



Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie Electrique
Ref :.....

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الكهربائية
المرجع:.....

Thèse présentée en vue de l'obtention
Du diplôme de

Doctorat en sciences en : Automatique

Intitulé

**Modélisation et Commande des Piles à
Combustible**

Présentée par :

Fayssal OUAGUENI

Soutenue publiquement le : **28/01/2021**

Devant le jury composé de :

Dr. BAHRI Mebarek	Professeur	Président	Université de Biskra
Dr. BOUMEHRAZ Mohamed	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Dr. BELHAMDI Saad	Professeur	Examineur	Université de M'sila
Dr. ZEGHLACHE Samir	Professeur	Examineur	Université de M'sila
Dr. BENMAHMOUD Slimane	Maitre de conférences 'A'	Examineur	Université de M'sila
Dr. SAADI Aicha	Maitre de conférences 'A'	Examineur	Université de Biskra

À mes très chers parents

À ma femme et mes filles Tasnime et Maria

À mes frères et mes sœurs

À tous ceux que j'aime

Remerciements

Je tiens premièrement à remercier avec prosternation, Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage, la santé, la volonté et la patience pour terminer ce travail.

Cette thèse est le résultat de l'engagement de plusieurs personnes qui m'ont accompagné dans ce passionnant parcours. Je voudrais profiter de leur exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance.

*Je tiens tout d'abord à remercier sincèrement mon promoteur
Pr. Mohamed Boumehraz, pour m'avoir encadré, suivi et encouragé.*

On remercie également, tous les membres du jury de bien vouloir juger ce travail.

Ainsi que tous nos enseignants du Département de génie électrique.

On n'exclue pas de ces remerciements toutes les personnes qui ont aidé de près ou de loin dans la réalisation de cette thèse

Les discussions, les remarques et les commentaires de mes collègues ont été sources d'idées et ont contribué au développement et à l'amélioration de ce travail.

On veut également remercier ma famille et mes amis pour leur soutien moral.

Enfin, je remercie tout particulièrement mes parents, pour leur soutien inconditionnel tout au long de mes longues années d'études.

ملخص

تستخدم خلايا وقود الأكسيد الصلب (SOFC) على نطاق واسع لتوليد الطاقة النظيفة. تكمن المشكلة الرئيسية في SOFC في صعوبة التحكم في جهد الخرج للبطارية، بسبب اللاخطية القوية لنظامها، التغيرات السريعة في الحمل والتدفق المحدود للوقود.

الهدف من التحكم في نظام SOFC هو الحفاظ على جهد الخرج عند مستوى ثابت ومعدل استخدام الوقود في المجال الأمن. في هذا السياق، تم في هذا العمل تطوير نموذج ضبابي ديناميكي متقطع من نوع Takagi Sugeno (TS) متعدد المداخل متعدد المخارج (MIMO) لوصف الخصائص الديناميكية للجهد اللاخطي ومعدل استخدام الوقود لنظام SOFC ذو هندسة أنبوبية. يتم استخدام هذا النموذج الضبابي الذي تم الحصول عليه لتطبيق التحكم التنبؤي الضبابي مع القيود. تم تقديم نتائج المحاكاة لإظهار دقة وفعالية الإستراتيجية المقترحة.

الكلمات المفتاحية: خلية الوقود SOFC، نمذجة الأنظمة اللاخطية، النموذج الضبابي TS، التحكم التنبؤي.

Résumé

La pile à combustible à oxyde solide (SOFC) est largement utilisée pour la production d'électricité. Le problème principal dans le SOFC réside dans la difficulté de contrôler la tension de sortie de la pile, en raison de la forte non-linéarité du système, des changements rapides de charge et du débit de carburant limité.

L'objectif de la commande du système SOFC est de maintenir la tension de sortie à un niveau constant et le taux d'utilisation du combustible dans un intervalle de sécurité. Dans ce contexte, un modèle dynamique flou discret de type Takagi Sugeno (TS) multi-entrées multi-sorties (MIMO) est développé dans ce travail pour décrire les propriétés dynamiques de la tension non linéaire et le taux d'utilisation du combustible du système SOFC de géométrie tubulaire. Ce modèle flou développé sera utilisé pour l'application de la commande prédictive floue avec contraintes. Les résultats de simulation fournies montrent l'exactitude et l'efficacité de la stratégie proposée.

Mots clés : La pile à combustible SOFC, La modélisation des systèmes non linéaires, Le modèle flous TS, La commande prédictive.

Abstract

The solid oxide fuel cell (SOFC) is broadly used for distributed and clean power generation. The main problem related to SOFC lies in the difficulties to control the output voltage of the SOFC due to the strong nonlinearity, the rapid changes of the load and the limited fuel flow.

The objective of the control of the SOFC system is to maintain the output voltage at a constant level and the fuel utilization rate in a safety interval. In this context, a multiple-input multiple-output (MIMO) discrete-time Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic model with feed forward input is used in this work to describe the dynamic properties of the nonlinear voltage and the fuel utilization rate in a tubular SOFC system. This developed fuzzy model will be used for the application of constrained fuzzy model predictive control. The simulation results are provided to show the accuracy and the effectiveness of the proposed strategy.

Key words : Solid Oxide Fuel Cell (SOFC), modeling of nonlinear systems, Takagi-Sugeno (TS) fuzzy model, model predictive control.

Sommaire

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
------------------------------------	---

CHAPITRE 1 LES PILES À COMBUSTIBLE

1.1. Introduction	5
1.2. Historique	5
1.3. Généralités sur les piles à combustible.....	6
1.3.1. Définition.....	6
1.3.2. Structure générale.....	6
1.3.2.1. Les électrodes.....	7
1.3.2.2. L'électrolyte.....	8
1.3.2.3. Les plaques bipolaires.....	9
1.3.2.4. Les couches de diffusion.....	9
1.3.3. Principe de fonctionnement.....	10
1.3.4. Les différents types de piles à combustible.....	11
1.3.4.1. La pile alcaline	12
1.3.4.2. La pile à carbonate fondu.....	12
1.3.4.3. La pile à oxyde solide.....	13
1.3.4.4. La pile à acide phosphorique.....	13
1.3.4.5. La pile à membrane échangeuse de protons.....	14
1.3.4.6. La pile à méthanol direct.....	14
1.3.4.7. Synthèse.....	14
1.3.5. Applications des piles à combustible.....	15
1.3.5.1. Applications stationnaires.....	16
1.3.5.2. Applications transport.....	17
1.3.5.3. Applications portables.....	18
1.3.6. Avantages et inconvénients des piles à combustible.....	19
1.4. Obtention de l'hydrogène.....	21

1.4.1. Reformage des carburants fossiles.....	21
1.4.1.1. Le vaporeformage.....	22
1.4.1.2. L'oxydation partielle.....	22
1.4.1.3. Le reformage autothermique.....	23
1.4.2. L'électrolyse de l'eau.....	23
1.4.3. Nucléaire.....	23
1.5. Stockage de l'hydrogène.....	23
1.5.1. Stockage sous forme comprimé.....	24
1.5.2. Stockage sous forme liquéfié.....	24
1.5.3. Bor-hydrure de sodium.....	25
1.5.4. Hydrures métalliques.....	25
1.6. Conclusion.....	26

CHAPITRE 2

DÉVELOPPEMENT DE PILES À COMBUSTIBLE DE TYPE SOFC

2.1. Introduction.....	27
2.2. Raisons du choix.....	27
2.3. Les différentes configurations des SOFC.....	28
2.3.1. Configuration tubulaire.....	28
2.3.2. Configuration planaire.....	30
2.3.3. Configuration monolithique.....	32
2.4. Développement du modèle dynamique d'un stack SOFC.....	33
2.4.1. Performances idéales d'une cellule SOFC.....	35
2.4.1.1. Energie libre de Gibbs.....	35
2.4.1.2. Equation de Nernst.....	37
2.4.1.3. Les débits molaires.....	38
2.4.1.4. Les pressions partielles.....	39
2.4.2. Performances réelles d'une cellule SOFC.....	44
2.4.2.1. Les pertes ohmiques.....	45
2.4.2.2. Les pertes d'activation.....	45
2.4.2.3. Les pertes de concentration.....	46
2.4.3. Expression de la tension de sortie de la pile à combustible.....	47
2.5. Système de commande d'une pile à combustible type SOFC.....	48

2.5.1. Le rapport entre les débits des réactants.....	48
2.5.2. La relation entre le débit d'hydrogène et le courant de la pile	48
2.5.3. Le courant de la pile.....	49
2.6. Validation du modèle	50
2.6.1. Paramètres du modèle.....	51
2.6.2. Résultats de simulation.....	51
2.7. Conclusion.....	57

CHAPITRE 3

MODÉLISATION FLOUE DE LA PILE À COMBUSTIBLE SOFC

3.1. Introduction.....	58
3.2. Introduction à la modélisation floue.....	58
3.3. Structure générale des modèles flous.....	60
3.4. Modèles flous de type Takagi-Sugeno.....	63
3.5. Modèles flous des systèmes dynamiques.....	67
3.5.1. Structures générales des modèles.....	67
3.5.2. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes dynamiques.....	70
3.5.3. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes MIMO.....	71
3.6. Identification des modèles flous.....	73
3.6.1. Structure du modèle flou.....	73
3.6.2. Le problème d'identification et ses solutions.....	74
3.6.3. Identification des paramètres des conséquents.....	77
3.6.3.1. Identification locale et globale.....	77
3.6.3.2. Identification des modèles flous MIMO de Takagi-Sugeno.....	80
3.6.4. Validation numérique du modèle flou.....	82
3.7. Modélisation floue de la pile à combustible SOFC.....	83
3.8. Conclusion.....	89

CHAPITRE 4
COMMANDE PRÉDICTIVE FLOUE DE LA PILE À COMBUSTIBLE
SOFC

4.1. Introduction	90
4.2. Généralité sur la commande prédictive	91
4.2.1. Principe de la commande prédictive.....	92
4.2.2. Eléments de la commande prédictive.....	94
4.2.3. Avantages et inconvénients de la commande prédictive.....	95
4.3. Commande prédictive floue sous contraintes avec compensation feedforward.....	96
4.3.1. Modèle de prédiction	97
4.3.2. Optimisation sous contraintes	101
4.4. Commande prédictive floue de la pile à combustible SOFC.....	102
4.5. Conclusion.....	106
CONCLUSION GÉNÉRALE	107
BIBLIOGRAPHIE.....	109
ANNEXES.....	119

Liste des Tableaux

Tableau. 1.1. Comparaison des différents types des piles à combustible	15
Tableau. 2.1. Paramètres de simulation.....	51
Tableau. 3.1. Comparaison des méthodes de modélisation.....	88

Liste des Figures

Figure 1.1. L'expérience de Sir William Grove.....	5
Figure 1.2. Structure générale d'une cellule d'une pile à combustible.....	7
Figure 1.3. Schéma de principe d'une cellule de pile à combustible.....	10
Figure 1.4. Pile à combustible CELLIA fabriqué par MTU.....	17
Figure 1.5. Le premier bus d'Europe à pile à combustible entre en service régulier à Madrid.....	18
Figure 1.6. Exemples des piles à combustible dans les applications portable.....	19
Figure 2.1. Schéma de principe de la géométrie tubulaire.....	29
Figure 2.2. Schéma de principe du montage de plusieurs cellules de géométrie tubulaire.....	29
Figure 2.3. Géométrie plane.....	31
Figure 2.4. Empilement en géométrie plane à flux contre-courant.....	31
Figure 2.5. Géométrie monolithique en flux co-courant.....	32
Figure 2.6. Géométrie monolithique en flux contre-courant.....	32
Figure 2.7. Empilement de cellules (Stack).....	34
Figure 2.8. Tension standard en fonction de la température.....	36
Figure 2.9. Diagramme de fonctionnement d'un système pile à combustible SOFC.....	39
Figure 2.10. Circuit équivalent de la pile SOFC.....	47
Figure 2.11. Entrées/Sorties d'une pile à combustible SOFC.....	50
Figure 2.12. Caractéristiques courant-tension du modèle SOFC à différentes températures.....	52
Figure 2.13. Caractéristiques courant-puissance du modèle SOFC à différentes températures.....	52
Figure 2.14. Variation des pertes Ohmiques en fonctions du courant à différentes températures.....	53
Figure 2.15. Variation des pertes d'activation en fonctions du courant à différentes températures.....	54

Figure 2.16. Variation des pertes de concentration en fonctions du courant à différentes températures.....	54
Figure 2.17. Réponse thermique du modèle SOFC.....	55
Figure 2.18. Réponse dynamique du modèle SOFC à différentes températures et pressions.....	56
Figure 3.1. Fonction d'appartenance d'un ensemble classique.....	59
Figure 3.2. Fonction d'appartenance d'un ensemble flou.....	59
Figure 3.3. Structure d'un système flou.....	62
Figure 3.4. Méthode d'inférence du modèle flou TS.....	66
Figure 3.5. Diagramme de la structure de modélisation du système SOFC.....	83
Figure 3.6. Fonctions d'appartenances du courant de charge.....	84
Figure 3.7. Les signaux d'entrée du système SOFC.....	87
Figure 3.8. La tension de sortie du système SOFC.....	88
Figure 3.9. Le taux d'utilisation du combustible.....	88
Figure 4.1. Philosophie de la commande prédictive	91
Figure 4.2. Représentation temporelle du principe de la commande prédictive.....	92
Figure 4.3. Schéma de principe de la commande prédictive	93
Figure 4.4. Structure de base d'une commande prédictive.....	94
Figure 4.5. Diagramme de la commande FMFPC proposée.....	102
Figure 4.6. Variation du courant de charge.....	103
Figure 4.7. Trajectoire de la tension de sortie par FMFPC.....	103
Figure 4.8. Trajectoire du Taux d'utilisation par FMFPC.....	104
Figure 4.9. Courbes de suivi des performances.....	104
Figure 4.10. Courbes de variables manipulées.....	105

Liste des abréviations et symboles

Abréviations

AFC	Alkaline Fuel Cell
ARMAX	AutoRegressive Moving Average with eXogenous input models
ARX	AutoRegressive with eXogenous input models
BJ	Box-Jenkins models
DMFC	Direct Methanol Fuel Cell
FMFPC	Fuzzy Model feedforward Predictive Control
FMPC	Fuzzy Model Predictive Control
FIR	Finite Impulse Response models
GD	Gradient-Descent Method
LTI	Linear Time-Invariant
LPV	Linear Parameter Varying
MISO	Multiple-Input Single-Output
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
MCFC	Molten carbonate Fuel Cell
MPC	Model Predictive Control
NOE	Nonlinear Output Error Models
NMPC	Nonlinear Model Predictive Control
NFIR	Nonlinear Finite Impulse Response models
NARX	Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input models
NARMAX	Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous input models
NBJ	Nonlinear Box-Jenkins models
OE	Output Error Models

PAC	Pile A Combustible
PAFC	Phosphoric Acid Fuel Cell
PEMFC	Proton Exchange Membrane Fuel Cell
PTFE	PolytTetraFluoroEthylene
RMSE	Root Mean Square Error
SISO	Single-Input Single-Output
SOFC	Solid Oxid Fuel Cell
TS	Takagi Sugeno
VAF	Variance Accounted For

Symboles

H_2 :	Hydrogène.
O_2 :	Oxygène.
N_2 :	Nitrogène.
H_2O :	L'eau.
CO_2 :	Dioxyde de carbone.
CO :	Monoxyde de carbone.
NO_x :	Oxydes d'azote
CH_4 :	Méthane.
KOH :	Hydroxyde de potassium.
$NaBH_4$:	Borohydrure de sodium (Tétrahydroborate de sodium).
$NaBO_2$:	Borate de sodium.
ZrO_2 :	Oxyde de zirconium.
Y_2O_3 :	Oxyde d'yttrium.
a :	Anode.
c :	Cathode.
n :	Nombre d'électrons participants à la réaction.
F :	Constante de Faraday (96485 [C/mol]).

R : Constante des gaz parfaits (8,314 [J/mol/K]).
 T : Température [K].
 T_{gaz} : Température effective de circulation des gaz dans les canaux (anode et cathode) [K].
 E : Tension idéale [V].
 E^0 : Tension standard [V].
 V_a : Volume du canal anodique [m³].
 V_c : Volume du canal cathodique [m³].
 V_{cell} : Tension d'une cellule [V].
 V_s : Tension de sortie d'un stack [V].
 V_{ohm} : Pertes ohmiques [V].
 V_{act} : Pertes d'activation [V].
 V_{conc} : Pertes de concentration [V].
 P : Pression globale du mélange de gaz [Pa].
 P_a : Pression globale du gaz à l'anode [Pa].
 P_c : Pression globale du gaz à la cathode [Pa].
 P^0 : Pression standard [Pa].
 P_{H_2} : Pression partielle de l'hydrogène [Pa].
 P_{O_2} : Pression partielle de l'oxygène [Pa].
 P_{H_2O} : Pression partielle de l'eau [Pa].
 $D_{i,j}$: Diffusivité binaire effective de pair $i-j$ [m²/s].
 $N_i(N_j)$: Flux superficielle de gaz $i(j)$ [mol/(m².s)].
 ∇ : Opérateur gradient.
 ΔH : Variation d'enthalpie.
 ΔG : Energie libre de Gibbs.
 ΔG^0 : Energie libre de Gibbs aux conditions standards.
 G_{H_2O} : Energie libre de Gibbs de l'eau.
 G_{H_2} : Energie libre de Gibbs de l'hydrogène.
 G_{O_2} : Energie libre de Gibbs de l'oxygène.
 ΔS : Variation d'entropie.

ΔP : Différence des pressions entre l'hydrogène et l'oxygène [Pa].
 W_{el} : Travail électrique maximal [Watt].
 N_{cell} : Nombre de cellule constituant le stack.
 l_a : Distance entre la surface de l'anode et le site de réaction [m].
 l_c : Distance entre la surface de la cathode et le site de réaction [m].
 i_{den} : Densité de courant [A/m^2].
 i_L : Densité de courant limite (maximale) [A/cm^2].
 I_{fc}^r : Courant circulant dans la pile [A].
 I_d : Courant débité par la pile [A].
 I_D : Courant de charge [A].
 r : Résistance ohmique totale [Ω].
 R_e : Résistance au flux d'ions dans O^{2-} l'électrolyte [Ω].
 R_a : Résistance au flux d'électrons e^- dans l'anode [Ω].
 R_c : Résistance au flux d'électrons e^- dans la cathode [Ω].
 R_{cont} : Résistance de contact des composants de la pile [Ω].
 q_{H_2} : Débit molaire de l'hydrogène [mol/s].
 $q_{H_2}^{in}$: Débit d'hydrogène qui entrer dans le compartiment anodique [mol/s].
 $q_{O_2}^{in}$: Débit d'oxygène qui entrer dans le compartiment cathodique [mol/s].
 $q_{H_2}^r$: Débit d'hydrogène consommé [mol/s].
 $q_{H_2}^{out}$: Débit d'hydrogène qui sort de la pile [mol/s].
 q_{H_2O} : Débit de vapeur d'eau [mol/s].
 q_F : Débit de combustible [mol/s].
 q_{Air} : Débit d'air.
 U_f : Taux d'utilisation du combustible.
 U_{opt} : Taux d'utilisation optimale.
 U_{min} : Taux d'utilisation minimale.
 U_{max} : Taux d'utilisation maximale.
 τ_f, τ_a et τ_c : Constantes de temps [s].

-
- r_{H_O} : Rapport optimal entre les débits des réactants.
- $T_{fuelinlet}$: Température initiale de la pile à combustible [K].
- $T_{Airinlet}$: Température initiale de l'air [K].
- I_s : Courant de sortie [A].
- T_{cell} : Température de la cellule [K].
- H_p : Horizon de prédiction.
- H_c : Horizon de commande.

Introduction générale

Pour ses besoins et sa survie, l'homme utilise depuis longtemps les richesses de son environnement. Cependant, depuis quelques années une prise de conscience collective de la nécessité de protéger et de perdurer cet environnement est apparue. Elle s'illustre notamment par différents protocoles qui voient le jour (protocole de Kyoto) ou le durcissement des normes de rejets des industries et des particuliers dans l'environnement. Enfin, l'épuisement à terme des richesses naturelles fossiles (pétrole, gaz...) conduit à les économiser en améliorant des solutions existantes, mais aussi en recherchant de nouvelles solutions alternatives à la production d'énergie pour la satisfaction de nos besoins. Une des principales solutions à ce problème est orientée vers le développement de nouvelles technologies capables d'utiliser d'autres sources d'énergie dites renouvelables et capables de générer des puissances élevées. Parmi ces nouvelles technologies « propres » et « efficaces », les piles à combustible sont les plus prometteuses grâce à leurs avantages environnementaux (faible émission des gaz nocifs) et leur rendement électrique et énergétique élevé.

Les piles à combustible produisent de l'énergie électrique par un processus électrochimique dans lequel l'hydrogène et l'oxygène se combinent pour former de l'eau. Les piles à combustible à oxyde solide (SOFC) semblent pouvoir prendre une place importante au sein de la grande famille des piles à combustible, il a suscité une attention considérable car il offre de larges gammes d'applications, une flexibilité de choix de combustible, une efficacité élevée du système et la faisabilité de fonctionnement avec un reformeur interne. Lorsque nous utilisons un électrolyte en céramique à l'état solide, les SOFC sont caractérisés par une plage de températures élevée (de 600 °C à 1000 °C). Cette température est plus facile à maintenir en raison de l'absence de corrosion cellulaire [1].

Parmi les facteurs ayant une incidence sur la durée de vie du SOFC, il y a le changement significatif dans l'utilisation du combustible dû aux transitoires de la charge. Par conséquent, le taux d'utilisation du combustible U_f est considéré comme l'une des variables de

commande les plus importantes du système SOFC. Pour protéger le SOFC, le U_f doit être dans la plage souhaitée de 70% à 90% avec un point de fonctionnement optimal d'environ 80%. Étant donné qu'un $U_f < 70\%$ où une partie très importante du combustible est ne pas utilisée, cela conduit à la diminution de l'efficacité économique du SOFC, sinon, un $U_f > 90\%$ peut entraîner un risque de dommage permanent pour les cellules en raison manque de combustible.

L'analyse des piles à combustible peut être classée en deux types de modélisation, la modélisation dynamique et la modélisation en régime permanent. Dans les références [2, 3], la modélisation dynamique non linéaire de SOFC a été étudiée. De nombreux chercheurs ont fait des efforts importants sur la modélisation de SOFC pour améliorer ses performances [4, 5].

Dans la littérature de commande, les modèles dynamiques flous du type Takagi-Sugeno TS [6] sont largement acceptés, pour leurs capacités à représenter les systèmes dynamiques non linéaires [6-9]. La modélisation floue et l'identification à partir des données mesurées sont considérées comme des outils efficaces pour approximer les systèmes non linéaires. Étant donné que le modèle TS nécessite moins de règles que les autres modèles, il a attiré une énorme attention de la part des chercheurs. Ce modèle a une implication floue simple et la conséquence de chaque règle avec fonction linéaire peut décrire le mappage entrée-sortie dans une large gamme [10]. La modélisation floue TS du système SOFC a été largement utilisée dans plusieurs articles [10-15].

Pour les processus industriels multivariable à dynamique lente, la commande prédictive à base de modèle (MPC) est connue comme une approche de commande puissante qui en a fait un sujet de recherche brûlant au cours des trois dernières décennies. MPC est capable de commander de manière optimale des systèmes multivariables sous diverses contraintes [13]. Les actions de commande doivent être calculées en résolvant un problème d'optimisation d'horizon de recul à chaque instant de temps d'échantillonnage, pour MPC alors que seule la loi de commande prédéterminée est utilisée dans la commande optimale conventionnelle. Les modèles de commande linéaire sont les formulations de base des algorithmes MPC. Ces derniers peuvent être formulés comme des problèmes d'optimisation linéaire quadratique faciles à résoudre. Néanmoins, l'application de ces algorithmes à un système non linéaire peut apporter des résultats indignes, et elle peut généralement conduire à un problème

d'optimisation non convexe qui est difficile à résoudre et un problème exigeant en termes de calcul. Dans la pratique, nous utilisons des algorithmes sous-optimaux qui consistent à approximer le modèle non linéaire à chaque itération de l'algorithme. À chaque itération de l'algorithme, le problème standard d'optimisation linéaire quadratique est formulé et résolu où différents types de modèles non linéaires peuvent être adoptés. Le modèle flou TS est l'un des modèles non linéaires les plus efficaces [9-17].

Lorsque la charge change, la tension de sortie du système SOFC et le taux d'utilisation du combustible ne peuvent pas être maintenus constants. Pour contrôler le système SOFC, il existe de nombreuses méthodes différentes. Le modèle de la commande prédictive, qui est le plus utilisé, a été considéré dans [12-18]. Dans ce travail, nous allons proposer une stratégie de commande qui consiste en une commande prédictive basée sur un modèle auto-régressif non linéaire avec un modèle dynamique flou d'entrée exogène (Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input models, NARX). En plus de maintenir l'utilisation du combustible dans une plage désirée, notre modèle est capable de prévenir les dommages de l'électrolyte en maintenant la différence de pression, qui consiste en la différence entre les pressions partielles d'hydrogène / oxygène dans l'anode et les compartiments cathodiques de la pile à combustible, inférieure à 8KPa en régime transitoire et à 4 KPa en fonctionnement normal [19]. Le rapport hydrogène / oxygène r_{H_O} , qui se compose du débit d'hydrogène d'entrée sur le débit d'oxygène d'entrée, est également pris en compte dans la stratégie de commande proposée. Dans cette dernière, il vaut mieux maintenir le rapport r_{H_O} autour de 1,145, comme dans [19].

Dans ce travail, nous avons utilisé le modèle dynamique de la pile à combustible de type SOFC proposé dans [20], pour former deux modèles dynamiques flous TS MISO (multi-input single-output) à temps discret combinés avec des conséquences linéaires, un pour la tension de sortie et une autre pour l'utilisation du combustible. Ce modèle facilite la commande du système SOFC. Après, nous allons proposer une stratégie de commande prédictive basée sur le modèle susmentionné.

Cette thèse est constituée d'une introduction générale, quatre chapitres et finalement une conclusion générale.

Le premier chapitre, présente un état de l'art sur les piles à combustible afin de préciser les notions structurelles du principal thème d'étude, à savoir un bref historique sur la découverte

et l'évolution des piles à combustible, leur structure générale, leur principe de fonctionnement, les types et les différents domaines d'application.

Le deuxième chapitre, focalise sur l'étude de la pile à combustible à oxide solide (SOFC), nous avons cité les différentes configurations de ce type des piles ; à savoir les configurations tubulaire, planaire et monolithique. Ensuite, un modèle dynamique d'une pile à combustible SOFC tubulaire est présenté en fonction de ces propriétés thermodynamique et électrochimiques, et sur la conservation de la masse et de l'énergie. Dans la dernière partie du chapitre, des simulations et des interprétations des résultats ont fait à l'aide des paramètres tenus dans plusieurs travaux.

Dans le troisième chapitre, nous traitons du problème d'identification (construction) des modèles flous (TS) à partir de données entrée-sortie. Nous introduisons d'abord la modélisation floue des systèmes, en nous focalisant particulièrement sur le modèle de type Takagi Sugeno. Enfin, deux modèles dynamiques flous de Takagi-Sugeno multi-entrées/mono-sortie (MISO) à temps discret ont été construits pour décrire les propriétés dynamiques non linéaires de la tension de sortie et le taux d'utilisation du combustible du système pile à combustible de type SOFC de configuration géométrique tubulaire.

Dans le dernier chapitre (chapitre 4), nous proposons une stratégie de commande prédictive basée sur le modèle dynamique flou développé dans le chapitre précédent. L'objectif de cette stratégie est de maintenir la tension de sortie de la SOFC a une valeur de 164 V, le taux d'utilisation du combustible dans l'intervalle de sécurité (de 70% à 90%) avec un point de fonctionnement optimal d'environ de 80%, et nous respectons la variation de la différence des pressions entre l'hydrogène et l'oxygène (ne doit pas dépasser 4 kPa en conditions normales de fonctionnement et 8 kPa en conditions transitoires) et le rapport entre les débits d'hydrogène et d'oxygène (doit avoir une valeur d'environ 1.145). Les résultats des simulations ont été présentés et discutés.

Enfin, une conclusion générale résumant le travail, suivie de quelque perspectives pouvant s'inscrire dans la suite de ce travail.

Les Piles à Combustible

1.1. Introduction	5
1.2. Historique	5
1.3. Généralités sur les piles à combustible.....	6
1.3.1. Définition.....	6
1.3.2. Structure générale.....	6
1.3.2.1. Les électrodes.....	7
1.3.2.2. L'électrolyte.....	8
1.3.2.3. Les plaques bipolaires.....	9
1.3.2.4. Les couches de diffusion.....	9
1.3.3. Principe de fonctionnement.....	10
1.3.4. Les différents types de piles à combustible.....	11
1.3.4.1. La pile alcaline	12
1.3.4.2. La pile à carbonate fondu.....	12
1.3.4.3. La pile à oxyde solide.....	13
1.3.4.4. La pile à acide phosphorique.....	13
1.3.4.5. La pile à membrane échangeuse de protons.....	14
1.3.4.6. La pile à méthanol direct.....	14
1.3.4.7. Synthèse.....	14
1.3.5. Applications des piles à combustible.....	15
1.3.5.1. Applications stationnaires.....	16
1.3.5.2. Applications transport.....	17
1.3.5.3. Applications portables.....	18
1.3.6. Avantages et inconvénients des piles à combustible.....	19
1.4. Obtention de l'hydrogène.....	21
1.4.1. Reformage des carburants fossiles.....	21
1.4.1.1. Le vaporeformage.....	22
1.4.1.2. L'oxydation partielle.....	22
1.4.1.3. Le reformage autothermique.....	23
1.4.2. L'électrolyse de l'eau.....	23
1.4.3. Nucléaire.....	23
1.5. Stockage de l'hydrogène.....	23
1.5.1. Stockage sous forme comprimé.....	24
1.5.2. Stockage sous forme liquéfié.....	24
1.5.3. Bor-hydrure de sodium	25
1.5.4. Hydrures métalliques.....	25
1.6. Conclusion.....	26

1.1. Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter un état de l'art sur les piles à combustible afin de préciser les notions structurelles de notre principal thème d'étude. Dans un premier temps, nous commençons par un bref historique sur la découverte et l'évolution des piles à combustible. On présente ensuite leur structure générale, leur principe de fonctionnement, leurs types et leurs différents domaines d'application.

Dans la seconde partie, on s'intéresse à d'autres points essentiels concernant quelques procédés d'obtention et de stockage de l'hydrogène.

1.2. Historique

L'histoire des piles à combustible a commencé en 1839, Sir William Robert Grove « connu comme le père de la pile à combustible », un juriste anglais et chercheur amateur en chimie, décrit une expérience où de l'eau et de l'électricité sont produites à partir d'oxygène et d'hydrogène. Son principe (figure 1.1) est l'inverse de l'électrolyse de l'eau en utilisant dans son expérience un tube en U avec deux électrodes de platine poreux et de l'acide sulfurique comme électrolyte : l'hydrogène se combine avec de l'oxygène pour produire de l'eau, de l'électricité et de la chaleur.

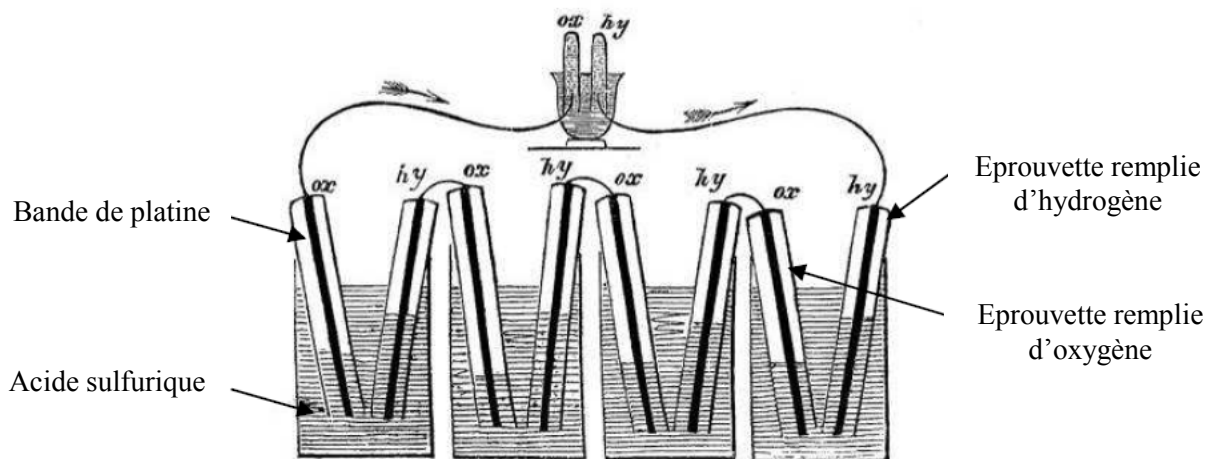


Figure 1.1 : L'expérience de Sir William Grove

La pile à combustible a connu une renaissance au début des années 60 lorsque un nouvel organisme gouvernemental des États-Unis (NASA) « *National Aeronautique and Space Administration* » rechercha comment produire de l'énergie pour les vols spatiaux. La NASA avait déjà éliminé les batteries car trop lourdes, l'énergie solaire car source trop chère et

l'énergie nucléaire car trop risquée. En 1960, c'est avec la NASA qu'une pile à combustible à été utilisée pour la première fois dans un projet spatial appelé Gemini. Par la suite elle a été utilisée également dans le programme APOLLO « *Le programme Apollo est le programme spatial de la NASA mené durant la période 1961-1975 qui a permis aux États-Unis d'envoyer pour la première fois des hommes sur la Lune* ».

Le très fort développement des recherches sur les piles à combustible dans les années 1970 résulte de la première crise pétrolière de 1973. Depuis, la recherche sur les piles à combustible a continué et ont été utilisées avec succès dans une grande variété d'application. A la suite du deuxième choc pétrolier de 1979, une étude sur l'évaluation des possibilités techniques et économiques du développement de la pile à combustible pour la traction fut menée en France. De très nombreuses incertitudes sur l'avenir des piles sont levées et cette étude a conclu à la non-poursuite des programmes de recherche.

En 1993 un bus à pile à combustible est réalisé par l'entreprise Ballard (aujourd'hui l'un des leaders mondiaux dans le domaine de la pile à combustible) en partenariat avec le constructeur automobile Daimler-Benz [21]. La pile à combustible était de type PEM (« *Proton Exchange Membrane* » ou « *membrane échangeuse de proton* »). L'hydrogène nécessaire à l'alimentation de la pile était produit par le reformage embarqué de méthanol.

A partir de 2007, les constructeurs japonais commencent à réfléchir aux normes, règles et standards de fabrication des piles à combustible dans l'automobile pour réduire les émissions de CO₂ jusqu'à 50%. Les principaux constructeurs de pile a combustible sont : BALLARD, SIEMENS WESTINGHOUSE, SULZER, HTCeramix, AXANE et HELION.

1.3. Généralités sur les piles à combustible

1.3.1. Définition

La pile à combustible est un convertisseur électrochimique qui permet de transformer l'énergie chimique d'un gaz ou d'un liquide combustible en énergie électrique. Le combustible utilisé dans la plupart des piles à combustible est l'hydrogène. Le méthanol peut aussi être utilisé directement dans certaines piles à combustible [22, 23].

1.3.2. Structure générale

Une pile à combustible est constituée d'un empilement de cellules, chaque cellule est constituée de deux électrodes (anode et cathode) poreuses séparées par un électrolyte. De

chaque côté de l'électrode, on trouve deux couches de diffusion et deux plaques bipolaires. La figure (1.2) montre la structure générale d'une cellule d'une pile à combustible.

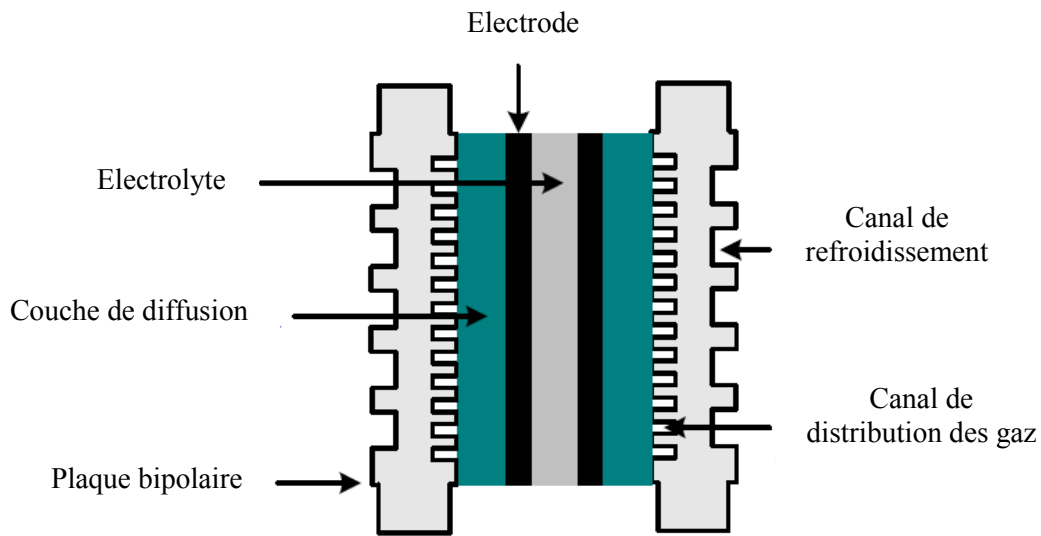


Figure 1.2 : Structure générale d'une cellule d'une pile à combustible

1.3.2.1. Les électrodes (anode et cathode)

Les électrodes sont le siège des réactions électrochimiques : une oxydation à l'anode et une réduction à la cathode. Ces réactions dépendent de plus de l'état de surface des électrodes et de la facilité avec laquelle les réactions se réalisent [24]. Elles créent ainsi une zone de triple contact au niveau du site réactionnel. Les électrodes ont une triple fonction [25] :

- Supporter le catalyseur finement divisé et permettre son contact avec les gaz.
- Permettre aux protons de se déplacer depuis les sites catalytiques d'oxydation de l'hydrogène, vers les sites de réduction de l'oxygène.
- Évacuer les électrons des sites catalytiques anodiques et les redistribuer sur les sites catalytiques cathodiques.

