

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique
Réf :



جامعة محمد خيضر – بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية
المرجع :

Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de
Docteur en Sciences
Spécialité : Génie Mécanique

Par
Nora BOULTIF

Intitulée

Etude d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime permanent et transitoire

Soutenue publiquement 26/04/2017 devant le jury composé de :

Mr Noureddine MOUMMI	Pr Université de Biskra	Président
Mr Cherif BOUGRIOU	Pr Université de Batna 2	Directeur de thèse
Mr Houssine BEN MOUSSA	Pr Université de Batna 2	Examineur
Mr Messaoud GUELLAL	Pr Université de Setif	Examineur
Mr Rachid BESSAIH	Pr Université de Constantine 1	Examineur
Mr Adel BENCHABANE	Pr Université de Biskra	Examineur

À ma mère, je la dois tout ce que je suis.

*À Abdelhak, pour sa présence de chaque instant
et sa confiance sans cesse renouvelée.*

*À Oumaima Anfel et à Mohammed Nawfel, qu'ils
pardonnent mes absences.*

*À mes frères, sœurs, nièces et neveux, je vous
aime beaucoup*

Remerciements

Grâce à ces quelques lignes, je remercie toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué au bon déroulement de ce travail.

J'exprime toute ma profonde gratitude au Professeur Chérif BOUGRIOU, mon directeur de thèse, pour m'avoir fait confiance et puis pour sa patience, son suivi constant de ce travail et ses remarques et conseils précieux durant la thèse.

Mes sincères remerciements à Monsieur le Professeur Nouredine MOUMMI qui m'a fait un grand honneur de présider le jury de cette thèse.

Je suis extrêmement reconnaissante envers Messieurs : le Professeur Hocine BENMOUSSA, le Professeur Messaoud GUELLAL, le Professeur Rachid BESSAIH et le Professeur Adel BENCHABANE de me faire bénéficier de leur expertise en acceptant de juger ce travail et de consacrer du temps à l'examen de ce manuscrit.

J'adresse enfin mes remerciements à mes amies, mes collègues pour leurs encouragements.

Résumé

Nous présentons dans cette thèse une étude numérique d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique, pour les deux régimes de fonctionnement transitoire et permanent. Les systèmes d'équations qui gouvernent le phénomène à étudier sont résolus par la méthode des différences finies centrées pour les parois solides, et le schéma upwind pour les fluides. Un programme de calcul numérique en langage FORTRAN est réalisé pour déterminer les variations : des températures (fluides et parois), des deux coefficients d'échange globaux, des pertes de charge des trois fluides en fonction du temps, ainsi que les réponses transitoires aux différentes sollicitations sur les températures d'entrées des fluides (échelon, rampe, sinusoïdale et exponentielle). Les quatre configurations résultantes de circulation des trois fluides : (co-courant), (contre-courant), (contre-courant/co-courant) et (co-courant/contre-courant) sont étudiées. Nous avons montré que la circulation à contre-courant reste la plus efficace même pour ce type d'échangeur de chaleur. Les deux cas de refroidissement (F-C-F) et d'échauffement (C-F-C) sont traités également. Finalement une comparaison entre l'échangeur à triple tube concentrique et l'échangeur de chaleur à double tube concentrique est menée pour différentes combinaisons des diamètres et des positions des fluides chaud et froid. Les résultats montrent que l'échangeur à double enveloppe sous des conditions des diamètres est plus efficace que l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique de même longueur.

Mots clés : échangeur de chaleur, triple tube concentrique, double tube concentrique, régime transitoire, régime permanent, coefficient d'échange global, pertes de charge, réponse transitoire, différences finies.

Abstract

We present in this thesis a numerical study to describe the steady and unsteady state thermal behavior of triple concentric-tube heat exchanger, by using the method of finite differences, the systems of equations which govern the studied phenomenon are solved by the finite centered difference method for solid walls, and the upwind scheme for fluids. A numerical program in FORTRAN language is performed to determine the variations of: fluids and walls temperatures, the pressure drops and overall heat transfer coefficients with time along the heat exchanger, thus the transient responses to different excitations on the fluids inlet temperatures (step, ramp, exponential and sinusoidal) are presented. The four resulting configurations of the three fluids (co-current), (counter-current), (counter-current/co-current) and (co-current/counter-current) are studied and we have shown that the Counter-current is still the most efficient even for this type of heat exchanger. Both cooling (F-C-F) and heating (C-F-C) cases are also treated.

Finally a comparison between the triple and the double concentric-tube heat exchanger is conducted for various combinations of diameters and positions of the hot and cold fluids. Results showed that the second one under conditions on the diameters is more efficient than triple concentric-tube of the same length.

Key words: heat exchanger, triple concentric-tube, double concentric-tube, unsteady state, steady state, overall heat transfer coefficient, pressure drops, transient response, finite differences.

ملخص

نقدم في هذه الأطروحة دراسة رقمية لمبادل حراري بثلاثة أنابيب متمحورة لكل من نظامي التشغيل المستقر و العابر(الغير مستقر). تم حل أنظمة المعادلات التفاضلية التي تحكم الظاهرة المدروسة بطريقة الفروق المحدودة المركزية بالنسبة للجدران الصلبة والفروق الأمامية بالنسبة للموائع. تم إنجاز برنامج رقمي بلغة البرمجة (FORTRAN) لإعطاء التغيرات في درجة الحرارة لكل من (الموائع و الجدران)، لمعامل الانتقال الحراري الكلي و الضياع في الضغط للموائع الثلاث بدلالة الزمن وكذا الاستجابة العابرة لأنواع مختلفة من المؤثرات في درجة حرارة مداخل المبادل الحراري (خطوة, خطية, جيبييه, أسية). درسنا أيضا الحالات الأربع المحتملة لسريان المائع داخل المبادل الحراري : (متوازي), (متعاكس), (متوازي- متعاكس) و (متعاكس- متوازي) وأثبتنا أن المبادل الحراري بسريان متعاكس أكثر فعالية من الحالات الأخرى. بالإضافة الى دراسة وضعيتي التبريد (بارد- ساخن- بارد) و التسخين (ساخن - بارد - ساخن). وأخيرا قمنا بمقارنة المبادل الحراري بثلاثة أنابيب متمحورة بالمبادل الحراري ذو أنبوبين متمحورين (الانبوبين لهما نفس ابعاد انابيب المبادل الحراري الأول) لكل التوليفات الممكنة لأقطار الأنابيب و وضعية الموائع الساخن والبارد وأثبتنا وجود حالات يكون فيها المبادل الحراري بأنبوبين أكثر فعالية من المبادل الحراري بثلاث أنابيب.

كلمات مفتاحية: المبادل الحراري, ثلاثة أنابيب متمحورة, أنبوبين متمحورين, نظام غير مستقر, نظام مستقر, معامل الانتقال الحراري الكلي, الضياع في الضغط, الاستجابة العابرة, الفروق المحدودة.

Tables des matières

Remerciements.....	i
Résumé.....	ii
Tables des matières.....	v
Liste des figures.....	viii
Liste des tableaux.....	xiii
Nomenclature.....	xiv
Introduction générale et objectifs.....	1
Introduction.....	2
Objectifs	3
Chapitre I : Synthèse bibliographique.....	5
I.1.Introduction.....	6
I.2. Régime permanent.....	6
I.2.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC).....	6
I.2.2. Echangeurs à triple tube concentrique (ETTC).....	9
I.3. Régime transitoire.....	17
I.3.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC).....	17
I.3.2. Echangeur à triple tube concentrique (ETTC).....	30
I.4. Conclusion.....	32
Chapitre II : Modélisation mathématique.....	33
II.1. Position du problème.....	34
II.2. Formulation mathématique.....	35
II.2.1. Bilan massique.....	36
II.2.2. Bilan énergétique.....	36
II.2.2.1. Ecoulement à co-courant A_1	37
II.2.2.2. Ecoulement à contre-courant A_2	43
II.2.2.3. Ecoulement à (contre-courant / co-courant) A_3	44
II.2.2.4. Ecoulement à (co-courant/contre-courant) A_4	45
II.2.3. Conditions initiales et aux limites.....	45
II.2.4. Différents types de perturbations.....	47
II.4. Calcul de l'échangeur de chaleur	48
II.4.1. Calcul des coefficients d'échange de chaleur.....	48
II. 4.1.1.Estimation des coefficients d'échange par convection	48
II. 4.2.2. Evaluation du coefficient global d'échange de chaleur.....	50
II.4. 2. Calcul des pertes de charge.....	50

Chapitre III : Résolution numérique	52
III.1. Introduction.....	53
III.2. Discrétisation des équations.....	53
III.2.1. Arrangement à co-courant.....	53
III.2.2. Arrangement à contre-courant.....	52
III.2.3. Arrangement à contre-courant/co-courant.....	60
III.2.4. Arrangement à co-courant-contre-courant.....	60
III.3. Discrétisation des conditions initial et aux limites.....	60
III.3.1. Condition initial.....	60
III.3.2. Conditions aux limites.....	60
III.4. Notation indicielles.....	63
III.4.1. Echangeur à co-courant.....	63
III.4.2. Echangeur à contre-courant.....	66
III.4.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	67
III.4.4. Echangeur à co-courant/contre-courant.....	68
III.5. Formulation numérique.....	68
III.5.1. Echangeur à co-courant.....	68
III.5.2. Echangeur à contre-courant.....	71
III.5.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	72
III.5.4. Echangeur à co-courant/contre-courant.....	72
III.6. Ecriture matricielle.....	73
III.6.1. Echangeur co-courant	73
III.6.2. Echangeur à contre-courant.....	82
III.6.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	83
III.6.4. Echangeur à co-courant/contre-courant.....	85
III.7. Organigramme	86
Chapitre IV : Résultats et discussions	92
IV.1. Introduction.....	93
IV.2. Etude du maillage	93
IV.3. Validation du programme numérique.....	94
IV.4. Etudes des régimes instationnaire et stationnaire.....	96
IV.4.1. Régime instationnaire.....	96
IV.4.1.1. Circulation à contre-courant.....	96
IV.4.1.2. Circulation à co-courant.....	103
IV.4.2. Régime stationnaire.....	109
IV.4.2.1. Circulation à contre-courant.....	109
IV.4.2.2. Circulation à co-courant.....	110
IV.5. L'étude des différents arrangements.....	111
IV.6. Effet de la position du fluide dans l'échangeur de chaleur.....	112
IV.7. Etudes de différentes sollicitations.....	118
IV.7.1. Sollicitation du type échelon.....	119
IV.7.2. Sollicitation du type rampe.....	123
IV.7.3. Sollicitation du type sinusoïdale.....	127
IV.7.4. Sollicitation du type exponentiel	132
IV.8. Comparaison entre l'échangeur à double et à triple tube concentrique	136

Conclusion générale et perspectives.....	140
Conclusion générale.....	141
Perspectives.....	143
Références bibliographiques.....	144

Liste des tableaux

Tableau IV.1 : Dimensions et propriétés thermo-physiques des fluides de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique [BATMAZ et SANDEEP, 2007].....	94
Tableau IV.2 : Données pour le calcul de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique	96
Tableau IV.3 : Données géométriques et dynamiques pour le calcul de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.....	113
Tableau IV.4 : Points de croisements des différents arrangements.....	113
Tableau IV.5 : Données géométriques et dynamiques pour le calcul des trois cas possibles de l'échangeur de chaleur à double tube concentrique.....	136
Tableau IV.6 : Efficacités de l'échangeur à double tube concentrique et à triple tube concentrique pour une longueur de 22.3m.....	139

Liste des figures

Figure I.1 : Distribution de température dans l'échangeur de chaleur à trois fluides co-courant (arrangement P1), contre-courant (arrangement P2), contre-courant/co-courant (arrangement P3) et co-courant/contre-courant (arrangement P4) [SEKULIC, 1994].....	11
Figure I.2 : Variation du coefficient de transfert hm côté lait avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].....	12
Figure I.3 : Variation de K_{1-3} avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].....	12
Figure I.4 : Variation de K_{3-5} avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].....	13
Figure I.5 : Effet de \mathbb{R}_1 , \mathbb{R}_2 ou \mathbb{H} sur les températures adimensionnelles de sortie de l'eau chaude, froide et normale pour $\theta_\infty = -0.25$, ($NTU_e = 0.5$, $NTU_{e_\infty} = 0.01$, $\theta_{n,in} = 0.4$) [QUADIR et al, 2014].....	16
Figure I.6 : Approche de l'état d'équilibre à partir du démarrage d'un échangeur de chaleur à contre-courant [LAKSHMANAN et al, 1994].....	21
Figure I.7 : Comparaison de Nu obtenu par les méthodes de régime permanent et transitoire pour un écoulement turbulent d'eau dans un tube lisse de $Pr = 5.964$ [SU et al, 2003].....	24
Figure I.8 : Comparaison du facteur de frottement f obtenu par la méthode du régime permanent et la méthode transitoire pour l'écoulement turbulent d'eau dans un tube lisse [SU et al, 2003].....	24
Figure I.9 : Différents modes de transfert de chaleur (a) échangeur de chaleur direct, (b) échangeur de chaleur couplé avec FCL et (c) échangeur de chaleur couplé avec NCL, [RAO et al, 2005].....	26
Figure I.10 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement exponentiel de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI 2007].....	28
Figure I.11 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement sinusoïdal de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI 2007].....	28
Figure I.12 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement linéaire de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI 2007].....	29
Figure I.13 : Variation de la pression de vapeur avec le temps de fonctionnement pour différentes températures de sortie du lait [NEMA et al, 2005].....	31

Figure I.14 : Variation de la température de la vapeur d'eau avec le temps de fonctionnement à différentes températures de sortie du lait [NEMA et al, 2005].....	32
Figure II.1 : Vue en coupe de l'échangeur de chaleur à triple tubes concentrique.....	35
Figure II.2 : Bilans énergétiques locaux.....	37
Figure II.3 : Arrangement à co-courant.....	37
Figure II.4 : Bilan thermique dans le volume élémentaire de la paroi 6.....	38
Figure II.5 : Bilan thermique du fluide froid 5.....	39
Figure II.6 : Bilan thermique dans la paroi chaude 4.....	40
Figure II.7 : Bilan thermique du fluide chaud 3.....	40
Figure II.8 : Bilan thermique dans la paroi froide 2.....	41
Figure II.9 : Bilan thermique du fluide froid 1.....	42
Figure II.10 : Arrangement contre-courant.....	43
Figure II.11 : Bilan thermique du fluide chaud 3.....	43
Figure II.12 : Arrangement à (contre-courant / co-courant).....	44
Figure II.13 : Arrangement à (co-courant / contre-courant).....	45
Figure III.1 : Organigramme du programme "Triple-Trans".....	91
Figure IV.1 : Profils des températures des trois fluides pour les trois maillages.....	94
Figure IV.2 : Comparaison entre nos résultats numériques et les résultats expérimentaux de [BATMAZ et SANDEEP, 2007].....	95
Figure IV.3 : Profils des températures des trois fluides chaud et froid en régime transitoire, cas contre-courant.....	97
Figure IV.4 : Profils des températures des trois fluides chaud et froid en régime transitoire, cas contre-courant.....	98
Figure IV.5 : Variation des coefficients d'échange des trois fluides en fonction du temps, cas contre-courant.....	99
Figure IV.6.a : Variation des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.....	100
Figure IV.6.b : Evolution des températures ($T_S - T_{\infty}$) des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.....	100
Figure IV.7 : Variation des pertes de charge des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.....	102
Figure IV.8 : Variation des coefficients d'échange globaux en fonction du temps, circulation à contre-courant.....	103

Figure IV.9 : Profils de températures des trois fluides chaud et froid en régime transitoire, circulation à co-courant.....	104
Figure IV.10.a : Variation des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à co-courant.....	105
Figure V.10.b : Evolution des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à co-courant.....	105
Figure IV.11 : Profils de températures des trois parois chaude et froide en régime transitoire en cas co-courant.....	106
Figure IV.12 : Variation des coefficients d'échange des trois fluides en fonction du temps cas contre-courant.....	107
Figure IV.13 : Pertes de charge des trois fluides en régime transitoire dans le cas co-courant.....	108
Figure IV.14 : Coefficients d'échange globaux K_{1-3} et K_{3-5} en régime transitoire cas co-courant.....	109
Figure IV.15 : Profils des températures des trois fluides et des trois parois en régime permanent, écoulement contre- courant.....	110
Figure IV.16 : Profils des températures des trois fluides et des trois parois en régime permanent, écoulement co-courant.....	111
Figure IV.17.a : Circulation à co-courant.....	112
Figure IV.17.b : Circulation à contre-courant.....	112
Figure IV.17.c : Circulation à co-courant/contre-courant.....	112
Figure IV.17.d : Circulation à contre-courant/co-courant.....	112
Figure IV.18.a : Refroidissement circulation à co-courant.....	114
Figure V.18.b : Refroidissement circulation à contre-courant.....	114
Figure IV.18.c : Refroidissement circulation à co-courant/contre-courant.....	114
Figure IV.18.d : Refroidissement circulation à contre-courant/co-courant.....	114
Figure IV.19.a : Echauffement circulation à co-courant.....	115
Figure IV.19.b : Echauffement circulation à contre-courant.....	115
Figure IV.19.c : Echauffement circulation à co-courant/contre-courant.....	115
Figure IV.19.d : Echauffement circulation à contre-courant/co-courant.....	115
Figure IV.20 : Efficacité des quatre circulations, cas de refroidissement.....	117
Figure IV.21 : Efficacité des quatre circulations, cas d'échauffement.....	117
Figure IV.22 : Réponse à un échelon de température sur le fluide froid 1.....	119

Figure IV.23 : Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur le fluide froid 1.....	119
Figure IV.24 : Réponse à un échelon de température sur le fluide chaud 3.....	120
Figure IV.25 : Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur le fluide chaud 3.....	121
Figure IV.26 : Réponse aux échelons de température sur les trois fluides.....	122
Figure IV.27 : Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur les trois fluides.....	122
Figure IV.28 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur le fluide froid 1.....	124
Figure IV.29 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur le fluide froid 1.....	124
Figure IV.30 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur le fluide chaud 3.....	125
Figure IV.31 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur le fluide chaud 3.....	125
Figure IV.32 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur les trois fluides.....	126
Figure IV.33 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur les trois fluides.....	126
Figure IV.34 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur le fluide froid 1.....	129
Figure IV.35 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation sinus sur le fluide froid 1.....	135
Figure IV.36 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur le fluide chaud 3.....	130
Figure IV.37 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation de type sinus sur le fluide chaud 3.....	130
Figure IV.38 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur les trois fluides.....	131
Figure IV.39 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation sinus sur les trois fluides.....	131

Figure IV.40 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle le sur le fluide froid 1.....	133
Figure IV.41 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur le fluide froid 1.....	133
Figure IV.42 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle sur le fluide chaud 3.....	134
Figure IV.43 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur le fluide chaud 3.....	134
Figure IV.44 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle sur les trois fluides.....	135
Figure IV.45 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur les trois fluides.....	135
Figure IV.46 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDT circulation à contre-courant (longueur 5.3 m).....	137
Figure IV.47 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à contre-courant (longueur 22.5m).....	137
Figure IV.48 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à co-courant (longueur 5.3m).....	138
Figure IV.49 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à co-courant (longueur 22.5m).....	138

Nomenclature

Alphabet latin

A	: Matrice
B	: Matrice
C	: Capacités thermique (J/K)
C _p	: Capacité thermique massique (J/kg.K)
D	: Diamètre (m)
d	: Diamètre (m)
De	: Nombre de Dean (-)
D _h	: Diamètre hydraulique (m)
D _{k,j}	: Coefficients (-)
E	: Efficacité (-)
\bar{E}	: Efficacité moyenne (-)
f	: Facteur de frottement (-)
G	: Vitesse massique (kg/m ² .s)
H	: Enthalpie du fluide (J/kg)
HI	: Rapport des coefficients d'échange globaux (-)
h	: Coefficient d'échange de chaleur par convection (W/m ² .K)
K	: Coefficient d'échange global (W/m ² .K)
L	: Longueur (m)
L _{k,j}	: Coefficients (-)
m	: Masse (kg)
\dot{m}	: Débit massique (kg/s)
NUT	: Nombre d'unité de transfert (-)
Nu	: Nombre de Nusselt (-)
p	: pas du fil enroulé (m)
P	: pas adimensionnel (-)
Pr	: Nombre de Prandtl (-)
P _m	: Périmètre mouillé (m)
q _t	: Débit thermique unitaire du fluide (W/K)
q _{tmin}	: Débit thermique unitaire minimum (W/K)
\mathbb{R}	: Rapport des capacités calorifiques (-)
R', R	: Rayons (m)

Re	: Nombre de Reynolds (-)
S	: Surface d'échange (m ²)
S _p	: Section de passage (m ²)
t	: Temps (s)
t _r	: temps de retard (s)
T	: Température (°C)
U	: Vitesse (m/s)
V	: Volume (m ³)
x	: Coordonnée
X	: Variable (-)
y	: Coordonnée

Lettres grecques

α	: Groupe adimensionnel (-)
α'	: Coefficient (-)
β	: Groupe adimensionnel (-)
γ	: Groupe adimensionnel (-)
γ'	: Coefficient (-)
ρ	: Masse volumique (kg/m ³)
λ	: Conductivité thermique (W/m.K)
μ	: Viscosité dynamique (Pa.s)
τ	: Constante de temps (s)
Ω	: Coefficient de Darcy (-)
ω	: Coefficient correctif de viscosité dynamique (-)
ζ	: Coefficient des pertes de charge singulières (-)
$\xi_{k,i}^*$: Coordonnée adimensionnelle (-)
Δt	: Pas temporel (s)
Δx	: Pas spatial (m)
ΔP	: Pertes de charge (Pa)
Φ	: Flux thermique (W)
Φ_H	: Flux de chaleur dans la direction horizontale (W)
Φ_V	: Flux de chaleur dans la direction verticale (W)

Ψ : Ratio de performance (-)

Abréviations

ETTC : Echangeur de chaleur à triple tube concentrique

EDTC : Echangeur de chaleur à double tube concentrique

Indices

1 : Fluide froid 1

2 : Paroi froide 2

3 : Fluide chaud 3

4 : Paroi chaude 4

5 : Fluide froid 5

6 : Paroi froide 6

c : Chaud

e : Entrée

exp : Expérimentale

ext : Externe

f : Froid

int : Interne

H : Horizontale

m : Monophasique

mr : Moyen relatif

num : Numérique

p : Paroi

r : Régulière

s : Sortie

sing : Singulière

V : Verticale

Exposant

0 : Etat initial

∞ : Etat final

*

Introduction générale et objectifs

Introduction.....	2
Objectifs.....	3

Introduction

A travers le temps, le développement des techniques liées à l'énergie a accompagné l'évolution de l'être humain. Or dans le domaine énergétique, la thermique occupe une place particulière, en effet dans la plupart des processus énergétiques cette forme d'énergie intervient soit directement ou indirectement au cours des transformations.

