

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Electrique
Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية
المرجع:.....

Mémoire présenté en vue de l'obtention
Du diplôme de
Magister en Electrotechnique

Option : ELECRTICITE INDUSTRIELLE

**Application de la logique floue type-2 intervalle à
la commande adaptative de la machine asynchrone**

Présentée par :

KHEMIS Abderrahmane

Soutenue publiquement le 10/04/2011

Devant le jury composé de :

| | | | |
|---------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| Dr. Sourî Mohamed MIMOUNE | Professeur | Président | Université de Biskra |
| Dr. Kheireddine CHAFAA | Maître de Conférences | Directeur de mémoire | Université de Batna |
| Dr. Med Toufik BENCHOUIA | Maître de Conférences | Examineur | Université de Biskra |
| Dr. Arezki MENACER | Maître de Conférences | Examineur | Université de Biskra |
| Dr. Mohamed BOUMEHRAZ | Maître de Conférences | Examineur | Université de Biskra |

Résumé

Ce travail présente une étude par simulation de quelques techniques de commande classiques et intelligentes appliquées à une machine asynchrone. Quatre structures de commande ont été présentées et une cinquième a été proposée. Nous avons suggéré dans ce travail d'appliquer la logique floue type-2 à la conception d'un régulateur dont le gain de commande est lui-même un système flou type-2. Les résultats de simulations ont montrés l'efficacité de l'approche proposée surtout dans la poursuite en basses vitesses.

Mots clés

Machine asynchrone, commande vectorielle, PI, logique floue type-1 et type-2, ajustement du gain de commande.

Abstract

In this work simulation studies of some classical and intelligent control techniques applied to induction motors are presented. Four control structures have been presented and a fourth one is proposed. In our work we have proposed to apply type-2 fuzzy logic to conceive a controller in which the output gain is it self a type-2 fuzzy system. Simulation results show the efficiency of the proposed approach especially in the case of tracking low speeds (zero speed).

Keys words

Induction motor, field control, PI, fuzzy logic type-1 and type-2, output gain tuning.

ملخص

تهدف هذه الدراسة إلى عرض محاكاة للتحكم بواسطة تقنيات كلاسيكية وذكية في ماكينة كهربائية لا تزامنية. أربعة هياكل تم تقديمها وخامسة تم إقتراحها. وقد إقترحنا في هذا العمل تطبيق المنطق الغامض من النوع 2 في إنشاء منظم هامش التحكم الذي هو في حد ذاته هيكل غامض من النوع 2. نتائج المحاكاة أثبتت نجاعة النهج المقترح خاصة في متابعة السرعات الضعيفة.

كلمات مفتاحية

ماكينة كهربائية لا تزامنية, موجهة التدفق, منطق غامض نوع 1 و نوع 2, أقلمة هامش التحكم.

A mes parents et à toute ma famille.

A mes deux anges Iness et Amani Lamis.

A mes deux poussins Louai et Lamis qui me sont très chers.

A ceux que j'aime.

Je dédié ce modeste travail.

Abderrahmane Khemis

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur CHAFFAA Kheirreddine, Maître de Conférences à l'université de Batna, pour avoir accepté de diriger ce travail et pour ses conseils judicieux et à la disponibilité dont il a fait preuve à mon égard.

Je tiens à remercier également Monsieur MENACER Arezki Maître de Conférences à l'université de Biskra, pour avoir co-dirigé ce travail ainsi que ses nombreux conseils et son soutien tout au long de cette thèse.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Mimoune Souri Mohamed, Professeur à l'Université de Biskra, pour m'avoir honoré avec sa présence en acceptant de présider le jury de soutenance de ce mémoire. Mes vifs remerciements vont également aux membres de jury de soutenance composé de Messieurs: Benchouia Mohamed Toufik, Menacer Arezki, Boumahrez Mouhamed, Maîtres de Conférences à l'Université de Biskra. Je les remercie chaleureusement pour leur présence et pour avoir accepté d'examiner le présent mémoire.

J'adresse aussi mes remerciements à l'ensemble des enseignants et responsables du département de l'électrotechnique de l'Université de Biskra.

Enfin, Je voudrais associer à mes remerciements toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail.

NOTATIONS ET SYMBOLES

| | |
|----------------------|--|
| ω_s | Vitesse angulaire électrique statorique |
| ω_{gl} | Vitesse angulaire électrique de glissement. |
| ω | Vitesse angulaire électrique rotorique. |
| p | Nombre de paires de pôles. |
| g | Glissement. |
| R_s | Résistance d'une phase statorique. |
| R_r | Résistance d'une phase rotorique. |
| $[R_s]$ | Matrice des résistances statorique. |
| $[R_r]$ | Matrice des résistances rotorique. |
| M_0 | Valeur maximale des inductances mutuelles statoriques et rotoriques. |
| $[L_{ss}]$ | Matrice d'inductances statoriques. |
| $[L_{rr}]$ | Matrice d'inductances rotoriques. |
| $[M_{sr}]$ | Matrice des inductances mutuelles stator- rotor. |
| $L_s = l_s - m_s$ | Inductance propres cyclique statorique. |
| $L_r = l_r - m_r$ | Inductance propres cyclique rotorique. |
| $M = \frac{3}{2}M_0$ | Mutuelle inductance cyclique stator- rotor. |
| V_{ds}, V_{qs} | Composantes du vecteur tension statorique dans le référentiel (d,q) |
| V_{dr}, V_{qr} | Composantes du vecteur tension rotorique dans le référentiel (d,q) |
| C_{em} | Couple électromagnétique. |
| C_r | Couple de charge (résistant). |
| J | Inertie totale du système. |
| f_v | Coefficient de frottement. |
| Ω | Vitesse mécanique du rotor. |

| | |
|--------------------------------|---|
| θ_{OBS} | Angle de rotation lié au référentiel d'observation. |
| θ_s | Angle de rotation de l'axe (d, q) par rapport au stator |
| θ_r | Angle de rotation de l'axe (d, q) par rapport au rotor |
| θ | Angle de rotation du rotor par rapport au stator |
| $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ | Constante de temps des courants statoriques. |
| $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ | Constante de temps des courants rotoriques. |
| $\sigma = 1 - (M^2 / L_s L_r)$ | Coefficient de dispersion de Blondel. |

Sommaire

| | |
|--|----|
| Notations et symboles | |
| Introduction générale..... | 1 |
| Chapitre I: MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE | |
| I.1. INTRODUCTION | 4 |
| I.2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE | 5 |
| I.3. MODEL DE LA MACHINE ASYNCHRONE..... | 5 |
| I.3.1. Hypothèses simplificatrices..... | 5 |
| I.3.2. Mise en équation de la machine asynchrone | 6 |
| • Équations électriques..... | 6 |
| • Équations magnétiques..... | 7 |
| • Équation mécanique..... | 8 |
| I.4. MODELE DE LA MACHINE DANS LE REPERE (d,q) | 8 |
| I.4.1. Transformation de PARK | 8 |
| I.4.2. Choix du référentiel | 9 |
| I.5. MODEL D'ETAT DE LA MACHINE ASYNCHRONE..... | 10 |
| I.6. SIMULATION DU MODELE | 11 |
| I.7. MODELISATION DE L' ALIMENTATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE | 14 |
| I.7.1. Modélisatio du redresseur..... | 14 |
| I.7.2. Modélisation du filtre..... | 16 |
| I.7.3. Modélisation de l' onduleur triphasé..... | 17 |
| I.7.4. Modulation par largeur d' impulsions..... | 20 |
| • MLI sinus triangle..... | 20 |
| • MLI à hystérésis..... | 21 |
| I.7.5. Simulation du modèle machine-onduleur..... | 22 |
| I.7. CONCLUSION..... | 26 |
| Chapitre II: COMMANDE VECTORIELLE DE LA MACHINE ASYNCHRONE | |
| II.1. INTRODUCTION..... | 27 |
| II.2. PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE..... | 27 |
| II.3. ORIENTATION DU FLUX ROTORIQUE (FOC) | 28 |
| II.4. METHODE DIRECTE..... | 29 |
| II.5. METHODE INDIRECTE..... | 30 |
| II.5.1. Principe du découplage par compensation..... | 32 |
| II.5.2. Calcul des régulateurs..... | 34 |
| • Régulation du courant..... | 34 |

| | |
|--|----|
| • Régulation de la vitesse..... | 36 |
| • Discrétisation du régulateur PI..... | 37 |
| • Mode défluxé..... | 38 |
| II.6 RESULTATS DE SIMULATION DE LA COMMANDE VECTORIELLE INDIRECTE..... | 39 |
| II.6.1. Vérification du découplage..... | 39 |
| II.6.2. Régulation classique de la vitesse de la machine asynchrone..... | 42 |
| • Démarrage à vide suivi d'une application de charge..... | 42 |
| • Test d'inversion de vitesse avec charge..... | 42 |
| • Robustesse vis à vis à la variation de la résistance rotorique..... | 43 |
| • Essai à basse vitesse..... | 43 |
| II.7. CONCLUSION | 49 |
| Chapitre III: COMMANDE FLOUE TYPE-1 DE LA MACHINE ASYNCHRONE | |
| III.1. INTRODUCTION..... | 50 |
| III.2. THEORIE DES ENSEMBLES FLOUS..... | 50 |
| III.3. LES FONCTIONS D'APPARTENANCE..... | 51 |
| • Fonction d'appartenance trapézoïdale..... | 51 |
| • Fonction d'appartenance exponentielle par morceaux..... | 51 |
| • Fonction d'appartenance gaussienne..... | 52 |
| • Fonction d'appartenance singleton..... | 52 |
| III.4. OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS..... | 52 |
| • Exemple 1..... | 53 |
| III.5. SYSTEMES FLOUS..... | 54 |
| III.5.1. Système flou..... | 55 |
| III.5.2. Base de données..... | 55 |
| III.5.3. Base de règles..... | 56 |
| III.5.4. Fuzzification..... | 56 |
| III.5.5. Défuzzification..... | 56 |
| • Exemple 2..... | 57 |
| III.6. FONCTIONS DE BASE FLOUES FBF..... | 59 |
| • Exemple 3..... | 60 |
| III.7. STRUCTURES DE COMMANDES FLOUES TYPE-1..... | 61 |
| III.7.1. Commande non adaptative floue type-1..... | 61 |
| • Résultats de simulation..... | 64 |
| • Démarrage à vide suivi d'une application de charge..... | 64 |
| • Inversion de vitesse avec charge..... | 64 |
| • Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique..... | 65 |
| • Essai à basse vitesse..... | 65 |

| | |
|---|-----|
| III.7.2. Commande adaptative floue type-1..... | 71 |
| III.8. CONCLUSION..... | 80 |
| Chapitre IV : COMMANDE FLOUE TYPE-2 DE LA MACHINE ASYNCHRONE | |
| IV.1. INTRODUCTION..... | 81 |
| IV.2. TERMINOLOGIE DE LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2..... | 82 |
| • Définition 1..... | 82 |
| • Définition 2..... | 82 |
| • Définition 3..... | 82 |
| • Définition 4..... | 82 |
| • Définition 5..... | 83 |
| • Définition 6..... | 84 |
| • Définition 7..... | 85 |
| • Définition 8..... | 85 |
| IV. 3. OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS TYPE-2..... | 85 |
| • Exemple 1..... | 86 |
| IV.4. SYSTEMES FLOUS TYPE-2..... | 88 |
| IV.4.1. Système flou type-1..... | 90 |
| IV.4.2. Système flou type-2..... | 90 |
| • Théorème..... | 91 |
| IV.5. REDUCTION DE TYPE ET DEFUZZIFICATION | 92 |
| • Exemple 2..... | 94 |
| • Exemple 3..... | 95 |
| IV.6. STRUCTURES DE COMMANDES FLOUES TYPE-2..... | 97 |
| IV.6.1. Commande non adaptative floue type-2..... | 97 |
| • Résultats de simulation..... | 98 |
| • Démarrage à vide suivi d'une application de charge..... | 99 |
| • Inversion de vitesse avec charge..... | 99 |
| • Robustesse vis à vis à la variation de la résistance rotorique..... | 99 |
| • Essai à basse vitesse..... | 99 |
| IV.6.2. Commande adaptative floue type-2..... | 105 |
| IV.6. COMPARAISON DES RESULTATS..... | 112 |
| IV.7. CONCLUSION..... | 116 |
| Conclusion générale..... | 117 |
| Annexe | |
| Références | |

Introduction Générale

Historiquement, la machine à courant continu était la reine du domaine des entraînements à vitesse variable, avec tous les problèmes et les inconvénients qu'un moteur de ce genre peut causer tel que : coût de fabrication, coût d'entretien, faible couple, etc. Le développement des convertisseurs statiques de fréquences a permis l'utilisation des machines synchrones, et enfin, et grâce à la mise au point de nouvelles stratégies de commande implantable sur microprocesseur, la machine asynchrone a été largement utilisée. L'utilisation tardive de la machine asynchrone est due à cause de sa complexité de commande.

La machine asynchrone, de par sa construction et sa robustesse, assure une large plage d'application au domaine de l'industrie. Son exploitation pour fournir de l'énergie mécanique est excellente, mais malheureusement sa commande est relativement complexe, le couple et le flux sont fortement couplés car les deux grandeurs dépendent à la fois des courants statoriques et rotoriques, ce qui donne à la machine son caractère multivariable et non linéaire.

La théorie de la logique floue a été établie par L. Zadeh. Cette logique permet la représentation et le traitement de connaissances imprécises ou approximatives. Le nombre d'applications basées sur la théorie de la logique floue a augmenté considérablement ces dernières années. Ceci est dû au fait que la logique floue est exprimée usuellement par des règles linguistiques de la forme SI-ALORS, elle est utilisée pour résoudre les problèmes de décisions en contrôle ou bien pour décrire le comportement dynamique d'un système inconnu ou mal défini.

La commande est l'un des principaux domaines d'application de la logique floue. Une commande floue est caractérisée par :

- Son aptitude à appréhender des problèmes tels que non linéarités et retards
- Possibilité de prise en compte d'objectifs contradictoires

- L'utilisations du savoir d'un expert sur la façon de piloter le système et donc la suppression de la procédure de modélisation mathématique du processus à commander.

La logique floue classique appelée aujourd'hui logique floue type-1 a été généralisée vers une nouvelle logique floue appelée logique floue type-2. Ces dernières années, Mendel et ses collègues ont beaucoup travaillé sur cette nouvelle logique, ils ont bâtis son fondement théorique, et ils ont démontré son efficacité et sa supériorité par rapport à la logique floue type-1.

Le principal contexte du mémoire est d'appliquer une commande adaptative floue en utilisant la logique floue type-2 pour commander la machine asynchrone. Le mot commande adaptative dans notre mémoire sera lié à l'adaptation du gain flou de la commande floue, ce qui représente en tout un système de commande purement flou.

Les régulateurs flous ont montrés leur efficacité dans la commande des systèmes non linéaires, et dans plusieurs cas ont démontré qu'ils sont robustes et que leurs performances sont moins sensibles aux variations paramétriques par rapport aux régulateurs conventionnels.

Les régulateurs PI-flous sont les plus réponsus dans le domaine de la commande vu que la combinaison des actions proportionnelles (P) et intégrales (I) nous permettent un meilleur moyen de contrôle de stabilité et d'élimination des offsets.

Les performances des régulateurs PI-flous sont très satisfaisantes pour les systèmes linéaires du 1^{er} ordre, mais comme les régulateurs PI conventionnels, les performances des régulateurs PI-flous pour les systèmes d'ordre supérieures et les systèmes non linéaires peuvent être très mauvaises (large dépassement, oscillations excessives).

Dans ce travail nous proposons une méthode simple et robuste, où le gain de commande sera continuellement adapté avec l'aide d'un ensemble de règles floues.

Nous considérons seulement l'adaptation du gain de la commande. Dans notre commande, le régulateur PI-flou est ajusté en temps réel (durant son fonctionnement) en adaptant dynamiquement son gain de commande. La valeur du gain sera déterminée par une base de règles définie par l'erreur e et la variation de l'erreur Δe

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres : Le premier chapitre donne des détails concernant la modélisation et la simulation de la machine asynchrone. La commande vectorielle de cette machine sera présentée dans le deuxième chapitre. Dans le chapitre trois on trouve la commande floue type-1 de la machine asynchrone. Dans le quatrième chapitre, on présente le fondement théorique de la logique floue type-2 ainsi que la commande adaptative floue type-2 proposée. Enfin, nous terminons par une conclusion générale.

CHAPITRE I

MODÉLISATION ET SIMULATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE

I.1. INTRODUCTION

Le système d'entraînement de la machine asynchrone (MAS) intègre l'alimentation, le convertisseur statique, la machine et la commande indispensable au fonctionnement de l'ensemble. De ce fait, une modélisation de la machine asynchrone, destinée aussi bien à l'étude de son comportement qu'à la mise en place du fonctionnement de la commande, est nécessaire pour le bon déroulement du processus d'entraînement.

L'objectif de ce chapitre est de présenter mathématiquement, du point de vue automatique, une modélisation de la machine asynchrone sous forme de modèle d'état. Généralement, ce modèle est défini dans un référentiel biphasé (tournant) d'axes (d, q) . Ce référentiel est défini à partir du référentiel triphasé naturel de la machine asynchrone à l'aide de transformations mathématiques adaptées [1].

I.2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE

La MAS est une machine à courant alternatif appelée aussi machine à induction caractérisée par le fait que son rotor ne tourne pas à la même vitesse que le champ tournant à l'entrefer.

L'application adéquate d'une tension de pulsation ω_s aux enroulements statoriques d'une machine asynchrone, crée un champ magnétique tournant. Ce champ tourne mécaniquement à la vitesse de synchronisme $\Omega_s = \omega_s / p$. Le rotor de la machine tourne à une vitesse mécanique Ω inférieure à la vitesse de synchronisme ($\Omega < \Omega_s$). Le rotor perçoit donc un champ glissant à la vitesse relative $\Omega_{gl} = \Omega_s - \Omega$.

Puisque :

$$\Omega_{gl} = \Omega_s - \Omega \Rightarrow \omega_{gl} = \omega_s - \omega \quad (I.1)$$

Alors, $\omega + \omega_{gl} = \omega_s$, et donc :

$$\omega_{gl} = g \omega_s \quad (I.2)$$

avec

$$\Omega_s = \omega_s / p, \quad \omega_{gl} = p \Omega_{gl} \quad \text{et} \quad \omega = p \Omega$$

I.3. MODEL DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Modéliser consiste à mettre en équations les différents paramètres d'un système. A l'issue de cette opération on se trouve au problème suivant : plus le modèle se rapproche de la réalité, plus il devient complexe et demande des moyens de calcul très importants, par contre si le système est simplifié, les calculs deviennent faciles mais on s'éloigne de la réalité. Un choix judicieux consiste à idéaliser la machine et par conséquent garder les phénomènes les plus importants et négliger les phénomènes secondaires. Il est donc important que le modèle soit utilisable aussi bien en régime statique qu'en régime dynamique. Pour ce faire nous devons avoir recours à des hypothèses simplificatrices sur les quelles se basera notre étude [2].

I.3.1. Hypothèses simplificatrices

La machine asynchrone étant un système dynamique non linéaire, il est nécessaire de disposer d'un model représentant fidèlement son comportement au niveau de ses modes électrique, électromécanique et mécanique. Dans la littérature de la commande, le modèle de PARK est généralement choisi. En effet, c'est une solution qui tient compte des hypothèses simplificatrices intrinsèques au système [3][4]:

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme.
- Le circuit magnétique non saturé et a une perméabilité constante.
- Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température tout en négligeant l'effet de peau et les pertes fer.

- Le bobinage triphasé et symétrique et la répartition de la force magnétomotrice dans l'entrefer est sinusoïdale.

I.3.2. Mise en équation de la machine asynchrone

La machine asynchrone est présentée schématiquement par la figure (I.1). Elle est munie de six enroulements [5]

- Trois enroulements (A, B, C) fixes décalés de 120° dans l'espace et traversés par trois courants variables.
- Trois enroulements (a, b, c) identiques décalés dans l'espace de 120° , ces enroulements sont en court-circuit avec une tension nulle à leurs bornes.

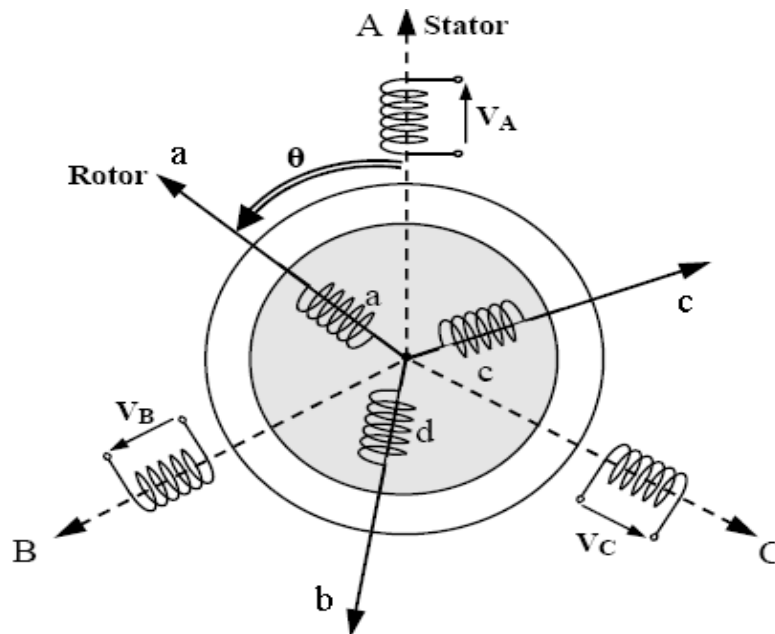


Figure I.1 Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée

L'angle θ caractérise la position angulaire du rotor par rapport au stator.

✓ Équations électriques

La loi de Faraday permet d'écrire globalement :

$$V = RI + \frac{d}{dt} \Phi \quad (I.3)$$

et spécifiquement, pour chaque enroulement de la machine on a :

$$V_s = R_s [I_s] + \frac{d}{dt} [\Phi_s] \quad (I.4)$$

$$V_r = R_r [I_r] + \frac{d}{dt} [\Phi_r] \quad (I.5)$$

avec :

$$\begin{aligned} [V_s] &= [V_{sa} \ V_{sb} \ V_{sc}]^t, \quad [V_r] = [V_{ra} \ V_{rb} \ V_{rc}]^t \\ [I_s] &= [I_{sa} \ I_{sb} \ I_{sc}]^t, \quad [I_r] = [I_{ra} \ I_{rb} \ I_{rc}]^t \\ [\Phi_s] &= [\Phi_{sa} \ \Phi_{sb} \ \Phi_{sc}]^t, \quad [\Phi_r] = [\Phi_{ra} \ \Phi_{rb} \ \Phi_{rc}]^t \\ [R_s] &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les trois enroulements rotoriques r_a , r_b et r_c sont en court-circuit, d'où :

$$[V_r] = [0 \ 0 \ 0]^t$$

✓ Équations magnétiques

Les hypothèses que nous avons présentées précédemment, conduisent à des relations linéaires entre le flux et les courants. Elles sont exprimées sous forme matricielles comme suit :

$$\begin{cases} [\Phi_s] = [L_{ss}][I_s] + [M_{sr}][I_r] \\ [\Phi_r] = [M_{rs}][I_s] + [L_{rr}][I_r] \end{cases} \quad (I.6)$$

avec :

$$\begin{aligned} [M_{sr}] &= [M_{rs}]^t, \quad [L_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [L_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & m_r & m_r \\ m_r & l_r & m_r \\ m_r & m_s & l_r \end{bmatrix} \\ [M_{sr}] &= [M_{rs}]^t = M_0 \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Les équations (I.4), (I.5) et (I.6) conduisent au modèle asynchrone triphasé suivant :

$$[V_{sabc}] = [R_s][I_{sabc}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}][I_{sabc}] + [M_{sr}][I_{rabc}] \} \quad (I.7)$$

$$[V_{rabc}] = [R_r][I_{rabc}] + \frac{d}{dt} \{ [M_{rs}][I_{sabc}] + [L_{rr}][I_{rabc}] \} \quad (I.8)$$

✓ **Équation mécanique**

La relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - f_v \Omega - C_r \quad (I.9)$$

La résolution analytique du système d'équations (I.7), (I.8) et (I.9) se heurte à des difficultés du fait que les termes trigonométriques de la matrice des inductances varient en fonction de la position, ce qui conduira à l'usage de la transformation de Park qui permettra de rendre ces termes indépendants de la position [6].

I.4. MODELE DE LA MACHINE DANS LE REPERE (d,q)

Etant donné que l'équation de la matrice des inductances mutuelles est à éléments non constant et que les coefficients des équations (I.7) et (I.8) sont variables, la résolution analytique de ce système se heurte alors à des difficultés insurmontables, particulièrement lors de l'étude des phénomènes transitoire. On utilisera alors des transformations mathématiques permettant de décrire le comportement de la machine à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants. Les transformations utilisées doivent conserver la puissance instantanée et la réciprocité des inductances mutuelles. Ceci permet d'établir une expression du couple électromagnétique dans le repère correspondant au système triphasé et qui reste valable pour la machine réelle [7].

I.4.1. Transformation de PARK

La transformation de Park permet de transformer les enroulements statoriques et rotoriques disposés sur trois axes en des enroulements équivalent du point de vue électrique et magnétique disposés sur deux axes (d, q). Une matrice $P(\theta_{obs})$ de Park permet le passage des composantes X_{abc} , du système triphasé aux composantes X_{dq} tournant à une vitesse qui dépend des grandeurs statoriques ou rotoriques, soit :

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = P(\theta_{obs}) \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \quad (I.10)$$

avec

$$P(\theta_{obs}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_{obs} & \cos(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin \theta_{obs} & -\sin(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (I.11)$$

La transformation inverse est donnée par

$$P^{-1}(\theta_{obs}) = P^t(\theta_{obs}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_{obs} & -\sin \theta_{obs} \\ \cos(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (I.12)$$

L'angle θ_{obs} correspond à la position du repère choisi pour la transformation avec :

- $\theta_{obs} = \theta_s$ repère lié au stator
- $\theta_{obs} = \theta_r$ repère lié au rotor

La figure (I.2) représente le schéma du modèle de la machine asynchrone triphasée et son équivalent en biphasée issue de la transformation de Park.

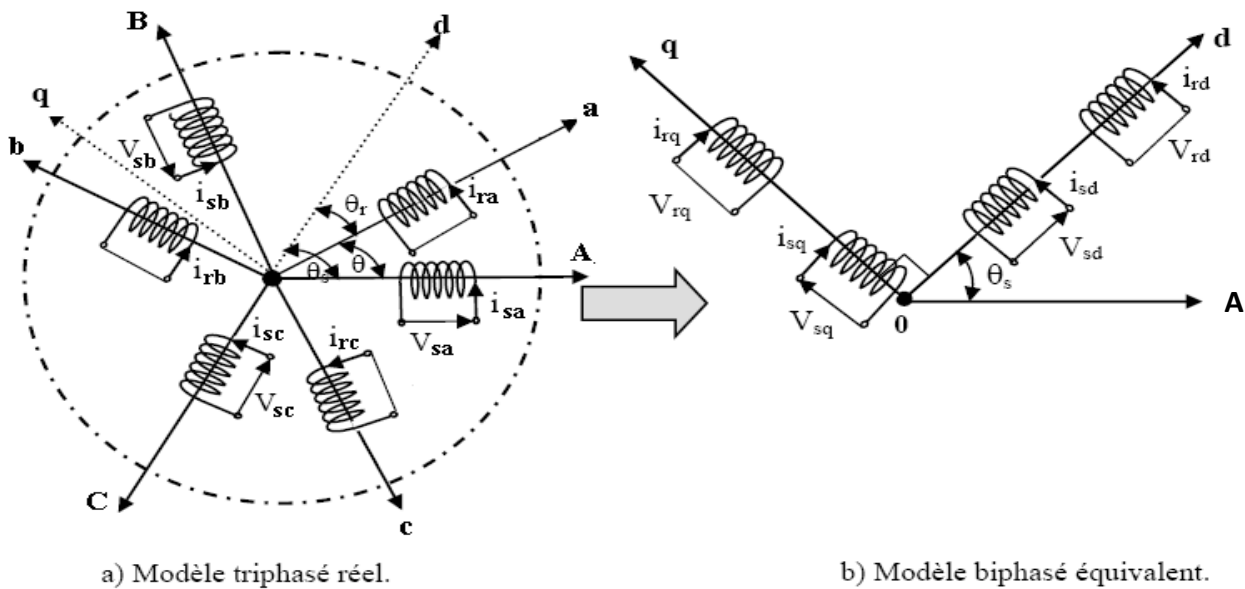


Figure I.2 Représentation du modèle de la machine triphasée et biphasée équivalente

I.4.2. Choix du référentiel

Dans notre étude, le référentiel choisi sera lié au champ tournant, ce référentiel est le seul qui n'introduise pas de simplifications dans la formulation des équations. Il est très intéressant dans les problèmes où la fréquence d'alimentation est constante, ce qui simplifie considérablement les calculs. Il est également utilisé dans les problèmes d'alimentation des moteurs asynchrones par convertisseurs statiques de fréquence lorsque l'on veut étudier la fonction de transfert du moteur relativement à des petites perturbations autour d'un régime donné.

Dans ce référentiel on a :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s \text{ et } \frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt}(\theta_s - \theta_{gl}) = \omega_s - \omega_{gl} \quad (I.13)$$

I.5. MODEL D'ETAT DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Pour un référentiel lié au champ tournant, Les équations des tensions statoriques et rotoriques s'écrivent dans le repère de Park sous la forme suivante [2] :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\Phi_{ds}}{dt} - \omega_s \Phi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} + \omega_s \Phi_{ds} \\ V_{dr} = R_r I_{dr} + \frac{d\Phi_{dr}}{dt} - (\omega_s - \omega) \Phi_{qr} \\ V_{qr} = R_r I_{qr} + \frac{d\Phi_{qr}}{dt} + (\omega_s - \omega) \Phi_{dr} \end{cases} \quad (I.14)$$

De plus les composantes des flux statoriques et rotoriques sont exprimées par :

$$\begin{cases} \Phi_{ds} = L_s I_{ds} + M I_{dr} \\ \Phi_{qs} = L_s I_{qs} + M I_{qr} \\ \Phi_{dr} = L_r I_{dr} + M I_{ds} \\ \Phi_{qr} = L_r I_{qr} + M I_{qs} \end{cases} \quad (I.15)$$

Les différentes expressions du couple électromagnétique, sont exprimées par les équations suivantes en fonction du flux et courants statoriques et rotoriques. Le choix de celle à utiliser dépendra du vecteur d'état choisi :

$$C_{em} = p(\Phi_{ds} I_{qs} - \Phi_{qs} I_{ds}) \quad (I.16)$$

$$C_{em} = p(\Phi_{qr} I_{dr} - \Phi_{dr} I_{qr}) \quad (I.17)$$

$$C_{em} = pM (I_{qs} I_{dr} - I_{ds} I_{qr}) \quad (I.18)$$

$$C_{em} = \frac{pM}{L_r} (\Phi_{dr} I_{qs} - \Phi_{qr} I_{ds}) \quad (I.19)$$

La machine asynchrone peut être modélisée dans l'espace d'état par un système d'équations différentielles d'ordre 4 et une équation mécanique. Ce model permet de concevoir une représentation d'état pour la machine en choisissant deux variables d'état parmi quatre $(I_s, I_r, \Phi_s, \Phi_r)$. Les états utilisés sont ceux données au moins par une mesure d'état (I_s) tel que (I_s, I_r) , (I_s, Φ_s) et (I_s, Φ_r) .

Pour un vecteur d'état $[I_{ds}, I_{qs}, \Phi_{dr}, \Phi_{qr}]^t$ et une entrée de commande $[V_{ds}, V_{qs}]^t$, le modèle de la machine dans le repère (d, q) lié au champ tournant sera alors :

$$\begin{cases} \frac{dI_{ds}}{dt} = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)I_{ds} + \omega_s I_{qs} + \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} \Phi_{dr} + \frac{1-\sigma}{\sigma M} p \Omega \Phi_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{ds} \\ \frac{dI_{qs}}{dt} = -\omega_s I_{ds} - \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)I_{qs} - \frac{1-\sigma}{\sigma M} p \Omega \Phi_{dr} + \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} \Phi_{qr} + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs} \\ \frac{d\Phi_{dr}}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{ds} - \frac{1}{T_r} \Phi_{dr} + (\omega_s - p \Omega) \Phi_{qr} \\ \frac{d\Phi_{qr}}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{qs} - (\omega_s - p \Omega) \Phi_{dr} - \frac{1}{T_r} \Phi_{qr} \end{cases} \quad (I.20)$$

avec l'équation mécanique :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_{em} - f_v \Omega - C_r) \quad (I.21)$$

La modélisation de la machine de cette manière nous permettra de réduire le nombre de grandeurs qu'on a besoin pour pouvoir simuler le fonctionnement de la machine. En effet, dans ce travail seules les valeurs instantanées des tensions statoriques et du couple résistant doivent être déterminées pour les imposer à la machine.

I.6. SIMULATION DU MODELE

A partir du modèle d'état des équations (I.20) et (I.21), on a effectué une simulation numérique, les grandeurs réelles sont déduits par application de la transformation de Park inverse, la machine est alimentée par un système de tensions triphasés équilibré de valeur efficace 220 volts, le repère (d,q) est lié au champ tournant, on contentera de présenter les courants statoriques, les flux rotoriques dans le repère (d,q).

La figure (I.3) présente le schéma bloc de simulation de la machine asynchrone, montrant en détail le passage entre les grandeurs réelles et les grandeurs biphasés.

Etant donné que la machine est couplée directement au réseau, on a effectué deux essais typiques :

- Démarrage à vide de la machine asynchrone.
- Démarrage à vide puis application d'une charge.

Les résultats de simulation sont donnés aux figures (I.4) et (I.5), représentant l'évolution de quelques variables fondamentales telles que vitesse de rotation N, couple électromagnétique (C_{em}), flux (Φ_{dr} et Φ_{qr}) et courants (I_{ds} , I_{qs} et I_{as}).

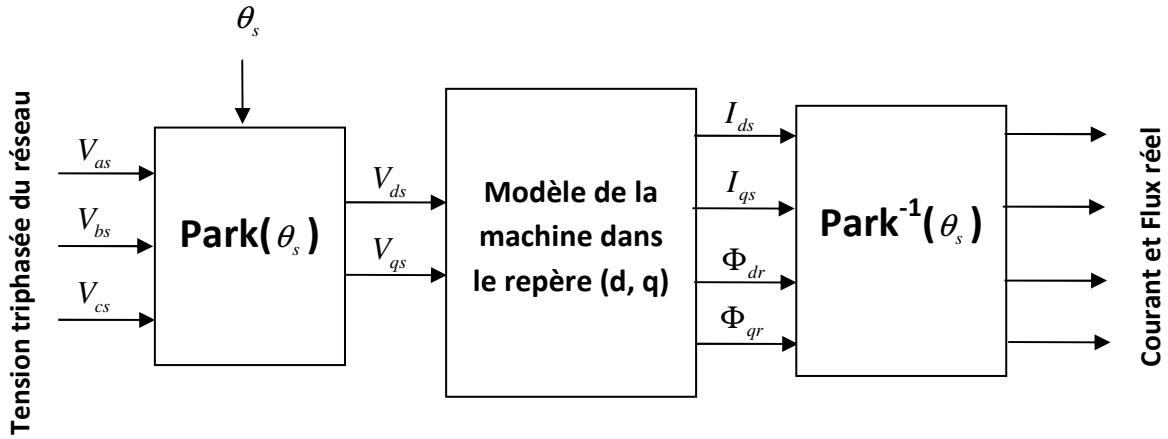


Figure I.3. Algorithme de simulation de la machine en boucle ouverte

✓ A vide ($C_r = 0$), figure (I.4)

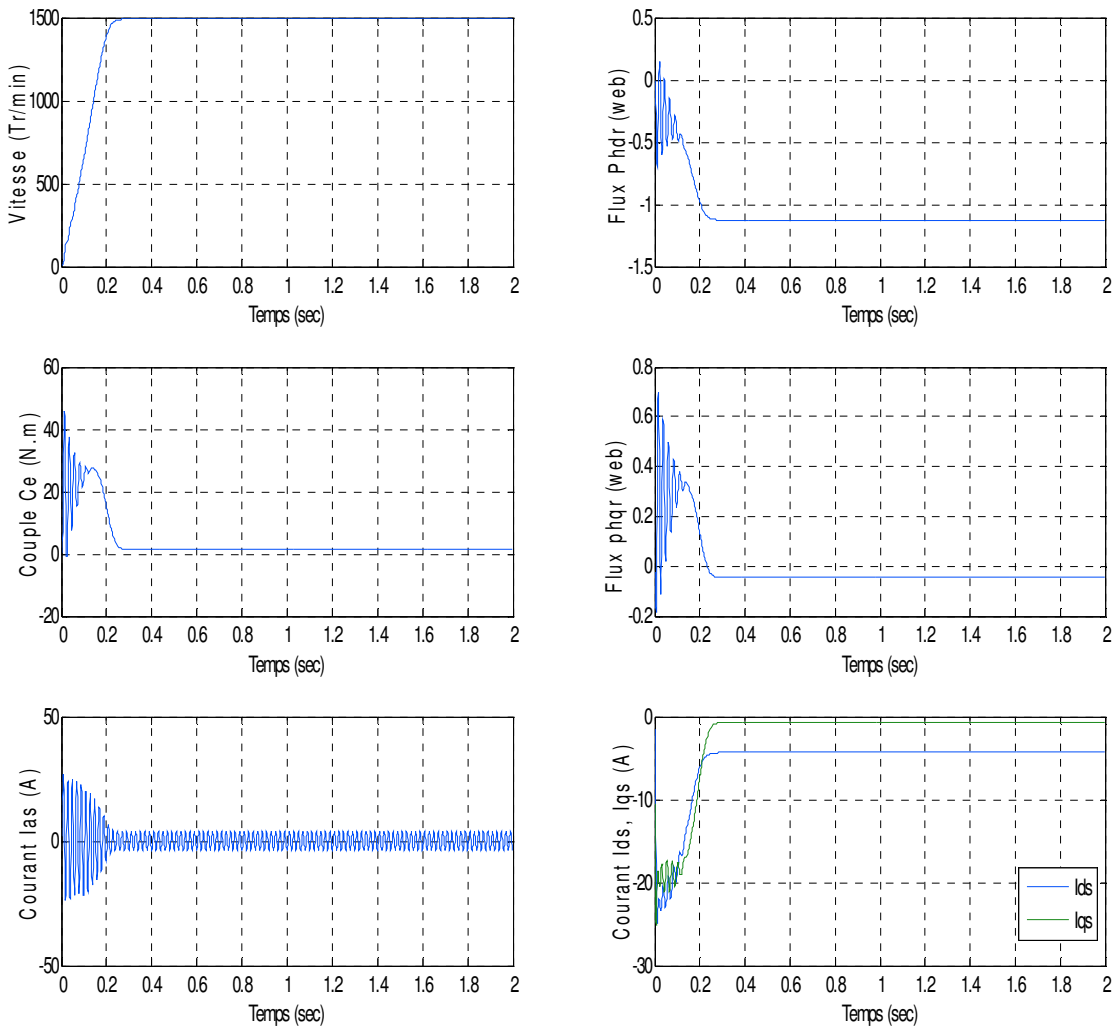


Figure. I.4. Réponse de la machine en fonctionnement à vide $C_r = 0$

On remarque que la courbe de vitesse augmente d'une manière presque linéaire jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur 1500 tr/min pendant un temps de 0.25 s. Au démarrage, le couple admet de fortes valeurs (fort appel de courant au démarrage pendant un bref instant) avec des oscillations puis se rétablit à une valeur presque nulle à $t = 0.25$ s. Concernant le flux rotorique, il possède une allure qui ressemble un peu à l'allure du couple électromagnétique, où au démarrage nous avons des oscillations, puis au régime permanent il s'établit à une valeur donnée. Le courant statorique I_{as} est fortement impulsif au démarrage (pour créer un fort couple), puis se stabilise à une valeur cinq fois inférieure à celle du démarrage. Les courants correspondants dans l'axe (d,q) seront bien sûr oscillatoire au démarrage puis s'établissent à des valeurs constantes.

✓ En charge ($C_r = 10 \text{ Nm}$), figure (I.5)

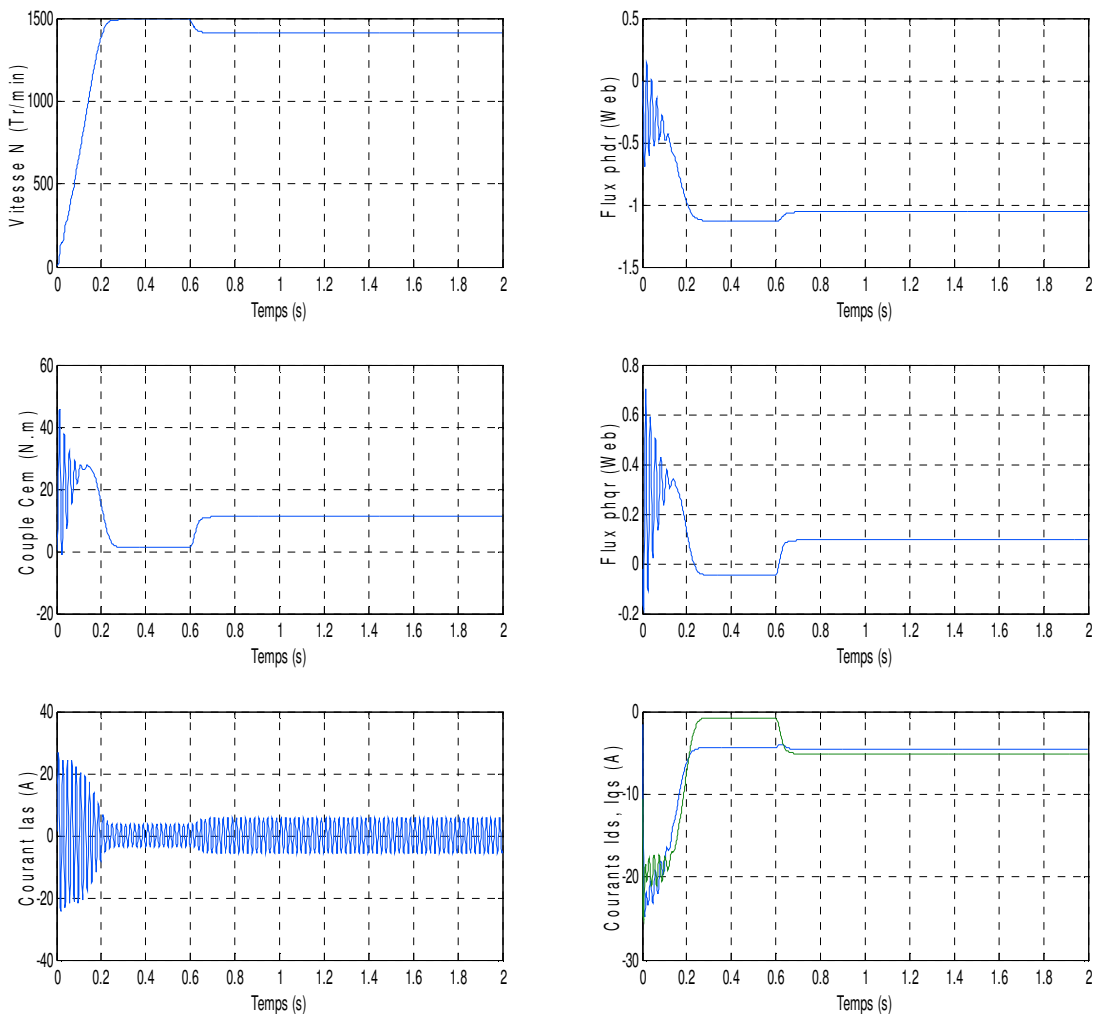


Figure. I.5. Réponse de la machine avec application d'une charge $C_r = 10 \text{ N.m}$ à $t = 0.6$ s

On introduit maintenant un couple de charge $C_r = 10 Nm$ à $t = 0.6 s$, où on constate que la vitesse de rotation a été diminuée pendant l'application du couple de charge. On remarque également une augmentation du courant et une diminution du flux rotorique pendant cet intervalle de temps. Ces résultats de simulation montrent bien le fort couplage qui existe entre le couple électromagnétique et le flux rotorique, ce qui présente une difficulté à commander la machine asynchrone.

I.7. MODELISATION DE L'ALIMENTATION DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Afin de rendre possible le contrôle de la vitesse de la machine asynchrone, on lui associe un convertisseur statique capable de délivrer une tension d'amplitude et de fréquence réglable. Grâce à l'évolution de l'électronique de puissance et à l'utilisation de la technique MLI (Modulation par largeur d'impulsion), les convertisseurs statiques permettent par un contrôle adéquat des signaux de commande des interrupteurs, d'imposer la tension et le courant aux bornes du moteur [8].

Les signaux de commande peuvent être des tensions (technique triangulo-sinusoidale) ou des courants (technique de contrôle des courants par hystérésis).

Le convertisseur statique tel qu'il est représenté sur la figure (I.6), est constitué :

- d'un redresseur non commandé, supposé parfait.
- d'un filtre de type passe-bas.
- d'un onduleur de tension qui permet de produire à partir d'une tension continue, une tension modulée, dont l'amplitude et la fréquence sont variables.

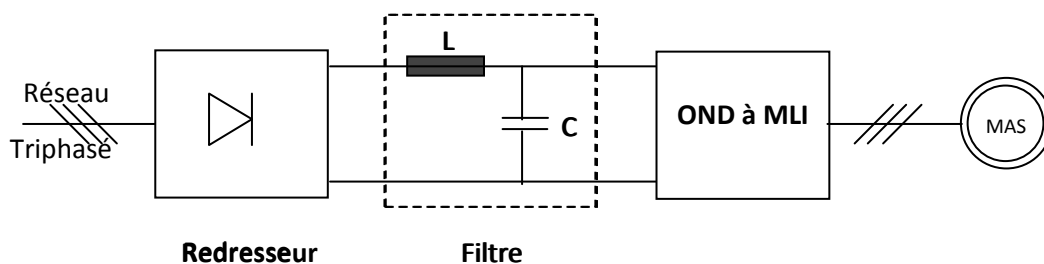


Figure. I.6. Schéma d'ensemble convertisseur machine

I.7.1. Modélisation du redresseur

Le redresseur est représenté par la figure (I.7), c'est un pont de Graetz à six diodes qui convertie une tension alternative à l'entrée en une tension continue à la sortie. Trois diodes D_1, D_2, D_3 assurant l'aller du courant I_d et trois diodes D_4, D_5, D_6 assurant le retour du courant I_d . Le redresseur est alimenté par un réseau triphasé équilibré de tension.

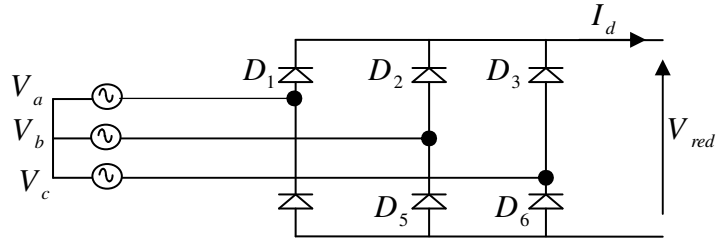


Figure. I.7. Circuit électrique du redresseur triphasé à diodes

Les tensions triphasées du réseau peuvent s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} V_a = \sqrt{2}V_{eff} \sin(2\pi f_s t) \\ V_b = \sqrt{2}V_{eff} \sin(2\pi f_s t - \frac{2\pi}{3}) \\ V_c = \sqrt{2}V_{eff} \sin(2\pi f_s t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (I.22)$$

avec, f_s la fréquence du réseau et V_{eff} la valeur efficace de la tension du réseau.

Le système de tension triphasé (V_a, V_b, V_c) ainsi que la tension redressée V_{red} sont représentés par la figure (I.8).