Afin de favoriser la création de la zone du triple contact, les électrodes doivent présenter les caractéristiques suivantes [26] :

- Être poreuses pour permettre la diffusion des gaz jusqu'aux sites des réactions. Elles sont généralement en feutre de carbone ou en papier carbone.

- Être imprégnées d'une pâte constituée de catalyseur contenant du carbone platiné sur la face en contact avec l'électrolyte. La partie de l'électrode imprégnée de pâte constitue la zone active et la partie non imprégnée constitue la zone diffusionnelle.
- Avoir un caractère hydrophobe pour faciliter l'évacuation de l'eau. Un matériau de type PTFE (Téflon) est généralement ajouté. L'évacuation de l'eau est primordiale pour une pile à combustible afin d'éviter le noyage qui représente une source de dysfonctionnement.
- Être de bons conducteurs électroniques pour assurer la collecte des électrons et leur conduction vers les plaques bipolaires.
- Être flexibles pour augmenter la surface de contact avec l'électrolyte.

1.3.2.2. L'électrolyte

L'électrolyte (cœur de la cellule) permet que les ions (et pas les électrons) transitent de l'anode vers la cathode. Il varie en fonction du type de pile ;

- KOH pour les piles alcalines (AFC).
- Membrane échangeuse d'ions pour les piles à membrane échangeuse de protons (PEMFC) ou les piles à méthanol direct (DMFC).
- Acide phosphorique pour les piles à acide phosphorique (PAFC).
- Oxyde solide pour les piles à oxyde solide (SOFC)

L'électrolyte est un élément clé de la pile à combustible. Celle-ci doit assurer plusieurs fonctions : isoler électriquement les deux électrodes, séparer efficacement les gaz afin d'éviter le contact direct du combustible et du gaz oxydant, etc.

La conductivité de l'électrolyte dépend essentiellement de sa température de fonctionnement et de son taux d'hydratation. Ce dernier point peut particulièrement complexifier la fabrication de l'électrolyte qui résulte d'un compromis entre ces divers paramètres : les caractéristiques mécaniques, la conductivité ionique, la perméation des gaz, la stabilité face aux réactifs chimiques, les caractéristiques d'hydratation et le coût de fabrication. Il doit présenter aussi de bonnes propriétés de résistances mécanique et chimique face aux contraintes thermiques de pression et d'hydratation [26]. Le matériau utilisé varie en fonction du type de pile.

1.3.2.3. Les plaques bipolaires

La plaque bipolaire est la frontière entre deux cellules élémentaires de pile à combustible, ainsi nommées car elles constituent le pôle positif d'une cellule et le pôle négatif de la suivante. Ces plaques remplissent plusieurs fonctions :

- La liaison électrique entre les deux plaques mono polaires et le circuit externe.
- La collecte des électrons libérés au niveau des électrodes afin d'assurer la conduction du courant électrique.
- L'évacuation des produits et des réactifs non consommés.
- La tenue mécanique de la cellule.
- La séparation des gaz à l'anode et à la cathode.
- La collection du courant.

Les plaques doivent avoir un bon niveau de conductivité, une bonne inertie chimique notamment par rapport à l'eau et aux acides ainsi qu'une perméabilité très faible à l'hydrogène. Elles doivent également être très résistantes à la corrosion et être légères afin que les empilements nécessaires pour réaliser une pile à combustible ne soient pas trop lourds.

Les plaques de refroidissement placées entre les cellules ou les groupe de cellules sont de conception similaire, les canaux de refroidissement étant conçus pour maximiser les échanges thermiques. Les plaques bipolaires de refroidissement comportent les entrées et sorties de fluides et assurent la liaison avec les plaques voisines. Des joints entre les plaques s'assurent que les flux de carburant, d'oxydant et de liquide de refroidissement ne se mélangent pas.

1.3.2.4. Les couches de diffusion

Les couches de diffusion ont pour rôle :

- D'assurer une bonne distribution des gaz sur toute la surface de réaction (couche de réaction), qui est la surface active de l'électrode.
- D'effectuer la conduction électrique entre la couche active et les plaques bipolaires.
- D'évacuer l'eau produite du côté cathode afin d'éviter une accumulation d'eau liquide qui augmente la résistance au transport des gaz et limite ainsi leur diffusion.

Les composants des couches de diffusion doivent avoir une bonne résistance mécanique à la température et à la présence d'eau, ils doivent garantir une alimentation uniforme en gaz afin d'éviter les points chauds (dus au caractère isotherme de la réaction électrochimique) qui peuvent provoquer des fissures dans l'électrode et doivent avoir aussi une bonne inertie chimique du fait qu'ils sont dans un milieu très corrosif.

1.3.3. Principe de fonctionnement

Une pile à combustible est un assemblage de cellules élémentaires, en nombre suffisant pour assurer la production électrochimique d'électricité dans les conditions de tension et courant voulues.

Une cellule élémentaire forme le noyau de la pile à combustible. Cette cellule est responsable de la conversion électrochimique de l'énergie chimique contenue dans un combustible en une énergie électrique. La structure de base d'une cellule est constituée de deux compartiments disjoints alimentés chacun par les gaz réactifs. Les deux électrodes, séparées par un milieu conducteur ionique appelé électrolyte, complètent le dispositif formé. La figure 1.3 en donne une illustration schématique d'une cellule de pile à combustible.

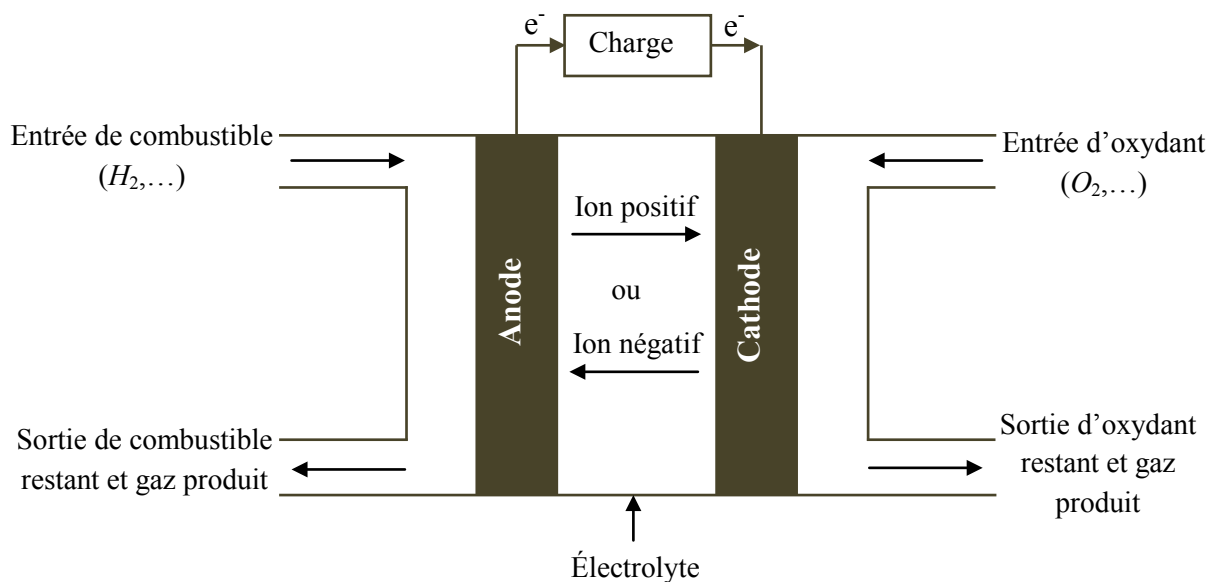


Figure 1.3 : Schéma de principe d'une cellule de pile à combustible

Les piles à combustible peuvent fonctionner en utilisant une variété de combustibles et d'oxydants. L'hydrogène a été reconnu comme le combustible le plus efficace parce qu'il a une plus haute réactivité électrochimique que les autres combustibles, tels que les hydrocarbures ou les alcools. Le méthanol peut aussi être utilisé directement dans certaines piles à combustible. Et l'oxygène est l'oxydant par excellence en raison de sa haute réactivité et son abondance dans l'air.

Dans une pile hydrogène-oxygène, le principe de base de fonctionnement repose sur celui de l'électrolyse inverse de l'eau, l'hydrogène se combine avec l'oxygène pour produire de l'électricité, de l'eau et de la chaleur à partir d'une réaction chimique de type redox « réduction oxydation », mais malheureusement le mélange direct de l'hydrogène avec l'oxygène ne génère que la vapeur de l'eau, pour cela on adopte la séparation de la demi réaction d'oxydation de l'hydrogène de celle de réduction de l'oxygène.

L'hydrogène entre dans chaque cellule de la pile du côté de l'anode et l'oxygène du côté de la cathode. La structure de la cellule assure une arrivée des combustibles et du comburant de manière homogène sur toute la surface des électrodes à raison de la présence des canaux de distribution.

Ce qui nous intéresse, sont les électrons libres qui apparaissent au niveau de l'anode comme résultat d'oxydation. Ces électrons doivent être transportés de l'anode vers la cathode pour participer dans la réduction de l'oxygène. Mais l'électrolyte n'est pas un chemin, car plus qu'il est imperméable au gaz, il ne laisse passer que les ions. Pour cela, les électrons sont conduits de l'anode à la cathode par un circuit extérieur à travers une charge électrique.

1.3.4. Les différents types de piles à combustible

Les piles à combustible sont classées selon le choix de l'électrolyte « liquide ou solide » et leur température de fonctionnement qui fait distinguer les piles basse température et les piles haute température.

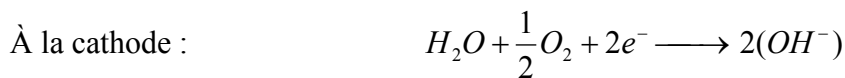
Les principaux types de piles à combustible utilisés ou étudiés actuellement sont :

- Les piles alcalines (AFC, Alkaline Fuel Cell).
- Les piles à carbonate fondu (MCFC, Molten Carbonate Fuel Cell).
- Les piles à électrolyte solide (SOFC, Solid Oxide Fuel Cell).
- Les piles à acide phosphorique (PAFC, Phosphoric Acid Fuel Cell).

- Les piles à membrane polymère échangeuse de protons (PEMFC, Proton Exchange Membrane Fuel Cell).
- Les piles à méthanol direct (DMFC, Direct Methanol Fuel Cell) ;

1.3.4.1. La pile alcaline (AFC)

Cette pile est la plus anciennement développée, elle a été utilisée pour les programmes spatiaux de la NASA. L'électrolyte utilisé est une solution aqueuse d'hydroxyde de potassium (KOH) sous forme liquide. Ces piles nous imposent à utiliser comme combustible le H_2 pur et le O_2 pur comme oxydant, car le CO_2 contenu dans l'aire ou issu de reformage, réagit avec le OH^- pour former le carbonate (CO_3^{2-}). Ce phénomène réduit la conductivité ionique de l'électrolyte et bouche les pores à cause de la formation de carbonate de potassium (K_2CO_3) insoluble. La conséquence est une réduction importante du rendement de la pile à combustible [9]. Les électrodes sont en nickel poreux. On a donc :



La pile à combustible alcaline fonctionne à des températures de 80 °C à 150 °C pour les applications terrestres et de 200 °C à 250 °C pour les applications spatiales. Dans le premier cas, la pile travaille à la pression atmosphérique tandis que dans le second cas, la pression est de l'ordre de 0,5 MPa. La tension par élément est comprise entre 0,7 V et 1 V. Le rendement peut atteindre 60 % [27].

1.3.4.2. La pile à carbonate fondu (MCFC)

L'électrolyte des piles à combustible à carbonate fondu est un mélange eutectique de carbonates de lithium et de potassium. La cathode est constituée d'oxyde de nickel lithié et l'anode est faite d'alliage nickel-chrome. Le nickel joue au même temps le rôle de catalyseur.

Les demi-réactions s'écrivent :



La température de fonctionnement élevée (entre 600 et 800 °C) évite l'utilisation de métaux nobles comme catalyseurs, donc moins coûteux, avec une pression comprise entre 0,1 MPa et 1 MPa. La tension par élément va de 0,75 V à 0,90 V. Le rendement est de l'ordre de 55 % [27].

1.3.4.3. La pile à oxyde solide (SOFC)

Ce type des piles à combustible génère la plus haute température comparativement aux autres types, de 900 à 1100 °C, cette température élevée ; augmente la conductivité ionique de l'électrolyte qui est en céramique, le plus souvent, il s'agit de l'oxyde de zirconium ZrO_2 , dopée à l'oxyde d'yttrium Y_2O_3 , et aussi permet l'utilisation directe comme combustible des hydrocarbures. Ces derniers, seront facilement reformés pour produire essentiellement de l'hydrogène et le monoxyde de carbone.

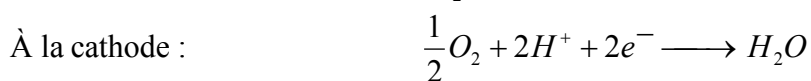
Les demi-réactions s'écrivent sous la forme :



Contrairement aux autres types qu'ont une forme plane, les piles de type SOFC être de plusieurs formes ; tubulaires, planaires, monolithique...

1.3.4.4. La pile à acide phosphorique (PAFC)

Les piles à combustible à acide phosphorique PAFC ont un électrolyte liquide (acide phosphorique). Elles sont adaptées pour les moyennes et grandes puissances en cogénération électricité et chaleur dans des systèmes stationnaires et nécessitent de l'hydrogène comme combustible, généralement produit par reformage d'hydrocarbures tels que le gaz naturel. Les électrodes sont des couches minces de graphite avec un liant en PTFE. Le catalyseur des deux électrodes est du platine ou un mélange de platine et de nickel. Les équations de réactions chimiques mises en œuvre dans les piles PAFC sont :



La pile à acide phosphorique fonctionne à des températures de 150 °C à 220 °C. La pression peut aller de 0,1 MPa à 0,8 MPa. La tension par élément est comprise entre 0,5 V et 0,8 V. Le rendement peut atteindre 50 % [27].

1.3.4.5. La pile à membrane échangeuse de protons (PEMFC)

La pile à combustible à membrane échangeuse de protons est actuellement le type le plus prometteur de piles à combustible pour les applications automobiles et a été utilisées dans la majorité des prototypes construits [28]. Sa température de fonctionnement avec des conditions optimales est autour de 80 °C. Le combustible le plus utilisé est l'hydrogène, sous une forme très pure, nécessitant un reformage externe très poussé des carburants classiques (gaz naturel, méthanol...). Les réactions d'oxydation et de réduction dans les deux demi-cellule sont les mêmes que dans la pile PAFC.

L'électrolyte est une membrane polymère qui laisse passer les hydrons, mais reste imperméable aux gaz. Le matériau le plus utilisé est le Nafion, marque commerciale de la société DuPont, mais d'autres polymères sont commercialisés. Les électrodes poreuses sont constituées de papier en fibres de carbone. Le catalyseur est du platine pour la cathode et un mélange de platine et de ruthénium pour l'anode [27].

1.3.4.6. La pile à méthanol direct (DMFC)

Les piles à méthanol direct ont la même construction que les piles à membrane échangeuse de protons, mais l'utilisation du méthanol comme combustible crée la différence, le combustible est du méthanol liquide qui réagit directement à l'anode. Les électrodes sont formées de fines particules de carbone. Le catalyseur est du platine-ruthénium pour l'anode et du platine pour la cathode.

L'état liquide du méthanol facilite son transport et son stockage. Mais il est nocif pour l'être humain lors du contact direct avec la peau. La température de fonctionnement est de l'ordre de 60 à 90°C.

1.3.4.7. Synthèse

Le tableau ci dessous résume l'ensemble des caractéristiques principales des différents types des piles à combustible citées précédemment.

	AFC	PAFC	PEMFC	DMFC	MCFC	SOFC
	Basse température			Haute température		
Température (°C)	80 à 250	150 à 220	70 à 100	60 à 90	600 à 800	600 à 1100
Electrolyte	Potasse (KOH) liquide	Acide phosphorique (PO ₄ H ₃) liquide	Membrane en polymère solide	Membrane en polymère solide	Mélange de Li ₃ CO ₃ et K ₂ CO ₃ liquide	Céramique solide
Combustible possible	H ₂	H ₂ (pur ou reformé)	H ₂	Méthanol (CH ₃ OH)	Hydrogène, gaz naturel, méthanol...	Hydrogène, gaz naturel, méthanol...
Catalyseur	Platine	Platine	Platine	Platine	Nickel et l'oxyde de nickel	Nickel-zircone (Cermet)
Oxydant	O ₂ (pur)	Air/O ₂	Air/O ₂	Air/O ₂	Air/O ₂	Air/O ₂
Ion mobile	OH ⁻	H ⁺	H ⁺	H ⁺	CO ₃ ⁻²	O ⁻²
Rendement	55-60%	35-50% +75% avec cogénération	35-45%	20-30%	50-60%	50-55% +70% en cogénération
Gamme de Puissance (kW)	1-100	50-1000	10 ⁻³ -1000	10 ⁻³ -1000	100-10 ⁵	5-10 ⁵
Applications	Spatial Militaire Equipement portable	Transport, Equipements portable	Cogénération, Téléphone portable, Sous-marin, Automobile, Spatiale	Applications portables	Cogénération, production centralisée d'électricité	Cogénération, production centralisée d'électricité, automobile, maritime

Tableau 1.1 : Comparaison des différents types des piles à combustible

1.3.5. Applications des piles à combustible

La pile à combustible peut être utilisée dans quasiment toutes les situations où de l'énergie électrique est demandée. Nous distinguons principalement trois familles d'applications [27, 29]:

- Les applications stationnaires où les piles fournissent de l'énergie électrique et thermique dans des réseaux ou dans des installations décentralisées.
- Les applications de transport dans lesquelles les piles sont utilisées pour l'entraînement ou la fourniture d'électricité pour les appareils de bord dans des

systèmes mobiles embarqués (automobile, ferroviaire, aéronautique, spatiale, sous-marine).

- Les applications portables qui couvrent un grand champ d'appareils électriques (ordinateurs et téléphones portables, caméscopes, etc.).

1.3.5.1. Applications stationnaires

Les applications stationnaires sont les plus diversifiées parmi les applications des piles cela tient à plusieurs choses. Notamment :

- Un large spectre de puissance du kW à plusieurs MW. On distingue deux secteurs d'applications : la production collective où la puissance varie de 200kW à quelque MW et la production domestique, où la puissance varie de 2 à 7kW. Un grand nombre d'installations de démonstration avec une puissance entre 1kW pour des maisons individuelles et quelques certaines de kW pour des résidences a été installé dans différents pays [30]. Les piles les plus utilisés sont qui ont une température de fonctionnement élevée (MCFC, SOFC), où l'utilisation de la chaleur dégagée pour le chauffage et la production de la vapeur d'eau permet d'accéder le maximum rendement énergétique.
- La diversité du carburant utilisable pour fonctionnement.
- La cogénération permet une production d'énergie très élevée, car les pertes sont valorisées sous forme de chaleur.
- Elles répondent aux besoins de plusieurs types de clients possibles (particuliers, entreprises, services publics, militaires) avec des objectifs, des spécifications et des budgets différents.

Dans les applications stationnaires, la pile à combustible délivre de l'énergie électrique à des endroits où un réseau n'est pas disponible ou quand la production simultanée de chaleur et de l'électricité (cogénération) permet un rendement élevé. Un autre concept de production décentralisée voit aujourd'hui le jour. Il s'agit des centrales de production électriques virtuelles construites à l'aide d'un grand nombre de piles à combustibles disposées dans la zone alimentée. Dans ces applications, un apport de combustible est moins cher que l'établissement d'une alimentation continue par câble. L'hydrogène peut être produit sur place par des éoliennes ou par des panneaux photovoltaïques. Un autre avantage des piles à combustible dans ces applications se manifeste par la diminution du bruit et de la maintenance comparativement au générateur diesel utilisé habituellement.

Toutefois, actuellement, la commercialisation des piles à combustible ne vise que des utilisations finales et non des grands systèmes pour la vente au réseau de distribution. Il y a plusieurs raisons à cela : d'une part, le coût reste encore élevé par rapport à d'autres moyens de production d'énergie électrique qui demandent souvent de grandes puissances [31].



Figure 1.4 : Pile à combustible CELLIA fabriqué par MTU

1.3.5.2. Applications transport

Le domaine de transport est à l'origine du développement de la pile à combustible vers le début des années 90, pour résoudre les problèmes de l'augmentation du prix du pétrole et de la dégradation climatique. Utilisée dans des véhicules routiers, les piles à combustible peuvent contribuer à une baisse de pollution et à un comportement plus agréable lors la conduite. Le rendement plus élevé par rapport à un moteur à explosion permet de diminuer le besoin d'énergie du véhicule.

On distingue deux sous-familles assez différentes selon qu'il s'agit d'équiper un véhicule léger ou un véhicule lourd. Ce domaine conditionne que la pile à utilisation dans un temps le plus court possible, a une durée de vie importante et a une densité de puissance volumique acceptable. Sa convient avec les piles qui ont une température de fonctionnement basse, et particulièrement les piles de type PEMFC.

Au cours de ces dernières années, les constructeurs automobiles ont développé de nombreux prototypes de voitures fonctionnant avec des piles à combustible. Les plus avancés d'entre eux sont : DaimlerChrysler avec ses NECAR et ses F-Cell, Honda avec les FCX, Toyota avec les FCHV, General Motors avec les Hydrogen, BMW avec CleanEnergy, Ford

avec Focus FCV et P2000, Nissan avec Xterra, Renault avec FEVER, PSA avec H₂O, Volkswagen avec Touran HyMotion et finalement Audi avec A2H2 [26].



Figure 1.5 : Le premier bus d'Europe à pile à combustible entre en service régulier à Madrid

1.3.5.3. Applications portables

Dans les applications portables, ça concerne le téléphone mobile d'une puissance moyenne de l'ordre de 400 mW et l'ordinateur portable d'une puissance moyenne de 10 W. Ces applications connaissent une très forte croissance et les recherches les plus importantes sont axées sur l'utilisation d'une pile à combustible chargeant une petite batterie qui assure mieux l'apport d'énergie lors des pics d'émission. L'autonomie n'est alors limitée que par la taille du réservoir d'hydrogène ou de méthanol. L'utilisateur recharge son portable comme on recharge un briquet ou un stylo à encre, en quelques secondes et chaque recharge donne 3 à 5 fois plus d'autonomie qu'une batterie actuelle, pour le même encombrement.

Parmi les différents types de piles, deux seulement sont susceptibles d'avoir des applications portables : il s'agit des PEMFC et des DMFC. Ces deux piles sont caractérisées par leur faible température de fonctionnement (entre 60 °C et 80 °C), ce qui diminue les problèmes de gestion thermique. Cependant, leur miniaturisation reste un grand défi du point de vue architecture. Le méthanol est le combustible préféré pour les petites applications car, il est liquide et peut être facilement transporté. Cette famille d'applications inclut l'ensemble des appareils électroniques portables (ordinateurs, téléphones, assistant de poche, etc.). L'avantage principal de la pile à combustible dans de telles applications est que l'autonomie

ne dépend que de la taille du réservoir de carburant qui peut être rechargé instantanément. L'engouement pour ce secteur est tel qu'aujourd'hui de nombreux congrès internationaux ne traitent que de ce sujet : on en est actuellement au stade des prototypes.



a. Pile à combustible au méthanol



b. Chargeur de téléphone a pile à combustible (Toshiba)

Figure 1.6 : Exemples des piles à combustible dans les applications portables

1.3.6. Avantages et inconvénients des piles à combustible

Les piles à combustible sont souvent présentées comme la solution du futur dans le domaine de production d'énergie électrique. Les avantages et inconvénients des piles à combustible dépendent bien entendu du type de pile considéré, mais aussi du type d'application visé. Toutefois, des avantages et inconvénients généraux ressortent souvent.

En général, les piles à combustible sont caractérisées par les avantages suivants [32]:

- Un haut rendement énergétique : actuellement, le rendement de conversion en énergie électrique varie selon le type de pile et est généralement supérieur à 50 % (généralement varie entre 40 % et 70 %). L'énergie non convertie en énergie électrique est émise sous forme de chaleur et est évacuée sous forme d'eau chaude ou de vapeur. Une spécificité des piles est que le rendement électrique ne diminue pas et même augmente à charge partielle. Ce rendement ne diminue donc pas dans le cas de petites installations, à la différence des installations conventionnelles où les petites unités de quelques kW ont de faibles rendements : leur rendement chute à très faible charge en raison de la consommation des accessoires [33].

- Émissions limitées : Les piles à combustible rejettent moins de gaz nocifs, en particulier la limitation des gaz à effet de serre. Les émissions produites par un système pile dépendent étroitement du carburant utilisé et de son origine. Les émissions à considérer sont :
 - Les gaz à effet de serre, en particulier le CO_2 et le CH_4
 - Le CO
 - Les NO_x (oxydes d'azote)
 - Les particules carbonées
 - Les poussières.
- Modulable : Les piles à combustible ont la caractéristique importante d'être très modulables dans le sens où elles peuvent être facilement de tailles différentes. La taille d'une pile à combustible peut facilement être augmentée ou réduite et le rendement électrique est relativement indépendant de la taille de la pile.
- Silencieuses : Le cœur d'une pile n'émet pas de bruit, son fonctionnement est silencieux contrairement aux moteurs ou aux turbines à gaz, seuls la ventilation, le convertisseur et la circulation des fluides sont audibles (compresseurs, pompes, ventilateurs) : un atout pour réduire la pollution sonore des villes. De ce fait, les piles à combustible peuvent très bien être à proximité de quartiers résidentiels.

Malgré l'intérêt qu'elle suscite, la pile à combustible est encore loin d'une véritable percée sur le marché. Sa situation actuelle demande encore plus de recherche et de développement avant d'être commercialiser. En effet, parmi les problèmes principaux faisant obstacle au développement des piles à combustible on retrouve [33].

- Coûts importants liés aux matériaux : C'est le plus gros problème actuellement : dans les applications automobiles, le prix des piles est 100 fois supérieur à celui assurant la compétitivité. Cela est dû à plusieurs choses, notamment à l'utilisation de catalyseur composé en platine (matériau rare et relativement cher) et aussi à l'utilisation de membranes aux prix coûteux.
- Durée de vie : La durée de vie estimée est de 40000 heures pour les PAFC, de 20000 heures pour les MCFC et d'environ 8000 heures pour les AFC. Pour les PEMFC et les SOFC, on a donc peu de renseignements sur leur durée de vie, elles sont encore au stade de prototypes. Les contraintes diffèrent selon l'application :
Automobile : quelques milliers d'heures.

Stationnaire : au moins 40000 heures.

- Economique : L'introduction de dispositifs sur le marché de l'énergie implique pour le moment un capital important pour faire face au coût des retours sur investissements. En effet, il n'y a pas de réseau de distribution d'hydrogène par exemple.

1.4. Obtention de l'hydrogène

L'hydrogène (H) est l'élément le plus abondant dans l'univers. Il compose 75% de la masse de toute la matière dans les étoiles et les galaxies. Un atome d'hydrogène a seulement un proton et un électron. Cependant l'hydrogène comme gaz (H_2) n'existe pas naturellement sur terre et se présente sous formes composées. Combiné avec l'oxygène, c'est l'eau (H_2O). Combiné avec le carbone, il forme les composés organiques tels que le méthane (CH_4), le charbon ou le pétrole.

La plupart de l'énergie que nous utilisons aujourd'hui vient des carburants fossiles. Une optique de raréfaction des carburants fossiles, l'hydrogène apparaît comme un vecteur énergétique prometteur. Puisque le gaz d'hydrogène n'existe pas naturellement sur terre, il faut le produire [34].

Pour produire de l'hydrogène, plusieurs possibilités sont étudiées, certaines sont déjà arrivées à maturité technologique et d'autres sont encore au stade du développement, parmi ces possibilités on trouve :

- à partir de carburants fossiles
- à partir de l'électrolyse de l'eau
- à partir du nucléaire

1.4.1. Reformage des carburants fossiles

Aujourd'hui, 95 % de l'hydrogène est fabriqué à partir de sources d'énergies fossiles (gaz naturel, pétrole) et de bois, mais elle ne constitue pas une solution à terme puisque ces carburants ont une durée de vie limitée. Elle pourrait constituer une solution pour le début pour des petites quantités, mais cette technique génère du CO_2 .

En raison de l'abondance de gaz naturel, de la disponibilité du méthanol et du propane, et du manque d'une infrastructure de production et de distribution de l'hydrogène, on prévoit que les carburants hydrocarbures seront les carburants dominants pour les applications stationnaires de piles à combustible. Tant que ces carburants sont disponibles à faible coût, le

reformage hydrocarbure est la méthode la plus simple et la plus efficace pour produire de l'hydrogène [35].

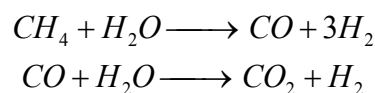
On distingue trois procédés du reformage hydrocarbure fossiles :

- Le vabo-reformage
- L'oxydation partielle
- Le reformage auto-thermique

1.4.1.1. Le vaporeformage

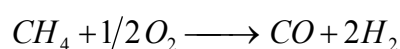
Le vaporeformage, ou reformage à la vapeur, consiste à transformer les hydrocarbures en gaz de synthèse par réaction avec de la vapeur d'eau et en présence d'un catalyseur à base de nickel, à haute température (840 à 950°C) et à pression modérée (20 à 30 bar). Du fait des différentes réactions mises en jeu, il contient également du dioxyde de carbone, du méthane et de l'eau ($H_2 + CO + CO_2 + CH_4 + H_2O$) ainsi que des hydrocarbures résiduels [36]. Le reformage à la vapeur est généralement effectué à partir de gaz naturel. Il peut également l'être à partir de méthane ou de naphta. Selon la nature des hydrocarbures utilisés, appelés charge de vaporeformage, et la pureté d'hydrogène souhaitée, différents procédés existent.

Le gaz naturel est composé en majeure partie de méthane, mais contient aussi du CO_2 et du soufre. Ce dernier doit être d'abord éliminé avec la désulfuration. Le procédé de vaporeformage se scinde en deux réactions, la première est la réaction du méthane avec l'eau qui produit du CO et de l'hydrogène, la deuxième est la réaction entre l'eau et le CO (Water Gas Shift).



1.4.1.2. L'oxydation partielle

L'oxydation partielle consiste en une réaction entre un carburant (gaz naturel, hydrocarbures légers) avec l'oxygène. Prenons l'exemple du gaz naturel, la réaction se fait selon :



Cette réaction a lieu à haute température (1200 à 1500°C) et pression élevée (20 à 90 bar) et ne nécessite pas la présence d'un catalyseur.

1.4.1.3. Le reformage autothermique

Ce procédé, aussi appelé procédé autotherme catalytique [37], se présente comme un compromis entre le vaporeformage et l'oxydation partielle. Il utilise le dégagement de chaleur de l'un pour pallier les importants besoins de l'autre. Au total donc on n'a pas besoin d'apport de chaleur. Ce procédé permet d'atteindre une très bonne efficacité et peut être utilisé pour plusieurs carburants (le gaz naturel, le méthanol ou des hydrocarbures). C'est ce procédé qui est envisagé dans les applications automobiles pour un reformage embarqué.

1.4.2. L'électrolyse de l'eau

On parle souvent de l'électrolyse de l'eau comme un moyen de production d'hydrogène de long terme. Si l'hydrogène est produit à partir de l'électrolyse de l'eau, l'électrolyseur étant alimenté à partir d'une source d'énergie renouvelable (panneau solaire, éolienne ou turbine hydroélectrique), cette ressource étant a priori illimitée et cette technique ne produisant pas le dioxyde de carbone [38]. Cela permettrait de stocker l'électricité sous forme chimique et de réutiliser plus tard l'hydrogène. Le développement des piles à combustible conduira à différents modes de production liés aux méthodes locales de production énergétique.

1.4.3. Nucléaire

La décomposition thermo-chimique de l'eau : portée à haute température (de 800 à 1000°C), la molécule de l'eau se décompose et libère de l'hydrogène. L'une des voies envisagées pour porter la vapeur d'eau aux températures requises est d'utiliser la chaleur produite par les réacteurs nucléaires [39-41]. L'inconvénient de cette méthode exige le recours à l'énergie nucléaire pour chauffer l'eau : les investissements sont lourds et la production dépend des stocks d'uranium.

1.5. Stockage de l'hydrogène

En matière de stockage, la faible masse volumique de l'hydrogène entraîne des densités massiques, c'est-à-dire un rapport masse d'hydrogène/masse du contenant de l'ordre de quelques pour cent, ce qui est un facteur très pénalisant.

Le frein majeur de l'implantation de la technologie pile à combustible dans les différents domaines est l'approvisionnement en hydrogène et son stockage. De nombreuses recherches

se sont alors penchées sur le problème afin d'y remédier et de développer des systèmes de stockage fiables. L'évaluation de ces performances se fait surtout par les densités volumétriques et gravimétriques (de l'hydrogène et de l'ensemble avec le moyen de stockage) et les conditions générales de stockage et de déstockage de l'hydrogène (efficacité, vitesse,...). A ceci s'ajoutent les critères déterminants de la sécurité et du coût. Le stockage de l'hydrogène peut être effectué par plusieurs modes. Parmi ces modes, on trouve :

- Sous forme comprimé
- Sous forme liquéfié
- Bor-hydrure de sodium (NaBH_4)
- Hydrures métalliques.

1.5.1. Stockage sous forme comprimé

Le stockage sous pression constitue une solution très simple, peu coûteuse en énergie et capable de délivrer le gaz stocké avec une dynamique largement supérieure aux besoins. Ce stockage met en œuvre les mêmes techniques que celles utilisées pour le gaz naturel. Il est l'un des plus utilisés actuellement (Nissan, Daimler, Chrysler...) : la pression va de 200-350 à 700 bars. L'hydrogène peut être stocké dans des bouteilles de 10 litres à des réservoirs de 10.000 m³. Les réservoirs sont techniquement au point. Ils sont constitués d'une vessie servant de barrière à l'hydrogène. Celle-ci est généralement en alliage d'aluminium renforcé par de la fibre de verre ou de carbone imprégnée de résine époxy.

Ce procédé possède différents avantages comme la légèreté des réservoirs, la rapidité de remplissage et il n'a pas besoin de gestion thermique. Par contre, ses inconvénients sont le volume des réservoirs, la nécessité de réservoirs résistants aux chocs et adaptés aux véhicules pour les applications automobiles, l'énergie de compression (10 % énergie perdue) et le coût (fibre de carbone) de ce procédé.

1.5.2. Stockage sous forme liquéfié

Dans ce type de stockage, l'hydrogène est stocké sous forme liquide à -253°C. Du fait de la faible densité de ce composé sous sa forme liquide, 70,8 kg/m³, le volume correspondant à 5 kg d'hydrogène est d'environ 70 litres. Ce mode de stockage peut donc paraître séduisant d'autant plus que l'hydrogène liquide est aisément disponible dans les pays développés. Le réservoir a souvent une double paroi, avec entre les deux un espace sous vide ou avec des super isolants ou rempli d'air liquide.

Comme avantages, le réservoir nécessite peu de place, d'où le choix de BMW, Opel et Daimler pour ce type de stockage. Le remplissage est une technologie maîtrisée avec des stations services spécialisées. Néanmoins, plusieurs inconvénients existent : L'énergie nécessaire à la liquéfaction de l'hydrogène représente environ 40% de l'énergie contenue dans le gaz et la manipulation de l'hydrogène liquide exige des stations de remplissage automatique complexes mais cependant tout à fait techniquement réalisables. Les problèmes posés par le stockage liquide de l'hydrogène sont aujourd'hui maîtrisés, notamment grâce au développement des activités spatiales.

1.5.3. Bor-hydrure de sodium

Cette méthode de stockage est destinée pour des applications portables, stationnaires et automobiles des piles à combustible. Elle se base sur la réaction entre le Bor-hydrure de sodium $NaBH_4$ et l'eau donnant de l'hydrogène (et du borate de sodium $NaBO_2$), cette réaction nécessite la présence d'un catalyseur qui peut être à base de cobalt ou de ruthénium.

Parmi les avantages de cette méthode : Elle offre l'avantage d'être à température ambiante et faible pression et surtout de produire un hydrogène totalement pur de CO et autres impuretés. Cette méthode permet aussi l'utilisation d'un fluide non toxique, non inflammable, facilement manipulable qui peut être utilisé dans les applications automobiles ; il peut d'ailleurs être stocké dans des réservoirs traditionnels. Comme inconvénient, il faut éviter des émissions spontanées d'hydrogène, trouver un catalyseur moins cher que le ruthénium (le cobalt nécessite une température plus élevée).

1.5.4. Hydrures métalliques

Ce type de stockage très prometteur est fondé sur la propriété de certains solides d'adsorber des quantités importantes d'hydrogène et de le restituer par dépression ou légère élévation de température [42]. Certains métaux ou alliages peuvent stocker des atomes d'hydrogène entre leurs atomes et créer des liaisons chimiques. Il s'agit par exemple du Palladium (Pd), du Magnésium (Mg), de Mg_2Ni ou d'alliages comme $Mg - Mg_2Ni$.

Un grand intérêt de cette technique est que la pression de libération de l'hydrogène peut être calibrée en fonction de l'application. Malheureusement les alliages capables d'adsorber le plus d'hydrogène par unité de poids sont aussi ceux qui demandent des températures très élevées. Il en est ainsi par exemple pour tous les composés à base de magnésium. Le

magnésium est très intéressant car il a une capacité d'adsorption massique de 7%, ce qui est un avantage considérable pour les applications mobiles. Mais il pose un problème de réversibilité car il est alors nécessaire de chauffer à 500 ou 600°C. Un gain important en température peut être fait en alliant le magnésium au nickel mais de la capacité massique est alors perdue.

Il existe deux classes d'hydrures : les hydrures hauts et basse température. Le stockage s'effectue à haute pression avec apport de chaleur. La pression de dissociation est fonction de la température ; pour des températures entre 0 et 100°C, les pressions se situent entre 2 et 10 bars, mais elles atteignent 30 à 50 bars avec des températures plus élevées. Le déstockage a lieu à basse pression avec évacuation de chaleur.

Les avantages de cette méthode sont : les pressions mises en jeu sont faibles et l'hydrogène obtenu est très pur. Cette méthode est sûre et un prototype est déjà réalisé par Toyota. Néanmoins, plusieurs inconvénients existent : certains hydrures restent trop chers, la densité énergétique est encore limitée, ce qui donne des réservoirs trop lourds. De plus la cinétique de remplissage doit être améliorée, à basse température.