Les champs d'applications des sciences thermiques apparaissent donc comme étant très important et extrêmement vaste. Cependant, deux domaines sont à souligner particulièrement, d'une part celui de la transformation d'une énergie quelconque en énergie thermique et vice-versa et d'autre part celui du transfert de l'énergie thermique : le premier de ces domaines concerne les machines thermiques et le second concerne les échangeurs de chaleur.

Dans l'industrie, les échangeurs thermiques ont acquis une importance économique. Une grande part 90% de l'énergie thermique utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupérations de l'énergie thermique de ces procédés [BONTEMPS, 1995].

En effet les échangeurs de chaleur sont couramment utilisés dans un large éventail d'applications : ils sont présents dans des secteurs extrêmement divers malgré la même fonction de base qui est de transférer de l'énergie thermique entre deux ou plusieurs fluides à des températures différentes. Ils sont présents aussi bien dans le secteur industriel (chimie, pétrochimie, agroalimentaire, etc.), le secteur résidentiel (chauffage et climatisation), ainsi que le secteur de transport (automobile, marine, etc.).

La diversité des domaines d'applications des échangeurs thermiques entraîne un foisonnement de formes géométriques (tubulaires, plaques, à ailettes, etc.). Les échangeurs de chaleur utilisant les tubes comme constituant principal de la paroi d'échange sont les plus répandus, l'échangeur thermique à double tube concentrique est la forme la plus simple dans cette famille mais il présente des inconvénients, afin d'améliorer le taux de transfert de chaleur et la compacité de cet échangeur les spécialistes ont suggéré l'addition d'un troisième tube et c'est ainsi l'apparition de l'échangeur à triple tube concentrique.

L'échangeur de chaleur est conçu principalement pour fonctionner en régime stationnaire, et comme une partie d'un système peut être exposée à un nombre de transitions non programmées des démarrages, des arrêts dans un certain temps et des coupures d'électricité qui peuvent également surgir du changement des conditions de fonctionnement telles que le changement des températures d'admission ou des débits des fluides.

Ces transitions peuvent être aussi dues à l'instabilité inévitable dans le système tel que les oscillations d'écoulement dans le système à double phase.

Le phénomène transitoire est une préoccupation récurrente depuis plusieurs années, en effet toutes ces transitions engendrent des effets indésirables, réduisant les performances de transfert de chaleur, l'effort thermique et par la suite provoque une panne mécanique.

Quand l'échangeur de chaleur est massif ou il fait partie d'un système complexe, tel qu'une centrale thermique ou une centrale de climatisation, il est essentiel de savoir sa réponse transitoire dans l'ordre de fournir un système de commande (ou de contrôle) efficace.

De ce fait, il est important de savoir et d'être capable de prédire la réponse transitoire ou les caractéristiques dynamiques d'un échangeur de chaleur en plus de ces performances d'état stationnaire.

Dans ce contexte, ce travail de thèse étudie l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime transitoire et permanent et pour différents arrangements.

Le manuscrit de thèse est structuré en quatre chapitres et une conclusion générale :

- Le premier chapitre présente un rappel bibliographique couvrant les études théoriques et expérimentales réalisées pour les deux régimes stationnaire et instationnaire et pour les deux types d'échangeurs double tube concentrique et triple tube concentrique.
- La position du problème théorique, le modèle physique et mathématique portant sur la géométrie étudiée, sont présentés dans le deuxième chapitre ainsi que les équations gouvernantes du problème abordé sont illustrées.
- Le chapitre III est consacré à la discrétisation des équations, la résolution numérique et les étapes suivies dans la programmation et la simulation sur le logiciel Fortran.
- Les résultats numériques obtenus, leurs validations et leurs interprétations sont donnés dans le quatrième chapitre.
- Ce travail se termine par une conclusion générale rassemblant l'ensemble des résultats obtenus et par l'énoncé de perspectives qui pourraient constituer une suite intéressante à cette étude.

Objectifs

Les objectifs spécifiques du présent travail peuvent être résumés comme suit :

- Etudes des régimes stationnaire et instationnaire.
- Analyse des différents types d'arrangements.
 - Co courant
 - Contre-courant

- Co-courant/contre-courant
- Contre-courant/co-courant
- Analyse des différents arrangements du point de vue position de fluides.
 - (C-F-C) et (F-C-F)
- Etude des différents types de sollicitations.
 - Perturbation de type échelon
 - Fluide chaud perturbé
 - Fluide froid perturbé
 - Trois fluides perturbés
 - Perturbation type rampe
 - Fluide chaud perturbé
 - Fluide froid perturbé
 - Trois fluides perturbés
 - Perturbation type sinusoïdale
 - Fluide chaud perturbé
 - Fluide froid perturbé
 - Trois fluides perturbés
 - Perturbation type exponentielle
 - Fluide chaud perturbé
 - Fluide froid perturbé
 - Trois fluides perturbés
- Comparaison entre l'échangeur à double tube concentrique et à triple tube concentrique.

Chapitre I : Synthèse bibliographique

Sommaire

I.1. Introduction.....	6
I.2. Régime permanent.....	6
I.2.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC).....	6
I.2.2. Echangeurs à triple tube concentrique (ETTC).....	9
I.3. Régime transitoire.....	17
I.3.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC).....	17
I.3.2. Echangeur à triple tube concentrique (ETTC).....	30
I.4. Conclusion.....	32

I.1.Introduction

Ce premier chapitre a pour objectif de faire le point sur les études achevées par de nombreux auteurs sur les échangeurs de chaleur. Il s'agit d'une synthèse des travaux effectués soit en double tube concentrique (EDTC) ou en triple tube concentrique (ETTC), pour les deux régimes de fonctionnement stationnaire et transitoire (instationnaire). Divers modèles mathématiques et empiriques ont été développés selon la nature des hypothèses désignées.

I.2. Régime permanent

I.2.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC)

Parmi les divers types de dispositifs d'échange, l'échangeur à double tube est le plus simple. Il est constitué de deux tubes coaxiaux : l'un des fluides circule dans le tube central et l'autre circule dans l'espace annulaire, la plupart du temps en arrangement contre-courant. Les échangeurs de chaleur à double tube sont utilisés dans l'industrie car ils fonctionnent à des températures et des pressions élevées.

TIMOTHY et al. (2006) ont modélisé numériquement un échangeur de chaleur à double tube hélicoïdal, par le CFD (PHOENICS 3.3) pour étudier les caractéristiques de transfert de chaleur d'un écoulement laminaire des deux fluides, sous différents débits et tailles de tubes. Les deux circulations de fluides à co-courant et à contre-courant ont été étudiées.

Deux diamètres de tubes différents ont été utilisés, le coefficient global de transfert de chaleur a été calculé pour des nombres de Dean interne dans la gamme (38 à 350).

Les résultats de la simulation obtenus montrent que :

- Le coefficient de transfert de chaleur global augmente avec l'accroissement du nombre de Dean interne.
- La résistance thermique totale est largement dominée par l'espace annulaire, ce qui indique que dans la conception de ce type d'échangeur thermique l'espace annulaire est la zone qui devrait concevoir le plus d'attention pour améliorer d'une façon considérable l'efficacité du transfert thermique.
- Une nouvelle corrélation du nombre de Nusselt pour l'espace annulaire est donnée, cette corrélation est de forme linéaire en fonction du nombre de Dean.

$$Nu = 0.075De + 5.36 \tag{I.1}$$

Avec :

$$\text{Nombre de Dean} : De = \frac{U D_h \rho}{\mu} \sqrt{\frac{D_h}{2R}}$$

Cette corrélation est valable pour un rayon de courbure : $R \approx 1$

AGHAYARI et al. (2015) ont mené une étude expérimentale pour montrer l'effet du nano fluide Al_2O_3 -eau sur la performance du transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur à double tube concentrique à contre-courant en régime turbulent, pour différentes concentrations des nanoparticules dans le fluide de travail. Ils ont conclu que :

- L'utilisation de nanofluide Al_2O_3 -eau augmente le coefficient de transfert de chaleur par rapport au fluide pur.
- La conductivité thermique des nano-fluides augmente avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules en volume.
- L'augmentation du coefficient de transfert convectif dépend de l'augmentation de la conductivité thermique du fluide et la diminution de l'épaisseur de la couche limite thermique.
- La diminution de la couche limite thermique peut être due à la mobilité des particules à proximité de la paroi, la migration d'entre elles vers le centre du tube et la réduction de la viscosité à la zone de la paroi.

LASKOWSKI (2015) a considéré l'échangeur de chaleur comme une « boîte noire » son objectif a été d'étudier la façon dont les paramètres d'entrée de l'échangeur de chaleur (températures et débits des deux fluides) affectent celles de sortie de l'échangeur de chaleur (températures et débits des deux fluides) et ainsi essayer d'introduire un nouveau rapport de l'efficacité de transfert de chaleur de l'échangeur à double tube concentrique à contre-courant en fonction des paramètres d'entrée seulement.

L'efficacité de transfert de chaleur d'un échangeur de chaleur à contre-courant a été obtenue sous forme d'une fonction de deux paramètres : le rapport des capacités calorifiques des deux fluides et le NUT.

$$E = 1 - \frac{(R - 1)(1 - \alpha')}{\alpha' + \alpha'R - R} \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$$\alpha' = \frac{NUT}{4}(1-R) + \frac{1}{2} \quad (I.3)$$

et

$$R = \frac{q_{t_f}}{q_{t_c}} \quad (I.4)$$

Les relations proposées ont été vérifiées par rapport aux données produites par une simulation numérique d'un échangeur de chaleur deux tubes concentriques à circulation contre-courant.

[SARMAD \(2015\)](#) a réalisé et expérimenté un échangeur de chaleur à double enveloppe muni de chicanes semi-circulaires espacées de 15cm et 45cm pour un écoulement turbulent. Il a tiré les conclusions suivantes :

- Le coefficient de frottement et le coefficient de transfert de chaleur augmentent avec la diminution d'espacement entre les chicanes par rapport à l'échangeur à tube lisse.
- Le transfert de chaleur pour l'échangeur à chicanes (15cm et 45cm) est plus performant qu'un tube lisse de (1.9 et 1.3) fois respectivement.
- Un bon accord est obtenu entre les résultats expérimentaux et les nouvelles corrélations de nombre de Nusselt et du coefficient de frottement d'un échangeur de chaleur muni de chicanes.
- Le ratio de performance Ψ (défini comme le rapport entre le coefficient de transfert de chaleur avec chicanes h_c et celui d'un tube lisse h_s multipliés par le nombre de Reynolds : $\Psi = \left(\frac{h_c}{h_s} \right) Re$ est supérieur à l'unité ce qui rend l'utilisation de ce type de chicanes rentable.

[ZOHIR et al. \(2015\)](#) ont réalisé une étude expérimentale pour améliorer le coefficient de transfert de chaleur dans le cas d'utilisation d'un fil de section circulaire enroulé autour de la surface externe du tube interne, d'un échangeur de chaleur double-tube concentrique en écoulement turbulent, pour les deux circulations à contre-courant et à co-courant, l'eau froide s'écoule dans l'espace annulaire et le nombre de Reynolds varie de 4000 à 14000. Des enroulements de pas différents (5, 6, 12 et 20 mm) ont été étudiés.

Les résultats montrent que l'utilisation du fil circulaire enroulé conduit à une augmentation considérable des coefficients de transfert de chaleur par rapport à un tube à paroi lisse.

Le coefficient de transfert de chaleur convectif croît et atteint sa valeur maximale de 450% pour la circulation contre-courant et de 400% pour le mode co-courant et cela par rapport au tube lisse.

Des nouvelles corrélations de nombre de Nusselt moyen relatives aux différents emplacements du fils enroulé sont présentées.

$$Nu_{mr} = 0.00224 \times Re^{0.677} \times P^{0.353} \quad \text{Cas à co-courant} \quad (I.5)$$

$$Nu_{mr} = 1.008 E^{-03} \times Re^{0.7529} \times P^{0.3904} \quad \text{Cas à contre-courant} \quad (I.6)$$

Où

Nu_{mr} : Nombre de Nusselt moyen relatif (-)

P : Pas adimensionnel (p/D_h) (-)

p : pas du fil enroulé (mm)

D_h : diamètre hydraulique (m)

I.2.2. Echangeurs à triple tube concentrique (ETTC)

L'échangeur de chaleur à triple tube concentrique (ETTC) est une version légèrement modifiée d'un échangeur de chaleur à double tube (EDTC), il est conçu de trois tubes concentriques traversé par trois fluides qui échangent de la chaleur entre eux, l'un des fluides (à chauffer ou à refroidir) circule dans l'anneau interne formé entre le tube intérieur et l'espace annulaire externe. Par conséquent, l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique améliore le transfert de chaleur à travers un passage d'écoulement supplémentaire et une plus grande surface de transfert de chaleur par unité de longueur de l'échangeur.

Dès la première étude réalisée par Morley sur les échangeurs thermiques ayant lieu entre trois fluides [MORLEY, 1933], plusieurs études [RABINOVICH, 1961] [WOLF, 1964], [ALDUS, 1966], [RAO, 1977] et [KANCIR, 1980] ont été menées sur les échangeurs impliquant trois fluides en régime permanent.

ZURITZ (1990) a ensuite développé un ensemble d'équations analytiques qu'il a résolu en utilisant la méthode des transformées de Laplace pour calculer la distribution de températures dans un échangeur à triple tube concentrique à configuration contre-courant.

SEKULIC (1994) a présenté une note technique dont laquelle il a fourni des formules explicites pour déterminer les distributions de température des trois fluides pour les quatre arrangements possibles d'écoulement : ($A_{i=1,4}$).

1- Co-courant les trois fluides dans le même sens A_1 :

5 \longrightarrow
 3 \longrightarrow
 1 \longrightarrow

2- Contre-courant A_2 :

5 \longrightarrow
 \longleftarrow 3
 1 \longrightarrow

3- Contre-courant/co-courant A_3 :

5 \longrightarrow
 \longleftarrow 3
 \longleftarrow 1

4- Co-courant/contre-courant A_4 :

5 \longrightarrow
 3 \longrightarrow
 1 \longleftarrow

En régime permanent pour le cas où la conduction dans les fluides et les parois est nulle, les coefficients d'échange de chaleur par convection sont indépendants de la température, du temps et de la position. Il a donné aussi une expression analytique unique pour la détermination du croisement des températures pour n'importe quelle combinaison de fluides Figure I.1.

$$\xi_{k,i}^* = \frac{1}{\gamma' NUT} \ln \frac{D_{k,j} + L_{k,j}}{D_{k,j} - L_{k,j}} \quad (I.7)$$

Avec :

$\xi_{k,i}^*$: Coordonnée adimensionnelle (-)

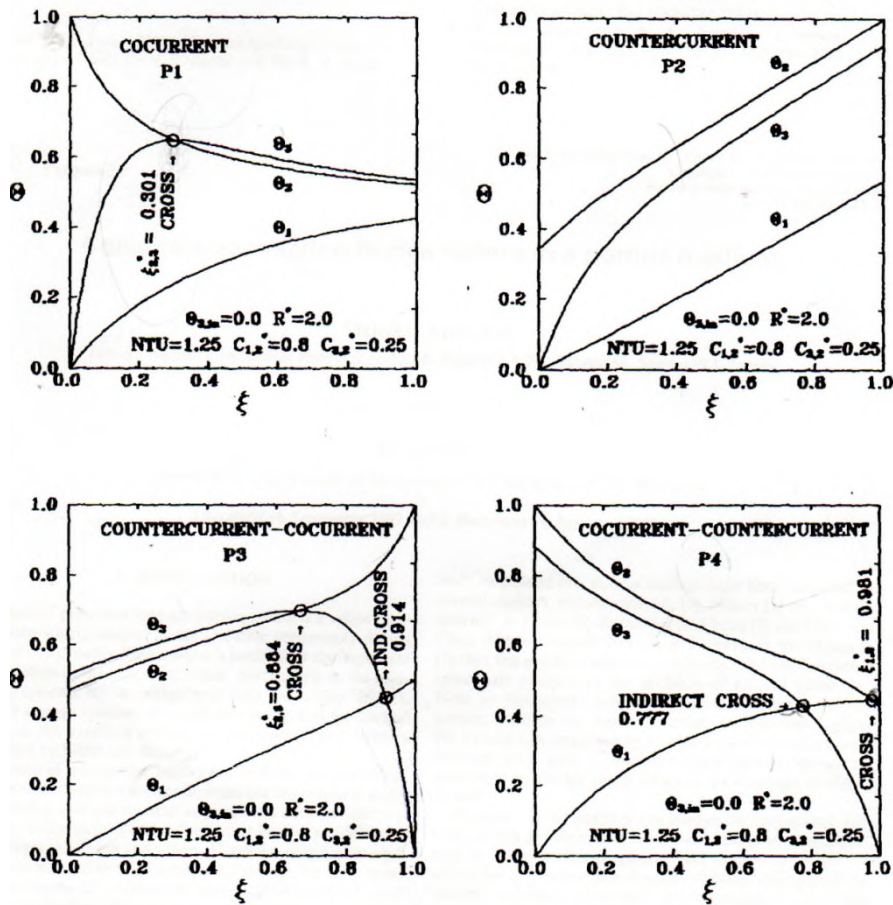


Figure I.1 : Distribution de température dans l'échangeur de chaleur à trois fluides co-courant (arrangement P1), contre-courant (arrangement P2), contre-courant/co-courant (arrangement P3) et co-courant/contre-courant (arrangement P4) [SEKULIC, 1994]

ÜNAL (1998) a développé dans une première partie théorique un système d'équations différentielles pour un échangeur de chaleur à triple tube concentrique isolé thermiquement de l'ambiance extérieure pour les conditions d'un écoulement développé. Les dérivées des équations régissant les températures consistent aux équations aux dérivées partielles ordinaires de deuxième ordre pour le tube central et l'espace annulaire extérieur, et une équation différentielle aux dérivées partielles du premier ordre pour l'écoulement dans l'espace annulaire intérieur. Les équations résultantes expriment les variations de la température des trois fluides le long de l'échangeur, pour les deux arrangements contre-courant et co-courant, elles permettent d'effectuer les calculs de conception, de performance et d'étudier les effets de divers paramètres sur la performance et les dimensions de l'échangeur de chaleur.

ÜNAL et OZTURK, (1998) ont présenté des études de cas pour les [ETTC] en circulation contre-courant, ils ont démontré que la performance thermique est fortement liée

aux rapports des diamètres de l'échangeur de chaleur, leurs résultats ont été limités au point que l'écoulement des trois fluides peut être soit laminaire ou turbulent.

