

Modélisation 3D d'un capteur matriciel à courants de Foucault par la MVF

Ala-Eddine Lakhdari ⁽¹⁾, Ahmed Cheriet ⁽¹⁾, Mouloud Feliachi ⁽²⁾

⁽¹⁾Laboratoire LGEB, Université de Biskra, ⁽²⁾IREENA-IUT de Saint Nazaire, Université de Nantes

Résumé — Cet article est consacré à la modélisation tridimensionnelle d'un capteur matriciel de contrôle non destructif par courants de Foucault CND-CF. L'avantage que présente ce capteur réside dans le gain considérable en terme de temps d'inspection. Dans ce travail on rapporte l'analyse d'un capteur matriciel constitué de neuf bobines identiques. Différents modes d'excitation sont étudiés : un par un, en série et en parallèle. En effet, pour résoudre un tel dispositif, plusieurs méthodes numériques de discrétisation peuvent être employées. Pour notre part, nous avons opté pour la méthode des volumes finis.

Mots clés — MVF, CND-CF, Capteur matriciel.

Abstract — This paper deals with the 3D modeling of an arrayed sensor of eddy current non destructive testing EC-NDT. This type of sensor is permitted to reduce considerably the time of inspection. In this work, we analyze an arrayed sensor which is constituted by nine identical coils. Different ways of excitation are considered: one by one, in series and in parallel. In the fact, different kind of numerical methods can be carried out for the solution of such device. Here, the finite volume method is used.

I. INTRODUCTION

L'examen non destructif par capteurs inductifs, est un procédé relativement répandu dans l'industrie (aviation, automobile, centrale nucléaire,...etc.); son développement est essentiellement dû à l'avancée de la technologie apportée aux dispositifs de mesures.

Les capteurs à courants de Foucault sont utilisés depuis plus d'un siècle pour le contrôle des pièces conductrices notamment les pièces métalliques. De nos jours, la théorie des capteurs à courants de Foucault est déjà largement développée. Ils trouvent leurs applications dans divers domaines industriels qui vont de la mesure des propriétés de la matière, des mesures dimensionnelles jusqu'à la détection de défauts dans les pièces métalliques. Grâce à leur sensibilité aux défauts (les fissures de fatigue, les inclusions ou les effets de la corrosion), leur mise en œuvre, facile et robuste, est largement répandue dans le cadre d'une utilisation industrielle. Cependant le besoin grandissant de fiabilité et de rapidité pour les opérations d'inspection provoque le développement de nouveaux capteurs [1]-[2].

Ce type de développement conduit au capteur matriciel, qui possède l'avantage de réduire considérablement le temps d'inspection et l'erreur de mesure par la variation de la distance capteur-cible (lift-off). Ce capteur est constitué d'un ensemble de bobines identiques et fonctionnent de manière autonome [3]-[4]. L'alimentation par courant sinusoïdal, se fait selon différents modes : un par un, en série et en parallèle. L'information sur le défaut peut être extraite à partir de la variation d'impédance du capteur due à la modification des lignes du champ magnétique dans la cible [5].

Dans ce travail, nous rapportons la modélisation du capteur matriciel. Pour modéliser un tel dispositif, plusieurs méthodes numériques de discrétisation peuvent être employées telles que: la méthode des éléments finis MEF, la méthode des volumes finis MVF, la méthode des différences finies MDF ...etc. Plusieurs travaux de recherches ont prouvé que la MVF est une méthode très prometteuse du point de vue temps de calcul et consommation d'espace mémoire de stockage [6], ainsi que par sa simplicité de mise en œuvre. Dans la section suivante, on rapporte la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis d'un problème de CND-CF utilisant un capteur matriciel.