1.6. Conclusion

Malgré qu'on a un long temps depuis l'invention des piles à combustible, et qu'elles sont utilisées dans trois grands domaines d'application (transport, stationnaire et portable), elles n'ont pas encore accédées le haut niveau de commercialisation, c'est à cause du coût élevé de son fabrication.

Dans ce chapitre nous avons commencé par un bref historique qui donne un aperçu du développement qu'a connu la pile à combustible depuis 1839. Des généralités sur les piles à combustible ont été présentés, à savoir : La structure générale, le principe de fonctionnement, les différents types, les domaines d'application, les avantages et les inconvénients. Dans la dernière partie nous avons cité quelques procédés d'obtention et de stockage de l'hydrogène.

Les prochains chapitres seront consacrés à la présentation et l'étude de la pile à combustible à électrolyte solide (SOFC).

Développement de Piles à Combustible de type SOFC

2.1. Introduction.....	27
2.2. Raisons du choix.....	27
2.3. Les différentes configurations des SOFC.....	28
2.3.1. Configuration tubulaire.....	28
2.3.2. Configuration planaire.....	30
2.3.3. Configuration monolithique.....	32
2.4. Développement du modèle dynamique d'un stack SOFC.....	33
2.4.1. Performances idéales d'une cellule SOFC.....	35
2.4.1.1. Energie libre de Gibbs	35
2.4.1.2. Equation de Nernst.....	37
2.4.1.3. Les débits molaires.....	38
2.4.1.4. Les pressions partielles	39
2.4.2. Performances réelles d'une cellule SOFC	44
2.4.2.1. Les pertes ohmiques.....	45
2.4.2.2. Les pertes d'activation.....	45
2.4.2.3. Les pertes de concentration.....	46
2.4.3. Expression de la tension de sortie de la pile à combustible.....	47
2.5. Système de commande d'une pile à combustible type SOFC.....	48
2.5.1. Le rapport entre les débits des réactants.....	48
2.5.2. La relation entre le débit d'hydrogène et le courant de la pile	48
2.5.3. Le courant de la pile.....	49
2.6. Validation du modèle	50
2.6.1. Paramètres du modèle.....	51
2.6.2. Résultats de simulation.....	51
2.7. Conclusion.....	57

2.1. Introduction

La pile à combustible est un générateur qui convertit l'énergie d'un combustible en électricité par réaction électrochimique. L'énergie électrochimique issue de la réaction par laquelle l'hydrogène et l'oxygène se combinent pour former l'eau peut être convertie en énergie électrique et en chaleur par la pile à combustible. Cette réaction peut se produire dans un domaine de température très large (80-1100°C). Les piles SOFC travaillent à haute température, de l'ordre de 600 à 1100°C actuellement. Ces hautes températures peuvent, dans une certaine mesure, être avantageuses car la chaleur dégagée peut être mise à profit pour d'autres systèmes. Dans la suite de ce travail, nous intéresserons uniquement à la pile à combustible de type SOFC.

Dans ce chapitre, on va présenter les différentes configurations de ce type des piles ; à savoir les configurations tubulaire, planaire et monolithique. Ensuite, nous présentons le modèle dynamique d'une pile à combustible SOFC tubulaire en fonction de ces propriétés thermodynamique et électrochimiques, et sur la conservation de la masse et l'énergie. Dans la dernière partie du chapitre, des simulations et des interprétations des résultats seront faites à l'aide des paramètres tenus dans plusieurs travaux.

2.2. Raisons du choix

Dans les applications à haute température de fonctionnement, la pile à oxyde solide retient l'attention pour les raisons suivants :

- Elle peut fonctionner avec divers carburants : hydrogène, gaz naturel, méthanol, monoxyde de carbone...
- Leur haute température de fonctionnement (600 à 1100°C) nécessaire à l'obtention d'une conductivité ionique suffisante de l'électrolyte céramique. Cette température permet d'abord l'utilisation directe d'hydrocarbures. Elle produit d'autre part une chaleur à température élevée facilement exploitable en cogénération avec ou sans turbine à gaz.
- Une résistance au soufre d'une ou deux fois plus supérieures à celle des piles à acide phosphorique (PAFC) et à carbonate fondue (MCFC).
- Le fait qu'elle constitue la technologie "tout solide" et donc qu'elle peut à la fois prétendre à des durées de vie supérieures aux piles à électrolyte liquide ainsi qu'à une industrialisation plus aisée.

- La présence de catalyseurs à base de métaux nobles comme le platine n'est pas nécessaire, qui permet de réduire son coût.
- La production du dihydrogène peut se faire par vaporeformage.
- Large variété de géométries et d'architectures.
- Le rendement est élevé (70%) grâce à l'utilisation de la chaleur produite (cogénération).
- Leur faible émission de CO_2 (le CO_2 émis par les piles SOFC provient du gaz naturel utilisé comme combustible pour être reformé en hydrogène) et l'absence de NO_x .
- Pas de pollution sonore grâce à l'absence de parties mécaniques.

2.3. Les différentes configurations des SOFC

Les parties suivantes présentent les différentes configurations des SOFC qui ont pu être développées par des laboratoires de recherche ou des industriels. La variété des configurations est importante : elles ont toutes des avantages et des inconvénients qui sont souvent un compromis entre coût de fabrication, facilité d'empilement et donc de pouvoir réaliser des piles de tailles variables, ou même encore facilité dans la résolution des problèmes d'étanchéité des chambres gazeuses qui est un point très important pour les piles à combustible.

Les SOFC se trouvent principalement sous trois géométries: tubulaire, planaire et monolithique. Il existe d'autres mises en forme qui découlent des configurations majeures.

2.3.1. Configuration tubulaire

La forme tubulaire, développée par Siemens-Westinghouse (figure 2.1), présente certainement la technologie la plus avancée de nos jours. La mono cellule est un tube de 22 mm de diamètre avec une longueur utile de 150 cm. L'intérieur du tuyau est la cathode en manganite de lanthane. L'électrolyte est déposé sur l'ensemble de la cathode à l'exception d'une bande de 9 mm de large sur la totalité de la longueur. Le matériau d'interconnecteur est déposé sur cette bande, puis il est recouvert de nickel. L'électrolyte est recouvert par l'anode. Un feutre de nickel est utilisé pour relier les mono cellules entre elles. Une association en série de deux tubes se réalise en reliant, à l'aide du feutre, l'anode d'un tube avec l'interconnecteur recouvert de nickel d'un autre tube. Un montage en parallèle s'effectue en raccordant les anodes de cellules voisines entre elles avec le feutre (figure 2.2). Le flux

d'oxygène (ou d'air) est injecté à l'intérieur des tubes, reliés entre eux par une extrémité. L'hydrogène circule à l'extérieur du tube.

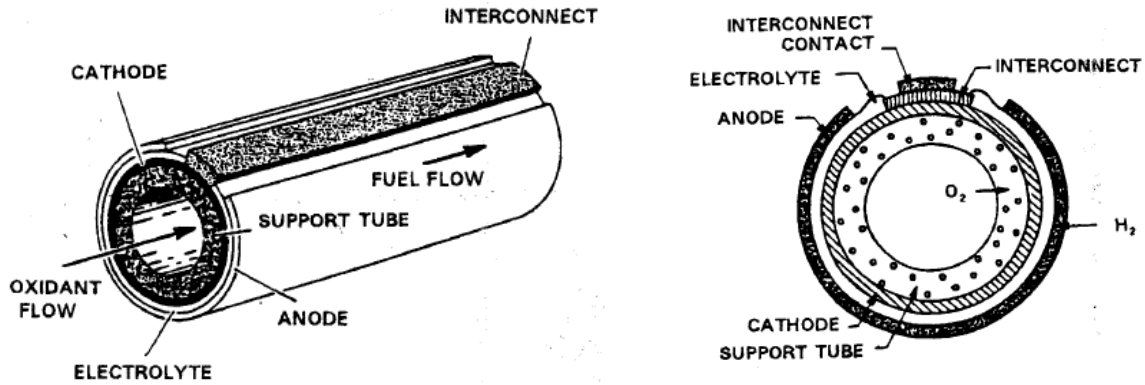


Figure 2.1 : Schéma de principe de la géométrie tubulaire [43]

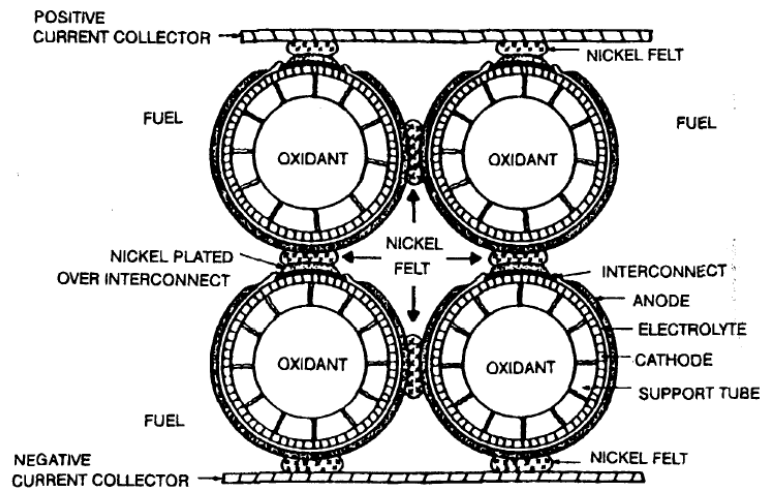


Figure 2.2 : Schéma de principe du montage de plusieurs cellules de géométrie tubulaire [43]

Cette géométrie présente des avantages comme :

- L'absence de joints d'étanchéité dans la zone dite « chaude » de fonctionnement de la pile entre les deux compartiments gazeux, ce qui est très important pour des céramiques fonctionnant et fabriquées à hautes températures.

- La structure complète est robuste car les couches sont déposées sur un support épais et chaque cellule de cette géométrie est indépendante des autres. Cette indépendance permet quelques degrés de liberté dans le désaccord dilatométrique entre les matériaux sans craindre de fissures ou de ruptures.
- bien supporter les différences de coefficients linéaires d'expansion thermique.
- Le feutre de nickel absorbe les distorsions générées par la haute température.
- L'étanchéité est plus simple à assurer que dans le cas de la configuration planaire.

Cependant, les inconvénients suivants sont développés :

- Le chemin du courant au travers de la pile est relativement long. Ce chemin est court au travers de l'électrolyte et des interconnecteurs mais long au travers des électrodes.
- Une faible densité de puissance (0,25-0,3 W/cm²) est obtenue pour cette technologie en comparaison avec celle obtenue dans les configurations planaires (2 W/cm²).
- L'épaisseur du tube support diminue la quantité d'oxygène transporté vers les sites réactionnels de la cathode, diminuant ainsi les performances. Ainsi, la diffusion des gaz au travers du support peut devenir l'étape limitant de la pile. Néanmoins, ce phénomène peut être annihilé si la cathode est utilisée directement comme support.
- La mise en forme des composants nécessite l'utilisation de techniques relativement onéreuses. Cette géométrie est utilisée pour la fabrication d'énergie stationnaire développant des puissances de plusieurs centaines de kilowatts.

2.3.2. Configuration planaire

La géométrie planaire (figure 2.3) peut être mise en forme sous diverses configurations. Chaque élément composant le cœur de pile est de forme plate et de faible épaisseur. La différenciation des géométries se fait par l'élément support. Une des électrodes ou l'électrolyte peut être le support et les autres éléments sont élaborés en couches minces. L'empilement est généralement composé d'une anode support d'environ 300 µm réalisée par coulage en bande, de dépôts d'un électrolyte (15-100 µm) et d'une cathode (50-100 µm) réalisée par diverses technologies (coulage en bande, sérigraphie, PVD,...). Les interconnecteurs sont généralement des plaques en acier inoxydable.

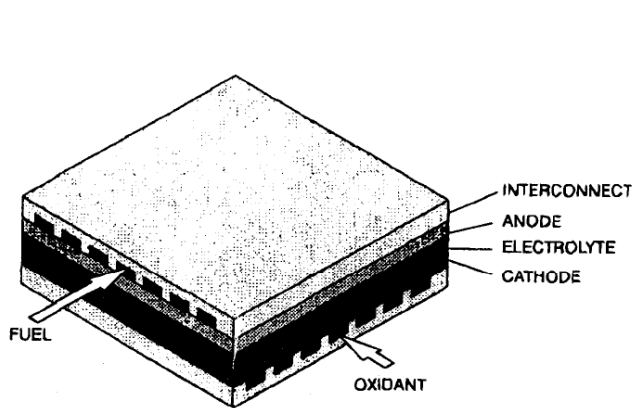


Figure 2.3 : Géométrie planaire [43]

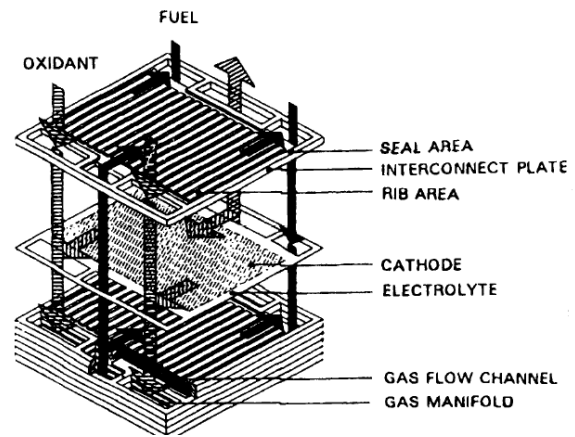


Figure 2.4 : Empilement en géométrie planaire à flux contre-courant [43]

La géométrie planaire présente les avantages suivants [44] :

- La conduction se faisant perpendiculairement au plan des cellules, la résistance interne des dispositifs ne dépend pas de la surface des cellules mais seulement de leur épaisseur qu'il convient alors de minimiser pour réduire la résistance électrique.
- La flexibilité des systèmes en géométrie planaire est plus importante que dans les autres géométries. En effet, les cellules peuvent être de section carrée, rectangulaire, ronde voir même hexagonale, et on peut rajouter des cellules à la suite autant que nécessaire sans pour autant perturber la gestion des gaz ni du système complet.
- Cette géométrie est simple de fabrication et met en œuvre des techniques peu onéreuses. Les différents éléments, électrolyte, électrodes ou interconnecteurs peuvent être fabriqués séparément évitant les co-frittages. Il est donc aussi possible dans ce cas d'intégrer des composants métalliques comme pour les interconnecteurs.
- Enfin, les contrôles qualité des différents éléments sont plus faciles du fait de leur grande indépendance les uns des autres.

Cependant, les inconvénients suivants sont aussi présents [44]:

- Cette géométrie nécessite l'utilisation de joints haute température pour l'étanchéité entre les compartiments. Des joints, compressifs (joint d'or), céramiques (verres) ou ciments ont été proposés sans pour autant être complètement satisfaisants. Des contraintes mécaniques importantes peuvent apparaître et détériorer les cellules, mais

aussi des réactions chimiques, surtout pour les verres, avec les composants de la pile et diminuer tout ou partie des performances.

- En pratique, augmenter la taille et la longueur des dispositifs augmentent le parcours des ions et électrons et donc aussi la résistance interne. D'autre part, la réalisation indépendante de chacun des éléments apporte une grande résistance de contact lors de l'assemblage final des éléments, et il est donc parfois préférable de faire des empilements des matériaux suivis de co-frittage.

2.3.3. Configuration monolithique

La structure monolithique est formée d'une partie plane et d'une partie ondulée. Dans le cas où les flux de gaz sont dans le même sens, la partie plane est un empilement anode, interconnecteurs, cathode et la partie ondulée est composée de l'ensemble cathode-électrolyte-anode (figure 2.5). La composition des différentes parties est inversée quand la configuration est en flux croisés (figure 2.6). L'épaisseur des cellules est d'environ 100 μm et la distance qui les sépare est de 1-2 mm.

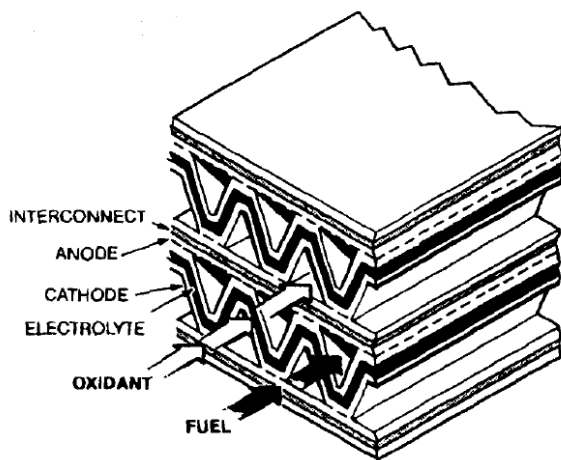


Figure 2.5 : Géométrie monolithique en flux co-courant [43]

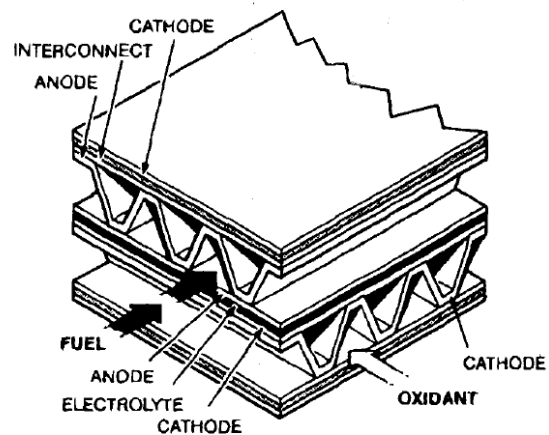


Figure 2.6 : Géométrie monolithique en flux contre-courant [43]

Les avantages principaux de cette géométrie sont :

- Une dimension des cellules très petite qui augmente les surfaces actives et réduit les pertes résistives grâce à la réduction du chemin des courants ionique et électronique.

En effet, les ions comme les électrons traversent dans le plan de l'électrolyte et des électrodes, la résistance interne est donc faible.

- Grâce à la résistance interne faible, les piles de géométrie monolithique peuvent fonctionner à des densités de courant plus élevées tout en ayant la même tension de sortie que pour d'autres géométries.
- Enfin, la densité de puissance est accrue grâce à l'augmentation des surfaces actives, à de plus grande densité de courant et aussi grâce à l'élimination des supports de dépôt. Ces piles sont donc aussi moins lourdes que pour les géométries précédentes.

Cependant, les inconvénients suivant peuvent être soulignés :

- Un des inconvénients majeurs de cette géométrie réside dans la mise en forme qui nécessite l'utilisation de techniques onéreuses et relativement complexes.
- L'obtention de la structure ondulée qui nécessite donc un co-cuit de l'ensemble du fait de cette structure très imbriquée. De plus, cet assemblage supporte mal les contraintes provoquées par la différence de coefficients d'expansion linéaire.

2.4. Développement du modèle dynamique d'un stack SOFC

Dans cette section, une approche mathématique est développée par [20], pour la construction d'un modèle dynamique de la pile à combustible SOFC. Dans [20, 45-47] et pour simplifier l'analyse, quelques suppositions ont été faites à la construction du modèle :

- 1- L'électrolyte est un conducteur d'ions d'oxygène O^{-2} .
- 2- Les gaz sont idéaux.
- 3- Les canaux qui transportent les gaz le long d'électrodes ont un volume fixe mais leur longueur est petite. Cela nous permet de considérer une seule valeur de la pression à l'intérieur d'un canal.
- 4- L'hydrogène est utilisé comme combustible.
- 5- Grande quantité stoechiométrique d'oxygène (air) disponible à la cathode.
- 6- En fonctionnement normal, les pressions partielles d'hydrogène et d'oxygène diminuent uniformément au long du canal anodique, tandis que la pression partielle de la vapeur d'eau augmente uniformément.
- 7- La combustion n'est pas modélisée dans le modèle thermique, et on suppose que le carburant et l'air sont préchauffés.

- 8- L'équation de Nernst peut être appliquée pour déterminer la tension aux bornes de la pile.
- 9- Localement, la capacité thermique est utilisée dans l'analyse thermodynamique et la température effective de circulation des gaz dans les canaux (anode et cathode) est représentée par sa valeur moyenne arithmétique [48-49]:

$$T_{\text{gaz}} = (T_{\text{gaz}}^{\text{in}} + T_{\text{gaz}}^{\text{out}}) / 2 \quad (2.1)$$

Une cellule de pile à combustible fournit une tension faible. Pour obtenir une tension de sortie correspondante à la charge électrique placée aux bornes de la pile, il est nécessaire d'empiler plusieurs cellules en série pour former un Stack [50].

Dans un Stack (figure 2.7), toutes les cellules sont alimentées en même temps et parallèlement par de l'hydrogène et de l'oxygène à travers les canaux de distribution des plaques bipolaires. Au niveau de chaque cellule, les électrons libérés par l'oxydation de l'hydrogène à l'anode sont collectés par les plaques bipolaires et ramenés à la cathode de la cellule précédente. Une partie de l'eau produite du côté cathode se diffuse vers l'anode à travers la membrane et sort avec l'hydrogène en excès. Une autre partie est évacuée directement avec l'oxygène en excès du côté cathode. Les canaux de distribution des gaz sont reliés ensemble à travers les composants des cellules avec une entrée et une sortie au niveau des plaques terminales [51].

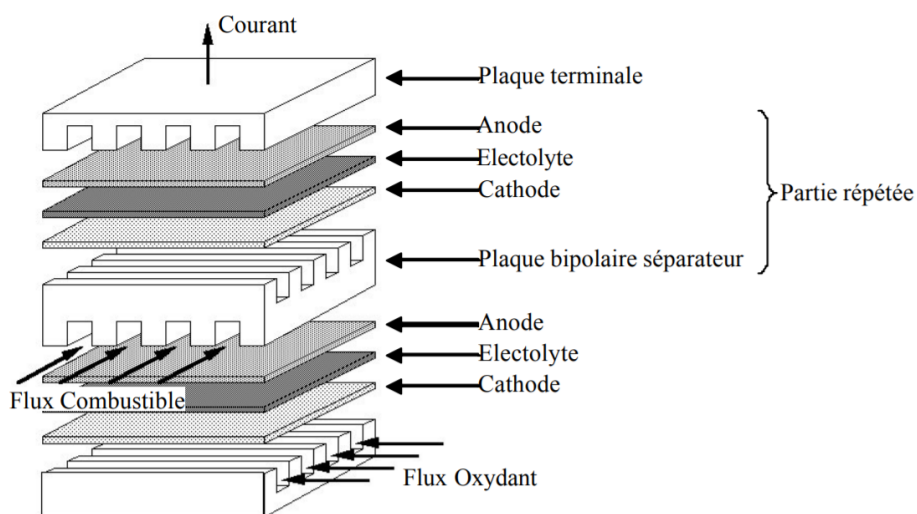


Figure 2.7 : Empilement de cellules (Stack).

La première étape dans la compréhension du fonctionnement d'une pile à combustible, est de définir ses performances idéales. Une fois les performances idéales déterminées, on pourra déduire et calculer les pertes pour décrire le fonctionnement réel. La section suivante est une description des phénomènes thermodynamiques qui caractérisent les performances idéales. On s'intéressera ensuite aux performances réelles d'une cellule SOFC.

2.4.1. Performances idéales d'une cellule SOFC

Les performances idéales d'une pile à combustible peuvent être affectées par plusieurs variables de fonctionnement (température et pression, utilisation des réactifs, densité du courant) et autres facteurs (impureté des gaz, vieillissement) qui influencent le potentiel théorique de la cellule.

2.4.1.1. Energie libre de Gibbs

Dans une pile à combustible, la variation d'énergie totale du système ΔH (variation d'enthalpie) est la somme de la variation d'énergie libre ΔG (dite de Gibbs) transformée en énergie électrique et de la variation d'énergie dissipée sous forme de chaleur $T\Delta S$ (pour un processus à température constante et une réaction réversible).

L'énergie libre de Gibbs dépend de la température et cette dépendance est exprimée par la relation :

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \quad (2.2)$$

Pour la réaction :



C'est la variation de l'énergie libre de Gibbs est la différence entre la somme des énergies libres des produits et la somme des énergies libres des réactants.

$$\Delta G = \sum G_{\text{produits}} - \sum G_{\text{réactants}} \quad (2.4)$$

Si l'on considère la réaction hydrogène/oxygène de la pile SOFC, on a :

$$\Delta G = G_{H_2O} - G_{H_2} - \frac{1}{2}G_{O_2} \quad (2.5)$$

où :

- ✓ G_{H_2O} : L'énergie libre de Gibbs de l'eau.
- ✓ G_{H_2} : L'énergie libre de Gibbs de l'hydrogène.
- ✓ G_{O_2} : L'énergie libre de Gibbs de l'oxygène.

Le travail électrique maximal (W_{el}) obtenu par une pile à combustible à température et à pression constante est donné par la variation de l'énergie libre de Gibbs de la réaction électrochimique :

$$W_{el} = \Delta G = -n F E \quad (2.6)$$

avec :

- ✓ n : Le nombre d'électrons participants à la réaction.
- ✓ F : La constante de Faraday et vaut 96485 [C/mol].
- ✓ E : La tension idéale dite aussi tension réversible, à température et pression données.

L'énergie maximale qui peut être fournie par une pile à combustible à température et pression constantes est énergie libre de Gibbs ΔG^0 (enthalpie libre de réaction)

$$\Delta G^0 = -n F E^0 \quad (2.7)$$

La tension théorique d'une pile à combustible hydrogène-oxygène en circuit ouvert, dans les conditions normales de température et de pression, est donc [52]:

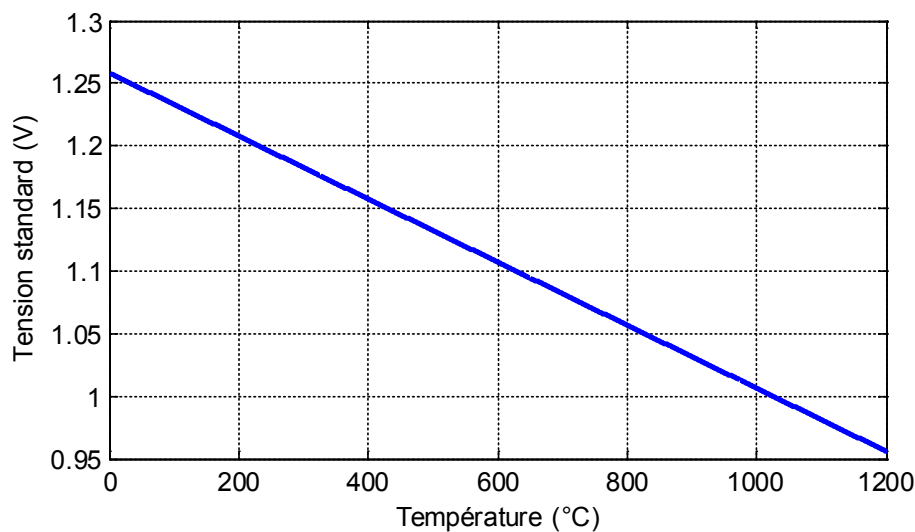


Figure 2.8 : Tension standard en fonction de la température.

$$E^0 = -\frac{\Delta G^0}{nF} = 1.2586 - 0.000252T \quad (2.8)$$

avec T la température exprimée en Kelvin.

2.4.1.2. Equation de Nernst

De manière générale, le bilan d'une réaction sous la forme suivante :



où :

- ✓ A, B sont les réactants et C est le produit de la réaction.
- ✓ α, β et γ sont les coefficients des réactifs et des produits (coefficients stœchiométriques).

Par l'intermédiaire de la loi de Nernst, la variation de l'énergie de Gibbs s'exprime par :

$$\Delta G = \Delta G^0 - RT \ln \left(\frac{a_A^\alpha a_B^\beta}{a_C^\gamma} \right) \quad (2.10)$$

tel que :

- ✓ R : La constante des gaz parfaits ($R = 8,314 \text{ [J/(mol.K)]}$).
- ✓ a : L'activité (sans unité).

Pour les gaz parfaits, l'activité des gaz est égale à la pression. Ainsi, dans le cas de la réaction d'oxydoréduction (2.3) qui se produit au sein de la pile entre le H_2 et O_2 , nous avons $\alpha = 1$,

$$\beta = \frac{1}{2} \text{ et } \gamma = 1.$$

En substituant (2.6), (2.7) dans (2.10) on obtient :

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln \left(\frac{a_A^\alpha a_B^\beta}{a_C^\gamma} \right) \quad (2.11)$$

Cette équation est la forme générale de la loi de Nernst.

Dans notre cas les réactants sont des gaz considérés parfaits, on définit l'activité des gaz par :

$$a = \frac{P}{P^0} \quad (2.12)$$

Où P et P^0 respectivement la pression partielle du gaz et la pression standard en [atm].

En remplaçant (2.12) dans (2.11), on obtient

$$E = E^0 - \frac{RT}{2F} \ln \left(\frac{P_{H_2} (P_{O_2})^{1/2}}{P_{H_2O}} \right) \quad (2.13)$$

Avec :

- ✓ P_{H_2} : La pression partielle de l'hydrogène [atm].
- ✓ P_{O_2} : La pression partielle de l'oxygène [atm].
- ✓ P_{H_2O} : La pression partielle de l'eau [atm]

2.4.1.3. Les débits molaires

L'ensemble des débits molaires qu'on peut les définir sont :

- Le débit d'hydrogène qui entre dans le compartiment anodique définie par $q_{H_2}^{in}$.
- Le débit d'oxygène qui entre dans le compartiment cathodique définie par $q_{O_2}^{in}$.
- Le débit d'hydrogène consommé se qui réagit avec l'oxygène pour former de l'eau et de l'électricité définie par $q_{H_2}^r$.
- Le débit d'hydrogène qui sort de la pile $q_{H_2}^{out}$.

$$q_{H_2} = q_{H_2}^{in} - q_{H_2}^r - q_{H_2}^{out} \quad (2.14)$$

Selon les relations de l'électrochimie, le débit de l'hydrogène qui participe à la réaction peut être calculé en fonction du courant circulant dans la pile I_{fc}^r [53].

$$q_{H_2}^r = \frac{N_{cell} I_{fc}^r}{2F} = 2K_r I_{fc}^r \quad (2.15)$$

- ✓ N_{cell} : Le nombre de cellule constituant le stack.

✓ $K_r = \frac{N_{cell}}{4F}$: Une constante définie afin de simplifier le modèle [kmol/(s.A)].

Prenons le cas d'hydrogène, qui est en réalité stocké dans une bouteille sous pression, et pour qu'il sera utilisé pour alimenter une pile à combustible, une vanne placée entre le réservoir de stockage et la coté anode de la pile est nécessaire pour bien contrôler le débit d'hydrogène qui entre dans la pile. La pression aussi dans le compartiment anodique doit être contrôlée. Pour cela une autre vanne est placée à la sortie de l'anode (figure 2.9).

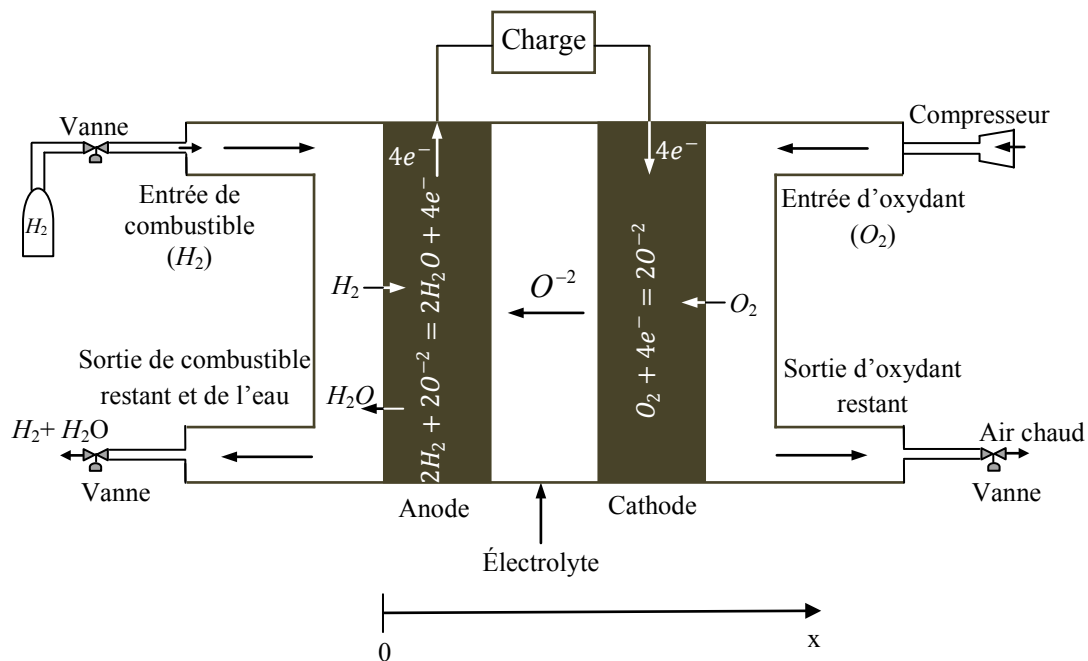


Figure 2.9 : Diagramme de fonctionnement d'un système pile à combustible SOFC

2.4.1.4. Les pressions partielles

Dans [20], le calcul des pressions partielles de l'hydrogène, de l'oxygène et de l'eau est en fonction des débits molaires des gaz (entrants, sortants et consommés), les paramètres opérationnelles de la pile à combustible (température et pressions), les paramètres physiques et électrochimique de la pile à combustible, de chaque compartiment anodique et cathodique. Ces expressions des pressions partielles seront utilisées pour calculer la tension de sortie de la pile.

Comme le montre la Figure (2.9), lorsque le courant de charge est en cours d'élaboration, l'hydrogène et l'oxygène diffuse à travers les électrodes poreuses (de l'anode et

de la cathode respectivement) pour atteindre les sites de réaction, l'eau sera diffusée à l'anode. En conséquence, les pressions partielles de l'hydrogène, de l'oxygène et de l'eau seront formées graduellement le long des canaux de l'anode et la cathode lorsque la pile à combustible est sous charge. En supposant que la variation des pressions partielles est uniforme. Les valeurs moyennes arithmétiques sont utilisées pour présenter l'ensemble effectif des pressions partielles des gaz dans les canaux.

$$P_{H_2} = (P_{H_2}^{in} + P_{H_2}^{out})/2 \quad (2.16)$$

$$P_{H_2O} = (P_{H_2O}^{in} + P_{H_2O}^{out})/2 \quad (2.17)$$

$$P_{O_2} = (P_{O_2}^{in} + P_{O_2}^{out})/2 \quad (2.18)$$

Les pressions effectives partielles de l'hydrogène, de l'oxygène sur les sites de réaction réelle sera moins que ceux dans les canaux d'écoulement de gaz due à la diffusion de masse. En revanche, la vapeur partielle la pression sur les sites de réaction est plus élevée que dans le canal d'écoulement anode. Pour calculer la tension de sortie de pile à combustible, les pressions partielles dans les sites de réaction doivent être déterminées. Dans un mélange gazeux constitué d'espèces N , la diffusion du composant i à travers les électrodes poreuses peut être décrite par la formule de Stefan-Maxwell suivante [54] :

$$\nabla x_i = \frac{RT}{P} \sum_{j=1}^N \frac{x_i N_j - x_j N_i}{D_{i,j}} \quad (2.19)$$

avec :

- ✓ ∇ : L'opérateur gradient.
- ✓ $x_i(x_j)$: Les fractions molaires de la matière $i(j)$.
- ✓ $D_{i,j}$: Diffusivité binaire effective de pair $i-j$ [m^2/s].
- ✓ $N_i(N_j)$: Flux superficielle de gaz $i(j)$ [$mol/(m^2.s)$].
- ✓ P : La pression globale du mélange de gaz [Pa].

Dans le canal anodique, le flux de gaz est un mélange d'hydrogène et d'eau. Dans le processus de transport unidimensionnel supposé le long de l'axe des x comme illustré à la Figure 2.9, la diffusion de l'hydrogène peut être écrite comme suit [48]:

$$\frac{dx_{H_2}}{dx} = \frac{RT}{P_a} \left(\frac{x_{H_2} N_{H_2O} - x_{H_2O} N_{H_2}}{D_{H_2, H_2O}} \right) \quad (2.20)$$

Avec P_a est la pression globale du gaz à l'anode, on peut déterminer les flux molaires d'hydrogène et d'eau par la loi de Faraday suivante [55] :

$$N_{H_2} = -N_{H_2O} = \frac{i_{den}}{2F} \quad (2.21)$$

tel que i_{den} est la densité de courant [A/m^2].

Le gaz au canal anodique est supposé d'être un mélange de H_2 et H_2O , et sachant que, $x_{H_2} + x_{H_2O} = 1$, $dP_{H_2} = dx_{H_2} P_a$ et $dP_{H_2O} = dx_{H_2O} P_a$, alors les équations (2.20) et (2.21) peuvent être combinés pour donner les pressions partielles de H_2 et H_2O :

$$\frac{dP_{H_2}}{dx} = -\frac{RT}{D_{H_2, H_2O}} \frac{i}{2F} \quad (2.22)$$

$$\frac{dP_{H_2O}}{dx} = \frac{RT}{D_{H_2, H_2O}} \frac{i}{2F} \quad (2.23)$$

L'intégration des deux dernières équations (2.22) et (2.23) par rapport à x pour la surface du canal anodique sur le site de réaction réel, donne :

$$P_{H_2}^* = \int_0^{l_a} \frac{dP_{H_2}}{dx} + P_{H_2} = P_{H_2} - \frac{RTl_a}{2FD_{H_2, H_2O}} i_{den} \quad (2.24)$$

$$P_{H_2O}^* = \int_0^{l_a} \frac{dP_{H_2O}}{dx} + P_{H_2O} = P_{H_2O} + \frac{RTl_a}{2FD_{H_2, H_2O}} i_{den} \quad (2.25)$$

où l_a est la distance entre la surface de l'anode et le site de réaction [m], " * " représente la valeur effective.