ÜNAL (2001) a complété son étude théorique approfondie menée sur [ETTC] en (1998) par plusieurs études de cas sur un échangeur de chaleur liquide-liquide d'une manière systématique, y compris toutes les combinaisons de type de flux des trois fluides. Les résultats ont été présentés sous forme graphique afin de mieux comprendre l'influence des rayons des tubes sur la performance et la taille de l'échangeur de chaleur. Les études de cas comprennent à la fois les calculs des performances et la conception réalisées sur les deux types d'échangeurs de chaleur : double et triple tube concentrique à contre-courant. Il a démontré clairement que :

- Les dimensions relatives des tubes (rayons de tubes) qui forment l'échangeur influent fortement sur l'efficacité de l'échangeur de chaleur et/ou sur la longueur.
- L'optimisation de l'efficacité de l'échangeur thermique améliore la performance de l'échangeur de chaleur et l'optimisation de la longueur permet d'épargner l'espace et le métal par rapport [EDTC] de même diamètre du tube extérieur.

SAHOO et al. (2003) ont développé une technique itérative pour l'estimation précise des coefficients de transfert de chaleur Figure I.2 et des coefficients globaux de transfert de chaleur Figures (I.3 et I.4) (surface intérieure du tube intermédiaire et surface externe du tube interne) dans un [ETTC] hélicoïdal.

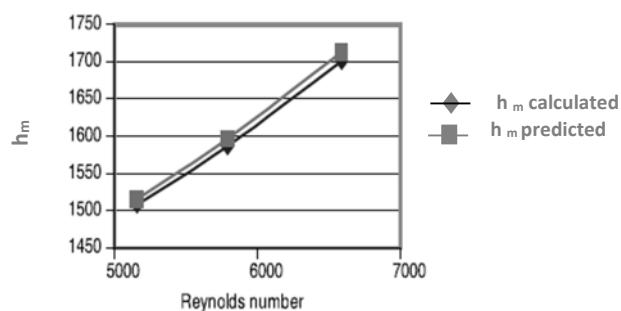


Figure I.2 : Variation du coefficient de transfert h_m côté lait avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].

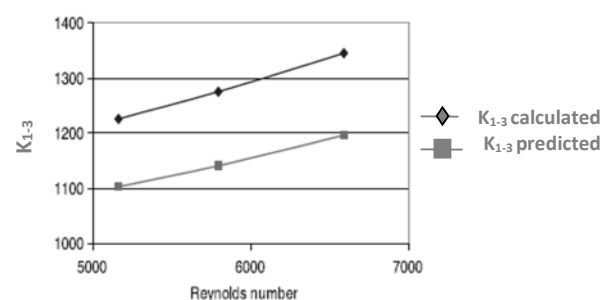


Figure I.3 : Variation de K_{1-3} avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].

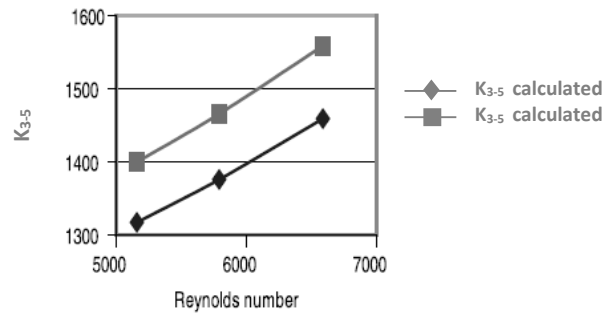


Figure I.4 : Variation de K_{3-5} avec le nombre de Reynolds [SAHOO et al, 2003].

La méthode démontre la précision de l'estimation des coefficients de chaleur lorsque les deux surfaces sont considérées.

BATMAZ et al. (2005) ont déterminé les coefficients d'échange globaux des fluides dans un [ETTC] en utilisant les équations de bilan énergétique dans un volume de contrôle. En 2008 les mêmes auteurs, ont comparé l'efficacité de l'échangeur [ETTC] à celle d'un échangeur de chaleur à double tube concentrique, ils ont observé que pour des essais à contre-courant, la valeur de l'efficacité de l'échangeur de chaleur [ETTC] est plus élevée que celle de l'échangeur de chaleur [EDTC] ayant les mêmes diamètres que le tube interne et le tube externe de l'échangeur de chaleur [ETTC]. Pour l'arrangement co-courant, les résultats ont montré que dans certains cas l'échangeur à [EDTC] peut atteindre des valeurs d'efficacité plus élevées que l'échangeur de chaleur [ETTC]. La diminution de l'efficacité de l'échangeur de chaleur [ETTC] est due au croisement de température.

RADULESCU et al. (2012) ont établi un algorithme de calcul du coefficient h de transfert de chaleur d'un fluide chaud (eau) qui s'écoule à travers l'espace annulaire interne d'un échangeur à triple tube concentrique avec circulation à contre-courant et sans changement de phase. Le régime d'écoulement est transitoire dans le tube central et l'espace annulaire intérieur et laminaire dans l'espace annulaire extérieur. L'objectif de l'étude est d'établir une corrélation qui permet la détermination du coefficient partiel du fluide chaud. La nouvelle corrélation développée pour la conception des dispositifs de transfert de chaleur pour un échangeur de chaleur à double et triple tube concentrique est :

$$Nu_c = 2.718 Re_c^{0.597} Pr_c^{1/3} \left(\frac{D_{h2}}{L_1} \right)^{2/3} \quad (I.8)$$

Avec :

Nu_c : Nombre de Nusselt du fluide chaud (-)

Re_c : Nombre de Reynolds du fluide chaud (-)

P_{rc} : Nombre de Prandtl du fluide chaud (-)

D_{h2} : Diamètre hydraulique (m)

L_1 : Longueur du tube (m)

L'application pratique de cette corrélation est valable pour :

- $2264 \leq Re \leq 7893$
- $0.11 \leq U \leq 0.36$ m/s
- Rapport de diamètres $\left(\frac{D_{ext1}}{D_{int2}}\right) = \frac{14}{16}$
- Longueur des tubes relativement petite (1.193m, 0.935m).

Pour ces conditions d'applications, l'incertitude de calcul est de 8%.

Le coefficient de transfert de chaleur obtenu h pour l'eau chaude varie entre 1116 et 2254 W/m²°C.

[PEIGNE \(2013\)](#) a réalisé un prototype d'un échangeur de chaleur intégré au niveau du conduit de fumée d'un système combiné de ventilation et de chauffage au bois dans les bâtiments à basse consommation d'énergie.

Un modèle mathématique est développé dans le but de prévoir les échanges thermiques qui s'opèrent en régime permanent au niveau d'échange entre les fumées, l'air de ventilation, l'air de combustion et l'environnement extérieur. Ces trois fluides gazeux sont séparés par des parois métalliques en acier inoxydable, compte des lieux d'entrée et de sortie de l'air de ventilation, la configuration et à contre-courant côté fumées et à co-courant du côté de l'air. Le modèle mathématique développé dans cette étude est basé sur les démarches adoptés par [PRASAD, 1987,1988] sur des échangeurs de chaleur à double tube concentrique sans isolation au niveau de leur surface extérieure et par [ÜNAL, 1998, 2001, 2003] dans ses travaux sur les échangeurs de chaleur à triple tube concentrique parfaitement isolée.

Les solutions analytiques obtenues donnent les températures de sortie des trois fluides circulant au sein du conduit de l'échangeur de chaleur à paroi non isolé. Une étude paramétrique est ensuite conduite en se basant sur un ensemble de paramètres d'entrée dont les valeurs sont prises à partir des mesures expérimentales tels que : longueur, capacité

calorifique et diamètre du tube intermédiaire ce qui rend possible d'apprécier l'influence d'une variation de chaque paramètre sur les performances de l'échangeur de chaleur.

QUADIR et al. (2013) ont réalisé une étude expérimentale sur la performance d'un échangeur de chaleur en régime permanent pour deux configurations d'écoulement, appelés N-H-C et C-H-N pour les conditions isolées et non isolées de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique. Les trois fluides considérés sont l'eau chaude (H), l'eau froide (C) et l'eau du robinet normale (N). Sous l'arrangement N-H-C, l'eau normale s'écoule dans le tube interne, l'eau chaude s'écoule dans l'espace annulaire intérieur et l'eau froide s'écoule dans l'espace annulaire extérieur. Tous les fluides s'écoulent parallèlement l'un à l'autre. L'eau froide et normale sont échangées dans l'arrangement C-H-N et le débit d'eau chaude reste inchangé. Ils ont conclu que le transfert de chaleur entre les trois fluides considérés est plus efficace en agencement N-H-C de l'échangeur de chaleur par rapport à l'arrangement C-H-N.

QUADIR et al. (2014) ont mené une étude numérique pour décrire le comportement thermique de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique par la méthode des éléments finis sous les conditions de l'état stationnaire pour les mêmes arrangements cités dans leur étude de (2013). La performance de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique est étudiée pour différents débits et dans les deux cas : échangeur isolé et non isolé de son environnement. Les prédictions numériques des variations de température des trois fluides en utilisant la méthode des éléments finis suivent de près celles obtenues à partir d'expériences. Une étude paramétrique est également réalisée pour montrer l'effet de chaque paramètre de conception (rapport des capacités calorifiques entre le fluide (H) et le fluide (C) \mathbb{R}_1 , le rapport de capacité calorifique entre le fluide (H) et le fluide (N) \mathbb{R}_2 et le rapport des coefficients d'échange globaux \mathbb{H}) sur la distribution de température des différents fluides de l'échangeur de chaleur voir Figure I.5.

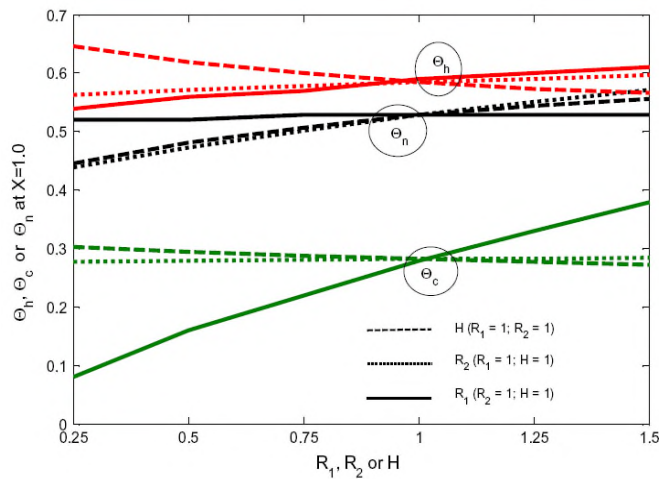


Figure I.5 : Effet de R_1 , R_2 et H sur les températures adimensionnelles de sortie de l'eau chaude, froide et normale pour $\theta_{\infty} = -0.25$, $(NTU_e = 0.5, NTU_{e\infty} = 0.01, \theta_{nin} = 0.4)$ [QUADIR et al, 2014].

BEHERA et al. (2014) ont réalisé une simulation numérique à l'aide de ANSYS14 sur un échangeur de chaleur à triple tube concentrique pour étudier le transfert de chaleur se produisant entre les trois fluides à des températures différentes pour les deux arrangements contre-courant et co-courant. Les résultats obtenus sont donnés sous forme de profils de température en fonction de la longueur de l'échangeur de chaleur et du coefficient de transfert de chaleur en fonction du nombre de Reynolds i.e. pour des débits différents. Le tube extérieur est supposé thermiquement isolé. Les trois fluides considérés sont l'eau chaude dans l'anneau du milieu, l'eau froide et l'eau du robinet dans les tubes intérieur et extérieurs alternativement (C-H-N), (N-H-C). Les résultats montrent que le transfert de chaleur est plus efficace pour l'arrangement (N-H-C) en contre-courant.

PATRASCIOIU et RADULESCU (2015) ont développé un modèle numérique pour prédire les températures de sortie dans un échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime laminaire. Pour l'élaboration du modèle, ils ont utilisé les équations de transfert de chaleur et de la dynamique des fluides, ainsi qu'un algorithme numérique pour résoudre les systèmes d'équations. Les résultats obtenus en utilisant la simulation numérique ont été validés par des essais expérimentaux sur un échangeur de chaleur à trois tubes coaxiaux destiné au refroidissement d'un produit pétrolier avec de l'eau.

I.3. Régime transitoire

I.3.1. Echangeur à double tube concentrique (EDTC)

Dans beaucoup de situations les résultats du régime permanent sont extrapolés pour d'écrire le comportement de l'état transitoire, mais cette méthode ne convient pas dans la plupart des cas. Ainsi, il y'a un besoin de développer des modèles pour l'état transitoire. Différentes méthodes ont été développées, pour étudier le comportement transitoire des échangeurs de chaleur à double tube concentrique.

[MOZLEY et al. \(1956\)](#) ont présenté deux méthodes de prédiction dynamique appliquées à un échangeur de chaleur à double tube concentrique. La première méthode est l'élaboration des modèles mathématiques simples, la deuxième est une méthode d'analogie par réseaux électriques. Les résultats sont confirmés par des mesures expérimentales. En comparant les deux méthodes, ils ont conclu que les modèles mathématiques sont simples et mieux adaptés pour les petites fréquences par contre la méthode d'analogie électrique est plus appropriée et donne une grande précision à des fréquences élevées.

[HADDAD \(1964\)](#) a déterminé numériquement les températures de sortie des deux fluides à partir de découpage en tronçons d'un échangeur thermique à double tubes concentriques. Le coefficient d'échange par convection est considéré constant dans chaque tronçon. Cette méthode, bien que donnant des résultats très captivants confrontés à l'expérience, a un inconvénient important qui est la lourdeur du matériel nécessaire pour sa mise en œuvre.

[GILLES \(1971\)](#) a utilisé une approche similaire à celle de Haddad, dont le système étudié est divisé en n tronçons de longueur Δx , sur chaque tronçon le profil des températures est considéré comme constant. Il a développé un modèle mathématique reliant la transformée de Laplace de la température de sortie à la transformée de Laplace de la température d'entrée et le débit par des équations de transfert. Pour simuler le comportement transitoire d'un échangeur thermique à double enveloppe liquide-liquide, soumis à un échelon de température de l'un des fluides pour le régime d'écoulement turbulent. Le coefficient d'échange par convection h est supposé constant sur l'ensemble de l'échangeur déduit de l'état stationnaire.

[PIERSON et al. \(1988\)](#) ont proposé une approche théorique différente permettant de simuler une phase de relaxation d'un échangeur de chaleur. Un modèle simple, basé sur des considérations expérimentales est proposé et validé par des essais expérimentaux qui consiste à décomposer la réponse à une brusque variation de température d'entrée de l'un des fluides, en un palier de durée t_r (temps de retard correspondant au temps pendant lequel la température

de sortie du système reste constante égale à la valeur initiale), suivi d'une variation exponentielle caractérisée par une seule constante de temps τ .

$$t \leq t_r \quad T_{fs}(t) = T_{fs}(0) = cste \quad (I.9)$$

$$t \geq t_r \quad T_{fs}(t) = T_{fs}(\infty) + (T_{fs}(0) - T_{fs}(\infty)) \exp\left(-\frac{t-t_r}{\tau}\right) \quad (I.10)$$

(Le symbole ∞ correspond à l'instant où le régime permanent final est considéré atteint).

Cette loi n'est donc qu'une approximation qui s'est avérée suffisante pour simuler avec une bonne précision la réaction d'un échangeur de chaleur à un brusque changement de la température d'entrée de l'un des fluides. Dans cette loi intervient la constante du temps τ caractéristique de la réponse. Une expression analytique de τ en fonction des caractéristiques géométriques et des conditions de fonctionnement de l'échangeur et des fluides est proposée pour un échangeur bitube eau-eau à des températures inférieures à 80°C soumis à un échelon de température du fluide chaud pour l'écoulement laminaire et turbulent, qui conduit à des résultats tout à fait convenables une fois confrontés à l'expérience ou à la littérature [Haddad, 1964] pour l'étude numérique et [Gilles étude, 1971] pour l'étude analogique. Ce modèle sera d'ailleurs repris dans un grand nombre de publications car il permet d'exprimer la constante de temps sous une forme simple.

AZILINON (1989) a effectué des essais expérimentaux pour obtenir la réponse transitoire (température de sortie) d'un échangeur de chaleur (échangeur bitube, échangeur à faisceau de tube, radiateur...etc.) soumis à une variation de température ou de débit de type échelon sur l'un des fluides peut être approché par la loi exponentielle simple (modèle à deux paramètres) proposée par [PIERSON, 1988].

La constante de temps est calculée théoriquement par des formules proposées pour un échangeur de chaleur à double tube concentrique, un échangeur à faisceau tubulaire et d'un assemblage de deux échangeurs en parallèle. Il a observé que le sens relatif des écoulements n'a pas d'influence sur la constante de temps τ , par contre pour l'échangeur à faisceau tubulaire, le nombre de tubes et la surface d'échange ont une grande influence sur la constante de temps du système.

Pour le cas d'échelon de débit et pour des variations faibles, la constante de temps ne dépend pas du débit initial du fluide perturbé, mais peut être exprimée seulement en fonction des débits des deux fluides à l'état stationnaire final. Il existe deux temps de retard : t_{rc} sur le fluide chaud et t_{rf} sur le fluide froid.

PIERSON et al. (1989) ont utilisé une méthode à deux paramètres dans une étude théorique d'un échangeur de chaleur à double tube concentrique en régime instationnaire quand la température d'entrée de l'un des fluides est soumise à un échelon de température.

La méthode proposée fait appel à une méthode classique [NESSI et al, 1925] qui consiste à décomposer un signal quelconque en somme d'échelons. Ce modèle suit avec une bonne précision les résultats expérimentaux avec une précision clairement supérieure à celle obtenue à l'aide d'un modèle de régime permanent. L'influence des principaux paramètres de l'échangeur sur la constante de temps et la transmittance statique ont permis de prévoir le comportement général du système en régime variable.

PIERSON et al. (1990) ont proposé une méthode pour déterminer l'efficacité moyenne des échangeurs en régime transitoire, seule la température d'entrée d'un des fluides varie au cours du temps, la température de l'autre fluide ainsi que les débits étant considérés constants.

- Description de la méthode de calcul de l'efficacité E

L'efficacité E définie uniquement en régime permanent, fonction des températures d'entrée et de sortie T_{e1}, T_{e2}, T_{s1} et les débits thermiques unitaires des deux fluides.

$$E = \frac{q_{t1}(T_{s1} - T_{e1})}{q_{t\min}(T_{e2} - T_{e1})} \quad (\text{I.11})$$

Avec :

$$T_{e2} > T_{e1} \text{ et } q_{t\min} = \min(q_{t1}, q_{t2})$$

Si T_{e2} varie au cours du temps, la définition n'a plus de sens physique.

Les auteurs ont défini un régime permanent de référence correspondant au fonctionnement du système à $\bar{T}_{e2} = cste$ où \bar{T}_{e2} est définie par la moyenne :

$$\bar{T}_{e2} = \frac{1}{t_n - t_0} \int_{t_0}^{t_n} T_{e2}(t) dt \quad (\text{I.12})$$

Une valeur moyenne de E (notée \bar{E}) peut alors se déduire de (I.11) en remplaçant T_{e2} par \bar{T}_{e2}

\bar{T}_{s1} est donnée suivant la relation (I.12).

L'efficacité moyenne est :

$$\bar{E} = \frac{q_{t1} (\bar{T}_{s1} - T_{e1})}{q_{t\min} (\bar{T}_{e2} - T_{e1})} \quad (\text{I.13})$$

D'où la méthode de détermination de l'efficacité moyenne, si on connaît $q_{t\text{np}}$ et $q_{t\text{min}}$, ainsi que la température T_{e1} , il suffit de suivre au cours du temps les températures variables T_{e2} et T_{s1} pour déduire \bar{E} à l'aide de l'équation (I.13). L'étude expérimentale a porté sur un échangeur de chaleur bitube eau-eau en acier, l'eau chaude circule dans le tube intérieur, la température d'entrée du fluide chaud varie d'une manière aléatoire.

Compte tenu des erreurs expérimentales, en particulier sur la constante des débits des fluides, un écart de l'ordre de 8% entre les valeurs obtenues en régime variable \bar{E} et celles obtenues avec la méthode de NUT (E_{NUT}) est tout à fait acceptable.

GVOZDENAC (1990) a présenté une méthode analytique pour le calcul de la réponse transitoire de l'échangeur de chaleur parallèle. Le modèle est basé sur trois équations de bilan d'énergie locales qui sont résolues en utilisant le procédé de transformée de Laplace pour un échelon de la température d'entrée de fluide primaire. Les solutions sont trouvées dans le cas de conditions initiales et exprimées sous forme analytique explicite en termes de nombre d'unités de transfert, les rapports de la capacité thermique, résistance de transfert de chaleur et les rapports de débit. Les solutions présentées sont valables dans les cas où les vitesses des fluides sont égales ou différentes.