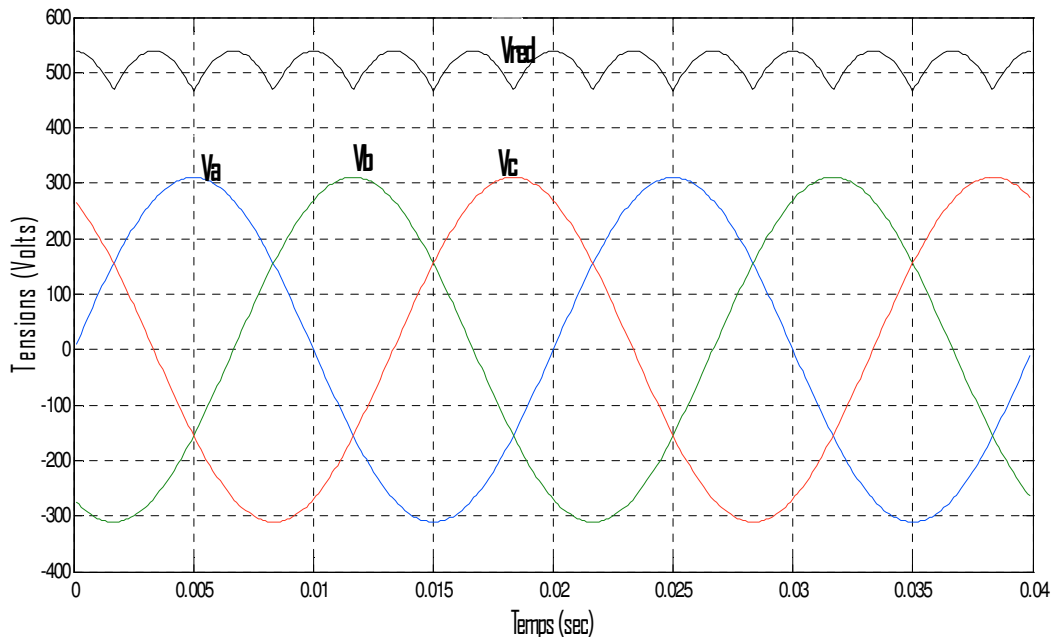


Figure. I.8. Tension de réseau et la tension à la sortie du redresseur

I.7.2. Modélisation du filtre

La tension de sortie du redresseur présente des oscillations de valeur moyenne positive, ce qui nous a mené à insérer en cascade avec le redresseur un filtre LC (figure (I.9)) dans le but de lisser ces ondulations.

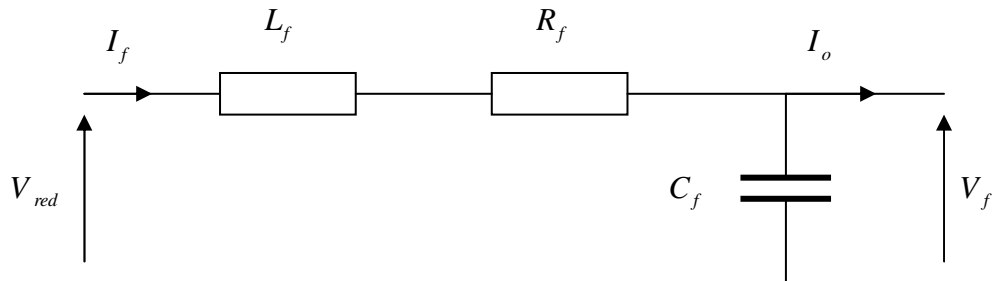


Figure. I.9. Filtre L-C

Le modèle du filtre est défini par le système d'équations suivantes :

$$\begin{cases} V_{red} = L_f \frac{dI_f}{dt} + R_f I_f + V_f \\ V_f = \frac{1}{C_f} \int (I_f - I_o) dt \end{cases} \quad (I.23)$$

La fonction de transfert du filtre est donnée par :

$$\frac{V_f}{V_{red}} = \frac{1}{L_f \cdot C_f \cdot s^2 + R_f \cdot C_f \cdot s + 1} \quad (I.24)$$

C'est un filtre du deuxième ordre avec une fréquence de coupure égale à :

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_f C_f}} \quad (I.25)$$

L'opération de filtrage a été réalisée avec les paramètres $R_f = 1\Omega$, $L_f = 0.002H$ et $C_f = 0.006F$. Les résultats de simulation sont présentés sur la figure (I.10).

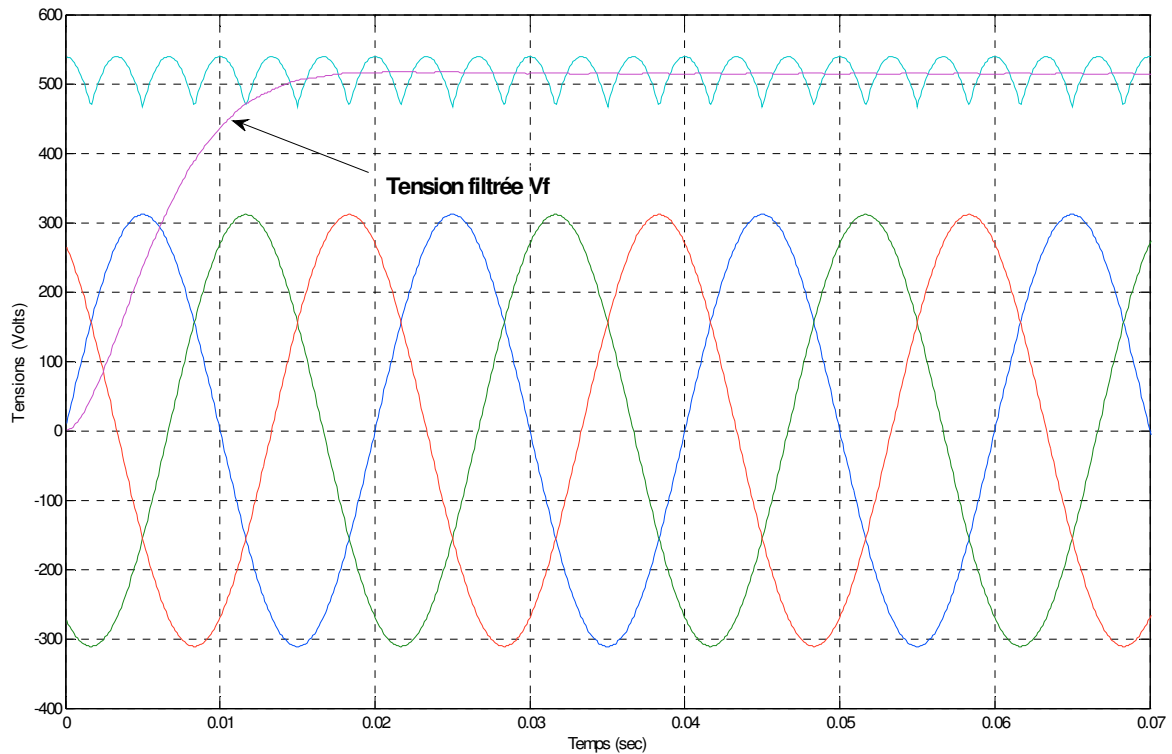


Figure. I.10. Résultats de simulation de l'ensemble Redresseur-Filtre

I.7.3. Modélisation de l'onduleur triphasé

Le réglage de la vitesse rotorique d'une machine asynchrone se réalise logiquement par action simultanée sur la fréquence et les tensions statoriques, par conséquent, pour se donner les moyens de cette action, il faut disposer d'une source d'alimentation capable de délivrer une tension d'amplitude et de fréquence réglable en valeurs instantanées. La figure (I.11) présente un système mettant en œuvre une machine asynchrone alimentée par un onduleur de type M.L.I.

L'onduleur de tension est un convertisseur statique constitué de cellules de commutation généralement à transistor ou à thyristor GTO pour les grandes puissances.

Le principe de fonctionnement s'exprime par le séquençage imposé aux interrupteurs statiques qui réalisent la modulation de largeur des impulsions des tensions appliquées aux enroulements statoriques de la machine.

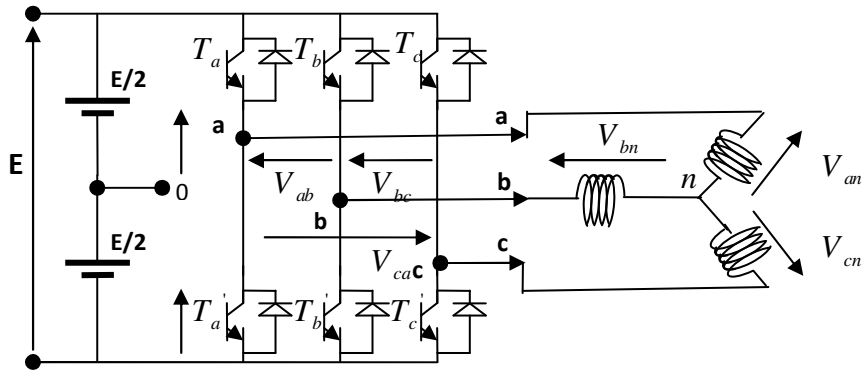


Figure I.11. Schéma électrique d'un onduleur triphasé à trois bras alimentant la MAS

Pour modéliser l'onduleur de tension de la figure I.11, on considère son alimentation comme une source parfaite, constituée de deux générateur de f.é.m égale à $E/2$ connectés à un point milieu noté "O".

L'onduleur est commandé à partir des grandeurs logiques S_i . On appelle T_i et T'_i les transistors (supposés être des interrupteurs idéaux), on a :

Si $S_i = 1$, T_i est passant et T'_i est ouvert ;

Si $S_i = 0$, T_i est ouvert et T'_i est passant ;

avec $i = a, b, c$

Les tensions composées sont obtenues à partir des sorties de l'onduleur :

$$\begin{cases} V_{ab} = V_{ao} - V_{bo} \\ V_{bc} = V_{bo} - V_{co} \\ V_{ca} = V_{co} - V_{ao} \end{cases} \quad (I.26)$$

où "O" représente le point milieu fictif à l'entrée continu (figure I.11), et V_{ao}, V_{bo}, V_{co} sont des tensions prises par rapport au point milieu "O".

Les tensions de phase peuvent être exprimées par :

$$\begin{cases} V_{an} = V_{ao} - V_{no} \\ V_{bn} = V_{bo} - V_{no} \\ V_{cn} = V_{co} - V_{no} \end{cases} \quad (I.27)$$

avec, V_{no} la tension fictive entre le neutre de la charge et le point fictif "O".

Pour un système équilibré $V_{an} + V_{bn} + V_{cn} = 0$, il vient :

$$V_{no} = \frac{1}{3}(V_{ao} + V_{bo} + V_{co}) \quad (I.28)$$

En remplaçant l'équation (I.28) dans le système d'équations (I.27), on obtient :

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{2}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co} \\ V_{bn} = -\frac{1}{3}V_{ao} + \frac{2}{3}V_{bo} - \frac{1}{3}V_{co} \\ V_{cn} = -\frac{1}{3}V_{ao} - \frac{1}{3}V_{bo} + \frac{2}{3}V_{co} \end{cases} \quad (I.29)$$

nous avons

$$V_{io} = S_i \cdot E - \frac{E}{2}$$

avec $i = a, b, c$

$$\begin{cases} S_i = 1 & V_{io} = \frac{E}{2} \\ S_i = 0 & V_{io} = -\frac{E}{2} \end{cases} \quad (I.30)$$

il vient alors

$$\begin{cases} V_{ao} = (S_a - 1/2)E \\ V_{bo} = (S_b - 1/2)E \\ V_{co} = (S_c - 1/2)E \end{cases} \quad (I.31)$$

En remplaçant l'équation (I.29) dans l'équation (I.31), on obtient le modèle de l'onduleur comme suit :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{E}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (I.32)$$

Le principe de la commande MLI est présenté sur la figure (I.12) :

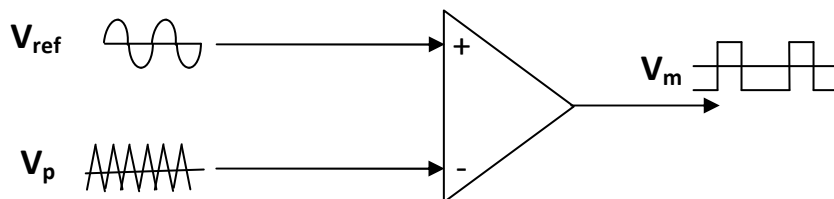


Figure I.12. Principe de la modulation MLI type sinus-triangle

I.7.4. Modulation par largeur d'impulsions

Le principe général de la modulation consiste à représenter une information sous une forme différente de la forme originale. Dans la littérature plusieurs types de modulations peuvent être rencontrés. Dans notre cas, on s'intéresse essentiellement à la modulation dite MLI (Modulation par largeur d'Impulsions) ou PWM en anglais (Pulse Width Modulation).

Deux types d'MLI sont présentés dans le cadre de ce travail :

- MLI sinus-triangle
- MLI à hystérésis

✓ MLI sinus triangle

La modulation MLI sinus triangle permet le contrôle en tension de la machine asynchrone. Une onde modulatrice V_{ref} (référence), de fréquence f_m est comparée à une onde triangulaire V_p (porteuse) de fréquence f_p très élevée par rapport à f_m . La sortie du comparateur permet d'obtenir un signal MLI comme le montre la figure (I.13).

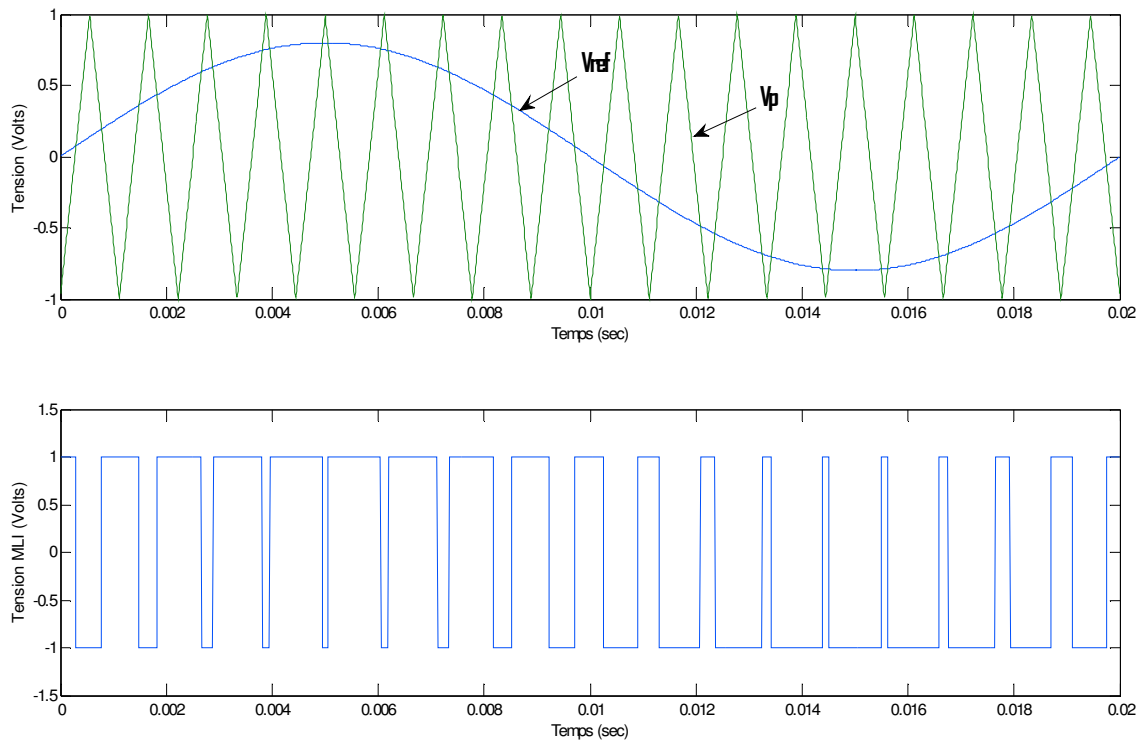


Figure I.13. Modulation MLI sinus-triangle

✓ MLI à hystérésis

Ce type de modulation nous permet de contrôler la machine par le biais des courants. La technique de contrôle du courant la plus simple consiste à maintenir les courants générés par la charge (MAS) dans une bande ΔI enveloppant les courants de références. Chaque violation de cette bande donne un ordre de violation [9].

En effet, les instants de commutation se déterminent par contre réaction. La tension de sortie passe de 1 à -1 dès que l'écart dépasse un seuil $\Delta I/2$ et passe de -1 à 1 lorsque l'écart devient inférieur à $\Delta I/2$.

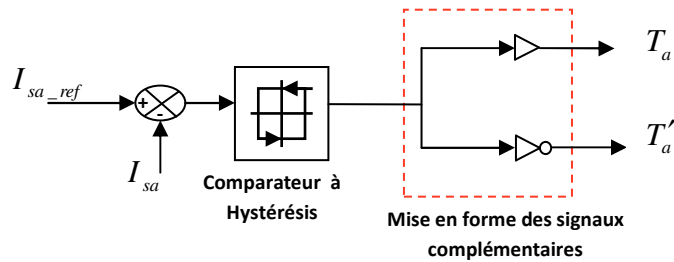


Figure. I.14 Schéma de principe de la modulation MLI par Hystérésis

Par conséquent, les équations du contrôle par hystérésis peuvent être écrites sous la forme [10] :

$$S_i^{k+1} = \begin{cases} 1 & \text{si } I_{sa} \leq (I_{sa_ref} - \Delta I/2) \\ 0 & \text{si } I_{sa} \geq (I_{sa_ref} + \Delta I/2) \\ S_i^k & \text{si } (I_{sa_ref} - \Delta I/2) \leq I_{sa} \leq (I_{sa_ref} + \Delta I/2) \end{cases} \quad (\text{I. 33})$$

avec, ΔI la largeur de la bande d'hystérésis, S_i^{k+1} et S_i^k les états actuels et précédents de l'interrupteur de la phase i , I_{sa} et I_{sa_ref} le courant réel et sa valeur de référence de la phase i et $i = a, b, c$ le rang de la phase.

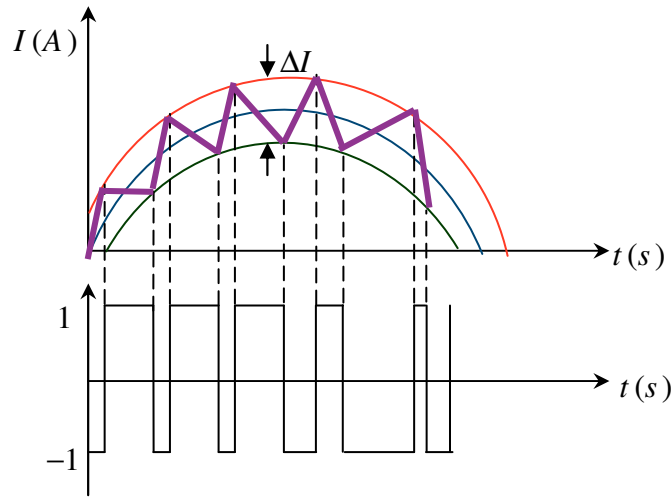


Figure I.15. Signal à hystérésis d'une phase

L'algorithme de simulation de la machine-onduleur en boucle ouverte est présenté sur la figure (I.16):

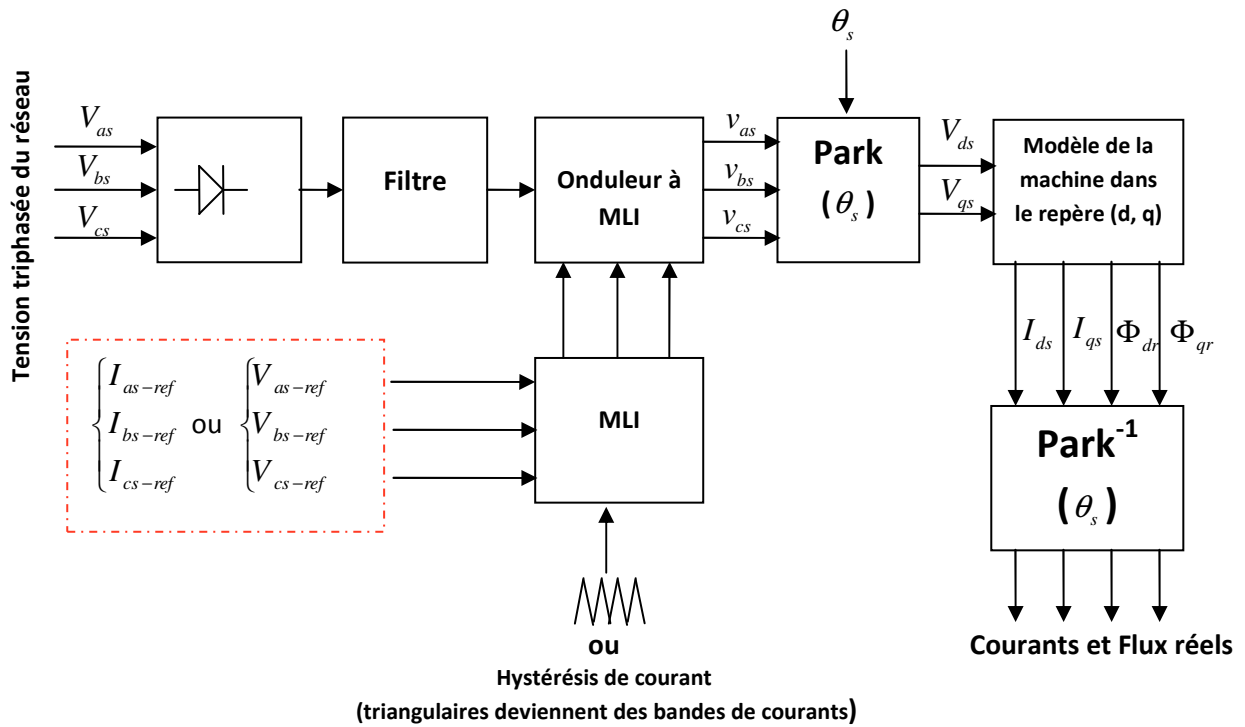


Figure I.16. Algorithme de simulation de la machine-onduleur en boucle ouverte

I.7.5. Simulation du modèle machine-onduleur

Au modèle d'état de la machine donné par les équations (I.20) et (I.21) on associe l'ensemble redresseur, filtre et onduleur MLI, ce qui représente une structure commandable de la machine asynchrone. Les trois commandes MLI des transistors de l'onduleur triphasé sont présentées dans la

figure (I.17), et les trois sorties de l'onduleur correspondantes sont présentés par la figure (I.18). Les résultats de simulation sont présentés dans les figures (I.19) et (I.20).

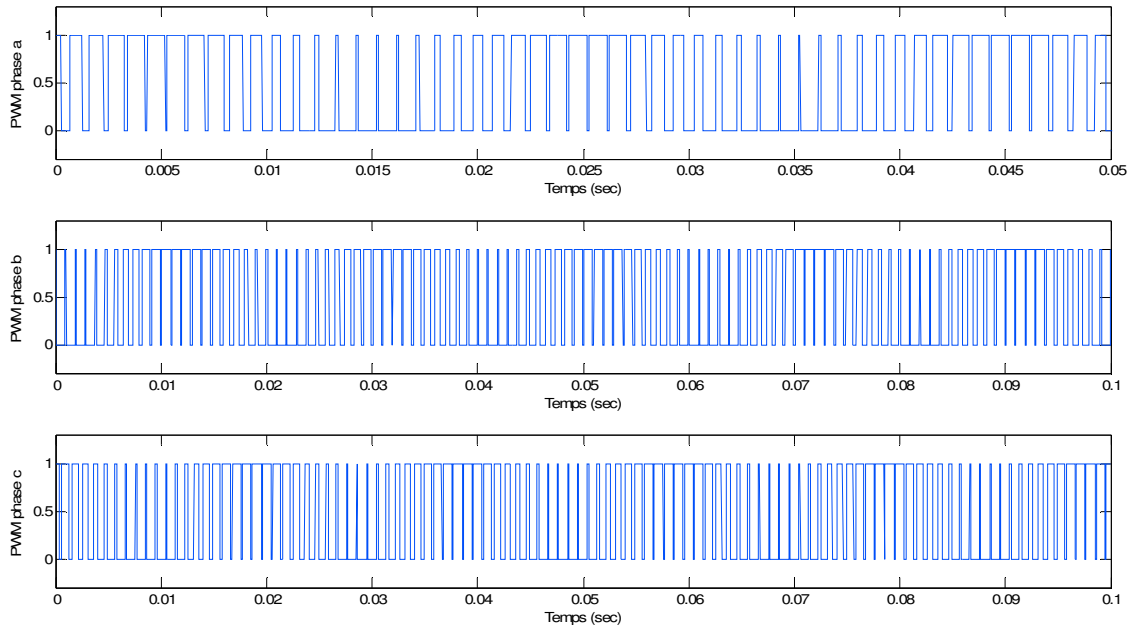


Figure. I.17. Commande MLI des trois phases de la machine

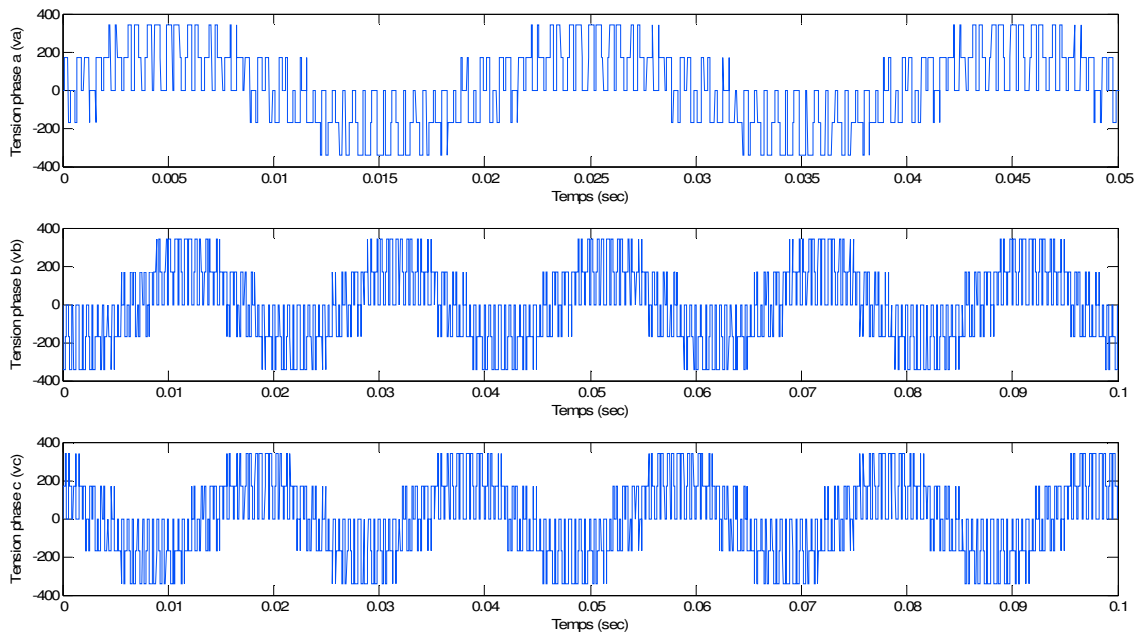


Figure. I.18. Tension triphasée générée par l'onduleur MLI

✓ A vide ($C_r = 0$)

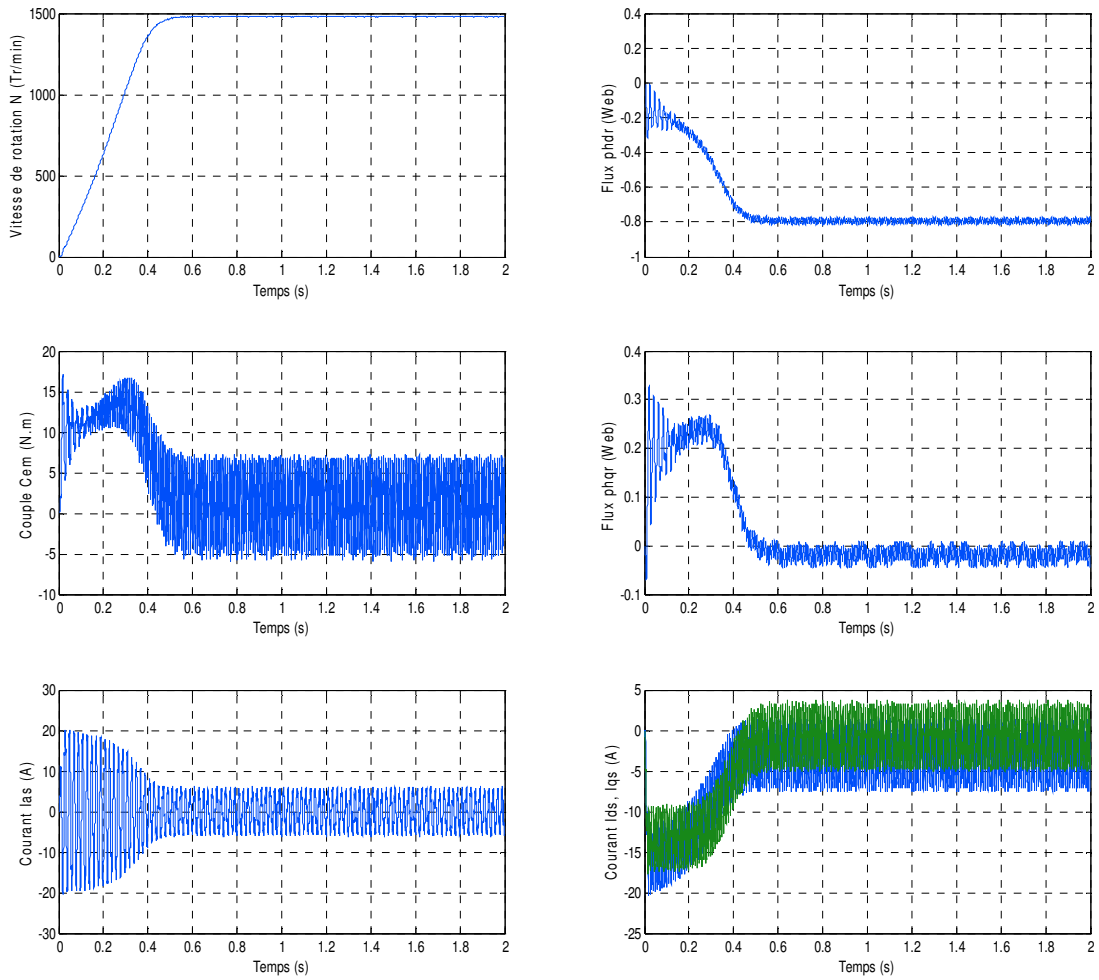


Figure. I.19. Réponse du système machine-onduleur en fonctionnement à vide $C_r = 0$

✓ En charge ($C_r = 10 Nm$)

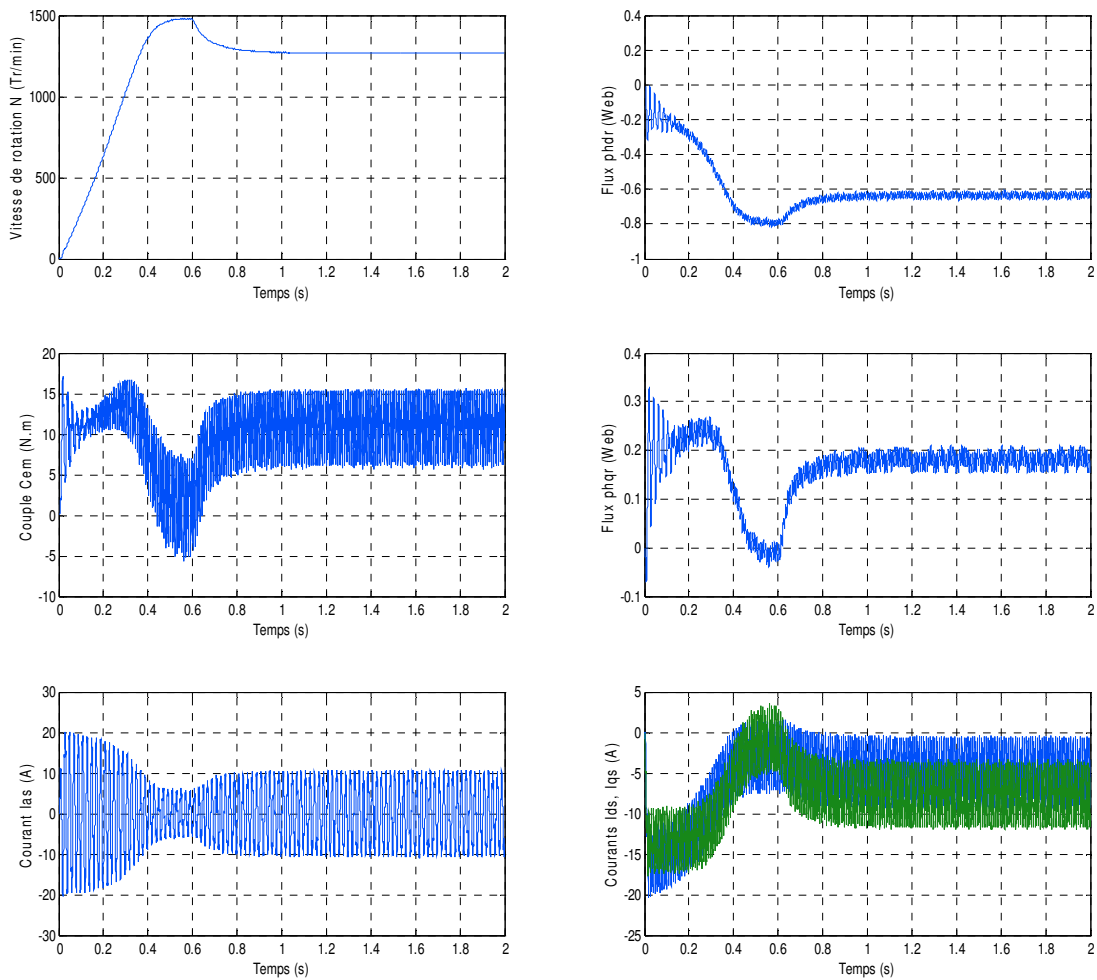


Figure. I.20. Réponse du système machine-onduleur avec application de la charge $C_r = 10 N.m$ à $t = 0.6s$

I.8. CONCLUSION

Dans ce chapitre la modélisation de la machine asynchrone a été présentée. Cette modélisation est basée sur certaines hypothèses simplificatrices. Le modèle présenté a été donné dans un repère biphasé général dans le but de réduire la complexité du modèle. Une transformation dite de Park a été utilisée pour assurer le passage entre les repères triphasé et biphasé.

Les résultats de simulation ont montré le comportement global de la machine asynchrone en présence et en absence d'un couple de charge. Deux cas de simulations ont été présentés :

- Simulation de la machine asynchrone alimentée directement par le réseau triphasé
- Simulation de l'ensemble redresseur, filtre, onduleur MLI et machine asynchrone

Selon ces résultats, deux problèmes ont été constatés : La diminution de la vitesse de rotation lors de l'application d'une charge et le fort couplage entre le couple et le flux. Dans le but de remédier à ce problème et assurer le contrôle de la vitesse de la machine, une structure de commande en boucle fermée sera nécessaire, ce qui fera l'objet du deuxième chapitre.

CHAPITRE II

COMMANDE VECTORIELLE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

II.1. INTRODUCTION

Dans un moteur à courant continu (MCC) le couple est proportionnel au produit du flux inducteur et du courant d'induit. Dans le cas où la machine est à excitation séparée, si l'on maintient le flux inducteur constant, le couple sera proportionnel au courant d'induit ce qui nous donne de bonnes performances. Cette caractéristique n'est pas valable dans le cas de la machine asynchrone, ce qui rend sa commande difficile. Pour obtenir une situation équivalente à celle d'un moteur à courant continu, Blaschke et Hasse ont proposé une méthode pour contourner cette difficulté. Dans cette méthode le vecteur courant statorique sera décomposé en deux composantes, une produit le flux et l'autre le couple [8][9].

II.2. PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE

La commande par orientation du flux est une expression qui apparaît de nos jours dans le domaine de commande des moteurs électriques. Le principe d'orientation a été proposé par Blaschke au début des années 70, ramenant ainsi le comportement de la machine asynchrone à celui d'une machine à courant continu. Cette technique consiste à placer le repère (d,q) tel que l'axe (d) coïncide avec le flux à orienter.

Le but de cette orientation est d'éliminer le problème de découplage entre l'induit et l'inducteur en dissociant le courant statorique en deux composantes en quadrature, de telle sorte que l'une des composantes commande le flux et l'autre commande le couple. Ceci

permet de se ramener à des fonctionnements comparables à ceux d'une MCC à excitation séparée où le courant inducteur contrôle le flux et le courant induit contrôle le couple.

II.3. ORIENTATION DU FLUX ROTORIQUE (FOC)

Un choix adéquat du référentiel (d,q) de telle manière que le flux rotorique soit aligné avec l'axe (d) permet d'obtenir une expression du couple dans laquelle deux courants orthogonaux (I_{ds}, I_{qs}) interviennent, le premier générateur de flux et l'autre générateur de couple (figure II.1).

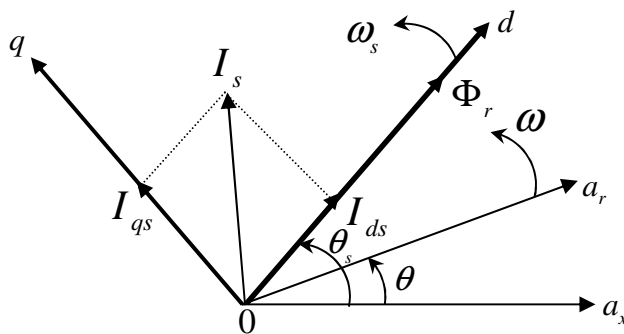


Figure II.1. Principe de la commande vectorielle

Donc nous avons :

$$\begin{cases} \Phi_{dr} = \Phi_r \\ \Phi_{qr} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

L'expression du couple électromagnétique peut être écrite sous la forme :

$$C_{em} = k \cdot I_{ds} \cdot I_{qs} \quad (\text{II.2})$$

avec $k = \frac{p^2}{L_r J}$

Ceci simplifie le modèle d'équation (I. 20) comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dI_{ds}}{dt} = -\left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)I_{ds} + \omega_s I_{qs} + \frac{1-\sigma}{\sigma M T_r} \Phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} V_{ds} \\ \frac{dI_{qs}}{dt} = -\omega_s I_{ds} - \left(\frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_r}\right)I_{qs} - \frac{1-\sigma}{\sigma M} p\Omega \Phi_r + \frac{1}{\sigma L_s} V_{qs} \\ \frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{ds} - \frac{1}{T_r} \Phi_r \\ \omega_s = p\Omega + \frac{M}{T_r \Phi_r} I_{qs} \end{cases} \quad (\text{II. 3})$$

L'équation mécanique s'écrit :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{pM}{JL_r} \Phi_r I_{qs} - \frac{f_v}{J} \Omega - \frac{1}{J} C_r \quad (\text{II.4})$$

Après transformation de Laplace, on peut écrire :

$$\begin{cases} \Phi_r = \frac{M}{1+T_r s} I_{ds} \\ C_{em} = \frac{pM}{L_r} \Phi_r I_{qs} \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

L'équation (II.5) montre qu'on peut agir indépendamment sur le flux rotorique et le couple électromagnétique par l'intermédiaire des composantes I_{ds} et I_{qs} du courant statorique. Afin d'assurer un contrôle du couple et de pouvoir fournir à tout instant un couple maximal, le flux est maintenu à sa valeur nominale.

La principale difficulté de la mise en œuvre de la commande vectorielle de la machine asynchrone, est la détermination de la position et le module du flux rotorique. Car ces deux grandeurs ne sont pas mesurables directement. Deux méthodes de contrôle ont été utilisées, la méthode directe et la méthode indirecte.

II.4. METHODE DIRECTE

Pour déterminer la position et le module du flux, l'idée naturelle est la mesure du flux dans la machine à l'aide de bobinage supplémentairement ou de capteurs à effet Hall. Devant cette complexité on fait appel à des modèles dynamiques du flux qui nécessitent des grandeurs facilement mesurables tel que les courants, les tensions statoriques et la vitesse de rotation.

On utilise souvent le modèle de la machine pour déterminer la position et le module du flux suivant les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_r}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{ds} - \frac{1}{T_r} \Phi_r \\ \frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s = p\Omega + \frac{M}{T_r \Phi_r} I_{qs} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Le module du flux rotorique et du couple électromagnétique peuvent être contrôlés par contre réaction, alors que la pulsation de glissement est directement calculée à l'aide des grandeurs mesurées ou estimées.

II.5. METHODE INDIRECTE

Dans cette méthode (appelée slip frequency control) l'amplitude du flux rotorique n'est pas utilisée et on utilise seulement sa position calculée à partir des grandeurs de références. Alors, cette technique aura l'avantage de ne pas utiliser des capteurs de flux mais seulement l'utilisation de capteurs de vitesse rotorique.

Le schéma synoptique de la commande vectorielle indirecte appliquée à la machine asynchrone est présenté dans la figure (II.2).

Dans ce type de commande on considère uniquement la dynamique du rotor, l'angle de Park θ_s est calculé à partir de la pulsation statorique, elle même reconstituée à l'aide de la vitesse de la machine et de la pulsation rotorique ω telle que :

$$\begin{aligned} \omega_s &= \omega_{gl} + \omega \\ d'où & \\ \theta_s &= \int \omega_s dt = \int \left(\frac{M}{T_r} \frac{I_{qs}^*}{\Phi_r^*} + p\Omega \right) dt \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Le FOC (field oriented control) est un bloc de calcul qui possède deux entrées (Φ_r^* et C_{em}^*) et génère les trois grandeurs de commande de l'onduleur (V_{ds}^* , V_{qs}^* et ω_s). Il est défini en considérant le régime statique pour lequel le flux rotorique et le couple électromagnétique sont maintenus constants égaux à leurs valeurs de référence. Si on ne tient pas compte des variations des courants direct et en quadrature, les équations de ce bloc sont déduites de celles du modèle comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{ds}^* = \frac{\Phi_r^*}{M} \\ I_{qs}^* = \frac{L_r C_{em}^*}{pM \Phi_r^*} \\ \omega_s = \omega + \frac{MR_r I_{qs}^*}{L_r \Phi_r^*} \\ V_{ds}^* = R_s I_{ds}^* - \omega_s \sigma L_s I_{qs}^* \\ V_{qs}^* = R_s I_{qs}^* - \omega_s \sigma L_s I_{ds}^* + \omega_s \frac{M}{L_r} \Phi_r^* \end{array} \right. \quad (II.8)$$

Cette commande consiste à contrôler la composante directe I_{ds} et en quadrature I_{qs} du courant statorique de façon à obtenir le couple électromagnétique et le flux souhaités dans la machine.

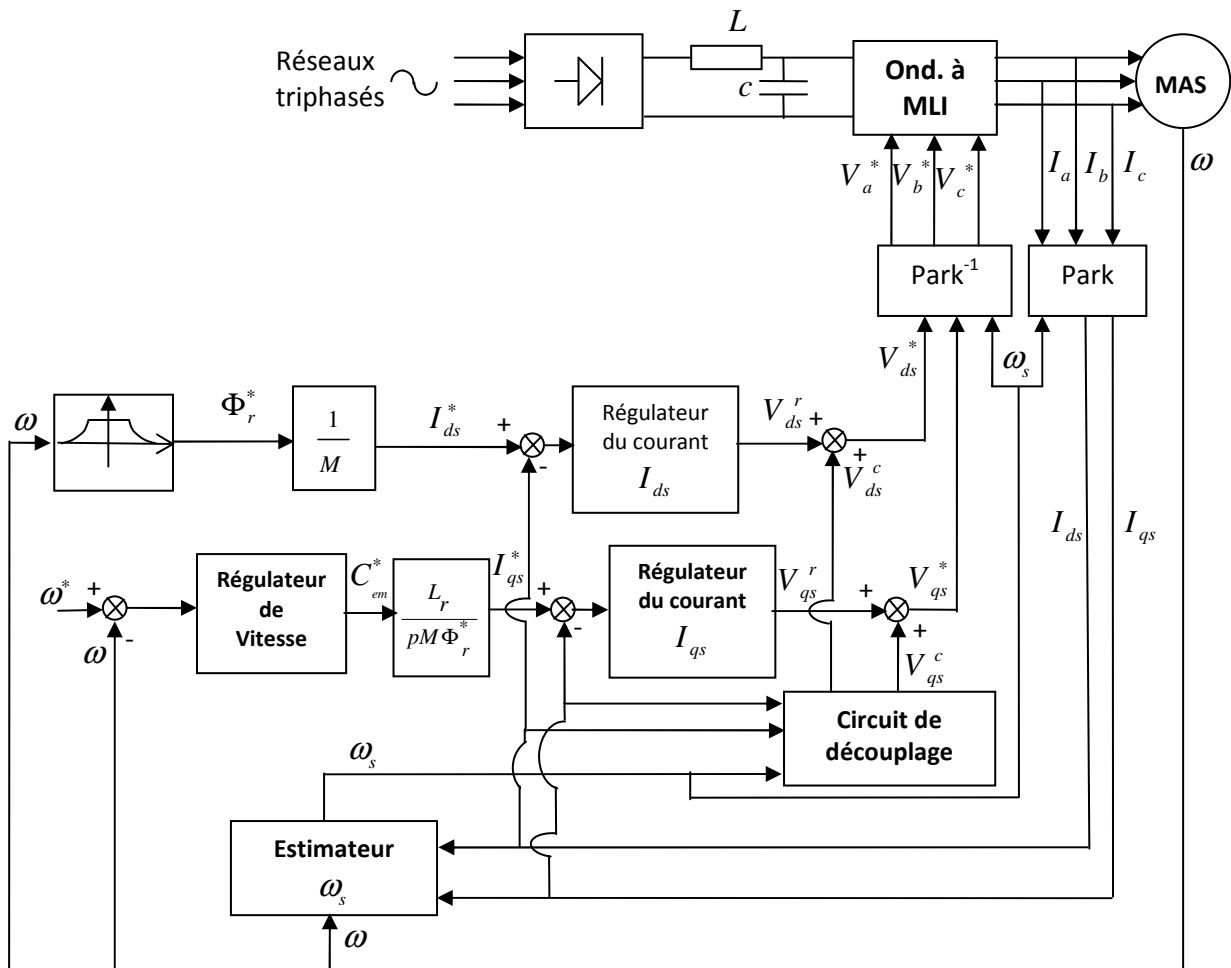


Figure. II.2. Schéma bloc de la commande vectorielle indirecte

La boucle de régulation de vitesse, celles des courants I_{ds} et I_{qs} , le bloc de calcul de θ_s et les transformations directe et inverse sont les principaux constituant dans ce type de commande.

Chapitre II : Commande vectorielle de la machine asynchrone

La vitesse est régulée à travers la boucle externe du bloc. La sortie de son régulateur est le couple électromagnétique de référence C_{em}^* ou le courant de référence I_{qs}^* qui est comparé à la valeur I_{qs} issue de la mesure des courants réels. L'erreur sollicite l'entrée de régulateur dont la sortie est la tension de référence V_{qs}^* qui subit une transformation au triphasé et à travers un onduleur de tension alimente la machine asynchrone.

En parallèle à cette boucle, on trouve la boucle de régulation du courant I_{ds} . Le courant I_{ds}^* de référence est calculé à partir du flux à imposer. Ce flux correspond à sa valeur nominale pour la zone de vitesse inférieure à la vitesse de base. Au-delà de cette zone, on procède au « défluxage » de la machine de manière à pouvoir atteindre des vitesses supérieures. Le couple maximal que l'on peut imposer devient alors plus faible. Le procédé de défluxage en grande vitesse est utilisé en particulier en traction électrique où l'on a besoin d'un fort couple pendant la phase de démarrage et d'un couple plus faible (qui ne sert à lutter contre les frottements) pendant la marche normale [10].

La sortie du régulateur du courant I_{ds} donne la tension V_{ds} . Les deux tensions de référence V_{ds}^* et V_{qs}^* sont alors transformées en grandeurs statoriques, à l'aide d'une transformation biphasée -triphasee.

L'onduleur à MLI applique des créneaux de tensions à la machine dont les valeurs moyennes sur une période de MLI correspondent aux tensions de référence V_{as} , V_{bs} et V_{cs} [5][11].