Dans le canal cathodique, l'oxydant est l'air qui se compose principalement de O_2 et N_2 , c'est-à-dire : $x_{O_2} + x_{N_2} = 1$, on applique une procédure similaire pour la cathode (l'équation de Stefan Maxwell), la diffusion de l'oxygène peut être écrite comme suit :

$$\frac{dx_{O_2}}{dx} = \frac{RT}{P_c} \left(\frac{x_{O_2} N_{N_2} - x_{N_2} N_{O_2}}{D_{O_2, N_2}} \right) \quad (2.26)$$

Puisque le nitrogène ne participe pas à la réaction chimique, on suppose que le flux molaire d'azote normal à la surface de la cathode est nul.

$$N_{N_2} = 0 \quad (2.27)$$

Le flux molaire de l'oxygène est déterminé par la loi de Faraday :

$$N_{O_2} = \frac{i_{den}}{4F} \quad (2.28)$$

De (2.26) et (2.28) on obtient :

$$\frac{dx_{O_2}}{dx} = \frac{RTi_{den}}{4FP_c D_{O_2, N_2}} (x_{O_2} - 1) \quad (2.29)$$

Similaire à la méthode utilisée à l'anode, La pression partielle effective de l'oxygène sur le site de réaction, peut être exprimé par :

$$P_{O_2}^* = P_c - (P_c - P_{O_2}) \exp\left(\frac{RTl_c}{4FP_c D_{O_2, N_2}} i_{den}\right) \quad (2.30)$$

Les équations dynamiques des pressions partielles d'hydrogène, d'eau et d'oxygène dans les canaux anodique et cathodique peuvent être déterminées par les équations des gaz parfaits comme suit [56]:

$$\frac{V_a}{RT} \frac{dP_{H_2}}{dt} = q_{H_2}^{in} - q_{H_2}^{out} - \frac{i}{2F} \quad (2.31)$$

$$\frac{V_a}{RT} \frac{dP_{H_2O}}{dt} = q_{H_2O}^{in} - q_{H_2O}^{out} + \frac{i}{2F} \quad (2.32)$$

$$\frac{V_c}{RT} \frac{dP_{O_2}}{dt} = q_{O_2}^{in} - q_{O_2}^{out} - \frac{i}{4F} \quad (2.33)$$

Avec :

- ✓ V_a (V_c) est le volume du canal anodique (cathodique) [m^3].
- ✓ q_{H_2} , q_{O_2} et q_{H_2O} sont les débits molaires de H_2 , O_2 et H_2O [mol/s].
- ✓ i le courant de la pile à combustible [A].

On suppose que la proposition (6) est vérifiée, les débits molaires de H_2 , O_2 et H_2O à l'entrée et à la sortie des canaux (anode et cathode) peuvent être exprimés comme suit:

$$\begin{cases} q_{H_2}^{in} = M_a x_{H_2}^{in} = M_a \frac{P_{H_2}^{in}}{P_a} \\ q_{H_2}^{out} = M_a x_{H_2}^{out} = M_a \frac{P_{H_2}^{out}}{P_a} \end{cases} \quad (2.34)$$

$$\begin{cases} q_{H_2O}^{in} = M_a x_{H_2O}^{in} = M_a \frac{P_{H_2O}^{in}}{P_a} \\ q_{H_2O}^{out} = M_a x_{H_2O}^{out} = M_a \frac{P_{H_2O}^{out}}{P_a} \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\begin{cases} q_{O_2}^{in} = M_c x_{O_2}^{in} = M_c \frac{P_{O_2}^{in}}{P_c} \\ q_{O_2}^{out} = M_c x_{O_2}^{out} = M_c \frac{P_{O_2}^{out}}{P_c} \end{cases} \quad (2.36)$$

En remplaçant (2.34) - (2.36) dans les équations (2.31) - (2.33), on trouve :

$$\frac{dP_{H_2}}{dt} = \frac{2M_a RT}{V_a P_a} \left(P_{H_2}^{in} - P_{H_2} - \frac{P_a}{4FM_a} i \right) \quad (2.37)$$

$$\frac{dP_{H_2O}}{dt} = \frac{2M_a RT}{V_a P_a} \left(P_{H_2O}^{in} - P_{H_2O} + \frac{P_a}{4FM_a} i \right) \quad (2.38)$$

$$\frac{dP_{O_2}}{dt} = \frac{2M_c RT}{V_c P_c} \left(P_{O_2}^{in} - P_{O_2} - \frac{P_c}{4FM_c} i \right) \quad (2.39)$$

En utilisant la transformée de Laplace, les équations différentielles ci-dessus (2.37)-(2.39), peuvent être écrit sous la forme :

$$P_{H_2}(s) = \frac{1}{(1 + \tau_a s)} \left[P_{H_2}^{in}(s) + \tau_a P_{H_2}(0) - \frac{P_a}{4FM_a} I(s) \right] \quad (2.40)$$

$$P_{O_2}(s) = \frac{1}{(1 + \tau_c s)} \left[P_{O_2}^{in}(s) + \tau_c P_{O_2}(0) - \frac{P_c}{4FM_c} I(s) \right] \quad (2.41)$$

$$P_{H_2O}(s) = \frac{1}{(1 + \tau_a s)} \left[P_{H_2O}^{in}(s) + \tau_a P_{H_2O}(0) + \frac{P_a}{4FM_a} I(s) \right] \quad (2.42)$$

Avec les constantes de temps [s] $\tau_a = V_a P_a / 2M_a RT$ et $\tau_c = V_c P_c / 2M_c RT$ sont associés à la pression à l'anode et la cathode, respectivement, donnent la vitesse dans laquelle la pression de l'hydrogène et de la vapeur d'eau (dans le canal anodique) et l'oxygène (dans le canal cathodique) varient en fonction des variations de la charge. La signification physique de la constante de temps τ_a , est le temps nécessaire pour remplir un réservoir de volume $V_a/2$ à la pression P_a si le débit massique est M_a . Une signification physique similaire s'applique à τ_c .

Les expressions des pressions partielles seront utilisées pour calculer la tension de sortie de la pile à combustible.

2.4.2. Performances réelles d'une cellule SOFC

Le potentiel électrochimique théorique E donné par l'équation (2.11) subit une chute de tension causée par les pertes électrochimiques, ces pertes appelées souvent polarisations proviennent principalement de trois sources :

- Les pertes ohmiques
- Les pertes d'activation
- Les pertes de concentration

2.4.2.1. Les pertes ohmiques

Les pertes ohmiques sont dues d'une part à la résistance de contact des différentes couches de la pile et d'autre part à la résistance que rencontrent les particules chargées, les ions O^{-2} dans l'électrolyte et les électrons e^{-} dans les électrodes, les plaques d'aminée des gaz et les connexions. D'après la loi d'Ohm, la chute de tension ohmique globale à l'intérieur de la pile SOFC peut être exprimée comme :

$$V_{ohm} = r i \quad (2.43)$$

- ✓ i : La densité de courant débité par la pile [A/cm^2]
- ✓ r : La résistance ohmique totale d'une cellule [Ω], qui est la somme des quatre résistances :

$$r = R_e + R_a + R_c + R_{cont} \quad (2.44)$$

tel que :

- ✓ R_e : La résistance au flux d'ions dans O^{-2} l'électrolyte [Ω].
- ✓ R_a : La résistance au flux d'électrons e^{-} dans l'anode [Ω].
- ✓ R_c : La résistance au flux d'électrons e^{-} dans la cathode [Ω].
- ✓ R_{cont} : La résistance de contact des composants de la pile [Ω].

D'autre part, la résistance ohmique peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$r = r_0 \exp \left[\alpha \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_s} \right) \right] \quad (2.45)$$

où r_0 est la résistance interne à la température T_0 , T_s et α sont des constants.

2.4.2.2. Les pertes d'activation

Les pertes d'activation sont dues à la vitesse de la réaction électrochimique, la réaction de l'hydrogène étant rapide, tandis que celle de l'oxygène est plus lente. Pour que les réactions démarrent, les réactifs doivent dépasser une barrière d'activation. Les équations des pertes d'activation sont données par :

$$V_{act} = A_a \ln\left(\frac{i}{i_{0_a}}\right) + A_c \ln\left(\frac{i}{i_{0_c}}\right) \quad (2.46)$$

On peut écrire (2.46) comme suit :

$$V_{act} = A \ln\left(\frac{i}{i_0}\right) \quad (2.47)$$

$$A = A_a + A_c = \frac{RT}{\alpha n F} \quad (2.47.a)$$

$$i_0 = (i_{0_a})^{\frac{A_a}{A}} \cdot (i_{0_c})^{\frac{A_c}{A}} \quad (2.47.b)$$

Avec :

- ✓ α : Coefficient de transfert de charges, il dépend de la réaction impliquée et le matériau de l'électrode.
- ✓ i : La densité de courant débité par la pile [A/cm^2]
- ✓ i_0 : La densité de courant d'échange qui représente la valeur minimale fournie par la pile [A/cm^2]

Généralement dans une pile à combustible à hydrogène, les pertes d'activation à l'anode sont négligeables devant celle de la cathode. Les pertes d'activation sont exprimées par la loi de Tafel suivante [43,44]:

$$V_{act} = V_{act_c} = \frac{RT}{\alpha n F} \ln\left(\frac{i}{i_0}\right) \quad (2.48)$$

2.4.2.3. Les pertes de concentration

Lorsque, à une électrode, il y a une perte de potentiel dû à l'incapacité du système à maintenir la concentration initiale des réactants, on a alors la formation d'un gradient de concentration. De nombreux facteurs peuvent contribuer à des pertes de concentration : la faible diffusion du gaz à travers les électrodes poreuses, la dissolution des réactants ou des produits dans l'électrolyte, la diffusion des réactifs ou des produits du site de la réaction vers l'électrolyte ou l'inverse. A des densités de courants élevées, la faible vitesse de transport des

réactifs ou des produits vers le site de la réaction est la contribution majeure à la polarisation de concentration. On peut exprimer ces pertes par l'équation suivante [43,44]:

$$V_{conc} = \frac{RT}{nF} \ln \left(1 - \frac{i}{i_L} \right) \quad (2.49)$$

Où i_L est la densité de courant limite en $[A/cm^2]$, elle représente la valeur maximale que la pile peut fournir avant de subir une chute de tension lors d'une saturation de la concentration côté cathode.

2.4.3. Expression de la tension de sortie de la pile à combustible

Après l'identification des différentes chutes, l'expression de la tension en charge aux bornes d'une cellule est comme suite (figure 2.10) :

$$V_{cell} = E - V_{ohm} - V_{act} - V_{conc} \quad (2.50)$$

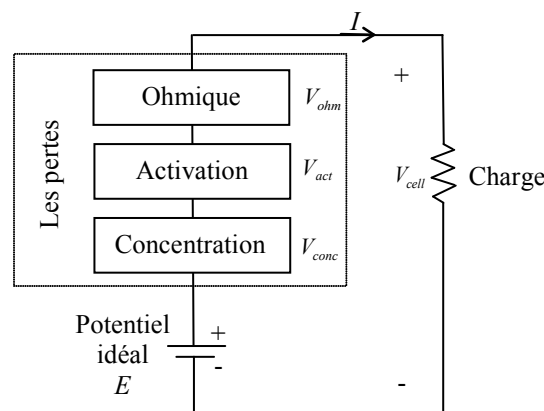


Figure 2.10 : Circuit équivalent de la pile SOFC

La tension de sortie d'un stack V_s de N_{cell} piles unitaires reliées en série est définie comme suite:

$$V_s = N_{cell} V_{cell} \quad (2.51)$$

2.5. Système de commande d'une pile à combustible de type SOFC

Dans cette partie, on va déterminer les valeurs de consignes pour les débits d'hydrogène et d'oxygène ainsi que le courant circulant dans la pile. Plusieurs contraintes doivent être appliquées entre ces trois grandeurs de manière à assurer un fonctionnement correct en transitoire et optimale en régime permanent.

2.5.1. Rapport optimal entre les débits des réactants

D'après la réaction chimique (2.3) qui a lieu à l'intérieur de la pile SOFC, le rapport stoechiométrique entre l'hydrogène et l'oxygène est donc de 2 à 1. L'oxygène est toujours fourni en excès afin de permettre la réaction plus complète avec l'hydrogène. Ce rapport est défini par l'expression suivante :

$$r_{H-O} = \frac{q_{H_2}^{in}}{q_{O_2}^{in}} \quad (2.52)$$

Dans [38], pour des raisons de la sécurité du système, la valeur du rapport est choisie de sorte que, la différence des pressions entre l'hydrogène et l'oxygène ($\Delta P = P_{H_2} - P_{O_2}$) ne doit pas dépasser 4 kPa en conditions normales de fonctionnement et 8 kPa en conditions transitoires.

Pour maintenir la différence de pressions en dessous de 4 kPa en conditions normales, le rapport entre les débits d'hydrogène et d'oxygène (r_{H-O}) doit avoir une valeur d'environ 1.145 [57]. Cette valeur a été déterminée suite à des simulations effectuées préalablement.

2.5.2. Relation entre le débit d'hydrogène et le courant de la pile

En pratique tout le gaz fourni n'est pas consommé par la pile, on définit le taux d'utilisation du combustible comme le rapport entre le débit d'hydrogène consommé ($q_{H_2}^r$) et le débit d'hydrogène fourni à la pile ($q_{H_2}^{in}$), il est donné par l'expression suivante :

$$U_f = \frac{q_{H_2}^r}{q_{H_2}^{in}} \quad (2.53)$$

Le courant réel à la sortie du système de pile à combustible peut être mesuré, ainsi que le débit de combustible à l'entrée du 'stack' peut être contrôlé par le réglage du taux

d'utilisation du combustible à une valeur optimale ($U_{opt} = 85\%$), à l'aide de l'équation (2.15), on peut définir la grandeur de référence du débit d'hydrogène fourni à la pile en fonction du courant comme suivant :

$$q_{H_2}^{ref} = \frac{q_{H_2}^r}{U_{opt}} = \frac{2K_r I_{ref}}{0.85} \quad (2.54)$$

D'après (2.52), on peut déterminer aussi le débit d'oxygène de référence comme suit :

$$q_{O_2}^{ref} = \frac{q_{H_2}^{ref}}{r_{H-O}} \quad (2.55)$$

Il est possible de mesurer le courant à la sortie de la pile, sa valeur va déterminer le débit de référence du combustible et oxydant, et par intermédiaire d'un processeur de combustible, le débit d'hydrogène effectivement injecté dans la pile sera contrôlé. La même chose pour le oxydant, où le réglage de son débit est fait par un compresseur.

La réponse chimique dans le processeur de combustible est d'habitude lente et elle est associée au temps d'échange des paramètres dans la réaction chimique suite à un changement dans les débits des réactants. Cette fonction de réponse dynamique est modélisée comme une fonction de transfert de premier ordre avec une constante de temps τ_f [53].

$$q_{H_2}^{in} / q_{H_2}^{ref} = 1 / (1 + \tau_f s) \quad (2.56)$$

$$q_{O_2}^{in} / q_{O_2}^{ref} = 1 / (1 + \tau_f s)$$

2.5.3. Le courant de la pile

Afin de limiter le courant lors du régime transitoire, on définit deux nouvelles grandeurs pour le taux d'utilisation qui sont le taux d'utilisation maximale ($U_{max} = 0.9$) et le taux d'utilisation minimale ($U_{min} = 0.8$), il est possible que la relation (2.54) ne soit pas respectée. Cependant, il est impératif que ce rapport reste dans des limites bien précises.

$$U_{min} q_{H_2}^{in} \leq 2K_r I_{ref} \leq U_{max} q_{H_2}^{in} \quad (2.58)$$

Donc :

$$\frac{U_{\min} q_H^{in}}{2K_r} \leq I_{ref} \leq \frac{U_{\max} q_H^{in}}{2K_r} \quad (2.59)$$

Le courant de référence de la pile est calculé à partir de la puissance de référence ($P_{réf}$) que nous voulons que la pile la fournir :

$$I_{ref} = \frac{P_{réf}}{V_s} \quad (2.60)$$

2.6. Validation du modèle

Dans cette section, on utilise l'environnement MATLAB/Simulink pour la simulation du modèle dynamique pour une pile SOFC de configuration géométrique tubulaire, basé sur des caractéristiques électrochimiques et thermodynamiques qui ont été présentés dans les sections précédentes.

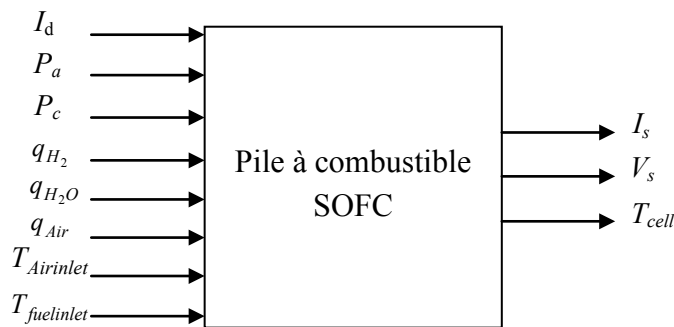


Figure 2.11 : Entrées/Sorties d'une pile à combustible SOFC

La figure 2.11 représente les entrées/sorties de la pile à combustible développée dans [20], Il y a huit grandeurs d'entrée ; le courant de charge (I_d), les pressions à l'anode et à la cathode (P_a et P_c), débit de combustible (hydrogène ; q_{H_2}), débit de vapeur d'eau (q_{H_2O}), débit d'air (q_{Air}) et les températures initiales de la pile à combustible et de l'air ($T_{fuelinlet}$ et $T_{Airinlet}$). Trois grandeurs de sortie ; le courant et la tension de sortie (I_s et V_s) et la température de la cellule (T_{cell}).

2.6.1. Paramètres du modèle

D'après la référence [20], les paramètres de simulation sont donnés pour un modèle d'une pile SOFC de configuration géométrique tubulaire avec une puissance nominale de 5KW. Ces paramètres ils donnent dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur	Unité	Représentation
T	1173	K	Température absolue
R	8.3143	J/(mol.K)	Constante universelle des gaz
N_{cell}	96	-	Nombre des cellules dans le « stack »
F	96487	C/mol	Constante de Faraday
r_{H_2O}	1.145	-	Rapport stœchiométrique entre H_2 et O_2
U_{opt}	0.85	-	Taux d'utilisation optimale
P_a	3	atm	Pression globale du gaz à l'anode
P_c	3	atm	Pression globale du gaz à la cathode
q_{H_2}	0.9×10^{-3}	mol/s	Débit molaire de l'hydrogène
q_{air}	12×10^{-3}	mol/s	Débit molaire de l'air
q_{H_2O}	1.0×10^{-4}	mol/s	Débit molaire de l'eau
V_a	61.7138×10^{-6}	m ³	Volume du canal anodique
V_c	99.02×10^{-6}	m ³	Volume du canal cathodique
E^0	1.18	V	Tension standard

Tableau 2.1 : Paramètres de simulation

2.6.2. Résultats de simulation

Dans cette section, nous donnons les réponses d'un modèle de pile à combustible SOFC de 5 kW (le modèle « stack » qui a été présenté dans la section précédente), la simulation est faite pour voir les réponses du système en fonction des variations du courant de charge, la température et les pressions du gaz à l'anode et à la cathode. Ces réponses seront avec un

débit de combustible constant (débit d'hydrogène constant) quelle que soit la valeur de la charge sur la pile SOFC.

Les résultats dans les figures 2.12 à 2.16 représentent respectivement les variations de la tension de sortie, la puissance, les pertes Ohmiques, les pertes d'activation et les pertes de concentration de la pile SOFC en fonction du courant de charge à différentes températures de fonctionnement ; 800°C, 900°C et 1000°C.

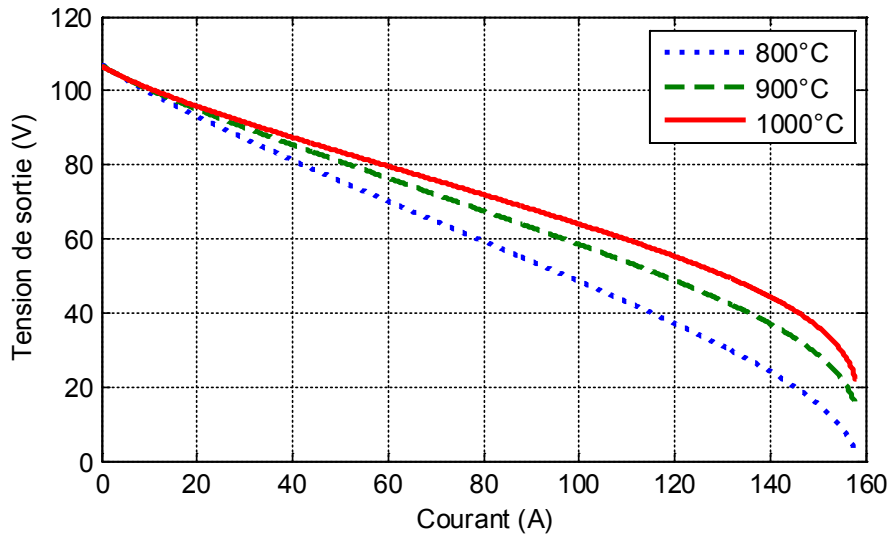


Figure 2.12 : Caractéristiques courant-tension du modèle SOFC à différentes températures.

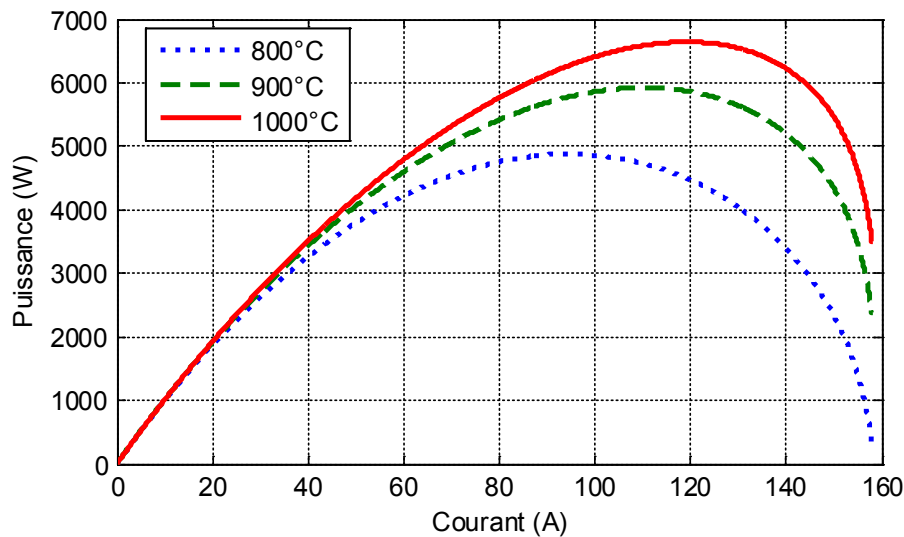


Figure 2.13 : Caractéristiques courant-puissance du modèle SOFC à différentes températures.

Les courbes dans la figure 2.12 représentent l'effet de la température sur la caractéristique courant-tension du modèle SOFC. Dans la région où le courant faible, la tension de sortie est légèrement plus élevée à des températures plus basses, tandis que dans la région de courant élevé, la tension est plus élevée à des températures plus élevées. La cause principale ce comportement, est le terme négatif dans l'expression du potentiel interne E^0 en circuit ouvert (équation 2.8).

Selon les courbes de la puissance de sortie à trois différentes températures ont été présentées dans la figure 2.13, pour des courants de charge plus élevés, une puissance de sortie plus élevée peut être obtenue à des températures de fonctionnement plus élevées, à chaque température de fonctionnement, il y a un courant critique, où la puissance de sortie du modèle atteint sa valeur maximale. Ces courants critiques sont de 95 A à 800°C, 110 A à 900°C et 120 A à 1000°C. Après ces points, l'augmentation du courant de charge réduira la puissance de sortie due aux fortes chutes de tension ohmique et de concentration.

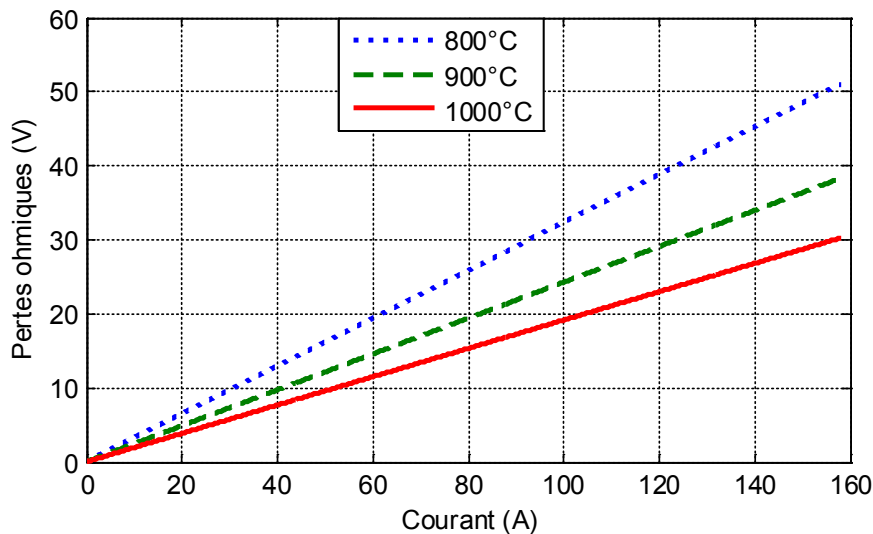


Figure 2.14 : Variation des pertes Ohmiques en fonctions du courant à différentes températures.

Les courbes des figures de 2.14 à 2.16 montrent que : les pertes Ohmiques, d'activation et de concentration augmentent avec l'augmentation du courant de charge et diminuent lorsque la température augmente.

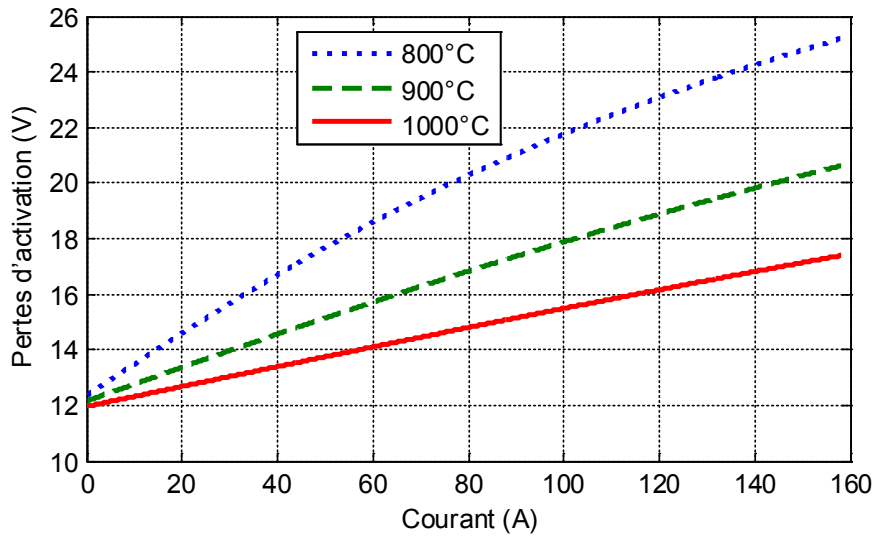


Figure 2.15 : Variation des pertes d'activation en fonctions du courant à différentes températures.

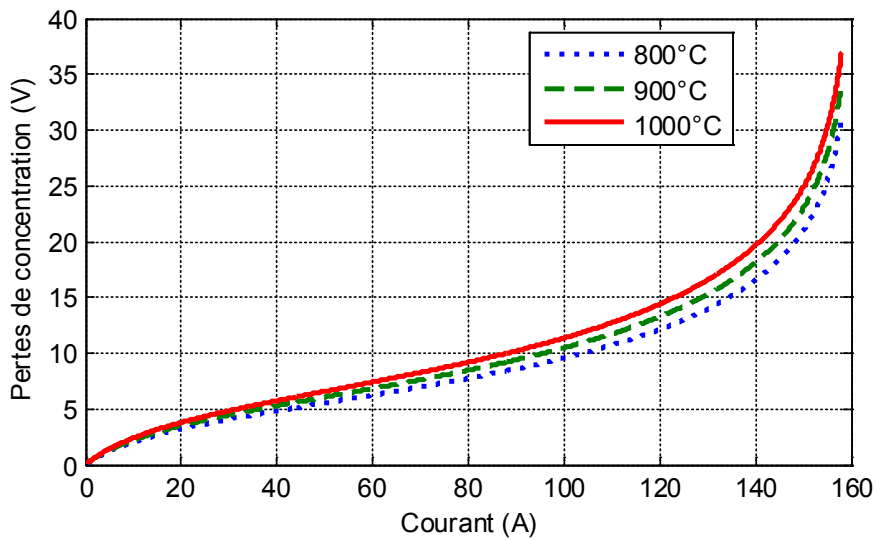


Figure 2.16 : Variation des pertes de concentration en fonctions du courant à différentes températures.

La température correspondante au fonctionnement de la tension dynamique de sortie de la pile SOFC est représentée dans la figure 2.17, avec le courant de charge utilisé est un step qui varie de 0 à 100 A en 1000 s et à 50 A en 7000s,

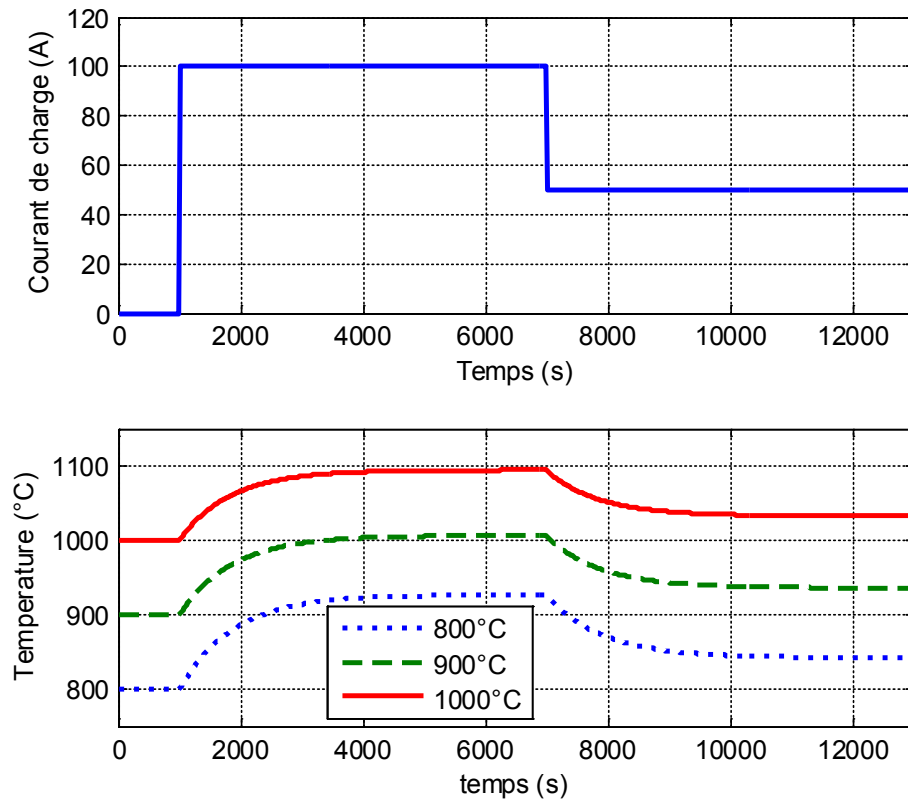


Figure 2.17: Réponse thermique du modèle SOFC.

Les courbes dans la figure 2.18 représentent la variation de la tension de sortie sous différentes températures (800°C, 900°C et 1000°C) et différentes pressions de fonctionnement (1 atm, 3 atm et 6 atm); les pressions du canal d'anode et de cathode est supposée égales ($P_a = P_c = P$). Le courant de charge augmente jusqu'à 100 A à 3 s puis descend jusqu'à 50 A à 15 s.

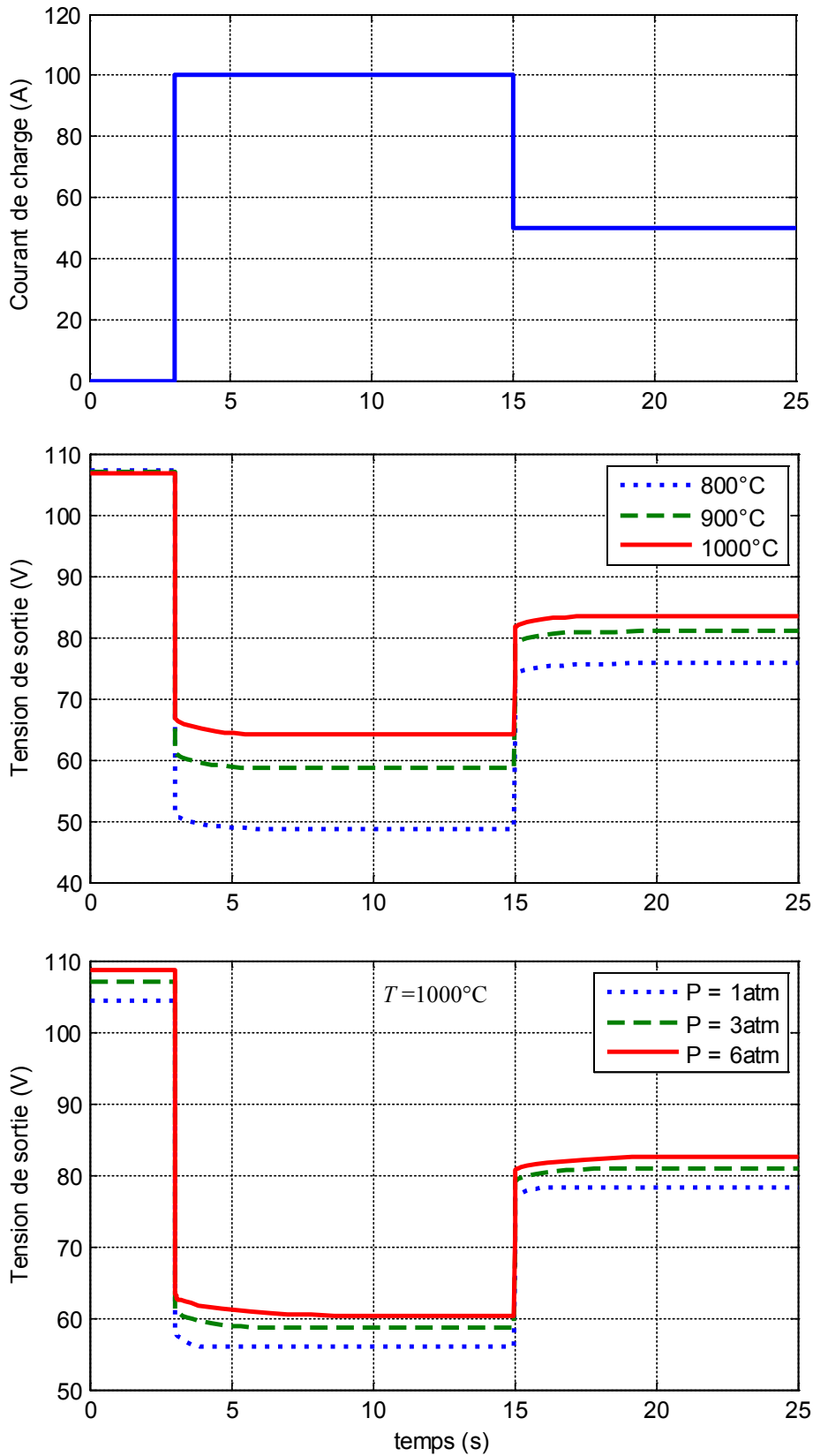


Figure 2.18 : Réponse dynamique du modèle SOFC à différentes températures et pressions.

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation et la simulation d'une pile à combustible SOFC de configuration géométrique tubulaire est présentée. Les résultats trouvés présentent les différentes réponses de la pile et l'influence de quelques paramètres comme la température, le courant de charge et les pressions sur le fonctionnement de cette pile.

Modélisation Floue de la Pile à Combustible SOFC

3.1. Introduction.....	58
3.2. Introduction à la modélisation floue.....	58
3.3. Structure générale des modèles flous.....	60
3.4. Modèles flous de type Takagi-Sugeno.....	63
3.5. Modèles flous des systèmes dynamiques.....	67
3.5.1. Structures générales des modèles.....	67
3.5.2. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes dynamiques.....	70
3.5.3. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes MIMO.....	71
3.6. Identification des modèles flous.....	73
3.6.1. Structure du modèle flou.....	73
3.6.2. Le problème d'identification et ses solutions.....	74
3.6.3. Identification des paramètres des conséquents.....	77
3.6.3.1. Identification locale et globale.....	77
3.6.3.2. Identification des modèles flous MIMO de Takagi-Sugeno.....	80
3.6.4. Validation numérique du modèle flou.....	82
3.7. Modélisation floue de la pile à combustible SOFC.....	83
3.8. Conclusion.....	89

3.1. Introduction

La modélisation précise du comportement dynamique d'un système est une phase préliminaire qui permet de répondre à un certain nombre d'objectifs, à savoir la synthèse d'une loi de commande, la conception d'un observateur et/ou la mise en place d'une stratégie de diagnostic, etc. Les modèles de Takagi-Sugeno sont souvent utilisés pour approximer les systèmes non linéaires. Les algorithmes d'identification par les moindres carrés combinés aux techniques de classification des données entrées sorties sont à la base de cette approximation surtout lorsque l'information sur le système non linéaire n'est pas disponible ou mal connue.

Dans ce chapitre, nous traitons le problème d'identification (construction) des modèles flous à partir de données entrée-sortie. Nous introduisons d'abord la modélisation floue des systèmes, en nous focalisant particulièrement sur le modèle de type Takagi-Sugeno. Enfin, deux modèles dynamiques flous de Takagi-Sugeno multi-entrées/mono-sortie (MISO) à temps discret sera construits pour décrire les propriétés dynamiques non linéaires de la tension de sortie et le taux d'utilisation du combustible du système pile à combustible de type SOFC de configuration géométrique tubulaire.

3.2. Introduction à la modélisation floue

Le développement des modèles mathématiques pour les systèmes non linéaires est un sujet central dans plusieurs disciplines des sciences et de l'ingénierie. Traditionnellement, la modélisation est vue comme la double conjonction entre la compréhension de la nature et du comportement d'un système ainsi que le traitement mathématique approprié qui conduisent à l'obtention d'un modèle utilisable. Néanmoins, le besoin d'une forte compréhension des éléments physiques de base constitue une grande restriction au niveau pratique quand on est confronté aux systèmes complexes et/ou pauvrement compris. Il est à remarquer que les procédés chimiques et biologiques font souvent partie de ces systèmes. D'un autre côté, dans l'approche de type boîte noire, il est supposé que le procédé étudié peut être représenté en utilisant une structure générale qui approxime le comportement du système. Dans ce cas, le problème de modélisation consiste alors à proposer la structure appropriée pour l'approximateur et d'estimer les paramètres du modèle, en utilisant habituellement des données entrée-sortie représentatives du comportement, afin de capturer correctement les dynamiques et la non linéarité du système.