HENRION et al. (1991) ont étudié le comportement en régime transitoire de divers types d'échangeurs de chaleur, la démarche de [AZILINON, 1990] est reprise mais avec une modification de l'une des conditions d'équivalence. AZILINON et al. (1990) ont proposé une hypothèse physique liée au transfert thermique fluide-paroi, ils ont supposé l'égalité des coefficients d'échange par convection côté calandre de l'échangeur tubulaire et côté annulaire de l'échangeur bitube équivalent. Dans cet article les auteurs ont proposé l'égalité des coefficients de transfert globaux des échangeurs, de ce fait, l'échangeur de chaleur réel et l'échangeur à double tube fictif équivalent ont les mêmes caractéristiques et échangent la même puissance.

LAKSHMANAN et al. (1994) ont utilisé un modèle numérique basé sur des solutions analytiques pour simuler le comportement dynamique d'un échangeur de chaleur concentrique à contre-courant, liquide-liquide dans le cas du démarrage Figure I.6 et une perturbation en fréquence sur l'entrée du fluide circulant dans l'espace annulaire. Ce modèle numérique est capable de fournir directement une solution du domaine temporel. La perturbation fréquence varie sur une large gamme (0,1 tr/min à 50tr/min), les résultats sont comparés avec des réponses en fréquence analytiquement obtenus à l'aide de transformées de Laplace et d'une fonction approchée. Cette comparaison a fourni un bon moyen pour valider le modèle numérique.

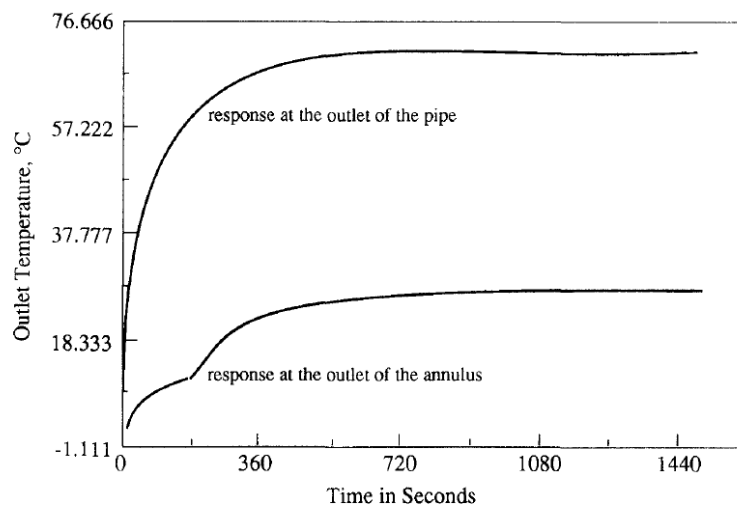


Figure I.6 : Approche de l'état d'équilibre à partir du démarrage d'un échangeur de chaleur à contre-courant [LAKSHMANAN et al, 1994].

HADIDI et al. (1995) ont caractérisé le comportement transitoire d'un échangeur thermique à double tube concentrique où les températures d'entrée des deux fluides varient simultanément. Ils ont présenté une généralisation du modèle analytique à deux paramètres (τ , t_r), l'expression de la constante du temps τ est obtenue à partir du bilan énergétique en régime instationnaire pour le cas des échelons de températures sur les deux entrées. Ils ont contribué à l'étude de l'influence des divers paramètres (sensibilité aux échelons, influence des débits, la position des fluides dans l'échangeur, le sens relatif de la circulation, l'isolation extérieure de l'échangeur et l'influence de la longueur de l'échangeur). Une étude expérimentale a été réalisée pour valider le modèle analytique.

EL-WAKIL et al. (1995) ont développé un modèle à deux paramètres simplifiée (τ , t_r) pour décrire la réponse de la température de sortie d'un échangeur de chaleur à double tube

concentrique quand une ou deux entrées sont soumises à des échelons de température ou de débit. Une expression analytique de la constante de temps τ peut être obtenue en utilisant le bilan énergétique global de l'échangeur de chaleur au cours de la phase transitoire pour les deux arrangements co-courant et contre-courant. Le temps de retard t_r doit être déterminé expérimentalement. Connaissant l'expression des deux paramètres, la réponse de l'échangeur de chaleur peut être simulée pour toutes variations de la température ou de la vitesse d'écoulement au niveau des entrées. D'autre part, cette méthode peut être étendue à un échangeur à tubes et calandre.

Cette étude est complétée par une analyse paramétrique de la sensibilité de τ aux différents paramètres (arrangement, valeur du débit, deux échelons simultanés, longueur de l'échangeur et un échelon sur un fluide).

LACHI et al. (1997) ont donné une formulation générale de la méthode des deux paramètres quand un changement soudain des températures ou des débits est imposé aux deux entrées d'un échangeur à double tube. Ils ont appliqué cette formulation pour déterminer la constante de temps des échangeurs de chaleur à double tube et à tubes et calandre. Cette étude est suivie d'une étude paramétrique de l'influence de quelques paramètres sur la constante de temps et d'une comparaison des résultats théoriques et expérimentaux, ensuite ils ont généralisé le modèle pour le cas de l'échangeur à tubes et calandre avec des débits qui varient simultanément pour les deux entrées.

Ils ont abouti à une expression de la constante de temps, qui est fonction de plusieurs paramètres dynamiques et géométriques.

Pour compléter l'étude menée par [PIERSON et al 1990] sur la détermination de l'efficacité de l'échangeur en régime transitoire MAI et al (1999) ont proposé une méthode de calcul de l'efficacité moyenne d'un échangeur de chaleur en régime variable. Ils ont cherché à caractériser les performances d'un échangeur à double tube concentrique lorsque l'un des fluides subit des variations quelconques de débit. Ils ont défini l'efficacité moyenne en régime variable (efficacités moyennes sur le côté froid et le côté chaud), qui constitue une extension de l'efficacité classique (méthode de NUT) utilisée en régime permanent. Les résultats obtenus présentent une bonne corrélation avec celle donnée par la méthode de NUT qui est utilisée comme référence de l'état stationnaire. La différence entre l'efficacité moyenne et celle calculée par la méthode de NUT ne dépasse pas 3% au maximum.

IDRISSI et al. (2001) ont présenté la variation spatiale de la réponse transitoire de la température le long d'un échangeur de chaleur double tube à contre-courant quand un échelon de débit est appliqué sur le fluide chaud dans le tube intérieur. Contrairement aux études précédentes qui supposent que les deux fluides sont caractérisés par la même constante du temps et le temps de retard. L'intérêt de cette étude est concentré sur l'état instationnaire le long de l'échangeur.

$$T_{c,f,p}^*(x^*, t^*) = T_{c,f,p}^{*\infty}(x^*) - (T_{c,f,p}^{*\infty}(x^*) - T_{c,f,p}^{*0}(x^*)) \times \left(1 - \exp\left(-\frac{t^*}{\tau_{c,f,p}^*(x^*)}\right) \right) \quad (\text{I.14})$$

Les expressions de la constante de temps pour chaque fluide et paroi sont données. Les résultats théoriques ont été validés expérimentalement entre l'état permanent initial et final. L'influence du débit initial et final est étudiée, les réponses transitoires à un échelon de débit positif ou négatif sont également présentées. La comparaison de la constante de temps pour les changements de débit positifs et négatifs a montré un comportement asymétrique.

SU et al. (2003) ont mené une étude expérimentale pour déterminer le coefficient global de transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur à double tube concentrique à circulation parallèle. Cette méthode est basée sur l'analyse transitoire d'un échangeur thermique soumis à un changement arbitraire de température à l'entrée de l'échangeur de chaleur. La méthode de mesure transitoire du coefficient d'échange de chaleur global U peut être utilisée pour la détermination rapide de la performance thermique d'un échangeur de chaleur. L'application de la méthode transitoire à un échangeur de chaleur tubulaire avec un tube intérieur lisse est présentée. Le nombre de Nusselt Nu et le facteur de frottement f obtenus pour le tube interne lisse pour un nombre de Reynolds $12000 \leq Re \leq 50000$ ont une erreur relative de $\pm 5\%$ par rapport aux corrélations de GNIELINSKI et FILONENKO respectivement Figures (I.7 et I.8).

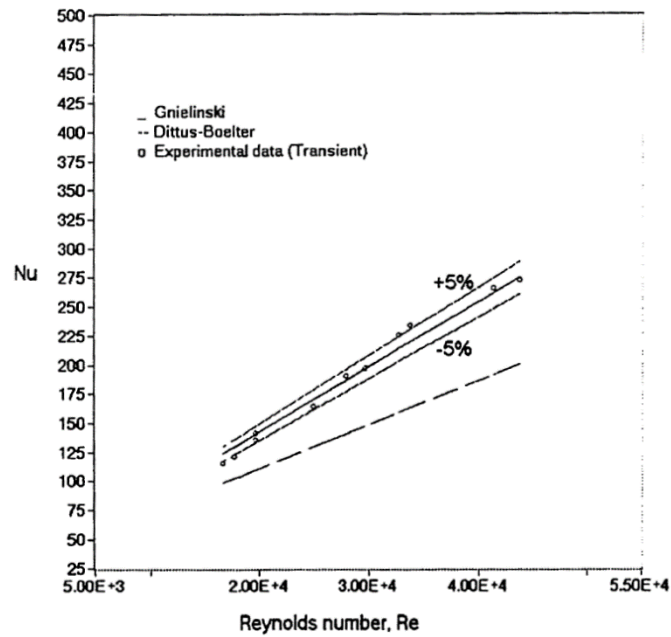


Figure I.7 : Comparaison de Nu obtenu par les méthodes de régime permanent et transitoire pour un écoulement turbulent d'eau dans un tube lisse de $Pr=5.964$ [SU et al, 2003].

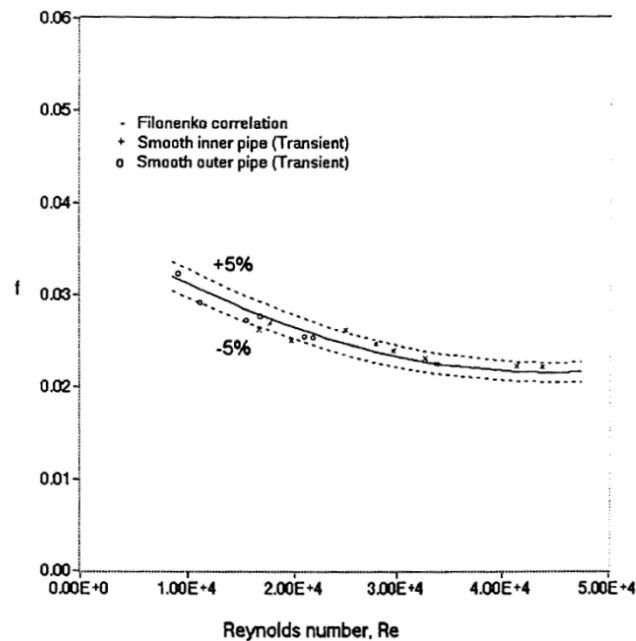


Figure I.8 : Comparaison du facteur de frottement f obtenu par la méthode du régime permanent et la méthode transitoire pour l'écoulement turbulent d'eau dans un tube lisse [SU et al, 2003].

YIN et al. (2003) ont donné un model analytique du comportement transitoire d'un échangeur de chaleur dans lequel un fluide est monophasique et l'autre à une température constante, pour deux cas de perturbations, ils ont imposé dans le premier cas un échelon de

température du fluide bi-phasique et dans le deuxième cas un échelon de débit massique du fluide monophasique. Les distributions de température transitoires adimensionnelles du fluide monophasique et de la paroi ont été obtenues en utilisant une méthode intégrale en supposant que les températures des fluides et de paroi peuvent être exprimées par une combinaison de distribution de températures initiales et finales connues en fonction de temps :

$$T_m^* = T_m^{*0} + (T_m^{*\infty} - T_m^{*0}) f(t^*) \quad (\text{I.15})$$

$$T_p = T_p^{*0} + (T_p^{*\infty} - T_p^{*0}) g(t^*) \quad (\text{I.16})$$

Dans les deux cas, les solutions analytiques explicite ont été obtenues et validées par comparaison avec les résultats de simulations numériques pour une large gamme de conditions de fonctionnement. Les résultats montrent que ce modèle recouvre la plupart des cas pratiques avec une très bonne précision.

Les solutions analytiques peuvent fournir de bonnes prédictions pour une performance transitoire de ces échangeurs de chaleur, et par conséquent, fournir une bonne orientation pour un contrôle adéquat des échangeurs de chaleur. La méthode de solution utilisée dans leur document peut être extensible aux échangeurs de chaleur avec deux fluides monophasiques.

[MALINOWSKI et al. \(2004\)](#) ont résolu analytiquement, par la méthode de la transformée de Laplace, le système d'équations aux dérivées partielles avec des conditions initiales homogènes, décrivant le champ de température transitoire dans les échangeurs de chaleur à contre-courant. La solution analytique dans le domaine de Laplace est obtenue pour le cas général des conditions initiales homogènes, alors que la solution analytique dans le domaine original est formulée par le cas particulier des capacités thermiques et de la vitesse égale dans les deux tubes de l'échangeur. Des calculs sont effectués, pour déterminer la réponse instationnaire d'un échangeur de chaleur à un échelon de température d'entrée de l'un des fluides.

[RAO et al. \(2005\)](#) ont comparé les performances dynamiques de trois arrangements : échangeur de chaleur direct, échangeur de chaleur indirect couplé à circulation forcée (FCL) et échangeur de chaleur indirect fluide couplé à circulation naturelle (NCL), voir Figure I.9.

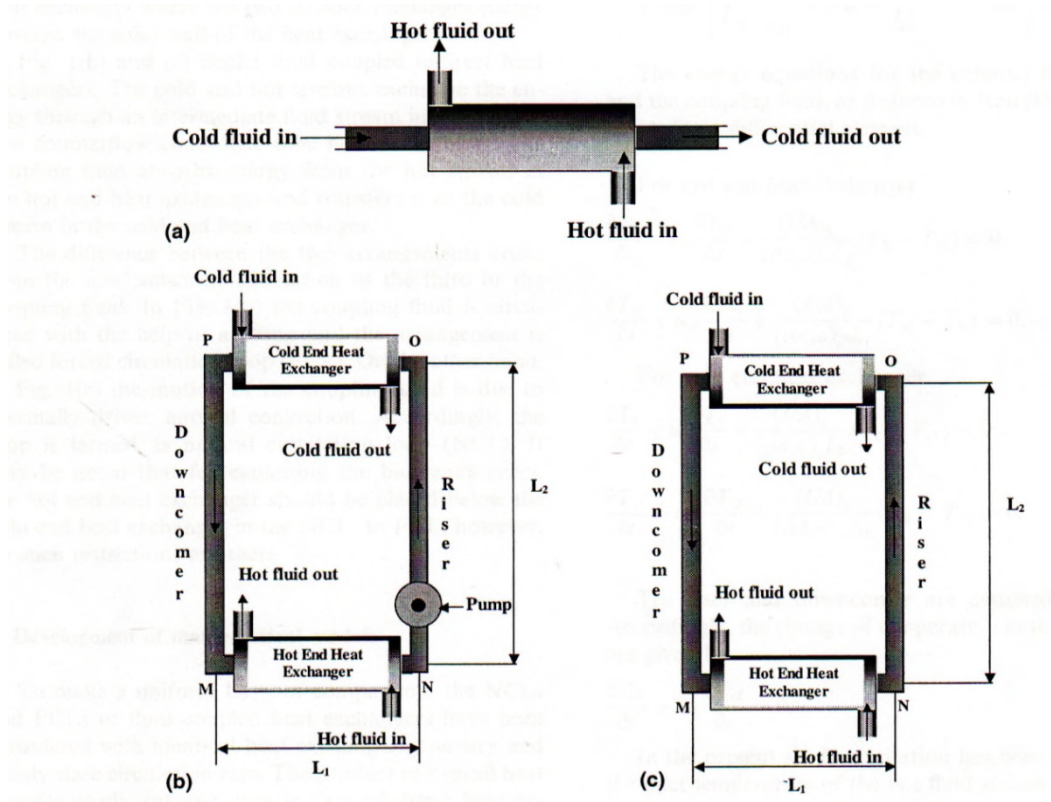


Figure I.9 : Différents modes de transfert de chaleur

(a) échangeur de chaleur direct, (b) échangeur de chaleur couplé avec FCL et (c) échangeur de chaleur couplé avec NCL, [RAO et al, 2005].

Des équations gouvernantes à une dimension sont obtenues pour les trois arrangements sous forme de dérivées partielles. La technique des éléments finis est utilisée pour résoudre ces équations pour des conditions aux limites transitoires, quatre types d'excitations sont imposées. Ils ont imposé sur la température d'entrée du fluide chaud les fluctuations suivantes : échelon, rampe, exponentielle et sinusoïdale. Ils ont adopté pour cette comparaison une géométrie (double tube) et des conditions initiales et aux limites identiques. Ils ont observé :

- Qu'il n'existe pas de temps de retard pour l'échangeur direct et il est très important pour (NCL)
- La température de sortie du fluide froid en état stationnaire est la même pour les échangeurs indirect (NCL) et (FCL) et elle est inférieure que celle de l'échangeur de chaleur direct.
- Dans le cas de l'excitation sinusoïdale, toutes les courbes de la température du fluide froid présentent un déphasage ayant la même fréquence de la température d'entrée.

ANSARI et MORTAZAVI (2006) ont étudié la réponse transitoire d'un échangeur de chaleur à contre-courant coaxial à double tube. La méthode appliquée est basée sur la solution analytique de l'équation d'énergie, la spécificité de cette méthode est l'application à la fois des méthodes analytiques et numériques, la forme générale de la méthode est numérique mais la variation de la température est obtenue par une solution analytique de l'équation d'énergie. En outre, le comportement transitoire du système est considéré pour les deux cas :

- le premier cas, une variation de la température d'entrée des deux fluides.
- le second cas, la variation du débit massique d'admission.

La variation de la constante du temps est prise en compte lors du comportement dynamique du système, il a été montré que la constante du temps se comporte différemment pour les deux fluides. Le calcul analytique basé sur le bilan d'énergie a permis d'exprimer la constante de temps en fonction des paramètres thermiques, géométriques et dynamiques calculés aux deux états permanents initial et final pour différentes configurations d'écoulement, et pour les deux sollicitations : échelon de température et échelon de débit. Enfin, une étude paramétrique sur l'effet du débit massique d'écoulement sur la réponse du système est effectuée. La comparaison des résultats obtenus par cette méthode avec les données expérimentales et les résultats analytiques des autres chercheurs confirme que ce modèle peut être utilisé pour la prédiction de la réponse du système à un niveau de confiance élevé

BAGUI et al. (2006) ont étendu le modèle proposé par [EL IDRISSEI et al, 2001] à un échangeur de chaleur double tube concentrique co-courant et monophasique pour lequel la solution exacte de son modèle mathématique est indisponible. Cette méthode consiste à l'approximation de la réponse transitoire avec un modèle du premier ordre.

$$T_{c,f,p}^*(x^*, t^*) = T_{c,f,p}^{*\infty}(x^*) - (T_{c,f,p}^{*\infty}(x^*) - T_{c,f,p}^{*0}(x^*)) \exp\left(-\frac{t^*}{\tau_{c,f,p}^*(x)}\right) \quad (I.17)$$

ANSARI et MORTAZAVI (2007) ont étudié le comportement transitoire d'un échangeur de chaleur à double tube concentrique avec écoulement co-courant. La spécificité de cette étude est la combinaison des deux méthodes analytique et numérique. Les équations qui régissent le système sont linéarisées par rapport à l'espace et le temps dans un élément. Enfin, la répartition de la température obtenue pour un élément est utilisée numériquement sur toute la longueur de l'échangeur de chaleur.

Diverses conditions aux limites (rampe, exponentielles et sinusoïdales) sont appliquées voir Figures (I.10, I.11 et I.12), et les réponses sont étudiées par rapport à divers paramètres. Une

comparaison des résultats avec les données d'études antérieures montre que la méthode appliquée dans cet article est capable de prédire avec précision le comportement transitoire. En plus l'équation d'énergie est résolue analytiquement, le présent procédé à une précision supérieure à celle précédemment utilisée.