II.5.1. Principe du découplage par compensation

Dans le cas où la machine est alimentée par un onduleur de tension, les équations des tensions statoriques sont déduites de l'équation (II.3) comme suit :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \sigma L_s \frac{dI_{ds}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\Phi_r}{dt} - \sigma L_s \omega_s I_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \sigma L_s \frac{dI_{qs}}{dt} + \omega_s \frac{M}{L_r} \Phi_r + \sigma L_s \omega_s I_{ds} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Le couplage qui existe entre les deux équations est éliminé en générale par une méthode de compensation classique. Celle ci consiste à faire la régulation des courants en négligeant les termes de couplage, ces derniers seront rajoutés à la sortie des correcteurs des courants afin d'obtenir les tensions de références qui attaquent l'onduleur.

Chapitre II : Commande vectorielle de la machine asynchrone

Les termes de couplage (tensions) dans l'équation (II.9) sont les termes que lorsqu'on les élimine, les tensions restantes deviennent en relation du premier ordre avec les deux composantes du courant statorique. Soient les indices : 'r' pour régulateur et 'c' pour couplage, nous avons alors :

$$V_{ds}^* = V_{ds}^r + V_{ds}^c \quad \text{et} \quad V_{qs}^* = V_{qs}^r + V_{qs}^c \quad (\text{II.10})$$

avec :

$$\begin{cases} V_{ds}^c = -\sigma L_s \omega_s I_{qs} + \frac{M}{L_r} \frac{d\Phi_r}{dt} \\ V_{qs}^c = \omega_s \frac{M}{L_r} \Phi_r + \omega_s \sigma L_s I_{ds} \\ V_{ds}^r = R_s I_{ds} + \sigma L_s \frac{dI_{ds}}{dt} \\ V_{qs}^r = R_s I_{qs} + \sigma L_s \frac{dI_{qs}}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Les tensions V_{ds}^* et V_{qs}^* sont alors reconstituées à partir des tensions V_{ds}^r et V_{qs}^r (figure II.3).

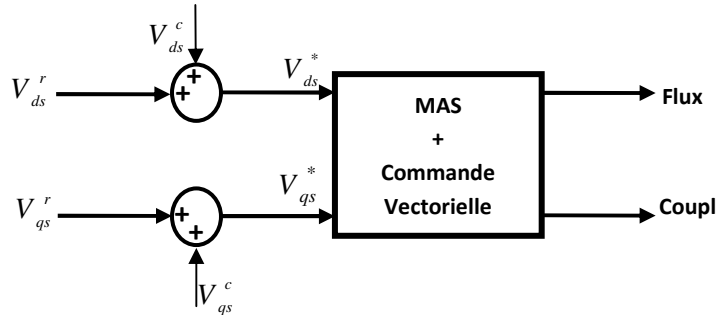


Figure II.3 Reconstitution des tensions V_{ds}^* et V_{qs}^*

Par introduction de l'opérateur de Laplace, les équations (II.9) deviennent :

$$\begin{cases} \hat{V}_{ds} = (R_s + s\sigma L_s)I_{ds} - \sigma L_s \omega_s I_{qs} \\ \hat{V}_{qs} = (R_s + s\sigma L_s)I_{qs} + \omega_s \frac{M}{L_r} \Phi_r + \sigma L_s \omega_s I_{ds} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

On peut donc, représenter le modèle de la machine par le schéma bloc de la figure (II.4) où nous schématisons en clair les termes de couplage $\omega_s \sigma L_s I_{qs}$, $\omega_s \sigma L_s I_{ds}$ et $\omega_s \frac{M}{L_r} \Phi_r$.

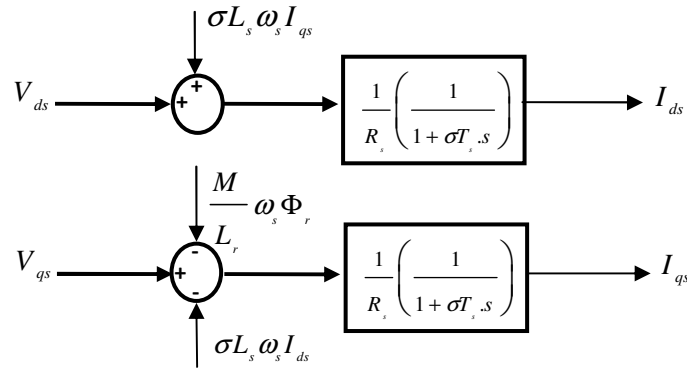


Figure II.4 Représentation du Modèle de la machine

L'ensemble modèle de la machine et sa régulation par découplage est représenté dans la figure (II.5).

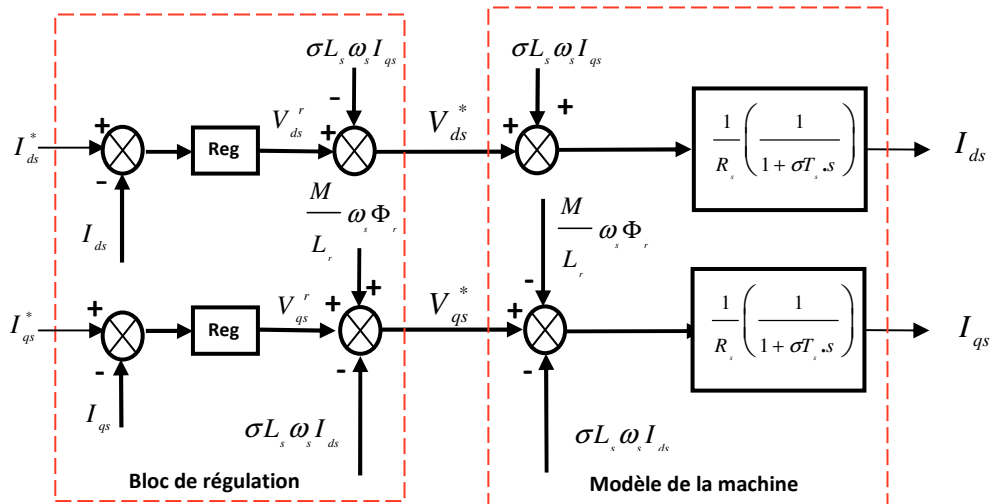


Figure II.5 Découplage par addition des termes de couplage

II.5.2. Calcul des régulateurs

Le dimensionnement du régulateur est basé sur la dynamique de la machine en boucle fermée par imposition de pôles. Pour ce fait, on calcul la fonction de transfert du système en boucle fermée, puis on identifie l'équation caractéristique avec le polynôme caractéristique désiré ayant des pôles complexes conjugués à parties réelles négatives $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$ [12].

✓ Régulation du courant

Du procédé du découplage utilisé à la figure (II.5), on abouti au schéma bloc simple et identique pour les deux axes.

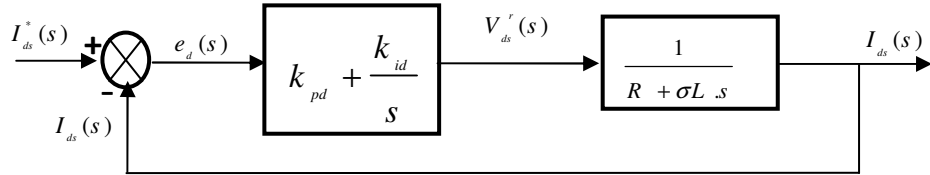


Figure II.6. Schéma fonctionnel de régulation de courant

Pour chacune des boucles de courants, on associe un régulateur de type proportionnel-intégral (PI). Il comporte une action proportionnelle qui sert à contrôler la stabilité de la boucle et une action intégrale qui sert à éliminer l'erreur statique entre la grandeur réglée et la grandeur de sortie [5].

Le régulateur de courant direct permet de définir la tension V_{ds}^r , nécessaire pour maintenir le flux de référence [10].

A flux constant égal à Φ_r^* , en supposant que le découplage est réalisé, on aura :

$$\frac{I_{ds}(s)}{V_{ds}^r(s)} = \frac{1}{R_s} \frac{1}{(1 + \sigma L_s s)} = \frac{1}{R_s + \sigma L_s s} \quad (\text{II.17})$$

L'expression du courant de référence est :

$$I_{ds}^* = \frac{\Phi_r^*}{M} \quad (\text{II.18})$$

La fonction du transfert en boucle fermé de la figure (II.6) est donnée par :

$$\frac{I_{ds}(s)}{I_{ds}^*(s)} = \frac{(k_{pd}s + k_{id}) \frac{1}{\sigma L_s}}{s^2 + \left(\frac{R_s + k_{pd}}{\sigma L_s} \right) s + \frac{k_{id}}{\sigma L_s}} \quad (\text{II.19})$$

Le polynôme caractéristique est :

$$P(s) = s^2 + \left(\frac{R_s + k_{pd}}{\sigma L_s} \right) s + \frac{k_{id}}{\sigma L_s} \quad (\text{II.20})$$

En imposant au polynôme caractéristique en boucle fermée deux pôles complexes conjugués et stables $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$, alors :

$$P(s) = s^2 + 2\rho s + 2\rho^2 = 0 \quad (\text{II.21})$$

L'identification terme à terme des deux équations (II.20) et (II.21) entraîne que :

$$\begin{cases} k_{id} = 2\sigma L_s \rho^2 \\ k_{pd} = 2\sigma L_s \rho - R_s \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

✓ **Régulation de la vitesse**

Le régulateur de vitesse permet de déterminer le couple de référence, afin de maintenir la vitesse correspondante.

L'équation mécanique donne :

$$\frac{\omega(s)}{C_{em}(s)} = \frac{p}{f_v + J \cdot s} \quad (\text{II.23})$$

avec : $\omega = p\Omega$

En associant à cette fonction un régulateur PI, on obtient la structure donnée dans la figure (II.7) :

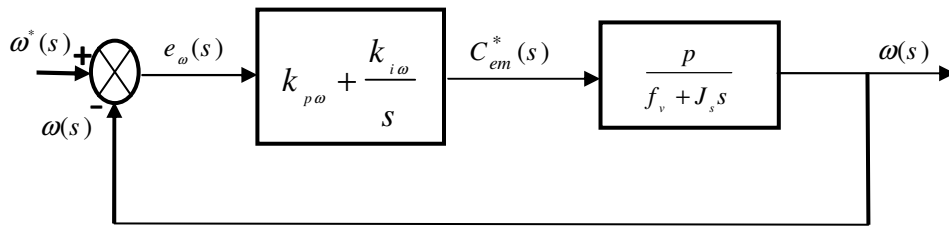


Figure II.7. Schéma fonctionnel de régulation de vitesse

La fonction du transfert en boucle fermée de la figure (II.7) est donnée par :

$$\frac{\omega(s)}{\omega^*(s)} = \frac{(k_{p\omega}s + k_{i\omega}) \frac{P}{J}}{s^2 + \left(\frac{f_v + k_{p\omega}P}{J} \right) s + \frac{k_{i\omega}P}{J}} \quad (\text{II.24})$$

Le polynôme caractéristique est :

$$P(s) = s^2 + \left(\frac{f_v + k_{p\omega}P}{J} \right) s + \frac{k_{i\omega}P}{J} = 0 \quad (\text{II.25})$$

En imposant au polynôme caractéristique en boucle fermée deux pôles complexes conjugués et stables $s_{1,2} = \rho(-1 \pm j)$, alors :

$$P(s) = s^2 + 2\rho s + 2\rho^2 \quad (\text{II.26})$$

L'identification terme à terme des deux équations (II.25) et (II.26) entraîne que :

$$\begin{cases} k_{i\omega} = \frac{2 \cdot J \cdot \rho^2}{p} \\ k_{p\omega} = \frac{2 \cdot \rho \cdot J - f_v}{p} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

✓ **Discrétisation du régulateur PI.**

Les calculs qui suivent sont développés pour un régulateur de vitesse, mais la procédure reste valable pour le régulateur de courant. En effet, la fonction de transfert du régulateur PI est [10]:

$$\frac{C_{em}^*(s)}{e_{\omega}(s)} = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} \quad (\text{II.28})$$

Cette fonction peut être écrite, dans le domaine temporel, comme suit :

$$C_{em}^* = k_{p\omega} (\omega^* - \omega) + k_{i\omega} \int_0^t (\omega^* - \omega) d\tau \quad (\text{II.29})$$

La discrétisation de cette équation fournit :

$$C_{em}^*(k) = k_{p\omega} (\omega^*(k) - \omega(k)) + k_{i\omega} S(k) \quad (\text{II.30})$$

avec

$$S(k) = S(k-1) + h (\omega^*(k) - \omega(k)) \quad (\text{II.31})$$

h : est la période d'échantillonnage

La commande doit être limitée par un simple dispositif d'écrêtage défini par :

$$C_{em}^*(k) \Big|_{\text{limité}} = \begin{cases} C_{em}^*(k) & \text{si } |C_{em}^*(k)| \leq C_{em}^{\max} \\ C_{em}^{\max} \text{ signe}(C_{em}^*(k)) & \text{si } |C_{em}^*(k)| \geq C_{em}^{\max} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

La limite maximale adoptée est $C_{em}^{\max} = 2,5 C_{em}^n = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Cette limitation provoque un effet d'emballement (effet windup). Ainsi, le régulateur doit être associé à un système d'anti-windup afin d'éviter le dépassement dû au fait que l'intégrateur continue à sommer une erreur qui ne correspond plus à la tension de commande.

Si $e_{\omega}(k)$ est l'écart entre la vitesse de consigne et la vitesse mesurée :

$$e_{\omega}(k) = \omega^*(k) - \omega(k) \quad (\text{II.33})$$

et si e_{ω}^L correspond à l'erreur de vitesse qui aurait produit le couple de sortie du régulateur obtenue après la fonction de saturation :

$$e_{\omega}^L(k) = e_{\omega}(k) - \frac{1}{k_{p\omega} + h.k_{i\omega}} \left(C_{em}^*(k) - C_{em}^*(k) \Big|_{\text{limité}} \right) \quad (\text{II.34})$$

L'équation du sommateur devient alors :

$$S(k) = S(k-1) - e_{\omega}^L(k) \quad (\text{II.35})$$

✓ Mode défluxé

Le fonctionnement de la machine est normal jusqu'à des valeurs nominales (vitesse, puissance, couple). Si on veut tourner la machine à des vitesses supérieures à la vitesse nominale, celle-ci devient surchargée en dépassant sa puissance nominale. C'est pourquoi, on doit diminuer le flux de la machine avec l'augmentation de la vitesse au-delà de sa valeur nominale pour assurer un fonctionnement à puissance constante (nominale). On appelle cette opération le défluxage. Dans ces conditions, on peut faire tourner la machine à des vitesses supérieures à sa vitesse nominale, en gardant en même temps la puissance mécanique constante et égale à sa valeur nominale. Ainsi, on peut éviter la surcharge et le sur-échauffement de la machine.

Le Principe de défluxage consiste à maintenir le flux rotorique constant est égal au flux nominal et en le faisant varier sur une plage pour les vitesses supérieures à la vitesse nominale.

Pour cela, on impose un flux de référence défini par :

$$\Phi_r^* = \begin{cases} \Phi_{r_nom} & \text{si } |\Omega| \leq \Omega_{nom} \\ \frac{\Omega_{nom}}{|\Omega|} \Phi_{r_nom} & \text{si } |\Omega| \geq \Omega_{nom} \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

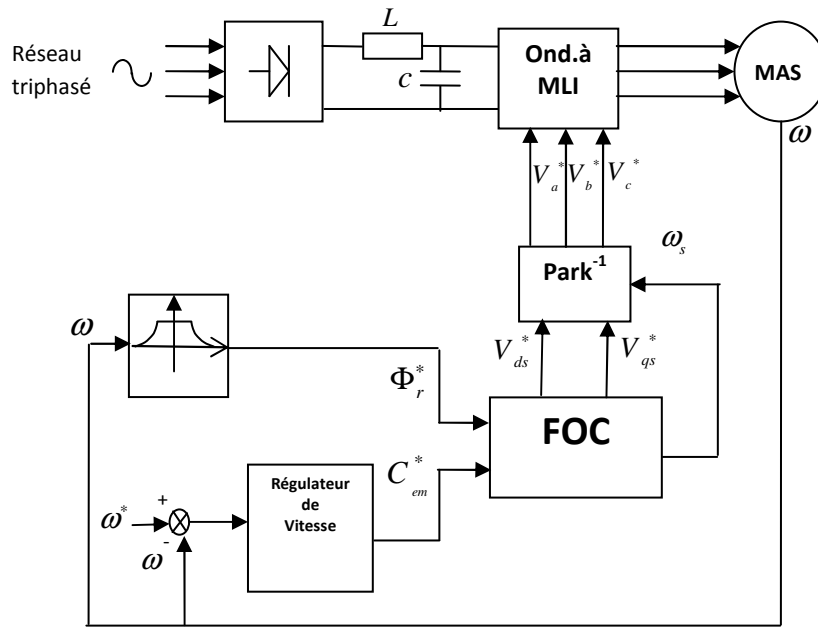


Figure II.8. Schéma de la commande découplée par orientation de flux

II.6 RESULTATS DE SIMULATION DE LA COMMANDE VECTORIELLE INDIRECTE

II.6.1. Vérification du découplage

Afin de vérifier le découplage introduit par la commande vectorielle indirecte (figure II.8) entre le flux et le couple, nous simulons le système en imposant une référence de flux rotorique de 1(web), et un couple de référence sous forme de créneaux [+25Nm, -25Nm, 0Nm] dans les intervalles de temps respectifs suivants:[0, 0.35], [0.35, 0.65], [0.65, 1] secondes.

Deux cas de simulations vont être présentés, commande vectorielle sans onduleur et avec onduleur.

On constate dans le premier cas (sans onduleur) que le couple électromagnétique suit parfaitement la référence imposée et que le flux rotorique est pratiquement égal à sa composante directe et que sa composante en quadrature est nulle (figure II.9). Contrairement au deuxième cas (avec onduleur) qui se rapproche plus à la réalité (figure II.10).

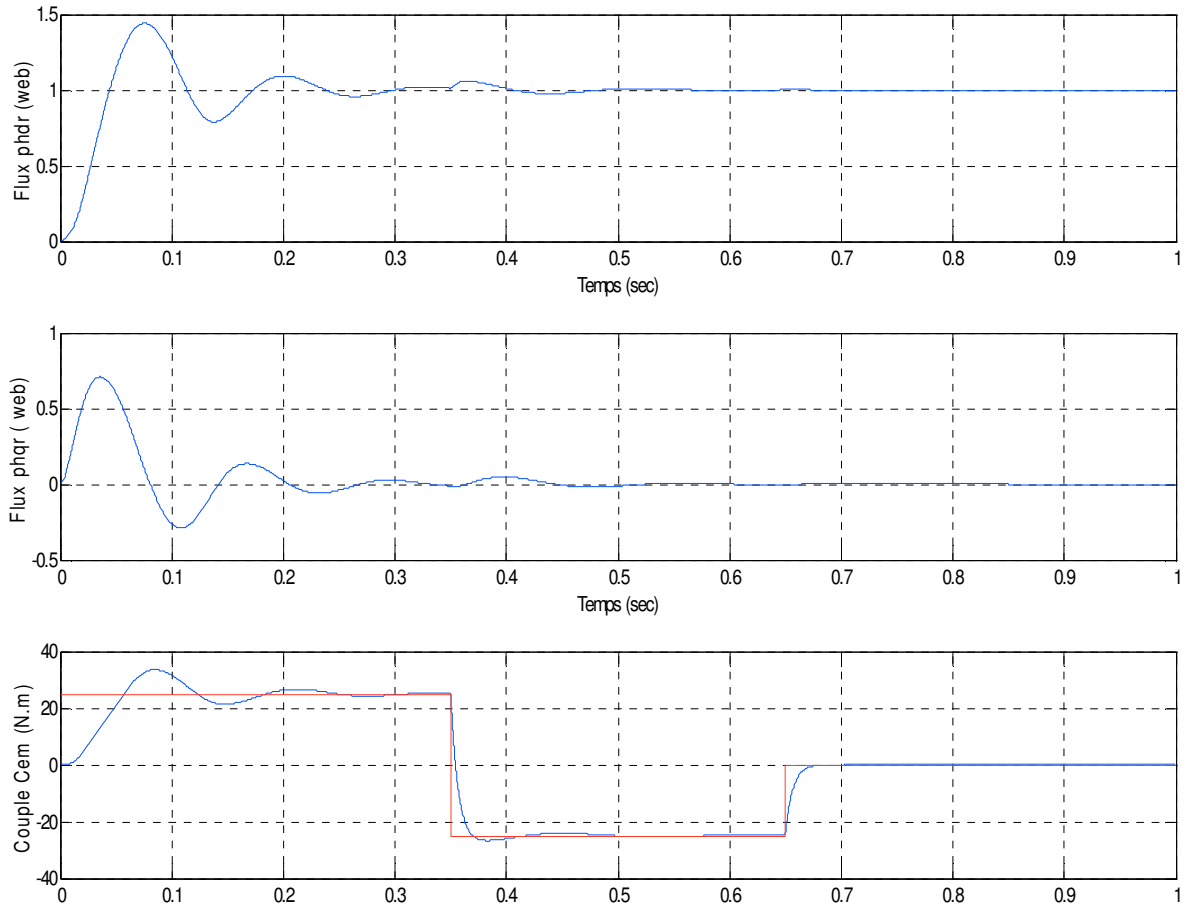


Figure II.9. Commande par orientation de flux rotorique en boucle ouverte sans onduleur

Dans les deux cas, nous observons que les variations brusques du couple électromagnétique n'influencent pas le flux rotorique, ce qui montre le découplage entre le couple et le flux.

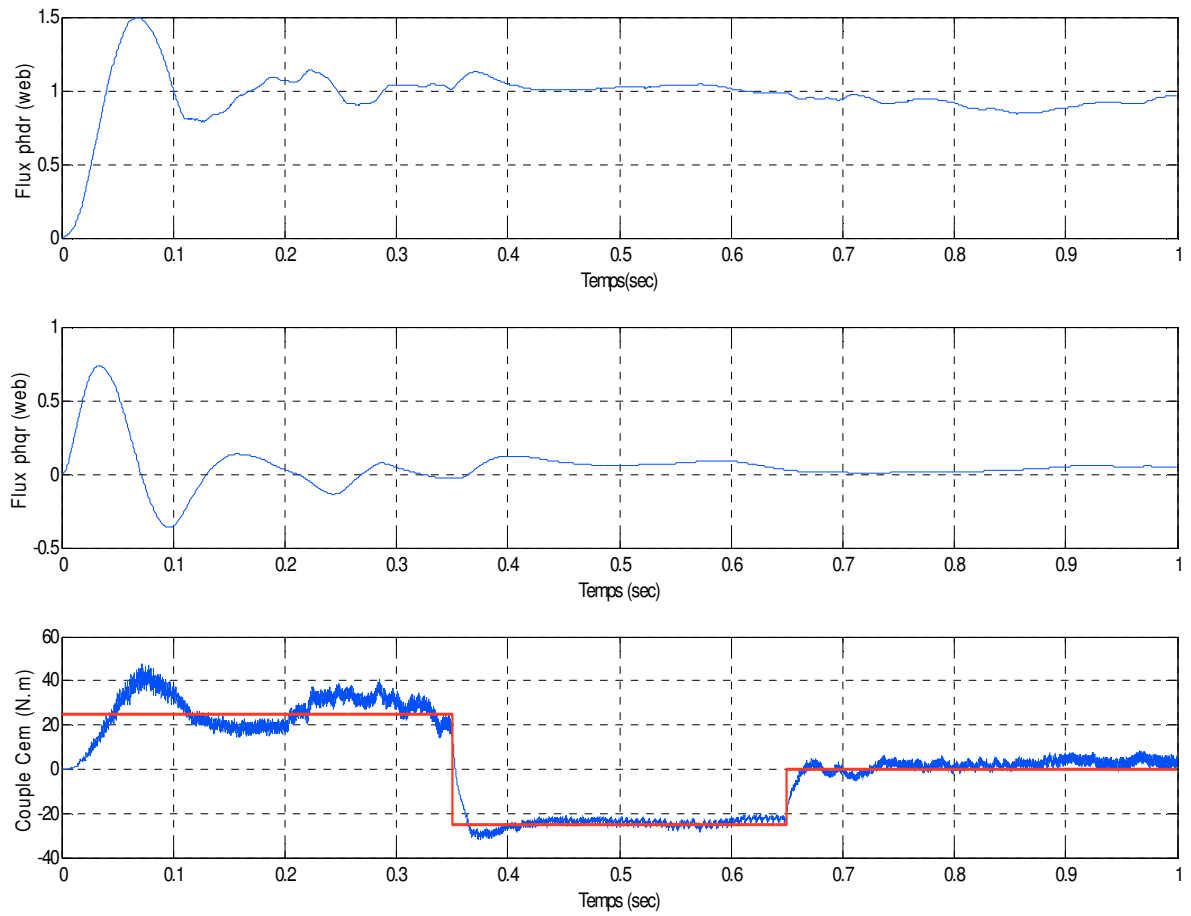


Figure II.10. Commande par orientation de flux rotorique en boucle ouverte avec onduleur

II.6.2. Régulation classique de la vitesse de la machine asynchrone

Les simulations présentées dans ce paragraphe vont nous permettre d'illustrer les performances statiques et dynamiques de la commande vectorielle en utilisant un régulateur classique type PI.

Les coefficients du régulateur de vitesse sont déterminés par un placement de pôles avec $\rho = 35$, ce qui donne $K_p = 1.081$ et $K_i = 37.975$.

Pour démontrer les performances statique et dynamique de commande vectorielle indirecte imposée à la machine avec un régulateur PI, on a simulé les cas suivants :

- Démarrage à vide suivi d'une application de charge.
- Test d'inversion de vitesse avec charge.
- Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique.
- Essai à basse vitesse (zéro vitesse).

- **Démarrage à vide suivi d'une application de charge.**

Pour tester la robustesse de la régulation, nous avons simulé un démarrage à vide pour une vitesse de référence $N = 1000$ (tr/min), suivi d'une application de charge nominale $C_r = 10 Nm$ à l'instant $t = 0.5$ sec. Les résultats de simulation sont présentés par la figure (II.11) où nous constatons que la vitesse suit avec de bonnes performances dynamiques et sans erreur statique la vitesse de référence même après application du couple de charge.

Les résultats obtenus montrent aussi le découplage entre le couple électromagnétique et le flux rotorique traduit par la réponse des composantes I_{ds} et I_{qs} du courant statorique.

Le couple admet une forte valeur avec une oscillation (fort appel de courant au démarrage, bref mais important) et suit parfaitement sa référence. Puis après l'application du couple de charge $C_r = 10 Nm$, le couple électromagnétique se rétablit et atteint sa valeur finale de charge $C_{em} = 10 Nm$. La figure (II.11) montre aussi que le courant I_{qs} est l'image du couple C_{em} qui suit également sa référence. Le courant I_{ds} est quasiment stable et suit sa référence. On trouve aussi dans la figure II.11 la courbe de la tension de commande V_{as} , dans laquelle nous constatons que lors de l'application de la charge, la commande augmente dans le but de conserver la vitesse à sa valeur de référence, la même remarque pour le courant statorique I_{as} .

- **Test d'inversion de vitesse avec charge .**

La figure II.12 présente le test d'inversion de vitesse de la machine avec charge. Ce test permet d'évaluer davantage les performances de cette commande, dans laquelle nous introduisons un changement de consigne de vitesse de $1000tr / min$ à $-1000tr / min$ comme suit :

- à $t = 0s$ la machine démarre à vide.

- de $t > 1s$ et $t < 2s$ on applique une charge $C_r = 10 Nm$.
- de $t > 2s$ on inverse la consigne de vitesse à $-1000tr/min$, et également le couple de charge à $C_r = -10 Nm$.

D'après la figure II.12, on constate que le couple électromagnétique et les composantes du courant marquent des pics lors de l'inversion du sens de rotation, puis se stabilise au régime permanent, le couple suit sa référence et le découplage persiste toujours, ce qui montre la robustesse de cette commande vis-à-vis les variations du sens de rotation avec charge.

- **Robustesse vis à vis à la variation la résistance rotorique.**

Dans cette partie la robustesse de la commande vectorielle sous régulateur PI vis-à-vis de la variation des paramètres électriques du moteur est étudiée. Les figures (13.a et b) présentent l'effet de la variation paramétrique de la résistance rotorique R_r , où nous présentons les résultats de simulation lors d'une variation (augmentation) de cette résistance de 200% et 400% à l'instant de temps $t = 1sec$, respectivement. La robustesse de cette commande est conservée pour la première variation de cette résistance (figure II.13.a), tandis que pour la deuxième variation paramétrique (très grande), on constate que cette commande devient non robuste (perte de découplage), ce qui provoquera pour des variations supérieures à 400% une instabilité du système (figure 13. b) et une divergence de la vitesse de rotation par rapport à la vitesse de référence.

- **Essai à basse vitesse (zéro vitesse).**

Dans cet essai on fait tourner la machine pour deux vitesses de rotations : $N = 20tr/min$ et $N = -20tr/min$. Les résultats de simulation sont illustrés par la figure (II.14). On note que la qualité de cet essai n'est pas trop satisfaisante, ce qui montre l'incapacité du régulateur PI à commander la machine aux faibles vitesses.

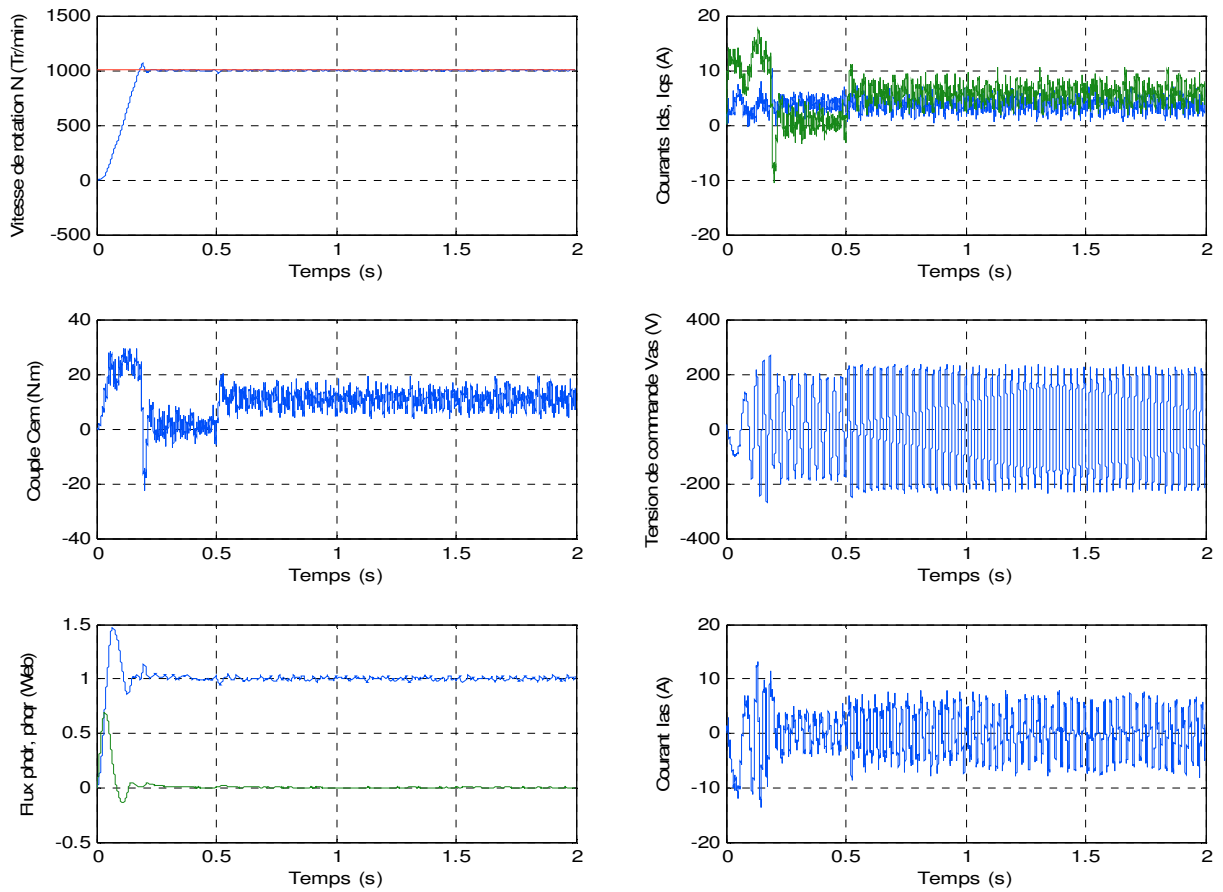


Figure II.11. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une application de charge $C_r = 10Nm$

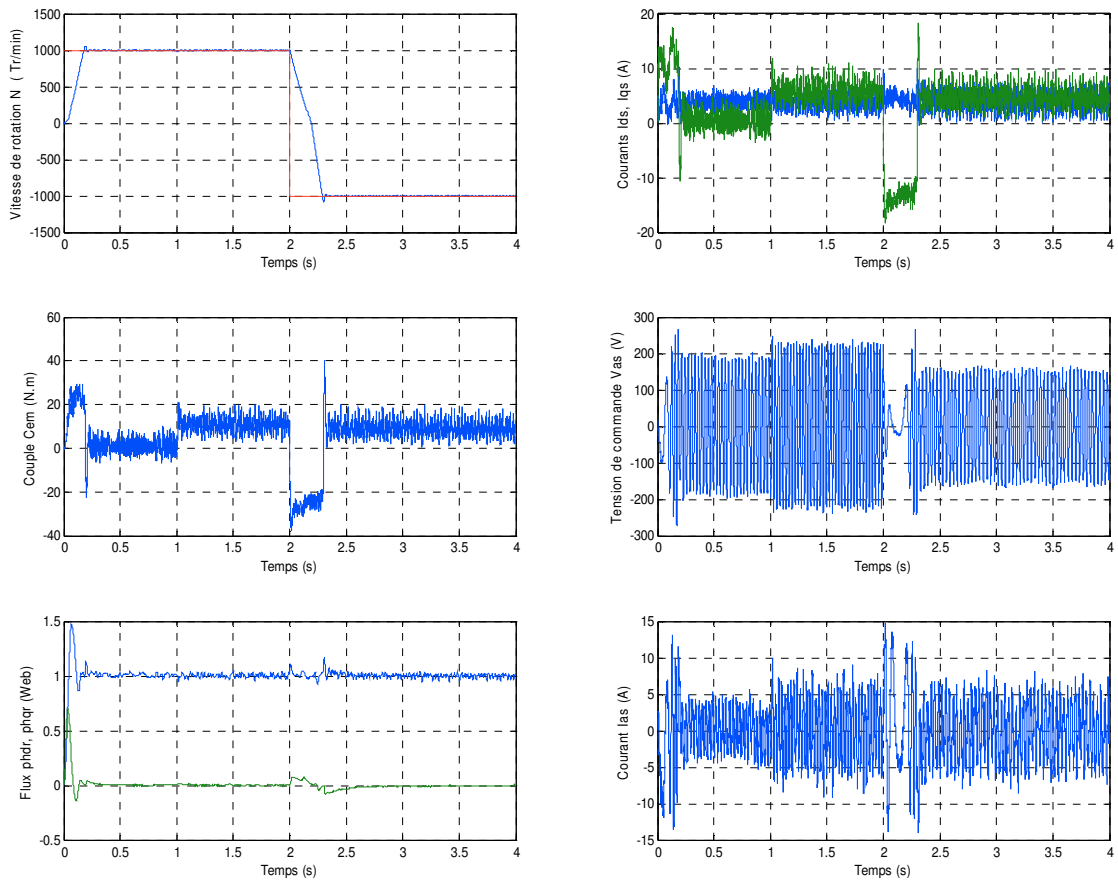


Figure II.12. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une inversion de vitesse avec charge.

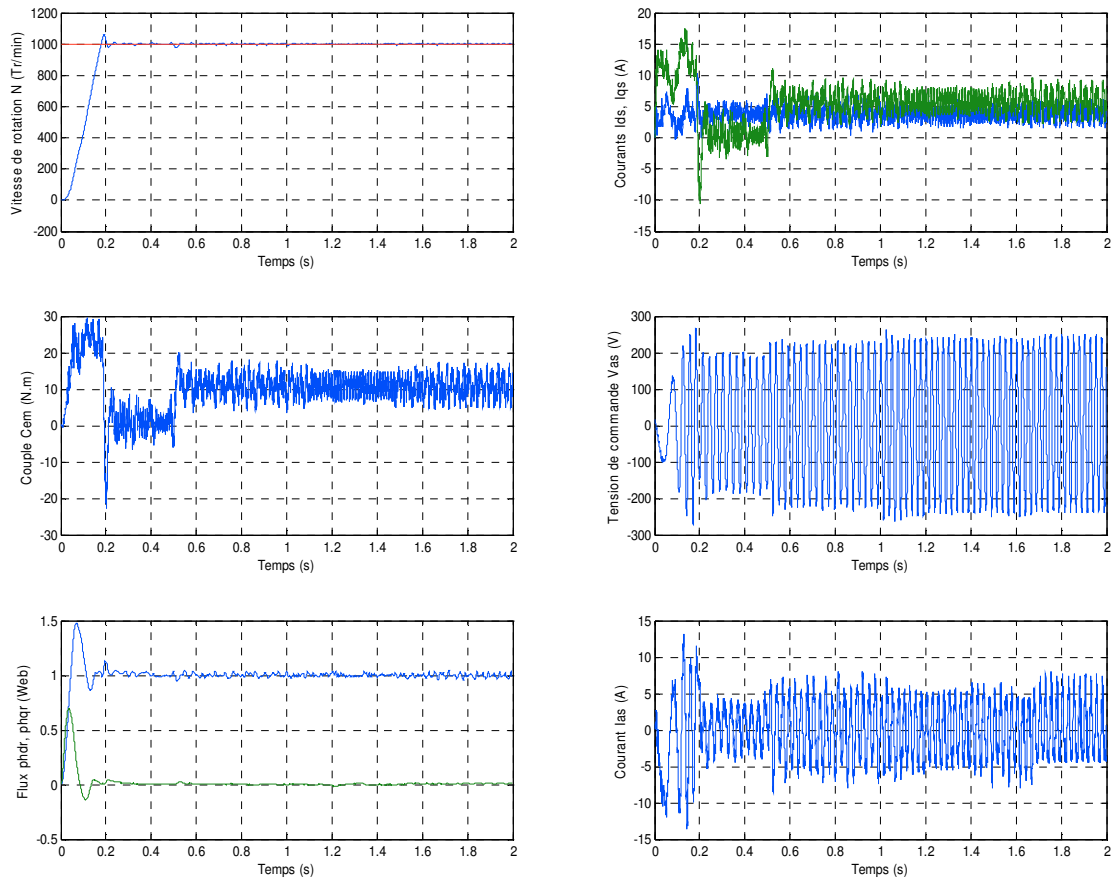


Figure II.13.a. Effet de variation paramétrique ($R_r + 200\%R_r$)

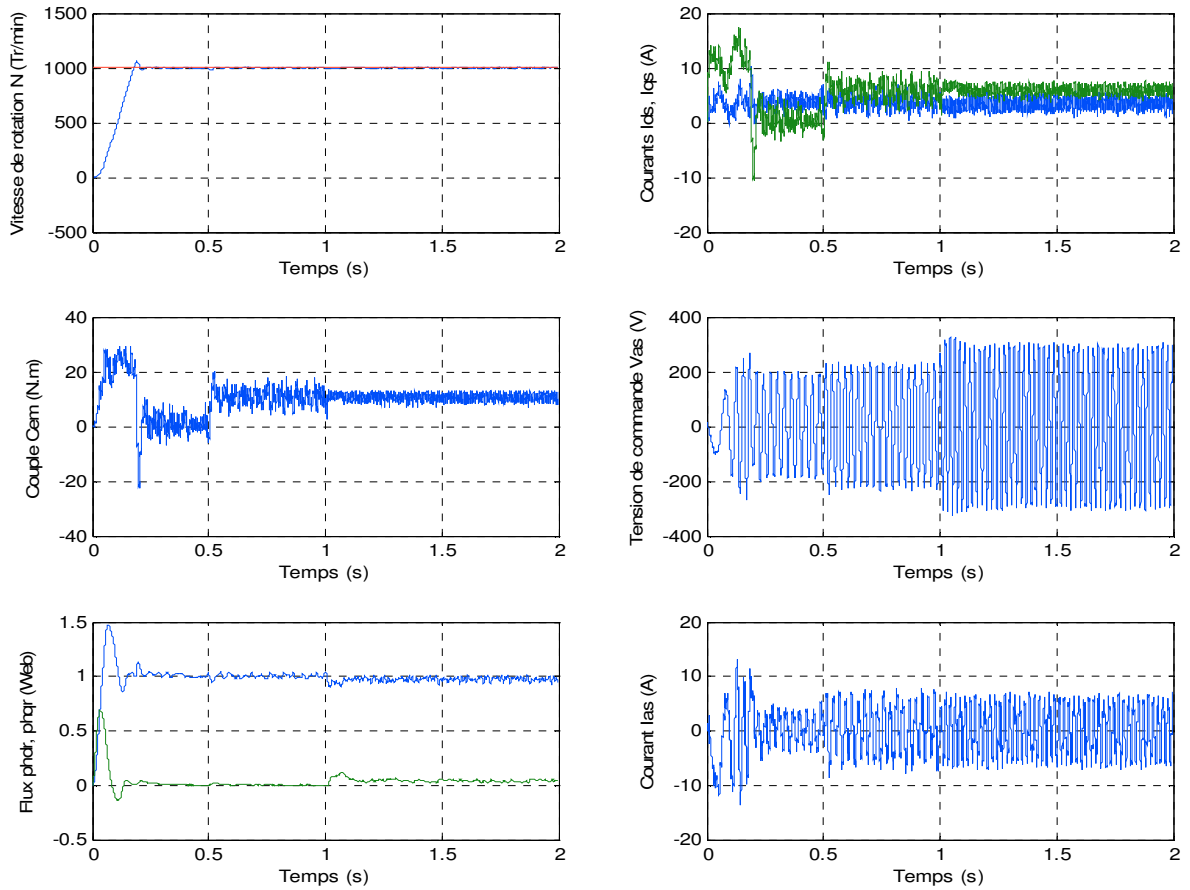


Figure II.13.b. Effet de variation paramétrique ($R_r + 400\%R_r$)

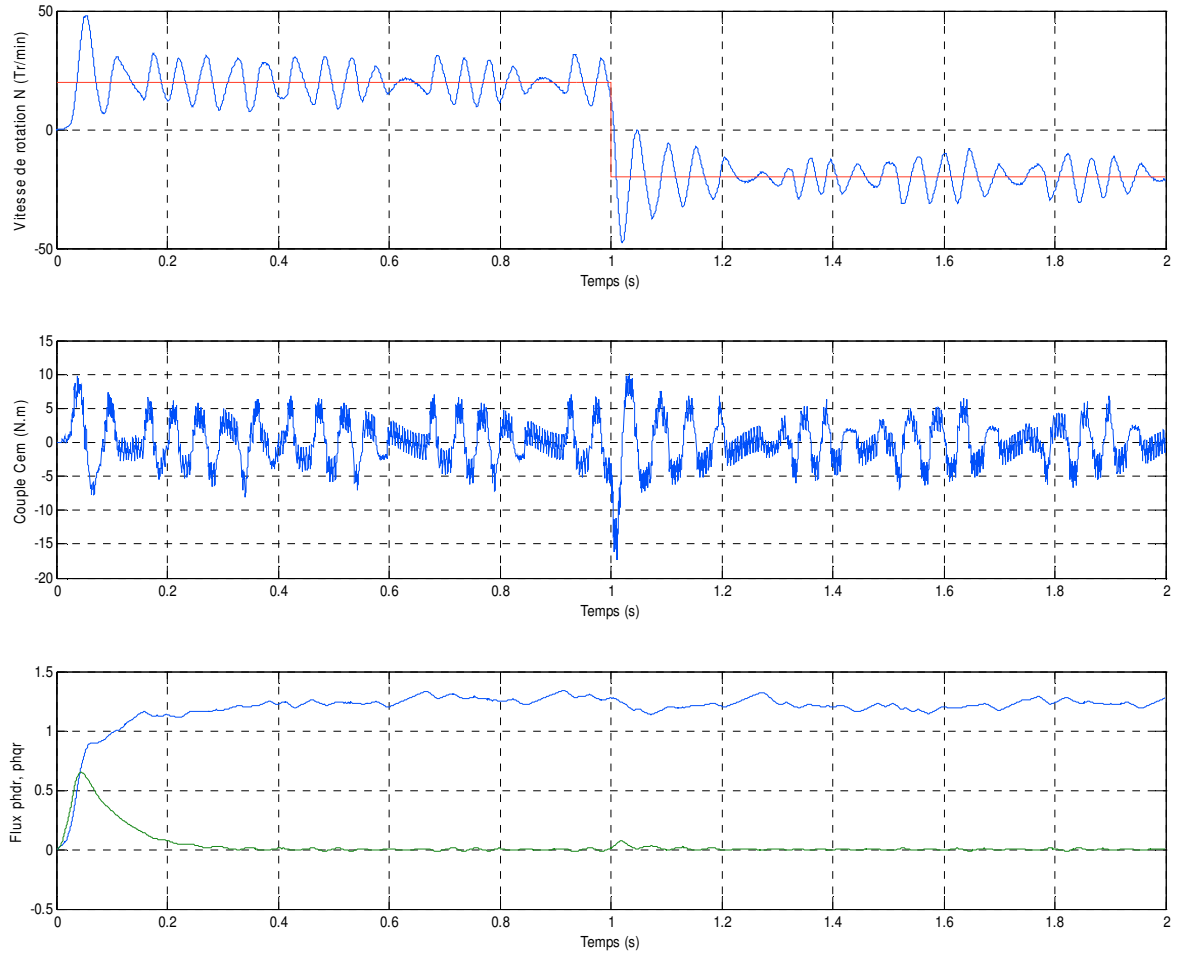


Figure II.14 Résultats d'un fonctionnement à basse vitesse

II.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre, la commande vectorielle ainsi que ses lois ont été étudiées et appliquées à la machine asynchrone. Le principe fondamental de cette commande était le découplage entre le couple et le flux. Deux types de commandes vectorielles ont été présentés, directe et indirecte. Les résultats de simulation que nous avons donnés sont relatifs à la commande vectorielle indirecte. Ils montrent clairement la réalisation du découplage. Par ailleurs, le réglage conventionnel à base de régulateur proportionnel intégrateur (PI) donne des résultats acceptables sauf pour les deux cas suivants :

- grands changements dans les paramètres de la machine. Cependant, une erreur ou une dérive sur les paramètres de la machine vont influencer d'une manière directe sur les coefficients du régulateur PI et sur le découplage ce qui provoque l'instabilité de la machine
- fonctionnement de la machine à basse vitesse, où nous constatons que la poursuite n'est pas très bonne vu la présence de fortes oscillations.

Pour palier à ces problèmes, des régulateurs à base de techniques intelligentes sont recommandés ce qui fera l'objet du troisième chapitre.

CHAPITRE III

COMMANDE FLOUE TYPE-1 DE LA MACHINE ASYNCHRONE

III.1. INTRODUCTION

La logique floue est une extension de la logique classique dans le but de raisonner sur des connaissances imparfaites. Elle est née en 1965 des travaux de Lotfi A. Zadeh, professeur à l'université de Californie à Berkley.

L'auteur eut l'idée d'élargir la notion d'appartenance, normalement traduite par « oui » ou « non » aux critères « peut être », « sans doute », « à peu près »...etc. Il a ainsi fixé la notion de sous ensemble flou et a fourni le point de départ d'une nouvelle théorie : la théorie des ensembles flous [13].

La première et la plus significative pour l'application industrielle de la logique floue est celle menée par Hitachi, consistant à réaliser la commande automatisée du métro de Sendai (ville située à 300 Km de Tokyo). Ce dispositif, entièrement sous contrôle d'un ordinateur utilisant des algorithmes basés sur la logique floue, a permis une réduction de 10% de la consommation d'énergie. De plus, la conduite était si douce que les passagers n'avaient plus besoin de se tenir aux rampes ou aux poignées.

