vitesse.  $g=0.0367$ .



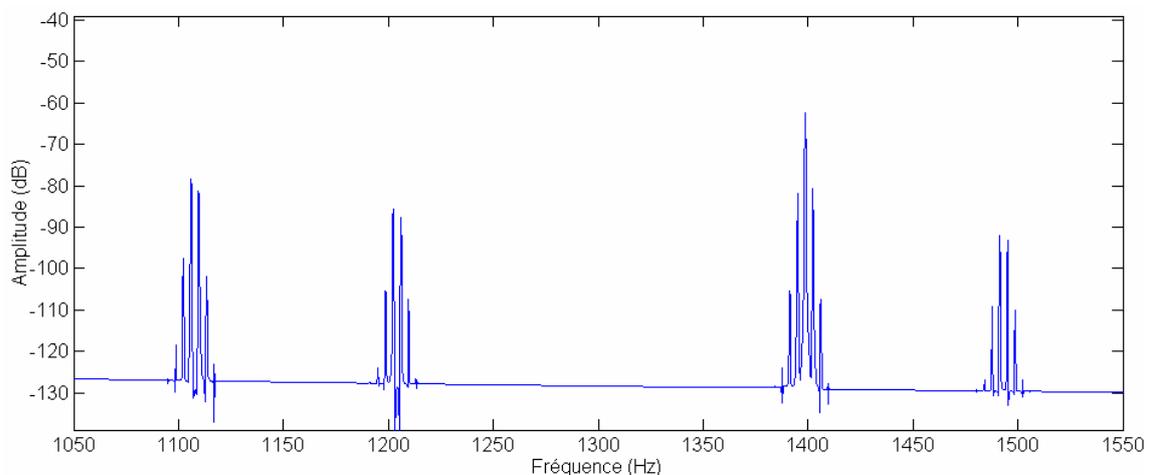
**Figure IV.4.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée. Sans fluctuations de vitesse.  $g=0.0367$ .



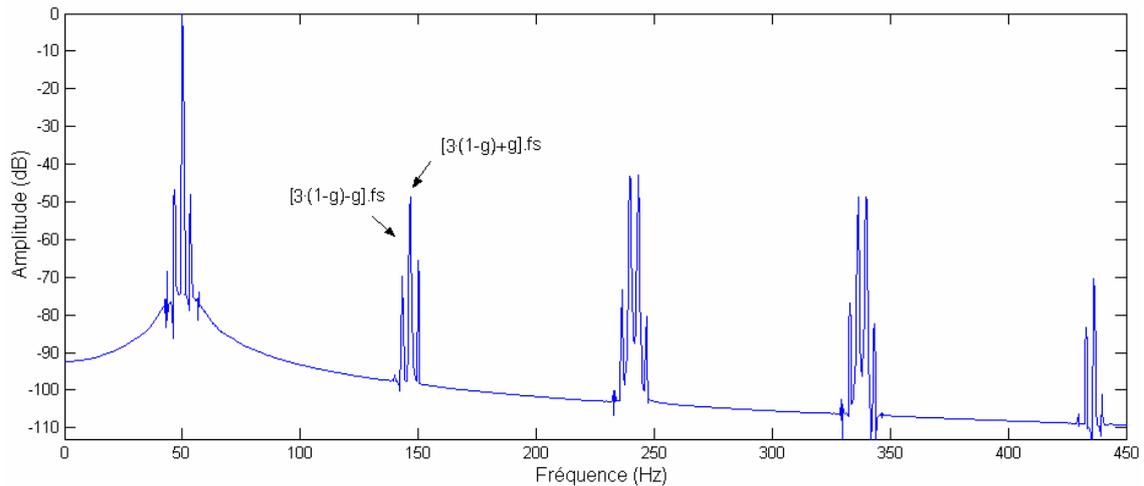
**Figure IV.5.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée. Sans fluctuations de vitesse.  $g = 0.0367$ .



**Figure IV.6.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée.



**Figure IV.7.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée.

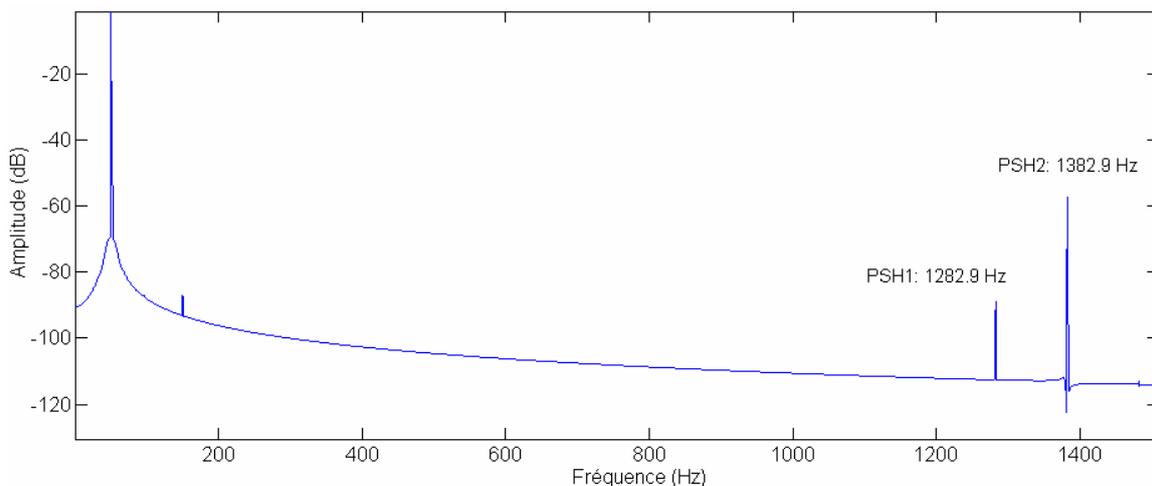


**Figure IV.8.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur avec une barre cassée sous une tension déséquilibrée.

## III.2 Défauts d'excentricité

### III.2.1 Excentricité statique

Tel que reporté dans [26], si la combinaison du nombre de barres et du nombre de paires de pôles du moteur fait que les PSHs doivent exister dans le spectre du courant, aucune fréquence additionnelle ne peut être une suite à une excentricité statique [14]. Néanmoins, la non égalité des inductances de magnétisation statoriques peut être la source de la composante homopolaire dans un spectre résultant d'une sensibilité accrue de la FFT. Ce même désagrément entre les valeurs des inductances a un effet similaire à celui de l'asymétrie statorique impliquant ainsi l'apparition du premier PSH (figure IV.9).



**Figure IV.9.** Spectre du courant de la phase A statorique pour une excentricité statique de 50%. Moteur (1). Inductances calculées par la méthode de convolution.

Notons que ce résultat ne doit en aucun cas contredire ceux disant que le spectre relatif à l'état d'excentricité statique ressemble en terme de fréquences à celui de l'état sain étant donné que le premier PSH suscité à ce défaut dans le présent test possède, et d'une manière effective, un module insignifiant [14].

### III.2.2 Excentricité dynamique

Le test suivant consiste à introduire un certain degré d'excentricité dynamique à la machine saine afin de voir son influence sur le spectre du courant résultant. La série d'harmoniques attendue dans ce cas répond aux expressions (I.2) et (I.3)

$$f_{2dy}^{k,n_d} = |f_s \pm (k.N_b \pm n_d).f_r| \quad \text{avec } n_d = 2,4,6\dots$$

et

$$f_{1dy}^k = |f_s \pm k.f_r| \quad \text{avec } k = 2,4,6\dots$$

Encore une fois, les composantes ayant un ordre multiple de trois ne se voient pas. Les figures IV.10 et IV.11 représentent les spectres du courant pour ce cas de fonctionnement avec des indications sur les harmoniques en question. Des répliques distantes de  $2.g.f_s$  prennent place de part et d'autre de chaque harmonique sous l'effet des oscillations de vitesse. Un tel effet peut être confirmé par l'absence de ces harmoniques en cas d'imposition d'une vitesse fixe au régime permanent (Figure IV.12 et IV.13).

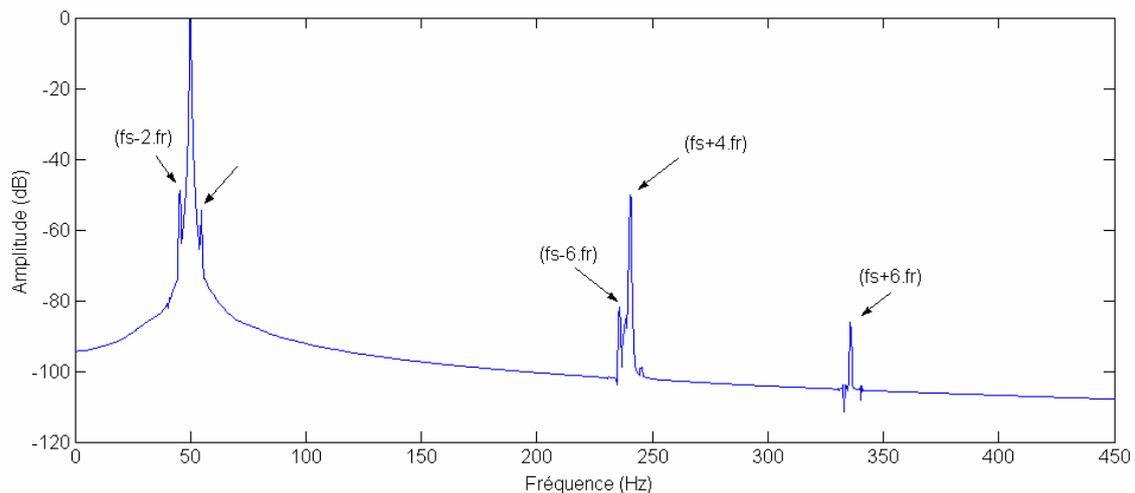
Bien que leurs modules soient très faibles comparés aux modules des PSHs, les composantes de l'excentricité dynamique autour des PSHs sont visibles. Nandi et al. dans [26] rapportaient que ce type de moteur, une fois sous excentricité dynamique, génère des composantes relatives mais difficilement identifiables. Cela peut être vérifié par leurs modules correspondants dans la figure IV.11 ainsi que par la relation

$$N_b = 2p[3(m \pm q) \pm r] \pm k, \quad (m \pm q) = 0,1,2,3\dots \quad (\text{IV.14})$$

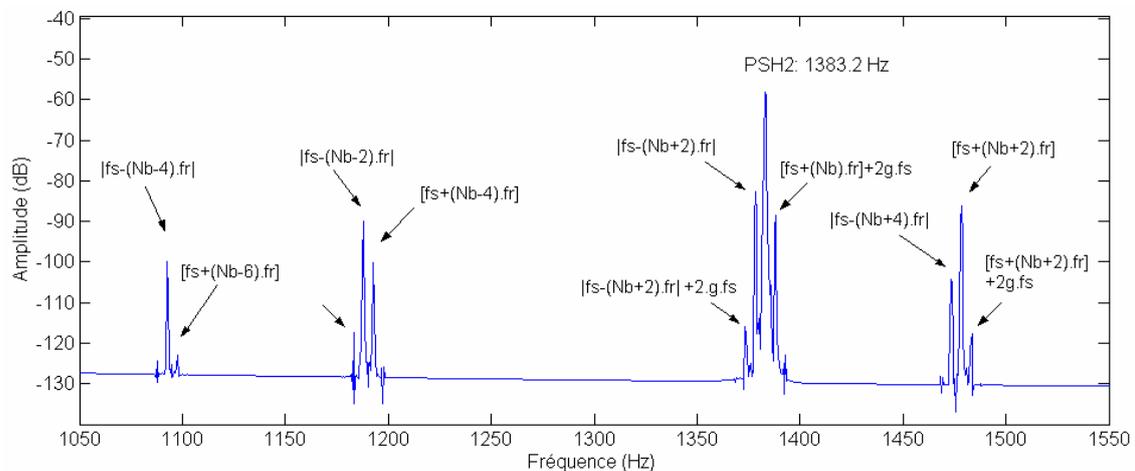
qui suggère que  $k=2$ , ce qui est bien le cas avec ce moteur ayant 28 barres et un seul pair de pôles.

Les résultats des figures IV.14 et IV.15 concernent le moteur (2) (11 kW,  $p=2$ ). Ils rapportent les mêmes constats discutés avec, comme note particulière, l'apparition de la composante  $(f_s + 4.f_r)$  qui n'appartient pas au fameux ensemble d'ordres  $(6.k \pm 1)$  lorsque le pas du calcul, lors de l'intégration numérique (choix adoptée dans cet essai) donnant les inductances

statoriques, n'a pas été rigoureusement sélectionné. En dépit de cela, l'approximation demeure tolérable et souvent, on n'a pas à se préoccuper du moment que l'amplitude correspondante est sous le seuil de détectabilité. Selon [75],[76], ces faibles niveaux reflètent des limitations, voir erreurs au niveau des routines de calcul, plutôt que des reflets du modèle lui-même.

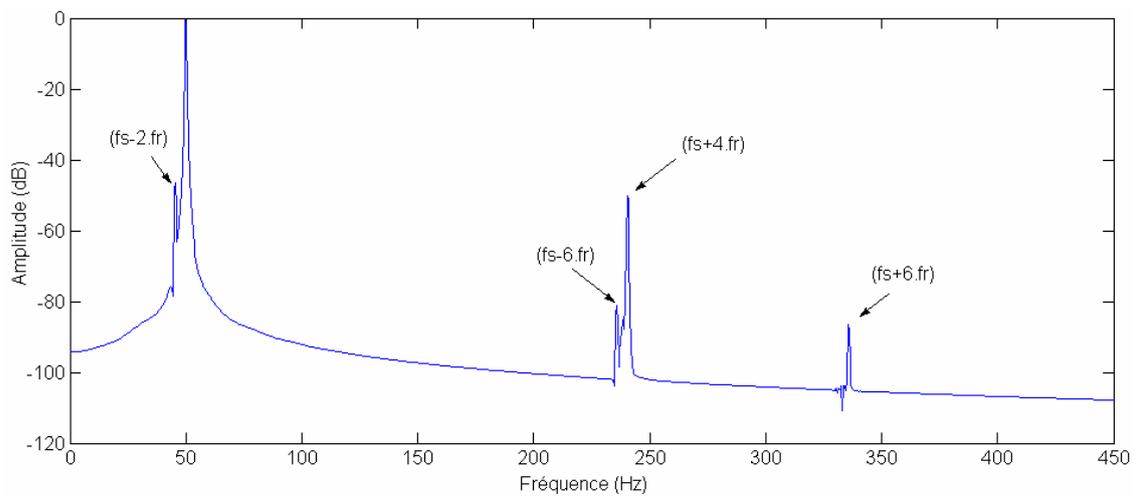


**Figure IV.10.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%.

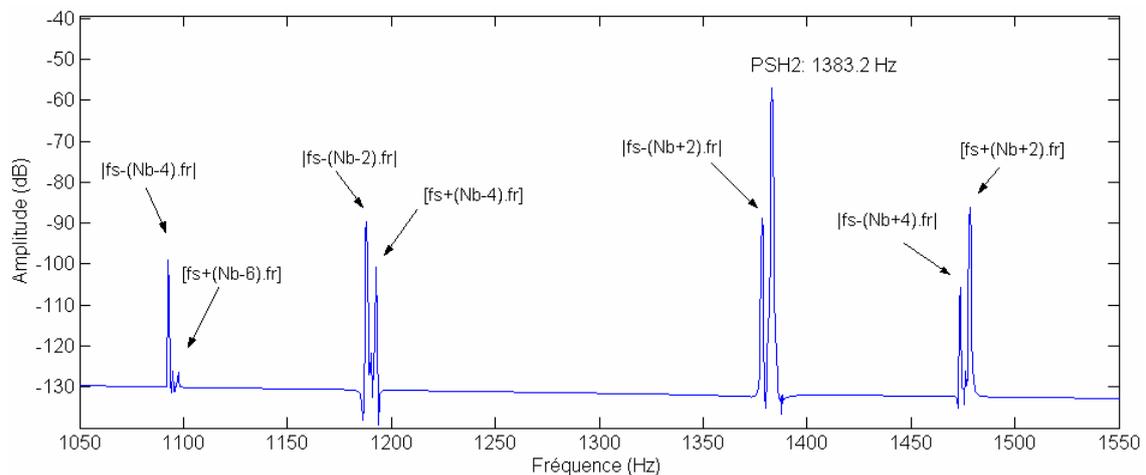


**Figure IV.11.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%.

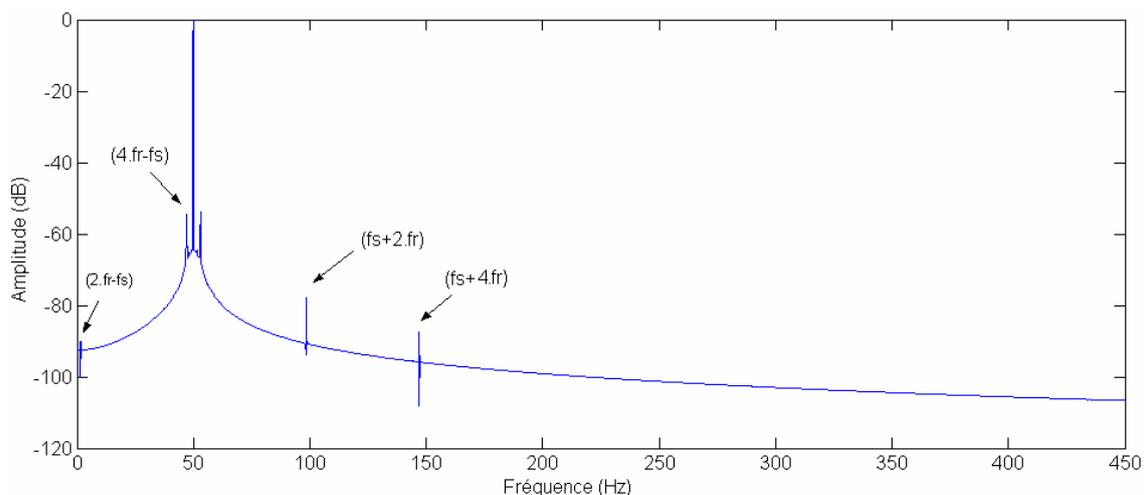
De part et d'autre de la fondamentale, les fréquences relatives à (IV.2) pour des  $n_d$  paires ne se voient presque pas (figure IV.14). D'après (IV.15), ce type de moteur ne peut l'en générer. Les quelques traces notées dans le spectre de la figure IV.15 correspondent probablement aux ordres supérieurs de la perméance d'entrefer non prise en compte dans l'analyse élaborée dans [26].