II. FORMULATION

Pour exprimer le problème magnétodynamique lié au calcul des courants de Foucault, on utilise la formulation A-V (A est le potentiel vecteur magnétique, V est le potentiel scalaire électrique), avec les conditions aux limites de type Dirichlet sur les frontières [6] :

$$\nabla \times \nu \nabla \times A - \nabla \nu \nabla \cdot A + \sigma(\partial_t A + \nabla V) = J_s \quad (1)$$

$$\nabla \cdot [-\sigma(\partial_t A + \nabla V)] = 0 \quad (2)$$

$$A, V = 0 \quad \text{sur les frontières} \quad (3)$$

J_s est la densité de courant d'excitation, on la considère de forme sinusoïdale, ν est la réductivité magnétique et σ la conductivité électrique. On impose la jauge de Coulomb dans l'équation (1) par le terme de pénalité. La résolution des équations EDP (1) et (2) par la méthode des volumes finis tridimensionnelle consiste tout d'abord, à découper

la géométrie du domaine d'étude en volumes élémentaires [7]. On construit un volume élémentaire D_p , représenté par son nœud principal P et délimité par six facettes : e, w, n, s, t et b . L'élément D_p est entouré par des volumes voisins qui sont représentés par les nœuds E, W, N, S, T et B (Fig. 1).

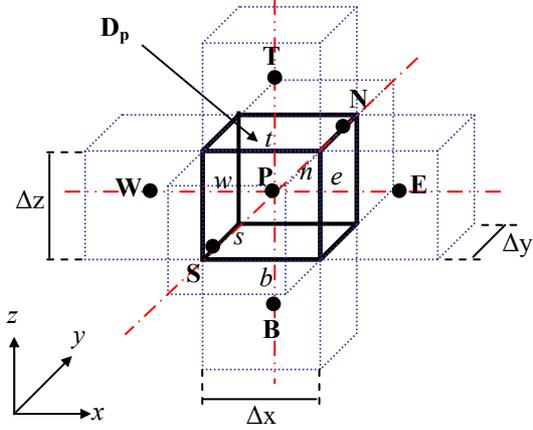


Fig. 1. Volume élémentaire D_p .

Ensuite, l'intégration des équations (1) et (2) dans le volume élémentaire D_p :

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \underbrace{\{\nabla \times \nabla \times A - \nabla \nabla \cdot A + \sigma(j\omega A + \nabla V)\}}_I dx dy dz = \int_w^e \int_s^n \int_b^t J_s dx dy dz \quad (4)$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \{\nabla \cdot [-\sigma(j\omega A + \nabla V)]\} dx dy dz = 0 \quad (5)$$

Prenons par exemple le premier terme (I) de l'équation (4). Son intégration dans D_p suivant la composante x conduit à :

$$\begin{aligned} I &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t (\nabla \times \nabla \times A)_x dx dy dz : \\ &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t [\partial_y \nu(\partial_x A_y) - \partial_y \nu(\partial_y A_x) - \\ &\quad \partial_z \nu(\partial_z A_x) - \partial_z \nu(\partial_x A_z)] dx dy dz \end{aligned} \quad (6)$$

La forme générale des termes différentiels de l'équation (6), peut être écrite comme suit :

$$\partial_i \nu(\partial_k A_{x,y,z}) \text{ pour } i, k = x, y, z \quad (7)$$

On distingue deux cas : $i = k$ et $i \neq k$. Soit par exemple le calcul du terme qui correspond à $i = k = z$:

$$\begin{aligned} &\int_w^e \int_s^n \int_b^t [\partial_z \nu(\partial_z A_x)] dx dy dz \\ &= \int_w^e \int_s^n \left[\nu(\partial_z A_x) \right]_b^t dx dy \\ &= \left[\nu(\partial_z A_x) \right]_t - \left[\nu(\partial_z A_x) \right]_b \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (8)$$

On considère une variation linéaire du potentiel A à travers les facettes t et b [8], on peut alors écrire :

$$\left\{ \nu(\partial_z A_x) \right\}_t = \nu_t \left(\frac{A_x^T - A_x^P}{\Delta z_t} \right) \quad (9)$$