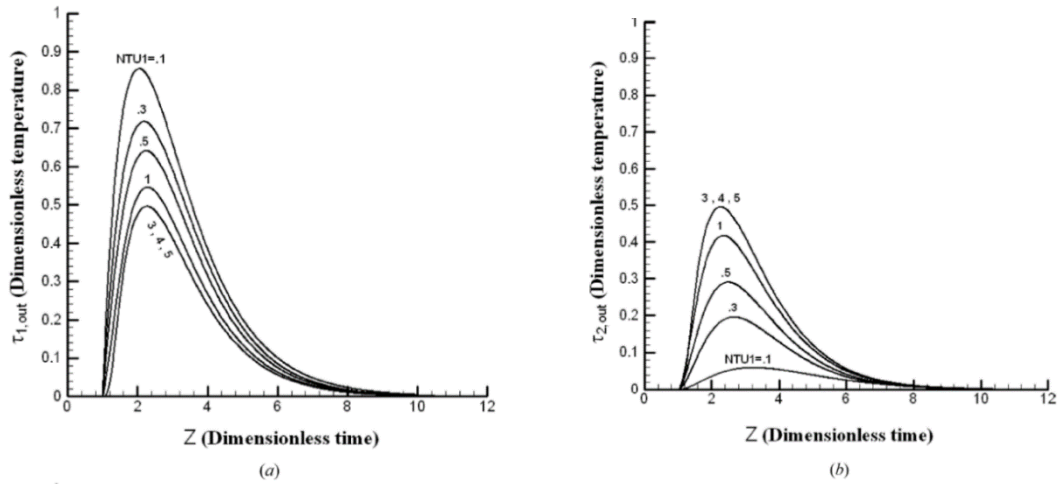


Figure I.10 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement exponentiel de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI, 2007].

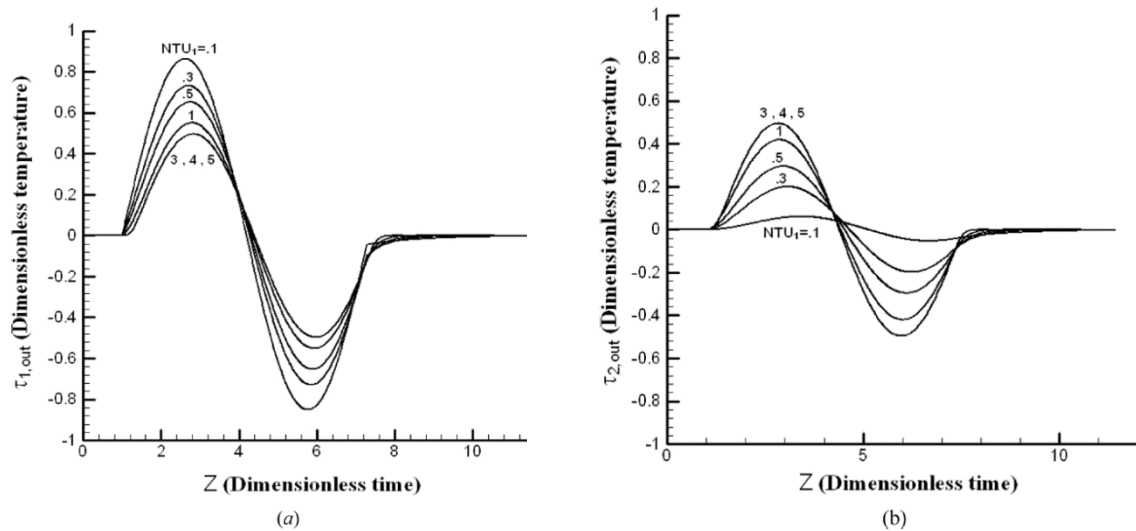


Figure I.11 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement sinusoïdal de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI, 2007].

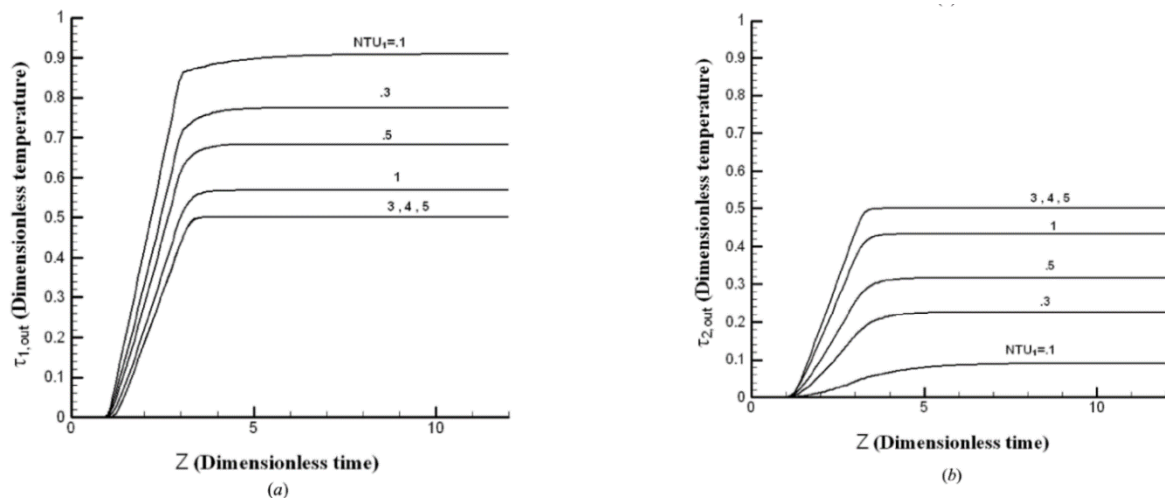


Figure I.12 : Réponse (a) du fluide 1 (b) du fluide 2 au changement linéaire de la température d'entrée [ANSARI et MORTAZAVI, 2007].

Les distributions de température sont développées à travers les conditions transitoires pour atteindre l'état stationnaire dans un échangeur à deux tubes coaxiaux. Un schéma unidimensionnel de différences finies a été utilisé pour analyser la distribution de température et de pression dans cet échangeur, [BOULTIF et al. 2009].

Les propriétés thermo-physiques des fluides utilisés varient avec la température le long de l'échangeur de chaleur. La conduction thermique axiale dans les parois et le transfert convectif à travers les interfaces sont pris en compte. Les fluides transitant dans l'échangeur sont monophasiques. Le programme développé analyse la circulation des fluides à co-courant et à contre-courant.

GUELLAL et al. (2010) ont montré la possibilité de formuler le temps de retard. Ils ont proposé une méthode empirique pour la prédiction de ce paramètre quand un échangeur à double tube est soumis à un échelon de débit à son entrée. Ils ont pu montrer l'existence de deux temps de retard pour un échangeur bitube donné : un temps de retard tr_c sur le fluide chaud et un autre tr_f sur le fluide froid. Des données expérimentales ont été utilisées pour le développement des corrélations des deux fluides. La corrélation empirique définissant le temps de retard du fluide chaud sollicité est :

$$tr_c = \frac{c}{\lambda_c L} \left[\begin{array}{l} 3801.410^{-6} + 57.910^{-6} \ln\left(\frac{qt_f}{\lambda_f L}\right) \ln\left(\frac{qt_{c\infty}}{\lambda_c L}\right) - 435.310^{-6} \ln\left(\frac{qt_f}{\lambda_f L}\right) \\ -508.310^{-6} \ln\left(\frac{qt_{c\infty}}{\lambda_c L}\right) \end{array} \right] \quad (I.18)$$

La corrélation empirique définissant le temps de retard du fluide froid non sollicité est :

$$tr_f = \frac{c}{\lambda_f L} \left[5.17 \cdot 10^{-3} - 6.78 \cdot 10^{-4} \ln\left(\frac{qt_{c\infty}}{\lambda_c L}\right) \right] \exp \left[\frac{qt_f}{\lambda_f L} \left[\begin{array}{l} 1.35 \cdot 10^{-9} \left(\frac{qt_{c\infty}}{\lambda_c L}\right)^2 \\ -9.1 \cdot 10^{-7} \left(\frac{qt_{c\infty}}{\lambda_c L}\right) - 1.8 \cdot 10^{-3} \end{array} \right] \right] \quad (I.19)$$

Ils ont constaté un accord satisfaisant entre les corrélations établies et les valeurs expérimentales.

I.3.2. Echangeur à triple tube concentrique (ETTC)

[VALADARES \(2004\)](#) a développé une étude numérique unidimensionnelle du comportement thermique des échangeurs de chaleur à triple tube concentrique, les équations qui régissent le phénomène sont discrétisées par la méthode implicite pas par pas pour les fluides et un schéma numérique de différences finies centrale implicite et la résolution ligne par ligne pour les parois des tubes. Mais il a présenté seulement les résultats en régime permanent, il les a comparé avec les résultats obtenus dans la littérature technique (UNAL, 2001) dans le but de vérifier et de valider le modèle numérique.

[SAHOO et al. \(2005\)](#) ont étudié le phénomène d'encrassement dans l'échangeur de chaleur au cours de traitement à haute température du lait, la température augmente à partir de 90°C à 150°C pendant le processus de stérilisation. A cette température élevée, les minéraux et les protéines dénaturées se précipitent sur la surface de l'échangeur de chaleur, cet encrassement agit comme résistance au transfert de chaleur et donc la performance de l'échangeur est réduite. Utilisant l'hydrodynamique et le concept de l'équilibre d'énergie un modèle mathématique est formulé. La simulation est effectuée avec le modèle pour prédire le comportement de l'encrassement en fonction du temps et position avec un échangeur thermique à triple tube concentrique hélicoïdal.

A partir des résultats de simulation, les auteurs ont conclu que lors d'une première période de fonctionnement le dépôt d'encrassement est uniforme sur toute la longueur de l'échangeur de chaleur, cela est dû à la température constante de la paroi. Avec la progression du temps le dépôt d'encrassement et également le nombre de Biot augmentent vers la sortie de l'appareil

puisque la température de l'interface entre le dépôt d'encrassement et le lait approchent vers une température élevée. Le dépôt de l'encrassement se stabilise après 105 min puisque aucun dépôt ne se produit après ce temps.

BIELSKIT et al. (2005) ont présenté une solution du système d'équations aux dérivées partielles décrivant le domaine de température transitoire dans un échangeur à trois fluides à courant parallèles avec deux connexions de chaleur entre les courants de fluide. Le système d'équations est résolu analytiquement par la technique de la transformée de Laplace. La solution analytique est formulée pour le cas particulier où le fluide n°3 caractérise la capacité de chaleur infinie avec des conditions initiales et aux limites suivantes :

$$T_1(x,0) = T_0 \quad T_2(x,0) = T_0 \quad T_3(x,0) = T_{30} = cste \quad (I.20)$$

$$T_1(0,t) = T_0 \quad T_2(0,t) = T_0 + \Delta T \quad T_3(0,t) = T_{30} \quad (I.21)$$

NEMA et al. (2005) ont développé un modèle numérique qui peut être utilisé pour contrôler la température ou la pression de la vapeur d'eau, Figures (I.13 et I.14) pour surmonter la chute de température de sortie du lait causée par l'encrassement dans un échangeur à triple tube concentrique hélicoïdal. La politique de fonctionnement optimale est d'augmenter la température de la paroi progressivement pour lutter contre les pertes de chaleur due à l'encrassement. Ce travail suggère que le modèle proposé peut être utile pour prédire l'augmentation de la température ou de la pression de vapeur nécessaire pour commander la chute de température de sortie du lait affecté par l'encrassement dans un échangeur de chaleur tubulaire.

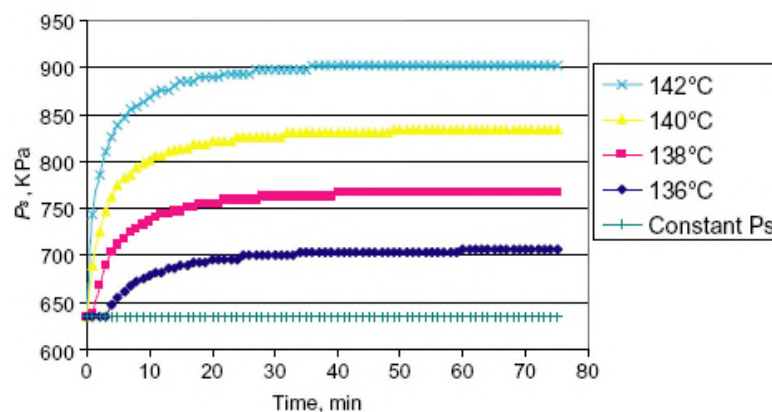


Figure I.13 : Variation de la pression de vapeur avec le temps de fonctionnement pour différentes températures de sortie du lait [NEMA et al, 2005].

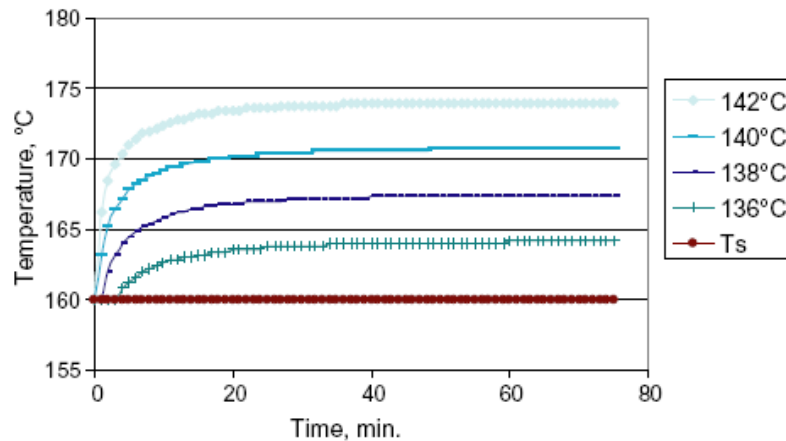


Figure I.14 : Variation de la température de la vapeur d'eau avec le temps de fonctionnement à différentes températures de sortie du lait [NEMA et al, 2005].

NEMA et al. (2006) ont présenté dans un deuxième article un modèle amélioré de simulation qui peut être utilisé pour prédire l'épaisseur de l'encrassement et la température de sortie du lait dans un échangeur à triple tube hélicoïdal.

I.4.Conclusion

Après une revue de la littérature existante, on constate qu'un nombre important de recherches a été effectué sur les échangeurs de chaleur à double tube concentrique en régime transitoire et permanent par contre on a observé un faible nombre d'études en régime instationnaire des échangeurs à triple tube concentrique. C'est dans cette optique qu'on propose le présent travail afin d'évaluer le comportement des échangeurs de chaleur triple tube concentrique en régime permanent et transitoire.

Chapitre II : Modélisation mathématique

Sommaire

II.1. Position du problème.....	34
II.2. Formulation mathématique.....	35
II.2.1. Bilan massique.....	36
II.2.2. Bilan énergétique.....	36
II.2.2.1. Ecoulement à co-courant A_1	37
II.2.2.2. Ecoulement à contre-courant A_2	43
II.2.2.3. Ecoulement à (contre-courant / co-courant) A_3	44
II.2.2.4. Ecoulement à (co-courant/contre-courant) A_4	45
II.2.3. Condition initiales et aux limites.....	45
II.3. Différents types de perturbations.....	47
II.4. Calcul de l'échangeur de chaleur	48
II.4.1. Calcul des coefficients d'échange de chaleur.....	48
II. 4.1.1. Estimation des coefficients d'échange par convection	48
II. 4.2.2. Evaluation du coefficient global d'échange de chaleur.....	50
II.4. 2. Calcul des pertes de charge.....	50

II.1. Position du problème

L'échangeur de chaleur proposé à étudier est constitué de trois tubes coaxiaux. Le premier fluide noté «1 » passe dans le tube central de rayons extérieur et intérieur R_2' et R_2 respectivement et le deuxième fluide noté « 3 » passe dans l'espace annulaire 1 de rayons extérieur et intérieur R_4' et R_4 respectivement, le troisième fluide noté « 5 » circule dans l'espace annulaire 2 de rayons extérieur et intérieur R_6' et R_6 respectivement.

Les trois fluides pourront circuler dans le même sens (co-courant) A_1 ou en sens contraire (contre-courant) A_2 , (contre-courant/co-courant) A_3 , (co-courant/contre-courant) A_4 [SEKULIC, 1994].

Ces trois fluides sont séparés par des parois métalliques notées « 2 », « 4 » à travers lesquelles les échanges de chaleur se font par conduction. La transmission de chaleur entre les fluides et les parois relève de la convection thermique.

La paroi du tube extérieur notée « 6 » sert à séparer le fluide « 5 » du milieu extérieur comme le montre la Figure (II.1).

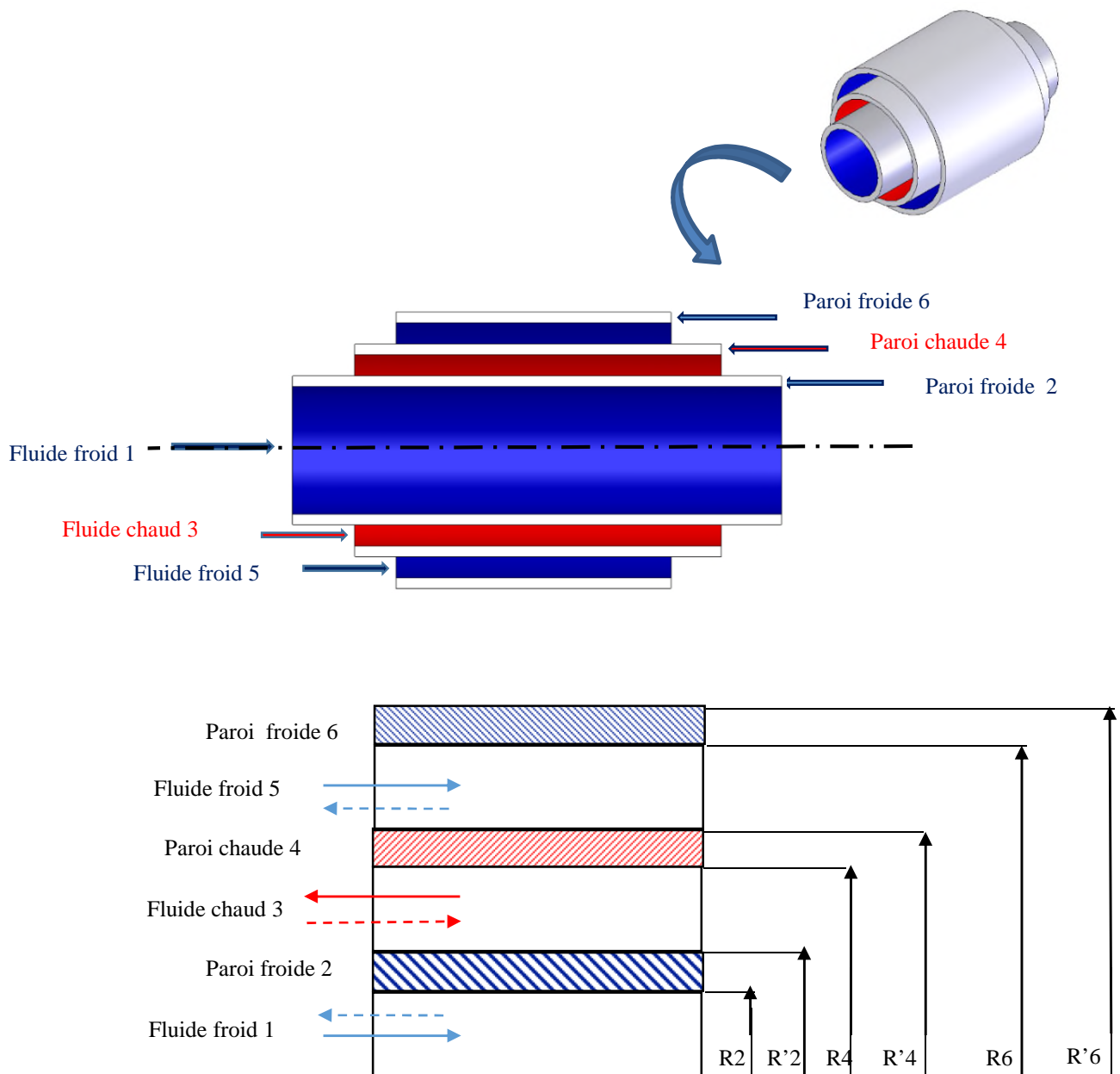


Figure II.1 : Vue en coupe de l'échangeur de chaleur à triple tubes concentrique.

II.2. Formulation mathématique

Pour formuler le problème à étudier, on doit avant tout poser les hypothèses suivantes :

- Régime de fonctionnement instationnaire.
- Sections de passage constantes.
- Profils de vitesses invariables, par conséquent les variations d'énergie cinétique sont nulles.

- Echangeur parfaitement isolé.
- Fluides monophasiques et incompressibles.
- Propriétés thermo-physiques des fluides dépendent de la température.
- Conduction thermique axiale dans les parois est tenue en compte.
- Conduction dans les fluides est négligeable.
- Les échanges convectifs sont modélisés à travers un coefficient d'échange h même en régime instationnaire. La valeur de h est calculée avec les corrélations classiques stationnaires adéquates.