Ce chapitre est divisé en trois parties principales. Dans la première partie les éléments théoriques de la logique floue seront présentés en détail. La deuxième partie sera consacrée à la conception d'un régulateur flou type-1 non adaptatif et finalement une commande adaptative floue type-1 sera donnée dans la troisième partie.

III.2. THEORIE DES ENSEMBLES FLOUS

Un ensemble flou A sur un univers de discours U est caractérisé par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui prend ses valeurs sur l'intervalle $[0, 1]$. Un ensemble flou est une généralisation d'un sous ensemble ordinaire qui sa fonction d'appartenance prend que les deux valeurs 0 ou 1. La fonction

d'appartenance fournit une mesure du degré qu'un élément de U soit un élément d'un sous ensemble flou [14].

En logique floue un élément peut résider dans plus qu'un ensemble à des degrés d'appartenances différents. Ceci ne peut se produire dans la théorie des ensembles ordinaires.

Un ensemble flou A dans U peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées de l'élément générique x et son niveau (degré) d'appartenance :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U\} \quad (\text{III.1})$$

Quand l'univers de discours U est un ensemble continu (Exp : nombres réels), le sous ensemble flou A est écrit comme suit :

$$A = \int_U \mu_A(x) / x \quad (\text{III.2})$$

Quand U est discret, A s'est écrit comme suit :

$$A = \sum_U \mu_A(x) / x \quad (\text{III.3})$$

III.3. LES FONCTIONS D'APPARTENANCE

Les formes les plus couramment utilisées pour les fonctions d'appartenance sont les formes triangulaires, trapézoïdales ou Gaussiennes [14], [15].

- **Fonction d'appartenance trapézoïdale** [16]

$$\mu(x; a, b, c, d) = \max \left(0, \min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right) \right) \quad (\text{III.4})$$

où a, b, c et d sont les coordonnées des apex du trapèze. Si $b = c$, nous obtenons une fonction d'appartenance triangulaire.

- **Fonction d'appartenance exponentielle par morceaux**

$$\mu(x; c_g, c_d, w_g, w_d) = \begin{cases} \exp \left(- (x - c_g / 2w_g)^2 \right) & \text{si } x < c_g \\ \exp \left(- (x - c_d / 2w_d)^2 \right) & \text{si } x > c_d \\ 1 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

où c_g et c_d sont les limites gauche et droite, respectivement ; et w_g, w_d sont les largeurs gauche et droite, respectivement. Pour $c_g = c_d$ et $w_g = w_d$, la fonction d'appartenance gaussienne est obtenue.

- **Fonction d'appartenance gaussienne**

$$\mu(x; c, \sigma) = \exp\left(-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.6})$$

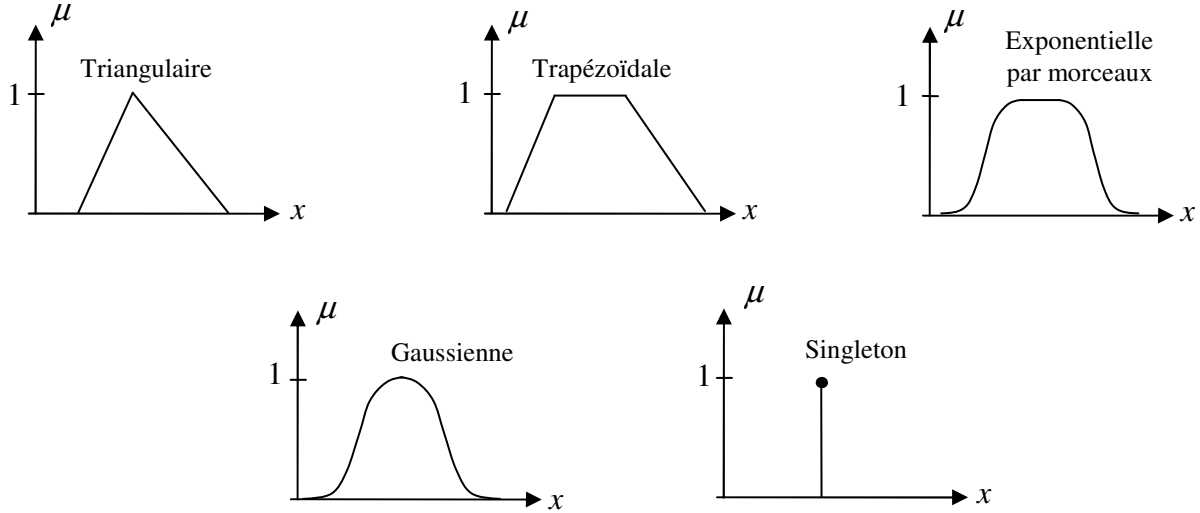


Figure. III.1. Différentes formes des fonctions d'appartenance [13].

où c est le centre de la gaussienne et σ sa largeur (variance).

- **Fonction d'appartenance singleton**

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Les fonctions d'appartenance doivent se chevaucher. Ceci nous permet d'avoir le fait que « un verre peut être partiellement plein et partiellement vide à la fois ».

III.4. OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS

En logique floue, l'union, l'intersection et la complémentation sont définies en termes de leurs fonctions d'appartenance. Soient les ensembles flous A et B définis par leurs fonctions d'appartenance $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$.

Une définition de l'union floue mène à la fonction d'appartenance [14], [17]; [18].

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (\text{III.8})$$

Une autre définition de l'intersection floue mène à la fonction d'appartenance :

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (\text{III.9})$$

Et pour la complémentation on a :

$$\mu_{\bar{B}}(x) = 1 - \mu_B(x) \quad (\text{III.10})$$

Exemple 1

Considérons les ensembles flous $A =$ le coefficient de frottement ξ est considérablement grand que 0.5, et $B =$ le coefficient de frottement est approximativement 0.707. Notons que le coefficient de frottement est un nombre réel positif. Donc, $A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U\}$, et $B = \{(x, \mu_B(x)) / x \in U\}$, où par exemple $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$ sont définies par :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0.5 \\ \frac{1}{1+(x-0.5)^{-2}} & x > 0.5 \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1+(x-0.707)^4} \quad x > 0 \quad (\text{III.12})$$

On représente sur la figure (III.2) les fonctions $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, $\mu_{A \cup B}(x)$, $\mu_{A \cap B}(x)$ et $\mu_{\bar{B}}(x)$.

On observe que le point (élément) $x = 0.5$ existe dans les deux ensembles B et \bar{B} simultanément, mais à des degrés différents, parce que $\mu_B(0.5) \neq \mu_{\bar{B}}(0.5)$.

Cet exemple nous montre que les lois de contradiction et du tiers exclu sont violées par les ensembles flous, équivalents à dire :

$$A \cup \bar{A} \neq U \quad (\text{III.13})$$

$$A \cap \bar{A} \neq \emptyset \quad (\text{III.14})$$

En fait, l'une des méthodes pour décrire la différence entre la théorie des ensembles ordinaires et celle des ensembles flous est la violation des lois d'Aristo par les ensembles flous comme on vient de le voir dans les relations (III.13) et (III.14). En conséquence n'importe quelle théorie mathématique appliquée aux ensembles ordinaires, comme les probabilités, sera différente de la théorie des ensembles flous [17].

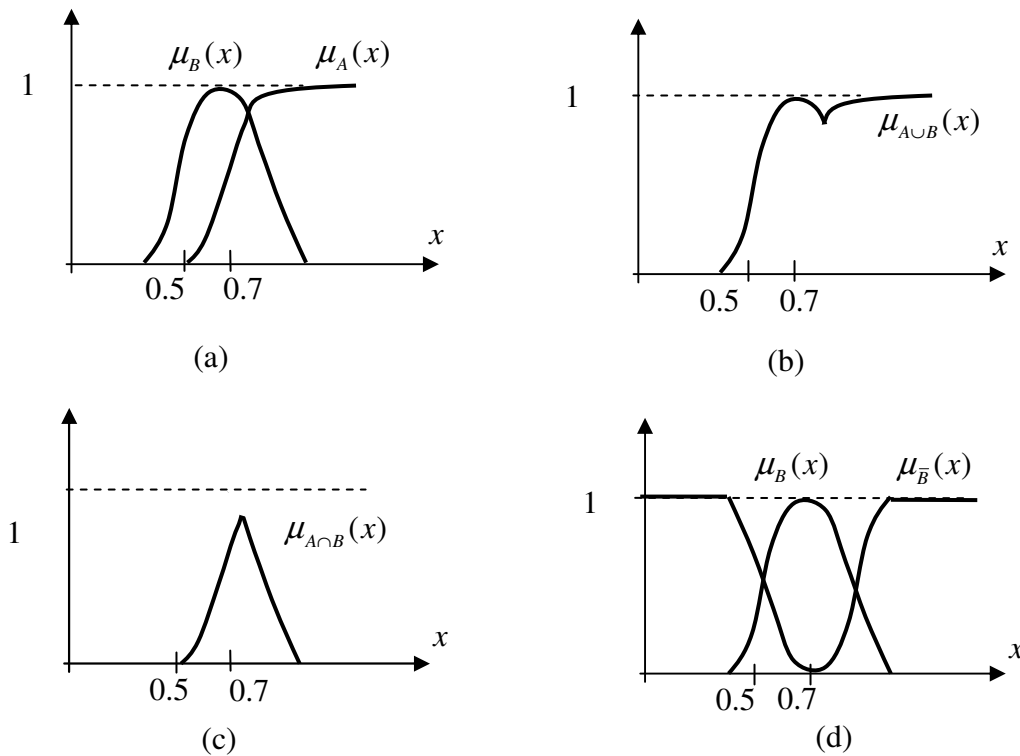


Figure. III.2. Fonctions d'appartenance associées à A et B.
 a): $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$, b): $\mu_{A \cup B}(x)$, c): $\mu_{A \cap B}(x)$ et d) $\mu_{\bar{B}}(x)$.

III.5. SYSTEMES FLOUS

III.5.1. système flou

Un système flou peut être vu comme un système expert fonctionnant à partir d'une représentation de connaissances basée sur la théorie des ensembles flous. La figure III.3 montre le schéma synoptique d'un tel système.

Nous allons fournir dans ce qui suit une description sommaire de chaque module composant ce contrôleur [17][18][19]:

- **Base de données du processus** : elle est composée de l'ensemble des renseignements que nous possédons sur le processus. Elle permet de définir les fonctions d'appartenance et les règles floues du système flou.
- **Interface « Numérique → Symbolique » ou fuzzification** : ce module traduit les données numériques caractérisant l'état du système. Il fournit une caractérisation floue des variables du système flou sous forme symbolique.

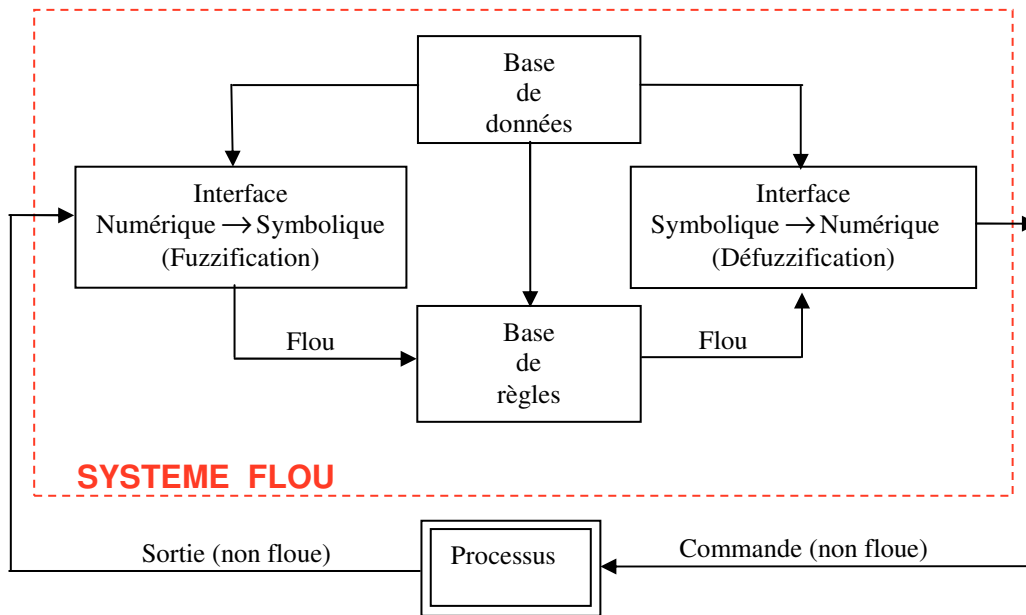


Figure. III.3. Schéma synoptique général d'un système flou.

- **Base de règles de décision** : une action, sous forme symbolique est décidée en fonction des variables floues précédemment calculées.
- **Interface « Symbolique → Numérique »** : ce module traduit l'action floue en une action directement applicable au processus à commander. Il s'agit de l'étape de défuzzification.

Le système flou, tel qu'il apparaît dans la boucle de régulation de notre processus, se présentera tel que le montre la figure III.4.

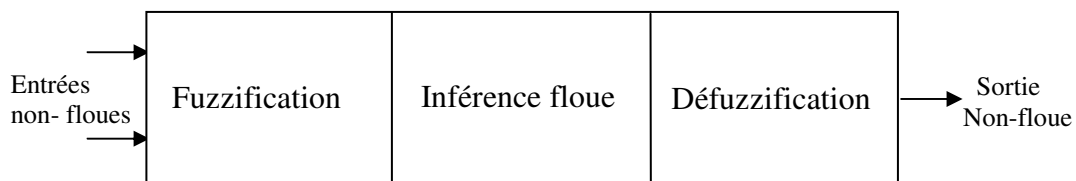


Figure. III.4. Organisation d'un système flou.

III.5.2. Base de données

Le choix approprié des variables d'état du processus et des variables de contrôle est essentiel pour caractériser un système flou. De plus, la sélection des variables linguistiques a un effet important sur les performances d'un système flou. Durant cette étape de sélection, l'expérience et la connaissance de l'ingénieur jouent un rôle important. En particulier, le choix des variables linguistiques et leurs fonctions d'appartenance a une grande influence sur la structure de système flou [19][20].

Pratiquement la base de données contient les fonctions d'appartenances des variables linguistiques des prémisses et des conséquences.

III.5.3. Base de règles

Une base de règles floues est une collection de règles IF-THEN sous la forme :

$$R^{(j)} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^j \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^j, \text{ THEN } y \text{ is } B^j \quad (\text{III.15})$$

où A_i^j et B^j sont des ensembles flous dans $U_i \subset R^n$ et $V \subset R$, respectivement, et $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in U_1 \times \dots \times U_n$ et $y \in V$ sont des variables linguistiques. Soit M le nombre de règles floues IF-THEN dans la base de règles c.-à-d. $j=1, 2, \dots, M$ dans l'équation (III.15). \underline{x} et y sont l'entrée et la sortie du système flou, respectivement.

III.5.4. Fuzzification

L'opération de fuzzification réalise une transformation d'un point ordinaire (classique) $\underline{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in U$ vers un ensemble flou A' dans U . Il existe deux choix possibles de fuzzification :

- **Fuzzification type singleton** : A' est un singleton flou dont le support est \underline{x} , c.-à-d., $\mu_{A'}(x') = 1$ pour $x' = \underline{x}$ et $\mu_{A'}(x') = 0$ pour tout $x' \neq \underline{x}$.
- **Fuzzification type non-singleton** : A' est lui-même un ensemble flou non singleton. Ce type de fuzzification est utilisé lorsque l'entrée est perturbée par un certain bruit.

III.5.5. Défuzzification

L'opération de défuzzification réalise une transformation d'un ensemble dans V vers une valeur ordinaire (non floue) $y \in V$. Dans la littérature il existe plusieurs méthodes pour effectuer cette transformation. La méthode la plus couramment utilisée, c'est la méthode des centres pondérés.

Un système flou type Takagi-Sugeno est un système dont les règles sont comme suit:

$$\begin{aligned} R^{(j)} : \text{IF } x_1 \text{ est } A_1^j \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^j \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n^j \\ \text{THEN } y = b_{j,0} + b_{j,1} x_1 + b_{j,2} x_2 + \dots + b_{j,n} x_n \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

$$j = 1, 2, \dots, M.$$

$A_1^j, A_2^j, \dots, A_n^j$ sont les ensembles flous des prémisses, $b_{j,i}$ $i = 1, 2, \dots, n$ sont les coefficients de la j^{eme} conséquence linéaire, et y^i la sortie numérique de la j^{eme} règle flou où $j \in [1, M]$.

La valeur numérique de la sortie de ce modèle est donnée par [21]:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)} \quad (\text{III.17})$$

$$\text{tel que : } \omega_j = \mu_{A_1}(x_1) \cdot \mu_{A_2}(x_2) \dots \mu_{A_n}(x_n) \quad (\text{III.18})$$

$$\text{ou bien: } \omega_j = \min \{ \mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_n}(x_n) \} \quad (\text{III.19})$$

où ω_j est le degré d'activation de la j^{eme} règle flou.

Lorsque $b_{j,i} = 0$ dans (III.16) pour $i = 1, 2, \dots, n$, le système est dit (Modèle flou TS d'ordre zéro) ou système flou à conséquence singleton. Donc la valeur numérique de la sortie sera donnée par [13]:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^M \omega_j b_j}{\sum_{j=1}^M \omega_j} \quad \text{(III.20)}$$

Exemple 2

Dans cette section nous allons appliquer les méthodes de défuzzification déjà citées sur un exemple simple. Les entrées du système flou seront deux variables d'état x_1 et x_2 , et la sortie sera matérialisée par la variable y .

Pour les variables d'entrée et de sortie x_1 , x_2 et y nous avons choisi des fonctions d'appartenance floues de formes triangulaires et trapézoïdales comme le montre la figure (III.5), où les univers de discours ont été limités à l'intervalle $[0,100]$ pour x_1 et $[0, 50]$ pour x_2 et à l'intervalle $[0,40]$ pour la variable de sortie.

- Les ensembles flous correspondant à x_1 seront étiquetés par les labels suivants: A1, A2, A3, et A4.
- Les ensembles flous correspondant à x_2 , seront étiquetés par les labels suivants: B1, B2 et B3.
- Les ensembles flous correspondant à y seront étiquetés par les labels suivants: E1, E2 et E3.
- L'ensemble de règle correspondant à ce système est présenté dans le tableau 1, où nous avons considéré toutes les combinaisons des règles possibles qui peuvent existé. Nous devons noter ici que ce choix des règles a été fait d'une manière subjective.

Les résultats de simulation pour chacune des méthodes montrées sont présentés dans les figures suivantes et cela pour une entrée $(x_1, x_2) = (50, 20)$.

Pour la méthode des centres pondérés, les fonctions d'appartenance des conséquences vont être converties en des fonctions d'appartenance de type singletons (Figure III.6)

Table.III.1 Table des règles.

| | | | | |
|----------------------|----|----|----|-----|
| $x_1 \backslash x_2$ | A1 | A2 | A3 | A4 |
| B1 | R1 | R4 | R7 | R10 |
| B2 | R2 | R5 | R8 | R11 |
| B3 | R3 | R6 | R9 | R12 |

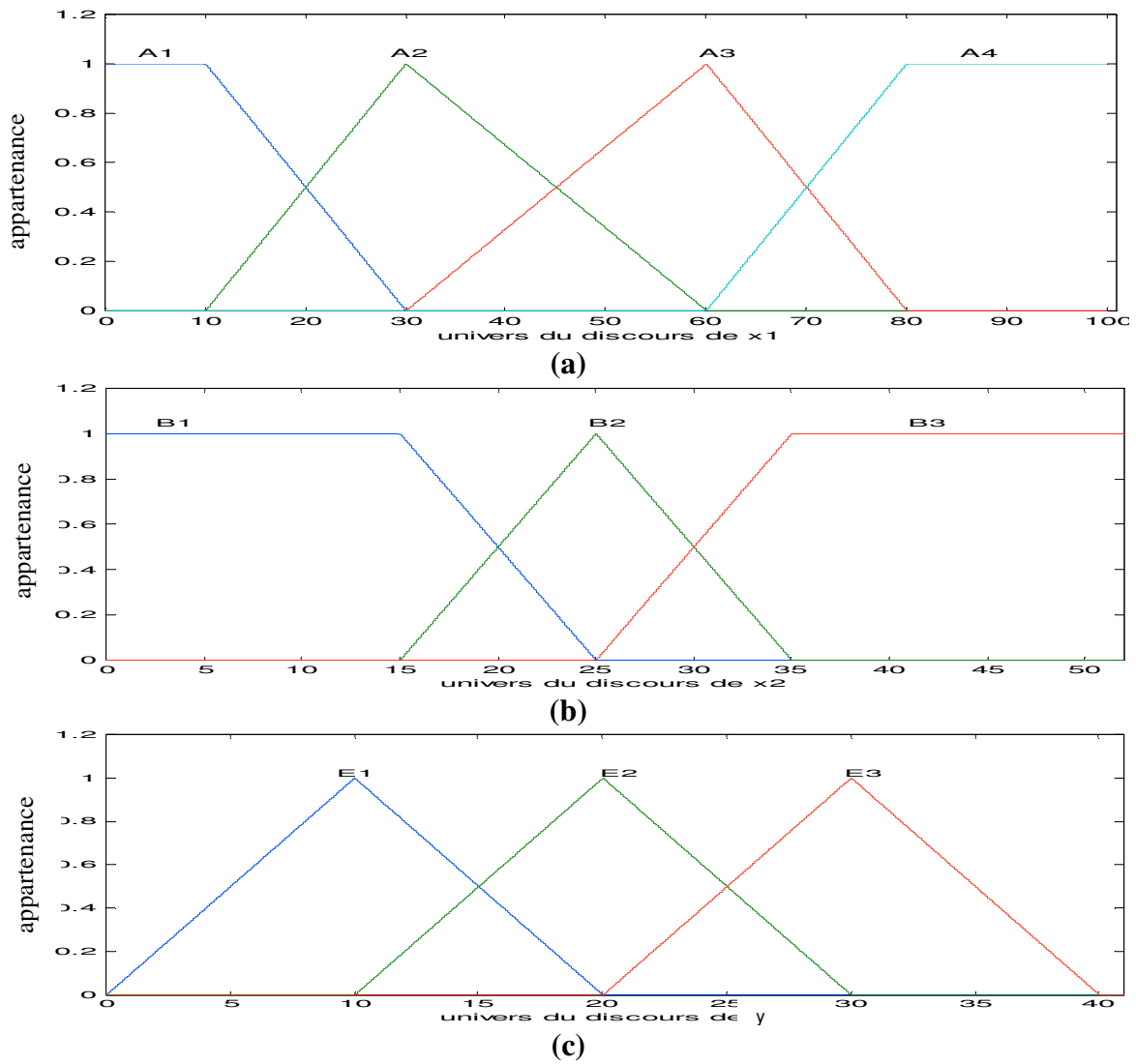


Figure.III.5. (a). Ensembles flous de x_1 .
 (b). Ensembles flous de x_2 .
 (c). Ensembles flous de y .

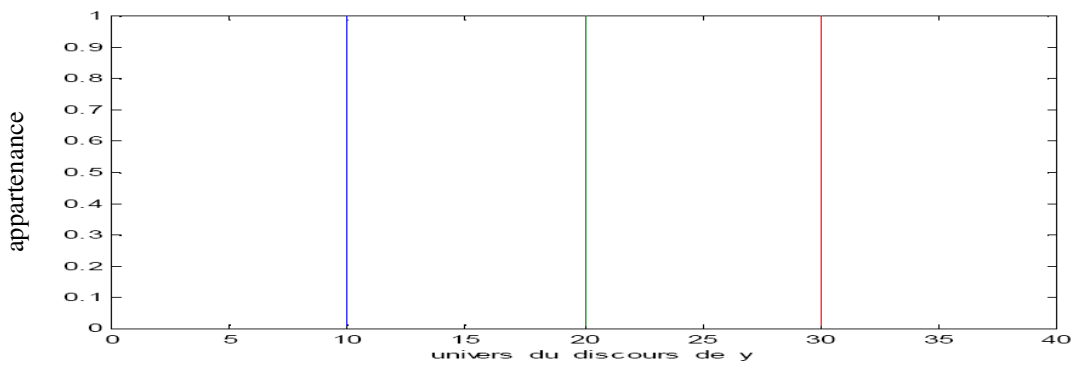


Figure.III.6. Fonctions d'appartenance type singletons pour les conséquences.

Nous présentons dans la figure (III.7), le résultat de Défuzzification pour la méthode des centres pondérés.

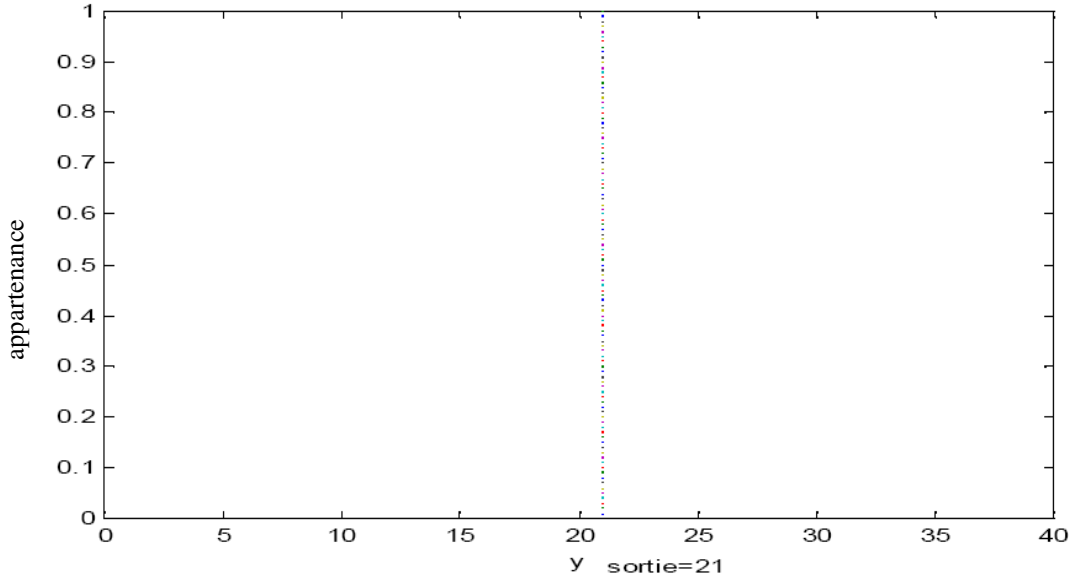


Figure.III.7. Défuzzification par la méthode des centres pondérés.

III.6. FONCTIONS DE BASE FLOUES FBF

Selon, un système flou peut être donné par [13] :

$$f(\underline{x}) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)}{\sum_{j=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right)} \quad (\text{III.21})$$

où \bar{y}^j est le point pour le quel μ_{B_j} atteint sa valeur maximale, qui est supposée être unitaire ($\mu_{B_j}(\bar{y}^j) = 1$).

Généralement, les fonctions d'appartenances μ_{A_j} sont des fonctions gaussiennes de la forme :

$$\mu_{A_j}(x) = \exp \left[- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right] \quad (\text{III.22})$$

où \bar{x}_i^j et σ_i^j sont le centre et l'écart respectivement.

Alors, pour ce choix, le système flou (III.21) devient :

$$f(\underline{x}) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{j=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right) \right]} \quad (\text{III.23})$$

Les fonctions de base floues (FBF) seront donc définies par :

$$\varphi_j(\underline{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (\text{III.24})$$

où les $\mu_{A_j}(x_i)$ sont définies par l'équation (III.22), alors le système flou (III.23) devient équivalent à un développement en FBFs comme suit :

$$f(\underline{x}) = \sum_{j=1}^M \varphi_j(\underline{x}) \theta_j \quad (III.25)$$

où $\theta_j = \bar{y}^j$.

Des équations (III.25) et (III.21) nous remarquons qu'une FBF correspond à une règle IF-THEN. Spécifiquement, une FBF d'une règle j peut être déterminée comme suit :

- 1- calculer le produit de toutes les valeurs d'appartenance antécédentes de la règle j
- 2- calculer le même produit pour toutes les autres M règles
- 3- l'FBF de la $j^{\text{ème}}$ règle est déterminée en divisant 1 sur la somme de 2

Remarque : Les FBFs dépendent seulement de la partie prémisse.

Exemple 3

Pour $n = 1$, et en supposant que nous avons quatre règles floues avec $\mu_{A_j}(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \bar{x}^j)^2\right]$

où $\bar{x}^j = -5, -1, 1, 5$ pour $j = 1, 2, 3, 4$ respectivement, alors les FBFs seront données par :

$$\varphi_j(x) = \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \bar{x}^j)^2\right] / \sum_{j=1}^4 \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \bar{x}^j)^2\right] \quad (III.26)$$

Les FBFs de cet exemple sont illustrées dans la figure (III.8).

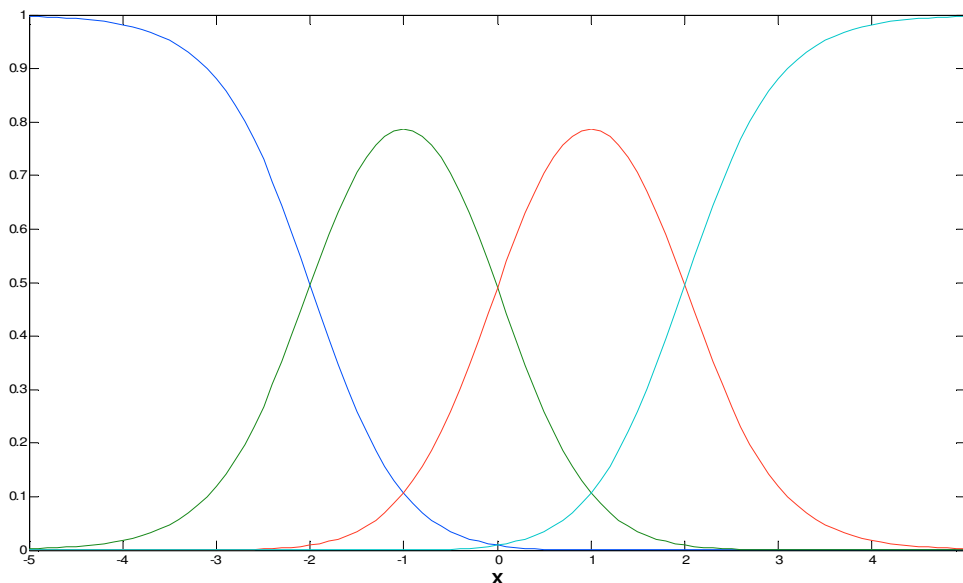


Figure.III.8. Fonctions de Base Floues de l'exemple 3

III.7. STRUCTURES DE COMMANDES FLOUES TYPE-1

III.7.1. Commande non adaptative floue type-1

Le contrôleur flou non adaptatif que nous avons développé maintenant utilise le schéma simple proposé par Mamdani pour les systèmes mono-entrée/mono-sortie. Ce schéma est représenté par la figure (III.9).

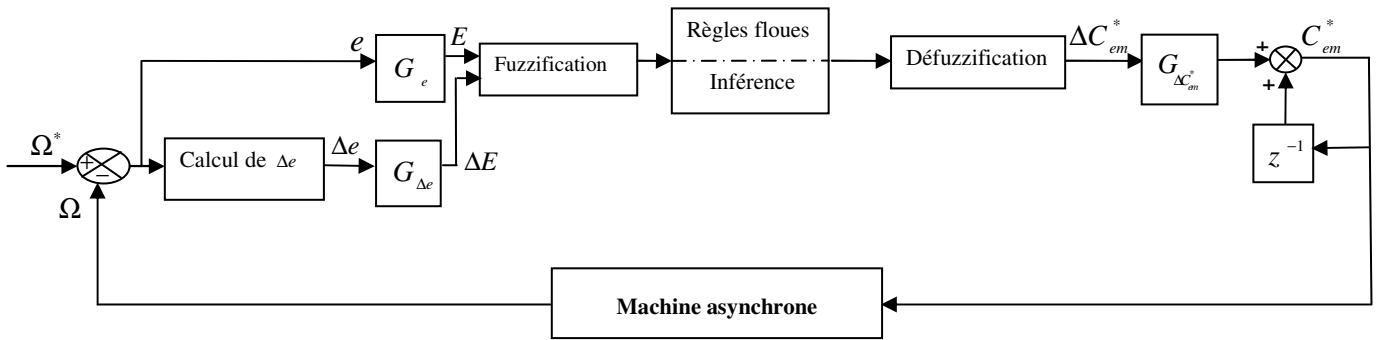


Figure.III.9. Schéma synoptique d'un contrôleur flou de vitesse à gain de commande fixe.

D'après le schéma de la figure (III.9), le régulateur flou est composé :

- d'un bloc de calcul de la variation de l'erreur Δe au cours du temps.
- des facteurs d'échelles (normalisation) associés à l'erreur (G_e), à sa variation ($G_{\Delta e}$), et à la variation de la commande ($G_{\Delta C_{em}^*}$).
- d'un bloc de fuzzification de l'erreur et de sa variation.
- de la logique utilisée pour l'évaluation des règles du régulateur flou (inférence).
- d'un bloc de défuzzification utilisé pour convertir la variation de la commande floue en une valeur numérique.
- d'un bloc sommateur qui calcule la valeur intégrale de la commande.

Les deux entrées du contrôleur flou sont l'erreur de vitesse et sa variation [22] :

- L'erreur de vitesse notée « e » est définie par :

$$e = \Omega^* - \Omega \quad (III.27)$$

- La variation de l'erreur de vitesse Δe est définie par :

$$\Delta e = e(t + \Delta t) - e(t) = e(k + 1) - e(k) \quad (III.28)$$

La sortie du régulateur correspond à la variation de la commande ou du couple électromagnétique notée ΔC_{em}^* .

Les trois grandeurs, $e, \Delta e$ et ΔC_{em}^* sont normalisées comme suit :

$$\begin{cases} E = G_e e \\ \Delta E = G_{\Delta e} \Delta e \\ \Delta C_{em}^* = G_{\Delta C_{em}^*} \Delta C_{em}^* \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

où $G_e, G_{\Delta e}$ et $G_{\Delta C_{em}^*}$ sont des facteurs d'échelle ou de normalisation, et jouent un rôle déterminant sur les performances statiques et dynamiques de la commande.

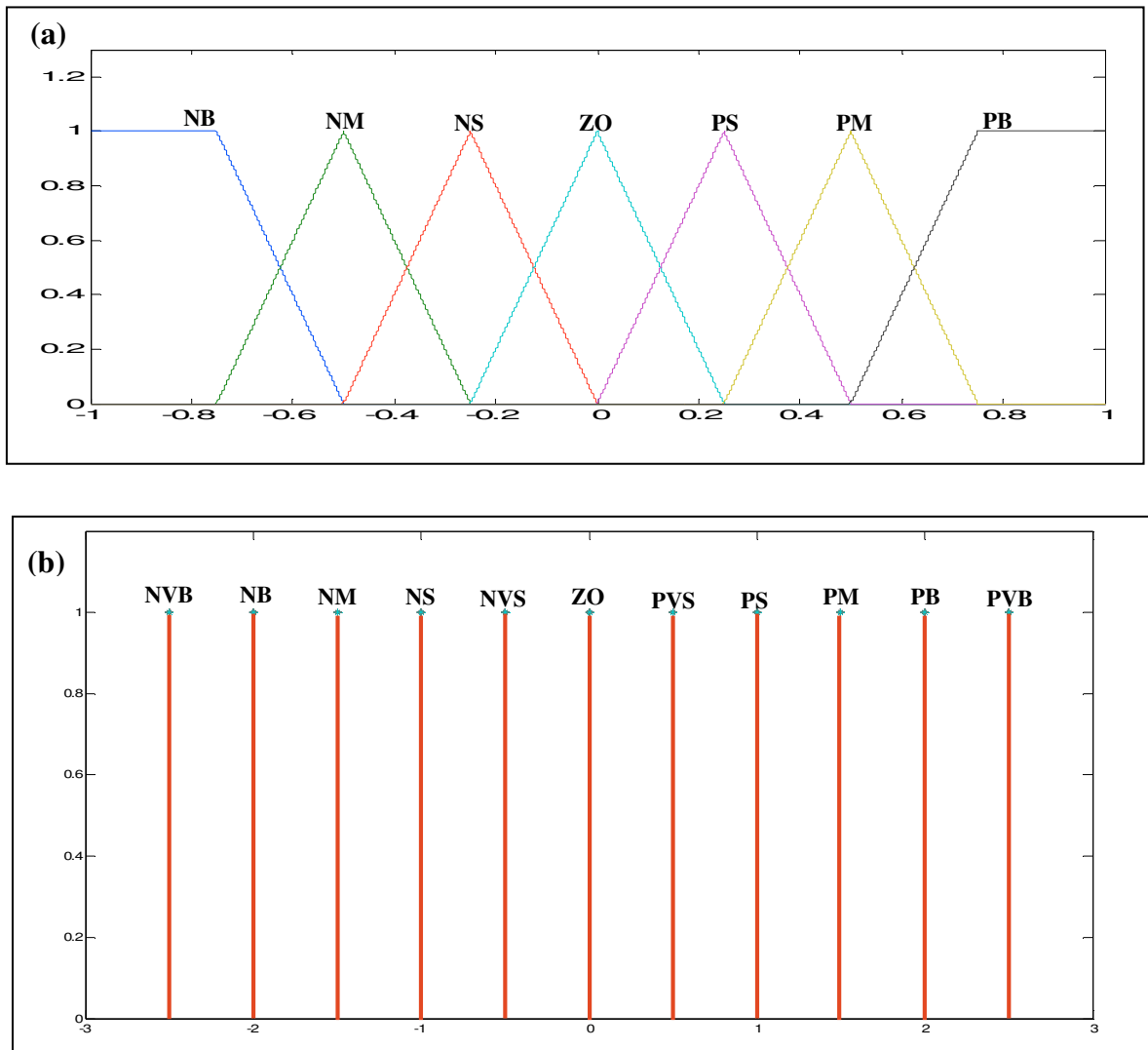


Figure.III.10. Fonctions d'appartenance du régulateur flou

- a) : Erreur et la variation de l'erreur
- b) : Variation du couple de commande

Table.III.2. Table des règles du régulateur flou type-1

| | | Variation de l'erreur | | | | | | |
|--------|----|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
| Erreur | NB | NVB | NVB | NB | NM | NVS | ZO | PVS |
| | NM | NVB | NB | NM | NS | NVS | PVS | PS |
| | NS | NB | NM | NS | NVS | ZO | PS | PM |
| | ZO | NB | NS | NVS | ZO | PVS | PS | PB |
| | PS | NM | NS | ZO | PVS | PS | PM | PB |
| | PM | NS | NVS | PVS | PS | PM | PB | PVB |
| | PB | NVS | ZO | PVS | PM | PB | PVB | PVB |

avec

| | |
|------------|--|
| NVB | Negative Very Big (Négatif très grand) |
| NB | Negative Big (Négatif grand) |
| NM | Negative Medium (Négatif moyen) |
| NS | Negative Small (Négatif petit) |
| NVS | Negative Very Small (Négatif très petit) |
| ZO | Zero (Zéro) |
| PVS | Positive Very Small (Positif très petit) |
| PS | Positive Small (Positif petit) |
| PM | Positive Medium (Positif moyen) |
| PB | Positive Big (Positif grand) |
| PVB | Positive Very Big (Positif très grand) |

La sortie du contrôleur flou est la loi de commande, elle est fonction de l'erreur et de sa variation $C_{em}^* = f(e, \Delta e)$. Pour un régulateur flou type PI, l'action de commande C_{em}^* sera considérée comme une variation de commande, donc, l'action à un moment $k+1$ sera l'action précédente à l'instant k plus une proportion de la variation de commande comme le montre l'équation (III.30) :

$$C_{em}^*(k+1) = C_{em}^*(k) + G_{\Delta C_{em}^*} \Delta C_{em}^* \quad (III.30)$$

avec :

$G_{\Delta C_{em}^*}$: gain associé à la commande $C_{em}^*(k+1)$, en général choisi faible pour assurer la stabilité du système, mais dans notre cas il sera auto-ajusté par un mécanisme d'ajustement flou.

ΔC_{em}^* : la variation du couple de commande.

Résultats de simulation

Les fonctions d'appartenance de l'erreur et de sa variation sont choisies identiques de formes triangulaires et sont définies sur l'intervalle $[-1, 1]$ comme le montre la figure III.10. Les fonctions d'appartenance de la variation du couple de commande sont choisies de formes singleton sur l'intervalle $[-2.5, 2.5]$ (figure III.10). La table des règles correspondante utilisée pour l'inférence floue est donnée dans la table 2. Les facteurs d'échelle sont choisis comme suit :

$$\begin{cases} G_e = 1/|\Omega^*| \\ G_{\Delta e} = 1 \\ G_{\Delta C_{em}^*} = 0.9 \end{cases} \tag{III.31}$$

Trois cas de simulation ont été testés (similairement aux testes réalisés avec le régulateur PI dans le chapitre (II), à savoir :

- Démarrage à vide suivi d'une application de charge.
- Test d'inversion de vitesse avec charge.
- Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique.
- Essai à basse vitesse (zéro vitesse).

▪ **Démarrage à vide suivi d'une application de charge**

Les résultats de simulation sont donnés dans la figure (III.11) dans laquelle nous remarquons que nous avons de bonnes performances dynamiques avant et après l'application de la charge. Le découplage Couple-Flux est assuré, ainsi que nous avons une très bonne réponse en couple.

▪ **Inversion de vitesse avec charge**

Après le démarrage à vide de la machine avec une vitesse de référence de 1000 tr / min , on applique une charge avec $C_r = 10 \text{ Nm}$ au moment $t = 1 \text{ s}$. A l'instant $t = 2 \text{ s}$ on inverse simultanément le couple de charge ($C_r = -10 \text{ Nm}$) et la vitesse de rotation

(-1000 tr / min). Les réponses de ce teste sont présentées dans la figure (III.12) qui montre la robustesse de cette commande vis-à-vis la variation du sens de rotation.

▪ **Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique**

Une variation paramétrique a été introduite au niveau de la machine dans le but tester la robustesse de la commande proposée. Pour cela, nous proposons de changer au cours de fonctionnement de la machine la valeur de sa résistance rotorique. Deux changements sur R_r ont été faits (figures III.13 a et b). La robustesse de cette commande est conservée pour une variation de 200% de R_r (figure III.13.a), tandis que pour une variation de 400% de celle ci, on constate que cette commande devient non robuste (perte de découplage, voir figure III.13. b), ce qui provoquera une instabilité du système et une divergence de la vitesse de rotation par rapport à la vitesse de référence pour des variations paramétriques supérieures.

▪ **Essai à basse vitesse (zéro vitesse).**

Dans cet essai on fait tourner la machine pour deux vitesses de rotations : $N = 20 \text{ tr / min}$ et $N = -20 \text{ tr / min}$. Les résultats de simulation sont illustrés par la figure (III.14), ou nous constatons que la qualité de cet essai n'est pas satisfaisante.

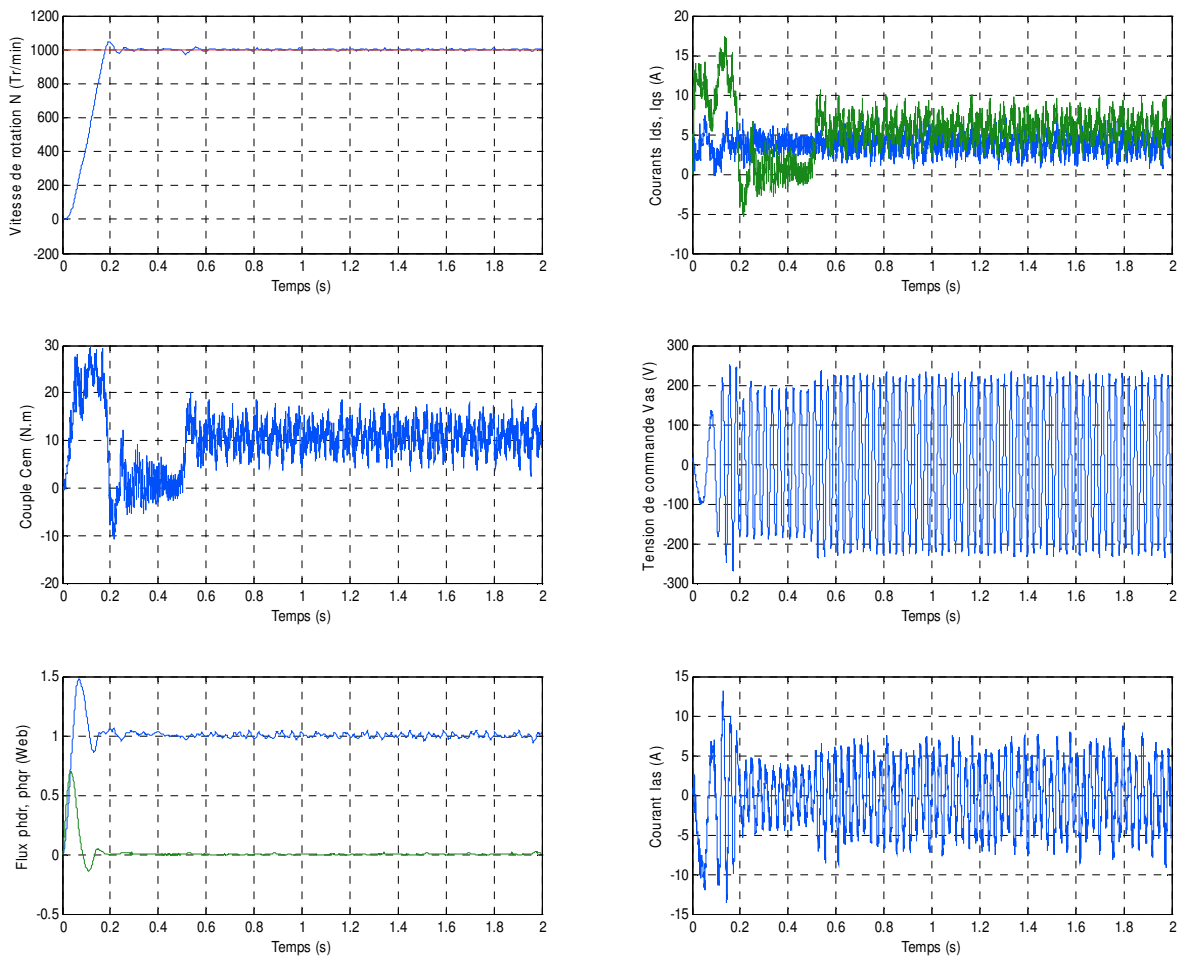


Figure III .11. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une application de charge $C_r = 10Nm$

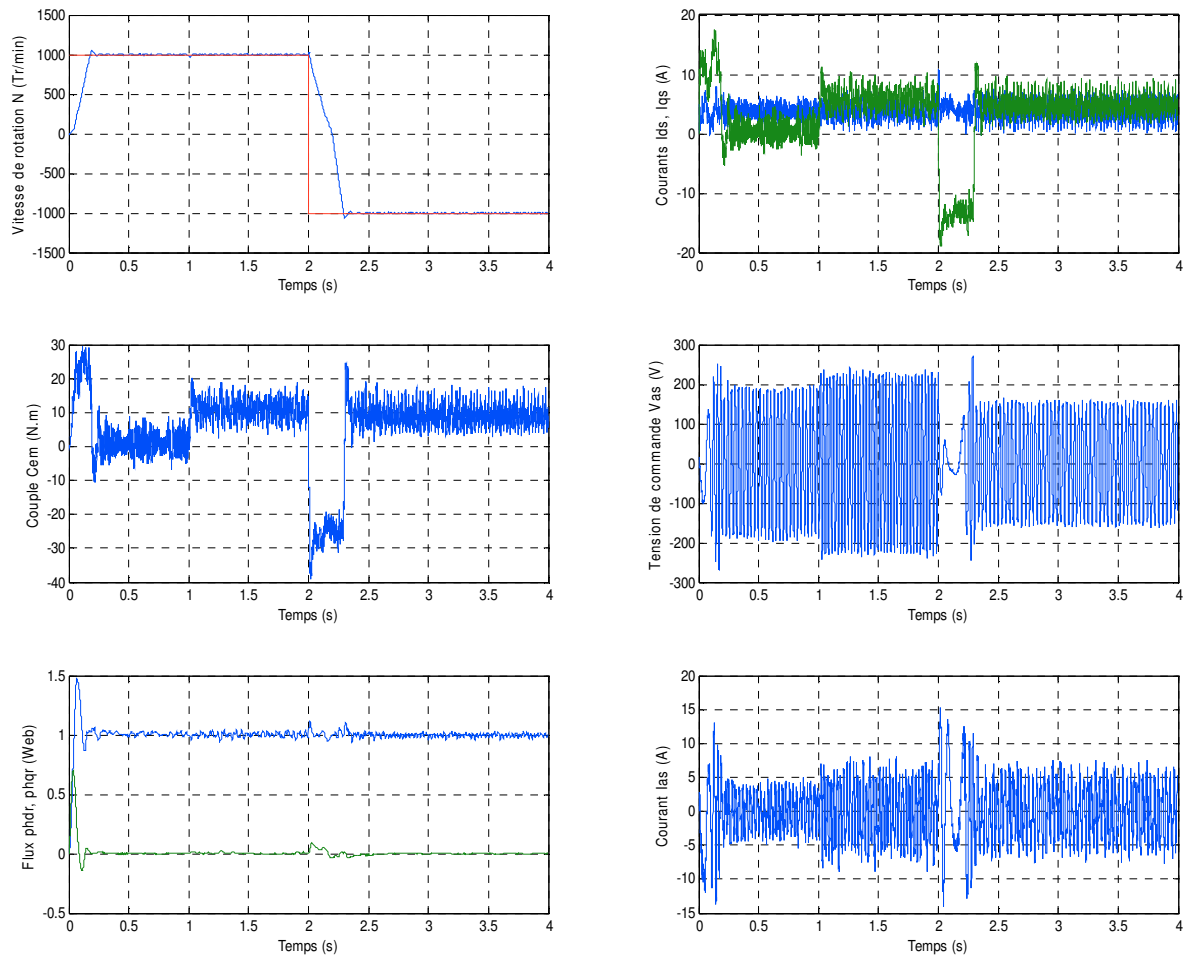


Figure III.12. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une inversion de vitesse avec charge.