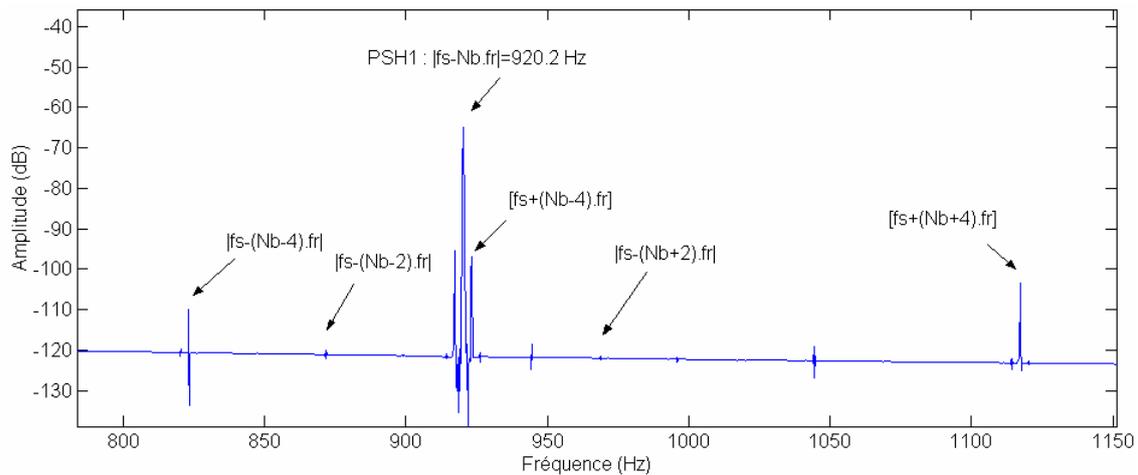
**Figure IV.12.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%. Sans fluctuations de vitesse.



**Figure IV.13.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%. Sans fluctuations de vitesse.



**Figure IV.14.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%. Moteur de 11kW.

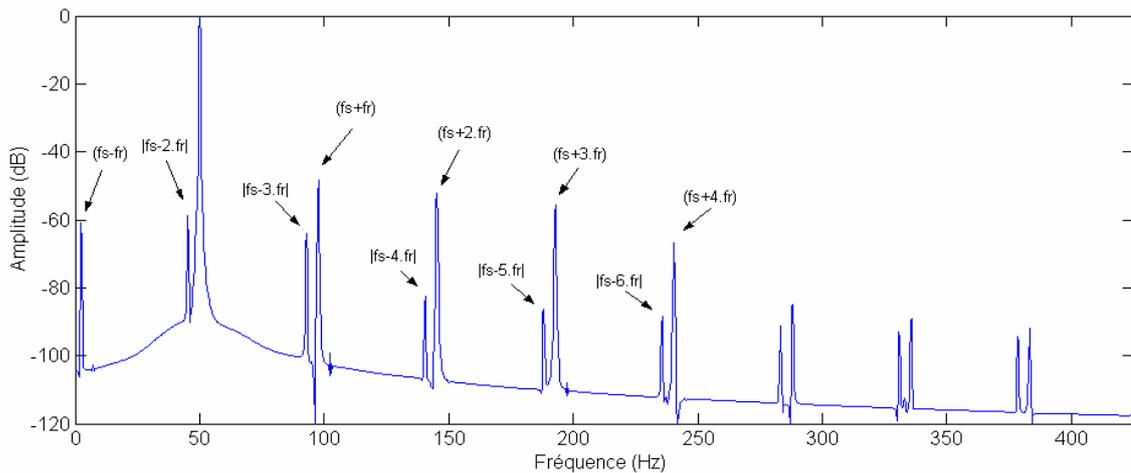


**Figure IV.15.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40%. Moteur (2) de 11kW.

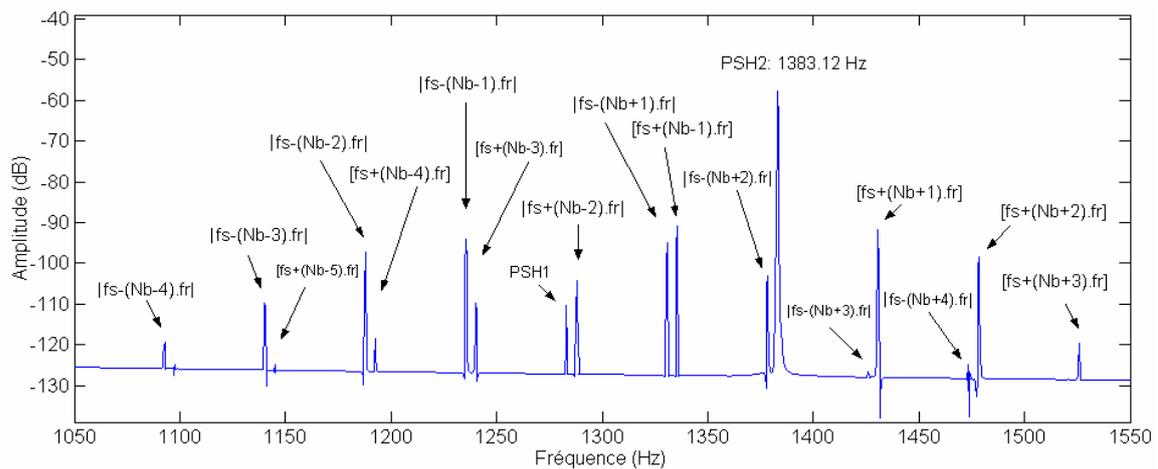
### III.2.3 Excentricité mixte

Dans l'examen de l'excentricité mixte sur le moteur (1), un degré d'excentricité statique de 20% vient s'ajouter au 20% dynamique. En relief, des nouvelles composantes tirées de (I.2) et (I.3) avec  $k$  impair, se mettent en place entre les harmoniques identifiés dans la figure IV.16 et IV.17 là où la vitesse est tenue fixe. Le premier PSH est dès lors décelable mais avec une amplitude quasiment insignifiante (-110 dB). Une seconde fois, son apparition peut être justifiée par le fait que l'excentricité statique introduit une non égalité des inductances propres statoriques. Quoique faible, ce fait est assimilable à une asymétrie statorique considérée jusque là comme source majeur de la composante homopolaire et en conséquence, les harmoniques multiples de trois. Quant aux oscillations de vitesse, elles peuvent être vues comme étant l'origine des répliques additionnelles observables dans les figures IV.18 et IV.19. Malgré que cette configuration soit rarement utilisée en pratique, l'effet de la connexion du neutre se manifeste par la mise en évidence de tous les harmoniques multiples de trois, à savoir le 1<sup>er</sup> PSH et le reste des raies répondant à (I.2) (figure IV.20).

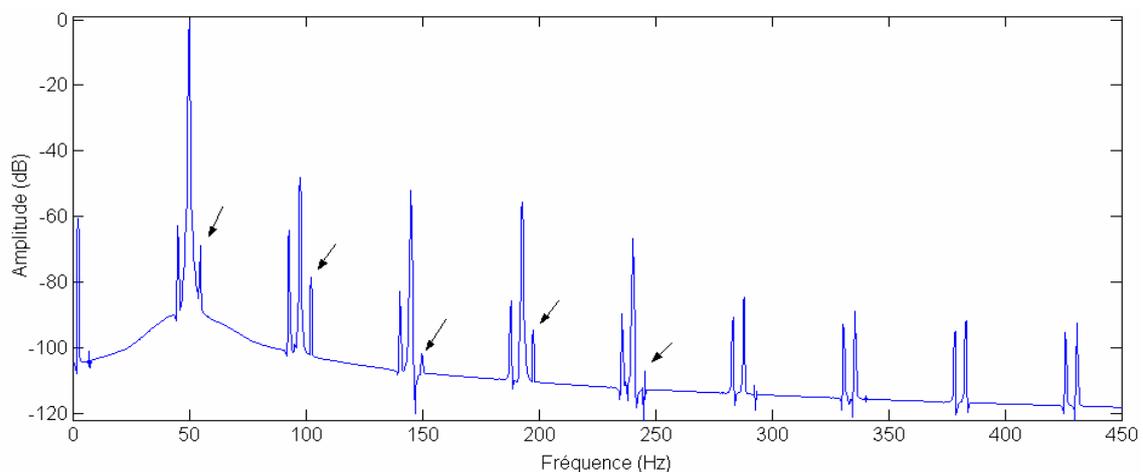
Le spectre du courant du moteur (2) sous excentricité mixte de 40% dynamique 20% statique présente également des composante relatives à (I.2) et (I.3) avec des modules qui s'atténuent en s'éloignant de la fondamentale d'une part et des PSHs de l'autre part (figures IV.21 et IV.22). Le maintien de la vitesse à une valeur constante ne vient que confirmer les constats susdit (figure IV.23).



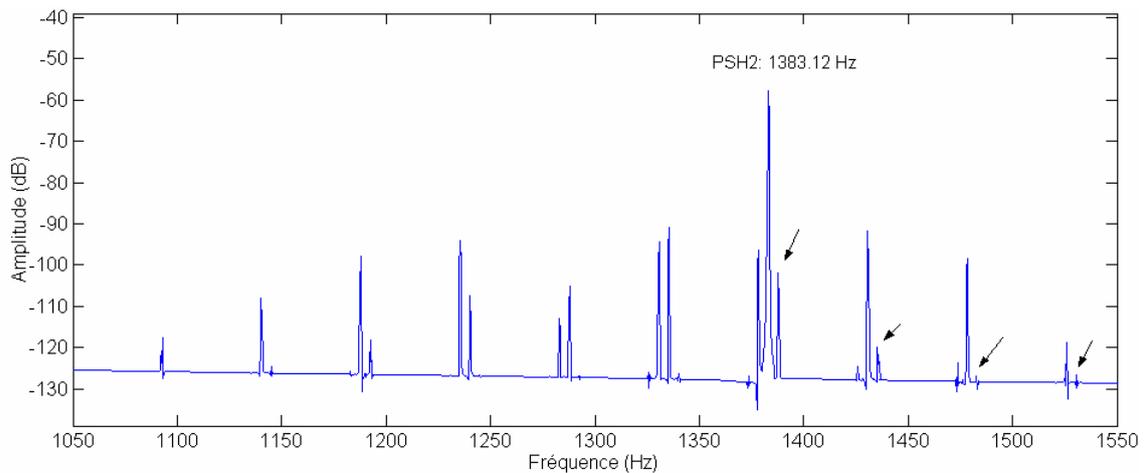
**Figure IV.16.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Sans fluctuations de vitesse.



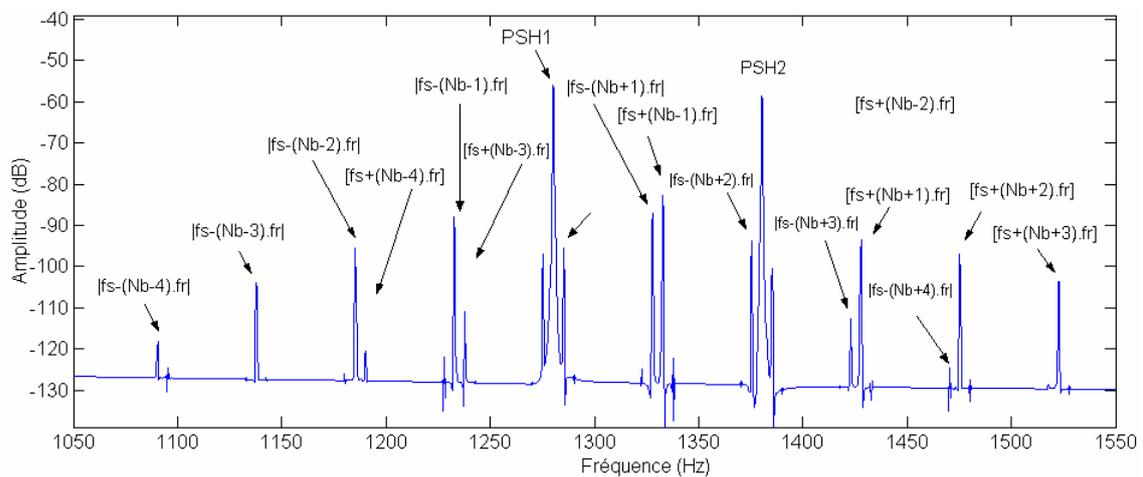
**Figure IV.17.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Sans fluctuations de vitesse.



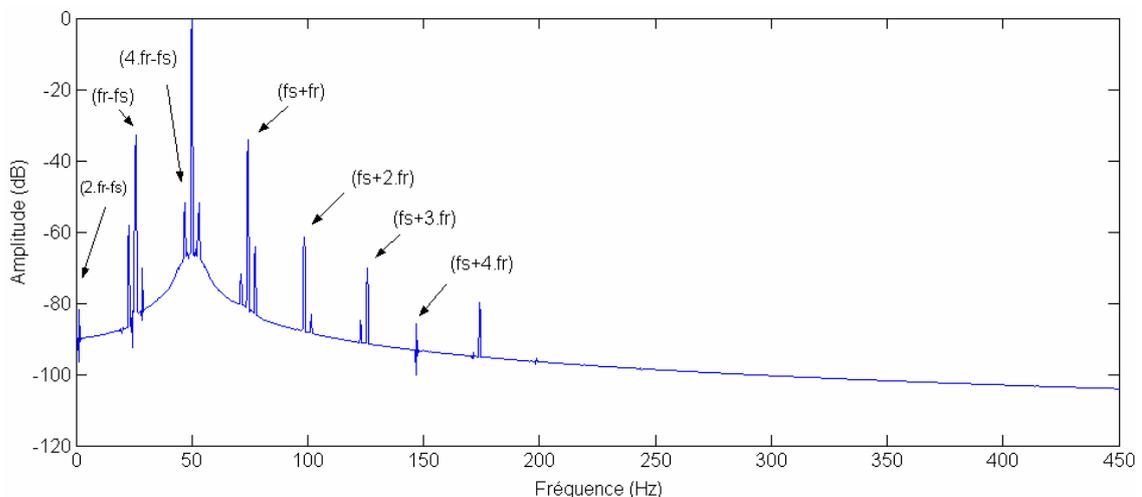
**Figure IV.18.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Neutre libre.



**Figure IV.19.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Neutre libre.

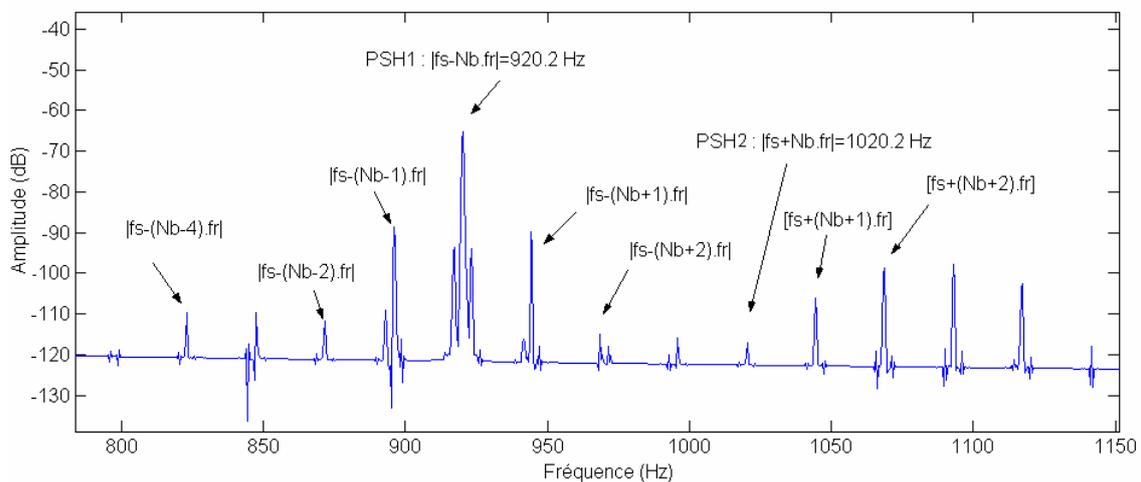


**Figure IV.20.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Neutre connecté.

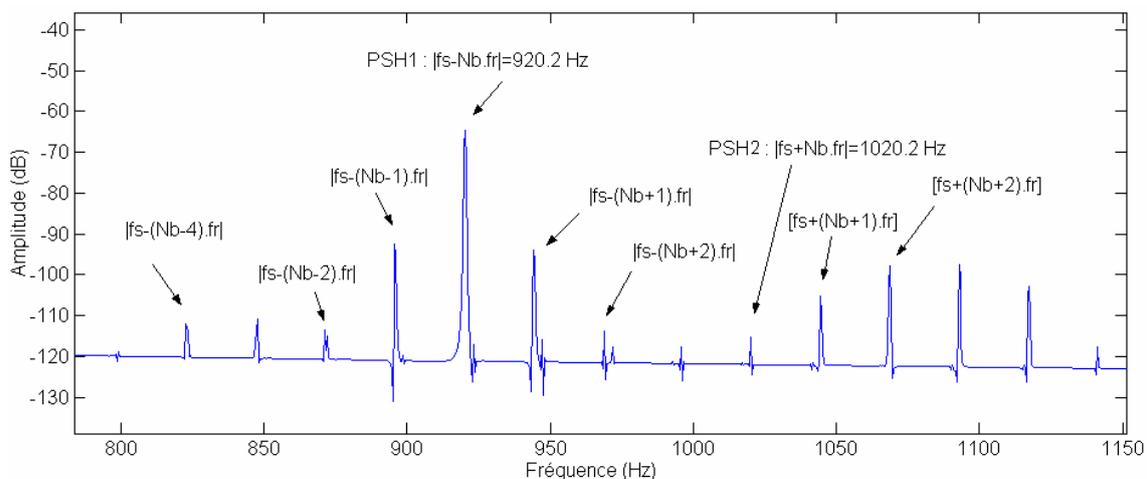


**Figure IV.21.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40% stat 20%-  $C_r=40\text{Nm}$ . Moteur de 11kW.

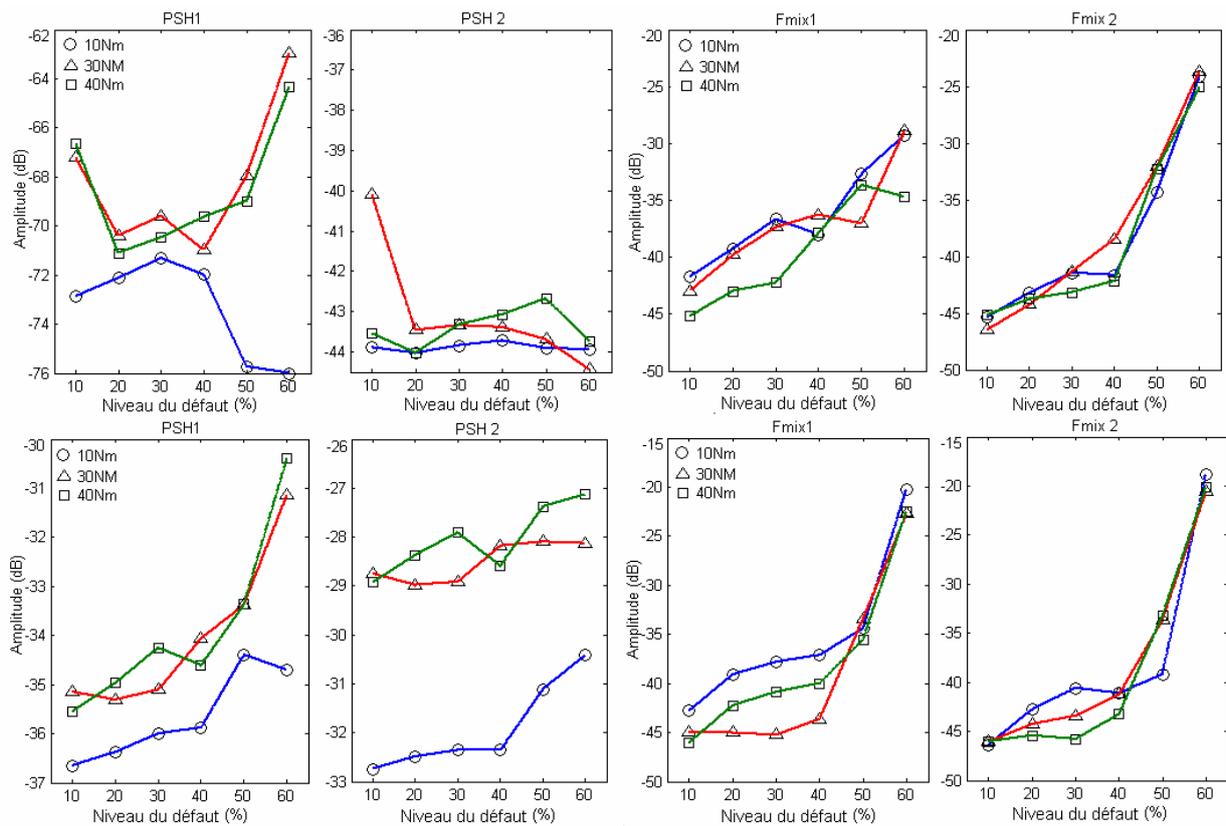
Alors que les spectres de courant aidaient à une prévalidation des modèles, leur exploitation ne peut être réalisée que suite à une exploration des lois d'évolution des différentes raies devant les variantes prévisibles telle que la charge, le degré de sévérité du défaut, le type de connexion du neutre....etc. En parlant diagnostic proprement dit, une raie n'est jamais propre à un défaut net, sachant qu'on sous entend par raie, la fréquence et le module correspondant. Par contre, la loi d'évolution de son module, voire même sa fréquence, permet dans grand nombre de cas d'informer sur le facteur prépondérant qui est à l'origine de l'harmonique en question. Les figures IV.24 et IV.25 confirment que l'inclinaison des barres atténue fortement les modules des PSHs. Cela fait qu'il est difficile d'interpréter les taux de variations enregistrés [14]. En revanche, les harmoniques  $f_{mix1,2} = f \pm f_r$  présentent des modulations remarquables tant en cas de barres inclinées que dans le