La logique floue (Fuzzy logic) est une technique utilisée en intelligence artificielle permet la formalisation des imprécisions dues à une connaissance globale d'un système très complexe et l'expression du comportement d'un système par des mots.

Elle permet donc la standardisation de la description d'un système et du traitement de données aussi bien numériques qui sont exprimées symboliquement par des qualifications linguistiques.

Elle s'appuie sur la théorie mathématique des ensembles flous. Cette théorie, introduite en 1965 par le professeur Lotfi Zadeh, de l'Université de Berkeley en Californie [58], est une extension de la théorie des ensembles classiques pour la prise en compte d'ensembles définis de façon imprécise. C'est une théorie formelle et mathématique dans le sens où Zadeh, en partant du concept de fonction d'appartenance pour modéliser la définition d'un sous-ensemble d'un univers donné, a élaboré un modèle complet de propriétés et de définitions formelles. Il a aussi montré que cette théorie des sous-ensembles flous se réduit effectivement à la théorie des sous-ensembles classiques (figures 3.1 et 3.2) dans le cas où les fonctions d'appartenance considérées prennent des valeurs binaires ($\{0,1\}$).

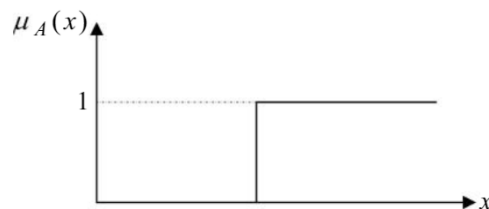


Figure 3.1. Fonction d'appartenance d'un ensemble classique

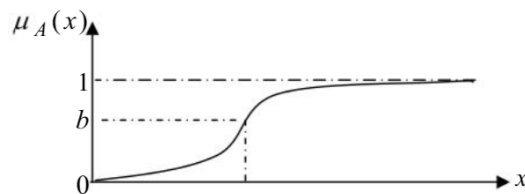


Figure 3.2. Fonction d'appartenance d'un ensemble flou

Le concept de l'ensemble flou a été introduit pour éviter les passages brusques d'une classe à une autre et autoriser des éléments n'appartenir complètement ni à l'une ni à l'autre,

ou encore à appartenir partiellement à chacune. La définition d'un ensemble flou répond au besoin de représenter des connaissances imprécises, soit parce qu'elles sont exprimées en langage naturel, soit parce qu'elles sont obtenues avec des instruments d'observation qui produisent des erreurs de mesure. Le caractère graduel des ensembles flous correspond à l'idée que, plus on se rapproche de la caractérisation typique d'une classe, plus l'appartenance à cette classe est forte.

Dès 1975, Mamdani et Assilian publient les premiers résultats permettant une exploitation de cette théorie dans des systèmes de réglage [59]. En utilisant une structure de contrôleur relativement simple, ils ont obtenu de meilleurs résultats lors de la commande de certains processus que ceux fournis par un régulateur standard de type PID.

Peu de temps après, en 1977, le danois Ostergaard [60] a appliqué la logique floue à la commande de tubes broyeurs pour la fabrication de ciment. A cette époque, la plupart des études concernant les systèmes de régulation exploitant la logique floue ont été réalisées en Europe [61]. A partir de 1985 environ, ce sont les Japonais [62] qui commencent à utiliser largement la logique floue dans des produits industriels et de consommation pour résoudre des problèmes de réglage et de commande.

L'avantage d'un système flou est que seules les connaissances du comportement du procédé à commander sont suffisantes pour la synthèse de la loi de commande, et ils soulèvent un large intérêt, tant théorique que pratique, dans l'identification et la commande des processus complexes et non linéaires. Cela est dû essentiellement à trois traits principaux :

- Le premier est que les systèmes flous permettent une simple inclusion d'informations qualitatives dans la conception du contrôleur.
- Le second est que les systèmes flous n'exigent pas l'existence d'un modèle analytique du processus à contrôler, et peu d'information est suffisant pour mettre en œuvre la boucle de commande.
- Le troisième est que les systèmes flous sont des systèmes non linéaires et de ce fait plus adaptés à la commande des processus non linéaires.

3.3. Structure générale de modèles flous

En général les systèmes flous s'appuient sur une représentation de la connaissance sous forme de règles « *Si-Alors* » qui permettent de représenter les relations entre les variables d'entrée et de sortie dont l'expression générique est de la forme :

$$\underline{\text{Si}} \text{ antécédent } \underline{\text{Alors}} \text{ conséquent} \quad (3.1)$$

Dans un premier temps et afin de faciliter l'interprétation, on peut considérer l'*antécédent* (*prémisse*) comme une description linguistique qui indique les conditions de validité du phénomène représenté. Pour sa part, le *conséquent* (*conclusion*) représente le comportement associé aux conditions de validité décrites par l'antécédent.

Considérons à titre illustratif la règle suivante :

$$\underline{\text{Si}} \text{ temps est beau } \underline{\text{Alors}} \text{ Moral est haut} \quad (3.2)$$

Les règles floues établissent des relations logiques entre les variables du système en associant valeurs qualitatives d'une variable (*temps est beau*) avec celles d'une autre variable (*Moral est haut*). Les valeurs qualitatives ont typiquement une interprétation linguistique, elles sont nommées termes linguistiques (étiquettes). La signification des termes linguistiques par rapport aux variables d'entrée/sortie numériques (*temps*, *Moral*) est définie par des ensembles flous appropriés. Dans ce sens, les ensembles flous, ou plus précisément leurs fonctions d'appartenance, fournissent une interface entre les variables numériques d'entrée/sortie et les valeurs linguistiques qualitatives dans les règles.

On distingue classiquement deux grandes familles de modèles flous :

- Modèles flous à conclusions symboliques (modèles flous de Mamdani).
- Modèles flous à conclusion fonctionnelle (modèles flous de Takagi-Sugeno) [6].

Ces deux types de modèles flous sont basés sur une collection de règles « *Si ... Alors* ». Dans les deux cas, les prémisses de règles sont exprimées symboliquement. Seule l'expression des conclusions de règles permet alors de dissocier les deux familles de modèles. Les modèles de Mamdani utilisent des conclusions symboliques de même nature que les prémisses alors que, dans les modèles de Takagi-Sugeno, les conclusions sont des fonctions ordinaires des variables des prémisses. Il est à noter que les modèles flous relationnels peuvent être considérés comme une généralisation du modèle flou de Mamdani, où un seul terme prémisses peut être associé à plusieurs termes de la conclusion par une relation floue.

La forme générale d'une règle dans le modèle flou de Mamdani est de la forme :

$$R^i : \text{Si } z_1 \text{ est } A_1^i \text{ et } \dots z_p \text{ est } A_p^i \text{ Alors } y \text{ est } B^i \quad (3.3)$$

où $z_j (j = 1, \dots, p)$ sont les variables des prémisses représentant les entrées du système flou, y est la variable conséquence représentant la sortie du système flou, $A_j^i (i = 1, \dots, N_r, j = 1, \dots, p)$ et $B^i (i = 1, \dots, N_r)$ sont respectivement les ensembles flous des prémisses et les ensembles flous des sorties. Ces ensembles flous décrits par les fonctions d'appartenance suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_{A_j^i}(x_j) &: \longrightarrow [0,1] \\ \mu_{B^i}(y) &: \longrightarrow [0,1] \end{aligned} \quad (3.4)$$

La relation entrée-sortie du système flou est réalisée par le mécanisme d'inférence flou. Étant donné une base de règles et une valeur de l'entrée, il délivre la valeur de sortie correspondante. Puisque les valeurs traitées à l'entrée et à la sortie sont des valeurs non floues, alors le système flou doit être équipé par des mécanismes de conversion appelés fuzzificateur et défuzzificateur (figure 3.3).

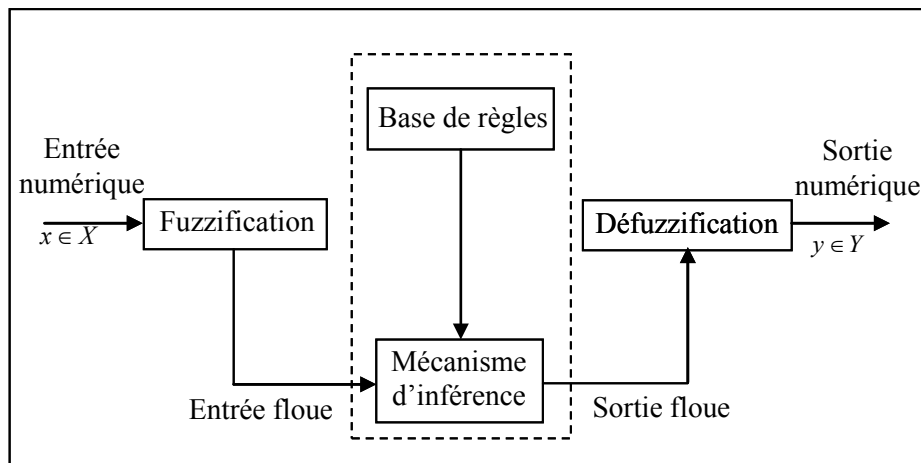


Figure 3.3 : Structure d'un système flou

L'étape de fuzzification consiste à transformer les entrées numériques disponibles en parties floues. Dans la littérature de la commande floue, deux approches de fuzzification sont généralement utilisées, à savoir : la fuzzification singleton et la fuzzification non-singleton. Celles-ci alimentent alors le mécanisme d'inférence qui à partir d'une valeur d'entrée et selon la connaissance fournie par la base de connaissance, détermine la valeur correspondante de la sortie. Cette base de connaissance est composée par la base de règles et

par la base de données, qui stocke les fonctions d'appartenance associées aux termes linguistiques employés dans le système flou. Cela constitue le fondement du « raisonnement approché » du système, car la combinaison des entrées avec les règles floues permet de tirer des conclusions. Le traitement mathématique de l'opérateur "ET" intervenant dans une règle et l'opérateur "OU" reliant les différentes règles détermine le type de moteur, tel que, le moteur de Mamdani et Sugeno.

Enfin, la défuzzification est l'opération inverse de la fuzzification, en convertissant les parties floues relatives aux sorties du mécanisme d'inférence en sorties numériques. Là aussi il existe plusieurs méthodes, parmi lesquelles :

- La méthode de la hauteur
- Le premier des maxima
- Le dernier des maxima
- La moyenne des maxima
- Le centre de gravité
- Le centre des aires,
- Le centre de la plus grande surface,
- Le centre des maxima

Les méthodes de défuzzification les plus utilisées en commande floue sont le centre de gravité, le centre des aires et le centre des maxima.

3.4. Modèles flous de type Takagi-Sugeno

Le modèle flou approprié pour l'approximation d'une classe générale de systèmes non linéaires est celui proposé par Takagi et Sugeno [6]. Ce type de modèle est, comme celui de Mamdani, construit à partir d'une base de règles "Si...Alors...", dans laquelle si la prémisse est toujours exprimée linguistiquement, le conséquent utilise des variables numériques plutôt que des variables linguistiques. Le conséquent peut s'exprimer par exemple, sous la forme d'une constante, d'un polynôme ou de manière plus générale d'une fonction ou d'une équation différentielle dépendant des variables associées à l'antécédent. D'une manière générale, un modèle de type Takagi-Sugeno est basé sur une collection des règles R^i de la forme suivante:

$$R^i : \text{Si } z \text{ est } A_i \text{ Alors } y_i = f_i(z) \quad (3.5)$$

où R^i dénote la $i^{\text{ème}}$ règle du modèle et N_r est le nombre de règles que contient la base de règles, $z = [z_1, \dots, z_p]^T$ est la variable d'entrée (antécédent) et $y \in \mathfrak{R}$ est la variable de sortie (conséquent). A_i est le sous-ensemble flou de l'antécédent de l' $i^{\text{ème}}$ règle, définie, dans ce cas, par une fonction d'appartenance multivariable.

Typiquement les conséquences fonctionnelles B^i sont choisies comme des fonctions paramétrées appropriées, avec la même structure pour chaque règle où seuls les paramètres varient. Elles prennent généralement la forme suivante :

$$f_i(z) = a_0^i + a_1^i z_1 + a_2^i z_2 + \dots + a_p^i z_p \quad (3.6)$$

Ce modèle est appelé modèle flou TS à conséquences affines. Un cas particulier, si $a_0^i = 0, i = 1, \dots, N_r$. Dans ce cas, le modèle est appelé modèle TS homogène [63], de la forme :

$$R^i : \text{Si } z \text{ est } A_i \text{ Alors } y_i = a_1^i z_1 + a_2^i z_2 + \dots + a_p^i z_p \quad (3.7)$$

Ce modèle a des propriétés d'approximation plus limitées que le modèle affine TS [64,65]. Cependant, dans le cadre de la commande des systèmes, l'absence du terme scalaire a_0^i facilite la synthèse du contrôleur ainsi que l'analyse de la stabilité basé sur des systèmes homogènes TS parce que le modèle peut être traité comme un modèle quasi-linéaire [66-68].

Dans le cas où $a_j^i = 0$, pour $i = 1, \dots, N_r$ et $j = 1, \dots, p$, les conséquents dans le modèle (3.5) prennent la forme d'une constante. Dans ce cas, le modèle, appelé singleton, est obtenu par :

$$R^i : \text{Si } z \text{ est } A_i \text{ Alors } y_i = a_0^i \quad (3.8)$$

Ce modèle peut aussi être vu comme un cas particulier du modèle flou linguistique, dans lequel les sous-ensembles flous des conséquents se réduisent aux singletons.

Ces modèles sont actuellement les plus utilisés dans la conception des contrôleurs flous car ils présentent les avantages suivants.

- Ils permettent de décrire des situations où la structure physique du système est bien connue, par exemple, une fonction linéaire exprime la relation entrée-sortie.
- Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection de modèles locaux, généralement linéaires.

- La relation (3.5) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrées. Ceci permet une application relativement facile des techniques d'optimisation pour identifier les différents paramètres du modèle.
- La partie conclusions constante de (3.5) permet d'établir l'analyse de la stabilité en utilisant de quelques méthodes du contrôle conventionnel.
- Les modèles de type TS ont une capacité de représentation importante. En effet, le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à un certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistiques [69].
- Les systèmes flous TS permettent d'exploiter un certain nombre de techniques numériques issues de l'automatique conventionnelle (méthodes moindres carrés récursifs, filtrage de Kalman, commande adaptative, commande prédictive, ...etc) et d'établir l'analyse de la stabilité et la robustesse.
- Il a été démontré dans la littérature que les systèmes flous TS sont des bon approximateurs universels car ils sont capables d'approximer toute fonction non linéaire continue sur un ensemble compact avec une précision arbitraire définie [70].

Toutefois, l'inconvénient majeur de ces modèles réside dans la nature fonctionnelle des conclusions, c'est-à-dire, les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques. Autre inconvénient réside dans que les contrôleurs de Takagi-Sugeno peuvent être considérés comme une classe particulière de contrôleurs non linéaires.

Inférence dans le modèle Takagi-Sugeno

L'obtention de la sortie du modèle est réalisée à partir d'une combinaison des opérations d'inférence et de défuzzification. En utilisant l'inférence floue basée sur la méthode *product-sum-gravity* à une entrée donnée [71], la sortie finale se calcule comme la moyenne des sorties correspondants aux règles R^i , pondérées par le degré d'accomplissement normalisé, selon l'expression suivante [6] :

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \beta_i(z) \cdot y_i}{\sum_{i=1}^{N_r} \beta_i(z)} \quad (3.9)$$

où le poids $0 \leq \beta_i(z) \leq 1$, représente la valeur de vérité globale (degré d'accomplissement) de la $i^{\text{ème}}$ règle calculé en fonction des degrés d'appartenance.

$$\beta_i(z) = \prod_{j=1}^p A_j^i(z_j), \quad i = 1, \dots, N_r \quad (3.10)$$

On pose :

$$h_i(z) = \frac{\beta_i(z)}{\sum_{i=1}^{N_r} \beta_i(z)} \quad (3.11)$$

où $h_i(z)$ est le degré normalisé d'accomplissement (fonction d'activation) du $i^{\text{ème}}$ règle, et vérifie les conditions suivantes (propriété de somme convexe) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N_r} h_i(z) = 1 \\ 0 \leq h_i(z) \leq 1, \quad \forall i = 1, \dots, N_r \end{cases} \quad (3.12)$$

La figure 3.4 représente un exemple sur la procédure de raisonnement flou pour un modèle flou TS [72].

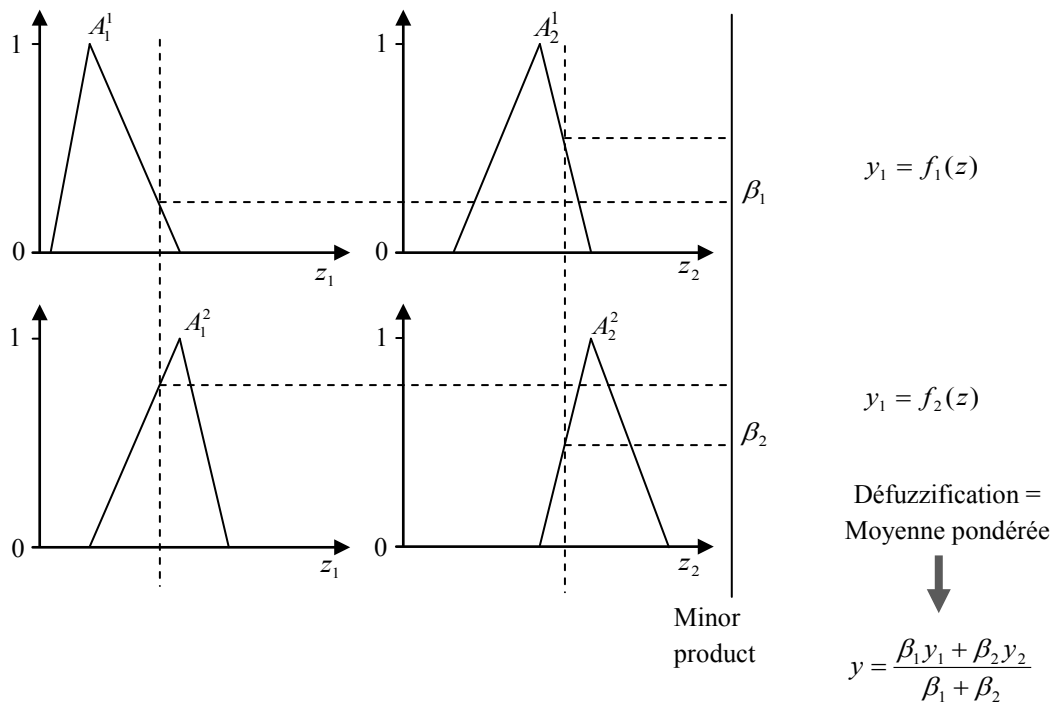


Figure 3.4 : Méthode d'inférence du modèle flou TS

Remarque 1.1 : Un ensemble C est dit convexe si une ligne joignant deux points C_1 et C_2 de cet ensemble C reste dans cet ensemble. Ainsi quels que soient C_1 et $C_2 \in C$ et $0 < \lambda < 1$, on a alors :

$$\lambda C_1 + (1 - \lambda)C_2 \in C \quad (3.13)$$

3.5. Modèles flous des systèmes dynamiques

Les outils d'ingénierie basés sur la modélisation exigent la disponibilité des modèles dynamiques convenables. Par conséquent, le développement d'un modèle non-linéaire convenable est d'une importance primordiale. En considérant les attentes élevées des modèles flous dans le domaine d'identification et de commande, il devient nécessaire d'analyser et d'extraire des informations pertinentes pour la commande à partir de modèles flous de processus dynamiques.

3.5.1. Structures générales des modèles

L'identification des systèmes basée sur une structure linéaire à temps invariable (LTI) a atteint un certain degré de maturité et des outils performants d'identification ont été établis dans la littérature [73-75]. D'après [72, 73, 76, 77], la sortie $y(k)$ d'un modèle LTI à temps discret excité par une entrée $u(k)$ et perturbé par un bruit additif $e(k)$ peut être caractérisée d'une façon générale par un modèle de la forme :

$$A(q^{-1})y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(k) \quad (3.14)$$

avec : q^{-1} est l'opérateur de retard et $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$, $D(q^{-1})$, $F(q^{-1})$ sont des polynômes en q^{-1} . Il est possible de recenser, selon les polynômes choisis, environ 32 structures différentes de modèles, les plus répandues étant celles du modèle ($A=C=D=F=1$) à réponse impulsionnelle finie « FIR, the Finite Impulse Response model », donné sous la forme :

$$\hat{y}(k) = B(k)u(k) + e(k) = b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n_b) + e(k) \quad (3.15)$$

Dans cette équation, le prédicteur correspondant $\hat{y}(k) = B(k)u(k)$ est donc basé sur le vecteur de régression $x(k) = [u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T$. D'autres cas particuliers de l'équation (3.14) sont : le modèle BJ « *Box-Jenkins models* » ($A=1$), le modèle ARMAX « *AutoRegressive Moving Average with eXogenous input models* » ($F=D=1$), le modèle OE « *Output Error Models* » ($A=C=D=1$) et le modèle ARX « *AutoRegressive with eXogenous input models* » ($F=C=D=1$). La structure mathématique des modèles LTI a favorisé l'émergence de nombreuses techniques d'identification, d'analyse et de commande qui ont permis de fonder les principes de l'automatique moderne. Ces outils théoriques simplifient considérablement la résolution de nombreux problèmes régulièrement rencontrés en automatique.

La majorité des systèmes physiques présente cependant des comportements bien plus complexes et donc difficiles à caractériser dans une large plage de fonctionnement par des modèles linéaires de la forme (3.14). En effet, l'hypothèse de linéarité du système n'y est vérifiée que très localement autour d'un point de fonctionnement donné. La modélisation correcte du comportement global de ces systèmes nécessite le recours à des modèles de représentation plus « sophistiqués » de nature non linéaire. La relation entrée/sortie d'un modèle non linéaire se présente sous la forme générale suivante [78]:

$$y(k) = g(x(k), \theta) + e(k) \quad (3.16)$$

où $g(\cdot)$ est le modèle, θ le vecteur de paramètres du modèle et $x(k)$ le vecteur de régression c.-à-d. le vecteur de variables expliquant le comportement du système. Le vecteur de régression fait intervenir les variables d'entrée du système et éventuellement de sortie du modèle ou du système à identifier. Les régresseurs (les composants du vecteur $x(k)$), peuvent être donnés par :

- $u(k-i)$, $i = 1, \dots, n_b$, les signaux de commande (associés au polynôme B).
- $y(k-i)$, $i = 1, \dots, n_a$, les sorties de processus mesurées (associées au polynôme A).
- $\hat{y}_u(k-i)$, les sorties simulées du entrée précédent $u(k)$ (associées au polynôme F).
- $e(k-i) = y(k-i) - \hat{y}(k-i)$, les erreurs de prédiction (associées au polynôme C)
- $e_u(k-i) = y(k-i) - \hat{y}_u(k-i)$, les erreurs de simulation (associées au polynôme D).

Suivant cette nomenclature des modèles linéaires, il est naturel de construire des structures de modèles non linéaires similaires. [77] proposent un classement, établi en fonction du vecteur de régression utilisé, des différentes familles de modèles non linéaires :

- **NFIR** « *Nonlinear Finite Impulse Response models* », Modèles non linéaires de réponse impulsionnelle finie, dans ce cas, le vecteur de régression est composé comme :

$$\mathbf{x}(k) = [u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T \quad (3.17)$$

- **NARX** « *Nonlinear AutoRegressive with eXogenous input models* » la forme Non Linéaire Auto Régressive avec entrée exogène, qui utilise le vecteur de régression suivant :

$$\mathbf{x}(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T \quad (3.18)$$

- **NOE** « *Nonlinear Output Error Models* », modèle non linéaire à erreur sur les sorties, utilise :

$$\mathbf{x}(k) = [\hat{y}(k-1), \dots, \hat{y}(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b)]^T \quad (3.19)$$

$\hat{y}(k)$ étant la sortie du modèle.

- **NARMAX** « *Nonlinear AutoRegressive Moving Average with eXogenous input models* », où :

$$\mathbf{x}(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b), \varepsilon(k-1), \dots, \varepsilon(k-n_e)]^T \quad (3.20)$$

avec $\varepsilon(k) = y(k) - \hat{y}(k)$

- **NBJ** « *Nonlinear Box-Jenkins models* », avec les régresseurs sont des entrées passées, les sorties passées estimés et les erreurs d'estimation en utilisant les sorties passées et les sorties passées estimés.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) = & [\hat{y}(k-1), \dots, \hat{y}(k-n_a), u(k-1), \dots, u(k-n_b), \\ & \varepsilon_u(k-1), \dots, \varepsilon_u(k-n_u), \varepsilon(k-1), \dots, \varepsilon(k-n_e)]^T \end{aligned} \quad (3.21)$$

Il convient toutefois de remarquer que le choix du vecteur de régression ne détermine pas la structure interne du modèle, toute forme mathématique de $g(\cdot)$ étant admissible comme

modèle. Dès lors, l'extension aux systèmes non linéaires des structures proposées dans le cadre des systèmes linéaires est difficilement envisageable. Il n'existe évidemment pas de modèle unique apte à caractériser le comportement d'un système, différents modèles pouvant être employés en fonction de la structure interne choisie.

Dans le cadre de notre travail, nous sommes particulièrement intéressés aux modèles dynamiques affines de Takagi-Sugeno de type NARX.

3.5.2. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes dynamiques

Les modèles flous TS des systèmes dynamiques sont généralement basés sur la structure du modèle Non Linéaire AutoRégressive avec entrée eXogène (NARX). Ce type de modèle établit une relation entre les valeurs précédentes des entrées et sorties avec la sortie prédite \hat{y} , de la manière suivante :

$$\hat{y}(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-n_d), \dots, u(k-n_b-n_d)) \quad (3.22)$$

où k dénote l'instant d'échantillonnage, n_a et n_b représentent respectivement, l'ordre de la régression sur la sortie $y(k)$ et l'ordre de la régression sur l'entrée $u(k)$, n_d est une valeur entière du retard en nombre d'échantillons et f est la fonction non linéaire.

Le modèle NARX flou de Takagi-Sugeno, peut représenter comme suit :

$$\begin{aligned} R_j : & \text{Si } z_1(k) \text{ est } A_{1,j} \text{ et } \dots \text{ et } z_n(k) \text{ est } A_{n,j} \\ \text{Alors } & \hat{y}(k) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i^j y(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i^j u(k-i-n_d) + c^j \end{aligned} \quad (3.23)$$

où les éléments de $z(k)$ sont généralement un sous-ensemble du vecteur de régression qui contient les variables pertinentes au comportement non linéaire du système,

$$z(k) \in \{y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-n_d), \dots, u(k-n_b-n_d)\} \quad (3.24)$$

Le modèle NARX flou TS d'ordre zéro (singleton ou modèle flou de Sugeno) est formulé par des règles simples comme [72]:

$$R_j : \text{Si } z_1(k) \text{ est } A_{1,j} \text{ et } \dots \text{ et } z_n(k) \text{ est } A_{n,j} \text{ Alors } \hat{y}(k) = c^j \quad (3.25)$$

où $z(k)$ contient toutes les entrées du modèle NARX :

$$z = \mathbf{x}(k) = [y(k-1), \dots, y(k-n_a), u(k-n_d), \dots, u(k-n_b-n_d)] \quad (3.26)$$

Il faut remarquer que le modèle flou dynamique TS représenté par les règles de la forme (3.23) inclut aussi le cas $c^j = 0$ dit homogène [63] ou linéaire [68]. Cependant, il convient également de souligner que le terme "linéaire" signifie tout simplement que la sortie individuelle de chaque règle est une combinaison linéaire des régresseurs. En effet, le modèle dynamique représenté par l'expression (3.23) est en réalité non linéaire car les coefficients du modèle dépendent non linéairement des entrées et sorties du système via le degré normalisé d'accomplissement. Le fait que le terme indépendant c^j ne soit pas considéré dans le modèle homogène limite ces capacités d'approximation par rapport au modèle affine, mais d'autre part, facilite énormément la synthèse de la commande ainsi que l'analyse de la stabilité. En effet, certaines méthodes ont été développées pour la synthèse de contrôleurs avec des caractéristiques de performance désirée en boucle fermée [64, 68] ainsi que pour l'analyse de la stabilité [66,79].

Dans le modèle dynamique représenté par (3.23) il est supposé que y est un scalaire, c'est-à-dire, le système étudié est un système de type MISO « *Multiple-Input Single-Output* ». Avec les modèles entrée-sortie, les systèmes MIMO « *Multiple-Input Multiple-Output* » peuvent être représentés de deux manières : soit la fonction non linéaire f de l'équation (3.22) est une fonction vectorielle, soit le système MIMO est décomposé dans un ensemble de systèmes MISO couplés. En modélisation floue l'approche de décomposition est la plus adoptée. La raison est qu'il y a plus de flexibilité si chaque sortie est associée à différent type de non linéarité pour la même région de l'espace de l'antécédent [63]. En décomposant le système MIMO en plusieurs sous-systèmes MISO, le nombre de fonctions d'appartenance et de règles peut être réduit. Dans la suite de ce travail nous utilisons cette dernière approche.

3.5.3. Modèles flous de Takagi-Sugeno des systèmes MIMO

Dans notre travail, le système multivariable est modélisé par un ensemble de modèles flous TS MISO. Une autre approche est présentée dans cette section. Le processus multivariable non linéaire est représenté par un modèle flou MIMO, qui consiste en un ensemble de modèles linéaires locaux MIMO ARX, dont les régions de fonctionnement sont définies par des ensembles flous.

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = f(\mathbf{y}(k-1), \dots, \mathbf{y}(k-n_a), \mathbf{u}(k-n_d), \dots, \mathbf{u}(k-n_b-n_d)) \quad (3.27)$$

tel que $\mathbf{y}=[y_1, \dots, y_{n_y}]^T$ est le vecteur de sortie de dimension n_y et $\mathbf{u}=[u_1, \dots, u_{n_u}]^T$ est le vecteur d'entrée de dimension n_u , n_a et n_b sont les retards maximaux pris en compte pour les sorties et les entrées, n_d est le temps mort discret minimum et f représente le modèle non linéaire multivariable.

Ce modèle non linéaire MIMO autorégressive avec entrée exogène (NARX) est représenté par le modèle flou TS suivant :

$$R_j : \text{Si } z_1 \text{ est } A_{1,j} \text{ et } \dots \text{ et } z_n \text{ est } A_{n,j} \text{ Alors} \quad (3.28)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{A}_i^j \mathbf{y}(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \mathbf{B}_i^j \mathbf{u}(k-i-n_d) + \mathbf{c}^j$$

avec $\mathbf{z}=[z_1, \dots, z_n]^T$, qui est généralement un sous-ensemble des entrées et des sorties du processus précédent,

$$\mathbf{z} \in \left\{ y_1(k-1), \dots, y_1(k-n_a), \dots, y_{n_y}(k-n_a), u_1(k-n_d), \dots, u_{n_u}(k-n_b-n_d) \right\} \quad (3.29)$$

\mathbf{A}_i^j et \mathbf{B}_i^j sont des matrices et \mathbf{c}^j est un vecteur représente le $j^{\text{ème}}$ modèle linéaire multivariable local, le modèle flou proposé peut être vu comme un système linéaire multivariable à paramètres variables LPV « *Linear Parameter Varying* », où, au point de fonctionnement \mathbf{z} , le modèle flou représente le modèle LTI suivant :

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{A}_i^j(\mathbf{z}) \mathbf{y}(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \mathbf{B}_i^j(\mathbf{z}) \mathbf{u}(k-i-n_d) + \mathbf{c}^j(\mathbf{z}) \quad (3.30)$$

avec :

$$\mathbf{A}_i(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{N_r} h_j(\mathbf{z}) \mathbf{A}_i^j, \quad i = 1, \dots, n_a \quad (3.31)$$

$$\mathbf{B}_i(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{N_r} h_j(\mathbf{z}) \mathbf{B}_i^j, \quad i = 1, \dots, n_b \quad (3.32)$$

$$\mathbf{c}(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{N_r} h_j(\mathbf{z}) \mathbf{c}^j \quad (3.33)$$

où $0 \leq h_j(\mathbf{z}) \leq 1$ est la valeur de vérité normalisée du $j^{\text{ème}}$ règle (vérifie les conditions de la propriété de somme convexe (3.12),

$$h_j(\mathbf{z}) = \frac{\prod_{i=1}^n A_{i,j}(z_i)}{\sum_{j=1}^{N_r} \prod_{i=1}^n A_{i,j}(z_i)} \quad (3.34)$$

3.6. Identification des modèles flous

L'identification et la modélisation floues à partir de données expérimentales sont des outils efficaces pour approximer les systèmes non linéaires. Parmi les modèles largement utilisés, nous trouvons ceux de Takagi-Sugeno [6,80]. L'une des techniques utilisées pour construire ces modèles est la classification floue [81,82] combinée aux techniques des moindres carrés [83]. L'identification d'un modèle flou par l'utilisation des données d'entrée-sortie peut être divisée en deux tâches: l'identification de la structure, qui détermine le type et le nombre de règles et de fonctions d'appartenance, ainsi que l'identification des paramètres.

3.6.1. Structure du modèle flou

En modélisation floue des systèmes, la sélection de la structure implique habituellement les choix suivants [84] :

- **Variables d'entrée et de sortie :** Dans les systèmes complexes, il n'est pas toujours facile de déterminer quelles variables devraient être employées comme entrées du modèle. Dans le cas des systèmes dynamiques, on doit également estimer l'ordre du système. Pour le modèle entrée-sortie NARX représenté par l'expression (3.22) cela signifie qu'il faut définir le nombre de retards, d'entrée et de sortie, n_a et n_b . Plusieurs sources d'information typiques permettent de faciliter ce choix, tels que la connaissance préalable (connaissance sur le comportement du système). Parfois, des méthodes de sélection automatique de structure (l'ordre du système) basées sur des données peuvent être utilisées pour comparer différents choix en termes de critères de performance [85-91].
- **Structure des règles :** Ce choix implique le type de modèle (linguistique, singleton, Takagi-Sugeno) et la forme de l'antécédent (fonctions d'appartenance multivariées ou dans la forme composée).

- **Nombre et type de fonctions d'appartenance pour chaque variable :** Ce choix détermine le niveau de détail (granularité) du modèle. De nouveau, le but de la modélisation ainsi que la connaissance disponible vont influencer cette sélection. Des méthodes automatiques basées sur des données peuvent être utilisés pour ajouter ou supprimer des fonctions d'appartenance dans le modèle.
- **Type de mécanisme d'inférence, opérateurs logiques, méthode de défuzzification :** Ces choix sont restreints par le type de modèle flou choisi (Mamdani ou TS), ainsi que par les opérateurs flous sélectionnés. Pour faciliter l'optimisation des modèles flous basée sur les données (apprentissage), des opérateurs différentiables (produit, somme) sont souvent préférés aux opérateurs standard min et max.

Une fois que la structure est fixée, la performance de la méthode de modélisation peut être réglée avec précision en ajustant les paramètres. Les termes ajustables des modèles linguistiques sont les paramètres des fonctions d'appartenance de l'antécédent et du conséquent (détermination de sa forme et de sa position) ainsi que les règles (détermination de la correspondance entre les régions floues de l'antécédent et du conséquent). Pour leurs parts, les modèles flous TS ont des paramètres tant dans les fonctions d'appartenance de l'antécédent que dans les fonctions du conséquent (paramètres a_i , b_i et c_i pour le modèle dynamique affine TS (3.23)).

3.6.2. Le problème d'identification et ses solutions

Lorsque la structure du modèle flou est connue précédemment, le but de l'identification est de déterminer les paramètres $\theta = \{a_{j,i}, p_j^i\}$ des ensembles flous et les fonctions du conséquent du modèle.

On considère le modèle flou :

$$\hat{y}(k) = f(x(k), \theta) \quad (3.35)$$

où les paramètres p_j^i et $a_{j,i}$ ont été inclus dans le vecteur des paramètres θ . L'identification de θ est basée sur l'erreur entre la sortie du modèle et la sortie mesurée. Le problème d'estimation de paramètres peut être formulé comme la minimisation d'un critère non linéaire des moindres carrés, de la façon suivante [90]:

$$\begin{aligned}\theta = \arg \min_{\theta} V_N &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N V(k) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - \hat{y}(k)\|^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - f(\mathbf{x}(k), \theta)\|^2\end{aligned}\quad (3.36)$$

où N correspond au nombre disponible de paires de données (entrée-sortie) et $V(k)$ l'erreur entre la sortie du modèle et la sortie mesurée.

En général, la minimum de V_N ne peut pas être calculé analytiquement, donc la minimisation doit être faite par optimisation non linéaire. Les méthodes d'optimisation les plus efficaces sont basées sur une recherche locale itérative dans une direction décroissante à partir du point courant :

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \Delta\theta^{(i)} = \theta^{(i)} - \mu_i R_i^{-1} \nabla \hat{f}_i \quad (3.37)$$

où $\theta^{(i)}$ est l'estimation du paramètre après la $i^{\text{ème}}$ itération, μ_i est un paramètre d'adaptation. R_i^{-1} est une matrice qui modifie la direction de la recherche et $\nabla \hat{f}_i$ dénotes la gradient $V'_N(\theta^{(i)})$.

Le schéma de recherche est composé des trois étapes suivantes [72] :

➤ **L'estimation du gradient de la fonction de coût**

La base de la recherche locale est le gradient :

$$V'_N(\theta^{(i)}) = -\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - f(\mathbf{x}(k), \theta)) h(\mathbf{x}(k), \theta) \quad (3.38)$$

avec :

$$h(\mathbf{x}(k), \theta) = \frac{\partial}{\partial \theta} f(\mathbf{x}(k), \theta) \quad (3.39)$$

➤ **Calcul de la matrice R_i qui modifie la direction de recherche**

Si la direction de recherche n'est pas modifiée, $R_i = I$, où I représente une matrice d'identité, dans ce cas, l'algorithme résultant est appelé algorithmes à directions de descente « *Gradient-Descent Method (GD)* ».