II.2.1. Bilan massique

Pour un écoulement unidimensionnel stationnaire, l'équation de continuité se réduit à :

$$\rho_e U_e S_{pe} = \rho_s U_s S_{ps} = c \text{ ste} \quad (\text{II.1})$$

Si :

$$S_{pe} = S_{ps} \quad (\text{II.2})$$

On peut donc écrire :

$$\rho U = G \quad (\text{II.3})$$

Où G représente la vitesse massique du fluide, S_p la section de passage et U la vitesse du fluide.

II.2.2. Bilan énergétique

Notre étude repose sur les bilans énergétiques effectués sur chaque fluide et sur chaque paroi. L'échangeur de chaleur est divisé en volume de contrôle de longueur ΔX dans chacun de ces volumes les propriétés thermo-physiques du fluide ou du solide sont assumées constantes à n'importe quel temps donné, voir Figure II.2.

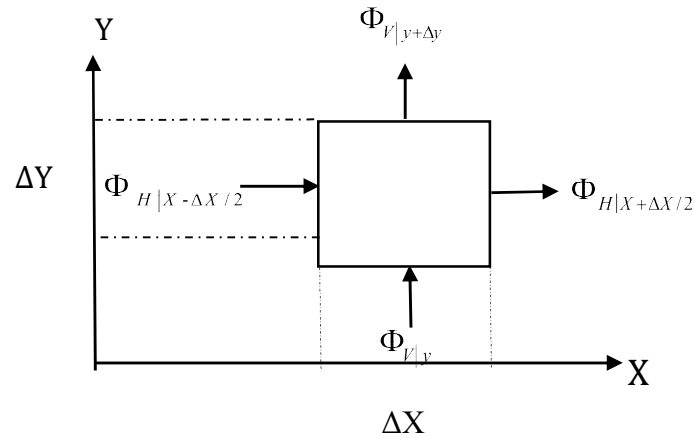


Figure II.2 : Bilans énergétiques locaux.

Par convention on considère les énergies entrantes positives et les énergies sortantes négatives.

Le bilan d'énergie s'écrira donc comme suit :

$$\Phi_{H|X-\Delta X/2} - \Phi_{H|X+\Delta X/2} + \Phi_{V|y} - \Phi_{V|y+\Delta y} = mCp \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

Avec :

$mCp \frac{\partial T}{\partial t}$: Terme d'accumulation d'énergie

Cette équation est appliquée pour les trois fluides et les trois parois, pour les quatre arrangements : (co-courant), (contre-courant), (contre-courant/co-courant) et (co-courant/contre-courant).

II.2.2.1. Ecoulement à co-courant A₁

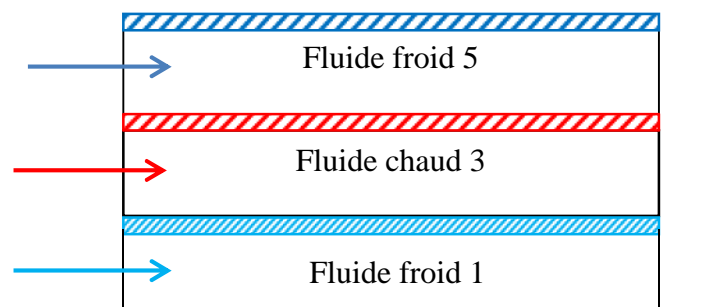


Figure II.3 : Arrangement à co-courant.

Dans le cas d'un écoulement à co-courant, On donne les bilans thermiques pour chaque volume de contrôle (maille), Figure II.3.

➤ **Paroi froide 6**

En appliquant le bilan énergétique sur cet élément (Figure II.4) l'équation de la chaleur s'écrira :

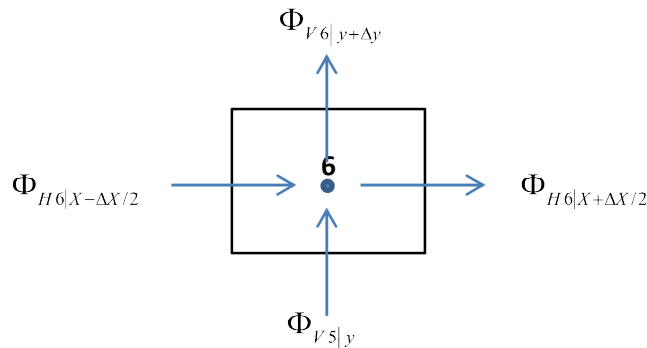


Figure II.4 : Bilan thermique dans le volume élémentaire de la paroi 6.

$$\Phi_{H6|x-\Delta x/2} - \Phi_{H6|x+\Delta x/2} + \Phi_{V5|y} - \Phi_{V6|y+\Delta y} = (m C_p)_6 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.5})$$

D'après la loi de Fourier :

$$\vec{\Phi}_H = -\lambda S_c \overrightarrow{\text{grad}T} = -\lambda S_c \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

λ : Conductivité thermique de la paroi

T : Température

S_c : Surface d'échange

D'après la loi de Newton :

$$\Phi_V = h S \Delta T \quad (\text{II.7})$$

Avec :

h : Coefficient d'échange thermique par convection

S : Surface d'échange

ΔT : Ecart de température entre la paroi et le fluide en mouvement.

$$\Phi_{V6|y+\Delta y} = 0 \quad (\text{Paroi isolée}) \quad (\text{II.8})$$

L'équation (II.5) s'écrira :

$$-\lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X-\Delta X/2} + \lambda S_{c6} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X+\Delta X/2} + h_5 S_5 \Delta T_5 = (m Cp)_6 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.9})$$

➤ **Fluide froid 5**

En appliquant le bilan énergétique sur cet élément (Figure II.5) l'équation de la chaleur s'écrira :

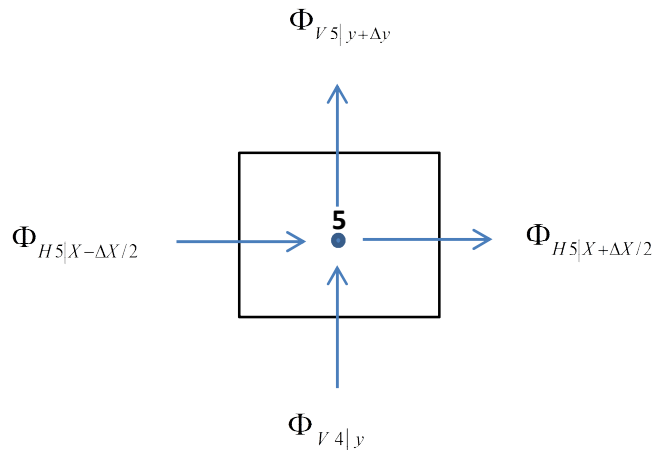


Figure II.5 : Bilan thermique du fluide froid 5.

$$\Phi_{H5|X-\Delta X/2} - \Phi_{H5|X+\Delta X/2} + \Phi_{V4|y} - \Phi_{V5|y+\Delta y} = (mCp)_5 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

$$\Phi_{H5} = \dot{m}H \quad (\text{II.11})$$

Avec :

\dot{m} : Débit massique du fluide

H : Enthalpie du fluide

L'équation (II.10) deviendra :

$$\dot{m} H \Big|_{X-\Delta X/2} - \dot{m} H \Big|_{X+\Delta X/2} + h_5 S_4 \Delta T_4 - h_5 S_5 \Delta T_5 = (m Cp)_5 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.12})$$

➤ **Paroi chaude 4**

Le bilan énergétique appliqué sur cet élément (Figure II.6) donne l'équation de la chaleur suivante :

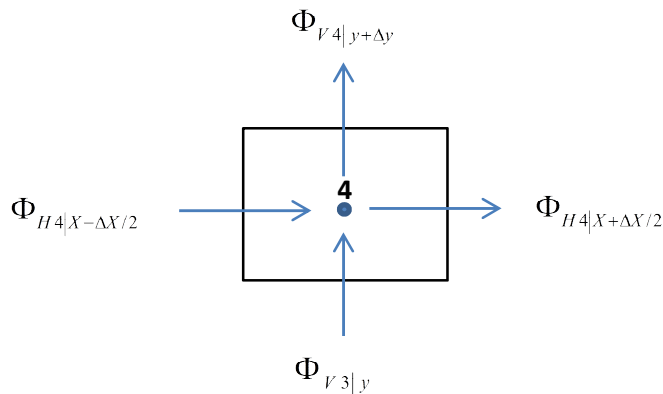


Figure II.6 : Bilan thermique dans la paroi chaude 4.

$$\Phi_{H4|X-\Delta X/2} - \Phi_{H4|X+\Delta X/2} + \Phi_{V3|y} - \Phi_{V4|y+\Delta y} = (mCp)_4 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.13})$$

On remplace les quantités de chaleurs par leurs expressions, l'équation (II.13) prendra la forme :

$$-\lambda S_{e4} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X-\Delta X/2} + \lambda S_{e4} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X+\Delta X/2} + h_3 S_3 \Delta T_3 - h_5 S_4 \Delta T_4 = (mCp)_4 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.14})$$

➤ **Fluide chaud 3**

L'application du bilan énergétique sur le volume de contrôle (Figure II.7) donne l'équation de la chaleur suivante :

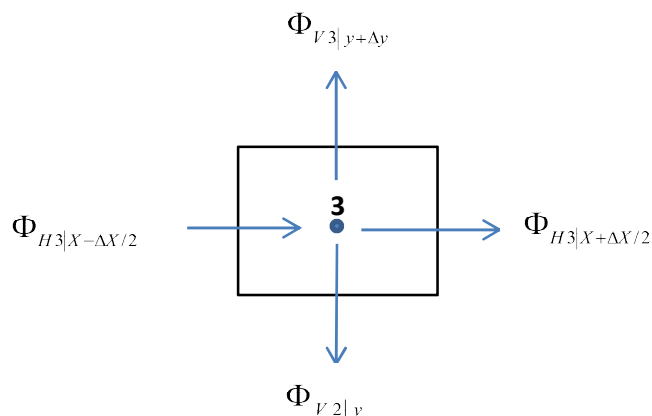


Figure II.7 : Bilan thermique du fluide chaud 3.

$$\Phi_{H3|X-\Delta X/2} - \Phi_{H3|X+\Delta X/2} - \Phi_{V2|y} - \Phi_{V3|y+\Delta y} = (mCp)_3 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.15})$$

L'équation (II.15) deviendra après substitution des flux de chaleur par leurs expressions :

$$\dot{m}H \Big|_{X-\Delta X/2} - \dot{m}H \Big|_{X+\Delta X/2} - h_3 S_3 \Delta T_3 - h_3 S_2 \Delta T_2 = (mCp)_3 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.16})$$

➤ **Paroi froide 2**

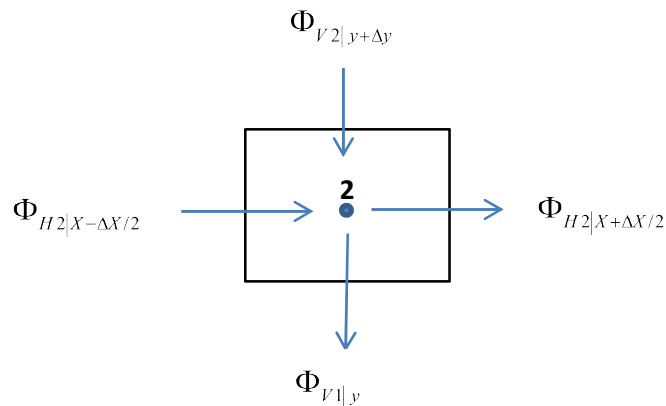


Figure II.8 : Bilan thermique dans la paroi froide 2.

La Figure II.8 représente le bilan énergétique appliqué au volume de contrôle de la paroi froide 2 l'équation résultante est :

$$\Phi_{H2|X-\Delta X/2} - \Phi_{H2|X+\Delta X/2} - \Phi_{V1|y} + \Phi_{V2|y+\Delta y} = (mCp)_2 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.17})$$

L'équation de la paroi 2 prendra la forme suivante :

$$-\lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X-\Delta X/2} + \lambda S_{c2} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X+\Delta X/2} + h_3 S_2 \Delta T_2 - h_1 S_1 \Delta T_1 = (mCp)_2 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$

➤ **Fluide froid 1**

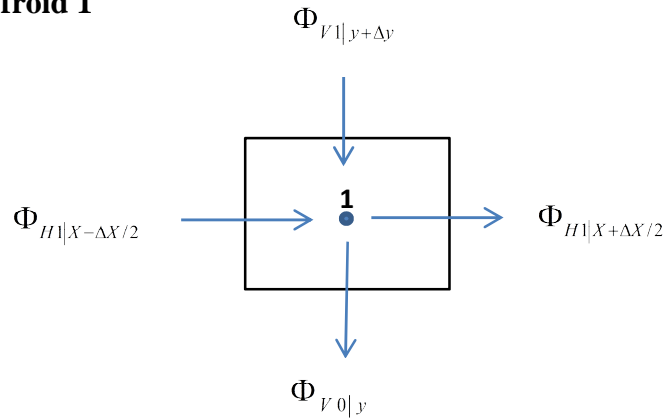


Figure II.9 : Bilan thermique du fluide froid 1.

L'application du bilan énergétique (Figure II.9) donne l'équation suivante :

$$\Phi_{H1|_{X-\Delta X/2}} - \Phi_{H1|_{X+\Delta X/2}} - \Phi_{V0|_y} + \Phi_{V1|_{y+\Delta y}} = (mCp)_1 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.19})$$

Avec

$$\Phi_{V0|_y} = 0 \quad (\text{II.20})$$

Donc l'équation du fluide froid 1 se résume à :

$$\Phi_{H1|_{X-\Delta X/2}} - \Phi_{H1|_{X+\Delta X/2}} + \Phi_{V1|_{y+\Delta y}} = (mCp)_1 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

L'équation (II.21) deviendra :

$$\dot{m}H|_{X-\Delta X/2} - \dot{m}H|_{X+\Delta X/2} + h_1 S_1 \Delta T_1 = (mCp)_1 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.22})$$

II.2.2.2. Ecoulement à contre-courant A₂

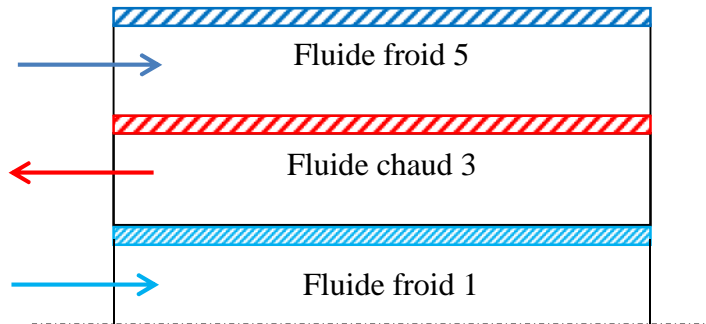


Figure II.10 : Arrangement contre-courant.

Les bilans énergétiques s'écrivent de la même façon que l'échangeur à co-courant la seule équation qui prend une nouvelle forme est celle du fluide chaud 3.

➤ **Fluide chaud 3**

Après l'application du bilan énergétique sur le volume élémentaire du fluide chaud 3 (Figure II.10), l'équation de la chaleur prendra la forme suivante :

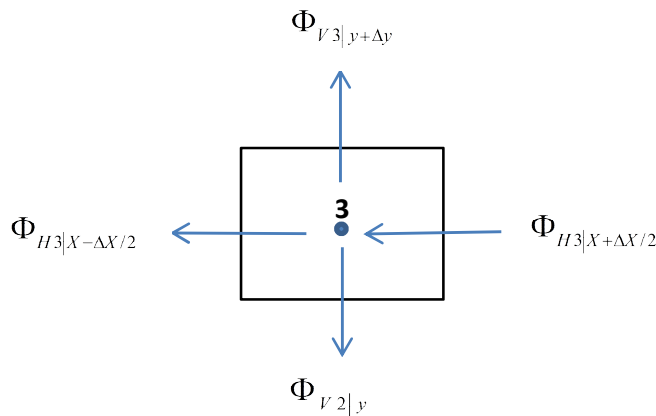


Figure II.11 : Bilan thermique du fluide chaud 3.

$$-\Phi_{H3|X-\Delta X/2} + \Phi_{H3|X+\Delta X/2} - \Phi_{V2|y} - \Phi_{V3|y+\Delta y} = (mCp)_3 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (II.23)$$

En remplaçant les flux de chaleur par leurs expressions on trouve :

$$-\dot{m}H \Big|_{X-\Delta X/2} + \dot{m}H \Big|_{X+\Delta X/2} - h_3 S_3 \Delta T_3 - h_3 S_2 \Delta T_2 = (mCp)_3 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (II.24)$$

II.2.2.3. Ecoulement à (contre-courant / co-courant) A₃

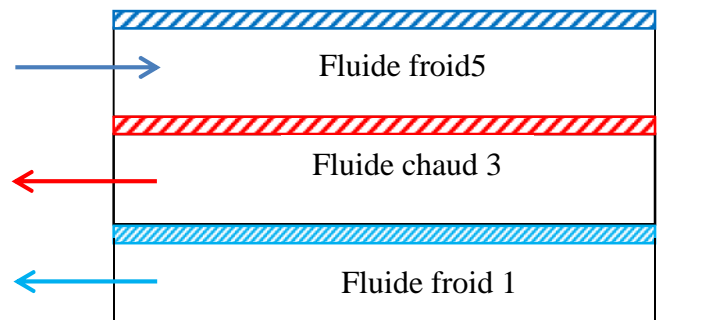


Figure II.12 : Arrangement à (contre-courant / co-courant).

Les bilans énergétiques pour les trois parois s'écrivent de la même manière que le cas (échangeur à co-courant A₁) seules les équations du fluide froid 1 et du fluide chaud 3 prennent de nouvelles formes.

Dans ce qui suit on donne uniquement les équations finales résultantes des bilans énergétiques.

➤ **Fluide chaud 3**

$$-\dot{m}H \Big|_{X-\Delta X/2} + \dot{m}H \Big|_{X+\Delta X/2} - h_3 S_3 \Delta T_3 - h_3 S_2 \Delta T_2 = (mCp)_3 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.25})$$

➤ **Fluide froid 1**

$$-\dot{m}H \Big|_{X-\Delta X/2} + \dot{m}H \Big|_{X+\Delta X/2} + h_1 S_1 \Delta T_1 = (mCp)_1 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.26})$$

II.2.2.4. Ecoulement à (co-courant/contre-courant) A4

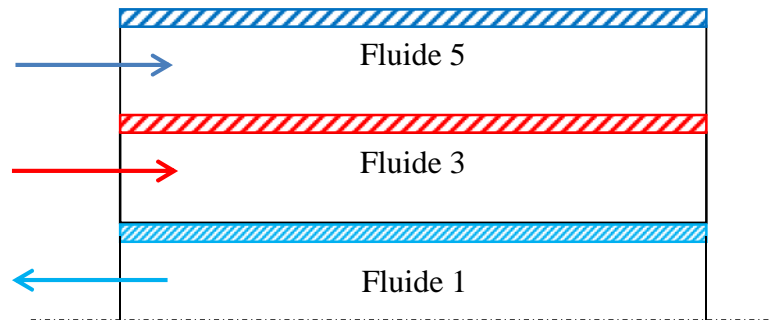


Figure II.13 : Arrangement à (co-courant / contre-courant).

Les bilans énergétiques s'écrivent de la même manière que le cas (échangeur à co-courant A₁) seule l'équation du fluide froid 1 prend une nouvelle forme.

➤ **Fluide froid 1**

$$-\dot{m}H\Big|_{X-\Delta X/2} + \dot{m}H\Big|_{X+\Delta X/2} + h_1 S_1 \Delta T_1 = (mCp)_1 \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{II.27})$$

II.2.3. Conditions initiales et aux limites

Pour résoudre les systèmes d'équations ci-dessus, on doit poser des conditions initiales et aux limites.

Pour notre problème, ces conditions se posent comme suit :

- **Conditions initiales**

A t=0 en tout point de l'échangeur on a :

$$T(X,0) = T_0 \quad (\text{II.28})$$

- **Conditions aux limites**

Echangeur à co-courant

➤ **Paroi froide 6**

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T}{\partial X}(L,t) = 0 \quad (\text{II.29})$$

Condition à la limite gauche :

$$\frac{\partial T}{\partial X}(0, t) = 0 \quad (\text{II.30})$$

➤ **Fluide froid 5**

Condition à la limite gauche

$$T_5(0, t) = T_{\text{imposée}} \quad \text{Température d'entrée du fluide froid 5} \quad (\text{II.31})$$

➤ **Paroi chaude 4**

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T}{\partial X}(L, t) = 0 \quad (\text{II.32})$$

Condition à la limite gauche

$$\frac{\partial T}{\partial X}(0, t) = 0 \quad (\text{II.33})$$

➤ **Fluide chaud 3**

Condition à la limite gauche

$$T_3(0, t) = T_{\text{imposée}} \quad \text{Température d'entrée du fluide chaud 3} \quad (\text{II.34})$$

➤ **Paroi froide 2**

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T}{\partial X}(L, t) = 0 \quad (\text{II.35})$$

Condition à la limite gauche

$$\frac{\partial T}{\partial X}(0, t) = 0 \quad (\text{II.36})$$

➤ **Fluide froid 1**

Condition à la limite gauche

$$T_1(0, t) = T_{imposée} \quad \text{Température d'entrée du fluide froid 1} \quad (\text{II.37})$$

A part les conditions aux limites des fluides données ci-dessous, les autres C.L restent les mêmes que dans le cas à co-courant.