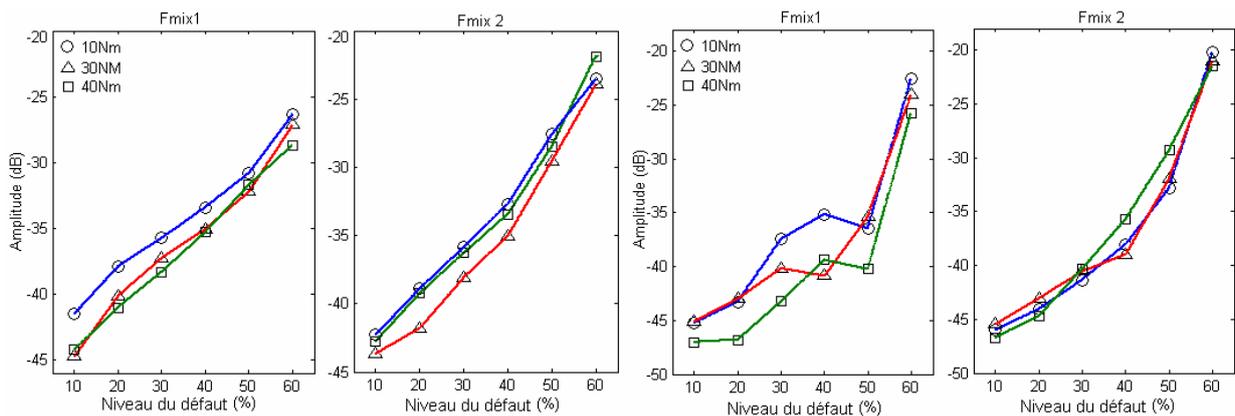
**Figure IV.22.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40% stat 20%.  $C_r=40Nm$ . Moteur de 11kW.



**Figure IV.23.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40% stat 20%. Moteur de 11kW. Vitesse fixe.



**Figure IV.24.** Evolution des raies caractéristiques en fonction de la charge et du degré d'excentricité statique pour une excentricité dynamique de 30%. Barre inclinées (haut) et non inclinées (bas) - Couplage statorique Y avec neutre connecté. Moteur (2).



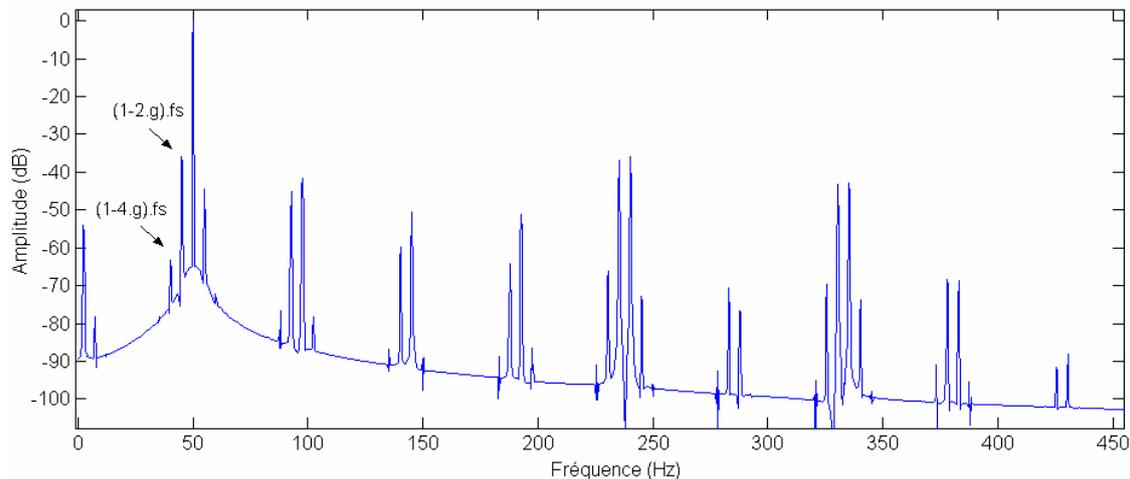
**Figure IV.25.** Evolution des raies caractéristiques en fonction de la charge et du degré d'excentricité statique pour une excentricité dynamique de 30%. Barres inclinées (droite) et non inclinées (gauche). Neutre libre. Moteur (2).

cas où cette inclinaison est négligée. Des modulations qui sont peu sensibles à la variation de la charge, mais qui évoluent positivement avec l'augmentation du degré d'excentricité statique.

Cependant, aucune dépendance claire ne peut être accordée au fait que les barres soient inclinées ou non ou bien que le neutre soit connecté ou libre.

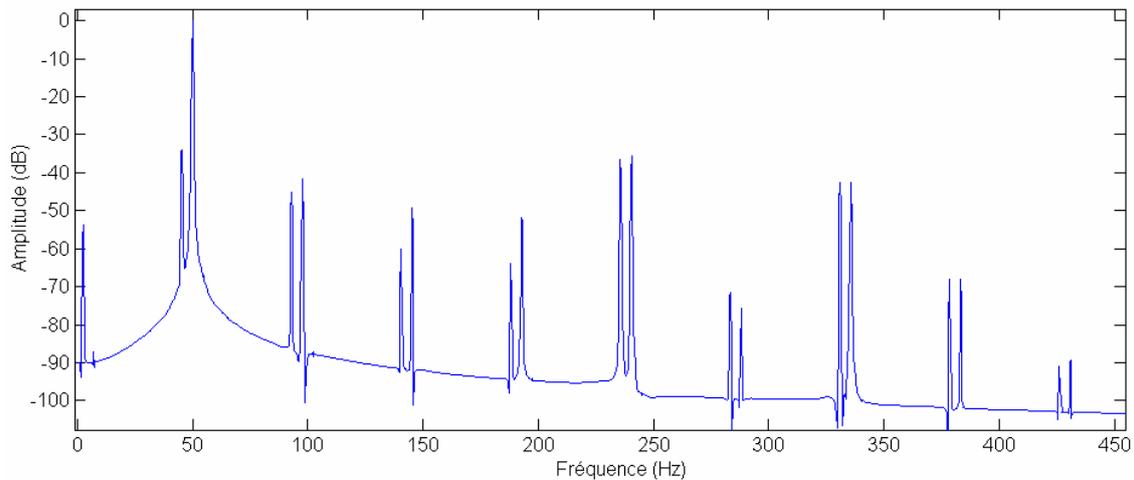
### III.3 Excentricité mixte et cassure de barres

Voyant le cas où les raies de l'excentricité mixte viennent s'interférer avec ceux de l'asymétrie électrique du circuit rotorique ou bien, plus généralement, rupture de barres. Jusque là, on envisageait la lecture du contenu spectral tout en associant à chaque défaut une signature qui lui est propre sans autant se focaliser sur l'idée qu'une même fréquence pourrait bien être issue de deux défauts différents si ce n'est plus. C'est ainsi le cas de la fréquence  $(1-2.g)f_s$  qui ne diffère pas de la  $|f_s - 2.f_r|$  dans le cas d'une machine bipolaire (figure IV.10 et figure IV.26).



**Figure IV.26.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une barre cassée et une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Moteur (1).

Tel que montre la figure IV.26 ou même la figure IV.27 relative au fonctionnement sous vitesse fixe, l'excentricité mixte combinée au défaut de barres introduit plus de nouvelles lois d'évolution des modules des composantes harmoniques plutôt que des fréquences caractérisant ce présent état. En fait, il se montre que l'idée focale du diagnostic ne peut jamais reposer sur le fait d'attribuer à chaque défaut sa signature spectrale propre. Si jusque là nous avons traité le sujet de la sorte, c'est dans le but de tester le modèle à la base de certains constats antérieurs en matière de fréquences propres aux défauts isolés, plutôt que de faire la séparation des défauts et estimer leurs degrés de sévérité.

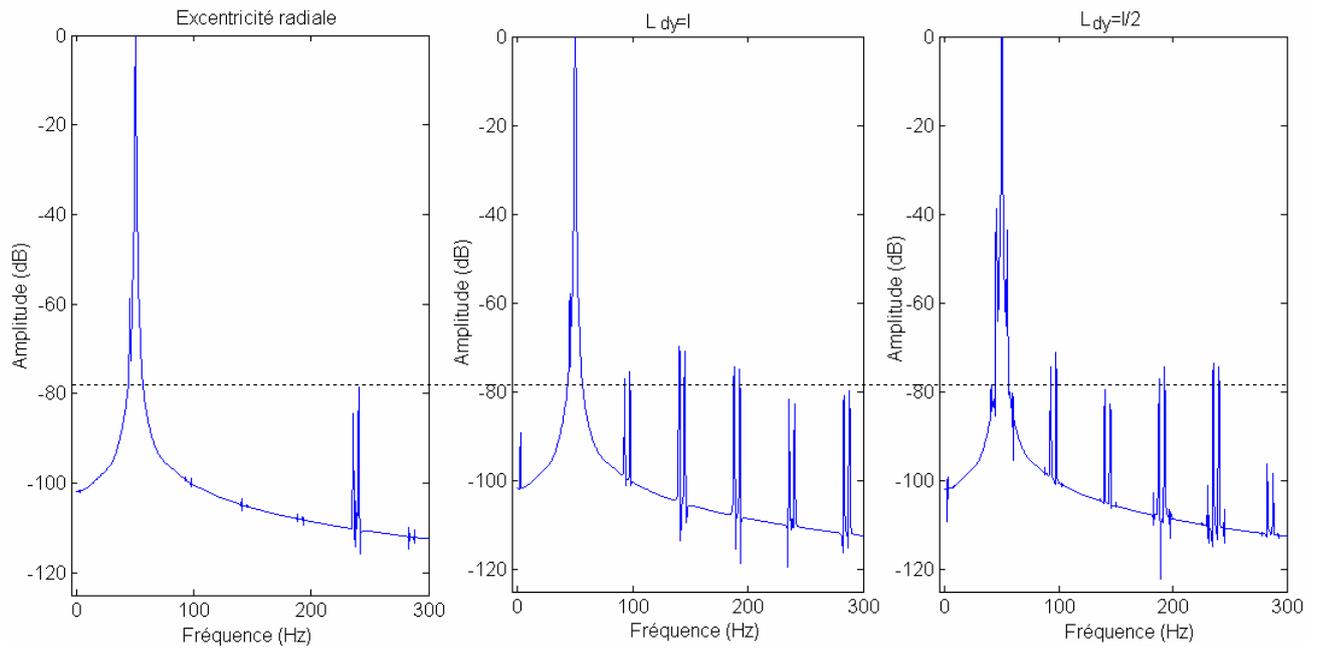


**Figure IV.27.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une barre cassée et une excentricité mixte de 20% statique et 20% dynamique. Sans fluctuations de vitesse.

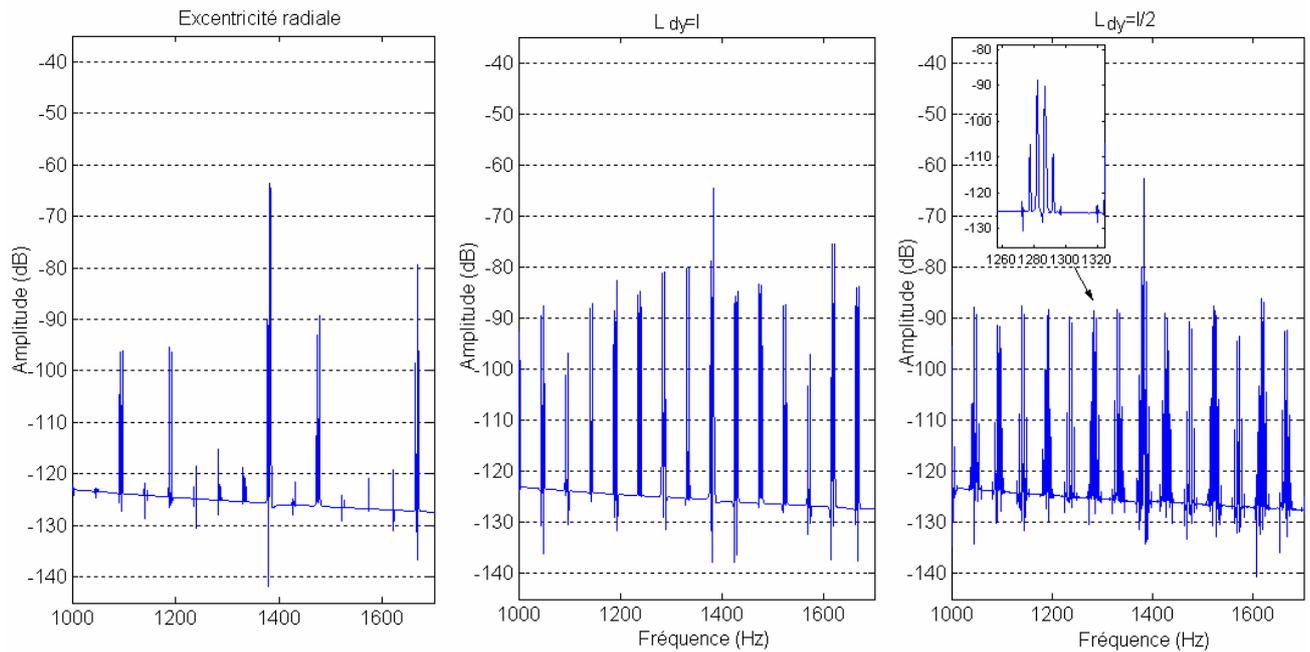
### III.4 Défauts d'excentricité axiale

À priori, et en se référant aux profils des inductances de la machine présentant une non-uniformité axiale de l'entrefer, on réalise que ce défaut est restreint entre une excentricité radiale pure et une parfaite concentricité. Cela bien sûr en parlant en terme de contenu spectral. Tel que reporter dans [24], le spectre de l'excentricité axiale statique relatif à  $L_{sr}=1/2$  risque de se confondre avec celui d'une parfaite symétrie mettant ainsi en cause le fait que son inspection soit un moyen fiable de diagnostiquer l'excentricité statique. Néanmoins, les effets de l'excentricité, quoi que voilé au niveau du spectre de courant, ne vont connaître aucune réduction surtout au niveau des roulements et des extrémités de l'arbre qui risqueront de frôler la surface interne du stator avant d'évoluer vers un contact front.

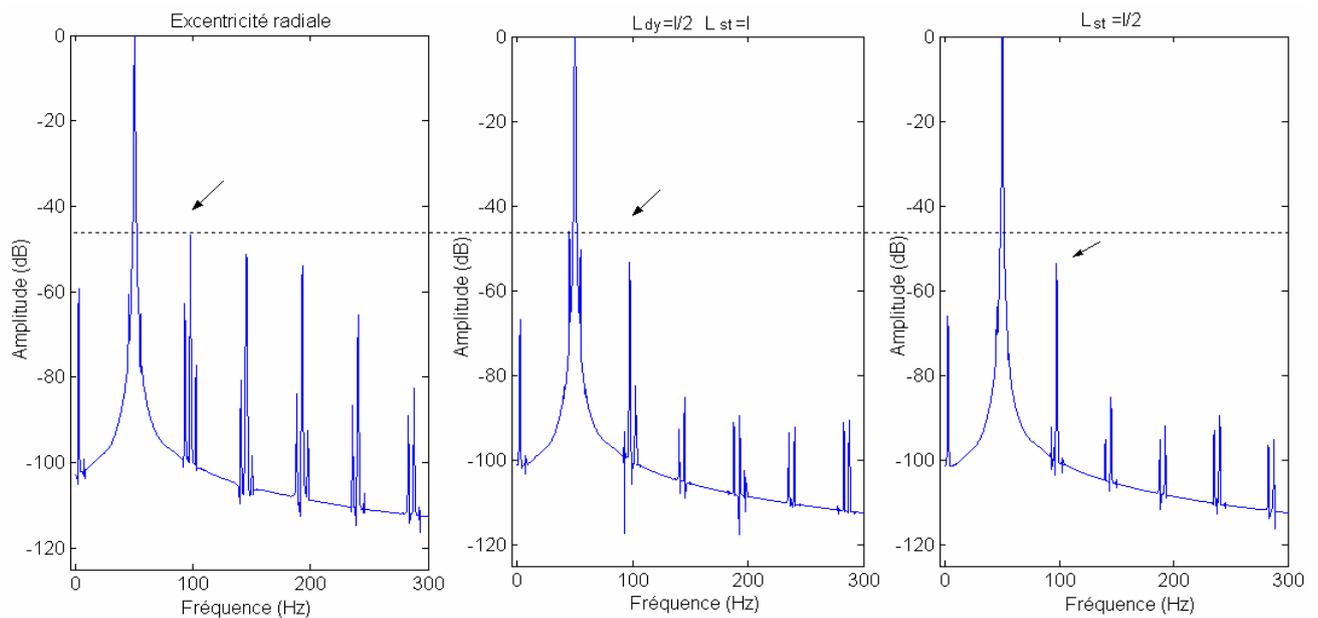
L'excentricité axiale dynamique a pour effet l'excitation des différents modes oscillatoires aux fréquences données par (I.3) relatives à  $k$  impaire, avec variation dans les modules des harmoniques de l'excentricité dynamique selon la position de la section parfaitement concentrique (figures IV.28 et IV.29). Ainsi, il devient difficile de faire la différence entre une excentricité mixte et une excentricité purement dynamique d'une part, et une excentricité radiale et une autre axiale de l'autre part. Si on admet qu'une excentricité purement dynamique ne peut se présenter seule, la confusion aura lieu plutôt dans l'estimation du degré de défaut que dans la détermination de sa nature exacte. Le tableau (IV.1) regroupe l'ensemble des fréquences caractéristiques et des modules correspondants selon la nature de l'excentricité simulée pour un essai sous couplage Y avec neutre connecté.