Δz_t est la distance entre le nœud P et le nœud T. De même, on exprime la dérivée sur la facette b . on aura la combinaison linéaire suivante :

$$a_t A_x^T + a_b A_x^B - (a_t + a_b) A_x^P \quad (10)$$

tel que :

$$a_t = \nu_t \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z_t}, \quad a_b = \nu_b \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta z_b} \quad (11)$$

Pour le cas $i \neq k$, on prend le quatrième terme de l'équation (6) qui correspond à $i = z$ et $k = x$:

$$\begin{aligned} &\int_w^e \int_s^n \int_b^t [\partial_z \nu(\partial_x A_z)] dx dy dz \\ &= \int_w^e \int_s^n \left[\left\{ \nu(\partial_x A_z) \right\}_b^t \right] dx dy \end{aligned} \quad (12)$$

Dans ce cas la dérivée de la composante z du potentiel vecteur magnétique (A_z) doit être exprimée aux facettes t et b , et on peut alors écrire :

$$\left\{ \nu(\partial_x A_z) \right\}_t = \nu_t \left(\frac{A_z^T - A_z^{tw}}{\Delta x} \right) \quad (13)$$

A_z^{te}, A_z^{tw} sont respectivement les potentiels aux nœuds fictifs te et tw (Fig. 2), tels que :

$$A_z^{te} = \frac{1}{4} (A_z^P + A_z^E + A_z^T + A_z^{TE}) \quad (14)$$

$$A_z^{tw} = \frac{1}{4} (A_z^P + A_z^W + A_z^T + A_z^{TW}) \quad (15)$$

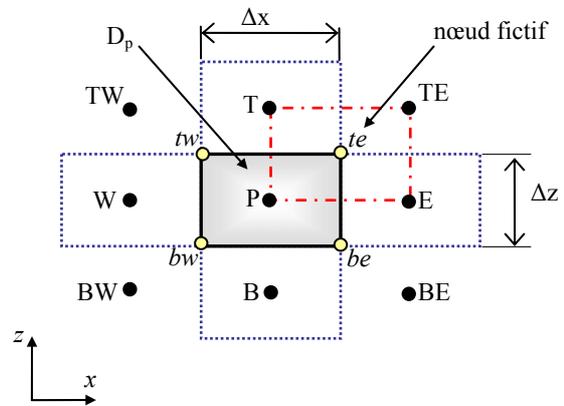


Fig. 2. Représentation des nœuds fictifs.

De même, on exprime la dérivée sur la facette b . On aura la relation algébrique suivante :

$$b_i (A_z^{TE} - A_z^{TW}) - b_s (A_z^{BE} - A_z^{BW}) \quad (16)$$

où :

$$b_i = \frac{1}{4} v_i \Delta y, \quad b_b = \frac{1}{4} v_b \Delta y \quad (17)$$

Après intégration de tous les termes différentiels, on obtient deux équations algébriques :

$$A_i^p = \left(\frac{1}{a_p} \right) \left(\sum_{k,m} a_k A_i^m - q_i^V \alpha_i^V + C_i^S \right) \quad (18)$$

$$V_p = \left(\frac{1}{u_p} \right) \left(\sum_{k,m} u_k V_m + c_e (A_x^E + A_x^p) - c_w (A_x^W + A_x^p) + c_n (A_y^N + A_y^p) - c_s (A_y^S + A_y^p) + c_t (A_z^T + A_z^p) - c_b (A_z^B + A_z^p) \right) \quad (19)$$

pour :

$$i = x, y, z$$

$$k = e, w, n, s, t, b$$

$$m = E, W, N, S, T, B.$$

avec :

$$\alpha_x^V = V^E - V^W \quad (20)$$

$a_p, a_k, q_i^V, u_p, u_k, c_e, c_w, c_n, c_s, c_t$ et c_b sont les coefficients du système algébrique construit par (18) et (19). Ces coefficients traduisent les propriétés géométriques et physiques de l'ensemble des volumes élémentaires. C_i^S est le coefficient source.