Echangeur à contre-courant

➤ Fluide chaud 3

Condition à la limite droite

$$T_3(L, t) = T_{imposée} \quad \text{Température d'entrée du fluide chaud 3} \quad (\text{II.38})$$

Echangeur à contre-courant/co-courant

➤ Fluide chaud 3

Condition à la limite droite

$$T_3(L, t) = T_{imposée} \quad \text{Température d'entrée du fluide chaud 3} \quad (\text{II.39})$$

➤ Fluide froid 1

Condition à la limite droite

$$T_1(L, t) = T_{imposée} \quad \text{Température d'entrée du fluide froid 1} \quad (\text{II.40})$$

Echangeur à co-courant/contre-courant

➤ Fluide froid 1

Condition à la limite droite

$$T_1(L, t) = T_{imposée} \quad \text{Température d'entrée du fluide froid 1} \quad (\text{II.41})$$

II.3. Différents types de perturbations

Les régimes variés peuvent être le résultat d'une variation des paramètres thermiques tels que les températures, ou des paramètres dynamiques tels que les débits [GEULLAL, 1993]. Dans cette étude on s'est intéressé à la variation thermique (perturbations des températures). Selon les études antérieures les variations les plus connues sont de type échelon, rampe, exponentielle et sinusoïdale [RAO et al, 2005] et [ANSARI, 2007].

Les conditions aux limites des trois fluides peuvent avoir les formes suivantes :

- Perturbation type échelon :

$$T(0, t) = T_i + \Delta T \quad (\text{II.42})$$

- Perturbation type rampe ou linéaire :

$$T(0, t) = \Delta T \cdot X + T_i \quad (\text{II.43})$$

- Perturbation type exponentielle :

$$T(0, t) = \Delta T \cdot (1 - \exp(-X)) + T_i \quad (\text{II.44})$$

- Perturbation type sinusoïdale :

$$T(0, t) = \Delta T \cdot \sin(X) + T_i \quad (\text{II.45})$$

Où :

$$\Delta T = T_{\max} - T_i \quad (\text{II.46})$$

$$X = \frac{U}{L} \Delta t \quad (\text{II.47})$$

Avec :

T_i : Température de l'état permanent précédant avant la perturbation (°C).

T_{\max} : Température maximale (°C).

U : Vitesse du fluide (m/s).

Δt : pas temporel (s).

L : longueur de l'échangeur de chaleur (m).

X : Variable (-)

II.4. Calcul de l'échangeur de chaleur

II.4.1. Calcul des coefficients d'échange de chaleur

II.4.1.1. Estimation des coefficients d'échange par convection

Pour la détermination des coefficients d'échange par convection h_1 , h_3 et h_5 on procède comme suit :

- On évalue le nombre de Prandtl de chaque écoulement.

$$\text{Pr} = \frac{\mu}{\lambda} C_p \quad (\text{II.48})$$

Avec :

μ : Viscosité dynamique en (Pa.s) ou en (kg/m.s).

C_p : Chaleur massique à pression constante en (J/kg.K).

λ : Conductivité thermique en (W/m.K).

Ces propriétés sont calculées à la température moyenne.

- On calcule par la suite le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu} \quad (\text{II.49})$$

Avec :

$$D_h = \frac{4S_p}{P_m} \quad (\text{II.50})$$

- à l'intérieur du tube interne : $D_h = d_{\text{int}}$

- pour la section annulaire : $D_h = D_{\text{int}} - d_{\text{ext}}$

S_p : Section de passage en (m²).

ρ : Masse volumique du fluide en (Kg / m³).

U : Vitesse moyenne du fluide en (m / s).

P_m : Périmètre mouillé en (m).

- Lorsque le nombre de Reynolds (Re) et le nombre de Prandtl (Pr) sont calculés, le régime d'écoulement est alors déterminé. Ce qui nous conduit à déterminer le nombre de Nusselt (Nu) d'après les corrélations appropriées.

Dans cette étude, on utilisera la corrélation de SIEDER et TATE [SIEDER, 1936] et [BOUGRIOU, 1997].

$$Nu = 0.027 Re^{0.8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \quad (\text{II.51})$$

Pour :

Régime turbulent à l'intérieure des tubes $Re \geq 2300$

$L/d > 60$

Fluides dont les propriétés thermo-physiques varient beaucoup avec la température.

Les propriétés des fluides sont calculées à la température moyenne du fluide.

$$Nu = \frac{hD_h}{\lambda} \quad (\text{II.52})$$

II.4.1.2. Evaluation du coefficient global d'échange de chaleur [BOUGRIOU, 1997]

Le transfert de chaleur du fluide chaud au fluide froid dans un échangeur de chaleur se fait par

- convection thermique (h_i) entre le fluide chaud et la paroi du tube,
- conduction thermique à travers la paroi séparatrice,
- convection thermique (h_e) entre le fluide froid et la paroi du tube.

On remarque que la surface d'échange n'a pas toujours la même étendue au contact des deux fluides, donc il faut rapporter le coefficient global d'échange de chaleur 'K' à la surface d'échange de chaleur du côté du fluide froid ou du côté du fluide chaud.

Par convention dans cette thèse, on rapporte le coefficient global d'échange 'K' à la surface extérieure du tube, donc :

$$K = \frac{1}{\frac{1}{h_{ext}} + \frac{d_{ext}}{2\lambda} \ln \frac{d_{ext}}{d_{int}} + \frac{d_{ext}}{d_{int}} \left(\frac{1}{h_{int}} \right)} \quad (\text{II.53})$$

Où :

h_{ext} : coefficient d'échange de chaleur par convection côté extérieur en (W/m².K).

h_{int} : coefficient d'échange de chaleur par convection côté intérieur en (W/m².K).

d_{ext} , d_{int} : diamètre interne et externe du tube en (m).

λ : conductivité thermique de la paroi en (W/m.K).

II.4.2. Calcul des pertes de charge

Dans un échangeur, la perte de charge dans les tubes est égale à la somme des pertes dues à l'entrée et à la sortie de l'échangeur, régulière et singulière (coudes, etc.).

Elle est donnée par :

$$\Delta P = \Delta P_e + \Delta P_r + \Delta P_{sing} \quad (\text{II.54})$$

Où

ΔP_e : Perte de charge due à l'effet d'entrée et de sortie en (Pa).

ΔP_r : Perte de charge régulière en (Pa).

ΔP_{sing} : Perte de charge singulière en (Pa).

La perte de charge due à l'entrée et à la sortie de l'échangeur est donnée par :

$$\Delta P_e = \frac{3}{4} \rho U^2 \quad (\text{II.55})$$

La perte de charge due aux frottements le long de l'échangeur :

$$\Delta P_r = \frac{\Omega}{2} \frac{L}{\omega D_h} \rho U^2 \quad (\text{II.56})$$

Où :

Ω : Coefficient de Darcy [BOUGRIOU, 1997]

Pour :

$2100 \leq \text{Re} \leq 10^5$ on applique la formule de Blasius.

$$\Omega = 0.3164 \text{Re}^{-0.25}$$

Pour :

$10^5 \leq \text{Re} \leq 10^6$, on applique la formule de Herman.

$$\Omega = 0.0054 + 0.3964 \cdot \text{Re}^{-0.3}$$

ω : Coefficient correctif de viscosité dynamique il est donné pour le régime turbulent par.

$$\omega = \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14}$$

μ_p : viscosité dynamique calculée à la température de la paroi.

La perte de charge singulière est :

$$\Delta P_{sing} = \zeta \frac{\rho U^2}{2} \quad (\text{II.57})$$

Où :

ζ : Coefficient de pertes de charge singulières.

Pour cette étude les pertes de charge sont :

$$\Delta P = \Delta P_e + \Delta P_r \quad (\text{II.58})$$

$$\Delta P = \frac{\Omega}{2} \frac{L}{\omega D_h} \rho U^2 + \frac{3}{4} \rho U^2$$

$$\Delta P = \rho U^2 \left(\frac{\Omega}{2} \frac{L}{\omega D_h} + \frac{3}{4} \right) \quad (\text{II.59})$$

Chapitre III : Résolution numérique

Sommaire

III.1. Introduction.....	53
III.2. Discrétisation des équations.....	53
III.2.1. Arrangement à co-courant.....	53
III.2.2. Arrangement à contre-courant.....	58
III.2.3. Arrangement à contre-courant/co-courant.....	60
III.2.4. Arrangement à co-courant/contre-courant.....	60
III.3. Discrétisation des conditions initial et aux limites.....	60
III.3.1. Condition initial.....	60
III.3.2. Conditions aux limites.....	60
III.4. Notation indicielles.....	63
III.4.1. Echangeur à co-courant.....	63
III.4.2. Echangeur à contre-courant	66
III.4.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	67
III.4.4. Echangeur à co-courant/contre-courant.....	68
III.5. Formulation numérique.....	68
III.5.1. Echangeur à co-courant.....	68
III.5.2. Echangeur à contre-courant.....	71
III.5.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	72
III.5.4. Echangeur à co-courant/contre-courant.....	72
III.6. Ecriture matricielle.....	73
III.6.1. Echangeur co-courant	73
III.6.2. Echangeur à contre-courant.....	82
III.6.3. Echangeur à contre-courant/co-courant.....	83
III.6.4. Echangeu à co-courant/contre-courant.....	85
III.7. Organigramme	86

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, on va résoudre numériquement les systèmes d'équations du chapitre II pour les quatre arrangements d'écoulements co-courant, contre-courant, contre-courant-co-courant et co-courant-contre-courant.

III.2. Discrétisation des équations

III.2.1. Arrangement à co-courant

- **Discrétisation de l'équation de la paroi froide 6**

L'équation de la paroi 6 notée (II.9) est discrétisée en remplaçant les dérivées partielles par les différences finies, on trouve :

$$\lambda_6 S_{C6} \frac{(T_{X-\Delta X} - T_X)}{\Delta X} - \lambda_6 S_{C6} \frac{(T_X - T_{X+\Delta X})}{\Delta X} + h_5 S_5 \Delta T_5 = (mcp)_6 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (III.1)$$

On a

$$V_6 = S_{C6} \Delta X = \pi (R_6^2 - R_6^2) \Delta X \quad (III.2)$$

$$S_5 = 2\pi (R_6) \Delta X \quad (III.3)$$

En divisant l'équation (précédente) par le volume V_6 on trouve :

$$\frac{\lambda_6}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + h_5 \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_6^2} \right) (T_5 - T_X) = (\rho cp)_6 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (III.4)$$

En multipliant cette équation par $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_6}$:

$$\frac{\Delta t}{(\rho cp)_6} \frac{\lambda_6}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_6} \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_6^2} \right) (T_5 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.5)$$

Avec cet arrangement certains groupes adimensionnels apparaissent :

$$\alpha_6 = \frac{\Delta t}{(\rho cp)_6} \frac{\lambda_6}{\Delta X^2} \quad (III.6)$$

$$\beta_6 = h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_6} \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_6^2} \right) \quad (III.7)$$

L'écriture finale de L'équation (III.5) devient :

$$\alpha_6 (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + \beta_6 (T_5 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.8)$$

• **Discrétisation de l'équation du fluide froid 5**

L'équation de la chaleur du fluide 5 notée (II.12) est discrétisée en remplaçant les enthalpies par les températures.

Sachant que

$$H = cp\Delta T \quad (\text{III.9})$$

$$\dot{m} = \rho US_p = GS_p \quad (\text{III.10})$$

On a choisi un schéma Up-Wind [SPALDING, 1972]

Donc l'équation (II.12) devient :

$$S_{p5} (Gcp)_5 (T_{X-\Delta X} - T_X) + h_5 S_4 (T_4 - T_X) - h_5 S_5 (T_X - T_6) = (mcp)_5 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.11})$$

On a:

$$V_5 = S_{p5} \Delta X = \pi (R_6^2 - R_4^2) \Delta X \quad (\text{III.12})$$

$$S_5 = 2\pi (R_6) \Delta X \quad (\text{III.13})$$

$$S_4 = 2\pi (R_4) \Delta X \quad (\text{III.14})$$

Divisons cette équation par le volume V_5 , on trouve :

$$\frac{(Gcp)_5}{\Delta X} (T_{X-\Delta X} - T_X) + h_5 \left(\frac{2R_4'}{R_6^2 - R_4^2} \right) (T_4 - T_X) - h_5 \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_4^2} \right) (T_X - T_6) = (\rho cp)_5 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.15})$$

En multipliant cette équation par : $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_5}$

$$\frac{\Delta t G_5}{\rho_5 \Delta X} (T_{X-\Delta X} - T_X) + h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_5} \left(\frac{2R_4'}{R_6^2 - R_4^2} \right) (T_4 - T_X) - h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_5} \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_4^2} \right) (T_X - T_6) = T^{nov} - T^{anc} \quad (\text{III.16})$$

On pose :

$$\alpha_5 = \frac{\Delta t G_5}{\rho_5 \Delta X} \quad (\text{III.17})$$

$$\beta_5 = h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_5} \left(\frac{2R_4'}{R_6^2 - R_4^2} \right) \quad (\text{III.18})$$

$$\gamma_5 = h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_5} \left(\frac{2R_6}{R_6^2 - R_4^2} \right) \quad (\text{III.19})$$

L'équation (III.16) s'écrit :

$$\alpha_5 (T_{X-\Delta X} - T_X) + \beta_5 (T_4 - T_X) - \gamma_5 (T_X - T_6) = T^{nov} - T^{anc} \quad (\text{III.20})$$

• **Discrétisation de l'équation de la paroi chaude 4**

L'équation de la paroi 4 notée (II.14) est discrétisée en remplaçant les dérivées partielles par les différences finies, on trouve :

$$\lambda_4 S_{C4} \frac{(T_{X-\Delta X} - T_X)}{\Delta X} - \lambda_4 S_{C4} \frac{(T_X - T_{X+\Delta X})}{\Delta X} + h_3 S_3 (T_3 - T_X) - h_5 S_4 (T_X - T_5) = (mcp)_4 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.21})$$

On a

$$V_4 = S_{C4} \Delta X = \pi (R_4'^2 - R_4^2) \Delta X \quad (\text{III.22})$$

$$S_3 = 2\pi (R_4) \Delta X \quad (\text{III.23})$$

$$S_4 = 2\pi (R_4') \Delta X \quad (\text{III.24})$$

En divisant l'équation (III.21) par le volume V_4 on trouve :

$$\frac{\lambda_4}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + h_3 \left(\frac{2R_4}{R_4'^2 - R_4^2} \right) (T_3 - T_X) - h_5 \left(\frac{2R_4'}{R_4'^2 - R_4^2} \right) (T_X - T_5) = (\rho cp)_4 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.25})$$

En multipliant cette équation par $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_4}$:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \frac{\lambda_4}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \left(\frac{2R_4}{R_4'^2 - R_4^2} \right) (T_3 - T_X) - h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \left(\frac{2R_4'}{R_4'^2 - R_4^2} \right) (T_X - T_5) \\ & = T^{nov} - T^{anc} \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

Avec cet arrangement certains groupes adimensionnels apparaissent :

$$\alpha_4 = \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \frac{\lambda_4}{\Delta X^2} \quad (\text{III.27})$$

$$\beta_4 = h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \left(\frac{2R_4}{R_4'^2 - R_4^2} \right) \quad (\text{III.28})$$

$$\gamma_4 = h_5 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_4} \left(\frac{2R_4'}{R_4'^2 - R_4^2} \right) \quad (\text{III.29})$$

L'écriture finale de L'équation (III.26) devient :

$$\alpha_4 (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + \beta_4 (T_3 - T_X) - \gamma_4 (T_X - T_5) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.30)$$

- **Discrétisation de l'équation du fluide chaud 3**

L'équation du fluide 3 notée (II.16) se transforme

$$S_{p3} (Gcp)_3 (T_{X-\Delta X} - T_X) - h_3 S_3 (T_X - T_4) - h_3 S_2 (T_X - T_2) = (mcp)_3 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (III.31)$$

On a :

$$V_3 = S_{p3} \Delta X = \pi (R_4^2 - R_2'^2) \Delta X \quad (III.32)$$

$$S_3 = 2\pi R_4 \Delta X \quad (III.33)$$

$$S_2 = 2\pi R_2' \Delta X \quad (III.34)$$

En divisant l'équation (III.31) par V_3 et en multipliant par $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_3}$ on trouve :

$$\frac{G_3 \Delta t}{\rho_3 \Delta X} (T_{X-\Delta X} - T_X) - \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_4}{R_4^2 - R_2'^2} \right) (T_X - T_4) - \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_2'}{R_4^2 - R_2'^2} \right) (T_X - T_2) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.35)$$

On pose :

$$\alpha_3 = \frac{\Delta t G_3}{\rho_3 \Delta X} \quad (III.36)$$

$$\beta_3 = h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_4}{R_4^2 - R_2'^2} \right) \quad (III.37)$$

$$\gamma_3 = h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_2'}{R_4^2 - R_2'^2} \right) \quad (III.38)$$

L'équation finale prend la forme suivante:

$$\alpha_3 (T_{X-\Delta X} - T_X) - \beta_3 (T_X - T_4) - \gamma_3 (T_X - T_2) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.39)$$

- **Discrétisation de l'équation de la paroi froide 2**

L'équation de la paroi 2 notée (II.18) est discrétisée en remplaçant les dérivées partielles par les différences finies, on trouve :

$$\lambda_2 S_{C2} \frac{(T_{X-\Delta X} - T_X)}{\Delta X} - \lambda_2 S_{C2} \frac{(T_X - T_{X+\Delta X})}{\Delta X} + h_3 S_2 (T_3 - T_X) - h_1 S_1 (T_X - T_1) = (mcp)_2 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.40})$$

On a :

$$V_2 = S_{C2} \Delta X = \pi (R_2'^2 - R_2^2) \Delta X \quad (\text{III.41})$$

$$S_2 = 2\pi (R_2') \Delta X \quad (\text{III.42})$$

$$S_1 = 2\pi (R_2) \Delta X \quad (\text{III.43})$$

En divisant l'équation (III.40) par le volume V_2 on trouve :

$$\frac{\lambda_2}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + h_3 \left(\frac{2R_2'}{R_2'^2 - R_2^2} \right) (T_3 - T_X) - h_1 \left(\frac{2R_2}{R_2'^2 - R_2^2} \right) (T_X - T_1) = (\rho cp)_2 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.44})$$

En multipliant cette équation par $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_2}$:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \frac{\lambda_2}{\Delta X^2} (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2'}{R_2'^2 - R_2^2} \right) (T_3 - T_X) - \frac{h_1 \Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2}{R_2'^2 - R_2^2} \right) (T_X - T_1) \\ & = T^{nov} - T^{anc} \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Avec cet arrangement certains groupes adimensionnels apparaissent :

$$\alpha_2 = \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \frac{\lambda_2}{\Delta X^2} \quad (\text{III.46})$$

$$\beta_2 = h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2'}{R_2'^2 - R_2^2} \right) \quad \gamma_2 = h_3 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2'}{R_2'^2 - R_2^2} \right) \quad (\text{III.47})$$

$$\gamma_2 = h_1 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2}{R_2'^2 - R_2^2} \right) \quad \beta_2 = h_1 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_2} \left(\frac{2R_2}{R_2'^2 - R_2^2} \right) \quad (\text{III.48})$$

L'écriture finale de L'équation (III.45) devient :

$$\alpha_2 (T_{X-\Delta X} - 2T_X + T_{X+\Delta X}) + \beta_2 (T_3 - T_X) - \gamma_2 (T_X - T_1) = T^{nov} - T^{anc} \quad (\text{III.49})$$

• **Discrétisation de l'équation du fluide froid 1**

L'équation de la chaleur du fluide 1 notée (II.22) est discrétisée en remplaçant les enthalpies par les températures.

$$S_{p1}(Gcp)_1(T_{X-\Delta X} - T_X) + h_1 S_1(T_2 - T_X) = (mcp)_1 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (III.50)$$

On a :

$$V_1 = S_{p1} \Delta X = \pi (R_2^2) \Delta X \quad (III.51)$$

$$S_1 = 2\pi (R_2) \Delta X \quad (III.52)$$

Divisons l'équation (III.50) par le volume V_1 , on trouve :

$$\frac{(Gcp)_1}{\Delta X} (T_{X-\Delta X} - T_X) + h_1 \left(\frac{2}{R_2} \right) (T_2 - T_X) = (\rho cp)_1 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (III.53)$$

En multipliant cette équation par : $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_1}$

$$\frac{\Delta t G_1}{\rho_1 \Delta X} (T_{X-\Delta X} - T_X) + h_1 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_1} \left(\frac{2}{R_2} \right) (T_2 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.54)$$

On pose :

$$\alpha_1 = \frac{\Delta t G_1}{\rho_1 \Delta X} \quad (III.55)$$

$$\beta_1 = h_1 \frac{\Delta t}{(\rho cp)_1} \left(\frac{2}{R_2} \right) \quad (III.56)$$

L'équation (III.54) s'écrit :

$$\alpha_1 (T_{X-\Delta X} - T_X) + \beta_1 (T_2 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.57)$$

III.2.2. Arrangement à contre-courant

Pour cet arrangement, comme on la déjà mentionner au chapitre précédent, la seule équation qui change c'est bien l'équation du fluide 3.