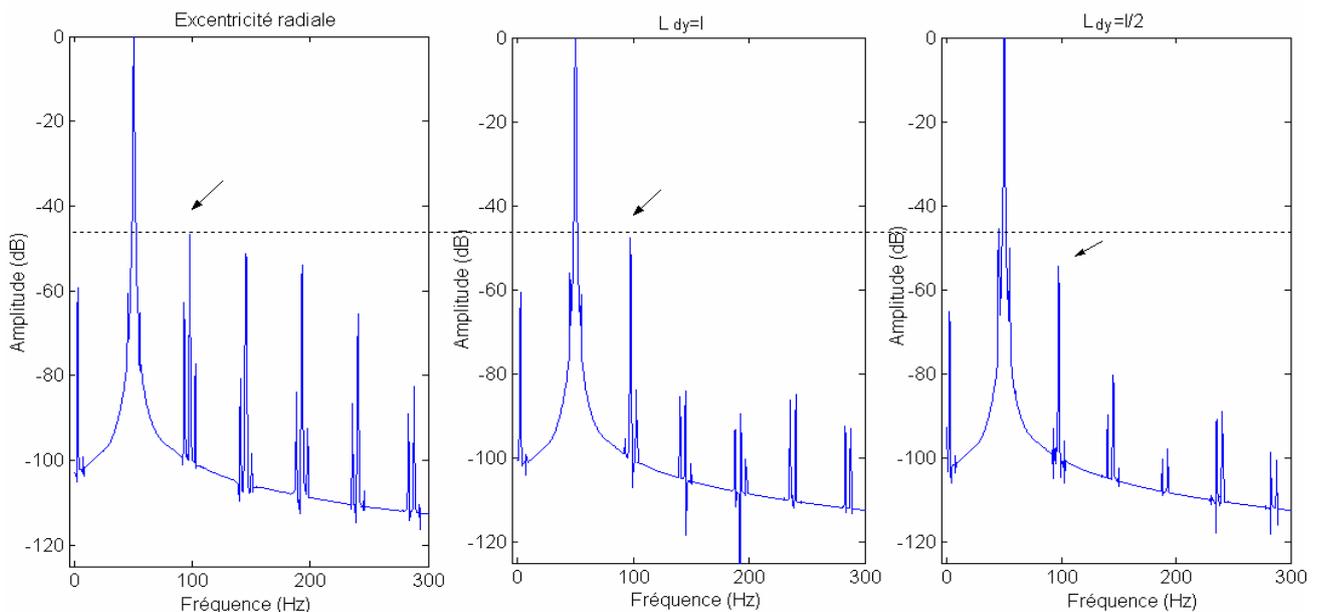
**Figure IV.28.** Spectres relatifs au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique axiale de 30% pour des valeurs particuliers de  $L_{dy}$ .



**Figure IV.29.** Spectres du courant de la phase A statorique relatif aux fréquences délimitant les PSHs: Moteur présentant une excentricité dynamique axiale de 30%.



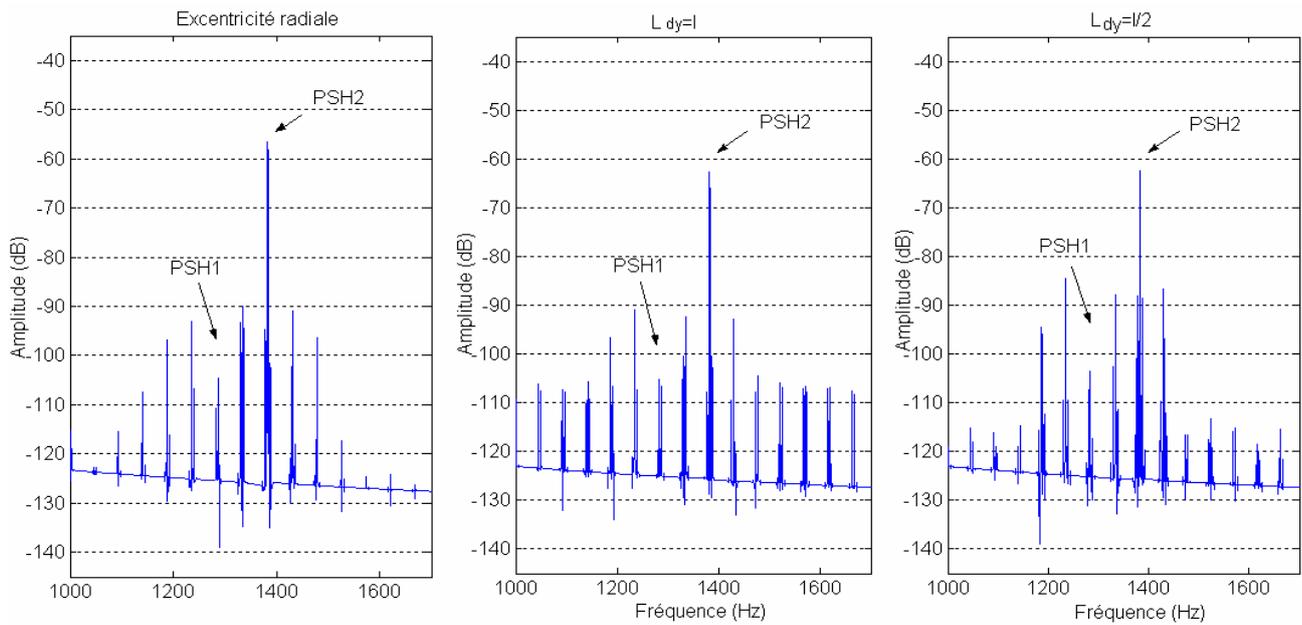
**Figure IV.30.** Spectres relatifs au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte axiale de 20% statique et 20% dynamique.



**Figure IV.31.** Spectres relatifs au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte axiale de 20% statique et 20% dynamique.

A présent, si on choisit de nous référer aux modules des harmoniques caractéristiques donnés par (I.3), le cas d'une excentricité mixte avec  $L_{st} = 1/2$  ne ressemble pas parfaitement à l'excentricité radiale correspondante. L'ensemble de figures IV.30 et IV.31 montre bien que suite à la variation du taux d'inclinaison entre sa valeur correspondant à ( $L_{st} = 1/2$  et ou  $L_{dy} = 1/2$ ) et sa valeur minimale ( $L_{st} = \infty$  et ou  $L_{dy} = \infty$ ), les modules des harmoniques caractéristiques fluctuent entre une valeur minimale non nulle et une valeur maximale correspondant à l'excentricité radiale

pure. La première conclusion qu'on peut en tirer et qu'un diagnostic fiable du degré de sévérité de l'excentricité mixte radiale par l'inspection des raies relatives à (I.3), doit avant tout tenir compte de la possibilité que cette excentricité puisse enfermer une composante axiale de sa manifestation. Au voisinage des PSHs, les mêmes remarques peuvent être notées malgré que le niveau faible des raies correspondant au moteur à barres inclinées réduit le capital informationnel des changements notés en modules (figure IV.32).



**Figure IV.32.** Spectres relatifs au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité mixte axiale de 20% statique et 20% dynamique.

**Tableau IV.1.** Quelques résultats de simulation de l'excentricité radiale confrontés à ceux de l'excentricité axiale

Fréquences caractéristiques	Excentricité radiale		Excentricité axiale $\delta_s = 20\%$ , $\delta_{d0} = 20\%$			
	$\delta_s = 20\%$ , $\delta_d = 20\%$		$L_{dy} = l$		$L_{st} = l/2$	
	F (Hz)	A (dB)	F (Hz)	A (dB)	F (Hz)	A (dB)
$f_{mix1} = (f_s - f_r)$	2.6	-60.18	2.6	-61.95	2.46	-61.48
$f_{mix2} = (f_s + f_r)$	97.5	-41.32	97.4	-45.3	97.26	-52.33
$f_{2mix2} = (f_s + 2 \cdot f_r)$	145.05	-55.55	145	-63.23	144.93	-59.5
$f_{dyn1-} = [(N_b - 1) \cdot (1 - s) - 1] \cdot f_s$	1232.77	-94.4	1231.8	-82.64	1231.5	-77.67
$f_{RSH1} = [N_b \cdot (1 - s) - 1] \cdot f_s$	1280.32	-54.7	1279.4	-61.39	1279.18	-60.15
$f_{dyn1+} = [(N_b - 1) \cdot (1 - s) + 1] \cdot f_s$	1332.86	-83.52	1331.8	-89.24	1331.5	-86.16
$f_{dyn2-} = [(N_b + 1) \cdot (1 - s) - 1] \cdot f_s$	1327.87	-92.6	1326.8	-86.8	1326.8	-77.6
$f_{RSH2} = [N_b \cdot (1 - s) + 1] \cdot f_s$	1380.3	-58.6	1379.4	-65.19	1379.17	-63.15
$f_{dyn2+} = [(N_b + 1) \cdot (1 - s) + 1] \cdot f_s$	1427.9	-91.86	1426.8	-93.07	1426.8	-83.89

### III.5 Défauts de court-circuit

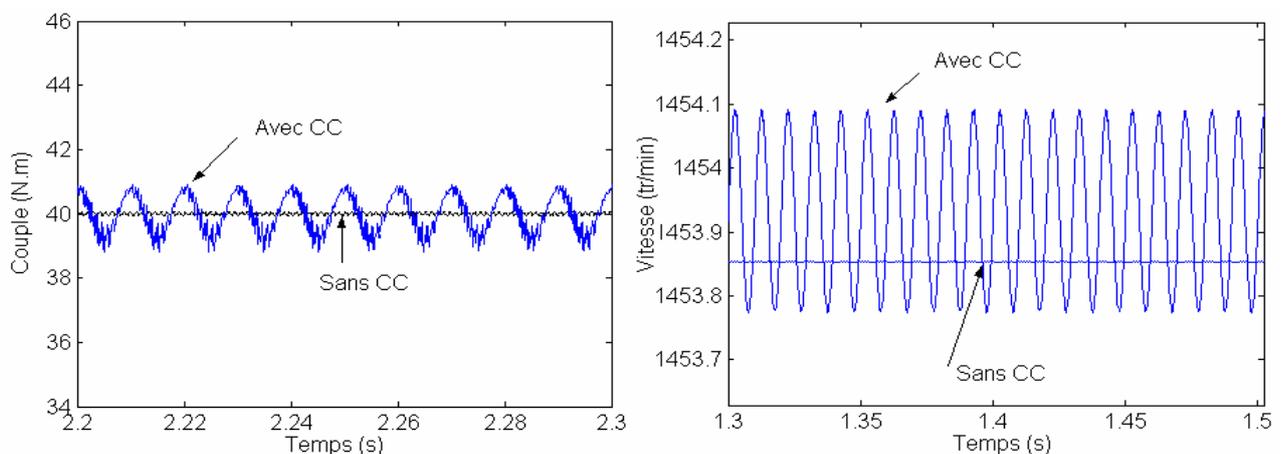
Dans [14],[41] et [42], la simulation du fonctionnement du moteur asynchrone sous défaut de court-circuit entre spires a été entreprise mais d'une façon isolée. Le résultat confirmait le fait que la maille court-circuitée sera le siège d'un fort courant pouvant entraîner la fusion du fil et par conséquent, l'ouverture du circuit de la maille. S'il arrive que cet incident ne cause aucun dommage au reste du bobinage, le moteur fonctionnera pendant un certain temps mais dans des conditions faisant que le courant de la phase objet du défaut sera plus intense. L'ensemble du système de courant sera déséquilibré avec d'avantage de pulsations de vitesse et de couple. Sans parler des conséquences de ce déséquilibre et de ce couple pulsatoire, cette situation favorisera en premier lieu la détérioration totale du bobinage affecté. S'il paraît que le fonctionnement avec une barre cassée où entrefer excentrique n'est pas lié à une période rigoureuse avant la faille totale, le cas du court-circuit l'est incontestablement. Il convient dans ce contexte de signaler que le modèle établi prévoit le niveau du courant dans les différents circuits de la machine ainsi que le contenu spectral correspondant, mais ne donne aucun signe estimatif sur la durée de chacune des phases précitées (avant et après l'ouverture de la maille). En plus, et comme dans [39], le modèle envisage un passage, semble-t-il, parfaitement doux des différentes grandeurs de l'état sain vers leurs valeurs correspondantes sous court-circuit. Pourtant, la reproduction effective du cas modélisé et simulé passe généralement par un état de fatigue du bobinage et de son isolement faisant que les paramètres relatifs sont loin d'être ceux du bobinage initial. Une autre limitation réside dans le fait que le court-circuit étudié est prévu seul sans qu'il soit question de supposer que d'autres défauts peuvent bien interagir simultanément afin de définir une nouvelle situation totalement différente. En dernier, signalons qu'à cause de l'action forte du court-circuit sur le module des grandeurs, le spectre normalisé n'est pas préférable dans une tâche de diagnostic à moins qu'il soit accompagné avec les courbes relatives aux grandeurs analysées, ou bien avec le spectre à l'échelle réelle.

Comme exposée dans le chapitre II, cette extension du modèle est en mesure de décrire l'état de la machine quand un court-circuit, une excentricité mixte et/ou une cassure de barre vient se superposer conjointement. Toujours en terme d'amplitude des harmoniques et de contenu spectral, une certaine analyse s'avère possible à travers les résultats de simulation qui viennent. La figure IV.33 met en évidence le niveau de pulsations de vitesse et de couple sous contrainte d'un court-circuit qui s'est reproduit entre un ensemble de spires valant la moitié de la première bobine de la phase A statorique. Tandis que la figure VI.34 illustre les formes des courants de la phase A

statorique et de la première maille rotorique. A première vue, il est possible de remarquer que les modules sont vraiment à la hausse.

Le fonctionnement en court-circuit impliquant un défaut d'excentricité mixte est envisagé pour un degré d'excentricité statique et dynamique de seulement 2% chacune. Un tel degré reflète plus une asymétrie résiduelle ou bien intrinsèque qu'un défaut avec le sens propre du mot. Les ondulations de vitesse et du couple prennent encore de l'ampleur avec une certaine différence entre l'état pendant le court-circuit et l'état juste après l'endommagement de la maille en défaut. Il est à noter que le courant de la phase en défaut s'atténue légèrement après ouverture de la maille mais le déséquilibre persiste toujours.

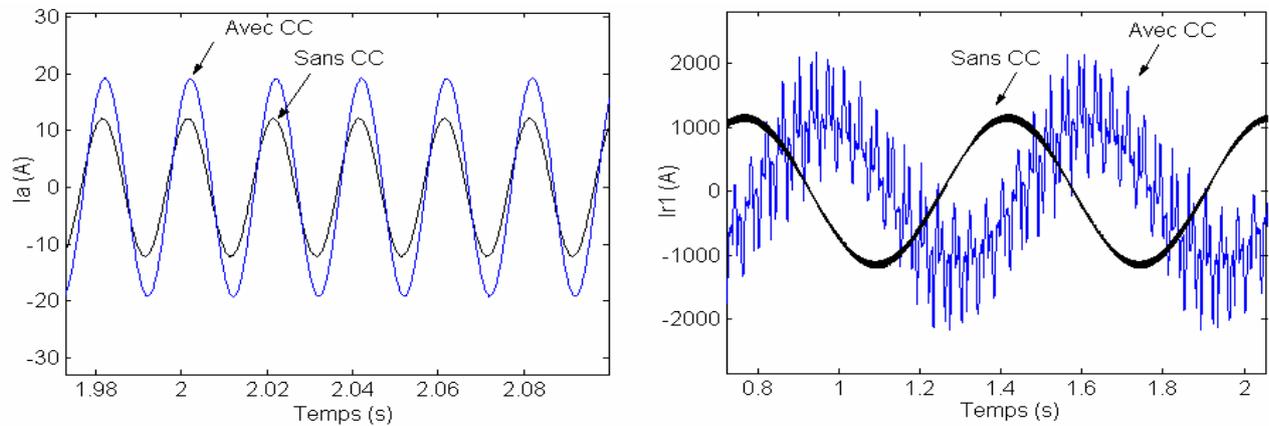
Dans les figures VI.35, IV.36 et IV.37, on peut observer qu'en terme d'amplitudes du courant de la maille en court-circuit ( $I_d$ ), l'excentricité rotorique additionnelle n'amplifie pas le problème d'une façon nettement remarquable. Cependant, des ondulations au niveau du courant, couple et vitesse sont dès lors présentes permettant ainsi de prévenir déjà un nouveau contenu spectral. Un tel contenu, est décelable au niveau des spectres du courant de ligne en comparant ceux relatifs aux défauts isolés (figure IV.38) avec les spectres issus d'un essai de défaut combiné résultant (figure VI. 39).



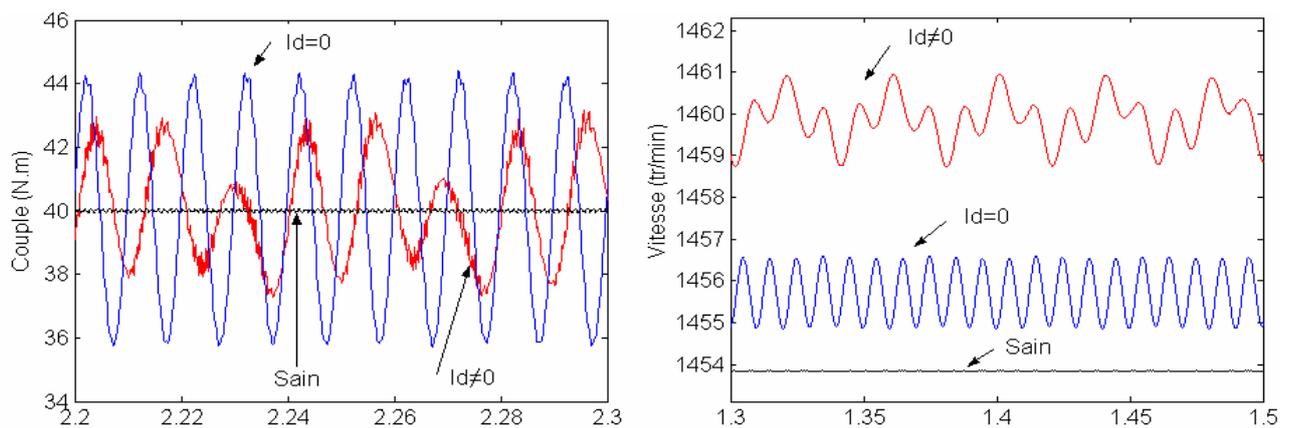
**Figure IV.33.** Couple électromagnétique (gauche) et vitesse de rotation (droite) sans et avec court-circuit entre spires.