III. DESCRIPTION DU PROBLEME

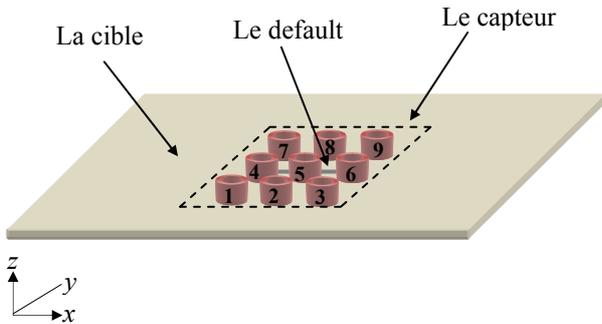


Fig. 3. Représentation du problème de test.

TABEAU 1: DIMENSIONS DU PROBLEME TEST (mm).

Plaque	Longueur	140
	Largeur	140
	Épaisseur	1.25
Bobine	Diamètre extérieur	3.20
	Diamètre intérieur	1.20
	Épaisseur	0.80
	Espacement	1.60
Default	Longueur	10
	Largeur	0.22
	Profondeur	0.75

Le système étudié est composé de neuf bobines identiques sous forme d'une matrice de 3x3, placées au dessus d'une plaque conductrice de conductivité électrique $\sigma = 1E6$ S/m. Le lift-off est de 0.5mm à 1mm. Les dimensions du problème sont montrées sur le "Tableau 1". Chaque bobine est constituée de 140 spires et alimentée par un courant sinusoïdal de 8mA. L'impédance du capteur peut être évaluée par deux méthodes :

A. Par les équations de l'énergie

Il est possible de déterminer les parties imaginaire et réelle de l'impédance Z du capteur par un calcul de l'énergie emmagasinée dans tout l'espace et des pertes Joule dans le domaine conducteur :

$$X = \frac{1}{I^2} \omega \int_{\Omega} v (B)^2 d\Omega \quad (21)$$

$$R = \frac{1}{I^2} \int_{\Omega} \frac{1}{\sigma} J_{ind}^2 d\Omega \quad (22)$$

B et J_{ind} sont respectivement l'induction magnétique et la densité des courants induits. Ω est le domaine d'étude. Les équations (21) et (22) seront utilisés pour le calcul de l'impédance Z dans les modes d'excitations : un par un et série.

B. Par l'équation de Faraday- Stokes

L'impédance de chaque bobine peut être calculée par l'utilisation de la loi de Faraday et le théorème de Stokes, dont la formule finale est :

$$Z = \frac{-j \omega \oint A dl}{\int_s J_s dS} \quad (23)$$

Cette formule sera utilisée pour le calcul de l'impédance Z dans le mode d'excitation parallèle.

IV. RESULTATS

Cette section est consacrée à la validation de notre code de calcul développé sous environnement Matlab. Le problème test est celui de la "Fig. 3". La fréquence du courant d'alimentation du capteur est de 150kHz. Les modes d'excitations considérés sont : un par un, série et parallèle.

A. Excitation un par un

TABEAU 2: LES RESULTATS DU PROGRAMME $Lift-off = 0.5mm$.

Bobine	$\Delta Z(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$\Delta X(\Omega)$
1	0.001	0.002	0.001
2	0.005	0.008	0.005
3	0.001	0.002	0.001
4	0.037	0.072	0.040
5	0.140	0.206	0.150
6	0.084	0.157	0.090
7	0.001	0.002	0.001
8	0.006	0.008	0.005
9	0.001	0.003	0.001

Le “Tableau 2” et le “Tableau 3” montrent les valeurs de la variation d’impédance, la résistance et la réactance pour les différents lift-off. Dans la “Fig. 4” et la “Fig. 5” on montre la variation de l’impédance, la résistance et la réactance.