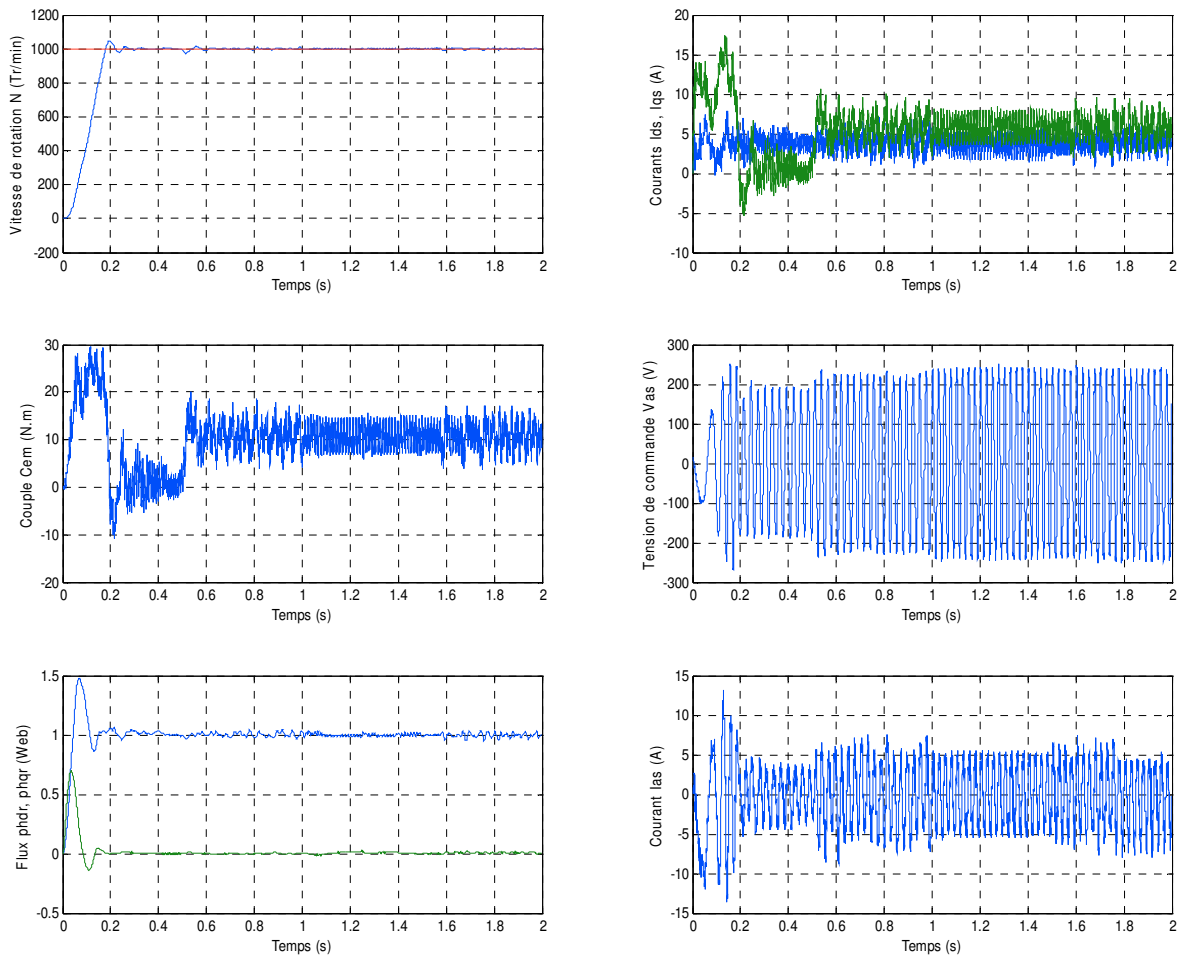


Figure III.13.a. Effet de variation paramétrique ($R_r + 200\%R_r$)

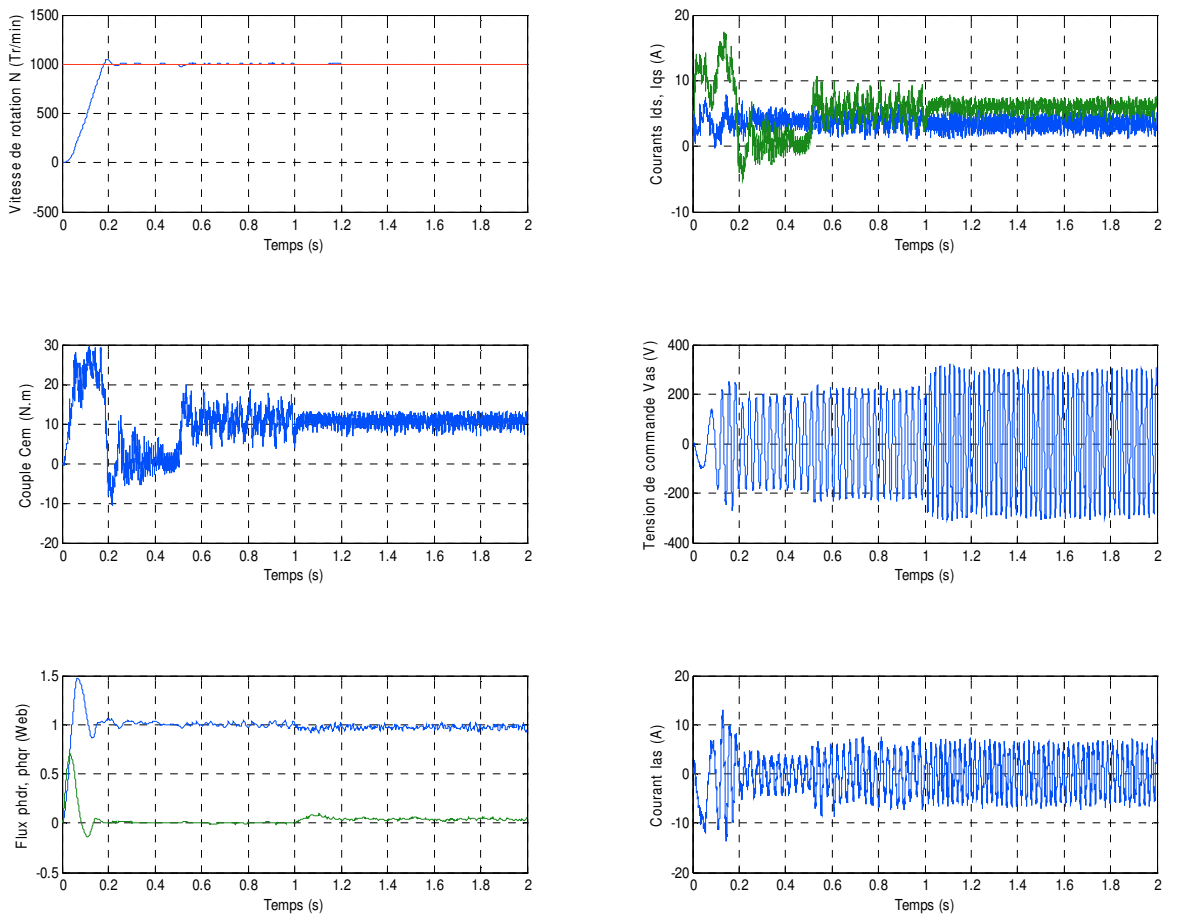


Figure III. .13.b. Effet de variation paramétrique ($R_r + 400\%R_r$)

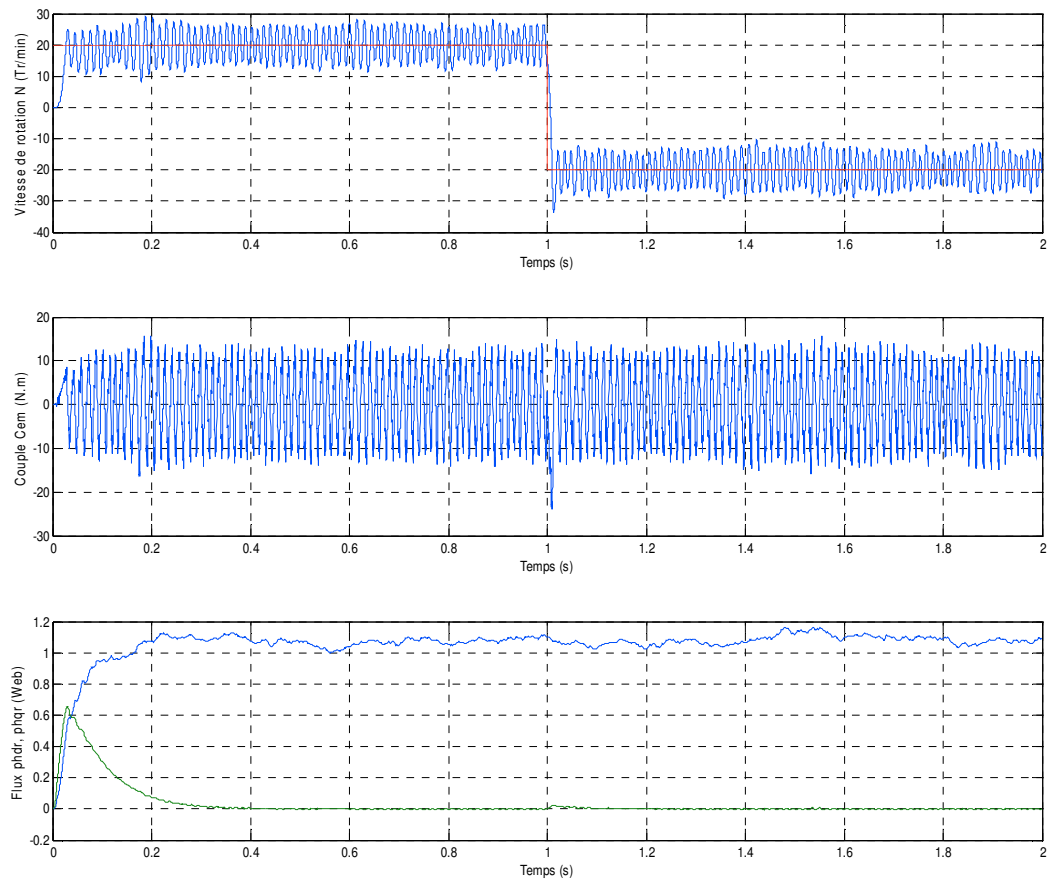


Figure III.14. Résultats de simulation lors d'un fonctionnement à basse vitesse

III.7.2. Commande adaptative floue type-1

Un régulateur flou est dit adaptatif si l'un ou plusieurs de ses paramètres qu'on peut ajuster (Gains, fonctions d'appartenances, règles) changent au cours de fonctionnement. Dans le cas contraire le régulateur est dit non adaptatif ou conventionnel, donc, un régulateur flou adaptatif est un régulateur dont les paramètres changent au cours du temps. Dans notre cas le gain de commande sera adapté en temps réel suivant l'état actuel de la machine asynchrone.

Notons que dans les premières études faites sur le contrôle flou, le gain associé à la variation de commande ($G_{\Delta C_{em}^*}$) était pris constant. Cette valeur du gain est prise aussi faible que possible pour éviter le problème d'instabilité. Mais dans des études relativement récentes [23][24], ce gain est pris variable selon un certain mécanisme d'adaptation floue.

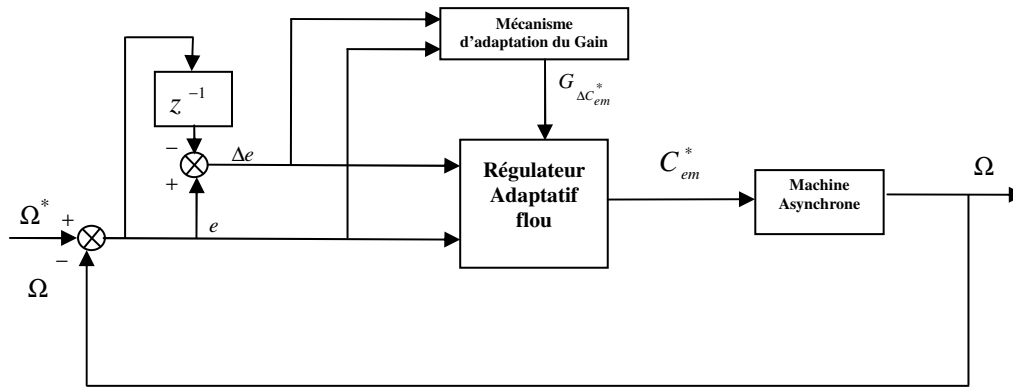


Figure III.15. Schéma synoptique d'un régulateur avec adaptation du gain

La structure de ce régulateur va être considérée comme un PI flou où le gain de commande sera ajusté en temps réel en fonction des états actuels de la machine. La figure (III.15) montre le schéma synoptique de ce régulateur dans lequel l'adaptation du gain est assurée par un mécanisme d'ajustement du gain. Notre objectif ici est d'adapter seulement le gain de sortie en prenant des gains d'entrées fixes dans le but d'obtenir de meilleures performances en commande. Le schéma bloc de la structure du régulateur flou proposé pour la machine asynchrone est donné dans la figure (III.16).

Selon la figure (III.16), le gain de commande du contrôleur est modifié par un mécanisme d'adaptation du gain. Notons bien que l'accumulation de commande prend place en dehors du régulateur flou et elle n'a pas de relation directe avec les règles.

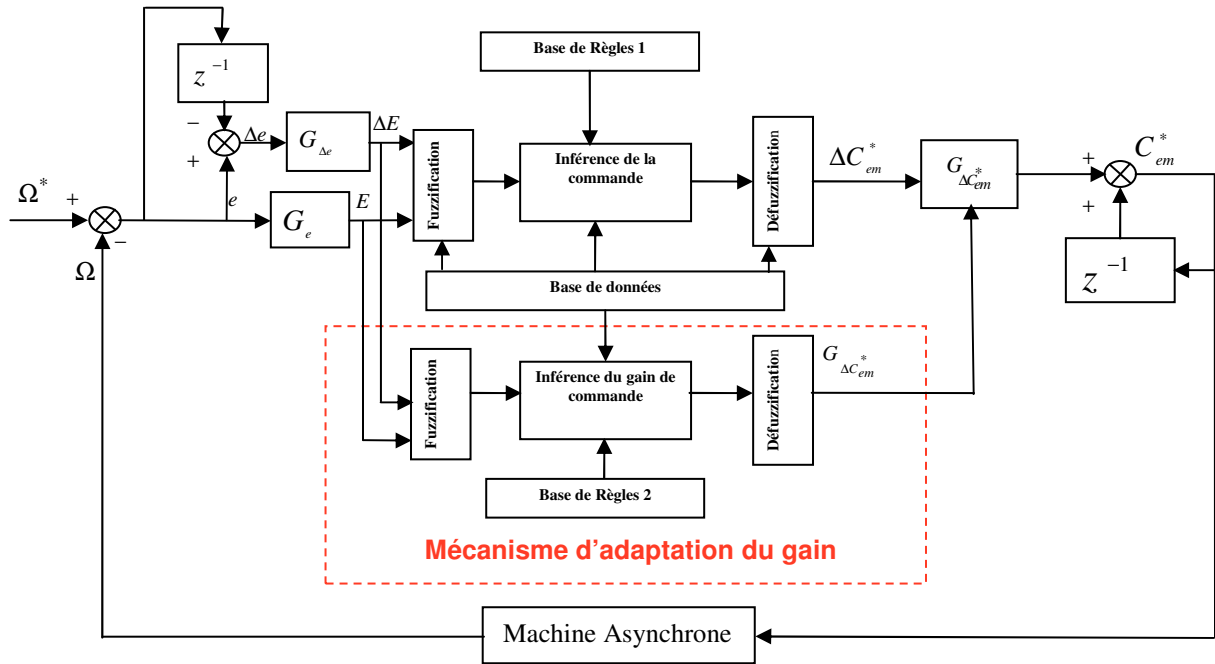


Figure III.16. Schéma bloc d'un régulateur à gain adaptatif

Les fonctions d'appartenance de l'erreur et de sa variation sont choisies identiques de formes triangulaires et sont définies sur l'intervalle $[-1, 1]$ comme le montre la figure (III.17.a.) Les fonctions d'appartenance de la variation du couple de commande sont choisies de formes singleton sur l'intervalle $[-2.5, 2.5]$ (figure III.17.b). La table des règles correspondante utilisée pour l'inférence de commande floue est donnée dans la table 2. La table des règles floues correspondante au gain de commande $G_{\Delta C_{em}^*}$ est donnée dans la table 3. Les facteurs d'échelle sont choisis comme suit :

$$\begin{cases} G_e = 1/|\Omega^*| \\ G_{\Delta e} = 1 \\ G_{\Delta C_{em}^*} = Variable \end{cases} \quad (III.32)$$

Les résultats de simulation du teste de l'application d'une charge sont présentés dans la figure (III.18). Les performances dynamiques sont très acceptables. L'évolution du gain de commande est présentée dans la figure (III.19), où nous constatons l'intervention de ce gain aux moments où la charge est appliquée, ce qui montre le besoin de faire changer ce gain au cours de fonctionnement de la machine.

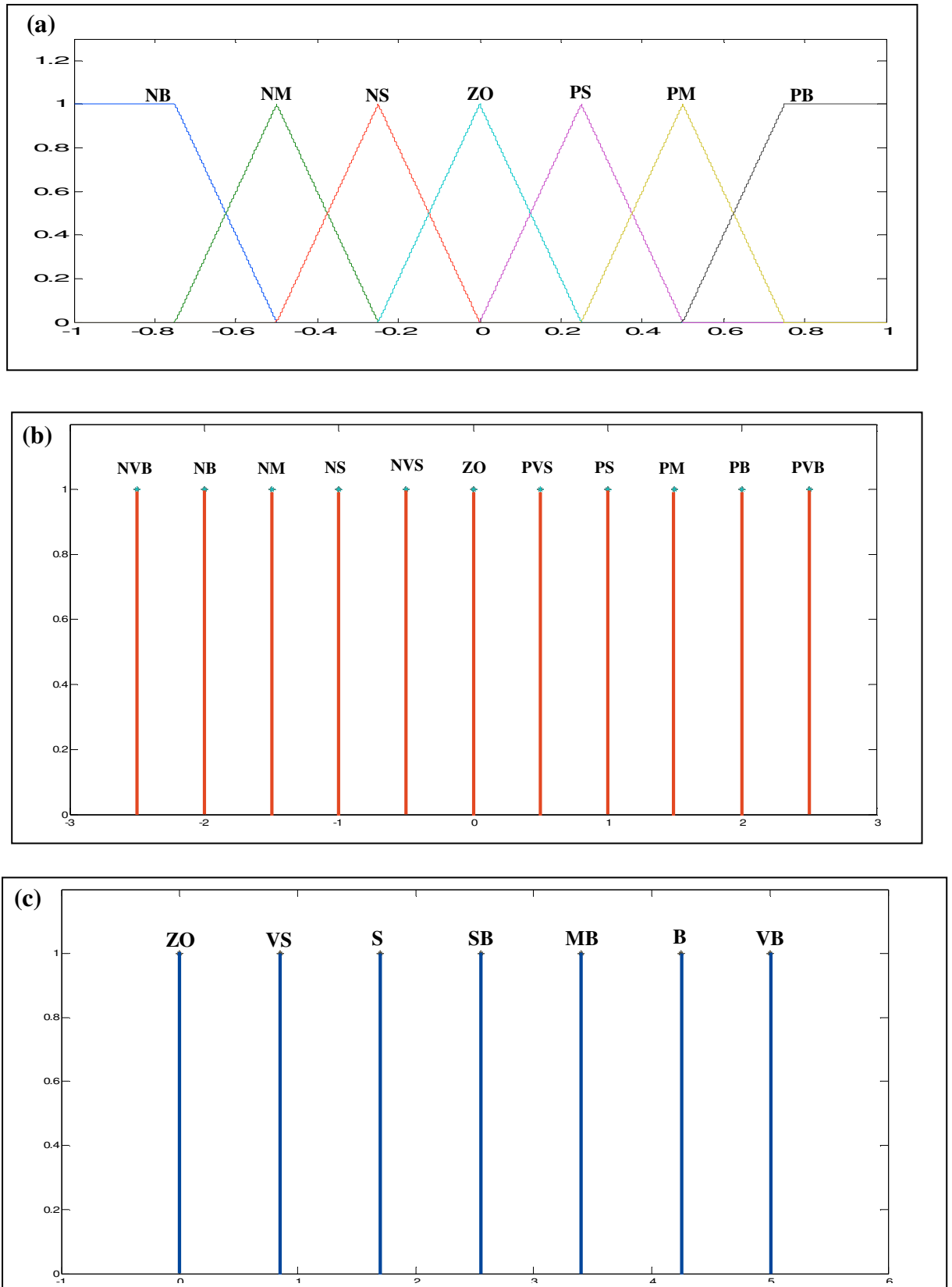


Figure III.17. Fonctions d'appartenance
a): erreur et la variation de l'erreur
b): variation du couple de commande
c): gain de commande

Table.III.3. Table des règles du Gain adaptatif

| | | Variation de l'erreur | | | | | | |
|--------|----|-----------------------|----|----|----|----|----|----|
| | | NB | NM | NS | ZO | PS | PM | PB |
| Erreur | NB | VB | VB | VB | B | SB | S | ZO |
| | NM | VB | VB | B | B | MB | S | VS |
| | NS | VB | MB | B | VB | VS | S | VS |
| | ZO | S | SB | MB | ZO | MB | SB | S |
| | PS | VS | S | VS | VB | B | MB | VB |
| | PM | VS | S | MB | B | B | VB | VB |
| | PB | ZO | S | SB | B | VB | VB | VB |

Tel que :

| | |
|-----------|--------------------------|
| ZO | Zero (Zéro) |
| VS | Very Small (Très petit) |
| S | Small (Petit) |
| SB | Small Big (Petit grand) |
| MB | Medium Big (Moyen grand) |
| B | Big (Grand) |
| VB | Very Big (Très grand) |

La figure (III.20) montre les résultats de simulation pour une inversion de sens de rotation de la machine. Les résultats sont satisfaisants dans les moments où la vitesse est inversée. Le gain de commande correspondant est présenté dans la figure (III.21).

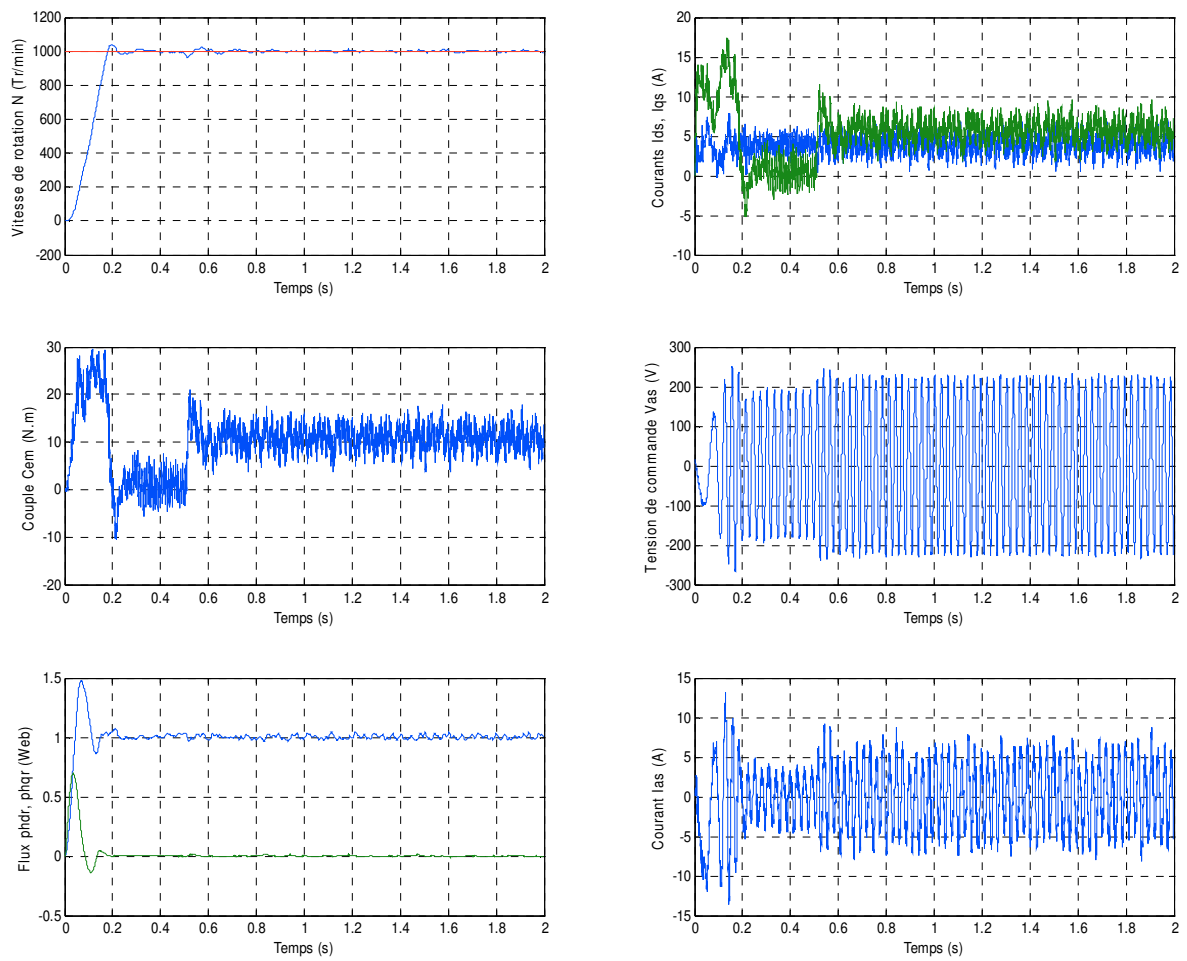


Figure III .18. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une application de charge

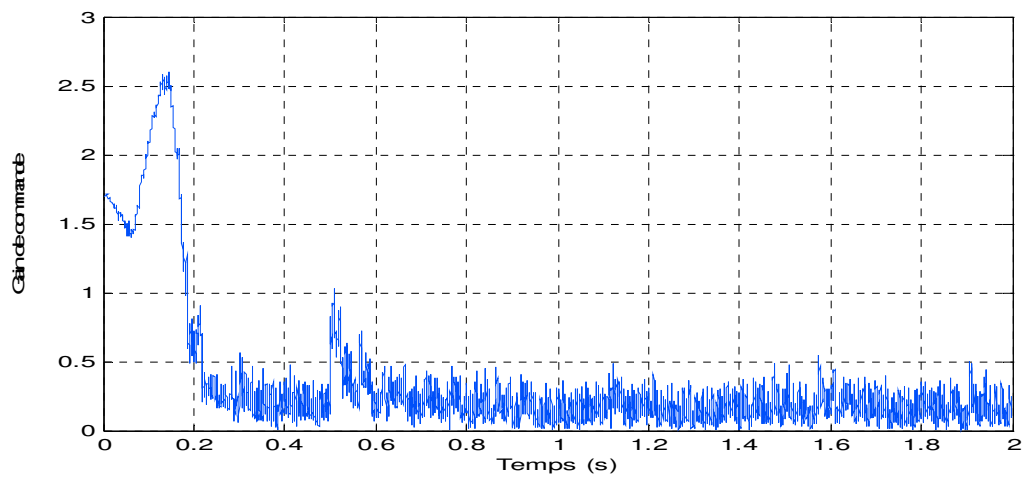


Figure III .19. Évolution du gain de la commande.

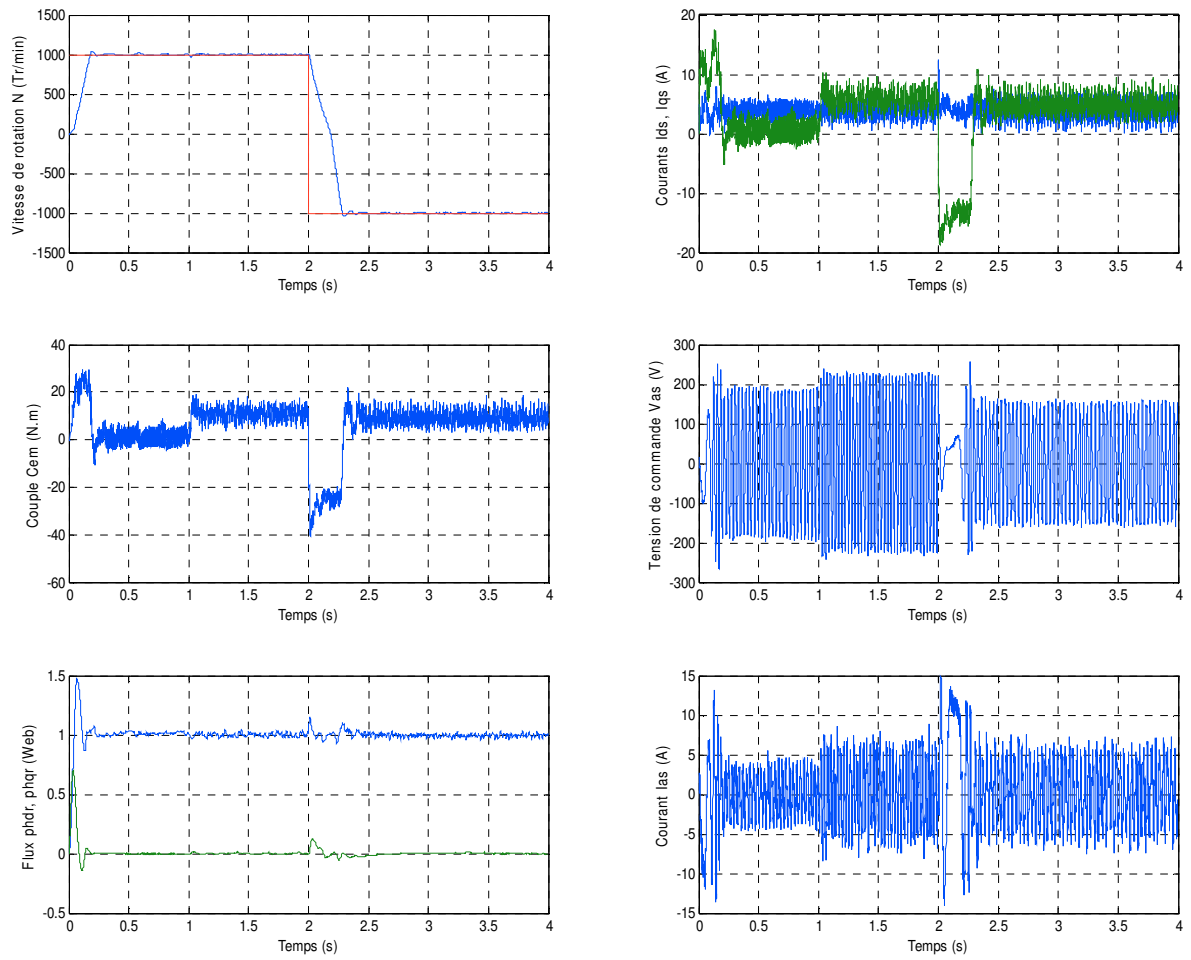


Figure III.20. Résultats de simulation lors d'un démarrage à vide suivi d'une inversion de vitesse.

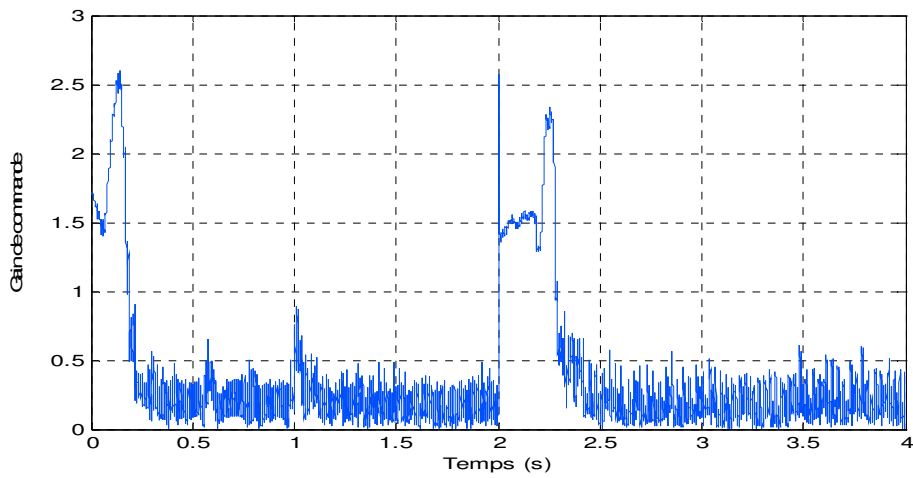


Figure III .21. Évolution du gain de la commande

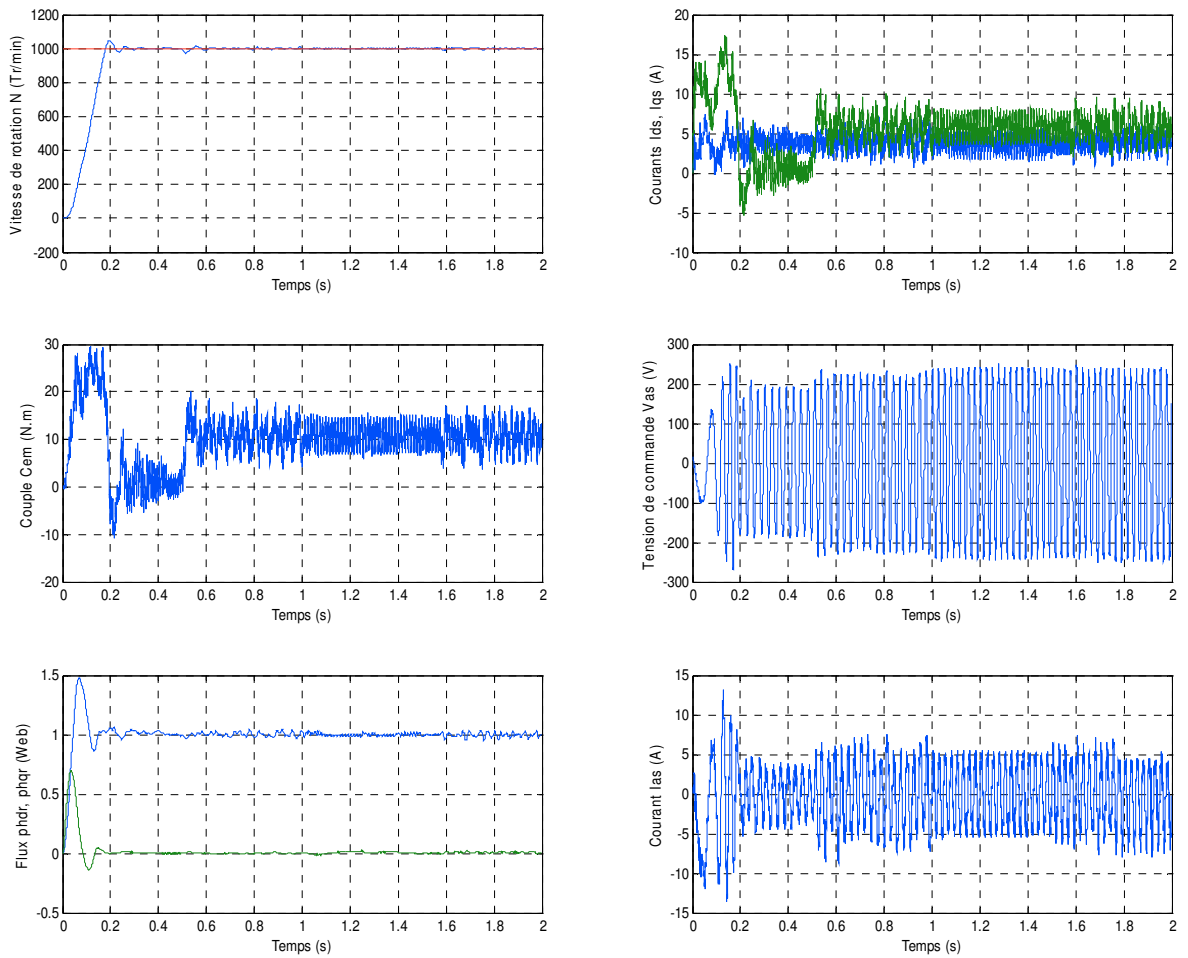


Figure III.22. Effet de variation paramétrique ($R_r + 200\%R_r$)

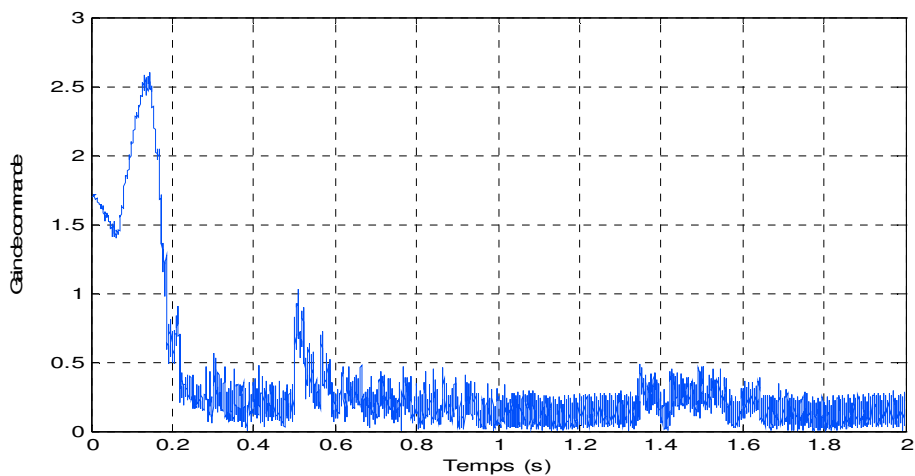


Figure III .23 Évolution du gain de la commande.

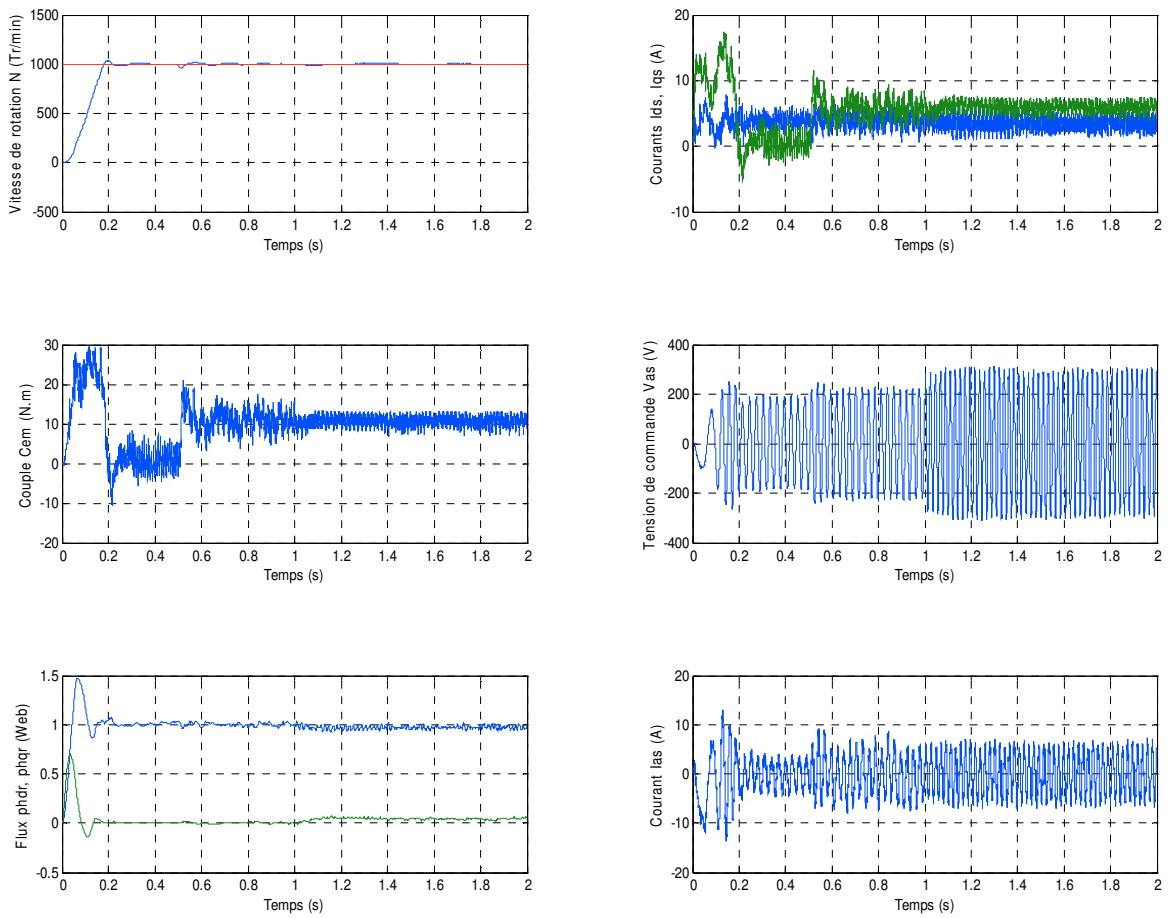


Figure III. 24. Effet de variation paramétrique ($R_r + 400\%R_r$)

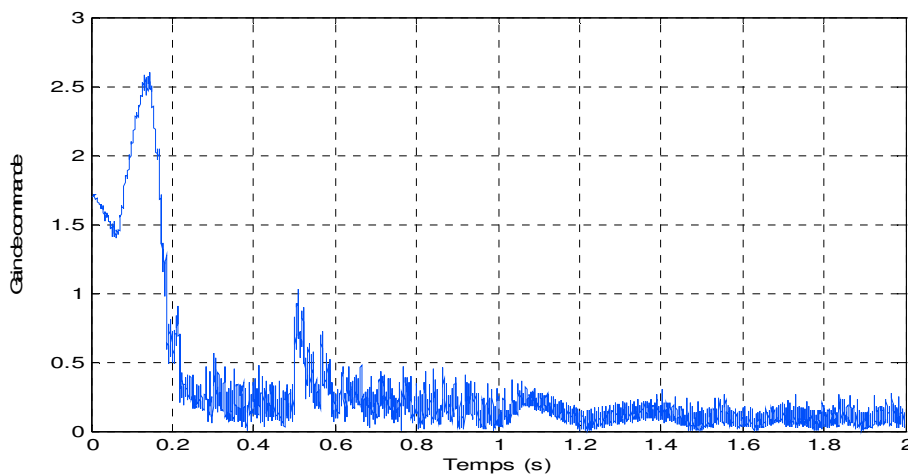


Figure III. 25. Évolution du gain de la commande.

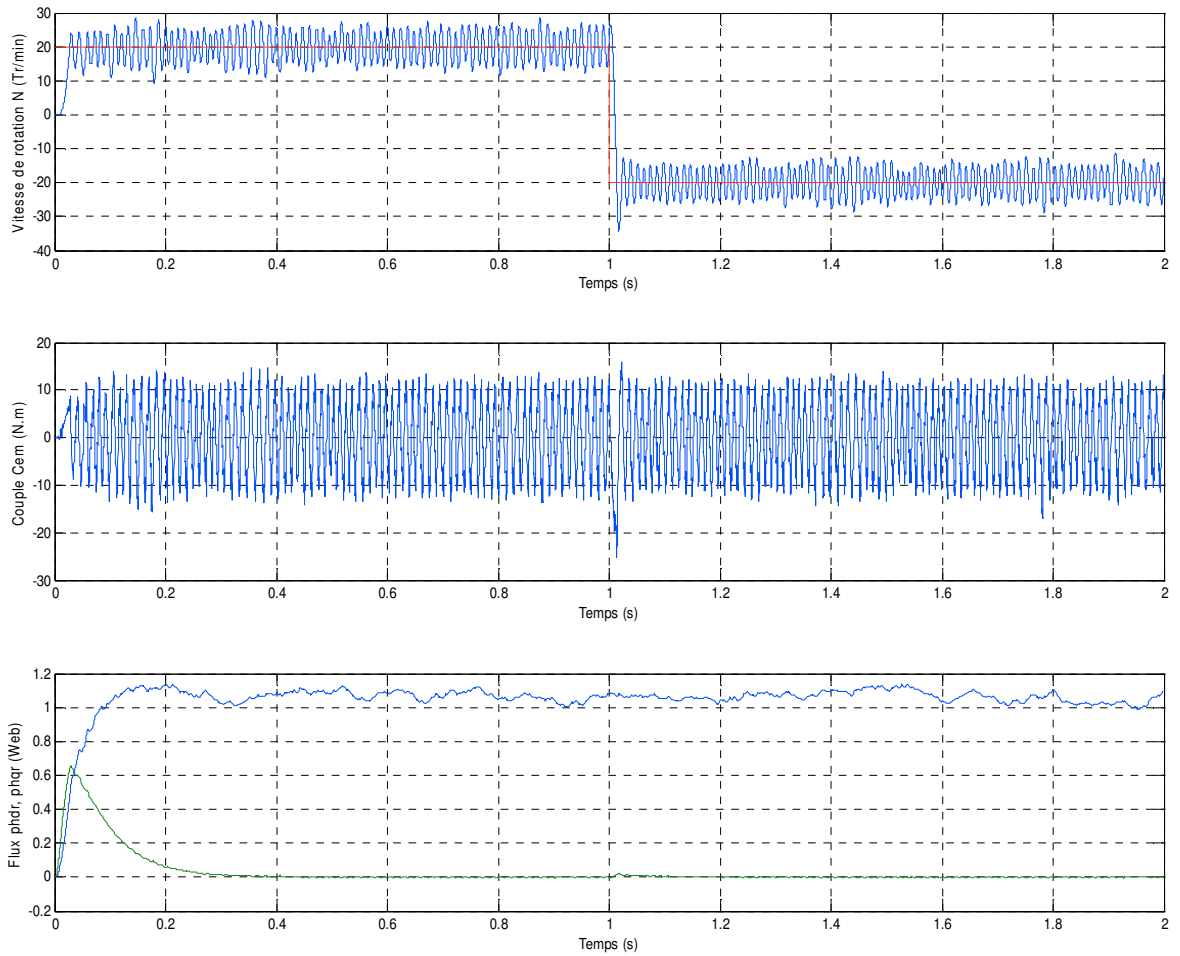


Figure III.26. Résultats de simulation lors d'un fonctionnement à vitesse faible

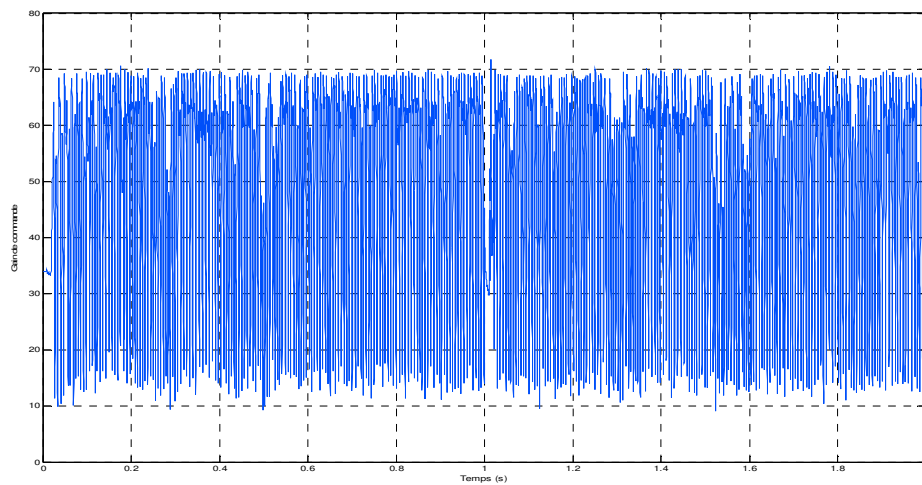


Figure III .27 Évolution du gain de la commande.