Alors que le court-circuit isolé n'introduit aucune fréquence additionnelle autre que la composante 150Hz et une petite variation des modules des PSHs, l'excentricité mixte isolée de %2 dynamique 2% statique apporte sa série caractéristique mais avec d'aussi faibles amplitudes qu'il est possible de les confondre avec ceux relatifs à l'état sain (figure IV.38). En revanche, la combinaison des deux défauts décrits fait amplifier remarquablement les raies déjà présentes dans

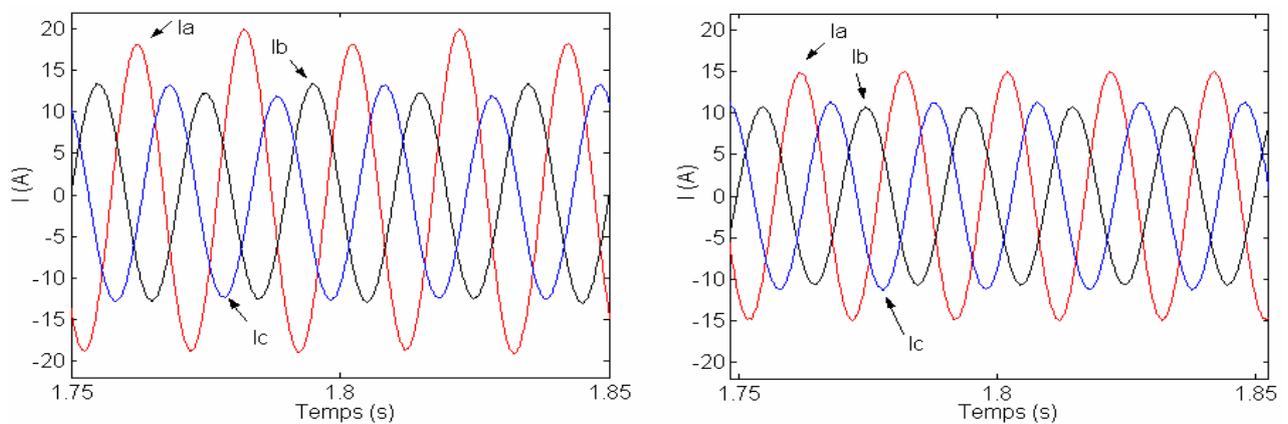
le spectre de l'excentricité tant au niveau du premier rang fréquentiel qu'au niveau des fréquences délimitants les PSHs (Figure VI.39).



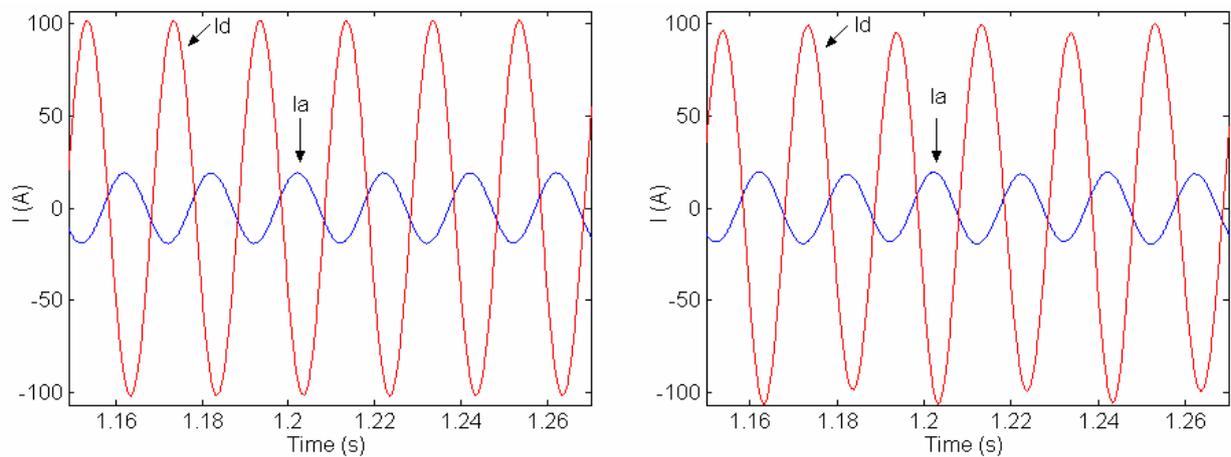
**Figure IV.34.** Courant de la phase statorique sous défaut (gauche) et celui de la première maille rotorique (droite) avant et pendant le défaut.



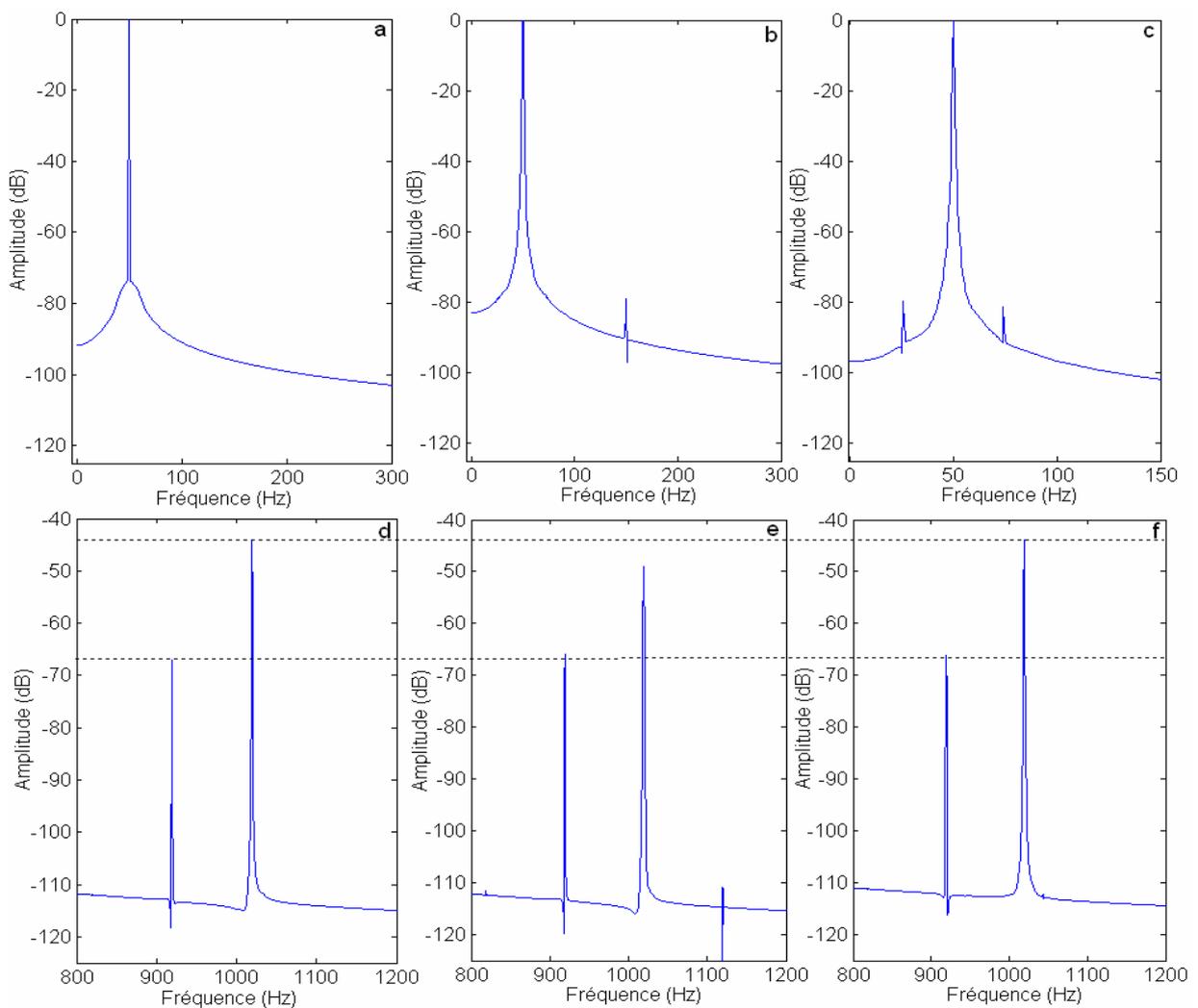
**Figure IV.35.** Couple électromagnétique (gauche) et vitesse de rotation (droite) avant, pendant et après le court-circuit entre spires. Moteur (1) présentant déjà une excentricité mixte.



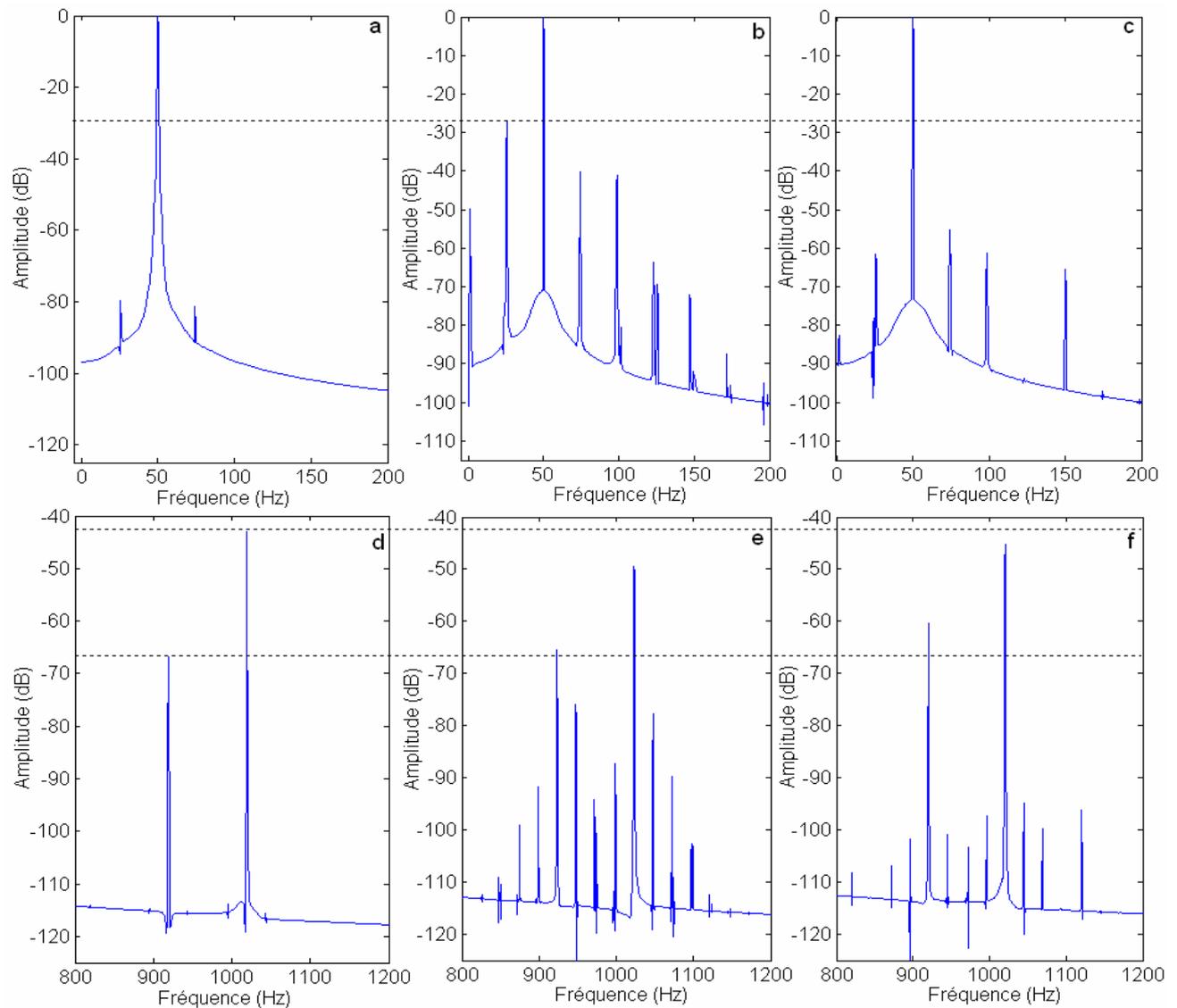
**Figure IV.36.** Courant des phase statoriques pendant le défaut de court-circuit (gauche) et après le défauts (droite). Moteur (1) présentant déjà une excentricité mixte.



**Figure IV.37.** Courant de la phase en défaut et de la maille en court-circuit dans le cas d'un défaut statorique isolé (gauche), et d'un défaut statorique combiné à une excentricité mixte de 2% dynamique 2% statique (droite).



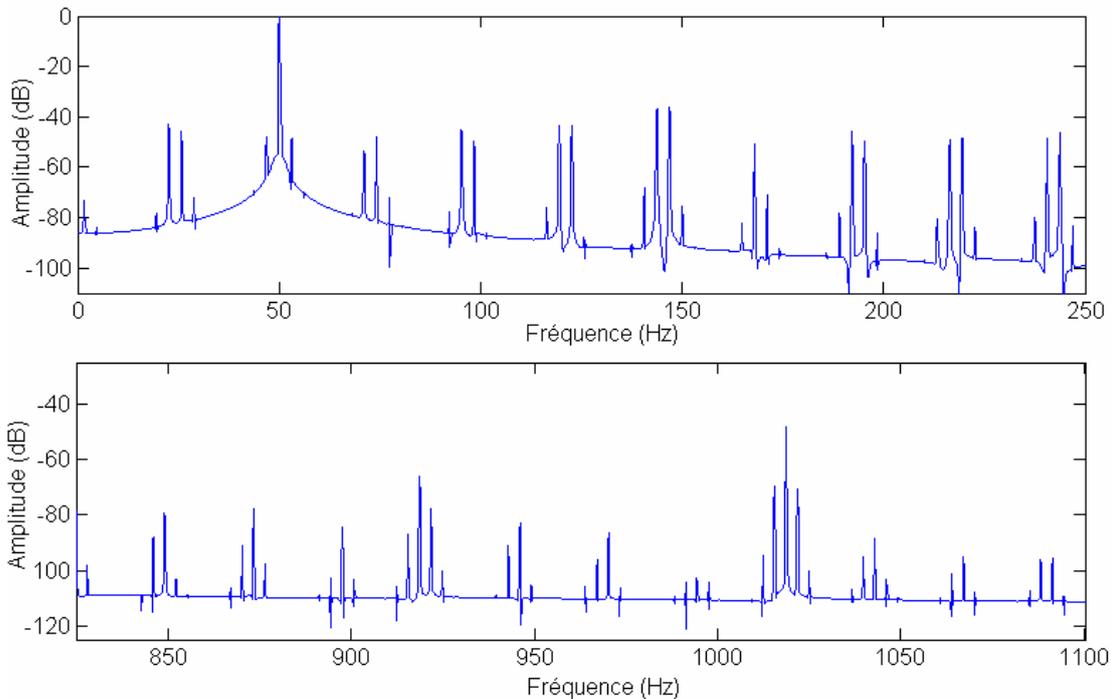
**Figure IV.38.** Spectres du courant de la phase A statorique du moteur sain (a,d). Avec court-circuit entre spires (b,e). Avec excentricité de 2% dynamique 2% statique (c,f).



**Figure IV.39.** Spectres du courant de la phase A statorique du moteur présentant une excentricité mixte de 2% dynamique 2% statique (a,d). Excentricité mixte avec court-circuit entre spires (b,e). Excentricité et court-circuit après ouverture de la maille en défaut (c,f).

Dans un dernier essai, nous avons ajouté au défaut combiné précédent, un faible degré d'asymétrie de la cage rotorique (résistance de la barre en défaut multipliée par 10). Le spectre résultant regroupe l'ensemble des harmoniques de l'excentricité mixte et ceux des cassures de barres, la chose qui pourra constituer une explication de la série d'harmoniques (I.4) prédit par les auteurs de [31] lors de leur essai sur le défaut de court-circuit isolé. Une telle série n'était considérée que comme conséquence du court-circuit net. Alors que vraisemblablement, le moteur utilisé ne pourrait ne pas contenir de faibles taux d'asymétrie et d'excentricité rotorique dont les harmoniques se confondaient de point de vue interprétation, avec les bruits est erreurs de calcul. Mais une fois le défaut de court-circuit est introduit, les faibles amplitudes de ces harmoniques

s'amplifient remarquablement pour finalement paraître aux yeux de tous comme conséquence directe du court-circuit isolé. C'est formellement la chose qui peut être comparée au dernier cas simulé (figure IV.40).

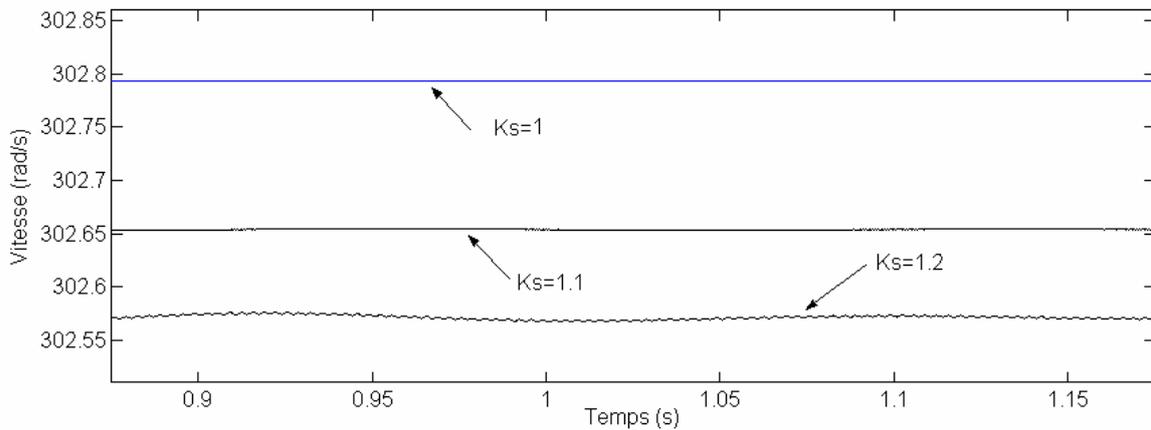


**Figure IV.40.** Spectres du moteur présentant une excentricité mixte de 2% dynamique 2% statique, un faible taux d'asymétrie rotorique et un court-circuit entre spires.