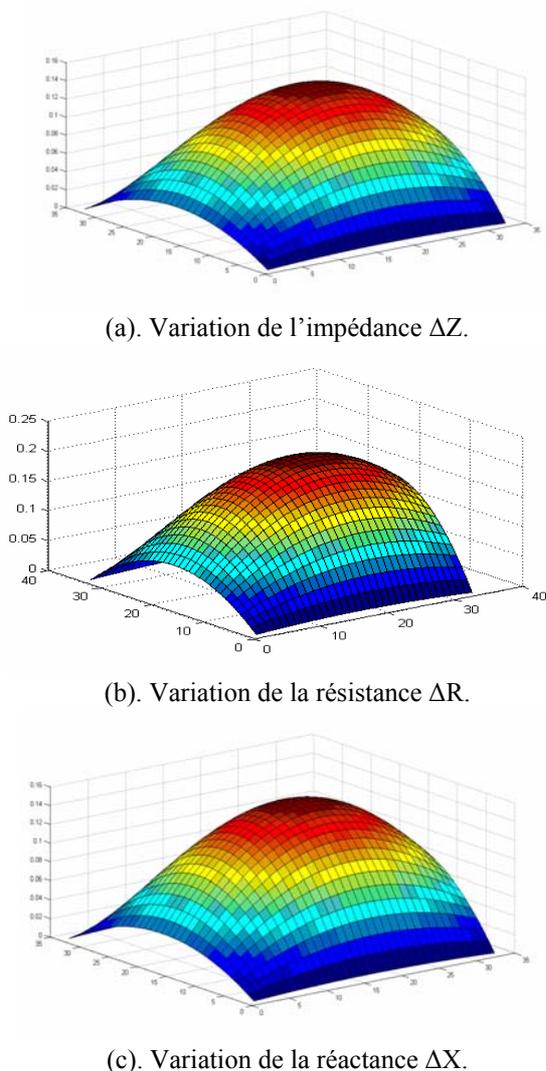
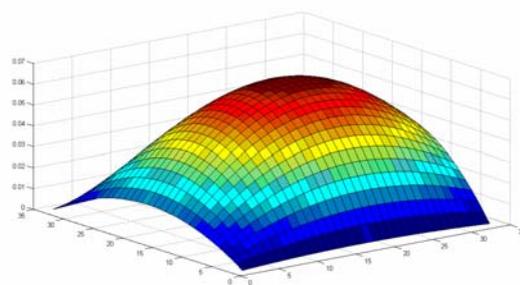


Fig. 4. Variation de l’impédance (ΔZ), la résistance (ΔR) et la réactance (ΔX) pour lift-off=0.5mm.

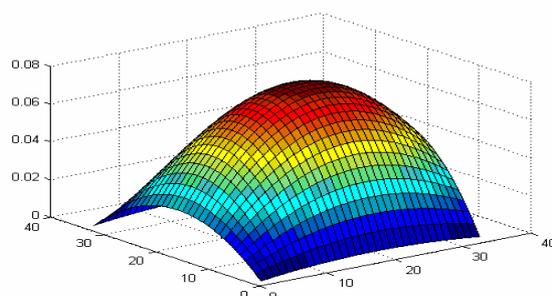
La “Fig. 4” et la “Fig. 5” montrent la sensibilité considérable du capteur matriciel à la détection des défauts débouchants de faibles dimensions.

TABLEAU 3: VARIATION DE L’IMPEDANCE POUR $Lift-off = 1mm$.