Parmi les méthodes qui ont été mises en œuvre jusqu'à présent pour déterminer les paramètres des modèles flous, la méthode GD permet une identification plus précise [92-

94]. Cette méthode a été initialement utilisée uniquement pour adapter les paramètres conséquents [95].

Il est bien connu que cette méthode n'est pas efficace proche du minimum, en particulier pour les problèmes mal conditionnés. Donc, Il est optimal d'utiliser la méthode de Newton, où:

$$\begin{aligned} R(\theta) &= V_N''(\theta) \\ &= \frac{1}{N} h(\mathbf{x}(k), \theta) h^T(\mathbf{x}(k), \theta) + \frac{1}{N} (y(k) - f(\mathbf{x}(k), \theta)) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(\mathbf{x}(k), \theta) \end{aligned} \quad (3.40)$$

La vraie direction de Newton nécessite l'évaluation de la dérivée seconde :

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} f(\mathbf{x}(k), \theta) \quad (3.41)$$

Ça peut être problématique et coûteux en terme de calcul. Donc, des directions alternatives de recherche sont utilisées en pratique :

– Direction de Gauss-Newton

$$R_i = H_i = \frac{1}{N} h(\mathbf{x}(k), \theta^{(i)}) h^T(\mathbf{x}(k), \theta^{(i)}) \quad (3.42)$$

– Direction de Levenberg-Marquardt

$$R_i = H_i + \delta I \quad (3.43)$$

où le terme δI est utilisé pour éviter les problèmes de mauvais conditionnement.

➤ **Déterminer la taille du pas μ_i**

Si le critère fondamental est vraiment quadratique, la taille idéale de pas serait $\mu_i = 1$. Si μ_i est optimisé dans chaque itération par un algorithme de recherche linéaire, jusqu'à trouver une nouvelle valeur du paramètre qui donne une valeur inférieure du critère. Cette optimisation est appelée la méthode du Gauss-Newton amortie.

L'équation (3.37) estime tous les paramètres de chaque itération. Il existe également des algorithmes en deux étapes et en plusieurs étapes où seuls certains paramètres sont mis à jour simultanément. En ne considérant que la mise à jour du sous-ensemble des paramètres, la charge de calcul de chaque itération devient plus petite. Par exemple, les

paramètres connectés à la partie antécédente du modèle flou peuvent être mis à jour indépendamment des paramètres qui en découlent.

Le modèle flou est non linéaire en les paramètres antécédents $a_{j,i}$ mais il est linéaire en les paramètres conséquents p_j^i . Ensuite, les paramètres $a_{j,i}$ sont à identifier par des techniques basés sur (3.37), tant que les paramètres p_j^i peuvent être déterminés un outil d'optimisation quadratique, qui va être présenté dans la section suivante.

3.6.3. Identification des paramètres des conséquents

3.6.3.1. Identification locale et globale

La sortie du modèle flou TS est linéaire dans les paramètres des conséquents. Par conséquent, le modèle flou TS est pseudo-linéaire et peut être formulé sous la forme prédictiveur suivante [72]:

$$\hat{y}(k) = \sum_{j=1}^{N_r} \mathbf{q}^T(k) \beta_j \theta_j + e(k) \quad (3.44)$$

où $\mathbf{q}(k)$ est le $k^{\text{ième}}$ vecteur de régression lié aux variables des fonctions des conséquents du modèle flou TS, θ_j est le vecteur de paramètres du $j^{\text{ième}}$ ($j=1, \dots, N_r$) modèle local (règle), et $e(k)$ est une séquence de bruit blanc de moyenne nulle.

L'ensemble des données, noté $Z = \{y(k), \mathbf{x}(k) : k=1, \dots, N\}$, est construit par la concaténation de la matrice et le vecteur de données (entrée et sortie, respectivement) $Q \in \mathfrak{R}^{N \times p}$ et $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^N$, ainsi la matrice de pondération $\beta_j \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ tel que :

$$Q = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(1) \\ \mathbf{q}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{q}(N) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix}, \quad \beta_j = \begin{bmatrix} \beta_j(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_j(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \beta_j(N) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\theta_j = [p_j^0 \cdots p_j^m]^T \quad (3.46)$$

Dans le cas non contraint (aucune connaissance préalable n'est utilisée), ces paramètres peuvent être estimés par des techniques linéaires des moindres carrés. Pour ce faire, une approche globale ou locale peut être suivie. Avec l'approche globale, les paramètres de tous les conséquents de règles sont estimés dans un problème de moindres carrés, ce qui donne le prédicteur optimal suivant [63] :

$$\min_{\theta} \frac{1}{N} (\mathbf{y} - \tilde{Q}\theta)^T (\mathbf{y} - \tilde{Q}\theta) \quad (3.47)$$

où \tilde{Q} est une matrice composée des matrices β_j et Q comme :

$$\tilde{Q} = [\beta_1 Q, \beta_2 Q, \dots, \beta_{N_r} Q] \quad (3.48)$$

et le vecteur θ est donné par :

$$\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_{N_r}^T]^T \quad (3.49)$$

L'estimation optimale de (3.47) est :

$$\theta = [\tilde{Q}^T \tilde{Q}]^{-1} \tilde{Q}^T \mathbf{y} \quad (3.50)$$

L'analyse de la complexité de calcul de la méthode globale montre que la charge de calcul augmente cubiquement avec le nombre de règles. A cause de cette complexité cubique, l'estimation des paramètres globaux devient coûteuse en calcul pour les systèmes flous avec de nombreuses règles. L'approche d'estimation des paramètres locaux n'estime pas tous les paramètres simultanément; les paramètres des règles sont estimés séparément, en utilisant un ensemble de critères d'estimation locaux :

$$\min_{\theta_j} \frac{1}{N} (\mathbf{y} - Q\theta_j)^T \beta_j (\mathbf{y} - Q\theta_j) \quad (3.51)$$

L'estimation pondérée par les moindres carrés des paramètres des conséquents de règle est donnée par :

$$\theta_j = (Q^T \beta_j Q)^{-1} Q^T \beta_j \mathbf{y} \quad (3.52)$$

Il est intéressant de noter que dans le cas du modèle singleton, $\beta_j = p_j^0$ et Q est une colonne unitaire. Par conséquent, l'estimation des paramètres locaux est identique à la méthode d'identification heuristique développée dans [96].

$$p_j^0 = \frac{\sum_{k=1}^N \beta_j(k) y(k)}{\sum_{k=1}^N \beta_j(k)} \quad (3.53)$$

Bien que l'algorithme des moindres carrés pondérés évalue les paramètres des modèles locaux séparément, il peut être calculé en un problème de moindres carrés compact comme :

$$\theta = (\bar{Q}^T \beta \bar{Q})^{-1} \bar{Q}^T \beta \bar{y} \quad (3.54)$$

avec :

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_{N_r} \end{bmatrix}, \quad \bar{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y} \\ \vdots \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

En utilisant cette formulation, l'optimisation locale et globale peut être facilement combinée [72,97]:

$$\min_{\theta} \lambda_1 (\mathbf{y} - \tilde{Q}\theta)^T (\mathbf{y} - \tilde{Q}\theta) + \lambda_2 (\bar{\mathbf{y}} - \bar{Q}\theta)^T \beta (\bar{\mathbf{y}} - \bar{Q}\theta) \quad (3.56)$$

où λ_1 et λ_2 représentent le poids de l'identification globale et locale.

En mettant la dérivée par rapport à θ de cette fonction de coût à zéro, on trouve que :

$$0 = 2\lambda_1 \tilde{Q}^T (\mathbf{y} - \tilde{Q}\theta) + 2\lambda_2 \bar{Q}^T \beta (\bar{\mathbf{y}} - \bar{Q}\theta) \quad (3.57)$$

L'estimation mixte (globale-locale) des moindres carrés des paramètres peut être obtenue :

$$\theta = (\lambda_1 \tilde{Q}^T \tilde{Q} + \lambda_2 \bar{Q}^T \beta \bar{Q})^{-1} (\lambda_1 \tilde{Q}^T \mathbf{y} + \lambda_2 \bar{Q}^T \beta \bar{\mathbf{y}}) \quad (3.58)$$

Cette méthode est capable d'ajuster les paramètres du modèle flou TS en se basant sur la préférence d'utilisateur, en générant des modèles avec un bon compromis en termes d'ajustement global et d'interprétation optimal. C'est extrêmement important que l'identification local donne un estimé optimal des modèles locaux, mais il ne fournit pas un modèle flou optimal en terme d'erreur minimale de modélisation [98], parce que l'agrégation des règles n'a pas été prise en compte. La méthode globale n'est pas robuste pour des modèles flous sur-paramétrés et / ou mal structurés. Par conséquent, cela conduit à des modèles locaux non transparents. En cas d'apprentissage local, un effet de régularisation a été démontré [99]. Il y a donc un compromis entre l'interprétabilité locale, le changement progressif du comportement du modèle local et la petite erreur de modélisation globale attendue.

3.6.3.2. Identification des modèles flous MIMO de Takagi-Sugeno

Dans la section précédente, l'identification de systèmes dynamiques à mono-entrée et mono-sortie (SISO, *Single-Input Single-Output*) a été envisagée. Le but de cette section est d'illustrer que ces outils peuvent être facilement étendus à des systèmes multi-entrées multi-sorties (MIMO) représentés par des modèles flous TS introduits dans la section 3.5.3, qui peuvent formulés par les règles suivantes :

$$R_j : \text{Si } z_1 \text{ est } A_{1,j} \text{ et } \dots \text{ et } z_n \text{ est } A_{n,j} \text{ Alors} \quad (3.59)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{A}_i^j \mathbf{y}(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \mathbf{B}_i^j \mathbf{u}(k-i-n_d) + \mathbf{c}^j$$

où $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{n_y}]^T$ est le vecteur de sortie de dimension n_y et $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_{n_u}]^T$ est le vecteur d'entrée de dimension n_u , n_a et n_b sont les retards maximaux pris en compte pour les sorties et les entrées, n_d est le temps mort discret minimum.

Comme dans le cas du système SISO, le modèle flou pseudo-linéaire multivariable peut être formulé sous la forme de prédicteur suivante [72]:

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \sum_{j=1}^{N_r} \theta_j \mathbf{q}(k) \beta_j + e(k) \quad (3.60)$$

tel que \mathbf{q} est le vecteur de régression

$$\mathbf{q}(k) = [\mathbf{y}(k-1)^T, \dots, \mathbf{y}(k-n_a)^T, \mathbf{y}(k-1)^T, \mathbf{u}(k-1-n_d)^T, \dots, \mathbf{u}(k-n_b-n_d)^T, I_{1 \times n_y}]^T \quad (3.61)$$

et θ_j est la matrice de paramètres du $j^{\text{ième}}$ règle (modèle local)

$$\theta_j = [\mathbf{A}_1^j, \dots, \mathbf{A}_{n_a}^j, \mathbf{B}_1^j, \dots, \mathbf{B}_{n_b}^j, \mathbf{C}^j] \quad (3.62)$$

et $e(k)$ est une séquence de bruit blanc de moyenne nulle.

La sortie de ce modèle est linéaire dans les éléments des matrices consécutives \mathbf{A}_i^j , \mathbf{B}_i^j et le vecteur de décalage \mathbf{C}^j . Donc, ces paramètres peuvent être estimés à partir de données d'entrée-sortie de processus par des techniques linéaires des moindres carrés. Par conséquent, si les N paires de données d'identification et les valeurs de vérité des règles floues sont disposées dans les matrices [72] :

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{q}(1) | \mathbf{q}(2) | \dots | \mathbf{q}(N)]^T \quad (3.63)$$

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1) | \mathbf{y}(2) | \dots | \mathbf{y}(N)]^T \quad (3.64)$$

$$\beta_j = \begin{bmatrix} \beta_j(1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_j(2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \beta_j(N) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Les méthodes d'estimation globale et locale présentées dans la section précédente peuvent être appliquées d'une manière simple, par exemple, l'estimation pondérée des moindres carrés des paramètres de règle consécutifs est donnée en fonction de (3.52) :

$$\theta_j = (\mathbf{Q}^T \beta_j \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T \beta_j \mathbf{Y} \quad (3.66)$$

Une méthode proposée dans [72], Pour l'implémentation par ordinateur au lieu d'utiliser la relation (3.66), il est plus efficace de multiplier d'abord chaque $\mathbf{q}(i)$ et $\mathbf{y}(i)$ par $\sqrt{\beta_j(1)}$:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_j = \left[\sqrt{\beta_j(1)}\mathbf{Q}(1) \mid \sqrt{\beta_j(2)}\mathbf{Q}(2) \mid \dots \mid \sqrt{\beta_j(N)}\mathbf{Q}(N) \right]^T \quad (3.67)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_j = \left[\sqrt{\beta_j(1)}\mathbf{y}(1) \mid \sqrt{\beta_j(2)}\mathbf{y}(2) \mid \dots \mid \sqrt{\beta_j(N)}\mathbf{y}(N) \right]^T \quad (3.68)$$

et calculer le θ_j par :

$$\theta_j = \left[\tilde{\mathbf{Q}}_j^T \tilde{\mathbf{Q}}_j \right]^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_j^T \tilde{\mathbf{Y}}_j \quad (3.69)$$

3.6.4. Validation numérique du modèle flou

Pour évaluer la qualité de l'approximation (performance numérique) obtenue par les modèles flous TS, il existe généralement deux critères d'évaluation :

- **RMSE**, Erreur quadratique moyenne (*Root Mean Square Error*) : c'est une mesure globale sur le nombre total de points de l'écart par rapport à la valeur attendue. Sa valeur optimale est zéro; ce critère est défini par l'expression suivante [84] :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (3.70)$$

où $1 \leq k \leq N$ est le nombre de points considérés pour la modélisation, y est la sortie mesurée et \hat{y} est la sortie du modèle.

- **VAF**, (*Variance Accounted For*) donnée en pourcentage, introduit par Babuška [100], ce critère permet d'évaluer en pourcentage la qualité d'un modèle en mesurant l'écart normalisé de la variance entre deux signaux. Sa valeur optimale est 100% quand les deux signaux sont égaux, dans le cas contraire, la VAF varie entre 0% et 100%. La VAF est définie par :

$$VAF = \left[1 - \frac{\text{var}(y - \hat{y})}{\text{var}(y)} \right] \times 100\% \quad (3.71)$$

où « var » dénote la variance d'un signal quasi-stationnaire. Dans le cas idéal, c'est-à-dire avec un modèle exact du système et un jeu de conditions initiales parfaitement connu, les séquences y et \hat{y} sont identiques et la VAF est de 100%.

3.7. Modélisation floue de la pile à combustible SOFC

Selon la section 3.6, on peut identifier deux modèles dynamiques flous TS MISO à temps discret combinés du système SOFC tubulaire illustré dans le chapitre 2, un modèle pour la tension de sortie et un autre modèle pour le taux d'utilisation du combustible (figure 3.5). Dans ce travail, chaque modèle TS a trois entrées :

- Deux entrées manipulées : le débit molaire du combustible (Hydrogène) q_F et le débit molaire de l'oxygène q_O .
- Une entrée feedforward : Le courant de charge I_D .

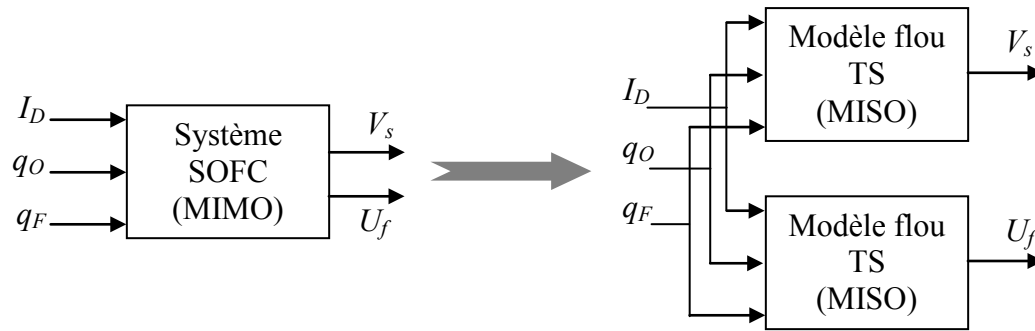


Figure 3.5 : Diagramme de la structure de modélisation du système SOFC

En choisissant les fonctions d'appartenance pour la variable de prémisse I_D comme :

$$"Faible" : MF^1 = \begin{cases} 1, & Si \ I_D \leq 80 \\ 1 - \frac{I_D - 80}{100 - 80}, & Si \ 80 \leq I_D \leq 100 \\ 0, & Si \ I_D \geq 100 \end{cases} \quad (3.72)$$

$$"Moyen" : MF^2 = \begin{cases} 1 - MF^1 & Si \ I_D \leq 100 \\ 1 - MF^3 & Si \ I_D \geq 120 \end{cases} \quad (3.73)$$

$$\text{"Elevé"} : MF^3 = \begin{cases} 0, & \text{Si } I_D \leq 100 \\ \frac{I_D - 100}{120 - 100}, & \text{Si } 100 \leq I_D \leq 120 \\ 1, & \text{Si } I_D \geq 120 \end{cases} \quad (3.74)$$

qui sont représentés sur la figure 3.6,

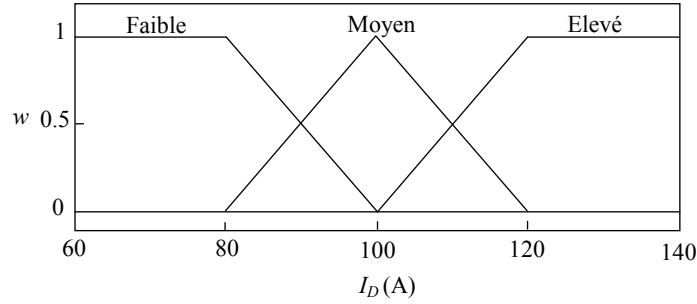


Figure 3.6 : Fonctions d'appartenances du courant de charge I_D

et en utilisant la méthode décrite dans la section 3.6.3, avec les vecteurs de régression $q_1(k)$ et $q_2(k)$ sont donnés par :

$$q_1(k) = [V_s(k), V_s(k-1), V_s(k-2), q_F(k), q_F(k-1), q_F(k-2), q_O(k), q_O(k-1), q_O(k-2), I_D(k), I_D(k-1), I_D(k-2)]^T \quad (3.75)$$

$$q_2(k) = [U_f(k), U_f(k-1), U_f(k-2), q_F(k), q_F(k-1), q_F(k-2), q_O(k), q_O(k-1), q_O(k-2), I_D(k), I_D(k-1), I_D(k-2)]^T \quad (3.76)$$

Les vecteurs θ_1 et θ_2 sont définis comme :

$$\theta_1 = [\theta_{11}^T, \theta_{12}^T, \theta_{13}^T]^T \quad (3.77)$$

$$\theta_2 = [\theta_{21}^T, \theta_{22}^T, \theta_{23}^T]^T \quad (3.78)$$

avec :

$$\theta_{1i} = [a_{11}^i, a_{12}^i, a_{13}^i, b_{11}^i, b_{12}^i, b_{13}^i, c_{11}^i, c_{12}^i, c_{13}^i, d_{11}^i, d_{12}^i, d_{13}^i]^T, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.79)$$

$$\theta_{2i} = [a_{21}^i, a_{22}^i, a_{23}^i, b_{21}^i, b_{22}^i, b_{23}^i, c_{21}^i, c_{22}^i, c_{23}^i, d_{21}^i, d_{22}^i, d_{23}^i]^T, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.80)$$

Donc les modèles flous TS MISO qui seront identifiés sont de la forme :

➤ **Modèle 1 (pour la tension de sortie)**

Règle i : Si le courant de charge I_D est M_i Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & a_{11}^i V_s(k) + a_{12}^i V_s(k-1) + a_{13}^i V_s(k-2) \\ & + b_{11}^i q_F(k) + b_{12}^i q_F(k-1) + b_{13}^i q_F(k-2) \\ & + c_{11}^i q_O(k) + c_{12}^i q_O(k-1) + c_{13}^i q_O(k-2) \\ & + d_{11}^i I_D(k) + d_{12}^i I_D(k-1) + d_{13}^i I_D(k-2) \end{aligned} \quad (3.81)$$

➤ **Modèle 2 (pour le taux d'utilisation du combustible)**

Règle i : Si le courant de charge I_D est M_i Alors

$$\begin{aligned} U_f(k+1) = & a_{21}^i U_f(k) + a_{22}^i U_f(k-1) + a_{23}^i U_f(k-2) \\ & + b_{21}^i q_F(k) + b_{22}^i q_F(k-1) + b_{23}^i q_F(k-2) \\ & + c_{21}^i q_O(k) + c_{22}^i q_O(k-1) + c_{23}^i q_O(k-2) \\ & + d_{21}^i I_D(k) + d_{22}^i I_D(k-1) + d_{23}^i I_D(k-2) \end{aligned} \quad (3.82)$$

Il est facile d'identifier les deux modèles dynamiques flous TS (3.83) et (3.84) du système pile à combustible de type SOFC comme suit :

➤ **Le premier modèle flou TS MISO**

Règle 1 : Si le courant de charge I_D est *Faible* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 1.15778V_s(k) + 0.55134V_s(k-1) - 0.70898V_s(k-2) \\ & + 0.35258q_F(k) - 0.42206q_F(k-1) + 0.34322q_F(k-2) \\ & - 0.39029q_O(k) - 0.86401q_O(k-1) - 0.49042q_O(k-2) \\ & - 0.04630I_D(k) + 0.01094I_D(k-1) + 0.03489I_D(k-2) \end{aligned}$$

Règle 2 : Si le courant de charge I_D est *Moyen* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 0.54731V_s(k) + 0.61559V_s(k-1) - 0.21283V_s(k-2) \\ & - 0.98644q_F(k) + 0.20439q_F(k-1) - 0.22678q_F(k-2) \\ & + 0.83198q_O(k) - 0.99770q_O(k-1) - 0.07510q_O(k-2) \\ & + 0.03764I_D(k) - 0.02100I_D(k-1) + 0.01478I_D(k-2) \end{aligned} \quad (3.83)$$

Règle 3 : Si le courant de charge I_D est *Elevé* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 1.04761 V_s(k) + 0.69987 V_s(k-1) - 0.74506 V_s(k-2) \\ & - 0.92862 q_F(k) - 0.64784 q_F(k-1) + 0.44326 q_F(k-2) \\ & - 0.05303 q_O(k) - 0.69455 q_O(k-1) - 0.31775 q_O(k-2) \\ & - 0.04519 I_D(k) + 0.0618 I_D(k-1) + 0.03769 I_D(k-2) \end{aligned}$$

➤ **Le deuxième modèle flou TS MISO**

Règle 1 : Si le courant de charge I_D est *Faible* Alors

$$\begin{aligned} U_f(k+1) = & 0.0844 U_f(k) + 0.1577 U_f(k-1) - 0.0590 U_f(k-2) \\ & - 0.5880 q_F(k) + 0.8959 q_F(k-1) - 0.8359 q_F(k-2) \\ & - 0.7886 q_O(k) - 0.7159 q_O(k-1) - 0.6671 q_O(k-2) \\ & + 0.0172 I_D(k) + 0.0074 I_D(k-1) - 0.0218 I_D(k-2) \end{aligned}$$

Règle 2 : Si le courant de charge I_D est *Moyen* Alors

$$\begin{aligned} U_f(k+1) = & 0.8624 U_f(k) + 0.4573 U_f(k-1) + 0.4757 U_f(k-2) \\ & - 0.8732 q_F(k) + 0.7209 q_F(k-1) + 0.8688 q_F(k-2) \\ & + 0.9688 q_O(k) + 0.7179 q_O(k-1) + 0.5711 q_O(k-2) \\ & + 0.0268 I_D(k) - 0.6448 I_D(k-1) - 0.2028 I_D(k-2) \end{aligned} \quad (3.84)$$

Règle 3 : Si le courant de charge I_D est *Elevé* Alors

$$\begin{aligned} U_f(k+1) = & -0.7321 U_f(k) - 0.9382 U_f(k-1) + 0.8783 U_f(k-2) \\ & - 0.3974 q_F(k) - 0.4089 q_F(k-1) - 0.3341 q_F(k-2) \\ & - 0.0659 q_O(k) + 0.2964 q_O(k-1) - 0.9495 q_O(k-2) \\ & + 0.6844 I_D(k) + 0.1181 I_D(k-1) + 0.7082 I_D(k-2) \end{aligned}$$

Résultats de la simulation :

Les résultats dans les figures 3.7, 3.8 et 3.9 représentent respectivement les signaux d'entrée du système SOFC, la tension de sortie V_s et le taux d'utilisation du combustible U_f du système SOFC, et ceux des modèles flous TS V_{smf} et U_{fmf} .

Pour évaluer les résultats de la modélisation, on utilise l'erreur quadratique moyenne (RMSE) définie dans l'équation (3.70). Le RMSE de la tension de sortie et le taux d'utilisation du combustible sont respectivement de 0,1436 et 0,1328. Ces valeurs sont comparées dans le tableau 3.1, avec les résultats obtenus pour d'autres méthodes de modélisation. On peut conclure qu'en utilisant les modèles flous TS proposés, le comportement dynamique du modèle SOFC physique peut être approximé avec une bonne précision.

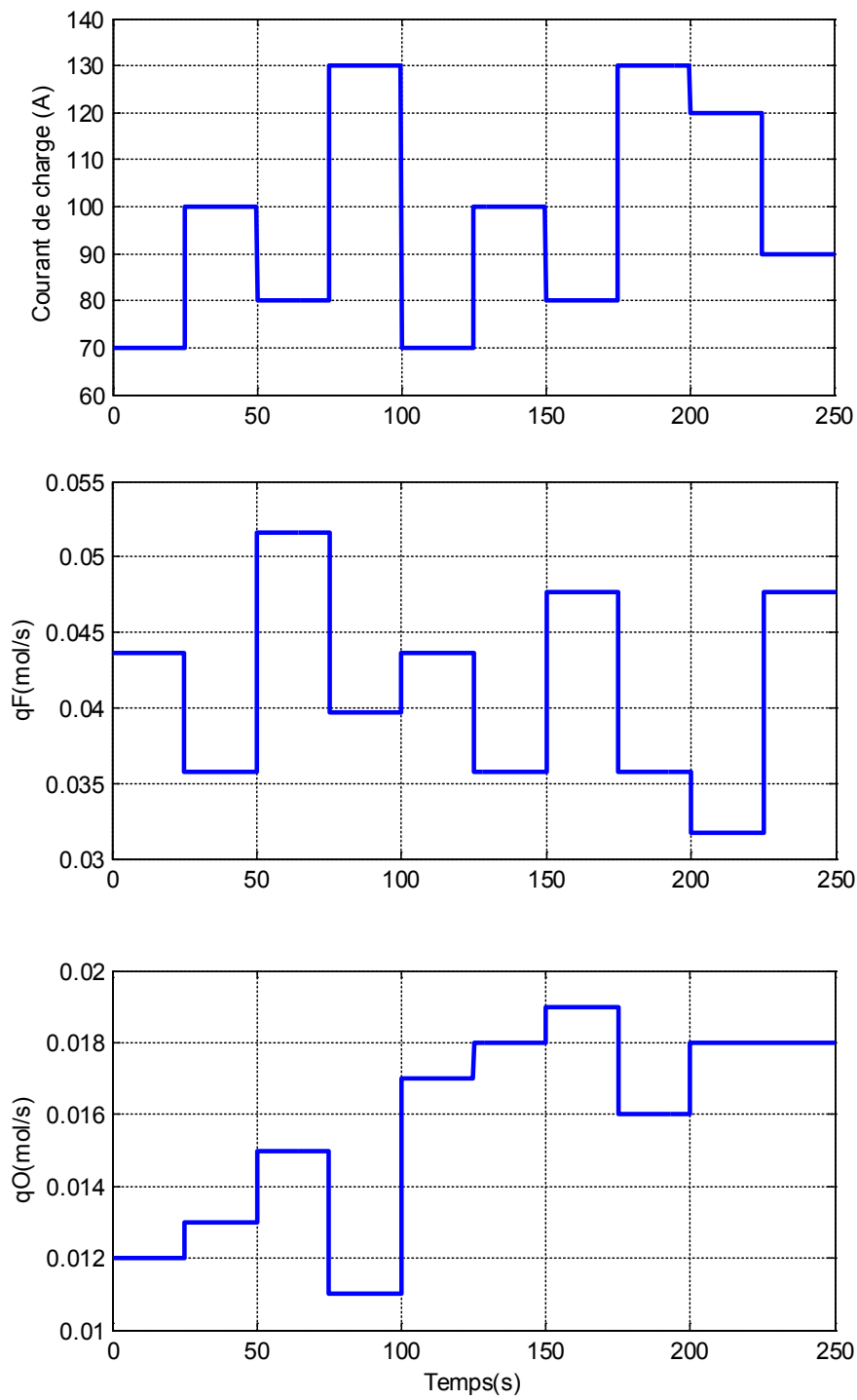


Figure 3.7 : Les signaux d'entrée du système SOFC

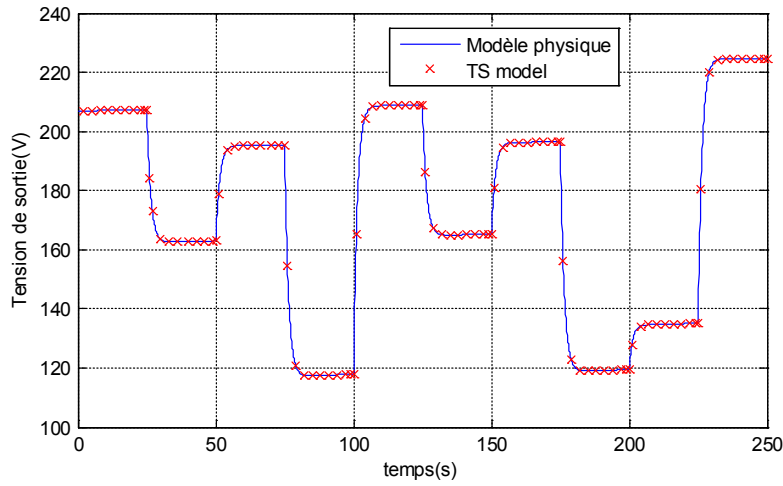


Figure 3. 8 : La tension de sortie du système SOFC

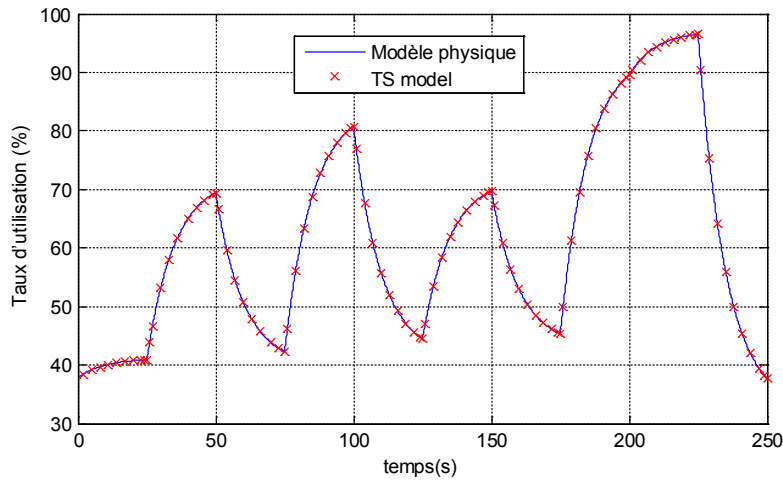


Figure 3. 9 : Le taux d'utilisation du combustible

Références	Modèles identifiés	RMSE	
		V_s	U_f
[101]	GA-RBF (Genetic Algorithm-Radial Basis function) neural network model	1.1836	-
[10]	NARMA (Nonlinear Autoregressive-moving Average) TS fuzzy model	0.2582	-
[102]	Modified OIF (Output-Input Feedback) Elman neural network model	0.2573	-
Ce travail	NARX TS fuzzy model	0.1436	0.1328

Tableau 3.1. Comparaison des méthodes de modélisation

3.8. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de faire le tour d'horizon des principes théoriques nécessaires à la compréhension de la modélisation et de l'identification floue de systèmes à partir des données entrée-sortie. Après d'avoir introduit des concepts de base concernant la structure générale et les différents types de modèles flous, nous avons étudié plus particulièrement le modèle de type Takagi-Sugeno.

Dans la dernière section, nous avons utilisé le modèle dynamique de la pile à combustible de type SOFC de configuration géométrique tubulaire illustré dans le chapitre 2, pour obtenir deux modèles dynamiques flous TS multi-entrées/mono-sortie (MISO) à temps discret avec des conséquences linéaires. Ces modèles facilitent la commande du système de pile à combustible SOFC. Les résultats de la simulation montrent que l'erreur de modélisation est négligeable.

Commande Prédictive Floue de la Pile à Combustible SOFC

4.1. Introduction	90
4.2. Généralité sur la commande prédictive	91
4.2.1. Principe de la commande prédictive.....	92
4.2.2. Eléments de la commande prédictive.....	94
4.2.3. Avantages et inconvénients de la commande prédictive.....	95
4.3. Commande prédictive floue sous contraintes avec compensation feedforward.....	96
4.3.1. Modèle de prédiction	97
4.3.2. Optimisation sous contraintes	101
4.4. Commande prédictive floue de la pile à combustible SOFC.....	102
4.5. Conclusion.....	106

4.1. Introduction

Durant ces dernières années, la commande prédictive (*predictive control*) est devenue un outil de commande très précieux et attractif pour la recherche de meilleures performances dans diverses applications. De toutes les commandes modernes dites aussi avancées, la commande prédictive fait partie de l'ensemble des techniques qui peut être employée dans des applications industrielles et dans des travaux de recherche afin de répondre aux problèmes de régulation des systèmes industriels complexes soumis aux contraintes. Le concept de la commande prédictive à base de modèle (MPC : *Model Predictive Control*) n'est pas une stratégie de commande spécifique mais plutôt un ensemble d'algorithmes qui utilisent explicitement le modèle du système dans un problème d'optimisation, à résoudre, afin de déterminer une séquence optimale de commandes satisfaisant les contraintes du système et les performances formulées à travers un certain critère d'optimisation sur une dimension finie ou infini à chaque période d'échantillonnage.

Les premières formulations de la commande prédictive concernant étaient basées sur des modèles linéaires. Alors que, dans la réalité la plupart des processus sont complexes et de comportement non linéaire et non stationnaire où peu de connaissance sur le comportement est disponible, une étape de modélisation de leur comportement peut être difficile et parfois impossible. De plus, même si le système est linéaire ou un modèle linéarisé si possible, la dynamique de la boucle fermée est non linéaire de fait de la présence des contraintes. Dans ce cas, l'utilisation d'un modèle non linéaire est nécessaire pour balayer cette faiblesse. La commande prédictive des systèmes non linéaires a récemment fait l'objet de plusieurs travaux de recherches et plusieurs algorithmes, en particulier ceux utilisant la logique floue et les réseaux de neurones [103,104].

Dans ce chapitre, nous proposons une stratégie de commande prédictive basée sur le modèle dynamique flou de la pile à combustible SOFC développé dans le chapitre précédent.

Nous introduisons d'abord la commande prédictive, en nous focalisant sur : leur principe, les éléments base, la commande prédictive avec contraintes et la commande prédictive floue. Enfin, des résultats de simulation seront présentés et discutés.

4.2. Généralité sur la commande prédictive

La stratégie de la commande prédictive est très similaire à la stratégie utilisée pour la conduite automobile. Le conducteur connaît la trajectoire de référence désirée à l'avance (le tracé de la route) sur un horizon de commande fini (celui de son champ visuel), et en prenant en compte les caractéristiques de la voiture (modèle mental du comportement du véhicule), il décide quelles actions (accélérer, freiner ou tourner le volant) il faut réaliser afin de suivre la trajectoire désirée. Seule la première action de conduite est exécutée à chaque instant, et la procédure est répétée à nouveau pour les prochaines actions (Figure 4. 1).

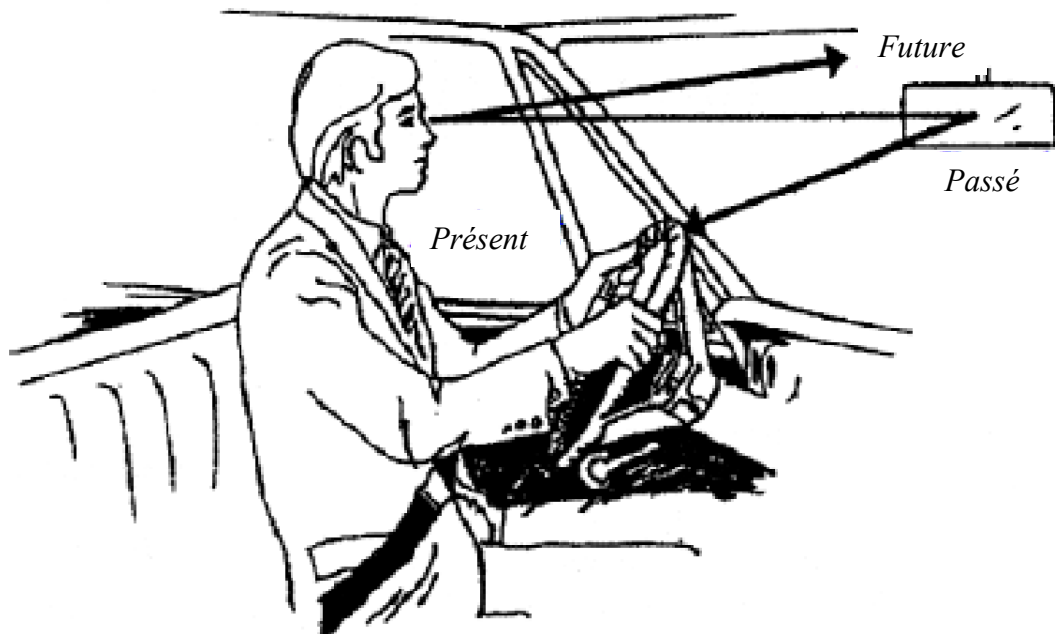


Figure 4.1. Philosophie de la commande prédictive

L'origine de la commande prédictive remonte au début des années 1960, Propoi [105] et Zadeh [106] furent l'un des premiers à proposer explicitement une forme de commande prédictive basée sur un modèle en utilisant une méthode de programmation linéaire. L'idée est d'insérer, dans l'algorithme de commande, un élément de prédiction concernant l'évolution des sorties du procédé, donnée par un modèle. Le calculateur détermine alors, à l'instant d'échantillonnage présent, la séquence de commandes à appliquer sur un horizon de prédiction. A la prochaine période d'échantillonnage, seule la première composante de cette séquence solution est effectivement appliquée au procédé et la résolution recommence de la

même façon en prenant en compte les nouvelles mesures du procédé et ainsi de suite [107]. La deuxième génération qui apparaît au début des années 1980 permet en plus la prise en compte de contraintes sur les entrées et les sorties en posant un problème quadratique (Quadratic Dynamic Matrix Control). La commande prédictive n'a émergé de manière industrielle qu'à partir du milieu des années 1980, même si de nombreux travaux ont fait état de son intérêt dès la fin des années 1970.