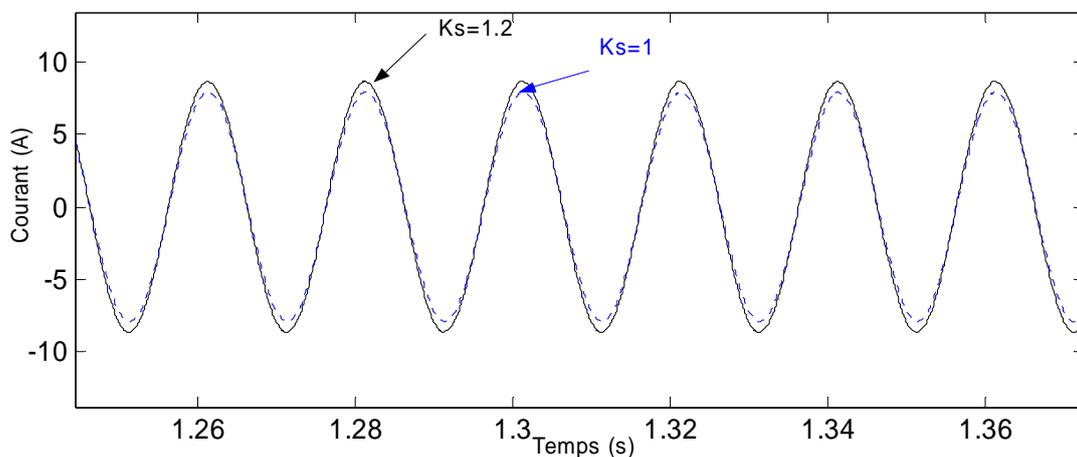
### III.6 Machine saturée

La simulation de la machine (1) tenant compte de la saturation des dents est envisagée pour des facteurs de saturation arbitraires de  $K_s=1.1$  et  $K_s=1.2$ . Ces valeurs sont approximativement ceux pouvant affecter une machine réelle et dont la détermination fait souvent appel à des essais expérimentaux se servant de la caractéristique de magnétisation de la machine [52], [53]. Via les figures IV.41 et IV.42, on peut voir l'effet de la saturation sur les performances de la machine représentées par la réduction de la valeur moyenne de la vitesse de rotation et de la valeur max du courant de ligne, alors que la figure IV.43 met en évidence la première composante 250 Hz de la série

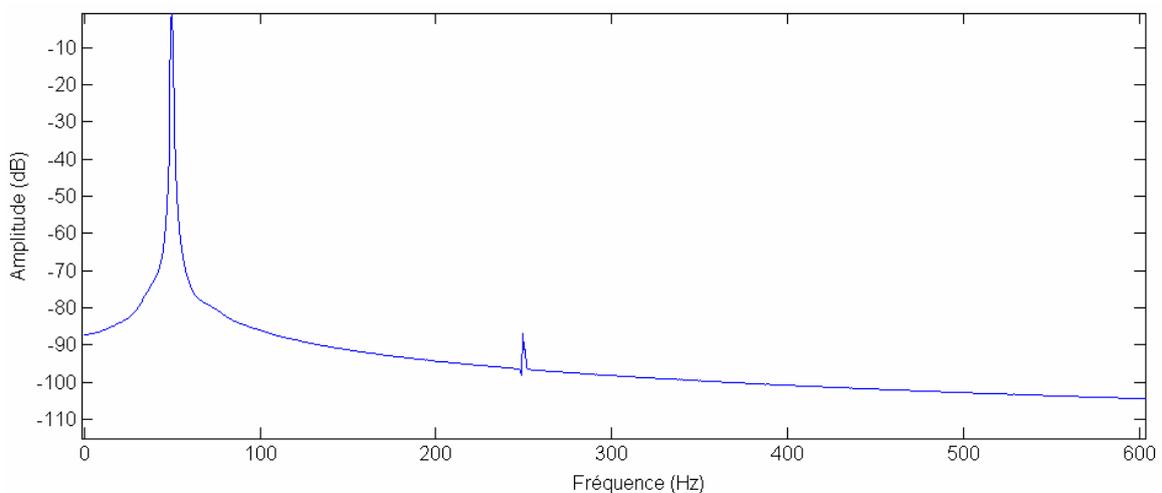
$$f_{sat0} = k.f_s \quad \text{avec} \quad k=5,7,11,13.. \quad (\text{IV.15})$$



**Figure IV.41.** Vitesse de rotation en cas de négligence de la saturation et en cas de prise en compte de la saturation.



**Figure IV.42.** Courant statorique en cas de négligence de la saturation et en cas de prise en compte de la saturation.

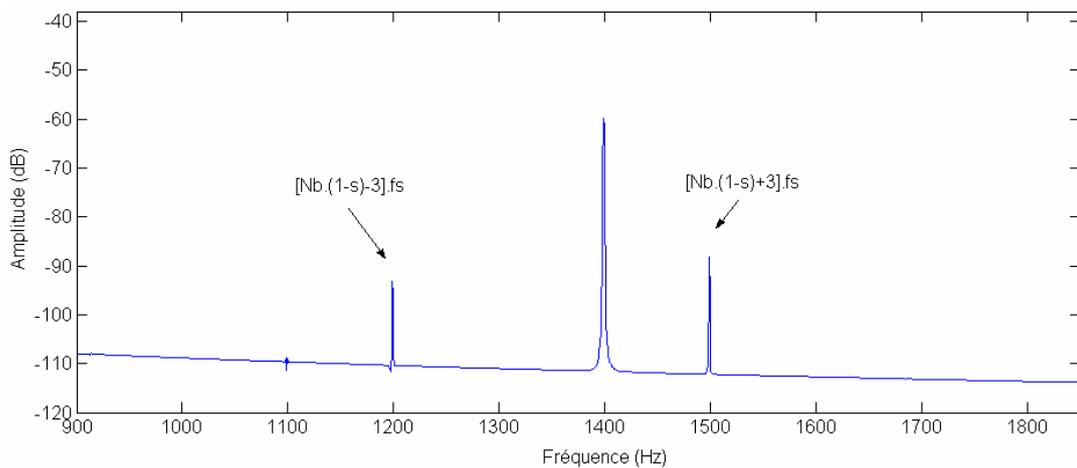


**Figure IV.43.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.1$ . (Raccourcissement de 2/3).

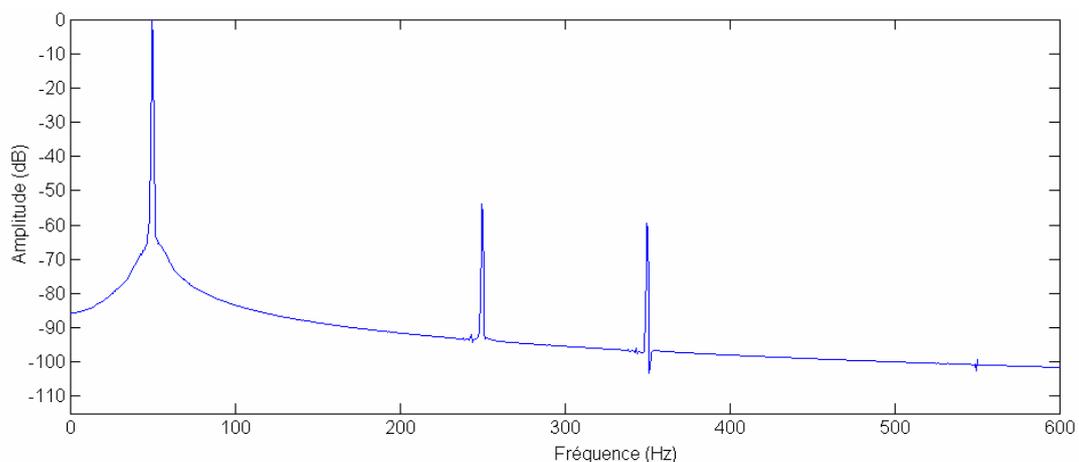
Le module correspondant est très faible à cause du facteur de saturation choisi. De part et d'autres des PSHs, les composantes vérifiant (I.5) avec  $n_{sat}=1$  et  $k=1$  apparaissent à des fréquences égales à

$$f_{sat} = \left\{ \frac{k.N_b}{p} \cdot (1-g) \pm 1 \pm 2 \right\}, \quad (IV.16)$$

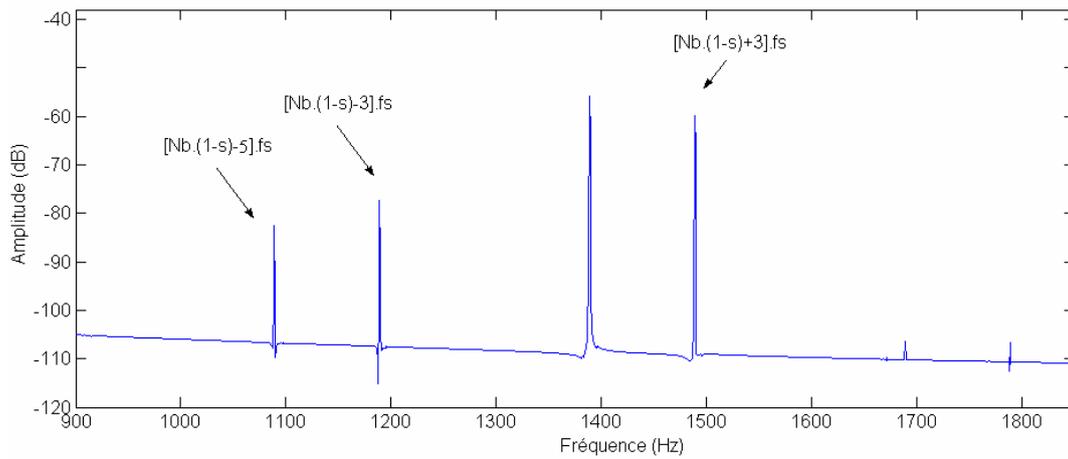
tant que leurs ordres n'est pas multiple de trois. A travers les figure IV. 45 et IV. 46, l'effet d'augmentation du coefficient de saturation se manifeste par l'apparition des composantes relatives à  $k=7$  et  $n_{sat}=2$  dans les équation (IV.15) et (I.5) respectivement, puis, à peine visibles, celles correspondant à  $n_{sat}=3$ . Par ailleurs, le déséquilibre et/ou la connexion du neutre fait dévoiler la composante 150Hz et le reste des fréquences ayant un ordre multiple de trois (figures IV.47 et IV.48).



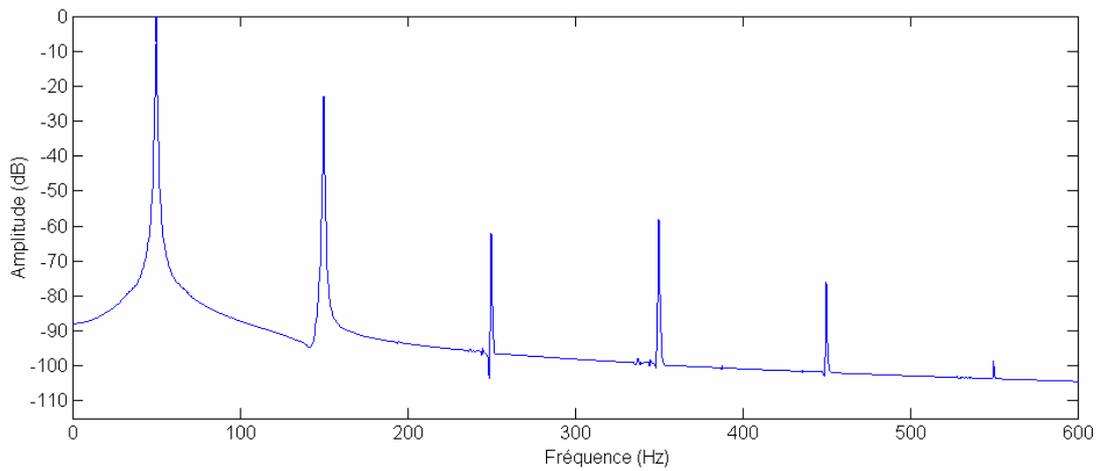
**Figure IV.44.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.1$ .



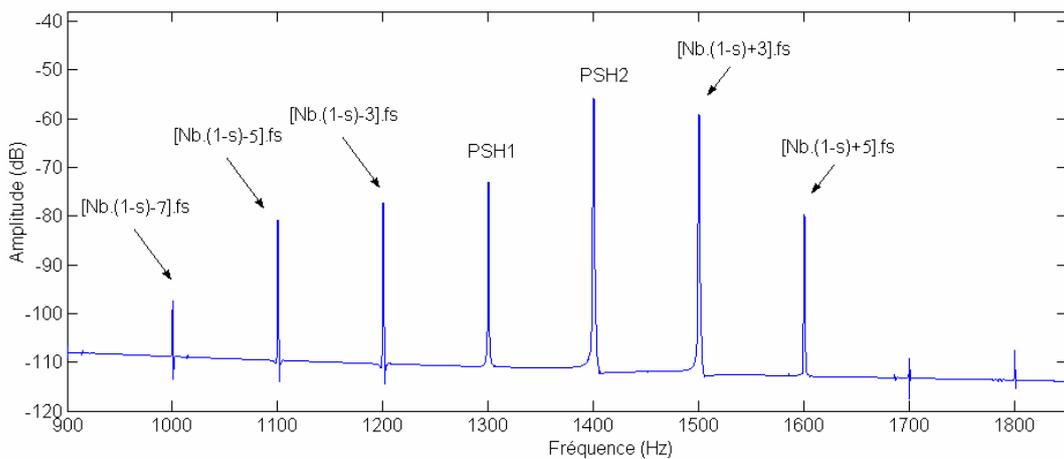
**Figure IV.45.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.2$ .



**Figure IV.46.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.2$ .



**Figure IV.47.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.2$  et tensions déséquilibrées.

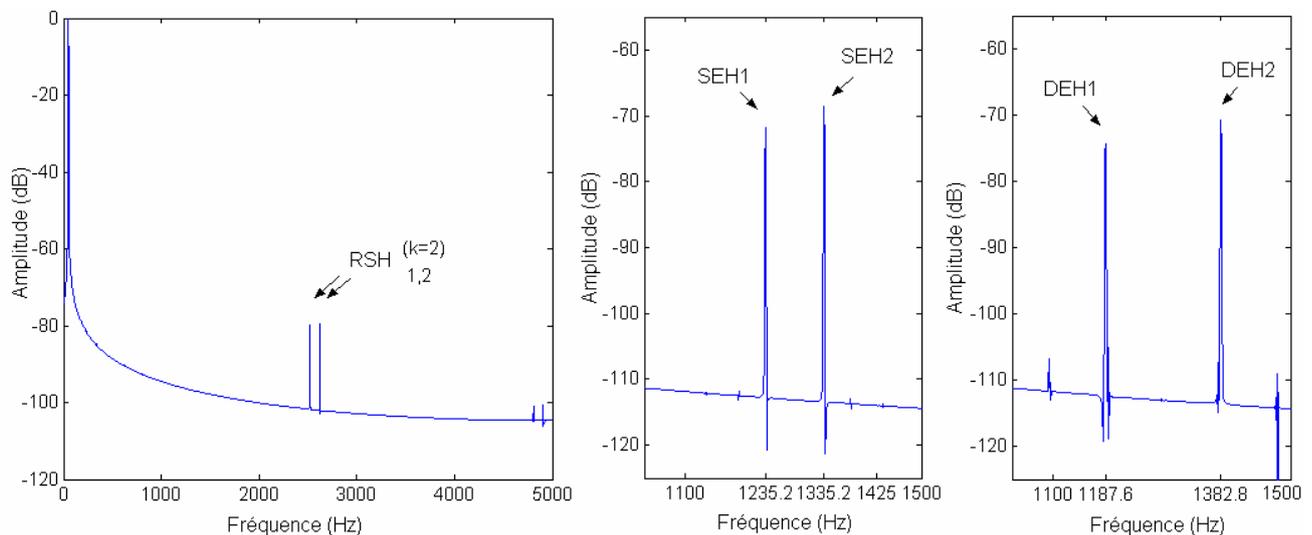


**Figure IV.48.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur sain avec  $K_s=1.2$  et tensions déséquilibrées.

### III.7 Quelques effets particuliers

#### III.7.1 Effet de la combinaison du nombre de barres et du nombre de paires de pôles

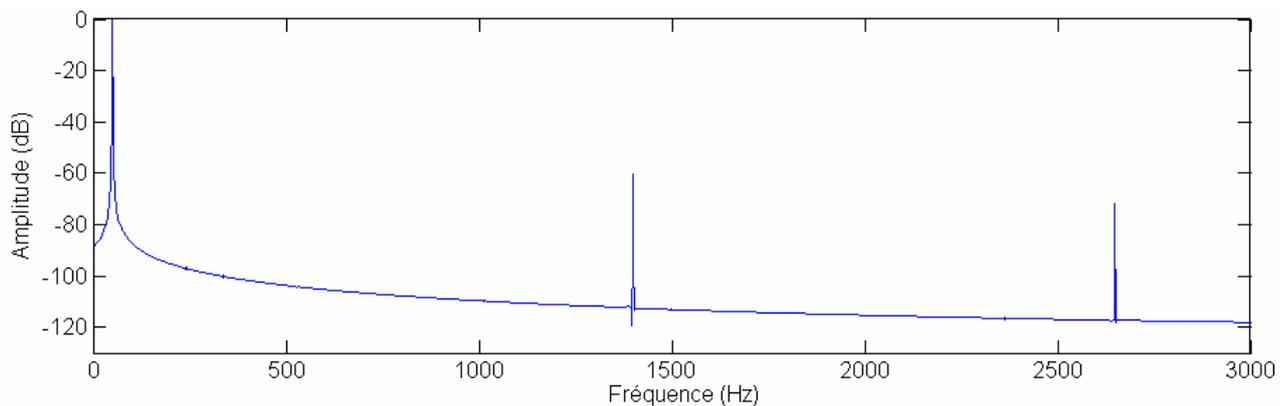
Il est possible de vérifier que si 28 barres sont en mesure de générer les PSHs, avec un rotor possédant 27 barres ça ne serait certainement pas le cas. Par contre, selon (IV.14), les harmoniques relatifs à l'excentricité statique et dynamique doivent être perceptibles. Le spectre de la figure IV.49 illustre le fait qu'en parfaite symétrie, le premier rang des harmoniques d'encoches rotoriques ne peut apparaître, alors qu'un degré d'excentricité statique ou bien dynamique parvient à repérer les raies correspondantes. Comparé à ceux du cas à 28 barres, les raies de l'excentricité dynamique sont plus importantes en amplitude. Cela peut être justifié du fait que  $k$  dans (IV.14) est dans ce cas égale à 1. Pour une telle valeur, on doit s'attendre à ce que ces composantes soient facilement détectables [26]. Mais quoique ce soit, dans une conception effective d'une machine, le choix du nombre de barres est gouverné par plusieurs facteurs et ne peut être réduit à l'actuelle présentation [78].



**Figure IV.49.** Spectre du courant de la phase A statorique: Moteur de 27 barres sain (gauche), présentant une excentricité 50% statique (milieu) et 40% dynamique (droite).

### III.7.2 Effet du pas de raccourcissement du bobinage

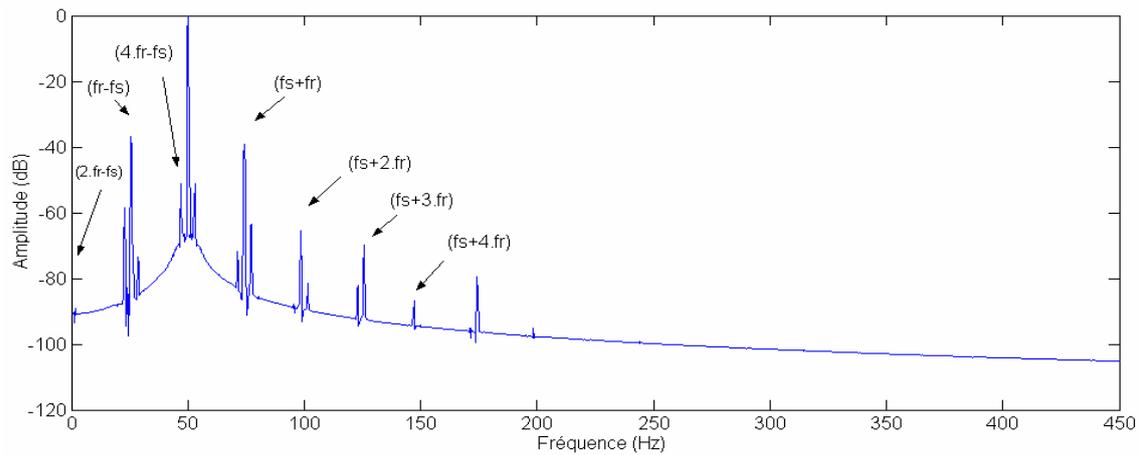
Un autre facteur influant sur les PSHs est le pas de raccourcissement des enroulements. Comme cité dans plusieurs ouvrages et montré dans la figure IV.50, un raccourcissement de  $2/3$  permet d'éliminer complètement les harmoniques multiples de 3. Même le couplage étoile avec neutre connecté ne peut générer dans le spectre du courant les harmoniques triples et notamment, le premier PSH [63],[80].