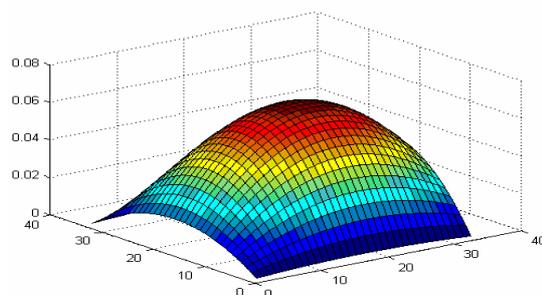
Bobine	$\Delta Z(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$\Delta X(\Omega)$
1	0.001	0.001	0.001
2	0.003	0.005	0.003
3	0.001	0.002	0.001
4	0.018	0.024	0.018
5	0.064	0.077	0.066
6	0.040	0.050	0.041
7	0.001	0.001	0.001
8	0.003	0.005	0.003
9	0.001	0.002	0.001



(a). Variation de l’impédance ΔZ .



(b). Variation de la résistance ΔR .



(b). Variation de la résistance ΔR .

Fig. 5. Variation de l’impédance (ΔZ), la résistance (ΔR) et la réactance (ΔX) pour lift-off=1mm.

Les résultats de cette première modélisation montrent la sensibilité remarquable du capteur multiple pour le mode d’excitation un par un, surtout quand il s’agit d’une faible valeur du lift-off.

B. Excitation série

Le “Tableau 4” montre les valeurs de la variation de l’impédance, la résistance et la réactance pour différentes valeurs de lift-off. La “Fig. 6” représente la distribution des courants de Foucault dans la pièce contrôlée. Les résultats de cette deuxième modélisation montrent également que le capteur matriciel est sensible à la détection des défauts surfaciques de faibles dimensions.

TABLEAU 4: RESULTATS DU MODE D’EXCITATION SERIE.

	$Lift-off = 0.5mm$	$Lift-off = 1mm$
$\Delta Z(\Omega)$	0.074	0.015
$\Delta R(\Omega)$	0.236	0.055
$\Delta X(\Omega)$	0.080	0.010

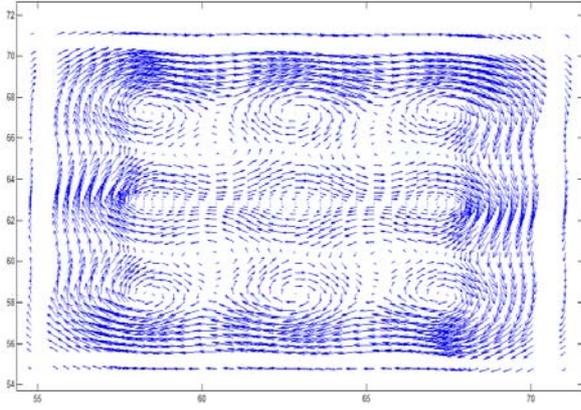


Fig. 6. Distribution des courants induits dans la pièce contrôlée : avec la présence du défaut.

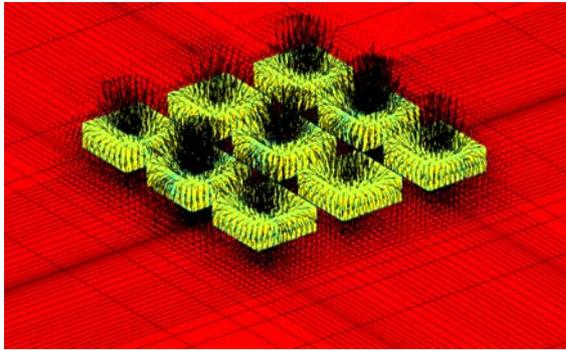


Fig. 6. Vecteurs de l'induction magnétique en 3D.