Pour des variations paramétriques, deux changements sur R_r ont été faits (figures III.22 et III.24). La robustesse de cette commande est conservée pour des variations de 200% de cette résistance (figure III.22), tandis que pour la variation paramétrique de 400%, on constate que cette commande devient non robuste (perte de découplage), ce qui provoque une instabilité du système (figure III.24) et une divergence de la vitesse de rotation par rapport à la vitesse de référence si on passe à des variations supérieures.

Les résultats du test à basse vitesse (figure III.26) montre la présence de fortes oscillations de vitesse autour des vitesses de références, ce qui prouve la non robustesse de cette commande vis-à-vis les basses vitesses.

III.8. CONCLUSION

Ce chapitre a été divisé en trois parties principales. Dans la première partie les notions de base de la logique floue type-1 ont été présentées, tandis que dans la deuxième partie a traité l'utilisation de la logique floue à gain fixe comme système de régulation et finalement dans la troisième partie le principe du régulateur flou adaptatif (auto-ajustable) a été présenté.

Nous avons montré dans ce chapitre la méthode de conception d'un contrôleur PI-flou toute en détaillant ses modules principaux tels que la Fuzzification, Règles, Inférences, et Déffuzification.

Deux types de contrôleurs flous ont été simulés, le premier est un régulateur flou conventionnel et le deuxième est un régulateur flou adaptatif (auto-ajustable). Les résultats de simulation ont montré une robustesse acceptable de ce régulateur surtout du point de vu découplage Couple-Flux lors des grandes variations paramétriques et les basses vitesses.

Pour améliorer plus nos résultats, et dans le but de prendre en considération les incertitudes paramétriques, on propose d'utiliser des régulateurs flous type-2 ce qui fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE IV

COMMANDE FLOUE TYPE-2 DE LA MACHINE ASYNCHRONE

IV.1. INTRODUCTION

Le concept des ensembles flous de type-2 a été introduit par Zadeh [25] comme extension du concept des ensembles flous ordinaires dits ensembles flous type-1. Un ensemble flou type-2 est caractérisé par une fonction d'appartenance, c-a-d la valeur d'appartenance de chaque élément de l'ensemble est un nombre flou dans l'intervalle $[0,1]$. Les ensembles flous type-2 peuvent être utilisés dans des situations où l'incertitude est présente (par exemple l'incertitude sur la forme des fonctions d'appartenance) [26]. L'avantage principal de la logique floue type-2 par rapport à la logique floue type-1 est sa capacité de prendre en compte les incertitudes linguistiques et numériques. Si pour une certaine variable linguistique x , un opérateur OP1 a proposé 3 fonctions d'appartenance gaussiennes, un autre opérateur OP2 propose par exemple à son tour 4 fonctions d'appartenance de type triangulaires, alors on remarque que nous avons une incertitude dans la forme et dans le nombre des fonctions d'appartenance proposées. Cette problématique ne peut être résolue par la logique floue type-1. Pour remédier à ce problème, la logique floue type-2 a été proposée dans la littérature.

Ce chapitre sera divisé en quatre parties. Dans la première partie nous allons présenter les principes de base et le fondement théorique de la théorie de la logique floue type-2. Dans la deuxième partie nous proposons d'effectuer une commande simple à base de logique floue type-2. Le régulateur flou type-2 adaptatif sera présenté dans la troisième partie et enfin dans la quatrième partie en donne une comparaison entre toutes les méthodes déjà présentées.

IV.2. TERMINOLOGIE DE LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2

- **Définition 1**

Un ensemble flou type-2, noté \tilde{A} est caractérisé par une fonction d'appartenance tridimensionnelle, $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$, c-a-d:

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (\text{IV.1})$$

où $\int \int$ dénote l'union de tous les éléments du produit cartésien sur x et u avec $0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x, u) \leq 1$.

À chaque point fixe x de X , J_x est l'appartenance primaire de x , et x est appelé variable primaire.

- **Définition 2**

A chaque valeur de x , notée $x = x'$, le plan 2 dimensionnel dont les axes sont u et $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$ est appelé tranche verticale (vertical slice) de $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$. Une fonction d'appartenance secondaire est une tranche verticale de $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$.

Donc pour $x' \in X$ et $\forall u \in J_{x'} \subseteq [0, 1]$, on a:

$$\mu_{\tilde{A}}(x = x', u) \square \mu_{\tilde{A}}(x') = \int_{u \in J_{x'}} f_{x'}(u) / u \quad J_{x'} \subseteq [0, 1] \quad (\text{IV.2})$$

où $0 \leq f_{x'}(u) \leq 1$. Puisque $\forall x'$, ce x' va appartenir à X , c-a-d $x' \in X$, alors nous notons la fonction d'appartenance secondaire par $\mu_{\tilde{A}}(x)$ qui est un fonction d'appartenance flou type-1.

En se basant sur le concept des ensembles secondaires, on peut réinterpréter un ensemble flou type-2 comme l'union de tous les ensembles secondaire, c-a-d, en utilisant l'équation (IV.2), on peut écrire \tilde{A} sous la forme suivante :

$$\tilde{A} = \{ (x, \mu_{\tilde{A}}(x)) / \forall x \in X \} \quad (\text{IV.3})$$

où sous la forme

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) / x = \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x} f_x(u) / u \right] / x \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (\text{IV.4})$$

On représente sur la Figure (IV.1) les grandeurs floues déjà expliqués, voir [26][27][28].

- **Définition 3**

Le domaine de la fonction d'appartenance secondaire est appelé appartenance primaire de x noté J_x telle que $J_x \subseteq [0, 1] \quad \forall x \in X$

- **Définition 4**

L'amplitude de la fonction d'appartenance secondaire est appelée degré d'appartenance secondaire noté $f_x(u)$.

• **Définition 5**

Un ensemble flou type-2 intervalle est un ensemble flou type-2 dont tous les fonctions d'appartenance secondaires sont des ensembles type-1 de formes intervalles, c-a-d $f_x(u)=1, \forall u \in J_x \subseteq [0,1], \forall x \in X$.

Les ensembles flous type-2 intervalle reflètent l'uniformité de l'incertitude au niveau de la fonction d'appartenance primaire, ce type de fonctions d'appartenance est le plus souvent utilisé dans les systèmes flous type-2. Notons que ce type de fonctions d'appartenance est représenté seulement par ses domaines (intervalles), qui peuvent être exprimés en terme des bornes de gauches et de droites $[l, r]$ ou par leurs centres et largeurs $[c-s, c+s]$ où $c = (l+r)/2$ et $s = (r-l)/2$.

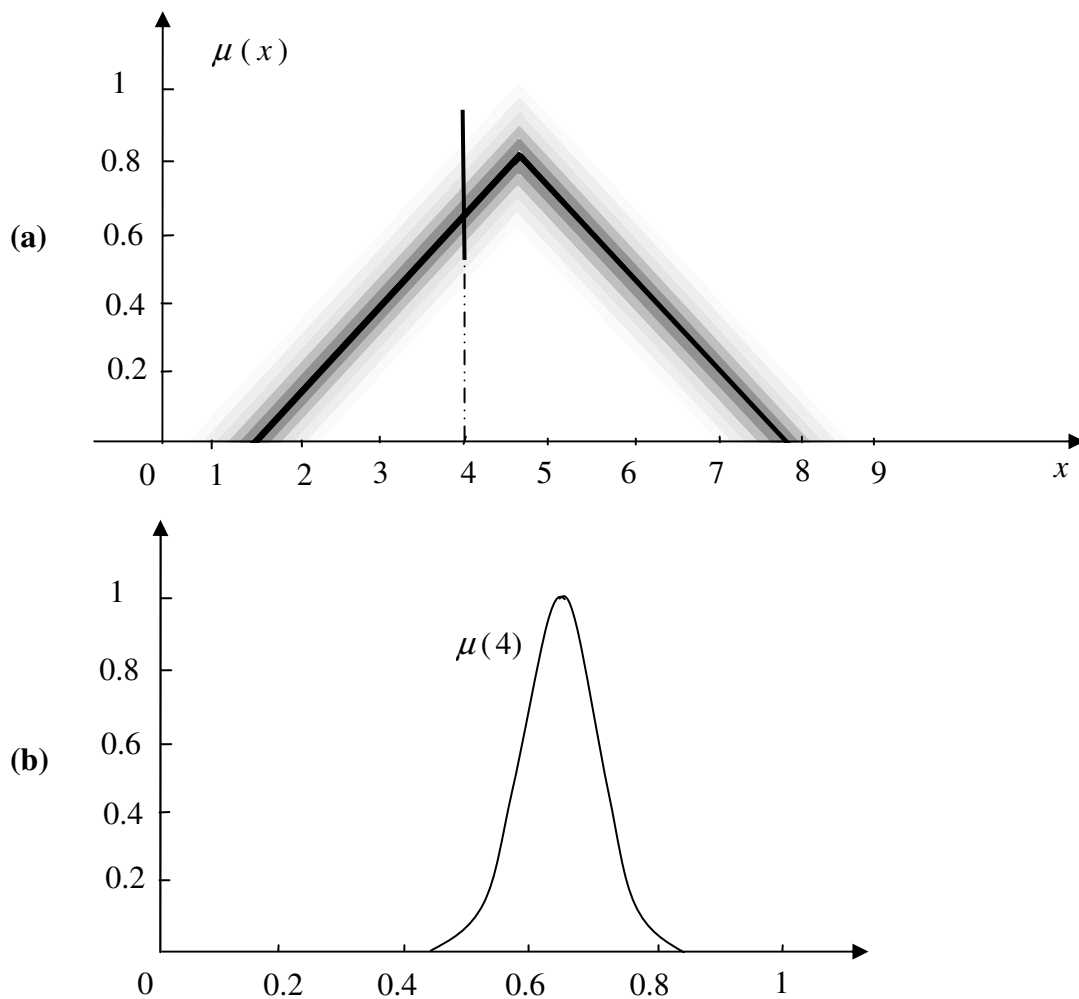


Figure.IV.1. Représentation schématique d'un ensemble flou type-2 gaussien.

- (a) Appartenance primaire.
- (b) Appartenance secondaire.

• **Définition 6**

Supposons que chaque fonction d'appartenance secondaire d'un ensemble flou type-2 possède un seul degré d'appartenance unitaire. On définit alors une fonction d'appartenance principale comme l'union de tous ces points :

$$u_{principale}(x) = \int_{x \in X} u / x \quad \text{où } f_x(u) = 1 \quad (\text{IV.5})$$

Pour un ensemble flou type-2 intervalle, nous définissons la fonction d'appartenance principale comme étant l'union de toutes les valeurs d'appartenance moyennes de la fonction d'appartenance primaire. Notons que lorsque l'incertitude des fonctions d'appartenance disparaît, la fonction d'appartenance d'un ensemble flou type-2 se réduit à la fonction d'appartenance principale.

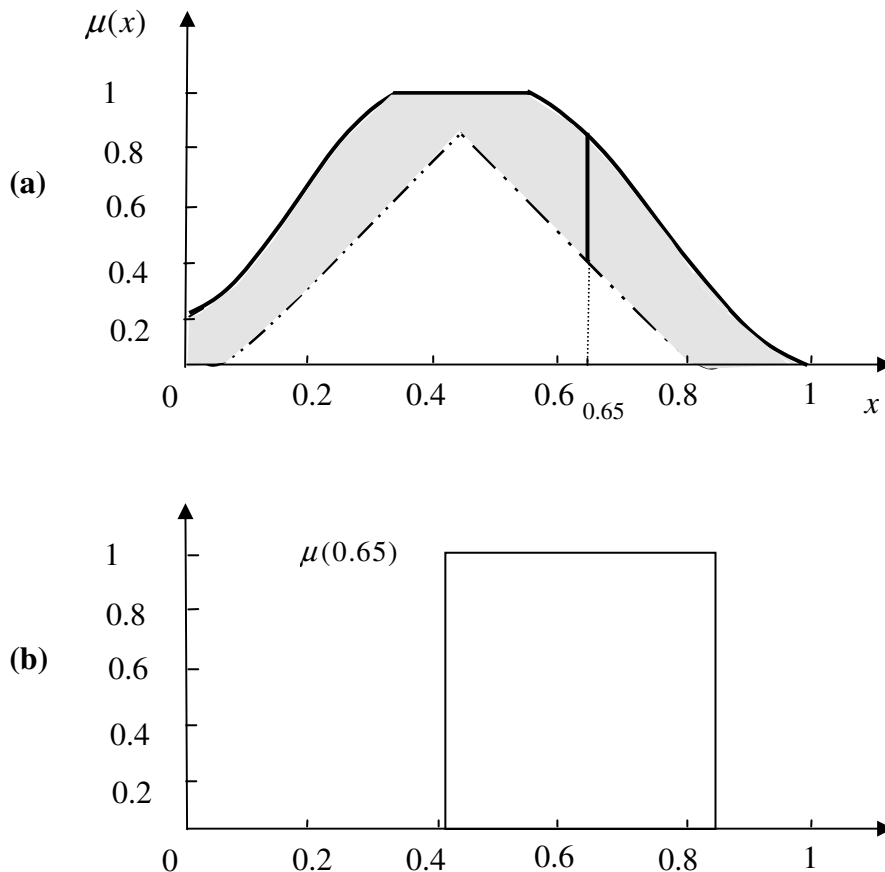


Figure.IV.2. Représentation schématique d'un ensemble flou type-2 intervalle.

- (c) Appartenance primaire.
- (d) Appartenance secondaire.

• **Définition 7**

L'incertitude dans un ensemble flou type-2 \tilde{A} est représentée par une région bornée appelée «Footprint Of Uncertainty » FOU . C'est l'union de toutes les appartenances primaires:

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} J_x \quad (IV.6)$$

• **Définition 8**

Fonction d'appartenance supérieur et fonction d'appartenance inférieur sont des fonction d'appartenance de type-1 et sont les frontières du FOU d'un ensemble flou \tilde{A} type-2.

La fonction d'appartenance supérieure sera notée par $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) \forall x \in X$, et la fonction d'appartenance inférieure sera notée par $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) \forall x \in X$, alors nous avons :

$$\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) = \overline{FOU(\tilde{A})} \quad \forall x \in X \quad (IV.7)$$

et

$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) = \underline{FOU(\tilde{A})} \quad \forall x \in X \quad (IV.8)$$

IV. 3. OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS TYPE-2

Les degrés d'appartenance des ensembles flous type-2 sont des ensembles type-1 ; par conséquent, pour effectuer des opérations telles que l'union et l'intersection sur les ensembles type- 2, nous devons faire appel aux opérations t-conorm et t-norm sur des ensembles de type-1. Cela est réalisable en utilisant le principe d'extension de Zadeh [25][26][27][29].

Une opération "*" entre deux nombres ordinaires peut être étendue à deux ensembles type-1:

$$F = \int_v f(v) / v \quad (IV.9)$$

et

$$G = \int_w g(w) / w \quad (IV.10)$$

de la façon suivante:

$$F * G = \int \int_{v w} [f(v) \bullet g(w)] / (v * w) \quad (IV.11)$$

où "•" est une t-norm, généralement c'est une opération produit ou opération min [26] ; par exemple, l'extension de la t-conorm aux ensembles de type-1 est donnée par:

$$F \cup G = \int \int_{v w} [f(v) \bullet g(w)] / (v \vee w) \quad (IV.12)$$

Similairement, l'extension de la t-norm aux ensembles type-1 sera donnée par:

$$F \cap G = \int \int_{v w} [f(v) \bullet g(v)] / (v \wedge w) \quad (IV.13)$$

Exemple 1

Soit F et G deux ensembles type-1 intervalle sur les domaines $[l_f, r_f]$ et $[l_g, r_g]$, respectivement.

En utilisant (IV.13), l'intersection entre F et G est obtenue comme suite :

$$F \cap G = \int_{v \in F} \int_{w \in G} (1 \times 1) / (vw) \tag{IV.14}$$

De cette équation nous observons:

- chaque terme de $F \cap G$ est égale au produit vw , avec le plus petit terme $l_f l_g$ et le plus grand $r_f r_g$
- puisque F et G possèdent des intervalles continus, alors $F \cap G$ possède aussi un domaine continu, par conséquent $F \cap G$ est un ensemble type-1 intervalle avec le domaine $[l_f l_g, r_f r_g]$, c-a-d :

$$F \cap G = \int_{u \in [l_f l_g, r_f r_g]} 1/u \tag{IV.15}$$

D'une façon plus générale, l'intersection $\bigcap_{i=1}^n F_i$ de n ensembles type-1 intervalle F_1, \dots, F_n ayant les domaines $[l_1, r_1], \dots, [l_n, r_n]$, respectivement, est un ensemble intervalle sur le domaine $\left[\prod_{i=1}^n l_i, \prod_{i=1}^n r_i \right]$.

Des opérations algébriques entre les ensembles type-1 peuvent aussi être définies en utilisant l'équation (IV.2), comme par exemple la somme de F et G :

$$F + G = \int_v \int_w [f(v) \bullet g(w)] / (v + w) \tag{IV.16}$$

En utilisant le même raisonnement vu dans l'exemple précédent, on peut démontrer que lorsque F et G sont des ensembles type-1 intervalle, alors leur somme est aussi un ensemble type-1 intervalle sur le domaine $[l_f + l_g, r_f + r_g]$ [26][29].

En utilisant le principe d'extension [25], une opération sur n valeurs ordinaires $f(\theta_1, \dots, \theta_n)$ peut être étendue à une opération sur n ensembles flous type-1 F_1, \dots, F_n :

$$f(F_1, \dots, F_n) = \int_{\theta_1} \dots \int_{\theta_n} \mu_{F_1}(\theta_1) * \dots * \mu_{F_n}(\theta_n) / f(\theta_1, \dots, \theta_n) \tag{IV.17}$$

où tous les intégrales dénotes des unions logiques, et $\theta_i \in F_i$ pour $i = 1, \dots, n$.

Nous allons dans la suite définir le concept de centroïde d'un ensemble flou type-2 en utilisant la formule (IV.17), cette notion est très importante dans les systèmes floue type-2.

Rappelons qu'un centroïde d'un ensemble flou A type-1, dont le domaine est discrétisé en N valeurs est donné par:

$$C_A = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \mu_A(x_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_A(x_i)} \quad (IV.18)$$

Similairement, le centroïde d'un ensemble flou \tilde{A} type-2 dont le domaine est discrétisé en N points, peut être défini en utilisant l'équation (IV.17) comme suit. Si on pose $D_i = \mu_{\tilde{A}}(x_i)$, alors :

$$C_{\tilde{A}} = \int_{\theta_1} \dots \int_{\theta_N} [\mu_{D_1}(\theta_1) * \dots * \mu_{D_N}(\theta_N)] / \frac{\sum_{i=1}^N x_i \theta_i}{\sum_{i=1}^N \theta_i} \quad (IV.19)$$

où $\theta_i \in D_i$.

L'équation (IV.19) veut dire : chaque point x_i de \tilde{A} possède un degré d'appartenance de type-1 (c-a-d son degré d'appartenance est une fonction d'appartenance de type-1) noté $D_i = \mu_{\tilde{A}}(x_i)$. Pour trouver le centroïde, nous considérons chaque combinaison possible $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ tel que $\theta_i \in D_i$. Pour chaque telle combinaison, nous calculons un centroïde de type-1 en utilisant la formule (IV.18) en remplaçant chaque $\mu_A(x_i)$ par θ_i , et à chaque point centroïde, nous allons associer un degré d'appartenance égale à la t-norm des degrés d'appartenances des θ_i aux D_i . Si plus d'une combinaison des θ_i nous donne le même point dans le centroïde, on garde le point possédant le plus grand degré d'appartenance. Chaque combinaison $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$, ($\theta_i \in D_i$), considérée lorsque nous calculons $C_{\tilde{A}}$, peut être vue comme une fonction d'appartenance d'un certain ensemble flou A' de type-1 possédant le même domaine que \tilde{A} . Nous appelons A' un ensemble flou type-1 encadré dans \tilde{A} (Figure.IV.3) [26][28].

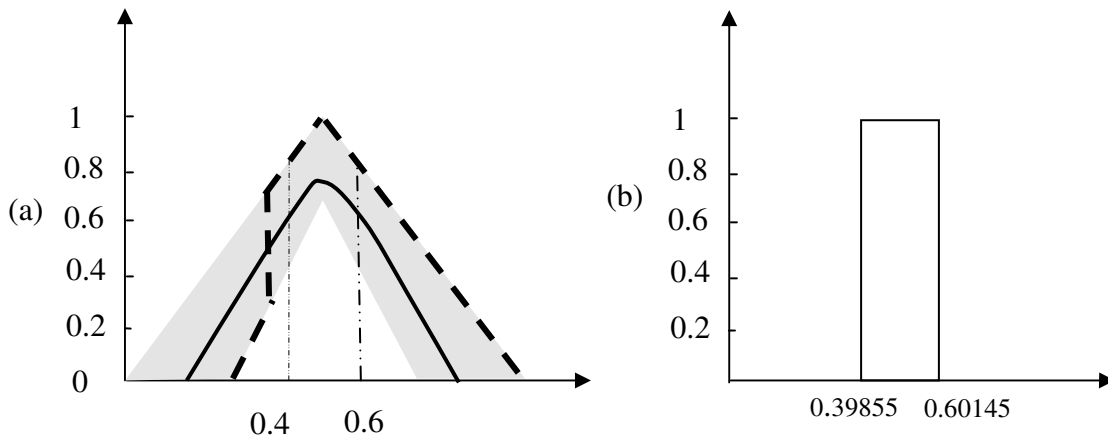


Figure.IV.3. Vue approfondie d'un ensemble flou type-2 intervalle.

(a) Ensemble flou type-2 intervalle.

(b) Centroïde de l'ensemble flou type-2 représenté dans (a).

Chaque ensemble type-1 encastré possède aussi un point qui est calculé comme la t-norm des degrés d'appartenance secondaires correspondant à $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$.

Alors, un ensemble flou type-2 peut être vu comme une large collection d'ensembles type-1 encastrés, dont chacun possède son poids associé. Le centroïde de cet ensemble flou type-2, $C_{\tilde{A}}$ est par conséquent un ensemble type-1 dont les éléments sont les centroïdes de tous les ensembles encastrés de type-1 dans \tilde{A} , leurs degrés d'appartenance sont les poids associés aux ensembles encastrés correspondants. Le calcul du centroïde se simplifie beaucoup lorsque \tilde{A} est un ensemble type-2 intervalle.

Dans ce cas, si A est un ensemble type-2 intervalle, alors l'équation (IV.19) sera simplifiée à:

$$C_{\tilde{A}} = \int_{\theta_1} \dots \int_{\theta_N} 1 \left/ \frac{\sum_{i=1}^N x_i \theta_i}{\sum_{i=1}^N \theta_i} \right. \quad (IV.20)$$

où chaque θ_i appartient à un certain intervalle dans $[0,1]$.

Observons que si le domaine de \tilde{A} ou de $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ($x \in \tilde{A}$) est continu, alors le domaine de $C_{\tilde{A}}$ est aussi continu. Le nombre de tous les ensembles type-1 encastrés dans \tilde{A} est infini, par conséquent, les domaines de \tilde{A} et chaque $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ($x \in \tilde{A}$) doivent être discrétisés pour le calcul de $C_{\tilde{A}}$. Nous remarquons de l'équation (IV.19) que si le domaine de chaque D_i est discrétisé en M points, le nombre des combinaisons $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ possibles sera M^N , qui est un nombre très grand même pour M et N petits.

Si, par conséquent les fonctions des D_i ont une structure régulière (exp: ensemble type-1 intervalle, gaussiennes, triangulaires), on peut obtenir avec exactitude ou approximativement le centroïde sans réaliser tous les calculs.

L'ensemble type-1 réduit d'un ensemble flou type-2 est le centroïde de l'ensemble flou type-2 du FLS ; par conséquent, chaque élément de l'ensemble de type réduit est un centroïde d'un certain ensemble encastré type-1[26][28].

IV.4. SYSTEMES FLOUS TYPE-2

La figure (IV.4) montre la structure de base d'un système flou de type-2. Elle est très similaire à la structure d'un système flou de type-1[30].

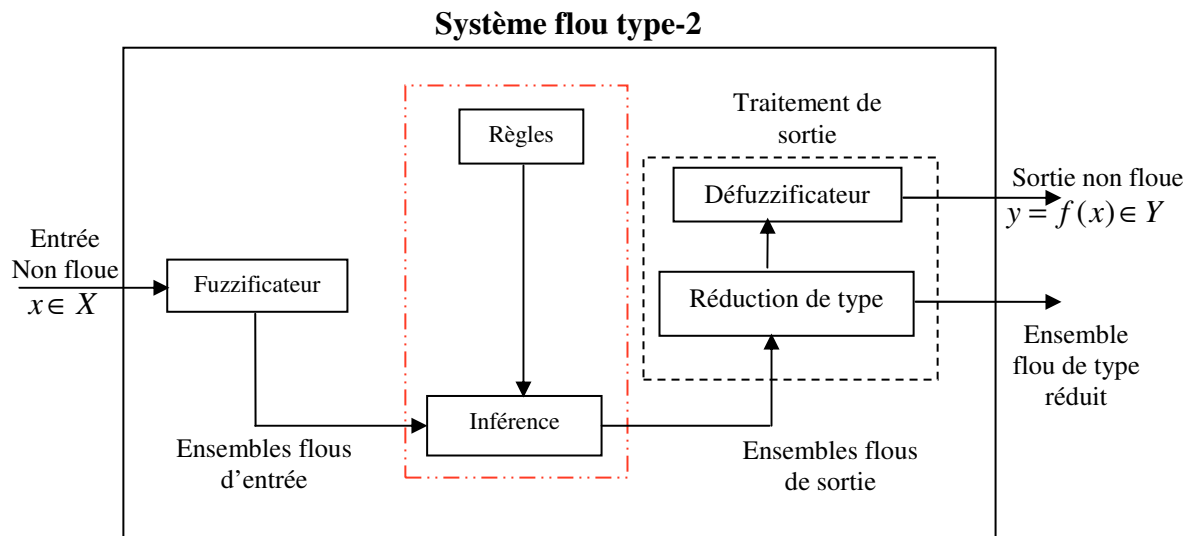


Figure.IV.4. Structure d'un système flou type-2.

Pour un système FLS de type-1, le block traitement de sortie se réduit seulement à la défuzzification. Quand une entrée est appliquée à un FLS de type-1, le mécanisme d'inférence calcul un ensemble flou de sortie type-1 correspondant à chaque règle. La défuzzification calcul alors une sortie réelle à partir de ces ensembles flous délivrés par chaque règle [21]. Pour un système flou type-2, chaque ensemble de sortie d'une règle est de type-2 (Figure.IV.5 (a)). Dans ce contexte, on trouve des versions généralisées des méthodes de défuzzification qui peuvent nous fournir un ensemble de type-1 à partir des ensembles de sorties de type-2. On appelle cette opération «Réduction de type» au lieu de défuzzification [26][28][31], et on appelle l'ensemble résultant de type-1 «Ensemble réduit» (Figure. IV.5 (b)). Le défuzzificateur dans un système flou type-2 peut alors défuzzifier l'ensemble réduit pour obtenir une sortie ordinaire non floue (Figure.IV.5 (c)) pour le système flou type-2.

Ce traitement de sortie est clairement illustré dans la figure (IV.5).

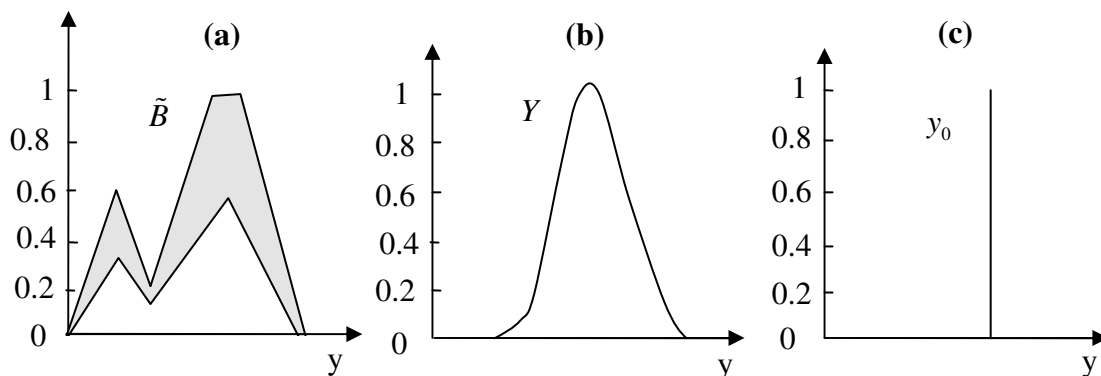


Figure.IV.5. Opérations du traitement de sortie d'un système flou type-2

- (a) Ensemble flou type-2.
- (b) Ensemble flou type-1.
- (c) Singleton.

Un fuzzificateur projette une entrée ordinaire non floue en des ensembles flous. Ces ensembles flous peuvent en général être de type-2, par conséquent, nous allons considérer dans notre mémoire une fuzzification de type singleton pour la quelle l'entrée floue à un seul point dont la valeur d'appartenance est non nulle.

Pour illustrer la différence entre un système flou de type-1 et un autre de type-2, nous allons d'abord rappeler quelques notations :

IV.4.1. Système flou type-1

Soit un système flou type-1 à p-entrées et une seule sortie utilisant une fuzzification de type singleton et une défuzzification de type centre de masses [18] et des règles de type IF-THEN de la forme:

$$R^l : IF \ x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } F_2^l \text{ and } \dots x_p \text{ is } F_p^l, \quad THEN \ y \text{ is } G^l \quad (IV.21)$$

Quand une entrée singleton $x' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_p\}$ se présente, le degré d'activation correspondant à une règle l sera calculé comme suit:

$$\mu_{F_1^l}(x'_1) * \mu_{F_2^l}(x'_2) * \dots * \mu_{F_p^l}(x'_p) = \mathfrak{S}_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x'_i) \quad (IV.22)$$

où "*" et \mathfrak{S} indiquent la t-norm choisie. Dans la littérature il existe plusieurs types de défuzzifications. Dans ce mémoire nous allons se contenter d'utiliser la défuzzification de type centre de gravité [21]. Elle concerne à calculer une sortie réelle en calculant d'abord le centroïde C_{G^l} de chaque ensemble de sortie G^l , ensuite calculer la moyenne pondérée de ces centroïdes. Le poids correspondant à la $l^{ième}$ conséquence d'une règle est le degré d'activation associé avec cette règle, $\mathfrak{S}_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x'_i)$, donc :

$$y_{\text{cos}}(x') = \frac{\sum_{l=1}^M c_{G^l} \mathfrak{S}_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x'_i)}{\sum_{l=1}^M \mathfrak{S}_{i=1}^p \mu_{F_i^l}(x'_i)} \quad (IV.23)$$

où M est le nombre de règle dans le système flou.

IV.4.2. Système flou type-2

Considérons maintenant un système flou de type-2 utilisant une fuzzification de type singleton, une réduction de type centre de gravité [26][27] et des règles de la forme:

$$R^l : IF \ x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and } \dots x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l, \quad THEN \ y \text{ is } \tilde{G}^l \quad (IV.24)$$

Notons que ce n'est pas nécessaire que tous les ensembles flous des antécédents et des conséquences de l'équation (IV.24) soient de type-2, pour que le système flou soit de type-2. Donc, il

suffit qu'un seul ensemble de l'antécédent ou de la conséquence soit de type-2, alors tout le système flou soit de type-2. Quand une entrée $x' = \{x'_1, x'_2, \dots, x'_p\}$ se présente, le mécanisme d'inférence calcule le degré d'activation de chaque règle en utilisant l'opération d'intersection définie dans (IV.13) entre les degrés d'appartenance de l'antécédent de chaque règle. Le degré d'activation correspondant à la $l^{i\text{ème}}$ règle est alors :

$$\mu_{\tilde{F}_1^l}(x'_1) \cap \mu_{\tilde{F}_2^l}(x'_2) \cap \dots \cap \mu_{\tilde{F}_p^l}(x'_p) = \prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i^l}(x'_i) \quad (\text{IV.25})$$

Le centre de gravité de type-réduit, a besoin du centroïde de la conséquence de chaque règle. Une fois tous les centroïdes des conséquences sont calculés, le centre de gravité de type réduit sera calculé en utilisant la version étendu de l'équation (IV.23):

$$Y_{\text{cos}}(x') = \int_{y^1} \dots \int_{y^M} \int_{f_1} \dots \int_{f_M} \mathfrak{S}_{l=1}^M \mu_{C^l}(y^l) * \mathfrak{S}_{l=1}^M \mu_{F^l}(f_l) \left/ \frac{\sum_{l=1}^M y^l f_l}{\sum_{l=1}^M f_l} \right. \quad (\text{IV.26})$$

où \mathfrak{S} et $*$ indiquent la t-norm choisie ; $y^l \in C^l = C_{\tilde{G}^l}$ le centroïde du $l^{i\text{ème}}$ ensemble conséquence ; et

$f_l \in F^l = \prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i^l}(x'_i)$ le degré d'activation associé au $l^{i\text{ème}}$ ensemble conséquence, pour $l = 1, 2, \dots, M$.

Une valeur réelle de sortie est obtenue en calculant le centroïde de $Y_{\text{cos}}(x')$.

L'ensemble de type réduit d'un système flou type-2 montre la variation possible de la valeur réelle de sortie due à la nature incertaine des fonctions d'appartenance antécédentes ou conséquences. Il établit une bande de valeurs autour d'une valeur de sortie réelle. Un système flou de type-2 est très difficile à réaliser, mais les choses se simplifient beaucoup quand les fonctions d'appartenance secondaires sont de type intervalles [32][33][34].

Théorème

Dans un système flou type-2 intervalle, avec une t-norm min ou prod, l'intervalle d'activation $F^l \square [f^l, \bar{f}^l]$ de la $l^{i\text{ème}}$ règle est:

$$\underline{f}^l = \underline{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \underline{\mu}_{\tilde{F}_2^l}(x_2) * \dots * \underline{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (\text{IV.27})$$

et

$$\bar{f}^l = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^l}(x_1) * \bar{\mu}_{\tilde{F}_2^l}(x_2) * \dots * \bar{\mu}_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \quad (\text{IV.28})$$

Ceci est clairement représenté sur la figure (IV.6), où le nombre d'antécédents est $p=2$. Dans ce cas, le degré d'activation est un ensemble type-1 intervalle, $[f^l, \bar{f}^l]$, où:

$$\underline{f}^l = \underline{f}_1^l * \underline{f}_2^l \quad (IV.29)$$

et

$$\overline{f}^l = \overline{f}_1^l * \overline{f}_2^l \quad (IV.30)$$

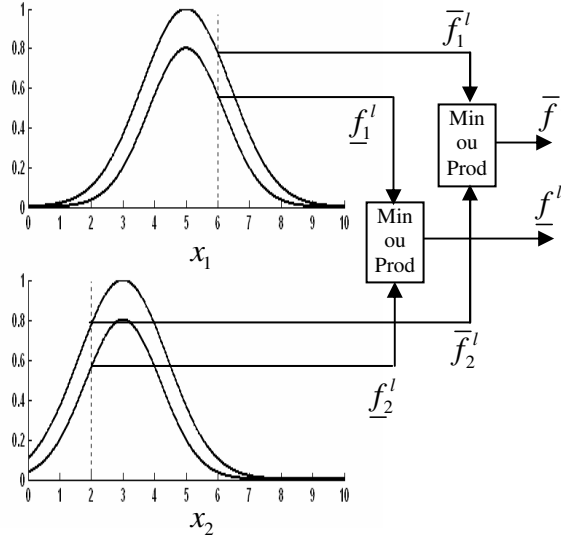


Figure.IV.6. Opérations d'entrée d'un système flou type-2 avec fuzzification type singleton

IV.5. REDUCTION DE TYPE ET DEFUZZIFICATION

Un système flou type-2 est très compliqué à cause de la réduction de type. La formule générale du calcul de cet ensemble de type réduit est la suivante:

$$Y(Z_1, \dots, Z_M, W_1, \dots, W_M) = \int_{z^1} \dots \int_{z^M} \int_{w_1} \dots \int_{w_M} \mathfrak{S}_{l=1}^M \mu_{Z_l}(z_l) * \mathfrak{S}_{l=1}^M \mu_{W_l}(w_l) \left/ \frac{\sum_{l=1}^M w_l z_l}{\sum_{l=1}^M w_l} \right. \quad (IV.31)$$

où \mathfrak{S} et $*$ indiquent les t-norms utilisées (prod ou min), $w_l \in W_l$ et $z_l \in Z_l$ pour $l = 1, 2, \dots, M$

Les choses se simplifient beaucoup lorsque les fonctions d'appartenance secondaires sont de type intervalle [26][32]. Dans notre mémoire nous allons s'intéresser à la réduction de type pour les systèmes flous type-2 intervalle, dans ce cas nous n'allons pas considérer toutes les combinaisons de z_l et de w_l .

Pour un système type-2 intervalle, chaque z_l et w_l ($l = 1, 2, \dots, M$) dans l'équation (IV.31) est un ensemble type-1 intervalle, par conséquent nous avons $\mu_{Z_l}(z_l) = \mu_{W_l}(w_l) = 1$, donc l'équation (IV.31) devient :

$$Y(Z_1, \dots, Z_M, W_1, \dots, W_M) = \int_{z_1} \dots \int_{z_M} \int_{w_1} \dots \int_{w_M} 1 / \frac{\sum_{l=1}^M w_l z_l}{\sum_{l=1}^M w_l} \quad (IV.32)$$

$$= [y_l, y_r]$$

Alors, dans ce cas il nous suffit de calculer seulement l'expression $\sum_{l=1}^M w_l z_l / \sum_{l=1}^M w_l$, puisque tous les degrés d'appartenance dans un ensemble type-1 intervalle sont ordinaires, alors nous allons dans la suite représenter un intervalle seulement par ses limites gauche et droite $[l, r]$ ou par son centre et largeur $c = \frac{l+r}{2}$ et $s = \frac{r-l}{2}$ respectivement.

Dans un système flou type-2, chaque z_l dans l'équation (IV.32) est un ensemble type-1 intervalle de centre c_l et de largeur s_l ($s_l \geq 0$) et chaque W_l est un ensemble type-1 intervalle de centre h_l et de largeur Δ_l , ($\Delta_l \geq 0$) (on suppose que $h_l \geq \Delta_l$, par conséquent $w_l \geq 0$ pour $l = 1, 2, \dots, M$). Y est aussi un ensemble type-1 intervalle, donc nous avons seulement besoin de calculer les deux points extrêmes y_l et y_r . Comme il est montré dans [26], y_l dépend seulement de $c_l - s_l$ et de l'un des deux points extrêmes de W_l , y_r dépend seulement de $c_l + s_l$ et sur l'un des deux points extrêmes de W_l . Dans ce qui suit, nous allons citer une procédure itérative pour calculer y_l et y_r [26][28][32].

Posons :

$$S(W_1, \dots, W_M) \square \sum_{l=1}^M z_l w_l / \sum_{l=1}^M w_l \quad (IV.33)$$

où $w_l \in [h_l - \Delta_l, h_l + \Delta_l]$ et $h_l \geq \Delta_l$ pour $l = 1, 2, \dots, M$ et $z_l \in [c_l - s_l, c_l + s_l]$. Le maximum de S , y_r est obtenu comme suit. On pose $z_l = c_l + s_l$ ($l = 1, 2, \dots, M$) et en supposant que les z_l sont arrangés dans l'ordre croissant, c-a-d, $z_1 \leq z_2 \leq \dots \leq z_M$. Alors :

1. posons $w_l = h_l$ pour $l = 1, 2, \dots, M$ et calculons $S' = S(h_1, \dots, h_M)$ en utilisant l'équation (IV.33).
2. trouver K ($1 \leq K \leq M - 1$) tel que $z_K \leq S' \leq z_{K+1}$
3. poser $w_l = h_l - \Delta_l$ pour $l \leq K$ et $w_l = h_l + \Delta_l$ pour $l \geq K + 1$ et calculer $S'' = S(h_1 - \Delta_1, \dots, h_K - \Delta_K, h_{K+1} + \Delta_{K+1}, \dots, h_M + \Delta_M)$ en utilisant l'équation (IV.33).
4. vérifier si $S'' = S'$; si oui, arrêter. S'' est la valeur maximale de $S(W_1, \dots, W_M)$; si non, aller à l'étape 5.
5. poser $S' = S''$; aller à l'étape 2.

Il a été démontré que cette procédure itérative converge dans M itérations au maximum, où une itération est le passage de l'étape 2 à l'étape 5.

Chapitre IV : Commande floue type-2 de la machine asynchrone

Le minimum de $S(W_1, \dots, W_M)$ peut être obtenu en utilisant la même procédure juste citée.

Seulement deux changements doivent être faits :

- ✓ nous devons mettre $z_l = c_l - s_l$ pour $l = 1, 2, \dots, M$.
- ✓ dans l'étape 3 nous devons poser $w_l = h_l + \Delta_l$ pour $l \leq K$ et $w_l = h_l - \Delta_l$ pour $l \geq K + 1$ et calculer $S'' = S(h_1 + \Delta_1, \dots, h_K + \Delta_K, h_{K+1} - \Delta_{K+1}, \dots, h_M - \Delta_M)$.

Dans ce qui suit, nous allons présenter deux exemples expliquant comment cet algorithme va être utilisé dans la réduction de type d'un centroïde de type-2 (centre de gravité type-2) et comment il va être utilisé dans un système flou type-2.

Exemple 2

Dans cet exemple, nous allons calculer la réduction de type pour les trois ensembles flous type-2 intervalle, notés par \tilde{A}_1, \tilde{A}_2 et \tilde{A}_3 , représentés dans la Figure.7 et donnés par :

$$\begin{aligned} \underline{A}_1 &= 0.75 \exp\left(-0.5\left(\frac{x-2}{1.2}\right)^2\right) & ; & \quad \bar{A}_1 = \exp\left(-0.5\left(\frac{x-2}{1.2}\right)^2\right) \\ \underline{A}_2 &= 0.75 \exp\left(-0.5(x-6)^2\right) & ; & \quad \bar{A}_2 = \exp\left(-0.5(x-6)^2\right) \\ \underline{A}_3 &= 0.75 \exp\left(-0.5(x-9)^2\right) & ; & \quad \bar{A}_3 = \exp\left(-0.5(x-9)^2\right) \end{aligned}$$

Les résultats sont présentés dans le tableau 1 où chaque ensemble intervalle de type réduit est représenté par son centre et sa largeur [28].

Table 1. Résultats de réduction de type de l'exemple 2

| | Centre | Largeur |
|------------------------|--------|-----------------|
| Ensemble \tilde{A}_1 | 2.1356 | [2.0099 2.2612] |
| Ensemble \tilde{A}_2 | 6.0000 | [5.8853 6.1147] |
| Ensemble \tilde{A}_3 | 9 | [8.8853 9.1147] |

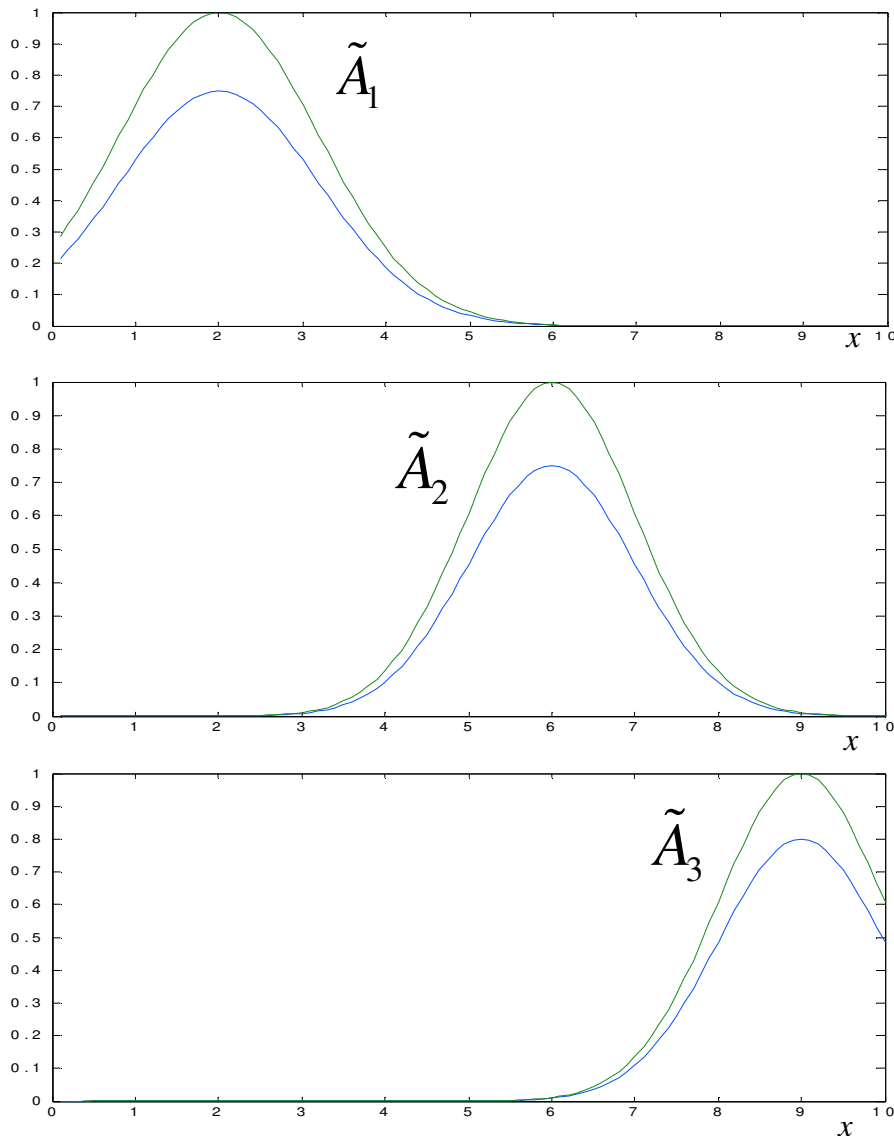


Figure.IV.7. Fonctions d'appartenance floue type-2 définies dans l'exemple 2

Exemple 3

Dans cet exemple nous allons présenter l'utilisation de la méthode de réduction de type pour un système flou type-2 intervalle. Nous considérons un système flou type-2 mono variable dont les règles ont la forme suivante : $R^{(l)} : IF x \text{ is } \tilde{F}^{(l)}, THEN y \text{ is } \tilde{G}^{(l)}$ où x et $y \in [0, 10]$. On représente dans la figure (VI.8.a et b) les ensembles flous antécédents et conséquences. Le FOU est uniformément hachuré ce qui veut dire que ces ensembles flous sont de type-2 intervalle. Chacun de ces ensembles peut être décrit par deux gaussiennes possédant la même valeur moyenne et le même écart, par contre ils ont des amplitudes différentes. La valeur maximale atteinte par la gaussienne la plus élevée est l'unité, tandis que la valeur minimale atteinte par les gaussiennes est s . Si la valeur minimale et l'écart

d'une gaussienne sont m et σ , respectivement, alors la valeur d'appartenance correspondante à une entrée x' est un intervalle $\left[s \cdot \exp\left(-0.5\left(\frac{x'-m}{\sigma}\right)^2\right) \exp\left(-0.5\left(\frac{x'-m}{\sigma}\right)^2\right) \right]$. Les valeurs m pour chaque ensemble flou antécédent \tilde{F}^1, \tilde{F}^2 et \tilde{F}^3 sont 2, 5 et 8, respectivement. Les valeurs σ sont 1, 1, et 1, respectivement. Les valeurs s sont 0.8, 0.6 et 0.9, respectivement. Pour les trois ensembles flous des conséquences \tilde{G}^1, \tilde{G}^2 et \tilde{G}^3 les valeurs m sont 6, 2 et 9, respectivement. Les valeurs σ sont 1, 1.2, et 1, respectivement. Les valeurs s sont 0.75, 0.75 et 0.8, respectivement.