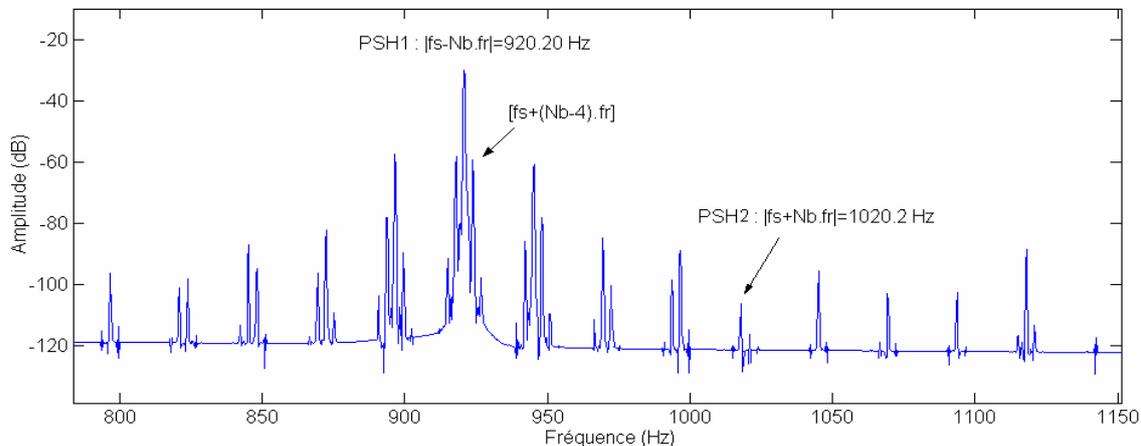
**Figure IV.50.** Spectre du courant de la phase A statorique (moteur (1) 3kW,  $p=1$ , couplage étoile avec neutre connecté): Moteur avec un raccourcissement de  $2/3$  (état sain).

### III.7.3 Effet de l'inclinaison des barres

Généralement, parmi les effets notables qu'on peut prévoir de l'inclinaison des encoches, est la réduction des pulsations du courant, la chose reflétée ici par une atténuation des RSHs. Si le moteur (2) avait des barres droites, le spectre sera celui des figures IV.51 et IV.52. Ainsi, même les harmoniques de l'excentricité dynamique, et en particulier ceux voisinant les PSHs, vont prendre du module. De telles amplitudes sont bien distinguables de ceux pouvant provenir des erreurs numériques, et ce n'est qu'à ce moment là qu'ils peuvent informer sur un état d'excentricité qui, selon le niveau du défaut, sera plus ou moins frappant. En revanche, les raies de l'excentricité de part et d'autres de la fondamentale ne semblent pas affectées par le fait d'incliner les barres ou non, mais demeurent plutôt sensibles à la non-uniformité de l'entrefer (revoir tableau IV.1). Il est à rappeler que dans le but de diagnostiquer un état de défaut, il faut inspecter les taux de modulation plutôt que les modules absolus. Tenant compte de considérations appropriées, ces taux permettent de définir des indices aptes à informer immédiatement sur un processus de défaillance [63].



**Figure IV.51.** Spectre relatif au premier rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40% stat 20% -40Nm. (Moteur de 11kW). Sans inclinaison. Au voisinage de la fondamentale.

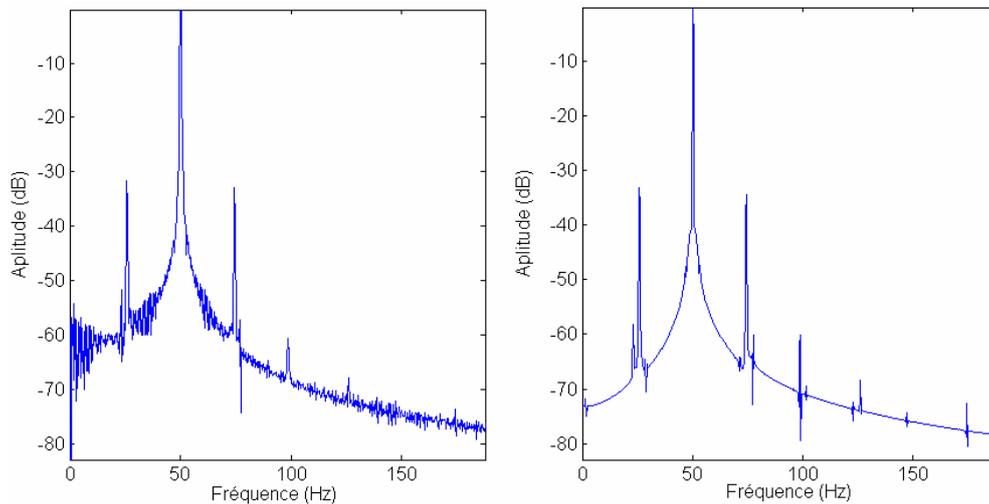


**Figure IV.52.** Spectre relatif au deuxième rang fréquentiel du courant de la phase A statorique: Moteur présentant une excentricité dynamique de 40% stat 20% -40Nm. (Moteur de 11kW). Sans inclinaison. Aux voisinages des PSHs.

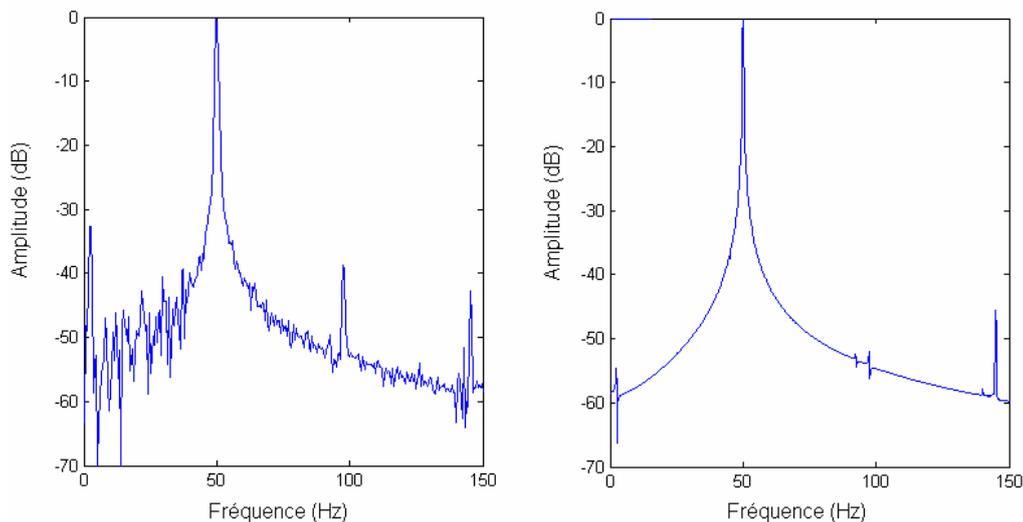
### III.7.4 Effet des routines de calcul

La figure IV.53 illustre les spectres de simulation relatifs à une machine excentrique. Dans la figure IV.53 (gauche), l'utilisation de l'interpolation ainsi que la différentiation numérique directe fait que la dérivée de l'inductance mutuelle stator-rotor est une fonction discontinue dans des points relatifs à des positions rotoriques particulières. Cette discontinuité affecte la fonction courant résultante, et par conséquent, l'opération de la FFT sur cette fonction. Il en résulte un spectre de simulation très proche de l'aspect général d'un spectre réel comparé à celui issu d'une prise en compte adéquate de ce désagrément (figure IV.53 droite) [27]. Alors qu'en réalité, et du point de vue contenu informationnel, le constat doit être inversé.

Additionné à cela, la figure IV.54 montre que les aberrations dans le calcul numérique des inductances statoriques traduit une sur estimation de l'effet de l'excentricité sur le module des raies correspondantes. Un tel fait se dévoile après comparaison de ce spectre avec celui issu d'un calcul perfectionné des inductances (figure IV.54 (droite)).



**Figure IV.53.** Spectre du courant statorique de la machine (2) présentant une excentricité mixte. Méthode d'interpolation et différentiation numérique (gauche) – Utilisation des coefficients de Fourier (droite).



**Figure IV.54.** Spectre du courant statorique de la machine (1) présentant une excentricité mixte. Méthode d'interpolation, différentiation numérique (gauche) et calcul numérique des inductances statoriques – Calcul analytique des inductances et utilisation des coefficients de Fourier (droite).

Par ailleurs, des erreurs de calcul commises lors de l'évaluation de la solution du système d'état, peuvent générer des harmoniques dans le spectre résultant, tel que le PSH à ordre multiple

de trois, alors qu'ils ne doivent pas y apparaître idéalement. Comme les qualifie Nandi dans [26], ce genre de 'bugs' numériques sont fréquemment affrontés dans la pratique de la simulation numérique.

## IV Conclusion

A la base de ces simulations numériques, on constate que les défauts modélisés se répercutent généralement par une action sur les spectres fréquentiels relatifs aux grandeurs électromagnétiques et notamment le courant de ligne. Cette action se manifeste par la génération de séries d'harmoniques spécifiques et/ou une influence sur les modules des harmoniques initiaux, et est liée non seulement à la nature et au degré du défaut, mais aussi au type du couplage statorique, à l'alimentation électrique, aux combinaisons reliant le nombre de barres au nombre de paires de pôles, au pas de raccourcissement des enroulements statoriques, à la nature de la charge, aux lois de commande de la machine (exemple: vitesse fixe ou variable) et à son état avant le défaut. Également, les hypothèses de départ s'avèrent avoir un grand impact sur le contenu spectral. Un exemple concret est l'effet de l'inclinaison des barres qui, une fois considéré, atténue fortement les RSHs et les harmoniques de l'excentricité dynamiques avec des proportions nettement supérieures à ceux pouvant provenir du défaut même. Les approximations prises (nombre d'harmoniques considérés dans le développement de Fourier...etc.), les erreurs de calcul liées surtout au pas d'itération et à la méthode d'intégration et la résolution du procédé d'acquisition de l'information et de traitement du signal (fréquence et taille de la FFT...etc.) sont autant de facteurs pouvant altérer d'avantage le contenu spectral. D'un autre côté et à titre d'exemple, si un défaut soit reconnu comme responsable de l'apparition d'un harmonique, et qu'on parvient à découvrir qu'un autre défaut gouverne les taux de changement de son module (exemple du court-circuit combiné à l'excentricité), la question qui s'impose est à quel défaut doit-on attribuer la signature spectral? Ainsi et pour conclure, il faut bien dire que l'idée classique d'associer à un défaut naissant une fréquence qui lui est propre et réciproquement, mérite d'attentives réflexions.

# CONCLUSION GENERALE

## Conclusion générale

A la lumière de cet exposé, il devient clair que l'approche de la fonction d'enroulement et ses dérivées constituaient un formalisme ingénieux et adéquat quant à une bonne prise en charge du calcul d'inductances de la machine asynchrone au profit d'une simulation numérique. Profitant du caractère discret de la distribution des enroulements dans la périphérie des armatures, celle-ci permettait de s'affranchir de tout développement des fonctions de distribution et d'enroulement qui présentait, en plus du nombre important d'opérations nécessaires, une erreur de calcul variant inversement avec le nombre d'harmoniques considérés. La vue plane de la machine tirée essentiellement de la 2D-MWFA, a bien servi la modélisation de l'inclinaison des barres sans passer par le fameux facteur d'inclinaison. Si pour le cas symétrique, cette voie n'est qu'une alternative, dans le cas de défaut d'excentricité axiale, l'approche constituait un refuge étant donné que le facteur d'inclinaison, par sa définition d'origine, ne peut être employée si une autre asymétrie axiale autre que l'inclinaison des barres vient s'y interférer. En outre, la fonction d'enroulement est apte à tenir compte aisément de l'évolution de la FMM le long des encoches malgré que cet effet se trouve généralement dissimulé derrière l'effet emportant de l'inclinaison des barres.

Avant d'aborder la modélisation proprement dite, la conception effective du défaut et de son processus de génération n'était pas seulement une étape, mais une phase déterminante quant au degré de cohérence et d'intégrité du modèle (exemple: les modes d'excentricité). Malgré que parfois, l'aspect apparent ne donne pas une idée sur l'outil mathématique permettant de résoudre le problème (tel qu'une intégrale), quelques adaptations et arrangements ont permis de faire appel aux techniques nécessaires. De ce fait, le travail ne consistait en aucun cas à proposer des fondements originaux. Il visait plutôt à étendre le champ d'application de notions existantes (fonction d'enroulement, intégral de Monte-Carlo, théorème de convolution...) et d'autres pouvant être qualifiées de familières (interpolation numérique, intégrale de trapèze...), pour leur permettre de répondre aux besoins actuels. Néanmoins, ces extensions sont souvent subordonnées à une connaissance et maîtrise assez correcte de la notion elle-même et notamment de ses désavantages et limites. Il convient ici d'attirer l'attention que dans tout le travail, le choix qui a été fait était de présenter un nombre de propositions et idées en faveur de la modélisation dédiée au diagnostic, sans autant penser à exploiter au maximum une idée ou une autre, ou bien passer aux interprétations profondes. Par conséquent, la simulation effectuée avait plus pour objectif l'approbation du modèle par la

vérification de quelques raies devant être présentes selon des travaux antérieurs, même si quelquefois on s'est permis de se lancer dans les explications rien que pour mettre en relief la concordance avec des situations réelles analogues. Par ailleurs, nous attirons l'attention au fait que les aboutissements de ce travail sont en grande partie représentés par le côté modélisation et plus précisément, le calcul d'inductance. La simulation ne consistait qu'à résoudre un système d'équations différentielles nonlinéaires et paramétriques par la méthode usuelle de Range-Kutta. Mais entre autres, quelques nouvelles techniques ont été introduites en vue de rendre la résolution plus rapide et plus précise (méthode d'interpolation des inductances, coefficients de Fourier correspondants, génération des fonctions inductances par un nombre limité de points de départ...etc.).

A travers l'étude de l'état de l'art, on peut conclure que la recherche de modèles dédiés au diagnostic s'est accentuée avec l'essor qu'ont connues les logicielles et méthodes numériques et particulièrement l'approche de la fonction d'enroulement, ainsi qu'avec l'apparition de calculateurs sophistiqués et hyper rapides. Cependant, des études critiques discutant le gain en temps de calcul et de traitement des données imputé au modèle ou à l'approche elle-même sont moins fréquentes.

La modélisation effective visait à prendre en charge les effets structurels de la machine ainsi que les effets définissant ou accompagnent les défauts. La modélisation des défauts de barres s'est montrée très simple comparée à la modélisation des effets affectant l'épaisseur de l'entrefer tel que les excentricités et la saturation magnétique. D'autre part, la modélisation de l'inclinaison des barres est liée, selon la 2D-MWFA, à la définition des bornes d'intégration bien qu'elle soit, en même titre que l'excentricité axiale, une non-uniformité axiale. Le court-circuit entre spire est examiné partant des mêmes formalises, mais en définissant les nouvelles bobines résultantes et réajustant le système d'état correspondant. En plus, des artifices et considérations géométriques nous ont apporté une aide précieuse et déterminante quant à la qualité des résultats de cette phase.

Dans une troisième étape, l'application du théorème de convolution dans la réduction du nombre d'opérations permettant d'aboutir aux inductances, s'est prouvée très rentable. Elle a été initiée dans la modélisation de la saturation magnétique et l'excentricité statique et dynamique, mais reste ouverte à d'autres horizons.

La démarche entreprise pour vérifier le modèle consistait à simuler le mode opératoire de la machine en incluant différentes variantes et considérations séparément ou simultanément. Bien qu'elles confirmaient l'existence des composantes spectrales les plus

connues, ces simulations doivent être réconfortées par des expérimentations adaptées et adéquates, par une analyse profonde, mais surtout, par encore d'autres simulations et d'autres modélisations. A titre indicatif, les points suivants dévoilent quelques limitations des modèles établis, mais peuvent aussi être considérés comme perspectives de ce présent travail :

- Les types d'excentricité axiale exposés dans ce travail sont inspirés des anomalies pouvant survenir sur les anneaux extérieurs et intérieurs des roulements [28]. A ne pas oublier que les fléchissements (déflexion) de l'arbre et les déformations du rotor et du stator suite à des contraintes thermiques entre autres, sont autant de problèmes d'excentricité à affronter dans la pratique et dont l'étude fine n'a pas encore été achever [83].

- Bien qu'il n'enrichi pas le spectre fréquentiel avec de nouvelles composantes autre que l'action sur les RSHs, l'effet de la perméance d'encoches, autrement dit effet de l'encoche statorique et rotorique, mérite une réflexion particulière. Le type d'encoches (ouvertes, fermées, semi-ouvertes....etc.) ainsi que le dimensionnement correspondant ont un grand impact sur le design de la machine et ses performances (mécanique, thermiques...etc.). Il en résulte que d'une manière ou d'une autre, toutes les lois d'évolution des composantes utilisées en diagnostic, vont en dépendre. De ce fait, l'idée d'étendre le modèle en vue de tenir compte de cet effet doit être sérieusement entretenue [72],[81].

- La modélisation de la saturation magnétique en présence d'excentricité statique constituait la dernière application de la méthode de convolution dans ce travail. Cependant, la prédiction du comportement de la machine en régime transitoire et permanent n'est pas encore réalisée. De même en ce qui concerne la saturation en présence d'excentricité dynamique, mixte...etc. à noter que nous n'avons pas vérifié ni effectué le calcul numérique des inductances en cas d'excentricité mixte par la méthode de convolution. Seulement une vision sur les arrangements préliminaires nécessaires à l'obtention des fameuses fonctions  $f$  et  $h$  décrites dans le chapitre III a été introduite.

- Nous avons utilisé en simulation les paramètres du moteur (1). Le raccourcissement adopté est tantôt  $1/3$  tantôt  $2/3$ , rien que pour montrer que les deux pas de racornissement sont envisageables. En revanche, aucune étude comparative ne peut être repérée dans la présente étude.

- Le fonctionnement en boucle ouverte et avec une alimentation idéalisée (sinusoïdale) est un fonctionnement hypothétique plus que pratique. Il est important de penser à inclure les alimentations industrielles (convertisseurs statiques) et prévoir l'étude de la machine comme

élément dans une chaîne de commande, et un peu plus loin, comme élément dans une chaîne industrielle.

- Sachant que les machines tournantes englobent les machines asynchrones à cage, les machines asynchrones double alimentées (MADA), les moteurs synchrones à aimant permanent (MSAP), à réluctance, les machines à courant continu sans balais-collecteurs (BLDC), les altérateurs de production...etc. La projection de la présente étude en vue de modéliser ces types de machines, tant qualifiées d'organes indispensables dans l'industrie actuelle, doit être envisagée.

N.B : Nous nous excusons auprès des lecteurs pour toute faute de frappe surtout au niveau des formules mathématiques.