C. Excitation parallèle

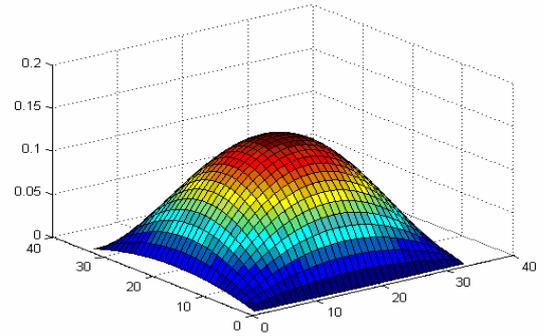
Le "Tableau 5" et le "Tableau 6" présentent les valeurs de la variation d'impédance, la résistance et la réactance pour différentes valeurs de lift-off.

TABLEAU 5: LES RESULTATS DU PROGRAMME $Lift-off = 0.5mm$.

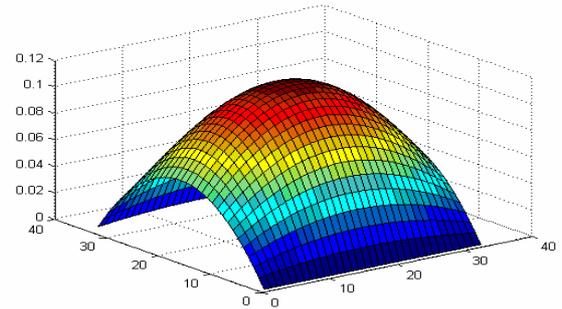
Bobine	$\Delta Z(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$\Delta X(\Omega)$
1	0.001	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000
4	0.017	0.060	0.018
5	0.140	0.117	0.040
6	0.017	0.060	0.018
7	0.000	0.003	0.001
8	0.002	0.008	0.002
9	0.001	0.003	0.001

TABLEAU 6: LES RESULTATS DU PROGRAMME $Lift-off = 1mm$.

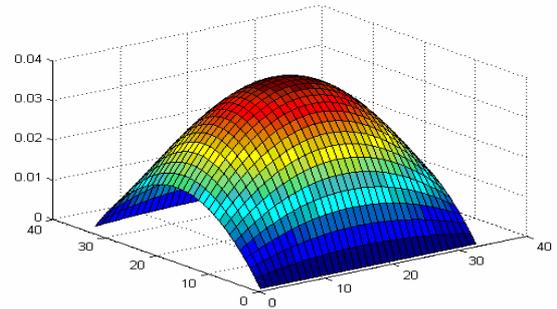
Bobine	$\Delta Z(\Omega)$	$\Delta R(\Omega)$	$\Delta X(\Omega)$
1	0.000	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000
4	0.002	0.013	0.002
5	0.011	0.030	0.011
6	0.003	0.013	0.003
7	0.000	0.000	0.000
8	0.001	0.002	0.000
9	0.000	0.001	0.000



(a). Variation de l'impédance ΔZ .



(b). Variation de la résistance ΔR .



(c). Variation de la réactance ΔX .

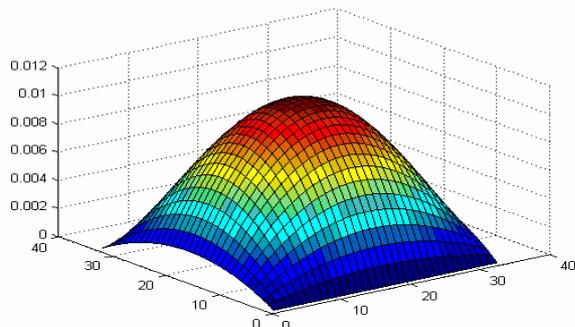
Fig. 7. Variation de l'impédance (ΔZ), la résistance (ΔR) et la réactance (ΔX) pour le lift-off=0.5mm.

Les figures "Fig. 7" et "Fig. 8" représentent la variation de l'impédance, la résistance et la réactance du capteur matriciel. Les résultats obtenus montrent la sensibilité du capteur matriciel en mode d'excitation parallèle à la détection des défauts débouchants.