4.2.1. Principe de la commande prédictive

Le principe de la commande prédictive consiste à créer pour le système à commander un effet anticipatif par rapport à une trajectoire à suivre connue à l'avance, en se basant sur la prédiction du comportement futur du système et en minimisant l'écart de ces prédictions par rapport à la trajectoire au sens d'une certaine fonction de coût, tout en respectant des contraintes de fonctionnement.

La détermination de la loi de commande prédictive se fait par résolution, d'un problème de commande optimale à horizon fini comme il est illustré dans la figure 4.2. À partir d'une trajectoire de référence à suivre connue à l'avance, en faisant à chaque période d'échantillonnage les étapes suivantes :

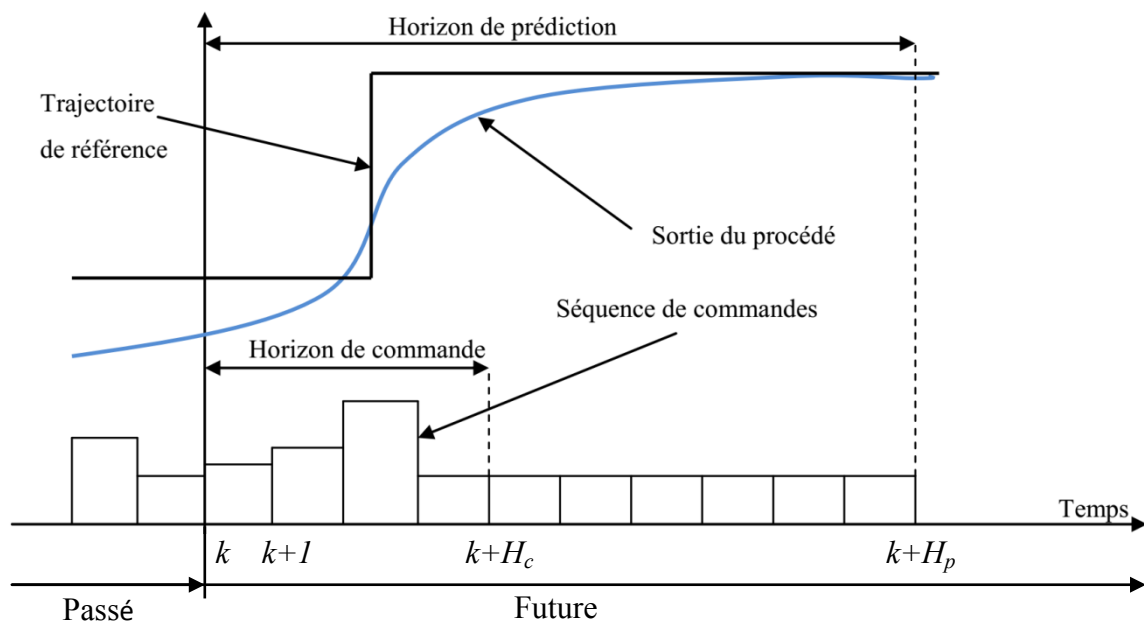


Figure 4.2. Représentation temporelle du principe de la commande prédictive

- 1- Calculer les prédictions des variables de sortie \hat{y} sur l'horizon de prédiction défini H_p . On dénote $y(t+k|t)$ les sorties prédites, $k = 0, 1, \dots, H_p$. Ces sorties sont dépendantes des valeurs de sorties et d'entrées du processus à commander connues jusqu'au temps t .
- 2- Minimiser un critère à horizon fini en fonction : erreurs de prédictions futures, écarts entre la sortie prédite du système et la consigne future.
- 3- Obtenir une séquence de commandes futures sur un horizon de commande H_c inférieure ou égale à H_p .
- 4- Appliquer uniquement la première valeur de cette séquence sur le système.
- 5- Répéter ces étapes à la période d'échantillonnage suivante, selon le principe de l'horizon fuyant.

La figure (4.3) résume le principe de la commande prédictive dans le cas général d'un

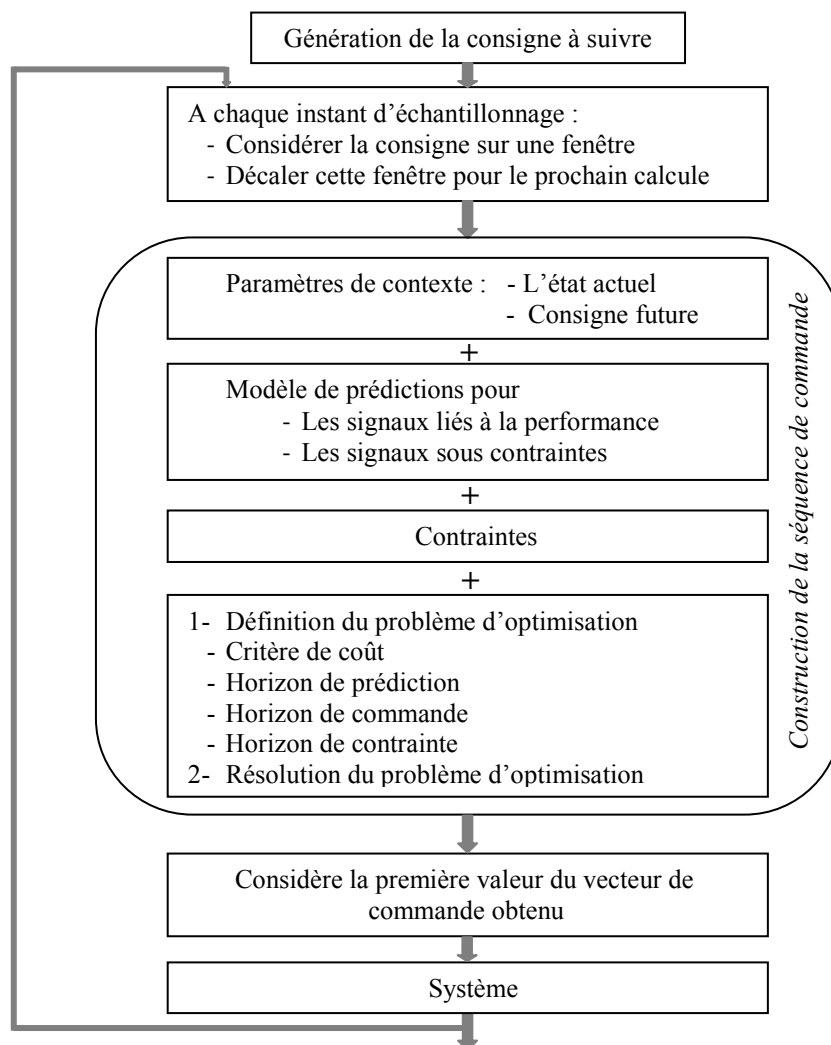


Figure 4.3. Schéma de principe de la commande prédictive

problème de commande optimale sous contraintes sur un horizon glissant.

4.2.3. Éléments de la commande prédictive

Tous les algorithmes de la commande prédictive possèdent les mêmes éléments (figure 4.4), et différentes options peuvent être considérées pour chaque élément, ce qui donne une multitude d'algorithmes. Ces éléments sont :

- 1- Le modèle du système (pour la prédiction)
- 2- Le critère de performances (critère + contraintes)
- 3- L'algorithme d'optimisation (pour déterminer la séquence de commande)

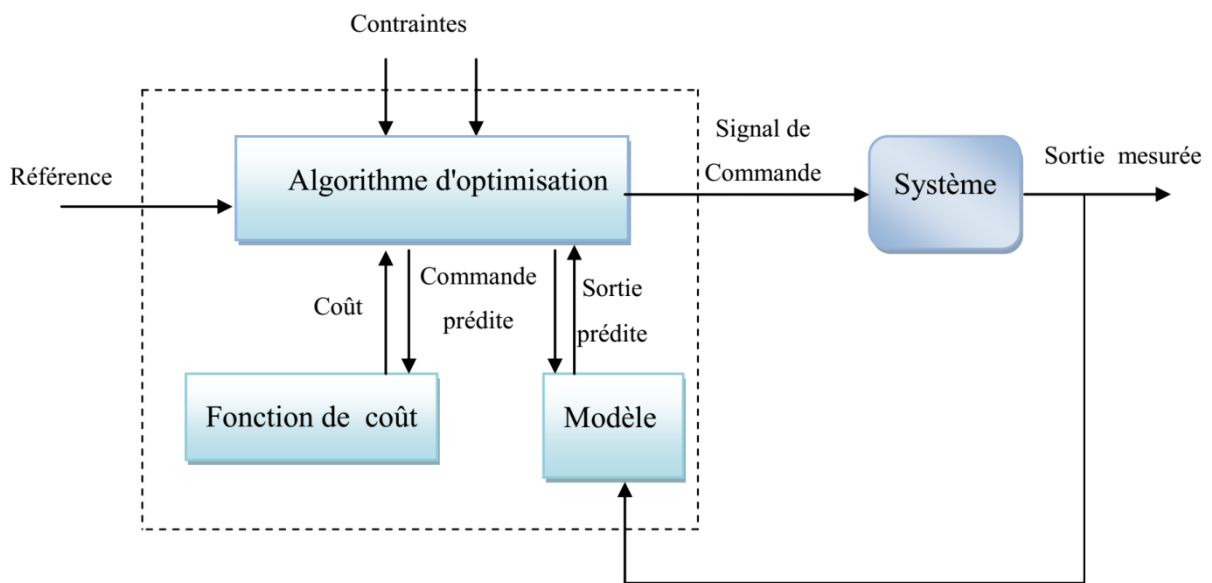


Figure 4.4. Structure de base d'une commande prédictive

- **Modèle de prédiction** : un modèle du système pour prédire l'évolution future des sorties sur l'horizon de prédiction H_p : $\hat{Y} = [\hat{y}(k) \hat{y}(k+1) \dots \hat{y}(k+H_p)]$.
- **Méthode d'optimisation** : pour calculer une séquence de commandes sur l'horizon de commande H_u : $\theta = [u^*(k) u^*(k+1) \dots u^*(k+H_p)]$ qui minimise le critère d'optimisation \mathfrak{J} en satisfaisant les contraintes imposées par l'utilisateur, sachant que $u^*(k+i) = u^*(k+H_u)$ pour $H_u \leq i \leq H_p$.
- **Principe de l'horizon glissant** : qui consiste à déplacer l'horizon $k \rightarrow k+1$ à chaque période d'échantillonnage après l'application de la première commande $u^*(k)$ de la séquence optimale ainsi obtenue.

Généralement, une des raisons principales du succès de la commande prédictive sur les procédés relativement lents est le temps suffisamment long pour pouvoir résoudre le problème d'optimisation associé avant la fin de la période d'échantillonnage $[k; k + 1]$ (le temps réel). Par contre si le système à commander est relativement rapide où le critère associé au problème d'optimisation est non convexe, la période d'échantillonnage est trop courte pour permettre le calcul de la séquence de commandes recherchée.

Pour l'implémentation de la stratégie prédictive, la structure de base de la figure 4.4 est mise en œuvre. Un modèle sert à prédire les futures sorties du système, grâce aux valeurs courantes et passées de la commande et aux commandes optimales futures. Ces dernières sont calculées par une méthode d'optimisation, qui prend en compte la fonction de coût (qui dépend aussi des consignes futures), et éventuellement des contraintes. Donc, Le modèle du système à commander joue un rôle central dans la commande prédictive. Le modèle choisi doit être capable de prendre en compte la dynamique du processus pour prédire précisément les sorties futures.

4.2.3. Avantages et inconvénients de la commande prédictive

La commande MPC présente un certain nombre d'avantages par rapport aux autres méthodes, parmi ces avantages, on peut citer :

- Elle peut être utilisée pour commander une grande variété de processus, ceux qui sont avec des dynamiques simples à ceux plus complexes, par exemple, les systèmes à retard, ou instable.
- Le cas multivariable se traite facilement.
- Le traitement des contraintes imposées sur le système à commander peut être inclus dans l'obtention de la loi de commande.
- MPC fournit une loi de commande en boucle fermée à cause de la résolution à chaque pas d'échantillonnage d'un problème d'optimisation et de l'application de la première partie de la séquence de commande seulement.
- Son caractère prédictif permet de compenser les retards et les temps morts.
- MPC possède de bonnes performances en poursuite de trajectoire parce qu'elle utilise à chaque pas d'échantillonnage une fenêtre (qui se déplace) du signal de référence, qui

peut ainsi exploiter toute information non causale disponible au moment de la synthèse.

- Le réglage de ses paramètres relativement facile la rend accessible aux personnes avec des connaissances limitées en automatique.

Parmi les inconvénients de la commande MPC on peut citer :

- L'inconvénient majeur de la commande prédictive est que les performances sont grandement influencées par le choix des paramètres de synthèse H_p et H_c .
- MPC requiert un certain temps de calcul pour résoudre le problème d'optimisation. Ce temps de calcul doit être inférieur à la période d'échantillonnage du système, donc la commande MPC doit gérer des contraintes temps réel pour les systèmes avec une dynamique rapide. Ce problème a reçu une attention spécifique dans les dix dernières années par le calcul des contrôleurs explicites hors-ligne. Cet inconvénient ne concerne pas les systèmes lents, par conséquent les piles à combustible.

4.3. Commande prédictive floue sous contraintes avec compensation feedforward

La MPC est devenu l'une des techniques de commande les plus attractives dans les industries chimiques et pétrochimiques au cours des trois dernières décennies. Les processus continus et discontinus dans les usines chimiques et pétrochimiques sont intrinsèquement non linéaires et nombre d'entre eux sont hautement non linéaires. Pour un système hautement non linéaire, l'algorithme de MPC linéaire ne peut pas donner des performances dynamiques satisfaisantes. Au cours des vingtaines dernières années, plusieurs chercheurs [108-114] ont développé des algorithmes de commande prédictive de modèle non linéaire (Nonlinear Model Predictive Control ; NMPC) qui acceptent divers types de modèles non linéaires tels que les équations différentielles/algébriques ordinaires non linéaires, les équations différentielles/algébriques partielles, les équations intégro-différentielles et les modèles d'équation de retard. Ces modèles peuvent être précis dans une large gamme de conditions de fonctionnement. Cependant, ces modèles, généralement basés sur les premiers principes, sont très difficiles à développer pour des nombreux cas industriels. De plus, la NMPC incorporant un modèle non linéaire peut nécessiter un effort de calcul considérable pour l'optimisation; cela peut le disqualifier pour les applications en ligne. Si un processus non linéaire peut être décrit de manière précise par un ensemble de sous-modèles linéaires d'une manière ou d'une autre, la conception d'un contrôleur prédictif de modèle peut être grandement simplifiée.

Dans la référence [6], une méthodologie de modélisation basée sur la logique floue TS a été proposée, où un système non linéaire est divisé en un certain nombre de sous-systèmes linéaires ou quasi linéaires. Un modèle empirique quasi linéaire est ensuite développé au moyen d'une logique floue pour chaque sous-système. Le modèle est une implication floue basée sur des règles. L'ensemble du comportement du processus est caractérisé par une somme pondérée des sorties de toutes les implications floues quasi linéaires. La méthodologie facilite le développement d'un modèle non linéaire qui est essentiellement une collection d'un certain nombre de modèles quasi linéaires régulés par la logique floue. Il offre également la possibilité de simplifier la conception des contrôleurs prédictifs de modèle.

En 1993 le premier algorithme MPC basé sur un modèle flou TS a été développé [115]. Cependant, d'énormes difficultés ont été trouvées dans le réglage des paramètres du contrôleur car l'algorithme nécessite une mise à jour fréquente du modèle dans la commande. Dans les dernières années, plusieurs approches [9, 12, 15-17] de la commande prédictive basées sur différents structures des modèles flous TS ont été proposées pour la conception des contrôleurs et ils ont démontrés leurs efficacité et leurs précision élevées.

4.3.1. Modèle de prédiction

Dans ce travail, le modèle global de base pour le calcul de la prédiction est un modèle dynamique flou TS discret avec une entrée feedforward donnée par :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_h x(k) + B_h u(k) + B_{f_h} u_f(k) \\ y(k) = C_h x(k) \end{cases} \quad (4.1)$$

avec

$$A_h = \sum_{l=1}^L h_l A_l, \quad B_h = \sum_{l=1}^L h_l B_l, \quad B_{f_h} = \sum_{l=1}^L h_l B_{f_l}, \quad C_h = \sum_{l=1}^L h_l C_l \quad (4.2)$$

$$h = h_1, \dots, h_L$$

Avec, $x(k) \in \mathfrak{R}^n$ est les variables d'état du système, $u_f(k) \in \mathfrak{R}^{m_f}$ et $u(k) \in \mathfrak{R}^m$ sont respectivement les entrées feedforward et les entrées manipulées, $y(k) \in \mathfrak{R}^p$ sont les variables de sorties et (A_l, B_l, B_{f_l}, C_l) sont les matrices de $l^{ième}$ modèle local, qui est soumis aux contraintes de la commande $u(k)$.

D'après (4.1), l'équation suivante est vérifiée :

$$x(k) = A_h x(k-1) + B_h u(k-1) + B_{f_h} u_f(k-1) \quad (4.3)$$

Nous définissons :

$$\Delta x(k) = x(k) - x(k-1), \Delta u(k) = u(k) - u(k-1), \Delta u_f(k) = u_f(k) - u_f(k-1) \quad (4.4)$$

Ensuite, à partir de (4.1) et (4.3), nous pouvons l'obtenir :

$$\Delta x(k+1) = A_h \Delta x(k) + B_h \Delta u(k) + B_{f_h} \Delta u_f(k) \quad (4.5)$$

On associe $y(k+1)$ avec $\Delta x(k)$:

$$\begin{aligned} \Delta y(k+1) &= y(k+1) - y(k) \\ &= C_h \Delta x(k+1) \\ &= C_h A_h \Delta x(k) + C_h B_h \Delta u(k) + C_h B_{f_h} \Delta u_f(k) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nous définissons une nouvelle variable d'état augmentée :

$$x(k) = \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Le modèle espace-état augmenté du modèle global peut être obtenu :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}^{x(k+1)} = \overbrace{\begin{bmatrix} A_h & O \\ C_h A_h & I \end{bmatrix}}^A \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{x(k)} + \overbrace{\begin{bmatrix} B_h \\ C_h B_h \end{bmatrix}}^B \Delta u(k) + \overbrace{\begin{bmatrix} B_{f_h} \\ C_h B_{f_h} \end{bmatrix}}^{B_f} \Delta u_f(k) \\ y(k) = \overbrace{\begin{bmatrix} O & I \end{bmatrix}}^C \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{x(k)} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

où O est une matrice nulle et I est une matrice d'identité, on peut donc réécrire (4.8) sous la forme suivante [18] :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) + B_f \Delta u_f(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Avec A , B , B_f et C sont les matrices du modèle augmenté.

En prenant le temps actuel k comme point d'échantillonnage de départ, les futures variables d'état augmentées peuvent être représentées comme suit :

$$\begin{aligned}
x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k) + B_f\Delta u_f(k) \\
x(k+2|k) &= Ax(k+1|k) + B\Delta u(k+1|k) + B_f\Delta u_f(k+1|k) \\
&= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1) + AB_f\Delta u_f(k) + B_f\Delta u_f(k+1) \\
x(k+3|k) &= Ax(k+2|k) + B\Delta u(k+2|k) + B_f\Delta u_f(k+2|k) \\
&= A^3x(k) + A^2B\Delta u(k) + AB\Delta u(k+1) + B\Delta u(k+2) \\
&\quad + A^2B_f\Delta u_f(k) + AB_f\Delta u_f(k+1) + B_f\Delta u_f(k+2) \\
&\vdots \\
x(k+H_p|k) &= A^{H_p}x(k) + A^{(H_p-1)}B\Delta u(k) + \dots + A^{(H_p-H_c)}B\Delta u(k+H_c-1) \\
&\quad + A^{(H_p-1)}B_f\Delta u_f(k) + \dots + A^{(H_p-H_c)}B_f\Delta u_f(k+H_c-1)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

et aussi les variables de sortie peuvent être décrites comme suit :

$$\begin{aligned}
y(k+1|k) &= CAx(k) + CB\Delta u(k) + CB_f\Delta u_f(k) \\
y(k+2|k) &= CA^2x(k) + CAB\Delta u(k) + CB\Delta u(k+1) + CAB_f\Delta u_f(k) + CB_f\Delta u_f(k+1) \\
&\vdots \\
y(k+H_p|k) &= CA^{H_p}x(k) + CA^{(H_p-1)}B\Delta u(k) + \dots + CA^{(H_p-H_c)}B\Delta u(k+H_c-1) \\
&\quad + CA^{(H_p-1)}B_f\Delta u_f(k) + \dots + CA^{(H_p-H_c)}B_f\Delta u_f(k+H_c-1)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Les deux formules (4.10) et (4.11) repose sur le fait que $u_f(k)$ est non seulement mesurable mais également prévisible, mais, dans notre travail (commande de la pile à combustible SOFC), la valeur actuelle uniquement peut être mesurée, la valeur future est imprévisible. Dans ce cas, (4.10) et (4.11) peuvent être modifiés respectivement comme suite :

$$\begin{aligned}
x(k+1|k) &= Ax(k) + B\Delta u(k) + B_f\Delta u_f(k) \\
x(k+2|k) &= A^2x(k) + AB\Delta u(k) + B\Delta u(k+1) + AB_f\Delta u_f(k) \\
x(k+3|k) &= A^3x(k) + A^2B\Delta u(k) + AB\Delta u(k+1) + B\Delta u(k+2) + A^2B_f\Delta u_f(k) \\
&\vdots \\
x(k+H_p|k) &= A^{H_p}x(k) + A^{(H_p-1)}B\Delta u(k) + \dots + A^{(H_p-H_c)}B\Delta u(k+H_c-1) + A^{(H_p-1)}B_f\Delta u_f(k)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
y(k+1|k) &= CAx(k) + CB\Delta u(k) + CB_f\Delta u_f(k) \\
y(k+2|k) &= CA^2x(k) + CAB\Delta u(k) + CB\Delta u(k+1) + CAB_f\Delta u_f(k) \\
&\vdots \\
y(k+H_p|k) &= CA^{H_p}x(k) + CA^{(H_p-1)}B\Delta u(k) + \dots + CA^{(H_p-H_c)}B\Delta u(k+H_c-1) \\
&\quad + CA^{(H_p-1)}B_f\Delta u_f(k)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Le modèle de prédiction basé sur le modèle flou (4.1), peuvent être obtenus comme :

$$\hat{Y} = \Theta x(k) + \Gamma \Delta U + \Gamma_f \Delta u_f(k) \tag{4.14}$$

Avec :

$$\hat{Y} = [y(k+1|k) \ y(k+2|k) \ \dots \ y(k+H_p|k)]^T \tag{4.15}$$

$$\Delta U = [\Delta u(k+1|k) \ \Delta u(k+2|k) \ \dots \ \Delta u(k+H_c|k)]^T \tag{4.16}$$

$$\Delta u_f = [\Delta u_f(k+1|k) \ \Delta u_f(k+2|k) \ \dots \ \Delta u_f(k+H_c|k)]^T \tag{4.17}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{H_p-2}B & CA^{H_p-3}B & \dots & CA^{H_p-H_c-1}B \\ CA^{H_p-1}B & CA^{H_p-2}B & \dots & CA^{H_p-H_c}B \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{H_p-1} \\ CA^{H_p} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_f = \begin{bmatrix} CB_f \\ CAB_f \\ \vdots \\ CA^{H_p-1}B_f \\ CA^{H_p-2}B_f \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

4.3.2. Optimisation sous contraintes

La fonction de coût \mathfrak{J} à minimiser à chaque période d'échantillonnage pénalise les écarts des sorties prédites $\hat{y}(k+j|k)$ d'une trajectoire de référence $y_r(k+j|k)$ et les variations du vecteur de commande $\Delta u(k)$, il est généralement donné par :

$$\begin{aligned} \min_u \mathfrak{J} &= \left\| Y_r - \hat{Y} \right\|_S^2 + \left\| \Delta U \right\|_R^2 \\ \text{subject to } \underline{u} &\leq u \leq \bar{u} \\ \underline{\Delta u} &\leq \Delta u \leq \overline{\Delta u} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Avec S et R sont les matrices de pondération,

Les contraintes des variables manipulées peuvent être exprimées sous la forme matricielle suivante :

$$\underline{U} \leq Q \Delta U \leq \bar{U} \Rightarrow \begin{bmatrix} Q \\ -Q \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} \bar{U} \\ -\underline{U} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

D'où

$$\underline{U} = [\underline{u} - u(k-1), \dots, \underline{u} - u(k-1)]_{1 \times (n_u H_c)}^T \quad (4.22)$$

$$\underline{\Delta U} = [\underline{\Delta u}, \dots, \underline{\Delta u}]_{1 \times (n_u H_c)}^T \quad (4.23)$$

$$\bar{U} = [\bar{u} - u(k-1), \dots, \bar{u} - u(k-1)]_{1 \times (n_u H_c)}^T \quad (4.24)$$

$$\overline{\Delta U} = [\overline{\Delta u}, \dots, \overline{\Delta u}]_{1 \times (n_u H_c)}^T \quad (4.25)$$

$$Q = \begin{bmatrix} I \\ I & I \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ I & I & \cdots & I \end{bmatrix}_{H_c \times H_c} \quad (4.26)$$

où I est une matrice d'identité de dimension $n_u \times n_u$ et n_u est le nombre de variables manipulées.

La fonction de coût (4.12) peut alors être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} \min_u \mathfrak{J} &= \left\| Y_r - \Theta x(k) - \Gamma \Delta U - \Gamma_f \Delta u_f(k) \right\|_S^2 + \left\| \Delta U \right\|_R^2 \\ \text{subject to } & \begin{bmatrix} Q \\ -Q \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} \bar{U} \\ -\underline{U} \end{bmatrix} \\ & \underline{\Delta U} \leq \Delta U \leq \overline{\Delta U} \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.4. Commande prédictive floue de la pile à combustible SOFC

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la production d'électricité dans la centrale SOFC est directement affectée par le changement de la charge externe. En effet, pour un fonctionnement stable des équipements électriques, la tension de sortie de ce système d'alimentation doit être à une valeur constante requise. Pour atteindre cet objectif, nous intégrons un contrôleur dans le système SOFC. Dans ce travail, nous utilisons la méthode de commande prédictive (avec une entrée feedforward) basée sur le modèle flou (FMFPC ; Fuzzy Model Feedforward Predictive Control) développé dans le chapitre 3 et illustrée à la figure 4.5.

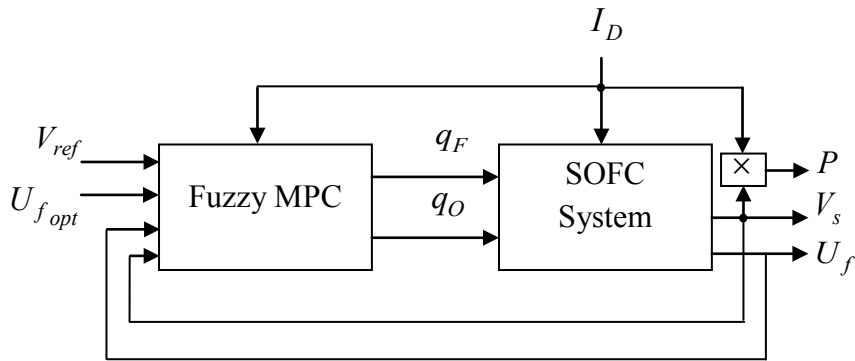


Figure 4.5. Diagramme de la commande FMFPC proposée

En suivant les étapes détaillées dans l'annexe, nous pouvons réécrire les modèles flous dans les équations (3.83) et (3.84) en tant que modèle d'espace d'état avec une entrée feedforward définie dans (4.1), où $u(k)$ est un vecteur d'entrée manipulé composé de débit d'hydrogène et de débit d'oxygène, $u_f(k)$ est le vecteur d'entrée feedforward qui se compose

du courant de charge et $y(k)$ est un vecteur de sortie composé de la tension de sortie et du taux d'utilisation du combustible.

Dans cette section, le FMFPC est utilisé pour contrôler un SOFC étant donné une tension de sortie égale à 164 V, un taux d'utilisation du combustible dans une plage allant de 70% à 90% avec un point de fonctionnement optimal d'environ de 80%, et nous respectons la variation de ΔP et r_{H_2O} dans les marges mentionnées précédemment. La méthode FMFPC utilisée ici est basée sur les modèles flous de (4.1). Les paramètres de MPC sont choisis comme: $H_c = 3$, $H_p = 10$, $Q = 12I$ et $R = 0.4I$.

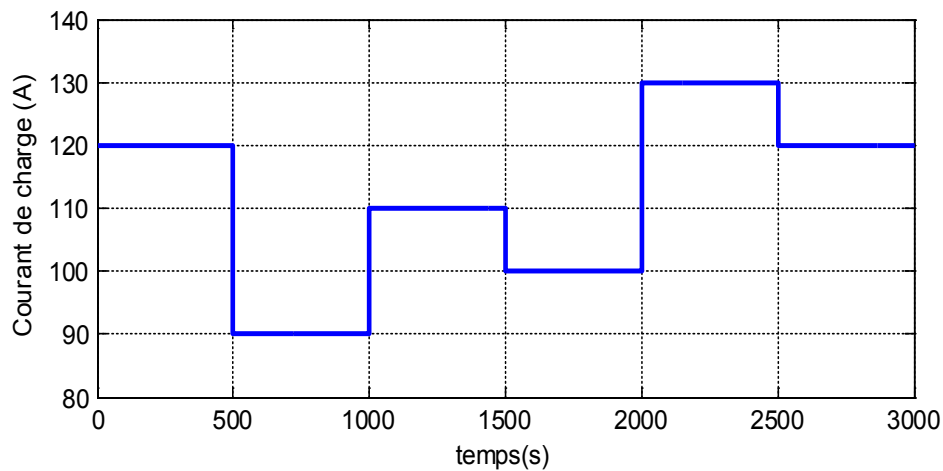


Figure 4.6. Variation du courant de charge

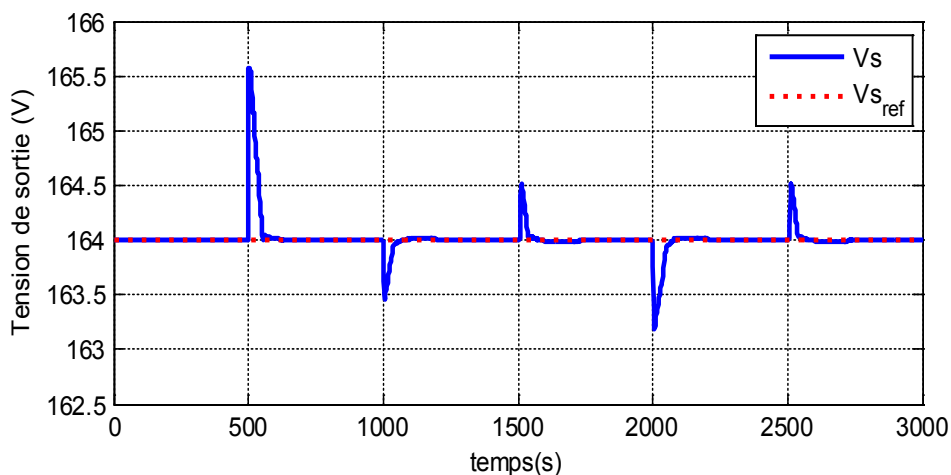


Figure 4. 7. Trajectoire de la tension de sortie par FMFPC

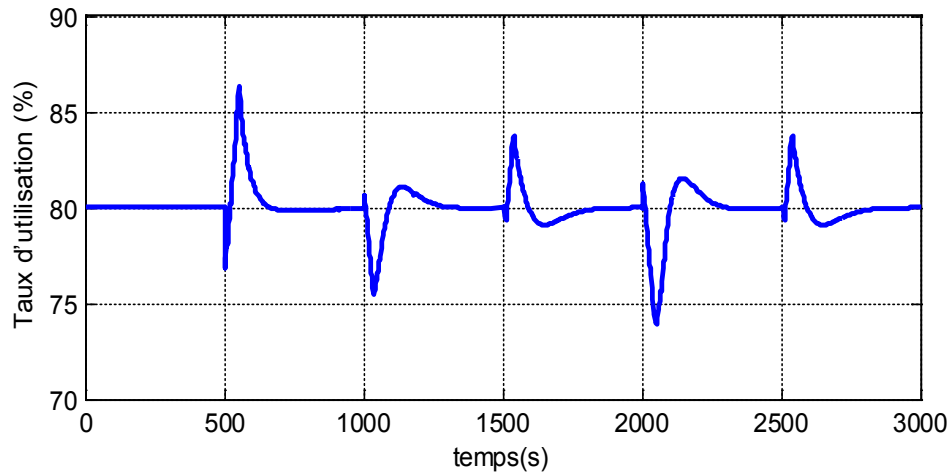


Figure 4. 8. Trajectoire du Taux d'utilisation par FMFPC

En fonctionnement standard, le courant de charge du système SOFC est de 120 A. La tension de référence est supposée être fixée à 164 V. Pour vérifier les performances du système SOFC, nous modifions le courant de la charge par pas de 500 secondes dans une plage de 90 à 130A (figure 4.6).

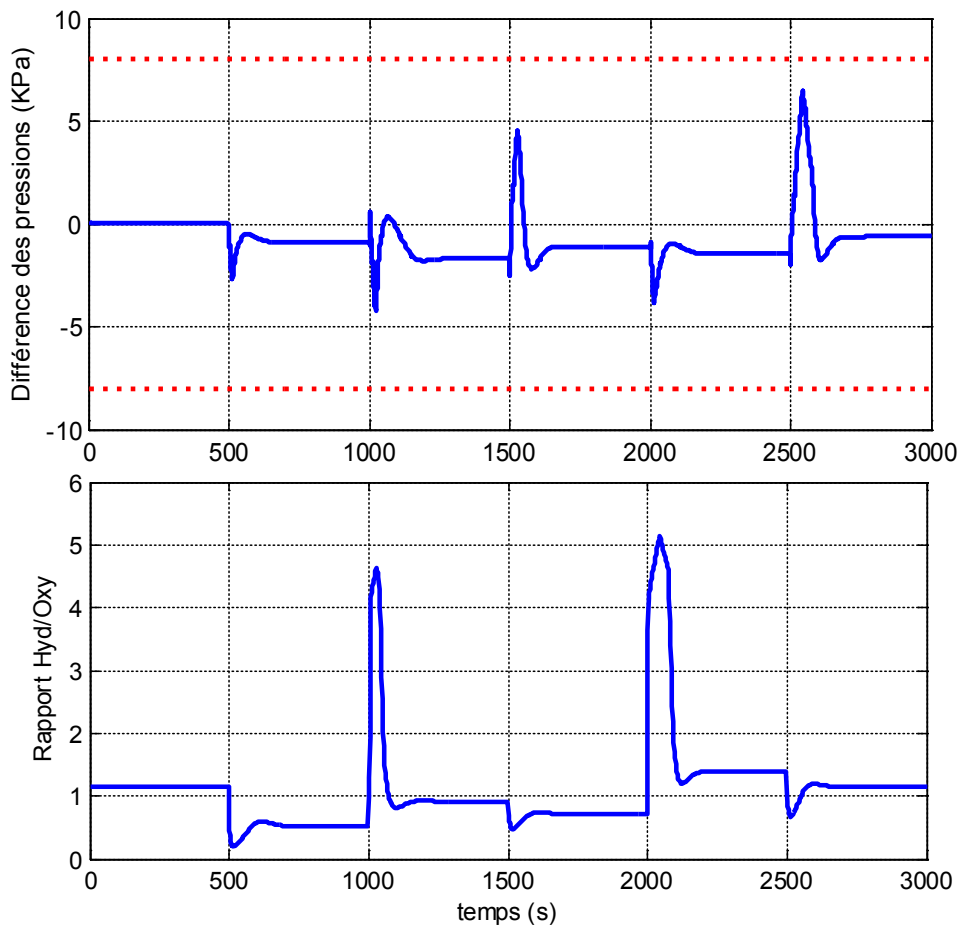


Figure 4. 9. Courbes de suivi des performances

Le FMFPC proposé est considéré ici. Comme le montre les figures (4.7)-(4.9), lorsque le courant de charge change, la tension de sortie change rapidement, puis revient à la valeur de référence, le taux d'utilisation du combustible reste dans la plage requise et les variations des variables surveillées sont maintenues dans la plage de sécurité, de sorte que le FMFPC proposé peut être utilisé pour maintenir la tension de sortie dans sa valeur de référence avec garantie de toutes les performances de SOFC considérées auparavant.