## Moteur (1) [63]

$$P = 3\text{kW}$$

$$g_0 = 0.000172\text{m}$$

$$N_b = 28$$

$$N_e = 36$$

$$r = 0.0516\text{m}$$

$$w = 80,$$

$$l = 0.125\text{m}$$

$$L_b = 0.000172\text{H}$$

$$L_e = 0.009594\text{H}$$

$$R_s = 2.86\Omega$$

$$R_b = 2.856e - 5\Omega$$

$$R_e = 1.8560e - 005\Omega$$

$$J = 0.023976\text{kgm}^2$$

$$\gamma = \pi / 14\text{rad}$$

$$\beta = \pi / 36$$

$$fv = 0.0040\text{Nms/rad.}$$

## Moteur (2) [11]

$$P = 11\text{kW}$$

$$g_0 = 0.0008\text{m}$$

$$N_b = 40$$

$$N_e = 48$$

$$r = 0.082\text{m}$$

$$w = 28$$

$$l = 0.11\text{m}$$

$$L_b = 95\text{nH}$$

$$L_e = 18\text{nH}$$

$$R_s = 1.75\Omega$$

$$R_b = 31\mu\Omega$$

$$R_e = 2.2\mu\Omega$$

$$J_T = 0.0754\text{kgm}^2$$

$$\gamma = \pi / 20\text{rad}$$

$$\beta = \pi / 86\text{rad}$$

## Bibliographie

- [1] B. Cart, V. Gosseaume, F. Kogut-Kubiak , M.H. Toutin (Céreq), "La maintenance industrielle; une fonction en évolution, des emplois en mutation," BREF Centre d'études et de recherches sur les qualifications, Céreq Bref, no. 174, Marseille, Avril 2001.
- [2] H. Toliyat, T.A. Lipo, "Transient analyze of induction machines under stator, rotor bar and end ring faults", IEEE Trans. Energy Conv. vol. 10, no. 2, 1995, pp: 241-247.
- [3] [http://fr.wikipedia.org/wiki/Simulation\\_informatique](http://fr.wikipedia.org/wiki/Simulation_informatique).
- [4] J.J. Gaillard, O. Palitano, « La simulation numérique : un outil puissant au service de la recherche ». Centre de Calcul, Centre de Ressources Informatiques de l'Université de Bourgogne
- [5] J.L. Le Moigne, " Qu'est ce qu'un modèle?", Faculté d'économie appliquée - Grasse - Aix-en-Provence.
- [6] V. Ostovic, Dynamics of Saturated Electric Machines. New York: Springer-Verlag, 1989. 11.
- [7] H. Toliyat, M.S. Arfeen, A.J. Parlos, "A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machine", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 32, no.4, 1996, pp: 910-918.
- [8] N.A. Al-Nuaim, H.A. Toliyat, "A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory", IEEE Trans. Energy. Conv., vol. 13, no. 2, 1998, pp: 156-162.
- [9] D. G. Dorrell, W.T. Thomson, S. Roach, "Analysis of Air-gap Flux, Current, and Vibration Signals as Function of a Combination of Static and Dynamic Eccentricity in 3-phase Induction Motors", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 33, Jan./Feb. 1997, pp: 24-34.
- [10] S. Nandi, R.M. Bharadwaj and H.A. Toliyat, "Performance analyse of three-phase induction motor under mixed eccentricity condition," IEEE Trans. Energy Conv., vol. 17, no. 3, Sept. 2002, pp : 392-399.
- [11] M.G. Joksimovic, D.M. Durovic, J. Penman and N. Arthur, "Dynamic simulation of dynamic eccentricity in induction machines-Winding function approach," IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 15, no. 2 , June 2000, pp: 143-148.
- [12] J. Faiz, I.T. Ardekanej, "Extension of winding function theory for nonuniform air-gap in electric machinery", IEEE Trans. Magn. Vol. 38, no.6, 2002, pp: 3654-3657.
- [13] J.C. Cameron, W.T. Thomson, A.B. Dow, "Vibration and current monitoring for detecting air-gap eccentricity in large induction motors", IEE, vol. 133, no. 3, 1986, pp: 155-163.
- [14] A. Ghoggal, " Diagnostic de la machine asynchrone triphasée- Modèle dédié à la détection des défauts ", Mémoire de Magistère de l'université de Batna, 05/2005.

- [15] M. Sahraoui, **A. Ghoggal**, S.E. Zouzou, M.E. Benbouzid, “Dynamic eccentricity in squirrel cage induction motors – Simulation and analytical study of its spectral signatures on stator currents”, *Simulat. Modell. Pract. Theory*, 16 (2008), pp. 1503–1513.
- [16] M.G. Joksimovic, D.M. Durovic, A.B. Obradovic, “Skew and linear rise of MMF across slot modeling-Winding function approach”, *IEEE Trans. Energy Conv.*, vol. 14, no. 3, 1999, pp: 315-320.
- [17] A. Tenhunen, T. Benedetti, T.P. Holopainen, A. Arkkio, “Electromagnetic forces in cage induction motors with rotor eccentricity”. In: *Proceeding of IEMDC*, 1-4:June 2003, pp:1616-1622.
- [18] H.M. Kelk, A. Eghbali, H. Toliyat, “Modeling and analysis of cage induction motors under rotor misalignment and air gap eccentricity”, In: *Proceeding of IEEE IAS*, 2-6 Oct. 2005, pp: 1324-1328.
- [19] M.F. Cabanas, M.G. Melero, J.G. Aleixandre, J. Solares, “Shaft misalignment diagnosis of induction motors using spectral analysis: A theoretical approach”, In: *Proceeding of. ICEM Vigo, Spain*, 1996.
- [20] G. Bossio, C.D. Angelo, J. Solsona, G. García, M.I. Valla, “A 2-D Model of the induction machine: Extension of the modified winding function approach”. *IEEE Trans. Energy Conv.*, vol.19, no.1, 2004: 144-150.
- [21] **A. Ghoggal**, M. Sahraoui, A. Aboubou, S.E. Zouzou, H. Razik, “An Improved Model of the Induction Machine Dedicated to Faults-Detection - Extension of the Modified Winding Function”, In: *Proceeding of IEEE ICIT 2005, Hong-Kong, China*, 14-17 Dec. 2005.
- [22] **A. Ghoggal**, S.E. Zouzou, A. Aboubou, M. Sahraoui, “A 2D Model of Induction Machine Dedicated to Faults Detection: Extension of the Modified Winding Function”, *Journal of Electrical Systems*, December 2005, pp: 69-82.
- [23] G. Bossio, C.D. Angelo, J. Solsona, G.O. García, M.I. Valla, “Application of an additional excitation in inverter-fed induction motors for air-gap eccentricity diagnosis”, *IEEE Trans. Energy Conv.*, vol. 21, no. 4, 2006, pp: 839-847.
- [24] X. Li Q. Wu, S. Nandi, “Performance analysis of three-phase induction machine with inclined static eccentricity”, *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 43, no. 2, 2007, pp:531-541.
- [25] **A. Ghoggal**, S.E. Zouzou, “Notes about inductance calculation of induction machines under radial and axial eccentricity”, *Abstract in the Proceeding of ICEM 2006*.
- [26] S. Nandi, S. Ahmed, H. Toliyat, “Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three-phase induction motor with different rotor cages”, *IEEE Trans. Energy Conv.*, vol.16,

- no. 3, 2001, pp: 253 –260.
- [27] **A. Ghoggal**, A. Aboubou, S.E. Zouzou, M. Sahraoui, H. Razik, “Considerations about the modeling and simulation of air-gap eccentricity in induction motors”, In: Proceeding of IEEE IECON 06-10 Nov. 2006.
- [28] **A. Ghoggal**, M. Sahraoui, S.E. Zouzou, “A Comprehensive Method for the Modeling of Axial Air-gap Eccentricities in Induction Motors”, Engineering letters, vol. 17, no. 2, May 2009.
- [29] **A. Ghoggal**, S.E. Zouzou, H. Razik, M.Sahraoui, A. Khezzar, “An improved model of induction motor for diagnosis purposes – Slot skewing effect and air-gap eccentricity faults”, Energ. Conv. Manag. (Elsevier), vol.50 no. 2, pp. 1336-1347, 2009.
- [30] J. Penman, H. G. Sedding, B. A. Lloyd and W. T. Fink, “Detection and location of inter-turn short circuits in the stator windings of operating motors”, IEEE Trans. Energy Conv., vol. 9, December 1994, pp: 652-658.
- [31] W. T. Thomson, "On-Line MCSA to Diagnose Shorted Turns in Low Voltage Stator Windings of 3-Phase Induction Motors Prior to Failure", in proc. IEMDC, 2001, pp: 1-8.
- [32] J.H. Jung, J.J. Lee, B.H. Kwon, “Online diagnosis of induction motors using MCSA”, IEEE Trans. Ind. Electr. vol. 53, no. 6, 2006, pp: 1842-1852.
- [33] S. Nandi, H.A. Tolyat, "Novel frequency-Domain-Based Technique to Detect Stator Inter-turn Faults in Induction Machines Using Stator-Induced Voltages After Switch-Off," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 38, Jan./Feb. 2002, pp: 101-109.
- [34] J. S. Hsu, “Monitoring of Defects in Induction Motors Through Air-Gap Torque Observation”, IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 31, September/October 1995, pp: 1016-1021.
- [35] S. M. A. Cruz, A. J. Marques Cardoso,” Stator Winding Fault Diagnosis in Three-Phase Synchronous and Asynchronous Motors, by the Extended Park’s Vector Approach”, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 37, Sept./Octo. 2001, pp: 1227-1233.
- [36] R. M. Tallam, T. G. Habtler and R. G. Harley, “Transient Model for Induction Machines With Stator Winding Turn Faults” IEEE Trans. Ind. pplicat., vol. 38, May/June 2002, pp: 632-637.
- [37] S. Bachir, “Contribution au Diagnostic de la Machine Asynchrone par Estimation Paramétrique”, Doctorat thesis, University of Poitier, France, Dec. 2003.
- [38] M. G. Joksimovic and J. Penman, "The Detection of Inter-Turn ShortCircuits in the Stator Winding of Operating Motor," IEEE Trans.Indus. Elect., vol. 47, October 2000, pp. 1078-1084.
- [39] V. Devanneau, B. Dagues, J. Faucher, and G. Barakat, "An accurate model of squirrel cage induction machine under stator faults," IMACS 2003. pp. 377-391, Published by Elsevier B.V.

- [40] A. Siddique, G. S. Yadava and Bhim Singh "A Review of Stator Fault Monitoring Techniques of Induction Motors," IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 20, March 2005, pp: 106-114.
- [41] M. Sahraoui, **A. Ghogal**, S.E. Zouzou, A. Aboubou and H. Razik, "Modelling and Detection of Inter-Turn Short circuits in Stator Windings of Induction Motor," In proceeding of IEEE. IECON 2006, Paris-France, 07-10 Nov. 2005.
- [42] M. Sahraoui, **A. Ghogal**, S.E. Zouzou, A. Aboubou, "Analytical study, Modeling and Detection on Inter-turn Short-Circuits in Stator Winding of Induction Motors", International Review on Electrical Engineering, vol. 2, no. 5, October 2007, pp: 711-722.
- [43] S. Nandi, "Detection of stator faults in induction machines using residual saturation harmonics", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 42, no. 5, 2006, pp: 1201-1208.
- [44] T.A. Lipo, "Modeling and simulation of induction motors with saturable leakage reactance," IEEE Trans. Industry Applications, vol. 1A-20, no. 1, Jan./Feb. 1984, pp: 180-189.
- [45] J.K. Russel, "Steady-state transient analyses of an induction machine with saturation of the magnetizing branch," IEEE trans. Industry Appl.s, vol. 1A-21, no. 1, Jan./Feb. 1985, pp. 226-234.
- [46] J.C. Moreira and T.A. Lipo, "Modeling of saturated AC Machines Including Air-Gap Flux Harmonic Components", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 28, no. 2, Mar./Apr. 1992, pp. 343-349.
- [47] J.C. Moreira and T.A. Lipo, "A new method for Rotor Time Constant Tuning in Indirect Field Oriented Control", 1990 IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1990, San Antonio, Texas, June 10-15.
- [48] E. levis, "A unified approach to main flux saturation modelling in D,Q axis models of induction machines" IEEE Trans. Energy Conv., vol. 10, no. 3, Sept. 1995, pp: 455-461.
- [49] E. Levis, "Impact of cross-saturation on Accuracy of Saturated Induction Machine Models," IEEE Trans. Energy conversion, vol. 12, No 3, Sept. 1997, pp: 211-216.
- [50] D. Bispo, L.M. Neto, J.T. Resende, D.A. Andrade, "A New Strategy for Induction Machines Modeling Taking into Account the Magnetic Saturation," IEEE Trans. Industry Applications. vol. 37, N0. 6, Nov. /Dec. 2001, pp: 1710-1719..
- [51] Sobezyk, K. Weinreh, T. Wqgiel, M. Sutowicz, A. Warzecha "Modeling Saturation of Main Magnetic Circuit of Cage Induction Motors in Presence of Eccentricity," SDEMPED 2003, Allantz, CA, USA 24-26 – 2003.
- [52] S. Nandi, "A detailed model of induction machines with saturation extendable for fault analysis. IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 40, 2004, pp: 1302-1309.
- [53] A. Stavrou, H.G. Sedding, J. Penman, "Current Monitoring for Detecting Inter-Turn Short

- Circuits in Induction Motors,” IEEE Trans. Energy Conv. vol. 16, no. 1, March 2001, pp. 32-37.
- [54] M. Ojaghi and J. Faiz, “Extension to Multiple Coupled Circuit Modeling of Induction Machines to Include Variable Degrees of Saturation Effects,” IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 11, Nov. 2008, pp.4053-4056.
- [55] H.M. Kelk, J. Milimonfard, H. Toliyat, “A comprehensive method for the calculation of inductance coefficients of cage induction machines,” IEEE. Trans. Energy Conv., vol. 18, no. 2, June 2003, pp. 187-193.
- [56] L. Heming, S. Liling, X. Boqiang. “Research on transient behaviors and detection methods of stator winding inter-turn short circuit fault in induction motors based on multi-loop mathematical model”, In: Proceeding of IEEE ICEMS, 27-29 September 2005; 3: pp: 1951 – 1955.
- [57] X. Luo, Y. Liao, H.A. Toliyat, A. El-Antably, and T.A. Lipo, “Multiple coupled circuit modelling of induction machines,” IEEE Trans. Indust. Appl., vol. 31, March/April 1995, pp: 311-318.
- [58] H. Razik, G. Didier, "Notes de cours sur le diagnostic de la machine asynchrone," Notes de cours, I.U.F.M. de Lorraine, Maxeville, 7 Janvier 2003.
- [59] M. Sahraoui, "Contribution aux diagnostic des machines asynchrones triphasées à cage," Mémoire de Magistère, Université Mohamed Khider, Biskra, Décembre 2003.
- [60] I.M. Sobol. On quasi-Monte Carlo integrations. Mathematics and Computers in Simulation (Elsevier) 1998, 47, pp: 103-112.
- [61] G. Harvey, J. Tobochnik, C.Wolfgang, “Numerical Integration and Monte Carlo Methods”, Chapter 11, 2001.
- [62] A. Khezzar, M. Hadjami, N. Bessous, M.E.K. Oumaamar, H. Razik, “Accurate Modelling of Cage Induction Machine with Analytical Evaluation of Inductances“, IECON’08, Orlando, Floride, USA, 10-13 nov. 2008, pp. 1112 – 1117.
- [63] D. Gaïtan, “Modélisation et diagnostic de la machine asynchrone en presence de défaillance,” Phd dissertation, Université Henri Poincaré, Nancy-I, France, Oct. 2004.
- [64] D. Toumi, “Détection des défauts rotoriques dans la machine asynchrone (cassure des barres et excentricité)”, "Mémoire de Magistère, Université Mohamed Boudiaf, Oran, Avril 2002.
- [65] MATLAB 6.5 documentation, (CD) Matworks Corporation. 2002.
- [66] P. Schaller, G. Temnov, “Efficient and precise computation of convolutions: Applying FFT To heavy tailed distributions,” Computer Methods in Applied Mathematics, vol. 8, no.2, 2008, pp: 187-200.
- [67] “Convolution and deconvolution using the FFT” Sample page from Numerical recipes in Fortran

- 77: The art of scientific computing, Chapter 13-1, pp:531-538.
- [68] "Convolution: Digital Signal Processing" National Semiconductor Application Note 237. January 1980.
- [69] N.R. Klaes, "Parametre identification of an induction machine with regard to dependencies on saturation", IEEE Trans. On industry applications, vol. 29, no. 6, Nov./Dec. 1993, pp:1135-1140.
- [70] V. Donesco, A. Charette, Z. Yao, V. Rajagoplan, "Modeling and Simulation of Saturated Induction Motors in Phase Quantities," IEEE Trans. Energ. Conv. vol. 14, no. 3, Sept. 1999, pp: 386-393.
- [71] Jean-Loui Jardin, "Analyse algorithms et programmes en Pascal", Ouvrage de l'édition Dunod. ISBN 2-04-018802-9.
- [72] S. Nandi, "Modeling of induction machines including stator and rotor slot effects", IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 40, no. 4, 2004, pp: 1058-1065.
- [73] **A. Ghoggal**, M. Sahraoui, S.E. Zouzou, "Analytical and experimental study of squirrel cage induction motors with rotor bars faults" Advances in modelling, Measurement and control, A: General Physics and Electrical Applications, vol. 81, no. 2, 2008, pp: 43-60.
- [74] A. Khezzar, M. Y. Kaikaa, M. E. K. Oumaamar, M. Boucherma, H. Razik, "On the Use of Slot Harmonics as a Potential Indicator of Rotor Bar Breakage in the Induction Mach," IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 56, no. 11, Nov. 2009, pp: 4592-4605.
- [75] W.T. Thomson, A. Barbour, "On-line current monitoring and application of finite element method to predict the level of static air-gap eccentricity in three-phase induction motors," IEEE Trans. on Energy Conversion, vol. 13, no. 4, December 1998, pp. 347-357.
- [76] W.T. Thomson, M. Fenger, "Current signature analysis to detect induction motor faults," IEEE Industry Applications Magazine, july/August 2001, pp. 26-34.
- [77] Knight AM, Bertani SP. Mechanical fault detection in a medium-sized induction motor using stator current monitoring. IEEE Trans. Energy Conv., vol. 20, pp : 753-760, 2005.
- [78] B. Heller, V. Hamata, Harmonic Field Effects in Induction Machines, Elsevier Scientific Publishing Co, Prague, 1977.
- [79] S.E. Zouzou, **A. Ghoggal**, A. Aboubou, M, Sahraoui, H. Razik, "Modelling of induction machines with skewed rotor slots dedicated to rotor faults", In: proceeding of IEEE Sdemped 2005, Vienna, Austria.
- [80] R. Abdesmad, «Enroulements des machines électriques » Ouvrage de l'université de Batna.
- [81] M. Harry Hesse, "Air-gap permeance in doubly slotted asynchronous machines", IEEE. Trans. Energy Conv., vol. 7, no. 3, September 1992, pp. 491-499.

- [82] I.T. Ardekani, J. Faiz, "Influence of vector control algorithms on stator current harmonics in three phase squirrel cage induction motor under mixed eccentricity faults," IEEE -2007 – pp.495-502.
- [83] F. Edgar, "dynamic of AC machines," IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 30, no. 2, Mr./Apr 1994, pp. 277-284.
- [84] V. Ostović, "A method for evaluation of transient and steady state performance in saturated squirrel cage induction machines," IEEE Trans. Energy Conv. Vol. EC-1, no. 3, Sep. 1986, pp. 190-197.
- [85] V. Smirnov "Cours de mathématiques supérieurs," Edition Mire – Moscou, 1969.