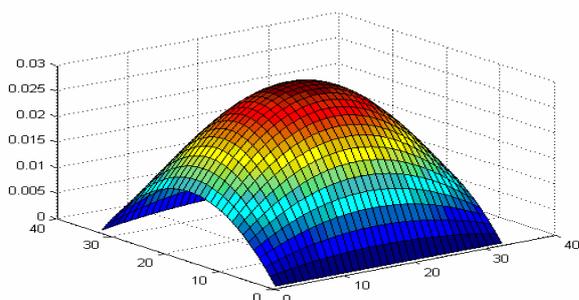
V. CONCLUSION

Dans cet article la méthode des volumes finis est introduite pour la modélisation tridimensionnelle d'un problème de contrôle non destructif par courant de Foucault. Un capteur matriciel de neuf bobines identiques a été considéré. Les différents modes d'excitation un par un, série et parallèle sont traités. Les résultats obtenus montrent la sensibilité remarquable du capteur matriciel à la détection des défauts superficiels de faibles dimensions,

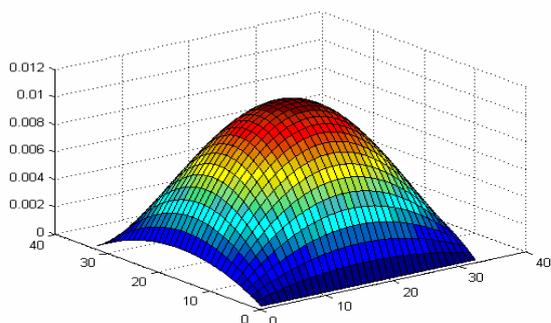
et cela pour les trois modes d'excitation. Cette sensibilité peut être influée par l'augmentation du lift-off. Les meilleurs résultats sont ceux obtenus pour le mode d'excitation un par un et avec temps de calcul naturellement plus réduit comparativement autres modes d'excitation. Le mode série donne un aperçu général sur la présence de défaut.



(a). Variation de l'impédance ΔZ .



(b). Variation de la résistance ΔR .



(c). Variation de la réactance ΔX .

Fig. 8. Variation de l'impédance (ΔZ), la résistance (ΔR) et la réactance (ΔX) pour le lift-off=1mm.

REFERENCES

- [1] C. Ravat, P.-Y. Joubert, Y. Le Bihan, C. Marchand, M. Woytasik, E. Dufour Gergam, "Performances d'une sonde matricielle à microbobines pour la détection par courants de Foucault de défauts débouchant de faibles dimensions", Journées COFREND, Toulouse, Mai 2008.
- [2] Paul Lorrain, Dale R. Corson, François Lorrain, "Les phénomènes électromagnétiques", DUNOD.
- [3] A. ZAOUÏ, M. FELIACHI, M. ABDALLAH, "Modélisation d'une matrice de capteurs à courants de Foucault", CNI'09, Colloque National sur l'Inductique, Laghouat, N° 44, Avril 2009.
- [4] François Gauthier, "Les rails du métrosous le regard des courants de Foucault", Mesures physiques, Mesures.750, Dec 2002.
- [5] A. LAKHDARI, A. CHERIET, M. FELIACHI, "Modélisation d'un capteur différentiel de CND-CF par la méthode des volumes finis", CEE'10, 6th International conference in electrical engineering, Batna, MAT97, N° 58, pp. 492-495, Oct 2010.
- [6] A. Cheriet, M. Feliachi, S. M. Mimoune, "3-D movement simulation technique in FVM method application to eddy current non-destructive testing", The International Journal for computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, COMPEL, Vol. 28, No. 1, pp. 77-84, Jan. 2009.
- [7] S. V. Patankar, "Numerical heat transfer and fluid flow", Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. Hemisphere publishing corporation, 1980.
- [8] Ahmed CHERIET, "Contribution à la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis de dispositifs électromagnétiques", Thèse de Doctorat, Spécialité électrotechnique, Université de Biskra, 2007.