L'entrée $x = 4$ appliquée est représentée sur la figure. (IV.8). Elle a des appartenances non nulles dans les deux antécédents \tilde{F}^1 et \tilde{F}^2 , par conséquent, deux règles sont activées. Le résultat de réduction de type de cet exemple est donné par les deux bornes de l'intervalle type-1 suivant : [2.5996 3.3097] dont la valeur moyenne est 2.9546.

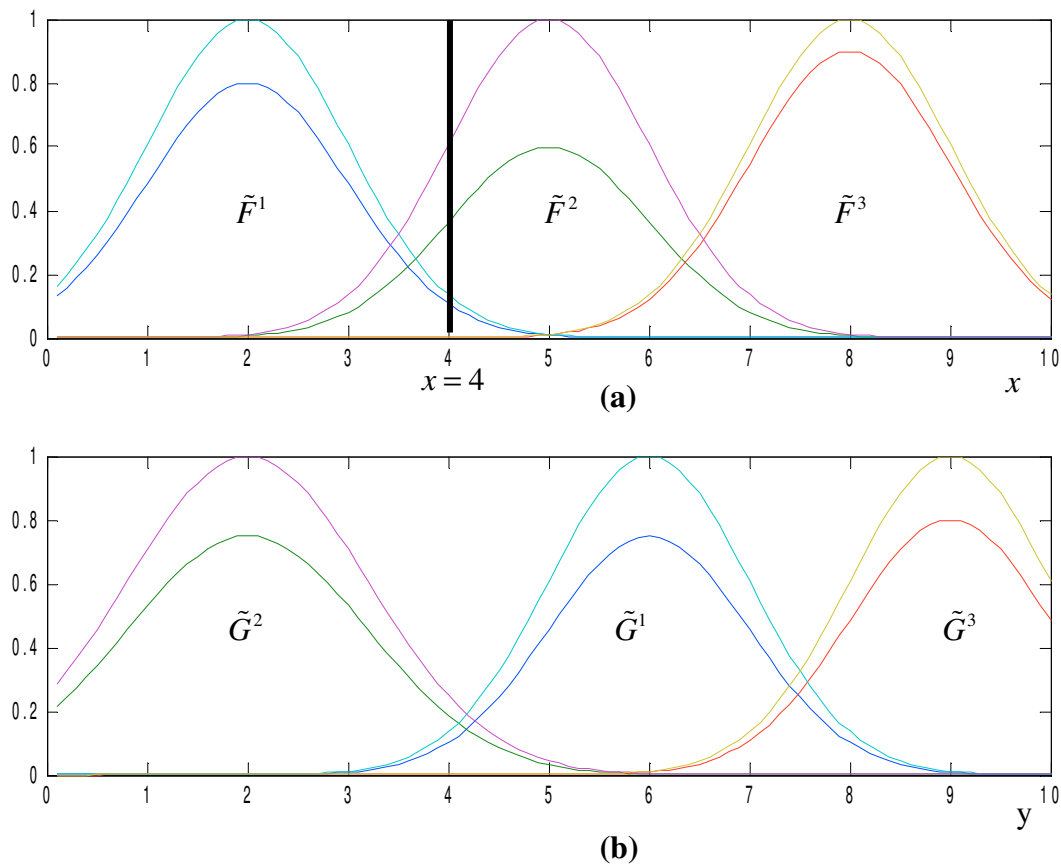


Figure.IV.8. Fonctions d'appartenance floue type-2 définies dans l'exemple 3.

(a) Fonctions antécédentes.

(b) Fonctions conséquences.

IV.6. STRUCTURES DE COMMANDES FLOUES TYPE-2

Les structures de commande que nous allons utiliser dans ce qui suit seront les mêmes que celles développées dans le chapitre trois à l'exception que les systèmes flous types-1 seront remplacés par des systèmes flous types-2.

IV.6.1. Commande non adaptative floue type-2

Le contrôleur flou non adaptatif utilisé sera schématisé par la figure (VI.9) suivante :

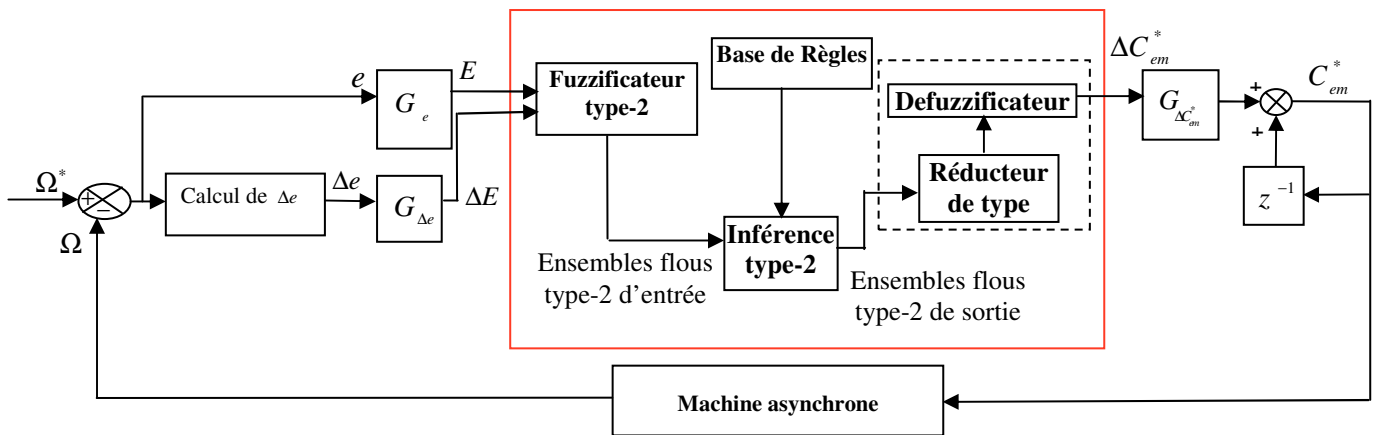


Figure.IV.9. Schéma synoptique d'un contrôleur flou type-2 de vitesse à gain de commande fixe.

Le régulateur flou type-2 de la figure (IV.9) est composé :

- d'un bloc de calcul de la variation de l'erreur Δe au cours du temps.
- des facteurs d'échelles (normalisation) associé à l'erreur (G_e), à sa variation ($G_{\Delta e}$), et à la variation de la commande ($G_{\Delta C_{em}^*}$).
- d'un bloc de fuzzification floue type-2 de l'erreur et de sa variation.
- d'une logique d'inférence type-2
- d'un bloc de réduction de type du type-2 vers le type-1.
- d'un bloc de défuzzification utilisé pour convertir la variation de la commande floue type-1 en une valeur numérique.
- d'un bloc sommateur qui calcul la valeur intégrale de la commande.

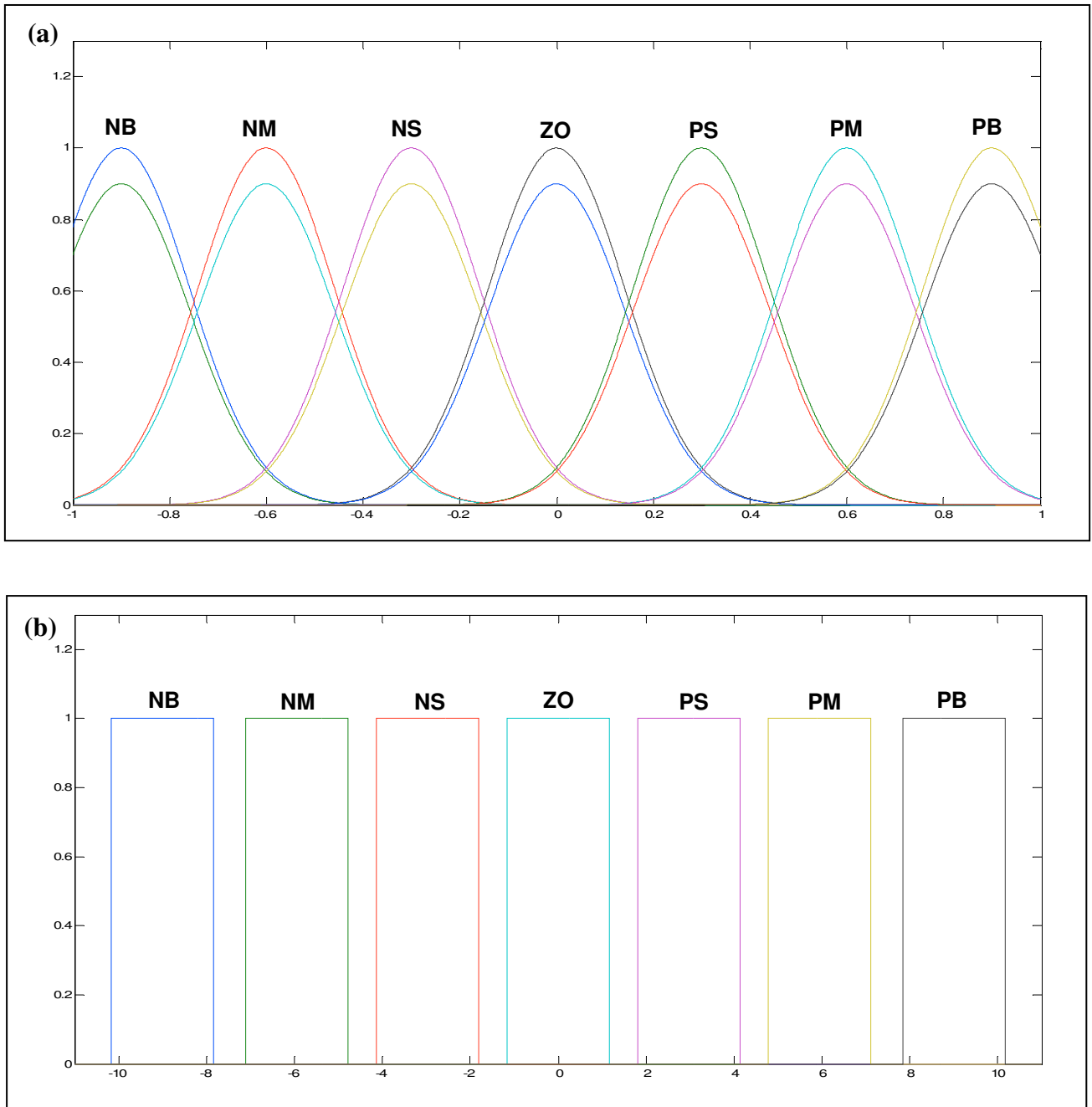


Figure.IV.10. Fonctions d'appartenance du régulateur flou type-2

(a) Fonctions d'appartenance floues type-2 de l'erreur et la variation de l'erreur

(b) Fonctions d'appartenance intervalle de la variation du couple de commande

Résultats de simulation

Les fonctions d'appartenance type-2 de l'erreur et de sa variation sont choisies identiques de formes Gaussiennes et sont définies sur l'intervalle $[-1, 1]$ comme le montre la figure (IV.10.a). Les fonctions d'appartenance type-2 de la variation du couple de commande sont choisies de formes intervalles sur l'intervalle $[-9, 9]$ (figure IV.10.b). Les facteurs d'échelle sont choisis comme suit :

$$\begin{cases} G_e = 1/|\Omega^*| \\ G_{\Delta e} = 1 \\ G_{\Delta C_{em}^*} = 0.9 \end{cases} \quad (IV.34)$$

Trois cas de simulation ont été testés (similairement aux chapitres II et III)

- Démarrage à vide suivi d'une application de charge.
- Test d'inversion de vitesse avec charge.
- Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique.
- Essai à basse vitesse (zéro vitesse).

▪ **Démarrage à vide suivi d'une application de charge**

Les résultats de ce teste sont présentés dans la figure (IV.11). On constate que nous avons de bonnes performances dynamiques avant et après l'application de la perturbation de charge. Le découplage Couple-Flux est toujours réalisé, ainsi que nous avons une très bonne réponse en couple.

▪ **Inversion de vitesse avec charge**

Les résultats de simulation de ce teste sont présentés dans la figure (IV.12) qui montre la robustesse de cette commande vis-à-vis la variation du sens de rotation.

▪ **Robustesse vis à vis la variation de la résistance rotorique**

Comme dans les chapitres II et III, deux changements sur R_r ont été faits (figures IV.13.a et b). Nous constatons que malgré les grandes variations paramétriques, la commande reste toujours robuste (découplage toujours assuré).

▪ **Essai à basse vitesse (zéro vitesse).**

Dans cet essai on fait tourner la machine pour deux vitesses de rotations : $N = 20tr / \text{min}$ et $N = -20tr / \text{min}$. Les résultats de simulation sont illustrés par la figure (IV.14). On note que la qualité de cet essai n'est pas trop satisfaisante.

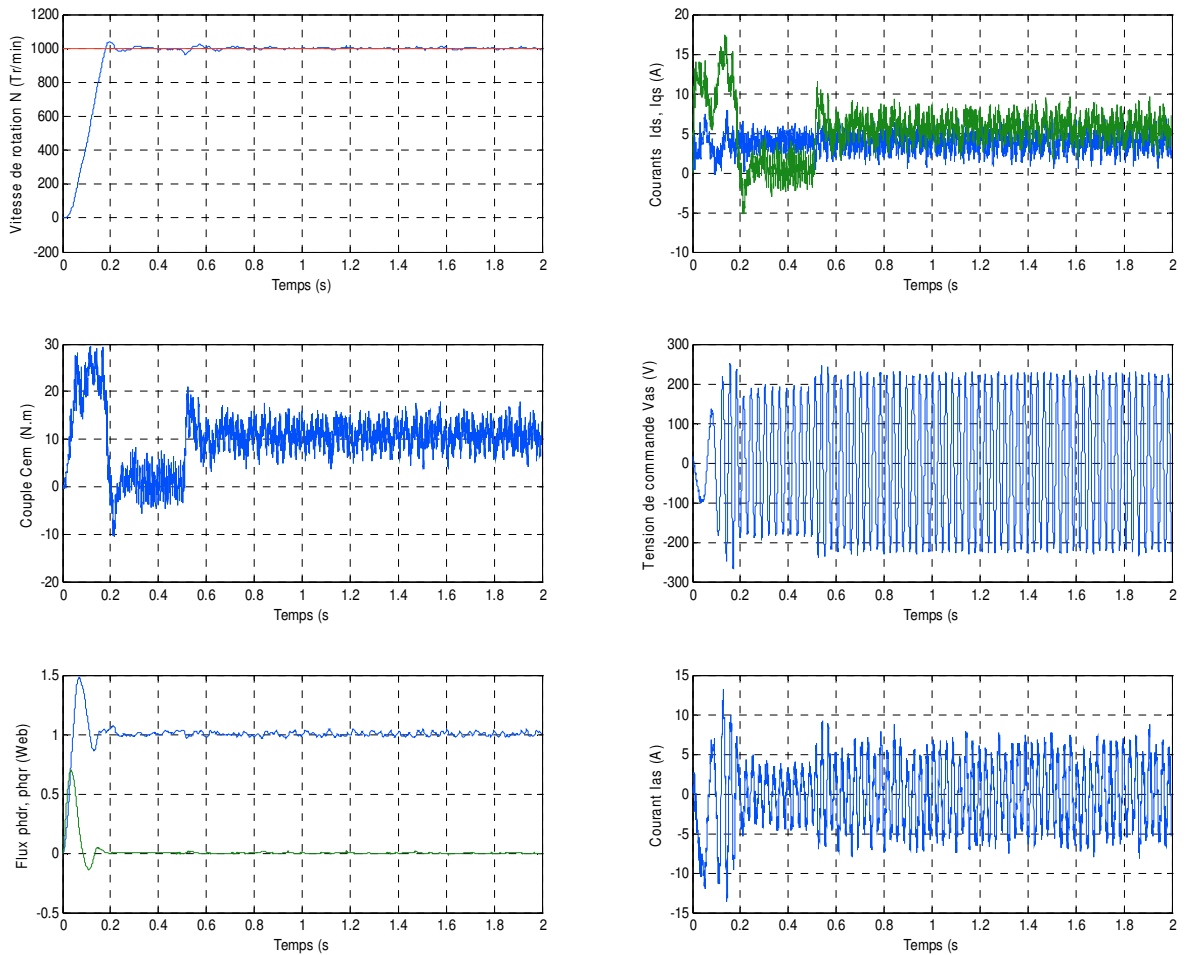


Figure IV .11. Résultats pour un démarrage à vide suivi d'une application de charge $C_r = 10N .m$

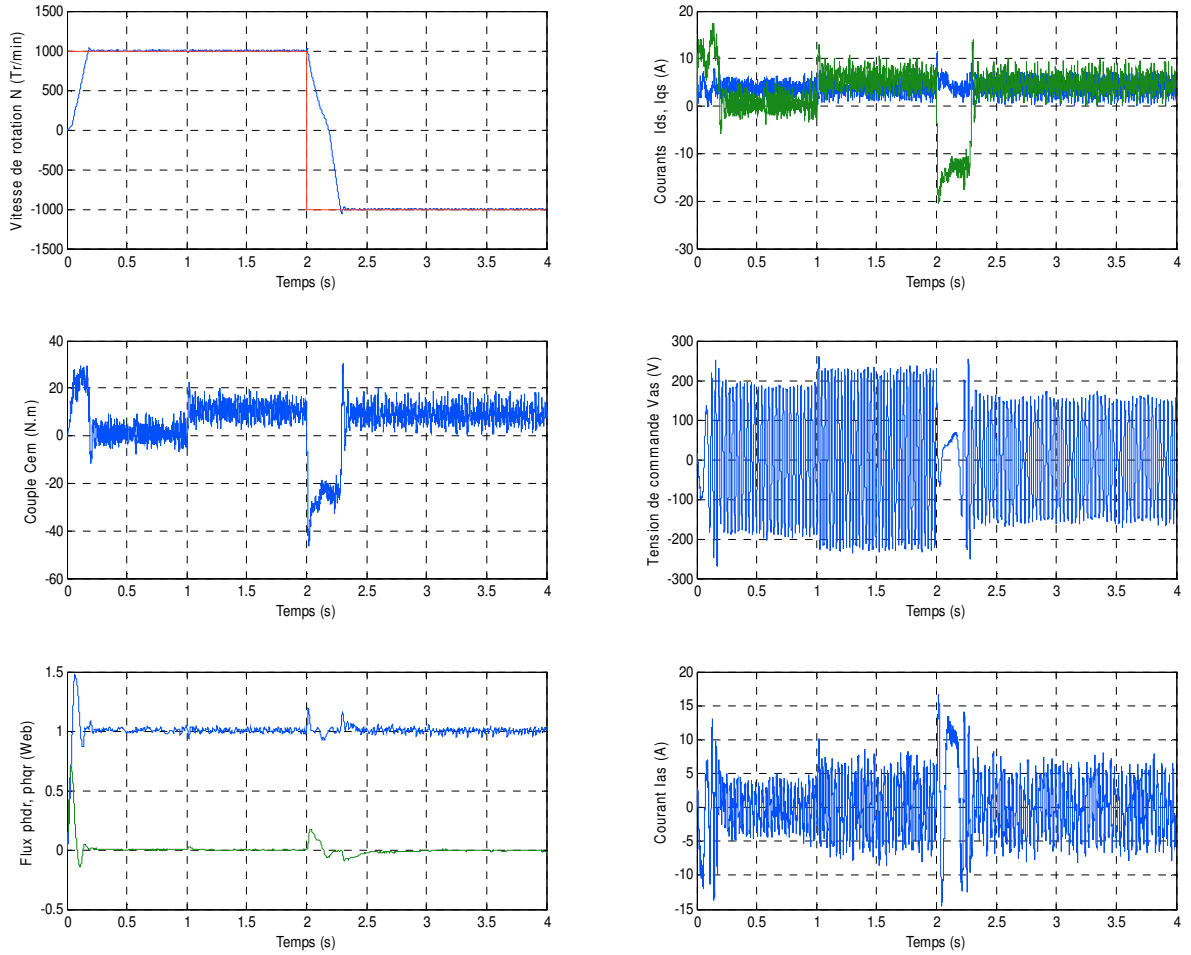


Figure IV.12. Résultats pour un démarrage à vide suivi d'une inversion de vitesse avec charge

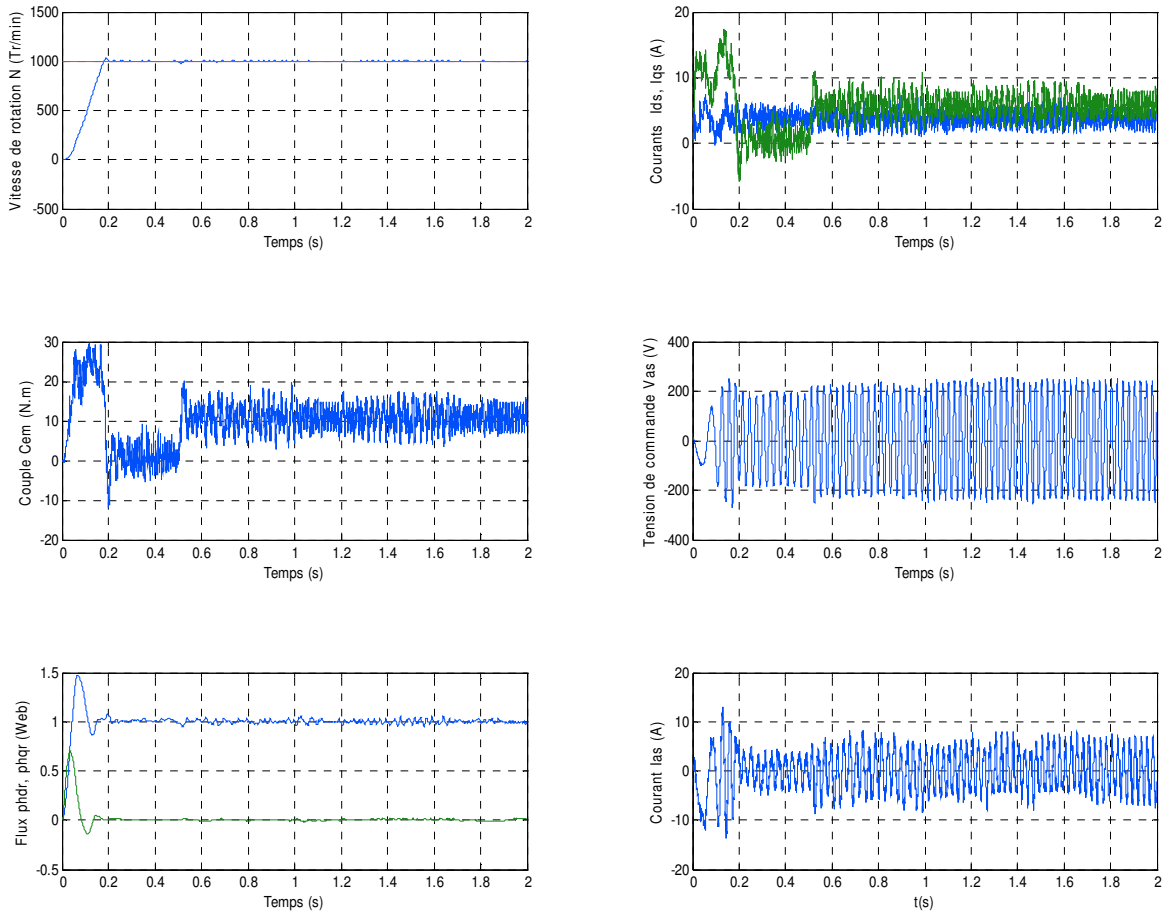


Figure IV.13.a. Effet de variation paramétrique ($R_r + 200\%R_r$)

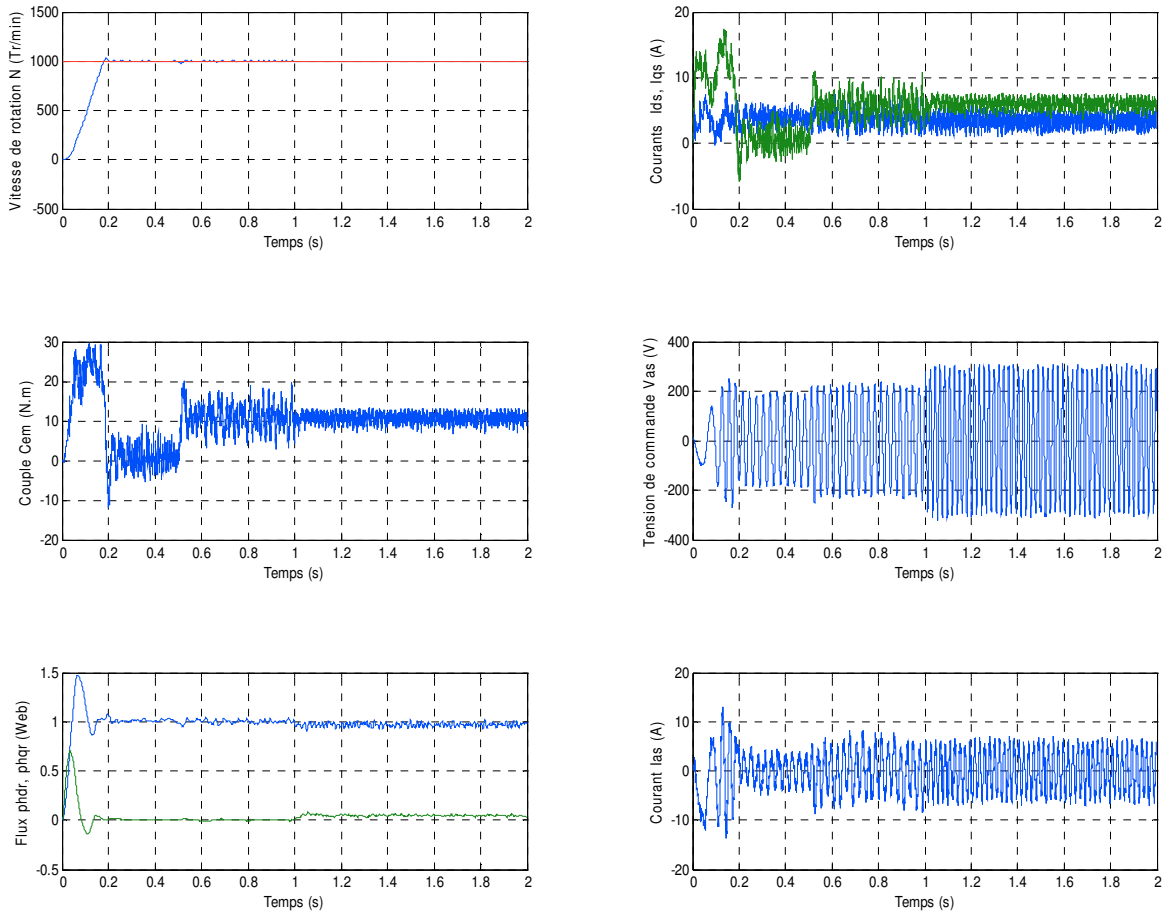


Figure IV. .13.b. Effet de variation paramétrique ($R_r + 400\%R_r$)

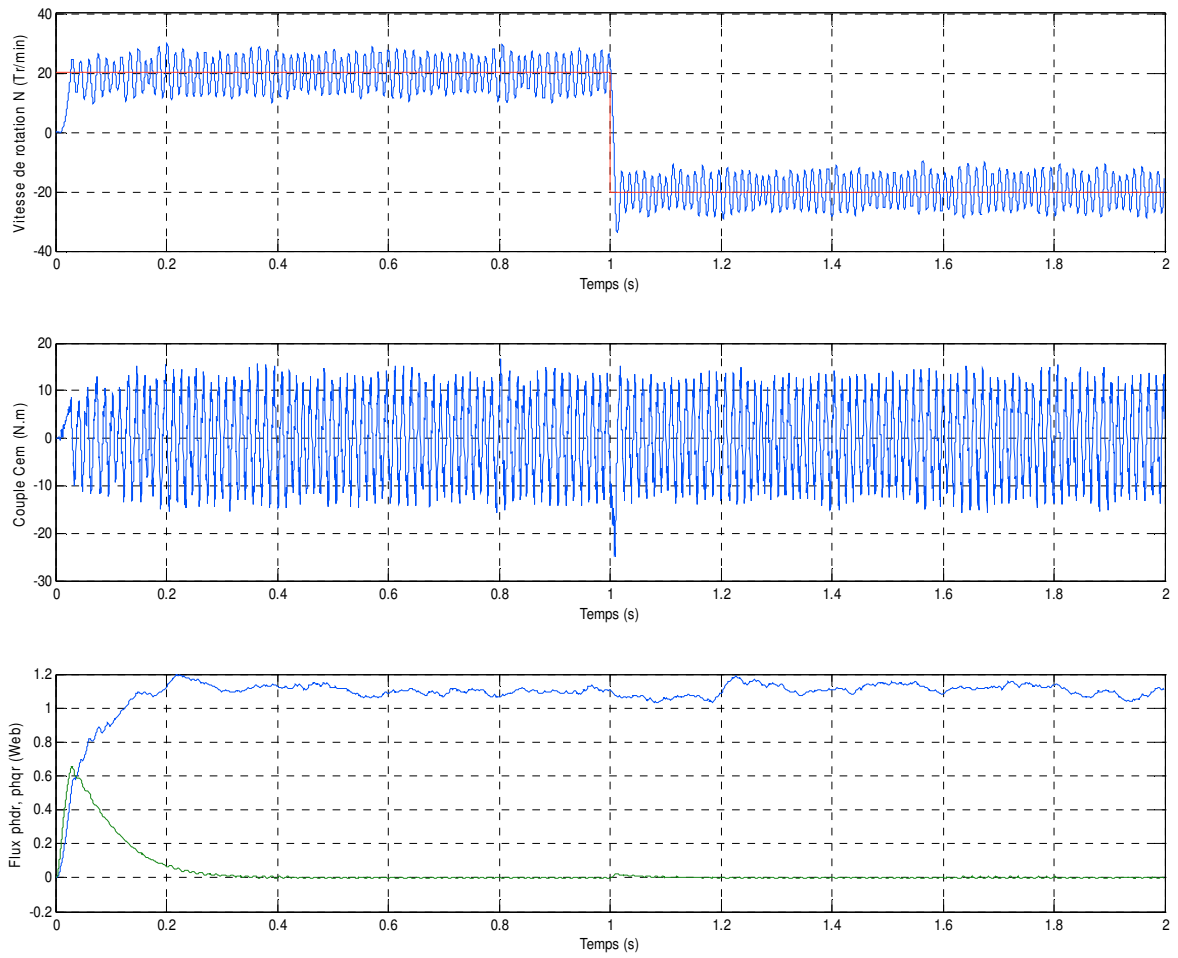


Figure IV.14. Résultats d'un fonctionnement à basse vitesse

IV.6.2. Commande adaptative floue type-2

Dans cette section, le gain de commande du contrôleur est modifié par un mécanisme d'adaptation du gain. Notons bien que l'accumulation de commande prend place en dehors du régulateur flou et elle n'a pas de relation directe avec les règles.

Le régulateur proposé est un PI flou type-2 avec un gain de commande adaptatif dont l'ajustement sera fait en temps réel en fonction des états actuels de la machine. La figure (IV.15) présente le schéma de ce régulateur dans lequel l'adaptation du gain est assurée par un mécanisme d'ajustement du gain basé sur la logique floue type-2. L'objectif sera d'adapter le gain de sortie en prenant des gains d'entrées fixes.

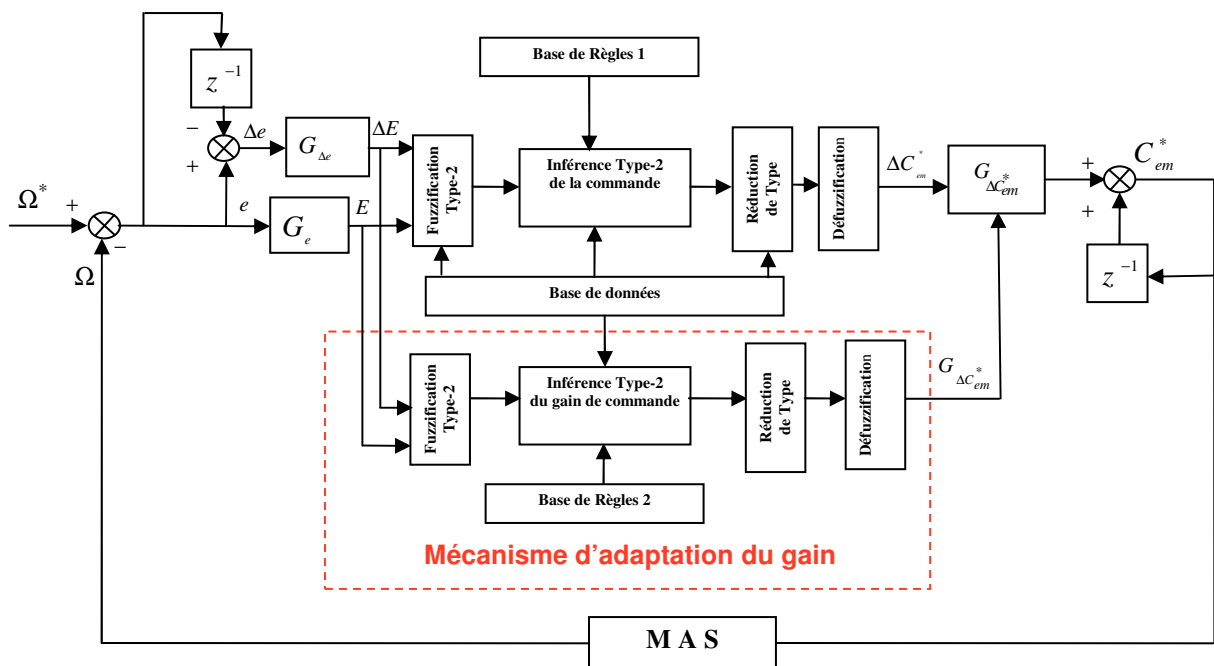


Figure.IV.15. Schéma synoptique d'un contrôleur flou type-2 de vitesse à gain adaptatif.

Les fonctions d'appartenance type-2 de l'erreur et de sa variation sont choisies identiques de formes Gaussiennes et sont définies sur l'intervalle $[-1, 1]$ comme le montre la figure (IV.16.a). Les fonctions d'appartenance type-2 de la variation du couple de commande sont choisies de formes intervalles sur l'intervalle $[-9, 9]$ (figure IV.16.b). Les fonctions d'appartenance type-2 du gain de commande sont choisies de formes intervalles sur l'intervalle $[0, 3]$ (figure IV.16.c). Les facteurs d'échelle sont choisis comme suit :

$$\begin{cases} G_e = 1/|\Omega^*| \\ G_{\Delta e} = 1 \\ G_{\Delta C^*} = Variable \end{cases} \quad (IV.35)$$

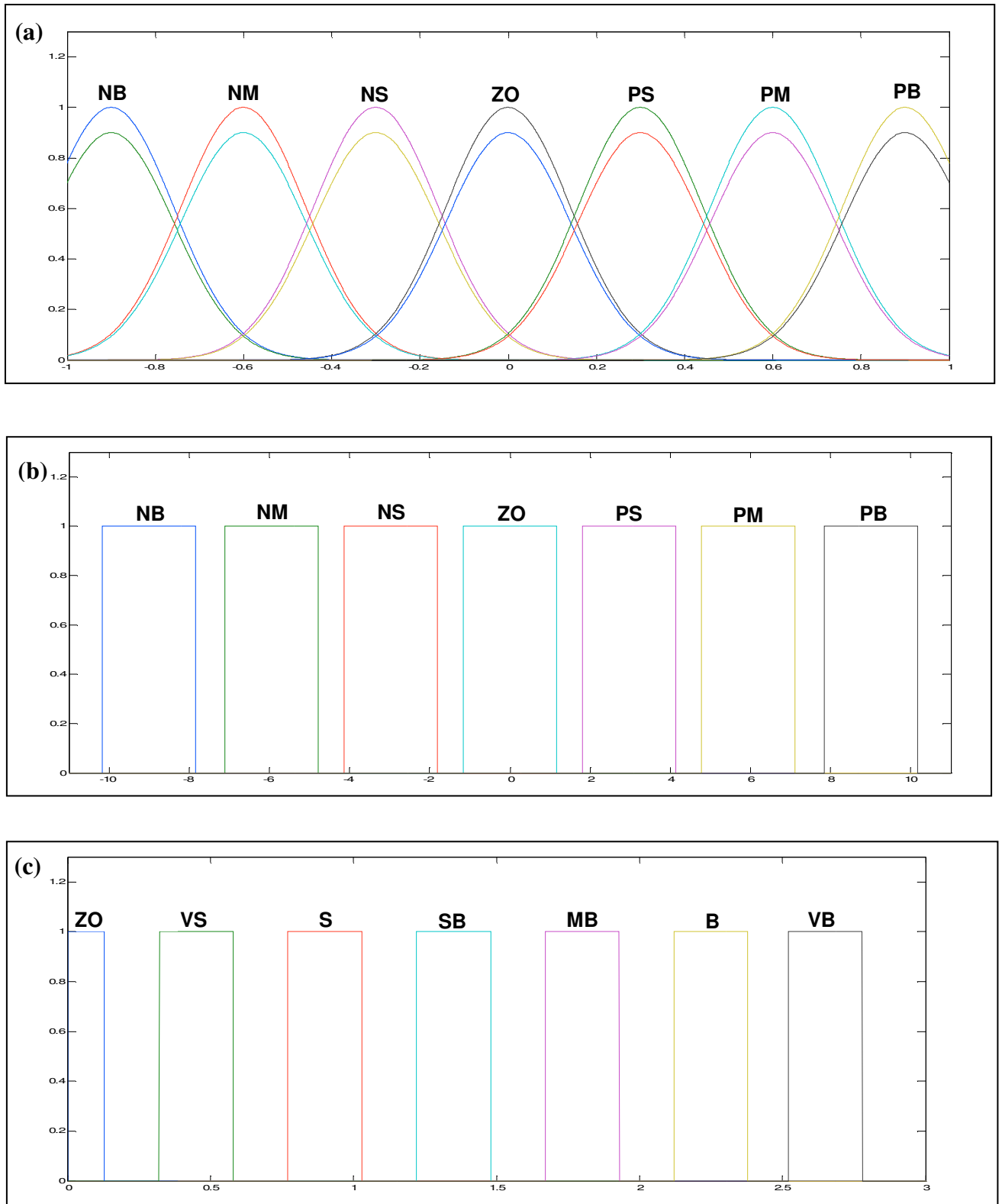


Figure IV.16. Fonctions d'appartenance du système de commande flou type-2

- (a) Erreur et la variation de l'erreur
- (b) Intervalle de la variation du couple de commande
- (c) Gain de commande

Les résultats de simulation du teste de l'application d'une charge sont présentés dans la figure (IV.17). L'évolution du gain de commande est présentée dans la figure (IV.18), où nous constatons l'intervention de ce gain aux moments critiques.

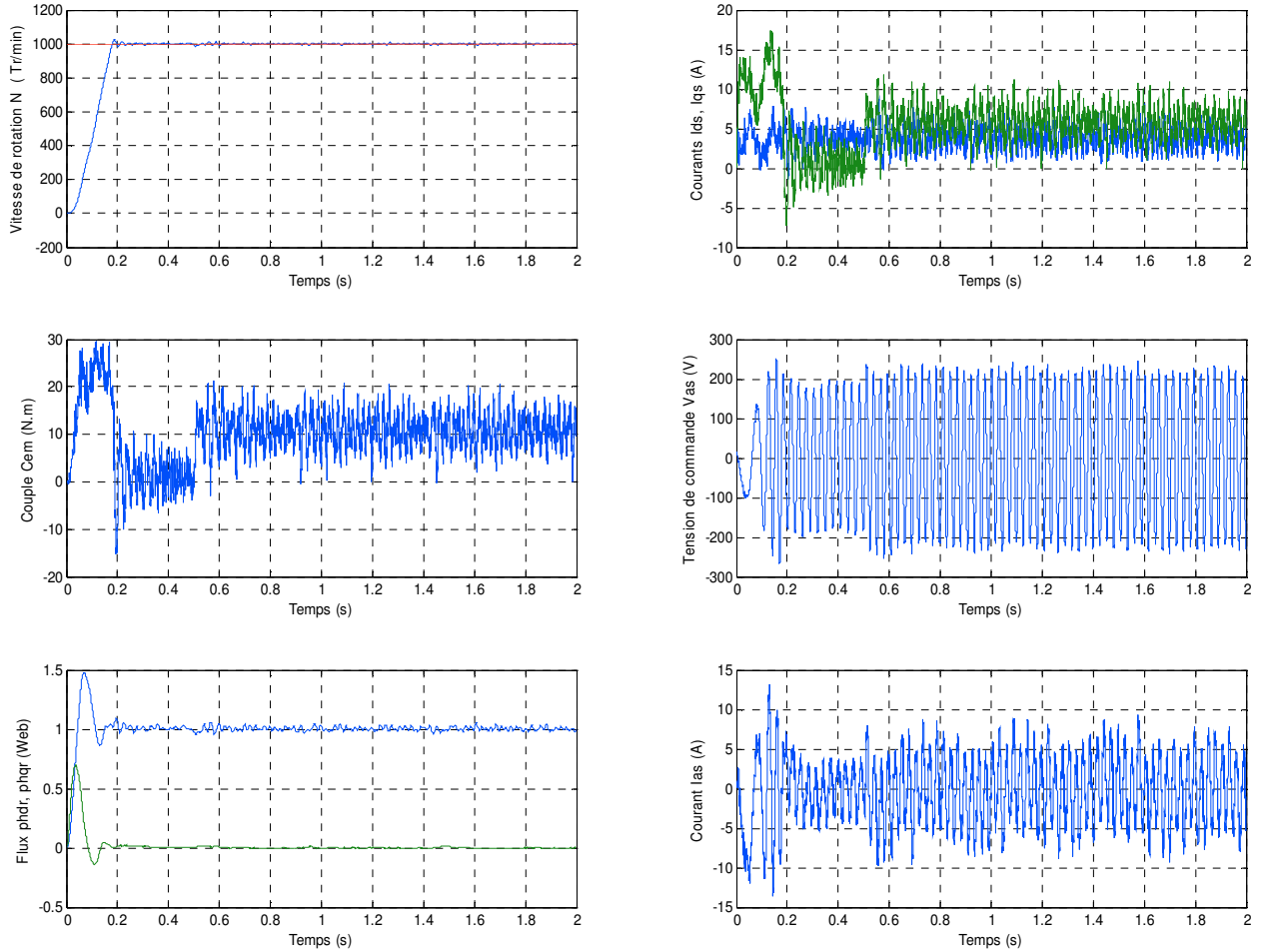


Figure IV .17. Résultats pour un démarrage à vide suivi d'une application de charge $C_r = 10Nm$

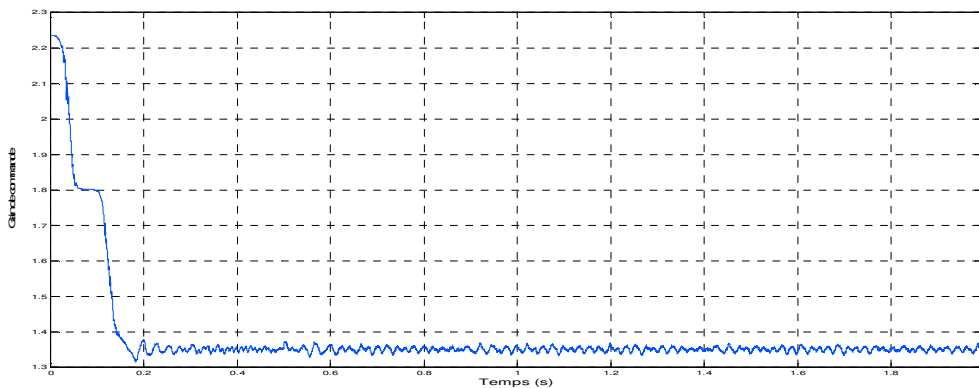


Figure IV.18. Évolution du gain de la commande.

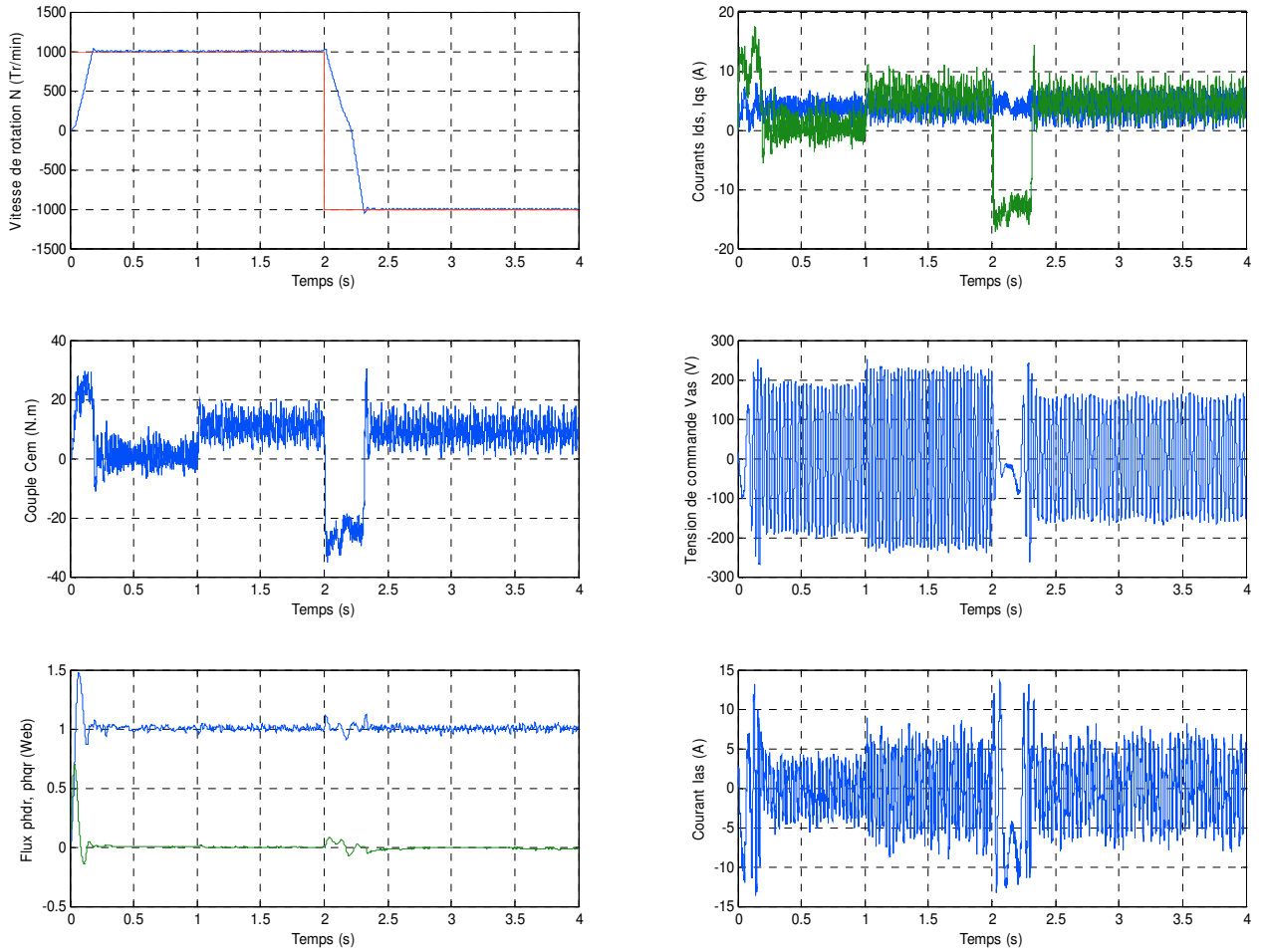


Figure IV.19. Résultats pour une inversion de vitesse avec charge.