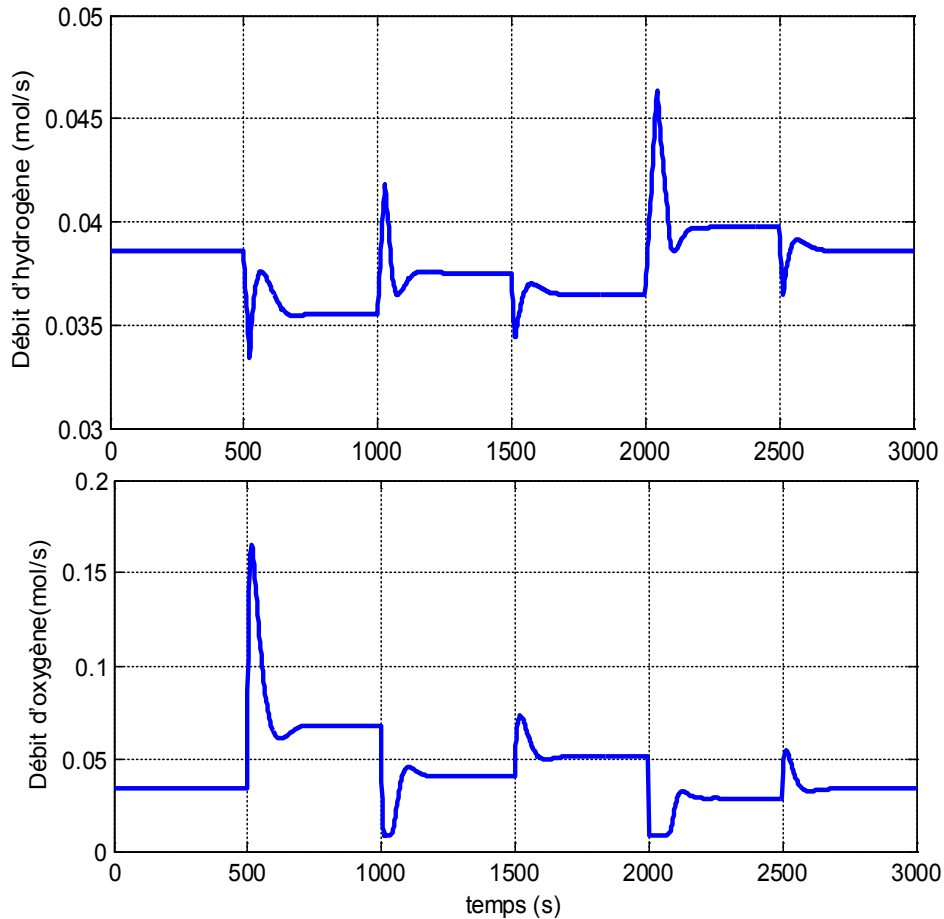


Figure 4.10. Courbes de variables manipulées

En ce qui concerne la comparaison avec les résultats de la référence [18], le rapport entre le débit de combustible / hydrogène et le débit d'oxygène dans [18] sont fixés à $r_{H_O} = 1.145$, de sorte que leur système de commande n'a qu'une seule variable d'entrée manipulée et une charge lente après la réponse (environ 200 s). Alors que dans notre travail, il existe deux entrées indépendantes q_F et q_O dans le système de commande piloté par les données et la charge après une réponse inférieure à 100 s, en général, une plus grande liberté de commande offre plus de possibilités d'amélioration des performances. Dans ce travail, nous avons pris en compte les performances de commande dans la conception et la synthèse des

contrôleurs, de sorte que notre système de commande prédictive floue proposée peut maintenir la capacité de suivi de charge avec une erreur de suivi négligeable.

4.5. Conclusion

La commande prédictive est une technique de commande avancée de l'automatique. Elle est née d'un besoin réel dans le monde industriel. Un besoin de systèmes de régulation capable de performances plus élevées que les contrôleurs classiques, à savoir PID, tout en respectant des contraintes de fonctionnement et de production toujours plus élevées. Le succès de la commande prédictive dépend du degré de précision du modèle du système à commandé. Pour tous ces avantages mentionnés, dans ce dernier chapitre nous avons choisi cette commande basée sur le modèle flou développé dans le chapitre 3 d'où sa précision a été prouvée, pour commander la pile à combustible SOFC.

Après la comparaison avec autre travaux, nous remarquons que les résultats de simulations sont très acceptables. Donc on peut dire que la stratégie de commande prédictive floue proposée pour contrôler la pile à combustible SOFC a réussi avec distinction.

Conclusion générale

Depuis plusieurs décennies, les piles à combustible sont régulièrement présentées comme la solution pour produire de l'énergie électrique. De rendements élevés, silencieuses, modulaires, sans pièce mobile, couvrant une large étendue de températures et d'applications, les piles à combustible ont de sérieux atouts auxquels s'ajoute la protection de l'environnement puisqu'elles ne produisent que de la chaleur et de l'eau. Néanmoins, les modèles mathématiques des piles à combustibles sont fortement non linéaires, difficile à commandés. Dans ce contexte, il faut chercher une méthode de modélisation permet d'obtenir un modèle facile et de trouver une stratégie de commande efficace permet de respecté quelques critères de performance de la pile à combustible.

La pile à combustible la plus courante est la pile à hydrogène, qui utilise ce dernier comme combustible et l'oxygène comme comburant. Fonctionnant à haute température, les piles à oxyde électrolyte solide (Solid Oxide Fuel Cell, SOFC) présentent plusieurs avantages par rapport à d'autres types de piles comme les piles à membrane échangeuse de protons (Proton Exchange Membrane Fuel Cells, PEMFC) qui fonctionnent à température ambiante. La capacité de produire de l'électricité « propre » avec un bien meilleur rendement est parmi ces avantages.

Dans ce travail, nous avons développé une stratégie de commande prédictive avec contraintes basée sur un modèle flou MIMO de type NARX obtenu après une identification basée sur des données entrée- sortie, dont le but est d'améliorer les performances de suivi de charge d'un système SOFC. Cette stratégie garantit une tension de sortie constante, un taux d'utilisation du combustible qui fonctionne dans une plage désirée, une différence de pression inférieure aux valeurs requises et un rapport hydrogène / oxygène autour de 1,145.

Les résultats des simulations montrent la précision et l'efficacité de la stratégie de commande proposée.

Enfin, certains développements de ce travail peuvent être envisagés pour une future proche dont nous citons :

- La proposition d'autres méthodes de modélisation par exemple les méthodes utilisent les réseaux de neurones et les systèmes neuro-flous.
- La proposition d'autres stratégies de commande pour faire une comparaison avec la commande prédictive floue utilisé dans ce travail.
- L'intégration d'un convertisseur avec la pile à combustible.
- La modélisation et commande d'un véhicule électrique construit à base d'une pile à combustible.
- La modélisation et commande des systèmes hybrides de production de l'électricité comme le système Photovoltaïque-Pile à combustible (PV-FC).

Références Bibliographiques

- [1] Y. Wang, F. Yoshib, T. Watanabe, and S. Weng, "Numerical analysis of electrochemical characteristics and heat/ species transport for planar porous-electrode-supported SOFC ", *Journal of Power Source*, Vol. 170, n°. 1, pp. 101-110, 2007.
- [2] T.H. Lee, J.H. Park, S.M. Lee, and S.C. Lee, "Nonlinear model predictive control for solid oxide fuel cell system based on Wiener model", *International Journal of Computer, Electrical, Automation, Control and Information Engineering*, Vol. 4, n°. 12, pp. 1935-1940. 2010.
- [3] D. Marra, C. Pianese, P. Polverino, and M. Sorrentino, " *Models for solid oxide fuel cell systems: Exploitation of models Hierarchy for industrial design of control and diagnosis strategies* ", Springer-Verlag, 2016.
- [4] B. J. Spivey, and T. F. Edgar, " Dynamic modeling, simulation, and MIMO predictive control of a tubular solid oxide fuel cell ", *Journal of Process Control*, Vol. 22, n°. 8, pp. 1502-1520, 2012.
- [5] L. Barelli, G. Bidini, and A. Ottaviano, " Solid oxide fuel cell modelling: electrochemical performance and thermal management during load-following operation", *Energy*, Vol. 115, Part 1, pp. 107-119, 2016.
- [6] T. Takagi, and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control ", *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, Vol. SMC-15, n°. 1, pp. 116-132, 1985.
- [7] T. A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith, "on the interpretation and identification of dynamic Takagi–Sugeno fuzzy models" , *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2000, Vol. 8, n°. 3, pp. 297-313, 2000.
- [8] G. Feng, "A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 14, n°. 5, pp. 676-697, 2006.

-
- [9] V. Estrada-Manzo, Zs. Lendek and T. M. Guerra, "An alternative LMI static output feedback control design for discrete-time nonlinear systems represented by Takagi–Sugeno models ", *ISA Transactions*, Vol. 84, pp. 104-110, 2019.
- [10] J. Wu, J. Zhu, G. Cao, and H. Tu, " Dynamic modeling of SOFC based on a TS fuzzy model", *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 16, n°. 5, pp. 494-504, 2008.
- [11] F. Ouagueni and M. Boumehraz, " Modeling of the nonlinear tubular solid-oxide fuel cell system using MISO NARX fuzzy model", *Second International Conference on Electrical Engineering ICEEB'2018*, Biskra, Algeria, December 2-3, 2018.
- [12] F. Ouagueni, M. Boumehraz and S. Belhamdi, " A fuzzy model feedforward predictive control of the nonlinear tubular solid-oxide fuel cell system", *Advances in Modelling and Analysis C*, Vol. 74, n°. 2-4, pp. 35-43, 2019.
- [13] T. Zhang, and G. Feng, " Rapid Load Following of an SOFC Power System via Stable Fuzzy Predictive Tracking Controller" , *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 17, n°. 2, pp. 357-371, 2009.
- [14] T. Zhang, " *Control of nonlinear industrial systems : Approximate model based approaches* ", Thèse de Doctorat, Department of Manufacturing Engineering and Engineering Management, University of Hong kong, 2008.
- [15] L. Wu, X. Wu, L. Pan, J. Shen, Y. Li and J. Zhang, "Fuzzy model predictive control of solide oxide fuel cell with zone traking", *IFAC PapersOnLine*, Vol. 52, n°. 4, pp. 210–215, 2019.
- [16] D. Shen, C. C. Lim, and P. Shi, "Robust fuzzy model predictive control for energy management systems in fuel cell vehicles", *Control Engineering Practice*, Vol. 98, pp. 1-12, 2020.
- [17] D. Yang , R. Pan , Y. Wang and Z. Chen, "Modeling and control of PEMFC air supply system based on T-S fuzzy theory and predictive control", *Energy*, Vol. 188, pp. 1-11 2019.
- [18] L. Li Sun, J. Shen, and Q Hua, "Multiple Model Predictive Hybrid Feedforward Control of Fuel Cell Power Generation System", *Sustainability*, Vol. 10, n°. 2, 437, 2018.
- [19] X. Wang, B. Huang, and T. Chen, "Data-driven predictive control for solid oxide fuel cells", *Journal of Process Control*, vol. 17, n°. 2, pp. 103-114, 2007.
- [20] C. Wang and M.H. Nehrir, "A Physically Based Dynamic Model for Solid Oxide Fuel Cells". *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 22, n°. 4, pp. 887-897, 2007.
-

-
- [21] K. B. Prater, "Solid polymer fuel cell developments at Ballard", *Journal of Power Sources*, Vol. 37, n°. 1-2, pp. 181-188, 1992.
- [22] A. L. Dicks and D. A. J. Rand, "*Fuel cell systems explained : Third Edition* ", Wiley, 2018.
- [23] M. C. Williams and H. Quedenfeld, "*Fuel Cell Handbook : Seventh Edition*", U.S. Department of Energy Office of Fossil Energy National Energy Technology Laboratory, Morgantown, West Virginia, 2016.
- [24] N. P. Brandon and D. Thompsett, "*Fuel Cells Compendium*", Elsevier, 2005,
- [25] G. Hoogers, "*Fuels Cell Technology Handbook* ", CRC Press, Birkenfeld. Germany, 2003.
- [26] A. Haddad, " *Modélisation dynamique non linéaire de la pile à combustible du type PEM : application à la régulation de l'humidité dans la membrane électrolytique*", Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2009.
- [27] P. Mayé, "*Générateurs électrochimiques : Piles, accumulateurs et piles à combustibles*", Dunod, Paris, 2010.
- [28] P. Thounthong, "*Conception d'une source hybride utilisant une pile à combustible et des supercondensateurs*", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine. France, 2005.
- [29] www.fuelcells.org/basics/apps.html
- [30] K. W. Friede, "*Modélisation et caractérisation d'une pile à combustible du type PEM* ", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine. France, 2003.
- [31] R. Saadi, " *Convertisseurs basse tension (42V, 540V): application source hybride utilisant une pile à combustible* ", Thèse de Doctorat, Université Mohamed khider, Biskra, 2015.
- [32] www.annso.freesurf.fr
- [33] S. N. Udrouiu, " *Développement de piles à combustible de type SOFC en technologie planaire couches épaisses : application à l'étude de dispositifs en configuration monochambre* ", Thèse de Doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne, 2009.
- [34] C. J. Andrews and S. A. Weiner, " Visions of hydrogen future", *IEEE Power and Energy Magazine*, Vol. 2, n°. 2, pp. 26-34, 2004.
- [35] J. H. Gurney, "Building a case for the hydrogen economy", *IEEE Power and Energy Magazine*, Vol. 2, n°. 2, pp. 35-39, 2004.
-

-
- [36] P. Leprince, " *Petroleum refining, Vol. 3, Conversion processes* ", Institut Français du Pétrole Publications, Editions Technip, 2001.
- [37] " *Production d'hydrogène à partir des procédés de reformage et d'oxydation partielle* ", Mémento de l'Hydrogène, Association Français pour l'hydrogène et les pile à combustible, Fiche 3.1.1, 2011.
- [38] A. T-Raissi and D. L. Block, "Hydrogen: automotive fuel of the future", *IEEE Power and Energy Magazine*, Vol. 2, n°. 6, pp. 40-45, 2004.
- [39] S. Fujiwara, S. Kasai, H. Yamauchi, K. Yamada, S. Makino, K. Matsunaga, M. Yoshino, T. Kameda, T. Ogawa, S. Momma and E. Hoashi, " hydrogen production by high temperature electrolysis with nuclear reactor" , *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 50, n°. 2-6, pp. 422-426, 2008.
- [40] V. Utgikar and T. Thiesen, " Life cycle assessment of high temperature electrolysis for hydrogen production via nuclear energy", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 31, n°. 7, pp. 939-944, 2006.
- [41] R. Hino, K. Haga, H. Aita and K. Sekita, " On hydrogen production by high-temperature electrolysis of steam", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 233, n°. 1-3, pp. 363-375, 2004.
- [42] S. Jemeï, " *Modélisation d'une pile à combustible de type PEM par réseaux de neurones* " , Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, Université de Franche-Comté. 2004.
- [43] N.Q. Minh and T. Takahashi, " *Science and technology of ceramic fuel cells*", Elsevier, 1995.
- [44] D. Rotureau, " *D'éveloppement de piles `a combustible de type SOFC, conventionnelles et mono-chambres, en technologie planaire par s'épigraphe* " , Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2005.
- [45] P. Aguiar, D. Chadwick and L. Kershenbaum, "Modeling of an indirect interal reforming solid oxide fuel cell" , *Chemical Engineering Science*, Vol. 57, n°. 10, pp.1665-1677, 2002.
- [46] S.H. Chan, C.F. Low and O.L. Ding, " Energy and exergy analysis of simple solid-oxide fuel-cell power systems", *Journal of Power Sources*, Vol. 103, n°. 2, pp. 188-200, 2002.
- [47] S. Nagata, A. Momma, T. Kato and Y. Kasuga, " Numerical analysis of output characteristics of tubular SOFC with interal reforme " , *Journal of Power Sources*, Vol. 101, n°.1, pp.60-71, 2001.
-

-
- [48] C. Wang, "*Modeling and control of hybrid wind/photovoltaic/fuel cell distributed generation systems*", Thèse de Doctorat, Montana state university, Bozeman, Montana, USA, 2006.
- [49] C. Wang, " Load Transient Mitigation for Stand-Alone ", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 22, n°. 4, pp. 864-872, 2007.
- [50] www.fuelcellpark.com
- [51] R. Saisset, "*Contribution à l'étude systémique de dispositifs énergétiques à composants électrochimiques : Formalisme Bond Graph appliqué aux piles à combustible, accumulateurs Lithium-Ion, Véhicule Solaire*", Thèse de Doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2004.
- [52] A. M. Murshed, B. Huang and K. Nandakumar, " Control relevant modeling of planer solid oxide fuel cell system", *Journal of Power Sources*, Vol. 163, n°2, pp. 830-845, 2007.
- [53] E. F. MOGOS, " *Production décentralisée dans les réseaux de distribution : Etude pluridisciplinaire de la modélisation pour le contrôle des sources* ", Thèse de Doctorat, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers, France, 2005.
- [54] J. C. Amphlett, R.M. Baumert, R.F. Mann, B.A. Peppley and P.R. Roberge, " Performance modeling of the Ballard Mark IV solid polymer electrolyte fuel cell I. Mechanistic model development", *Journal of the Electrochemical Society*, Vol. 142, n°.1, pp. 1-8, 1995.
- [55] G. Kortum, "*Treatise on Electrochemistry, 2nd edn* ", Elsevier, Amsterdam, 1965.
- [56] J. Padulles, G.w. Ault and J.R. McDonald, "An integrated SOFC plant dynamic model for power system simulation", *Journal of Power Sources*, Vol. 86, n°. 1-2, pp. 495-500, 2000.
- [57] Y. Zhu, and K. Tomsovic, " Development of Models for Analyzing the Load-following Performance of Microturbines and Fuel Cells ", *Electric Power System Research*, Vol. 62, n°. 1, pp. 1-11, 2002.
- [58] L. A. ZADEH, " Fuzzy sets ", *Information and Control*, Vol. 8, n°. 3, pp. 338-353, 1965.
- [59] E. H. Mamdani, S. Assilian, " An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller ", *International Journal Man-Machine Studies*, Vol. 7, n°. 1, pp. 1-13, 1975.
-

-
- [60] J. J. Ostergaard, " Fuzzy logic control of a heat exchange process", in *Fuzzy Automata and Decision Processes*, M.M. Gupta, G.N. Saridis, and B.R. Gaines, Amsterdam : North Holland, pp. 285-320, 1977.
- [61] D. Willaëys and N. Malvache, "Use of fuzzy model for process control". *IEEE International Conference on Cybernetics and Society*, 1978.
- [62] T. Yamakawa, " High speed fuzzy controller hardware system. *Proc. 2nd Fuzzy System Symposium*, Japan, pp. 122-130, 1986.
- [63] R. Babuška, "*Fuzzy Modeling for Control*", Kluwer Academic Publishers, USA, 1998.
- [64] C. Fantuzzi and R. Rovatti, "On the approximation capabilities of the homogeneous Takagi-Sugeno model", *Proc. IEEE 5th International Conference on Fuzzy Systems*, New Orleans, USA, pp.1067-1072, 1996
- [65] R. Rovatti, "Takagi-Sugeno models as approximators in Sobolev norms: the SISO case", *Proc. IEEE 5th International Conference on Fuzzy Systems*, New Orleans, USA, pp.1060-1066, 1996.
- [66] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 45, n°.2, pp.135-156, 1992.
- [67] H. O. Wang, K. Tanaka and M. Griffin, "Parallel Distributed Compensation of Nonlinear Systems by Takagi-Sugeno Fuzzy Model ", *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Yokohama, Japan, pp. 531-538, 1995.
- [68] J. Zhao, R. Gorez and V. Wertz, "*Synthesis of Fuzzy Control Systems Based on Linear Takagi-Sugeno Fuzzy Models*", in : R. Murray-Smith and T.A. Johansen, (Eds.), *Multiple Model Approaches to Modelling and Control*, Taylor & Francis, London, UK, pp. 307-336, 1997.
- [69] R. Babuška and H. B. Verbruggen, "A New Identification Method for Linguistic Fuzzy Models", *Proc. IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Yokohama, Japan, pp. 905-912, 1995.
- [70] L. X. Wang, "*Adaptive Fuzzy Systems and Control: design and stability analysis* ", Prentice-Hall, US, 1994.
- [71] R. R. Yager and D.P. Filev. "*Essentials of Fuzzy Modeling and Control* ". John Wiley, New York, 1994.
- [72] J. Abonyi, "*Fuzzy Model Identification for Control*", Birkhtiusser, 1990.
- [73] E. Walter and L. Pronzato, "*Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales*", French Edition, Masson, Paris, 1994.
-

-
- [74] L. Ljung, "*System identification : Theory for the User* ", Prentice-Hall, 2nd edition, London, 1999.
- [75] M. Mensler, "*Analyse et étude comparative de méthodes d'identification des systèmes à représentation continue. Développement d'une boîte à outils logicielle*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, France, 1999.
- [76] L. Ljung, " *System Identification, Theory for the User*", Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1987.
- [77] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Delyon, P. Glorennec, H. Hjalmarsson and A. Juditsky, " Nonlinear black-box modeling in system identification : a unified overview", *Automatica*, Vol. 31, n°. 12, pp.1691-1724, 1995.
- [78] R. Orjuela, "*Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles*", Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, France, 2008.
- [79] K. Tanaka, T. Ikeda and H. Wang, " Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stability, H_∞ control theory and linear matrix inequalities", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 4, n°1, pp.1-13, 1996.
- [80] P. P. Angelov and D. P. Filev, " An approach to online identification of Takagi-Sugeno fuzzy models", *IEEE Transactions on Systems*, Vol. 34, n°. 1, pp. 484-498, 2004.
- [81] J. C. Bezdek and J. C. Dunn, " Optimal fuzzy partitions : A heuristic for estimating the parameters in a mixture of normal distribution ", *The IEEE Transactions on Computers*, Vol. C-24, n°.8, pp. 835-838, 1975.
- [82] R. Babuska and H. Verbruggen, " Identification of composite linear models via fuzzy clustering", *Proc. European Control Conference*, Rome, Italy, pp. 1207-1212. 1995.
- [83] J. Abonyi, R. Babuska and F. Szeifert, "Modified gath geva fuzzy clustering for identification of takagi-sugeno fuzzy models", *IEEE Transactions on Systems*, Vol. 32, n°. 5, pp. 612-621, 2002.
- [84] V. G. Palacio, "*Modélisation et commande floues de type Takagi-Sugeno appliquées à un bioprocédé de traitement des eaux usées*", Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse III, France, 2007.
- [85] X. He and H. Asada, "A new method for identifying orders of input-output models for nonlinear dynamic systems", *Proc. The American Control Conference*, San Francisco, pp. 2520-2523, 1993.
-

-
- [86] J. D. Bomberger and D.E. Seborg, " Determination of model order for NARX models directly from input-output data", *Journal of Process Control*, Vol. 8, n°. 5, pp. 459-468, 1998.
- [87] C. Rhodes and M. Morari, " Determining the model order for nonlinear input/output systems", *AIChE Journal*, Vol. 44, n°.1, pp. 151-163, 1998.
- [88] M. L. Hadjili and V. Wertz, " Takagi-Sugeno fuzzy modeling incorporating input variables selection", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 10, n°.2, pp. 728-742, 2002.
- [89] G. Feng, "Stability analysis of discrete-time fuzzy dynamic systems based on piecewise Lyapunov functions", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 12, n°.1, pp. 22-28, 2004.
- [90] R. Sindelář and R. Babuška, " Input selection for nonlinear regression models", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 12, n°.5, pp. 688-696, 2004.
- [91] J. C. Unriza, P. R. Orozco and V. H. Grisales, "Selección del orden de modelos dinámicos no lineales MIMO a partir de datos de entrada-salida, sometido al", *VII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática*, 6p., Cali, Marzo, 2007.
- [92] F. Guely and P. Siarry, "Gradient descent method for optimizing various fuzzy rule bases", *Proc. Second IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1241-1246, 1993.
- [93] F. Guely and P. Siarry, "A centred formulation of Takagi-Sugeno rules for improved learning efficiency", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 62, n°. 3, pp. 277-285, 1994.
- [94] J. S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 23, n°.3, pp. 665-685, 1993.
- [95] H. Nomura, L. Hayashi, and N.A. Wakami, "Self-tuning method of fuzzy control by descent method", *Fuzzy Logic*, Vol. 12, pp.465-475, 1993.
- [96] H. Ishibuchi, K. Nozaki, H. Tanaka, Y. Hosaka, and M. Matsuda, "Empirical study on learning in fuzzy systems by rice taste analysis", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 64, n°. 2, pp. 129-144, 1994.
- [97] J. Yen, L. Wang, and C.W. Gillespie, " Improving the interpretability of TSK fuzzy models by combining global learning and local learning", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 6, n°. 4, pp. 531-537, 1998.
- [98] M. Fischer and O. Nelles, "Predictive control based on local linear fuzzy models", *International Journal of Systems Science*, Vol. 29, pp. 679-697, 1998.
-

-
- [99] R. Murray-Smith and T.A. Johansen, "*Multiple Model Approaches to Nonlinear Modeling and Control*", Taylor & Francis, London, UK, 1997.
- [100] R. Babuška, J. A. Roubos and H. B. Verbruggen, "Identification of MIMO systems by input-output TS models", *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Anchorage, USA, Vol. 1, pp. 657-662, 1998.
- [101] J. Wu, J. Zhu, G. Cao, and H. Tu, "Predictive control of SOFC based on a GA-RBF neural network model", *Journal of Power Sources*, Vol. 179, n°. 1, pp. 232-239, 2008.
- [102] X. J. Wu, Q. Huang, and X. J. Zhu, "Dynamic Modeling of a SOFC/MGT Hybrid Power System Based on Modified OIF Elman Neural Network", *International Journal of Energy Research*, Vol. 36, pp. 87-95, 2015.
- [103] F. Defay, "*Commande prédictive directe d'un convertisseur multicellulaire triphasé pour une application de filtrage actif*", Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France, 2008.
- [104] A. Merabet, "*Commande non linéaire à modèle prédictif pour une machine asynchrone*", Thèse de doctorat, Université de Québec, Canada, 2007.
- [105] A. I. Propoi, "Use of linear programming methods for synthesizing sampled-data automatic systems", *Automn. Remote Control*, Vol. 24, n°. 7, pp. 837-844, 1963
- [106] L. Zadeh, and B. Whalen, "On optimal control and linear programming", *IRE Transactions on Automatic Control*, Vol. 7, n°. 4, pp. 45-46, 1962.
- [107] P. Dufour, "*Contribution à la commande prédictive des systèmes à paramètres répartis non linéaires*", Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon 1, France, 2000.
- [108] S. Dettoria, A. Maddalonia, V. Collaa, O. Toscanellia, F. Bucciarellib, A. Signorinib and D. Checcaccib, "Nonlinear model predictive control strategy for steam turbine rotor stress", *Energy Procedia*, Vol. 158, pp. 5653-5658, 2019.
- [109] P. Schmid, P. Eberhard and F. Dignath, "Nonlinear model predictive control for a maglev vehicle regarding magnetic saturation and guideway irregularities", *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 52, n°. 8, pp. 145-150, 2019.
- [110] R. Bindlish, "Nonlinear model predictive control of an industrial process with steady-state gain inversion", *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 135, 106739, 2020.
- [111] R. Kawathekar and J.B. Riggs, "Nonlinear model predictive control of a reactive distillation column", *Control Engineering Practice*, Vol. 15, n°. 2, pp. 231-239, 2007.
-

-
- [112] R. H. Victor M. Zavala and L. T. Biegler, "Advanced step nonlinear model predictive control for air separation units", *Journal of Process Control*, Vol. 19, n°. 4, pp. 678-685, 2009.
- [113] Y. Li, D. J. Hill and T. Wu, " Nonlinear model predictive control with immune optimization for voltage security control", *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation (IEEE Cat. No.04EX788)*, Hangzhou, China, 15-19 June 2004.
- [114] L. Xiang, Y. Shi and D. Gao, "A nonlinear model predictive control based on narx model identification using least squares support vector machines", *6th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Dalian, China, 21-23 June 2006.
- [115] Y. Nakamori, K. Suzuki, and T. Yamanaka, "Model predictive control using fuzzy dynamic models", *Fuzzy Logic*, Vol. 12, pp. 497-506, 1993.

Annexe

Soient les deux modèles flous NARX développés dans le chapitre 3.

➤ **Le premier modèle flou TS MISO (pour la tension de sortie)**

Règle 1 : Si le courant de charge I_D est *Faible* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 1.15778V_s(k) + 0.55134V_s(k-1) - 0.70898V_s(k-2) \\ & + 0.35258q_F(k) - 0.42206q_F(k-1) + 0.34322q_F(k-2) \\ & - 0.39029q_O(k) - 0.86401q_O(k-1) - 0.49042q_O(k-2) \\ & - 0.04630I_D(k) + 0.01094I_D(k-1) + 0.03489I_D(k-2) \end{aligned}$$

Règle 2 : Si le courant de charge I_D est *Moyen* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 0.54731V_s(k) + 0.61559V_s(k-1) - 0.21283V_s(k-2) \\ & - 0.98644q_F(k) + 0.20439q_F(k-1) - 0.22678q_F(k-2) \\ & + 0.83198q_O(k) - 0.99770q_O(k-1) - 0.07510q_O(k-2) \\ & + 0.03764I_D(k) - 0.02100I_D(k-1) + 0.01478I_D(k-2) \end{aligned} \quad (1)$$

Règle 3 : Si le courant de charge I_D est *Elevé* Alors

$$\begin{aligned} V_s(k+1) = & 1.04761V_s(k) + 0.69987V_s(k-1) - 0.74506V_s(k-2) \\ & - 0.92862q_F(k) - 0.64784q_F(k-1) + 0.44326q_F(k-2) \\ & - 0.05303q_O(k) - 0.69455q_O(k-1) - 0.31775q_O(k-2) \\ & - 0.04519I_D(k) + 0.0618I_D(k-1) + 0.03769I_D(k-2) \end{aligned}$$

➤ **Le deuxième modèle flou TS MISO (pour le taux d'utilisation du combustible)**

Règle 1 : Si le courant de charge I_D est *Faible* Alors

$$\begin{aligned} U_f(k+1) = & 0.0844U_f(k) + 0.1577U_f(k-1) - 0.0590U_f(k-2) \\ & - 0.5880q_F(k) + 0.8959q_F(k-1) - 0.8359q_F(k-2) \\ & - 0.7886q_O(k) - 0.7159q_O(k-1) - 0.6671q_O(k-2) \\ & + 0.0172I_D(k) + 0.0074I_D(k-1) - 0.0218I_D(k-2) \end{aligned}$$

Règle 2 : Si le courant de charge I_D est *Moyen* Alors

$$\begin{aligned}
 U_f(k+1) = & 0.8624U_f(k) + 0.4573U_f(k-1) + 0.4757U_f(k-2) \\
 & - 0.8732q_F(k) + 0.7209q_F(k-1) + 0.8688q_F(k-2) \\
 & + 0.9688q_O(k) + 0.7179q_O(k-1) + 0.5711q_O(k-2) \\
 & + 0.0268I_D(k) - 0.6448I_D(k-1) - 0.2028I_D(k-2)
 \end{aligned} \tag{2}$$

Règle 3 : Si le courant de charge I_D est *Elevé* Alors

$$\begin{aligned}
 U_f(k+1) = & -0.7321U_f(k) - 0.9382U_f(k-1) + 0.8783U_f(k-2) \\
 & - 0.3974q_F(k) - 0.4089q_F(k-1) - 0.3341q_F(k-2) \\
 & - 0.0659q_O(k) + 0.2964q_O(k-1) - 0.9495q_O(k-2) \\
 & + 0.6844I_D(k) + 0.1181I_D(k-1) + 0.7082I_D(k-2)
 \end{aligned}$$

Avec les fonctions d'appartenance pour la variable de prémisses I_D Sont choisies comme :

$$\text{"Faible"} : MF^1 = \begin{cases} 1, & \text{Si } I_D \leq 80 \\ 1 - \frac{I_D - 80}{100 - 80}, & \text{Si } 80 \leq I_D \leq 100 \\ 0, & \text{Si } I_D \geq 100 \end{cases} \tag{3}$$

$$\text{"Moyen"} : MF^2 = \begin{cases} 1 - MF^1 & \text{Si } I_D \leq 100 \\ 1 - MF^3 & \text{Si } I_D \geq 120 \end{cases} \tag{4}$$

$$\text{"Elevé"} : MF^3 = \begin{cases} 0, & \text{Si } I_D \leq 100 \\ \frac{I_D - 100}{120 - 100}, & \text{Si } 100 \leq I_D \leq 120 \\ 1, & \text{Si } I_D \geq 120 \end{cases} \tag{5}$$

qui sont représentés sur la figure 1,

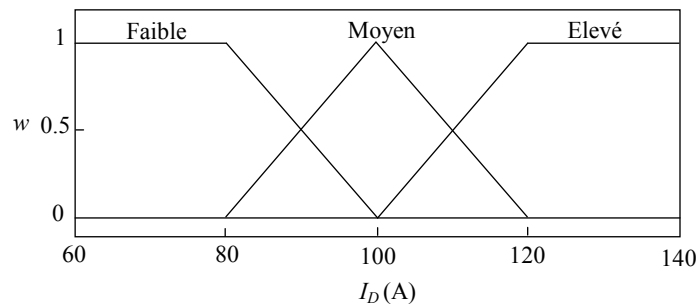


Figure 1: Fonctions d'appartenance du courant de charge I_D

La sortie du modèle global est obtenue par agrégation des r modèles locaux.

Le modèle (1) deviant:

$$\begin{aligned}
V_s(k+1) = & h_1(I_D)(1.15778V_s(k) + 0.55134V_s(k-1) - 0.70898V_s(k-2) + 0.35258q_F(k) \\
& - 0.42206q_F(k-1) + 0.34322q_F(k-2) - 0.39029q_O(k) - 0.86401q_O(k-1) \\
& - 0.49042q_O(k-2) - 0.04630I_D(k) + 0.01094I_D(k-1) + 0.03489I_D(k-2)) \\
& + h_2(I_D)(0.54731V_s(k) + 0.61559V_s(k-1) - 0.21283V_s(k-2) - 0.98644q_F(k) \\
& + 0.20439q_F(k-1) - 0.22678q_F(k-2) + 0.83198q_O(k) - 0.99770q_O(k-1) \\
& - 0.07510q_O(k-2) + 0.03764I_D(k) - 0.02100I_D(k-1) + 0.01478I_D(k-2)) \\
& + h_3(I_D)(1.04761V_s(k) + 0.69987V_s(k-1) - 0.74506V_s(k-2) - 0.92862q_F(k) \\
& - 0.64784q_F(k-1) + 0.44326q_F(k-2) - 0.05303q_O(k) - 0.69455q_O(k-1) \\
& - 0.31775q_O(k-2) - 0.04519I_D(k) + 0.00618I_D(k-1) + 0.03769I_D(k-2)) \quad (6)
\end{aligned}$$

Le modèle (2) deviant:

$$\begin{aligned}
U_f(k+1) = & h_1(I_D)(0.0844U_f(k) + 0.1577U_f(k-1) - 0.0590U_f(k-2) - 0.5880q_F(k) \\
& + 0.8959q_F(k-1) - 0.8359q_F(k-2) - 0.7886q_O(k) - 0.7159q_O(k-1) \\
& - 0.6671q_O(k-2) + 0.0172I_D(k) + 0.0074I_D(k-1) - 0.0218I_D(k-2)) \\
& + h_2(I_D)(0.8624U_f(k) + 0.4573U_f(k-1) + 0.4757U_f(k-2) - 0.8732q_F(k) \\
& + 0.7209q_F(k-1) + 0.8688q_F(k-2) + 0.9688q_O(k) + 0.7179q_O(k-1) \\
& + 0.5711q_O(k-2) + 0.0268I_D(k) - 0.6448I_D(k-1) - 0.2028I_D(k-2)) \\
& + h_3(I_D)(-0.7321U_f(k) - 0.9382U_f(k-1) + 0.8783U_f(k-2) - 0.3974q_F(k) \\
& - 0.4089q_F(k-1) - 0.3341q_F(k-2) - 0.0659q_O(k) + 0.2964q_O(k-1) \\
& - 0.9495q_O(k-2) + 0.6844I_D(k) + 0.1181I_D(k-1) + 0.7082I_D(k-2)) \quad (7)
\end{aligned}$$

On peut regrouper les deux modèles (6) et (7) dans un modèle d'espace d'état avec une entrée feedforward suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = A_h x(k) + B_h u(k) + B_{f_h} u_f(k) \\ y(k) = C_h x(k) \end{cases} \quad (8)$$

Avec :

Les variables d'état du système :

$$\begin{aligned}
x(k) &= [V_s(k) \quad V_s(k-1) \quad V_s(k-2) \quad U_f(k) \quad U_f(k-1) \quad U_f(k-2)]^T \\
x(k+1) &= [V_s(k+1) \quad V_s(k) \quad V_s(k-1) \quad U_f(k+1) \quad U_f(k) \quad U_f(k-1)]^T \quad (9)
\end{aligned}$$

Le vecteur des entrées manipulées :

$$u(k) = [q_F(k) \quad q_F(k-1) \quad q_F(k-2) \quad q_O(k) \quad q_O(k-1) \quad q_O(k-2)]^T \quad (10)$$

Le vecteur des entrées feedforward :

$$u_f(k) = [I_D(k) \quad I_D(k-1) \quad I_D(k-2)]^T \quad (11)$$

Le vecteur des sorties :

$$y(k) = [V_s(k) \quad U_f(k)]^T \quad (12)$$

Les matrices A_h , B_h , B_{f_h} et C_h sont définies comme suivant :

$$A_h = \sum_{l=1}^3 h_l A_l, \quad B_h = \sum_{l=1}^3 h_l B_l, \quad B_{f_h} = \sum_{l=1}^3 h_l B_{f_l}, \quad C_h = \sum_{l=1}^3 h_l C_l \quad (13)$$

Avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1.15778 & 0.55134 & -0.70898 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0844 & 0.1577 & -0.0590 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.54731 & 0.61559 & -0.21283 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8624 & 0.4573 & 0.4757 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1.04761 & 0.69987 & -0.74506 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.7321 & -0.9382 & 0.8783 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.35258 & -0.42206 & 0.34322 & -0.39029 & -0.86401 & -0.49042 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.5880 & 0.8959 & -0.8359 & -0.7886 & -0.7159 & -0.6671 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -0.98644 & 0.20439 & -0.22678 & 0.83198 & -0.99770 & -0.07510 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8732 & 0.7209 & 0.8688 & 0.9688 & 0.7179 & 0.5711 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} -0.92862 & -0.64784 & 0.44326 & -0.05303 & -0.69455 & -0.31775 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.3974 & -0.4089 & -0.3341 & -0.0659 & 0.2964 & -0.9495 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} -0.04630 & 0.01094 & 0.03489 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0172 & 0.0074 & -0.0218 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_{f2} = \begin{bmatrix} 0.03764 & -0.02100 & 0.01478 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0268 & -0.6448 & -0.2028 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B_{f3} = \begin{bmatrix} -0.04519 & 0.0618 & 0.03769 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.6844 & 0.1181 & 0.7082 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$