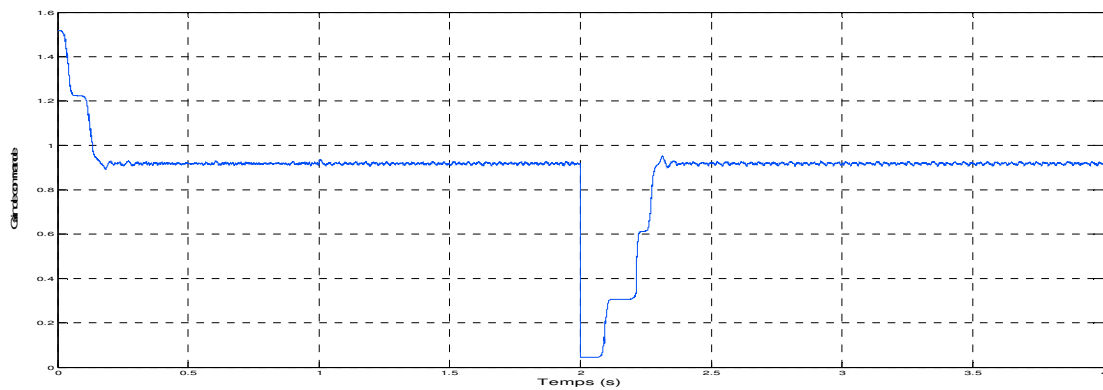


Figure IV .20. Évolution du gain de la commande.

La figure (IV.19) montre les résultats de simulation pour une inversion de sens de rotation de la machine avec charge $C_r = 10 Nm$. Le gain de commande correspondant est présenté dans la figure (IV.20) où en remarque sa variation à l'instant de changement du sens de rotation.

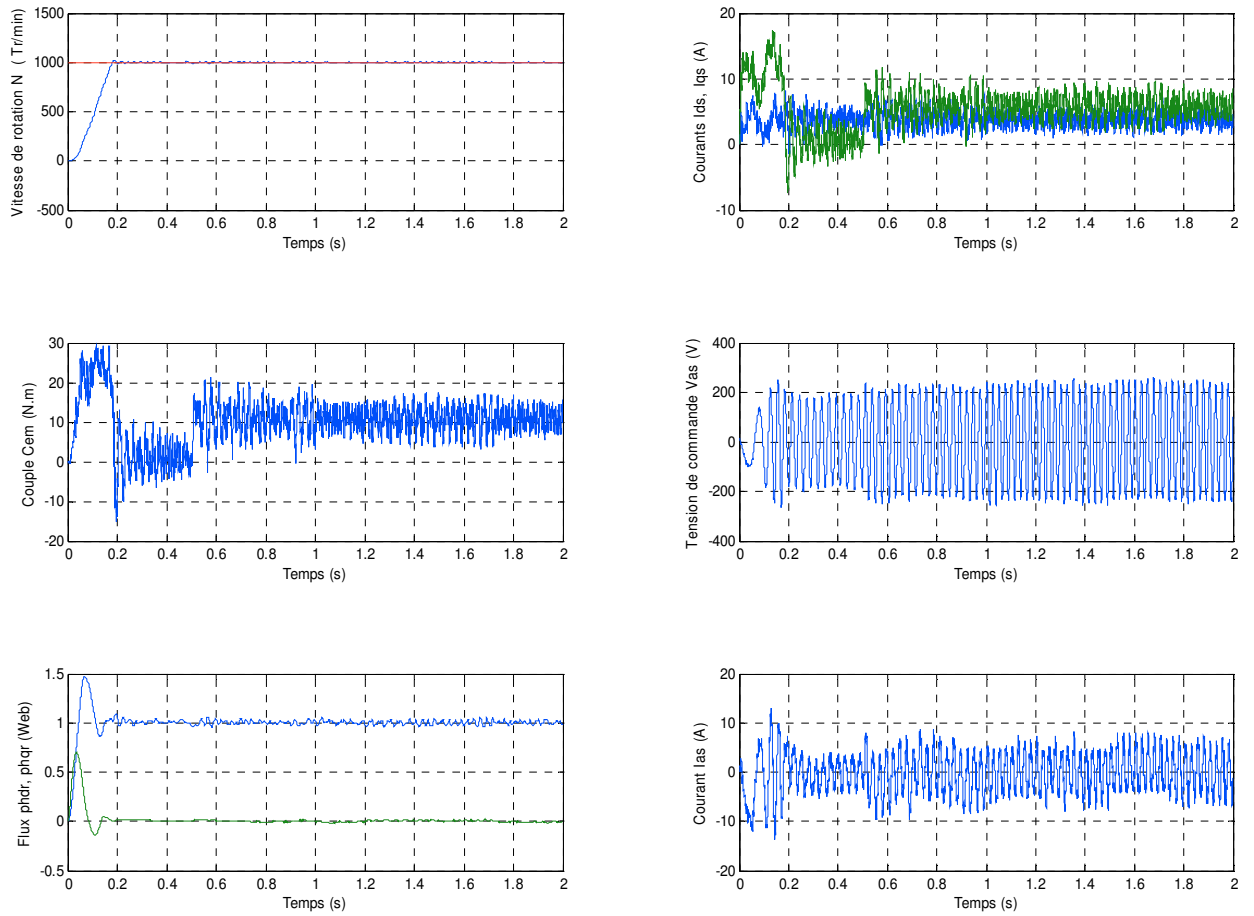


Figure IV.21. Effet de variation paramétrique ($R_r + 200\%R_r$)

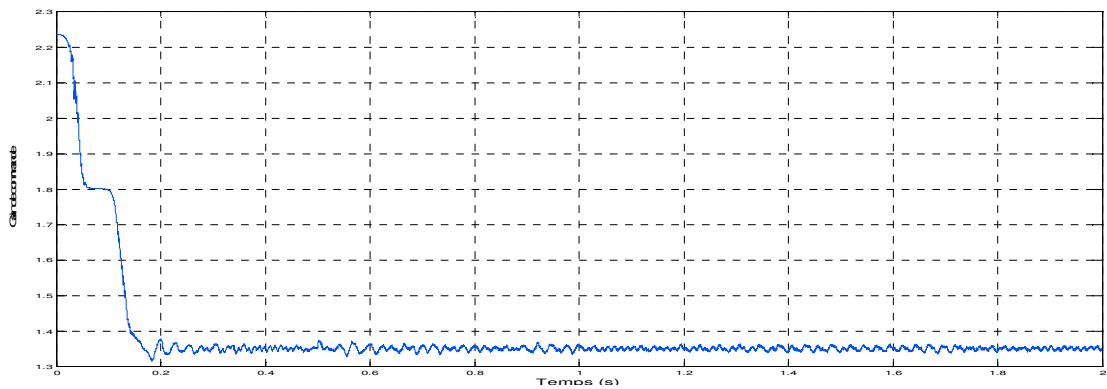


Figure IV .22. Évolution du gain de la commande.

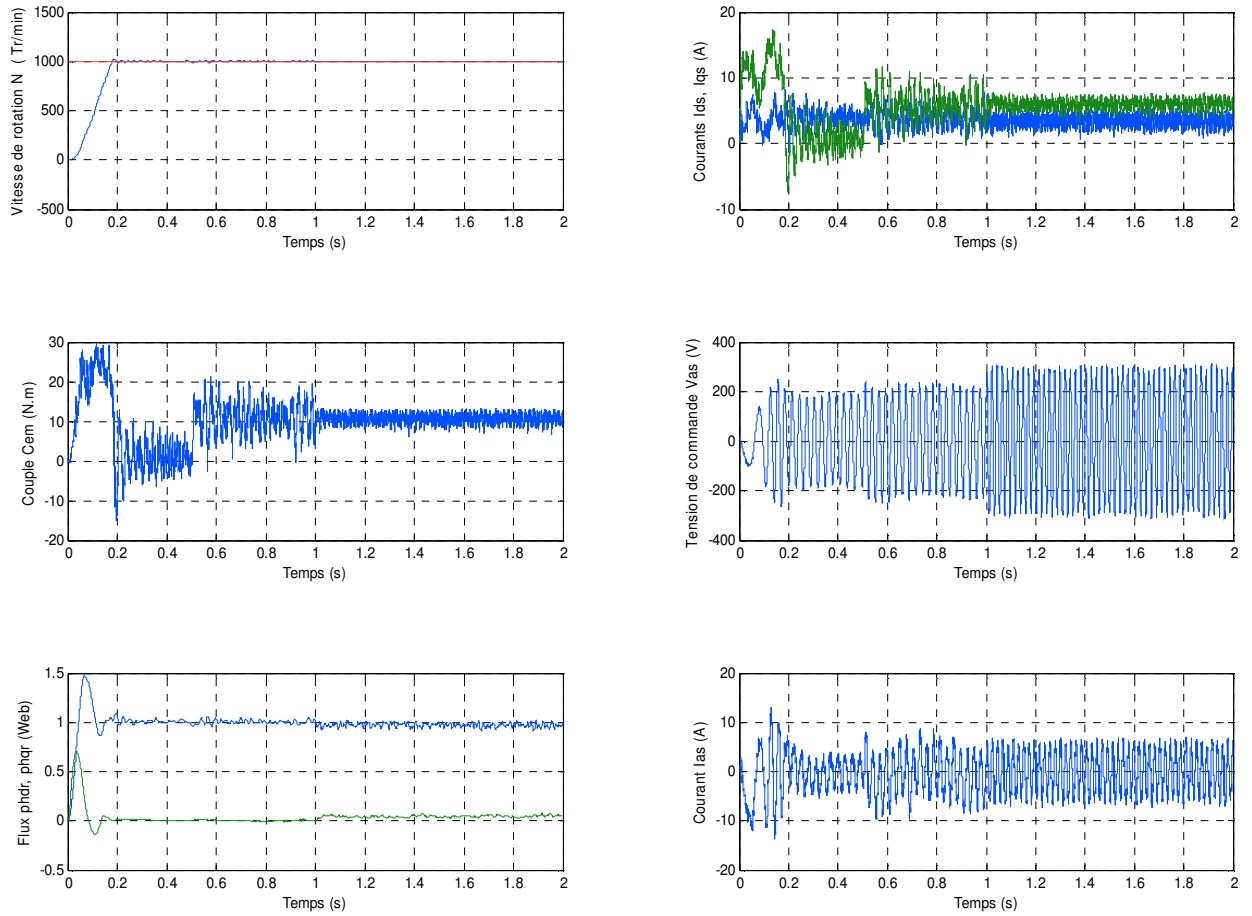


Figure IV. 23. Effet de variation paramétrique ($R_r + 400\%R_r$)

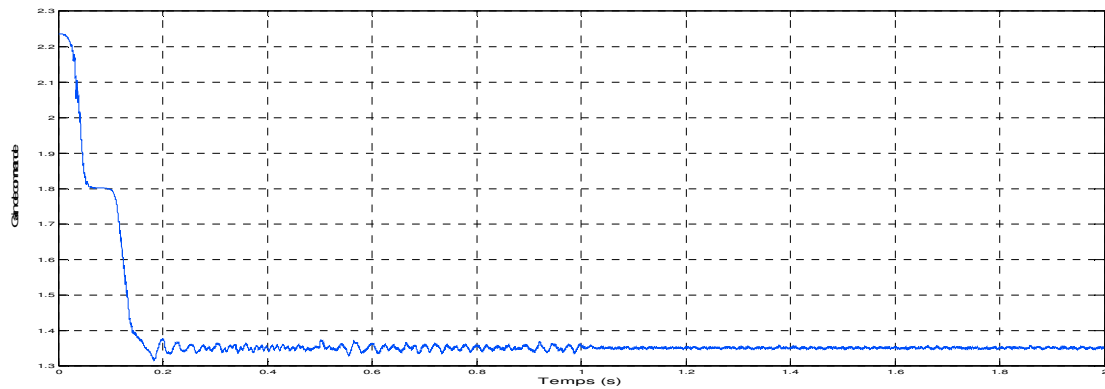


Figure IV .24. Évolution du gain de la commande.

Pour des variations paramétriques, deux changements sur R_r ont été faits (voir figures IV.21 et IV.23). Nous constatons que nous avons une très bonne robustesse et un bon découplage Couple-Flux malgré les grandes variations paramétriques.

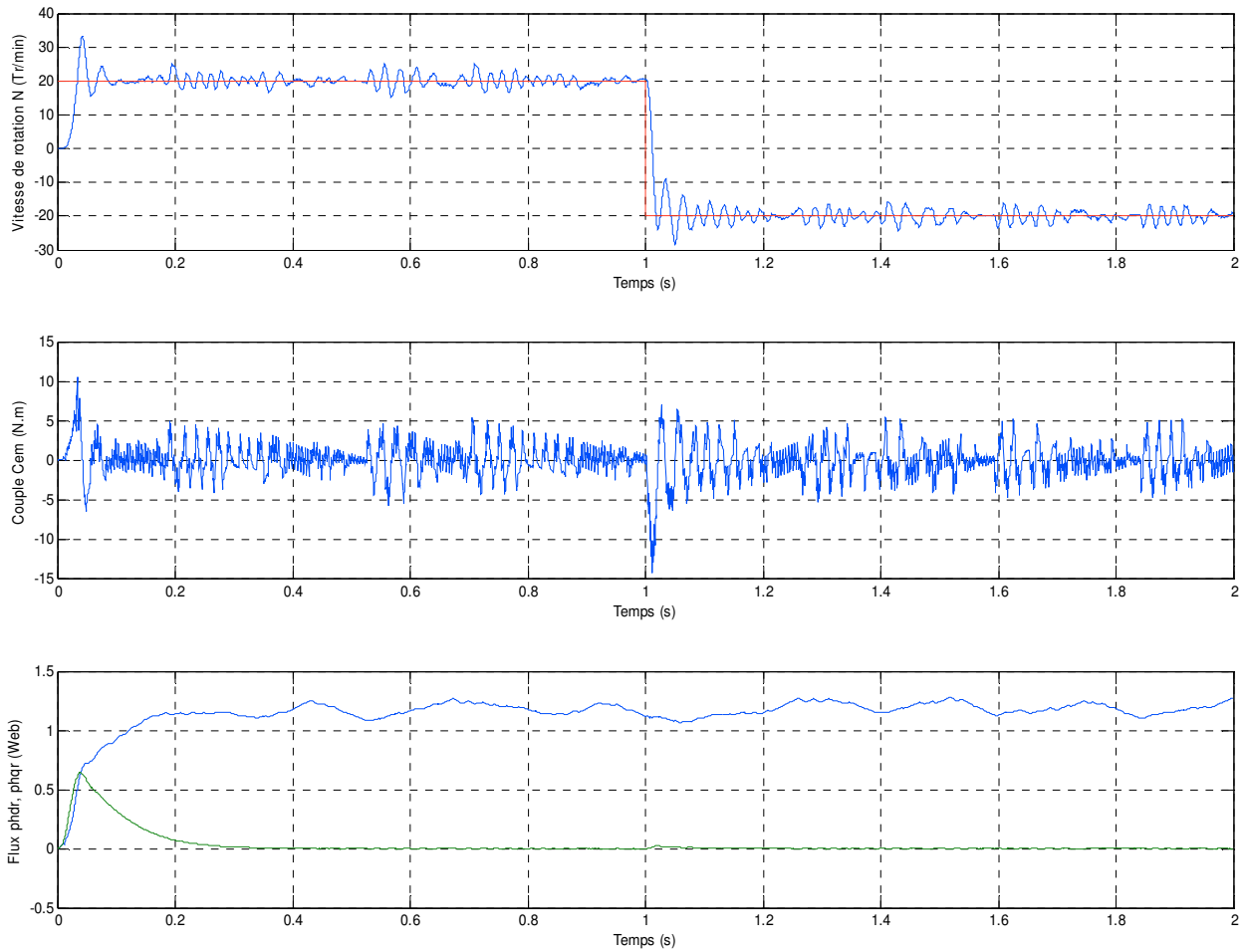


Figure IV.25. Résultats d'un fonctionnement à basse vitesse

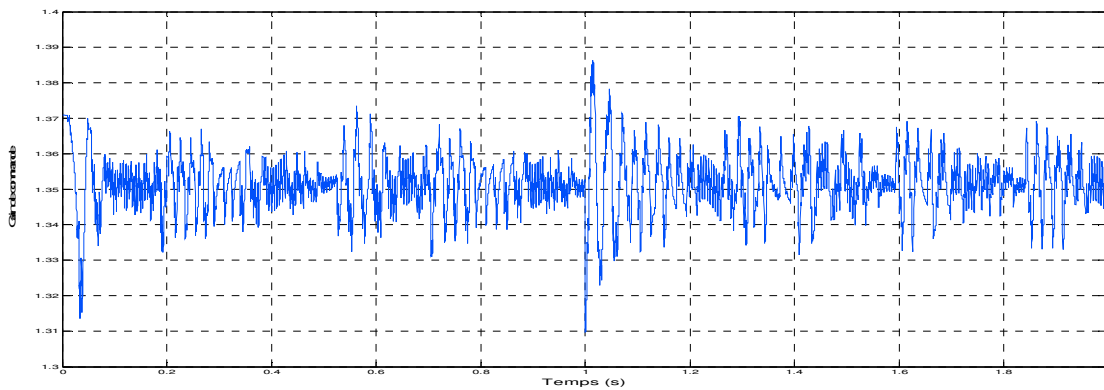


Figure IV .26. Évolution du gain de la commande adaptative

En ce qui concerne le test en faible vitesse ($N = 20tr / min$ et $N = -20tr / min$), un excellent résultat a été obtenu comme le montre la figure (IV.25) où on constate une belle poursuite avec de faible oscillations.

IV.6. COMPARAISON DES RESULTATS

Dans le but d'évaluer les différentes approches de commande vues dans ce mémoire et afin d'apprécier la supériorité des régulateurs flous type-2, une brève étude comparative sera présentée dans ce qui suit.

Parmi les critères les plus utilisés dans le domaine de la théorie de commande on trouve ce qu'on appelle en Anglais MSE (Mean Square Error) ou moyenne des erreurs aux carrées en Français. Mathématiquement ce critère est défini par :

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^N e_i^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i^* - x_i)^2}{N} \quad (IV.36)$$

où e_i est l'évaluation de l'erreur entre x_i^* valeur de référence et x_i valeur réelle à l'instant i , et N le nombre total des échantillons.

Notant que si l'erreur est grande l'MSE sera grand et si l'erreur est petite l'MSE sera faible. Alors, plus l'MSE est petit, plus l'approche est bonne.

Dans la tableau 2 relatif au teste de la variation paramétrique de la résistance rotorique de 400%, nous présentons l'MSE relatif aux grandeurs : Vitesse de rotation, Couple électromagnétique, et les deux composantes du flux rotorique pour les cinq types de régulateurs vus dans ce mémoire (PI, PI-Flou fixe, PI-Flou adaptatif, PI-Flou type-2 fixe et PI-Flou type-2 adaptatif).

Dans le tableau 3 nous présentons les mêmes grandeurs pour le test en basse vitesse (zéro vitesse).

Tableau 2. Performances des régulateurs étudiés (variation paramétrique)

| | MSE (Vitesse de rotation N) | MSE (Couple C_{em}) | MSE (Flux Φ_{qr}) | MSE (Flux Φ_{dr}) |
|---------------------------------|---|---|--|--|
| PI | 451,8806 | 22,8470 | 0,0101 | 0,0153 |
| PI-Flou fixe | 451,9686 | 20,1575 | 0,0100 | 0,0152 |
| PI-Flou adaptatif | 452,2153 | 19,7418 | 0,0099 | 0,0151 |
| PI-Flou type-2 fixe | 453 ,2656 | 19,1212 | 0,0099 | 0,0151 |
| PI-Flou type-2 adaptatif | 451,6544 | 23,8144 | 0,0100 | 0,0153 |

Tableau 3. Performances des régulateurs étudiés (basse vitesse)

| | MSE (Vitesse de rotation N) | MSE (Couple C_{em}) | MSE (Flux Φ_{qr}) | MSE (Flux Φ_{dr}) |
|---------------------------------|---|---|--|--|
| PI | 0,6163 | 11,9540 | 0,0120 | 0,0637 |
| PI-Flou fixe | 0,3369 | 511,0517 | 0,0123 | 0,0185 |
| PI-Flou adaptatif | 0,3373 | 527,9719 | 0,0120 | 0,0167 |
| PI-Flou type-2 fixe | 0,3384 | 384,6354 | 0,0122 | 0,0148 |
| PI-Flou type-2 adaptatif | 0,1450 | 63,7146 | 0,0113 | 0,0391 |

La logique floue type-2 est très efficace dans les cas où les incertitudes sont présentes, et c'est pour cette raison que les mesures faites dans les tableaux 2 et 3 ont été relatives aux cas de variations paramétriques et basses vitesses. Pour la variation paramétrique, nous avons pris le cas le plus extrême de notre étude qui est une variation de la résistance rotorique de 400% de sa valeur initiale à un certain moment durant le fonctionnement de la machine (figure IV.27 a, b et c).

Selon le tableau 2 relatif au test de variation paramétrique, nous constatons la supériorité des régulateurs flous par rapport au régulateur PI du point de vue découplage et couple électromagnétique. La dernière ligne du tableau 2 montre aussi la supériorité du régulateur flou type-2 adaptatif par rapport au régulateur PI du point de vue poursuite de la vitesse de référence.

Dans le tableau 3 relatif au test de basse vitesse, nous constatons toujours que les régulateurs flous sont meilleurs que le régulateur PI soit du point de vue découplage soit du point de vue poursuite de vitesse de référence. La dernière ligne du tableau 3 confirme la supériorité du régulateur flou type-2 adaptatif par rapport à tous les autres régulateurs déjà vus pour ce test de basse vitesse.

Les constatations tirées des tableaux 2 et 3 sont confirmées par les figures (IV.27) et (IV.28) où dans la figure (IV.27.b) on remarque bien que le régulateur flou type-2 adaptatif est le meilleur (faible dépassement). La figure (IV.28) confirme visuellement l'excellente poursuite en faible vitesse.

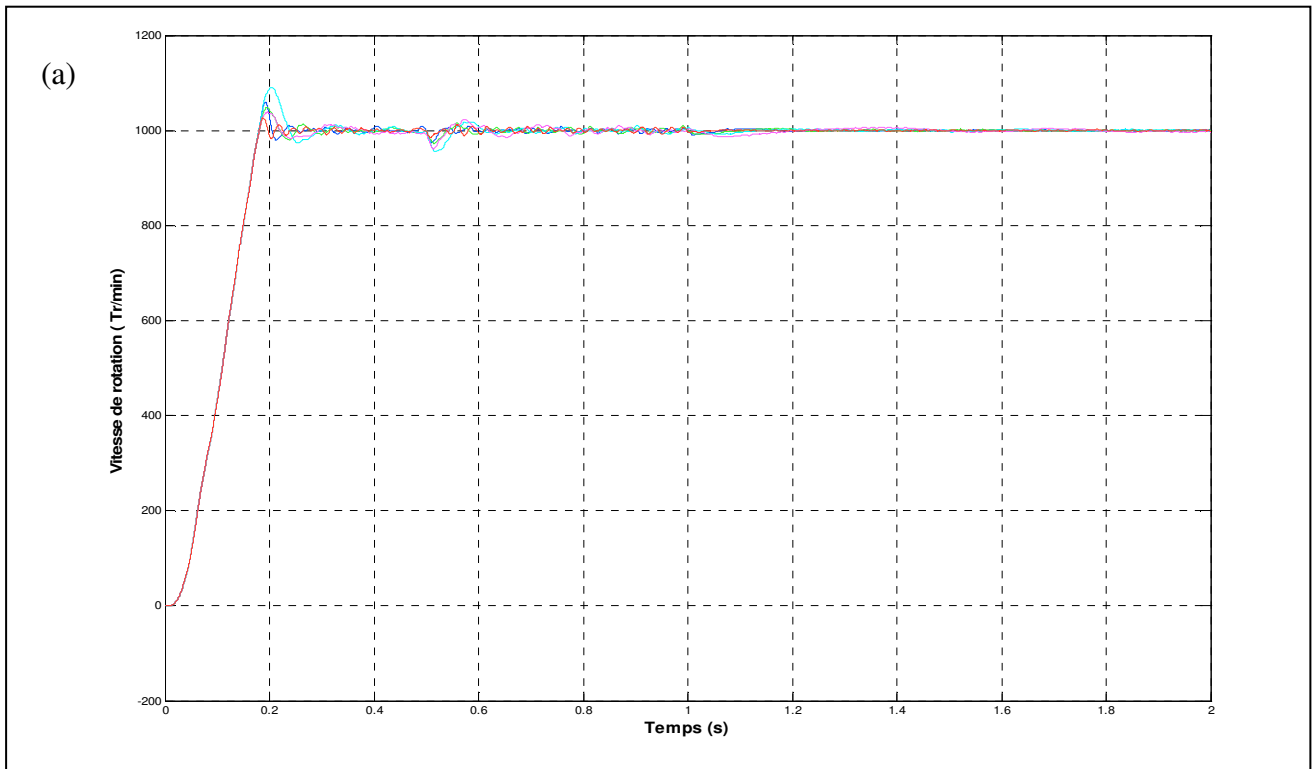


Figure IV .27. Superposition et comparaison des Vitesses de rotation

(a) Vue globale des vitesses de rotation.

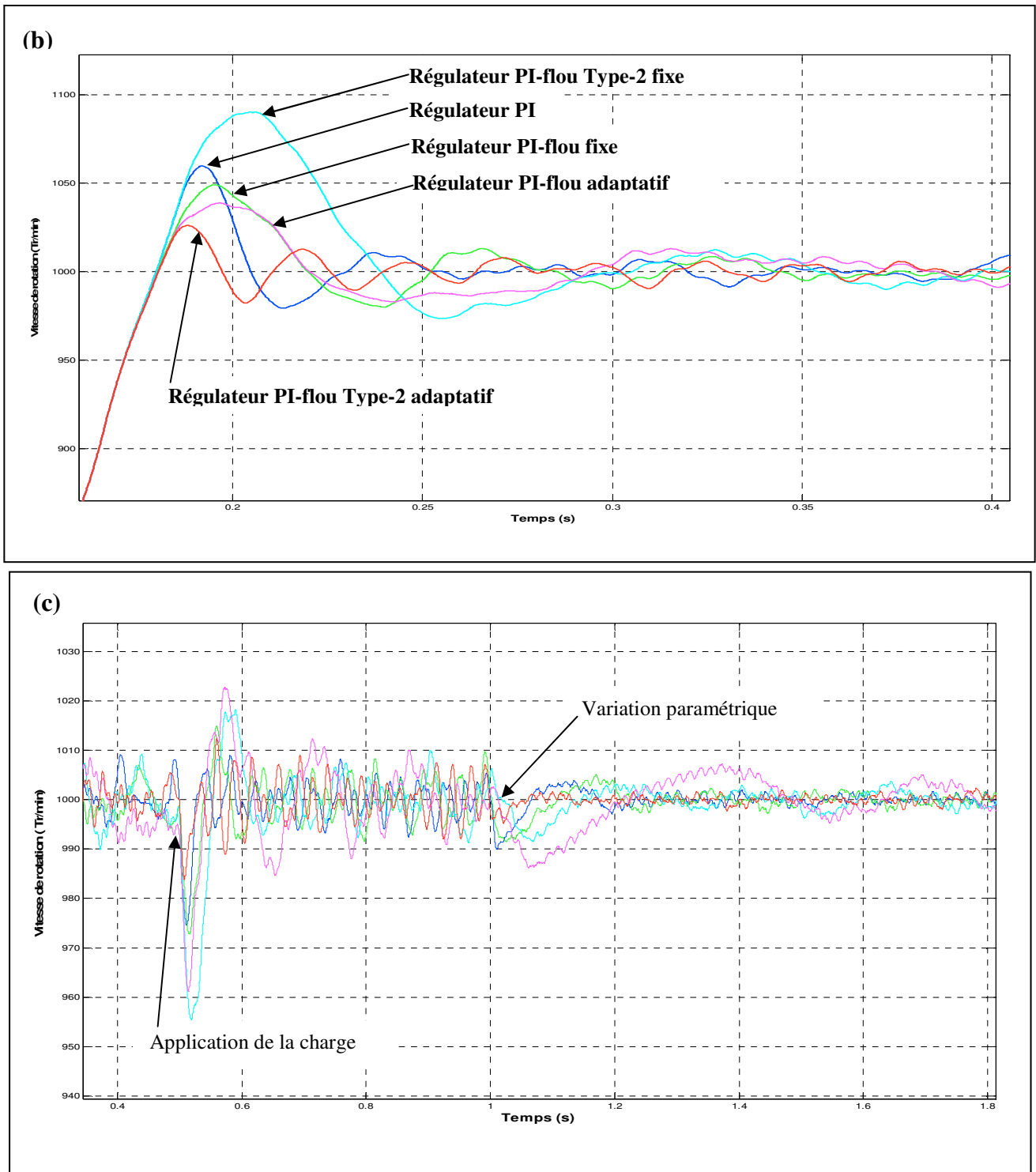


Figure IV .27. Superposition et comparaison des Vitesses de rotation
(b) Zoom sur la vitesse de rotation pendant le régime transitoire (Démarrage)
(c) Zoom sur la vitesse de rotation pendant l'application de la charge et la variation paramétrique

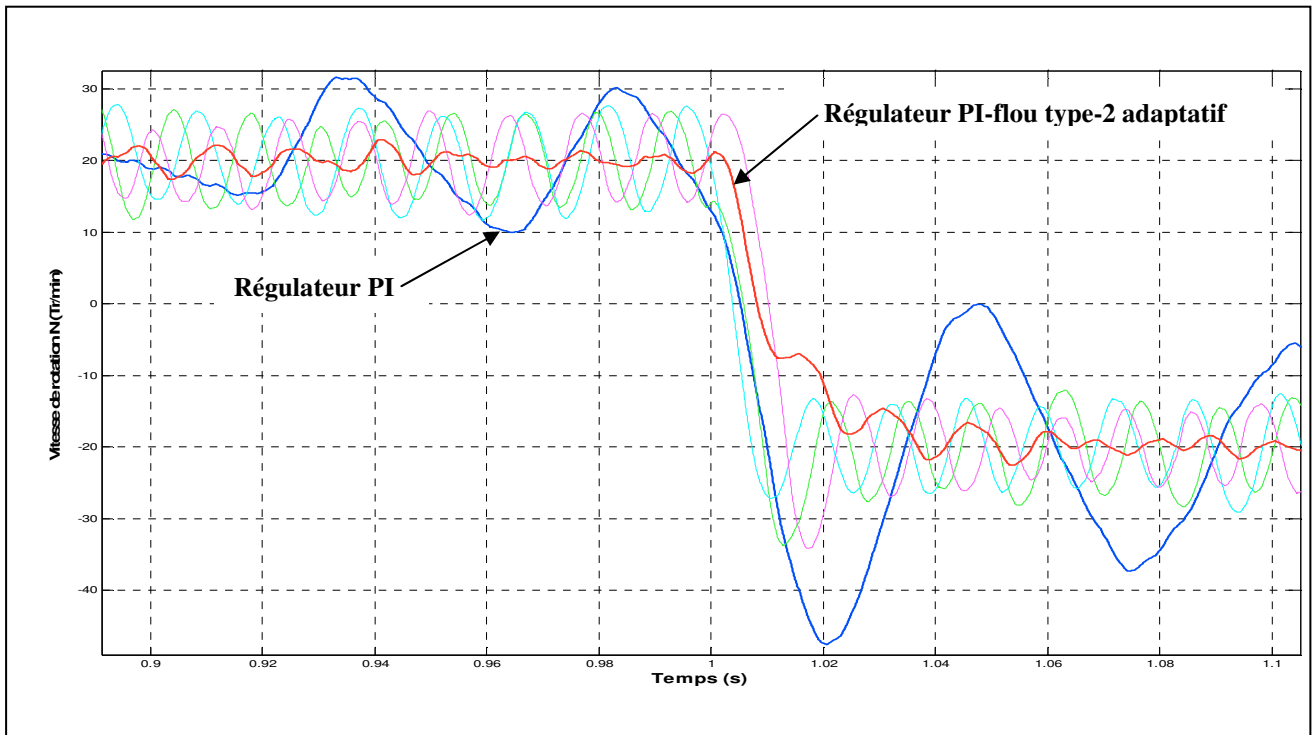


Figure IV .28. Superposition des basses vitesses

IV.7. CONCLUSION

Dans ce chapitre quatre points principaux ont été présentés.

Dans le premier point nous avons introduit la théorie de la logique floue type-2. Comme il a été présenté, cette nouvelle technique est une extension de la logique floue type-1. La nouveauté dans cette logique c'est que les fonctions d'appartenance ne sont pas définies d'une manière unique, mais d'une manière incertaine. Concernant les systèmes flous type-2, nous avons vu qu'ils sont dotés d'un nouveau module appelé réducteur de type, permettant de réduire des ensembles flous de type-2 à des ensembles flous de type-1.

Dans le deuxième et le troisième point deux structures de régulateurs flous type-2 ont été données. Un régulateur flou type-2 non adaptatif et un autre de type adaptatif.

Le quatrième point est une comparaison générale entre tous les types de régulateurs utilisés dans ce mémoire, où nous avons constaté la supériorité des régulateurs flous type-2 par rapport à tous les autres régulateurs du point de vue tests de variation paramétrique et faible vitesse.

Conclusion Générale

Avec nos travaux de recherche présentés dans ce mémoire, nous avons voulu donner :

- Une introduction détaillée d'une nouvelle logique floue appelée logique floue type-2
- L'application de cette logique à la commande d'une machine asynchrone.

Dans ce travail nous avons montré l'efficacité de la logique floue dans la commande des machines. Les résultats de simulation ont montré la supériorité des régulateurs flous type-2 par rapport aux régulateurs flous type-1 et PI et surtout en présence des incertitudes (variation paramétrique et basse vitesse).

Notre principale tâche été de proposé une méthode de commande adaptative basée sur la logique floue type-2. Pour cela, nous avons utilisé le même principe que celui cité dans le chapitre III à la différence que nous avons changé le régulateur flou type-1 par un régulateur flou de type-2. Notons ici que un régulateur flou de type-2 adaptatif

Dans ce mémoire, la supériorité des régulateurs flous de type-2 a été confirmée par une étude comparative utilisant le critère de la somme des erreurs aux carrés (MSE).

Comme perspectives, nous proposons les directions de recherches suivantes :

- Réaliser une commande adaptative directe en utilisant cette nouvelle logique floue.
- Ajuster les fonctions d'appartenance floues type-2 des prémisses. Dans ce cas nous proposons d'adapter les paramètres suivants : centres, largeurs, amplitudes des fonctions d'appartenance inférieurs par des algorithmes évolutifs (algorithme génétique, PSO,...).
- Réaliser le même type de commande mais en utilisant des fonctions d'appartenance floues type-2 gaussienne (Gaussian Type-2 Fuzzy logic)

Références

- [1] A.Merabet, « Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone », Thèse de doctorat, Université de Québec Canada, Mai 2007.
- [2] J.P Caron, J.P Hautie,r « Modélisation de la machine asynchrone, Commande vectorielle », éditions techniques Paris 1995.
- [3] M. Pinard, « Commande Électronique des moteurs électriques », éditions Dunos, Paris 2004.
- [4] J.P Lois, « Modélisation des machines électriques en vue de leur commande », Lavoisier, Paris 2004.
- [5] L .Baghli, « Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques », Thèse de doctorat,Université de Henri Poincaré Nancy, Janvier 1999.
- [6] S.Khelfa, « Commande vectorielle d'une machine à induction ; impact de la saturation de la machine et modulation du convertisseur », Thèse de magister, Université de Batna, 2001.
- [7] R.Abdessamed, M .Kadjoujdj, « Modélisation des machines électriques », Presses de L'Université de Batna 1997.
- [8] G. Grellet and G. Clerc, « Actionneurs électriques-Principes Modèles Commande », Édition Eyrolles, Paris 1997.
- [9] M.Tarbouchi, «Commande par linéarisation exacte d'une machine asynchrone, régime défluxé », Thèse présentée pour l'obtention du grade de (P.Hd), Université de Laval, Québec 1997.
- [10] S.Barkati, « Commande robuste par retour d'état d'une machine asynchrone », Thèse de magister, ENP d'Alger, 1997.
- [11] A.Kheldoun, « Amélioration des performances d'un variateur de vitesse par moteur asynchrone contrôlé par la méthode à flux orienté », Thèse de doctorat, Université de Boumerdès, 2007.
- [12] S.Chekroune, « Commande neuro-floue sans capteur de vitesse d'une machine asynchrone triphasée », Thèse de magister, ENSET d'Oran, 2009.
- [13] A .Zadah, « Fuzzy set », Information and control, vol.8,pp.338-354, 1965.
- [14] K.Chafaa, « Structure d'Identification et de Commande des Systèmes non Linéaires Basées sur les Techniques Floues», Thèse de doctorat, Université de Batna ,2006.
- [15] A. Tlemçani, « La commande adaptative par les systèmes flous : application de la machine synchrone a aimants permanents », Thèse de magister, ENP, 1995.
- [16] M.Ghanai, « commande adaptative par logique floue type-2 », Thèse de magister, Université de Setif ,2006.

- [17] D. Khemissi, « Commande des positions des machines asynchrones avec pilotage vectoriel. Application : asservissement de position d'antenne radar », Thèse de magister, ENP, 2000.
- [18] B.Kosko, « Neural network and fuzzy system, a dynamical systems approach to machine intelligence», prectice Hall, 1992.
- [19] K. Chafaa, M. Ghanai and K. Benmahammed, 'Fuzzy Modeling using Kalman Filter', IET(ex IEE) Control theory and applications, Vol. 1, N° 1, pp. 58-64, 2007.
- [20] B.B.Meunier, « La logique floue et ces applications », Addison, 1995.
- [21] HANSRUEDI.BUHLER, « Réglage par logique floue », presse polytechnique et universitaires romande, 1992.
- [22] Y.Elbia, « Commande Floue Optimisée d'une Machine Asynchrone à Double Alimentation et à Flux Orienté », Thèse de magister, Université de Batna, 2009.
- [23] K. Chafaa, M. Ghanai and K. Benmahammed, "A self-Tuning fuzzy controller for mechanical manipulators," Journal of Electrical Engineering, vol. 5, no. 1, pp. 13-20, 2005.
- [24] K. Kouzi, « Contribution des techniques de la logique floue pour la commande d'une machine à induction sans transducteur rotatif », Thèse de doctorat, Université de Batna, 2008.
- [25] L. A. Zadeh, « Fuzzy sets, fuzzy logic and fuzzy systems», World Scientific Publishing 1996.
- [26] N. N. Karnik, et J. M. Mendel, « An introduction to type-2 fuzzy logic systems», Université. Southern California, Rep., Oct. 1998.
- [27] Q. Liang, N. N. Karnik et J. M. Mendel, « Connection admission control in ATM networks using survey-based type-2 fuzzy logic systems », IEEE Trans. Syst., vol. 30, no. 3, pp. 329-339, Aug. 2000.
- [28] N. N. Karnik, J. M. Mendel et Q. Liang, « Type-2 fuzzy logic systems », IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, no. 6, pp. 643-658, Dec. 1999.
- [29] N. N. Karnik, et J. M. Mendel, « Operation on type-2 fuzzy sets », Int. J. Fuzzy Sets Syst., vol. 122, pp. 327-348, 2001.
- [30] J. M. Mendel, « Fuzzy logic systems for engineering: A tutorial », IEEE proceedings, vol. 83, no. 3, pp. 345-377, Mar. 1995.
- [31] N. N. Karnik, et J. M. Mendel, « Type-2 fuzzy logic systems: Type- reduction », Proc. IEEE conference on Systems, Man and Cybernetics, pp. 2046-2051, Oct. 1998.
- [32] B. Kosko, « Neural networks and fuzzy systems,a dynamical systems approach to machine intelligence », Prentice Hall, 1992.
- [33] Q. Liang, et J. M. Mendel, « Interval type-2 fuzzy logic systems: Theory and design », IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 8, no. 5, pp. 535-550, Oct. 2000.
- [34] J. M. Mendel, « On the Importance of Interval Sets in Type-2 Fuzzy Logic Systems », IEEE, pp. 1647-1652, Mar. 2001.
- [35] Q. Liang, et J. M. Mendel, « Interval type-2 fuzzy logic systems », Proc. FUZZ-IEEE, May. 2000.

Annexe A

PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Paramètres électriques

$R_s = 4.85 \Omega$ Résistance statorique

$R_r = 3.805 \Omega$ Résistance rotorique

$L_m = 0.258 H$ Inductance mutuelle

$L_s = 0.274 H$ Inductance statorique

$L_r = 0.274 H$ Inductance rotorique

Paramètres mécaniques

$J = 0.031 Kg .m^2$ Moment d'inertie

$f_v = 0.008 Kg .m^2 / s$ Coefficient de frottement

Plaque signalétique

$P_n = 1.5 Kw$ Puissance nominale

$I_n = 2.7 / 4.7 A$ Courant nominale

$U_n = 220 / 380V$ Tension nominale

$p = 2$ Nombre de paire de pôles

$N_n = 1420tr / min$ Vitesse nominale

$f = 50 Hz$ Fréquence nominale

$C_{em} = 10 Nm$ Couple électromagnétique.

Annexe B

Principe d'extension

B.1. Ensemble flou unidimensionnel

Un ensemble flou unidimensionnel A sur un univers de discours U est défini par sa fonction d'appartenance $\mu_A(u)$, où u est un élément de U , c-a-d :

$$A = \int_U \mu_A(u) / u \quad \text{Cas continu} \quad (\text{B.1})$$

$$A = \sum_i \mu_A(u_i) / u_i \quad \text{Cas discret} \quad (\text{B.2})$$

où $\mu_A(u)$ désigne le degré d'appartenance d'un élément u à l'ensemble flou A .

B.2. Ensemble flou multidimensionnel

Si A_1, A_2, \dots, A_n sont des ensembles flous sur U_1, U_2, \dots, U_n respectivement, le produit cartésien de A_1, A_2, \dots, A_n noté par $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ est défini comme un sous ensemble flou possédant la fonction d'appartenance multidimensionnelle suivante:

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, \dots, u_n) = \mu_{A_1}(u_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(u_n) \quad (\text{B.3})$$

ce qui est équivalent à:

$$A_1 \times \dots \times A_n = \int_{U_1} \dots \int_{U_n} \mu_{A_1}(u_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(u_n) / (u_1, \dots, u_n) \quad (\text{B.4})$$

le terme $\mu_{A_1}(u_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(u_n)$ représente une fonction d'appartenance multidimensionnelle représentant une relation \mathfrak{R} .

B.3. Principe d'extension monodimensionnel

Le principe d'extension des ensembles flous est essentiellement une identité de base qui permet à un domaine de définition d'une relation à être étendu de quelque points de U à des sous ensembles flous de U . Particulièrement, supposons que f est une relation de U vers V et A un ensemble flou défini par:

$$A = \int_U \mu_A(u) / u \quad \text{Cas continu} \quad (\text{B.5})$$

$$A = \sum_i \mu_A(u_i) / u_i \quad \text{Cas discret} \quad (\text{B.6})$$

Alors, le principe d'extension affirme que l'image de A sous la relation f est un ensemble flou, $f(A)$ de W défini par:

$$f(A) = f \left[\int_U \mu_A(u) / u \right] = \int_W \mu_A(u) / f(u) \quad \text{Cas continu} \quad (\text{B.7})$$

$$f(A) = f \left[\sum_i \mu_A(u_i) / u_i \right] = \sum_i \mu_A(u_i) / f(u_i) \quad \text{Cas discret} \quad (\text{B.8})$$

Par conséquent, l'image de A sous f peut être déduite en connaissant les images de u_i sous f .

B.3.1. Exemple 1

Soit $U = 1+2+\dots+10$, et soit f l'opération « carré ». Soit *petit* un sous ensemble flou sur U défini par:

$$petit = 1/1 + 1/2 + 0.8/3 + 0.6/4 + 0.4/5 \quad (B.9)$$

Par conséquent

$$petit^2 = f(petit) = 1/1 + 1/4 + 0.8/9 + 0.6/16 + 0.4/25 \quad (B.10)$$

B.4. Principe d'extension multidimensionnel

Soit A est un ensemble flou multidimensionnel sur $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ défini par sa fonction d'appartenance multidimensionnelle $\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(u_1, \dots, u_n)$, et soit f une relation sur produit cartésien $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ vers l'espace W .

L'application directe du principe d'extension nous donne:

$$\begin{aligned} f(A) &= f \left[\int_{U_1} \dots \int_{U_n} \mu_A(u_1, \dots, u_n) / (u_1, \dots, u_n) \right] \\ &= \int_{U_1} \dots \int_{U_n} \mu_A(u_1, \dots, u_n) / f(u_1, \dots, u_n) \\ &= \int_{U_1 \times \dots \times U_n} \mu_A(u_1, \dots, u_n) / f(u_1, \dots, u_n) \\ &= \int_{U_1} \dots \int_{U_n} \mu_{A_1}(u_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(u_n) / f(u_1, \dots, u_n) \\ &= \int_W \mu_{A_1}(u_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_n}(u_n) / f(u_1, \dots, u_n) \end{aligned} \quad (B.11)$$

Les μ_{A_i} sont les projections de A sur les U_i , parce que généralement, on ne connaît pas A mais ses projections A_1, A_2, \dots, A_n .

B.4.1. Exemple2

Soit $U_1 = U_2 = 1+2+\dots+10$ et soit :

$$A_1 = \underline{2} \square \text{ approximativement } 2 = 1/2 + 0.6/1 + 0.8/3 \quad (B.12)$$

$$A_2 = \underline{6} \square \text{ approximativement } 6 = 1/6 + 0.8/5 + 0.7/7 \quad (B.13)$$

et soit $f(u_1, u_2) = u_1 \times u_2$, le produit arithmétique de u_1 et u_2 . En appliquant le principe d'extension à ce cas, on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{2} \times \underline{6} &= (1/2 + 0.6/1 + 0.8/3) \times (1/6 + 0.8/5 + 0.7/7) \\ &= 0.6/5 + 0.06/6 + 0.06/7 + 0.8/10 + 1/12 + 0.7/14 + 0.8/15 + 0.8/18 + 0.7/21 \end{aligned} \quad (B.14)$$

B.4.2. Exemple

Soit $*$ une relation du produit cartésien $U \times V$ vers W . Donc nous avons:

$$w = u * v \quad u \in U, v \in V \text{ et } w \in W \quad (B.15)$$

où w est l'image de u et de v sous $*$.

Soient A et B deux ensembles flous sur U et V respectivement:

$$A = \int_U \mu_A(u) / u \quad \text{où} \quad A = \sum_i \mu_A(u_i) / u_i \quad (\text{B.16})$$

$$B = \int_V \mu_B(v) / v \quad \text{où} \quad B = \sum_i \mu_B(v_i) / v_i \quad (\text{B.17})$$

Alors, l'image de $A \times B$ sous $*$ est un sous ensemble flou $A * B$ sur W défini par

$$f(A, B) = A * B = \int_U \int_V \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) / (u * v) \quad (\text{B.18})$$

où

$$f(A, B) = A * B = \sum_i \sum_j \mu_A(u_i) \wedge \mu_B(v_j) / (u_i * v_j) \quad i = 1, \dots, m \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{B.19})$$