• **Discrétisation de l'équation du fluide chaud 3**

En remplaçant les enthalpies avec les températures et en utilisant le schéma de différence finie décentrée (schéma Up-Wind).

L'équation du fluide 3 notée (II.24) se transforme

$$S_{p3}(Gcp)_3(T_{X+\Delta X} - T_X) - h_3 S_3(T_X - T_4) - h_3 S_2(T_X - T_2) = (mcp)_3 \frac{T^{nov} - T^{anc}}{\Delta t} \quad (\text{III.58})$$

On a:

$$V_3 = S_{p3} \Delta X = \pi (R_4^2 - R_2'^2) \Delta X \quad (\text{III.59})$$

$$S_3 = 2\pi R_4 \Delta X \quad (\text{III.60})$$

$$S_2 = 2\pi R_2' \Delta X \quad (\text{III.61})$$

En divisant l'équation (III.58) par V_3 et en multipliant par $\frac{\Delta t}{(\rho cp)_3}$ on trouve :

$$\frac{G_3 \Delta t}{\rho_3 \Delta X} (T_{X+\Delta X} - T_X) - \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_4}{R_4^2 - R_2'^2} \right) (T_X - T_4) - \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_2'}{R_4^2 - R_2'^2} \right) (T_X - T_2) = T^{nov} - T^{anc} \quad (\text{III.62})$$

On pose:

$$\alpha_3 = \frac{\Delta t G_3}{\rho_3 \Delta X} \quad (\text{III.63})$$

$$\beta_3 = \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_4}{R_4^2 - R_2'^2} \right) \quad (\text{III.64})$$

$$\gamma_3 = \frac{h_3 \Delta t}{(\rho cp)_3} \left(\frac{2R_2'}{R_4^2 - R_2'^2} \right) \quad (\text{III.65})$$

L'équation finale prend la forme suivante:

$$\alpha_3 (T_{X+\Delta X} - T_X) - \beta_3 (T_X - T_4) - \gamma_3 (T_X - T_2) = T^{nov} - T^{anc} \quad (\text{III.66})$$

Dans la suite de ce paragraphe on donne les discrétisations finales des équations qui ont subi des changements par rapport à celles de l'arrangement co-courant pris comme référence, pour les arrangements (contre-courant/co-courant), (co-courant/contre-courant).

III.2.3. Arrangement à contre-courant/co-courant

Pour cet arrangement les équations modifiées sont celle du fluide chaud 3 (II.25) et du fluide froid1 (II.26).

- **Discrétisation de l'équation du fluide chaud 3**

$$\alpha_3 (T_{X+\Delta X} - T_X) - \beta_3 (T_X - T_4) - \gamma_3 (T_X - T_2) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.67)$$

- **Discrétisation de l'équation du fluide froid 1**

$$\alpha_1 (T_{X+\Delta X} - T_X) + \beta_1 (T_2 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.68)$$

III.2.4. Arrangement à co-courant/contre-courant

- **Discrétisation de l'équation du fluide froid 1**

La discrétisation de l'équation (II.27) du fluide froid 1 donne

$$\alpha_1 (T_{X+\Delta X} - T_X) + \beta_1 (T_2 - T_X) = T^{nov} - T^{anc} \quad (III.69)$$

III.3. Discrétisation des conditions initial et aux limites

III.3.1. Condition initiale

Au temps t=0 on a : $T(X, 0) = T_0$

$$T_{i,j} = T_0 \quad \text{Avec } j=1, N \text{ et } i=1,6 \quad (III.70)$$

III.3.2. Conditions aux limites

Echangeur à co-courant

- **Paroi froide 6**

Condition à la limite gauche :

$$\frac{\partial T_6}{\partial X}(0, t) = 0$$

En utilisant les différences à gauche :

$$\frac{T_{6,1} - T_{6,0}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{6,0} = T_{6,1} \quad (III.71)$$

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T_6}{\partial X}(L, t) = 0$$

En utilisant les différences à droite :

$$\frac{T_{6,N} - T_{6,N+1}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{6,N} = T_{6,N+1} \quad (\text{III.72})$$

➤ **Fluide froid 5**

Condition à limite gauche :

$$T_5(0, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{5,0} = T_{f_5, \text{entrée}} \quad (\text{III.73})$$

➤ **Paroi chaude 4**

Condition à la limite gauche :

$$\frac{\partial T_4}{\partial X}(0, t) = 0$$

En utilisant les différences à gauche :

$$\frac{T_{4,1} - T_{4,0}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{4,0} = T_{4,1} \quad (\text{III.74})$$

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T_4}{\partial X}(L, t) = 0$$

En utilisant les différences à droite :

$$\frac{T_{4,N} - T_{4,N+1}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{4,N} = T_{4,N+1} \quad (\text{III.75})$$

➤ **Fluide chaud 3**

Condition à limite gauche :

$$T_3(0, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{3,0} = T_{f_3, \text{entrée}} \quad (\text{III.76})$$

➤ **Paroi froide 2**

Condition à la limite gauche :

$$\frac{\partial T_2}{\partial X}(0, t) = 0$$

En utilisant les différences à gauche :

$$\frac{T_{2,1} - T_{2,0}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{2,0} = T_{2,1} \quad (\text{III.77})$$

Condition à la limite droite :

$$\frac{\partial T_2}{\partial X}(L, t) = 0$$

En utilisant les différences à droite :

$$\frac{T_{2,N} - T_{2,N+1}}{\Delta X} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{2,N} = T_{2,N+1} \quad (\text{III.78})$$

➤ **Fluide froid 1**

Condition à limite gauche :

$$T_1(0, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{1,0} = T_{f_1, \text{entrée}} \quad (\text{III.79})$$

Echangeur à contre-courant

➤ **Fluide chaud 3**

Condition à limite droite :

$$T_3(L, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{3,L} = T_{f_3, \text{entrée}} \quad (\text{III.80})$$

Echangeur à contre-courant-co-courant

Conditions aux limites droites :

➤ **Fluide chaud 3**

$$T_3(L, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{3,L} = T_{f_3, \text{entrée}} \quad (\text{III.81})$$

➤ **Fluide froid 1**

$$T_1(L, t) = T_{\text{imposée}} \quad \Rightarrow \quad T_{1,L} = T_{f_1, \text{entrée}} \quad (\text{III.82})$$

Echangeur à co-courant-contre-courant

Condition à limite droite :

➤ **Fluide froid 1**

$$T_1(L, t) = T_{imposée} \Rightarrow T_{1,L} = T_{f_1, entrée} \quad (III.83)$$

III.4. Notation indicielles

Les systèmes d'équations sont établis, les nouvelles températures T^{k+1} sont définies explicitement en termes des anciennes températures T^k , il est facile de programmer et d'employer la formulation explicite, mais elle exige des critères très rigoureux de stabilité.

La technique implicite est stable mais si ΔT est trop grand, les erreurs de troncatures apparaissent, ces erreurs causent également des oscillations dans les résultats.

La meilleure solution qu'on peut adapter est le schéma de Crank-Nicholson [NOUGIER, 1991].

III.4.1. Echangeur à co-courant

➤ **Paroi froide 6**

En utilisant le schéma de Crank-Nicholson l'équation (III.8) en notation indicielles s'écrit :

$$\frac{\alpha_{6,j}}{2}(T_{6,j-1}^{k+1} + T_{6,j-1}^k) - \frac{\alpha_{6,j}}{2}(2T_{6,j}^{k+1} + 2T_{6,j}^k) + \frac{\alpha_{6,j}}{2}(T_{6,j+1}^{k+1} + T_{6,j+1}^k) + \beta_{6,j}T_{5,j}^k - \frac{\beta_{6,j}}{2}(T_{6,j}^{k+1} + T_{6,j}^k) = T_{6,j}^{k+1} - T_{6,j}^k \quad (III.84)$$

Après arrangement des termes, l'équation s'écrit sous la forme :

$$\frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j-1}^{k+1} - \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} + 1\right)T_{6,j}^{k+1} + \frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j+1}^{k+1} = -\frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j-1}^k + \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} - 1\right)T_{6,j}^k - \frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j+1}^k - \beta_{6,j}T_{5,j}^k \quad (III.85)$$

En omettant l'indice k+1 et k en se rappelant que le membre gauche de l'équation précédente est évalué au niveau k+1, et que la valeur du membre droit est connue d'après les valeurs de T calculées au niveau k, l'équation (III.84) s'écrira :

$$\frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j-1} - \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} + 1\right)T_{6,j} + \frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j+1} = L_{6(j)} \quad (III.86)$$

Avec :

$$L_{6(j)} = -\frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j-1}^k + \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} - 1\right)T_{6,j}^k - \frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j+1}^k - \beta_{6,j}T_{5,j}^k \quad (III.87)$$

➤ **Fluide froid 5**

En utilisant le schéma de Crank-Nicholson l'équation (III.20) en notation indicielles s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{5,j}}{2} (T_{5,j-1}^{k+1} + T_{5,j-1}^k) - \frac{\alpha_{5,j}}{2} (T_{5,j}^{k+1} + T_{5,j}^k) + \beta_{5,j} T_{4,j}^k - \frac{\beta_{5,j}}{2} (T_{5,j}^{k+1} + T_{5,j}^k) + \gamma_{5,j} T_{6,j}^k \\ & - \frac{\gamma_{5,j}}{2} (T_{5,j}^{k+1} + T_{5,j}^k) = T_{5,j}^{k+1} - T_{5,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.88})$$

Après arrangement des termes, l'équation s'écrit comme suit :

$$\frac{\alpha_{5,j}}{2} T_{5,j-1}^{k+1} - \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} + 1 \right) T_{5,j}^{k+1} = -\frac{\alpha_{5,j}}{2} T_{5,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} - 1 \right) T_{5,j}^k - \beta_{5,j} T_{4,j}^k - \gamma_{5,j} T_{6,j}^k \quad (\text{III.89})$$

Posant :

$$L_{5,j} = -\frac{\alpha_{5,j}}{2} T_{5,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} - 1 \right) T_{5,j}^k - \beta_{5,j} T_{4,j}^k - \gamma_{5,j} T_{6,j}^k \quad (\text{III.90})$$

En omettant les indices k+1 et k l'équation se réduit a :

$$\frac{\alpha_{5,j}}{2} T_{5,j-1} - \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} + 1 \right) T_{5,j} = L_{5,j} \quad (\text{III.91})$$

➤ **Paroi chaude 4**

L'équation (III.30) en notation indicielles s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{4,j}}{2} (T_{4,j-1}^{k+1} + T_{4,j-1}^k) - \frac{\alpha_{4,j}}{2} (2T_{4,j}^{k+1} + 2T_{4,j}^k) + \frac{\alpha_{4,j}}{2} (T_{4,j+1}^{k+1} + T_{4,j+1}^k) + \beta_{4,j} T_{3,j}^k - \frac{\beta_{4,j}}{2} (T_{4,j}^{k+1} + T_{4,j}^k) \\ & - \frac{\gamma_{4,j}}{2} (T_{4,j}^{k+1} + T_{4,j}^k) - \gamma_{4,j} T_{5,j}^k = T_{4,j}^{k+1} - T_{4,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.92})$$

Après arrangement des termes l'équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j-1}^{k+1} - \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} + 1 \right) T_{4,j}^{k+1} + \frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j+1}^{k+1} = -\frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j-1}^k + \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} - 1 \right) T_{4,j}^k \\ & - \frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j+1}^k - \beta_{4,j} T_{3,j}^k - \gamma_{4,j} T_{5,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.93})$$

Posant :

$$L_{4,j} = -\frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j-1}^k + \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} - 1 \right) T_{4,j}^k - \frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j+1}^k - \beta_{4,j} T_{3,j}^k - \gamma_{4,j} T_{5,j}^k \quad (\text{III.94})$$

En omettant les indice k, k+1 l'équation (III.92) se réduit à :

$$\frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j-1} - \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} + 1 \right) T_{4,j} + \frac{\alpha_{4,j}}{2} T_{4,j+1} = L_{4,j} \quad (\text{III.95})$$

➤ **Fluide chaud 3**

En appliquant le schéma de Crank-Nicholson l'équation (III.39) en notation indicielle s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{3,j}}{2} (T_{3,j-1}^{k+1} + T_{3,j-1}^k) - \frac{\alpha_{3,j}}{2} (T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) - \frac{\beta_{3,j}}{2} (T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) + \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \frac{\gamma_{3,j}}{2} (T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) + \gamma_{3,j} T_{2,j}^k \\ & = T_{3,j}^{k+1} - T_{3,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.96})$$

Après arrangement des termes l'équation précédente s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1}^{k+1} - \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1 \right) T_{3,j}^{k+1} = -\frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1 \right) T_{3,j}^k \\ & - \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \gamma_{3,j} T_{2,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.97})$$

Posant :

$$L_{3,j} = -\frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1 \right) T_{3,j}^k - \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \gamma_{3,j} T_{2,j}^k \quad (\text{III.98})$$

En omettant les indices k, k+1 l'équation (III.96) s'écrit :

$$\frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1} - \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1 \right) T_{3,j} = L_{3,j} \quad (\text{III.99})$$

➤ **Paroi froide 2**

L'équation (III.49) en notation indicielles s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{2,j}}{2} (T_{2,j-1}^{k+1} + T_{2,j-1}^k) - \frac{\alpha_{2,j}}{2} (2T_{2,j}^{k+1} + 2T_{2,j}^k) + \frac{\alpha_{2,j}}{2} (T_{2,j+1}^{k+1} + T_{2,j+1}^k) + \beta_{2,j} T_{3,j}^k - \frac{\beta_{2,j}}{2} (T_{2,j}^{k+1} + T_{2,j}^k) \\ & - \frac{\gamma_{2,j}}{2} (T_{2,j}^{k+1} + T_{2,j}^k) + \gamma_{2,j} T_{1,j}^k = T_{2,j}^{k+1} - T_{2,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.100})$$

Après arrangement des termes l'équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j-1}^{k+1} - \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} + 1 \right) T_{2,j}^{k+1} + \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j+1}^{k+1} = -\frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j-1}^k + \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} - 1 \right) T_{2,j}^k \\ - \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j+1}^k - \beta_{2,j} T_{3,j}^k - \gamma_{2,j} T_{1,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.101})$$

Posant :

$$L_{2,j} = -\frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j-1}^k + \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} - 1 \right) T_{2,j}^k - \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j+1}^k - \beta_{2,j} T_{3,j}^k - \gamma_{2,j} T_{1,j}^k \quad (\text{III.102})$$

En omettant les indice k, k+1 l'équation (III.100) se réduit à :

$$\frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j-1} - \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} + 1 \right) T_{2,j} + \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j+1} = L_{2,j} \quad (\text{III.103})$$

➤ **Fluide froid 1**

L'écriture de l'équation (III.57) en notation indicielle prend la forme suivante :

$$\frac{\alpha_{1,j}}{2} (T_{1,j-1}^{k+1} + T_{1,j-1}^k) - \frac{\alpha_{1,j}}{2} (T_{1,j}^{k+1} + T_{1,j}^k) + \beta_{1,j} T_{2,j}^k - \frac{\beta_{1,j}}{2} (T_{1,j}^{k+1} + T_{1,j}^k) = T_{1,j}^{k+1} - T_{1,j}^k \quad (\text{III.104})$$

En arrangeant les termes l'équation (III.104) devient :

$$\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1}^{k+1} - \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1 \right) T_{1,j}^{k+1} = -\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1 \right) T_{1,j}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k \quad (\text{III.105})$$

Posant :

$$L_{1,j} = -\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1 \right) T_{1,j}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k \quad (\text{III.106})$$

En omettant les indice k, k+1 l'équation (III.105) se réduit à :

$$\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1} - \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1 \right) T_{1,j} = L_{1,j} \quad (\text{III.107})$$

III.4.2. Echangeur à contre-courant

➤ **Fluide chaud 3**

En appliquant le schéma de Crank-Nicholson sur l'équation (III.66) on trouve :

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_{3,j}}{2}(T_{3,j+1}^{k+1} + T_{3,j+1}^k) - \frac{\alpha_{3,j}}{2}(T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) - \frac{\beta_{3,j}}{2}(T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) + \beta_{3,j}T_{4,j}^k \\ & - \frac{\gamma_{3,j}}{2}(T_{3,j}^{k+1} + T_{3,j}^k) + \gamma_{3,j}T_{2,j}^k = T_{3,j}^{k+1} - T_{3,j}^k \end{aligned} \quad (\text{III.108})$$

Après arrangement des termes l'équation précédente s'écrit :

$$-\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)T_{3,j}^{k+1} + \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1}^{k+1} = \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right)T_{3,j}^k - \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1}^k - \beta_{3,j}T_{4,j}^k - \gamma_{3,j}T_{2,j}^k \quad (\text{III.109})$$

Posant :

$$L_{3,j} = \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right)T_{3,j}^k - \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1}^k - \beta_{3,j}T_{4,j}^k - \gamma_{3,j}T_{2,j}^k \quad (\text{III.110})$$

En omettant les indices k, k+1 l'équation (III.109) s'écrit :

$$-\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)T_{3,j} + \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1} = L_{3,j} \quad (\text{III.111})$$

III.4.3. Echangeur à contre-courant/co-courant

➤ **Fluide chaud 3**

La discrétisation de l'équation (III.67) est donnée comme suit :

$$-\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)T_{3,j} + \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1} = L_{3,j} \quad (\text{III.112})$$

Avec

$$L_{3,j} = \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right)T_{3,j}^k - \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1}^k - \beta_{3,j}T_{4,j}^k - \gamma_{3,j}T_{2,j}^k \quad (\text{III.113})$$

➤ **Fluide froid 1**

L'écriture indicielle de l'équation (III.68) est présentée sous la forme suivante :

$$-\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)T_{1,j} + \frac{\alpha_{1,j}}{2}T_{1,j+1} = L_{1,j} \quad (\text{III.114})$$

Où :

$$L_{1,j} = \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1 \right) T_{1,j}^k - \frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j+1}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k \quad (\text{III.115})$$

III.4.4. Echangeur à co-courant/contre-courant

➤ **Fluide froid 1**

L'écriture indicielle finale de l'équation du fluide froid 1 (III.69) est donnée sous la forme suivante :

$$-\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1 \right) T_{1,j} + \frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j+1} = L_{1,j} \quad (\text{III.116})$$

Avec

$$L_{1,j} = \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1 \right) T_{1,j}^k - \frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j+1}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k \quad (\text{III.117})$$

III.5. Formulation numérique

Les équations finales se posent de la manière suivante :

III.5.1. Echangeur à co-courant

➤ **Paroi froide 6**

Pour j=1

$$\frac{\alpha_{6,1}}{2} T_{6,0} - \left(\alpha_{6,1} + \frac{\beta_{6,1}}{2} + 1 \right) T_{6,1} + \frac{\alpha_{6,1}}{2} T_{6,2} = L_{6,1} \quad (\text{III.118})$$

En introduisant la condition à la limite gauche on élimine $T_{6,0}$ de l'équation précédente devient :

$$-\left(\frac{\alpha_{6,1}}{2} + \frac{\beta_{6,1}}{2} + 1 \right) T_{6,1} + \frac{\alpha_{6,1}}{2} T_{6,2} = L_{6,1} \quad (\text{III.119})$$

Pour j=2, N-1

$$\frac{\alpha_{6,j}}{2} T_{6,j-1} - \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} + 1 \right) T_{6,j} + \frac{\alpha_{6,j}}{2} T_{6,j+1} = L_{6,j} \quad (\text{III.120})$$

Pour j=N

$$\frac{\alpha_{6,N}}{2}T_{6,N-1} - \left(\alpha_{6,N} + \frac{\beta_{6,N}}{2} + 1 \right) T_{6,N} + \frac{\alpha_{6,N}}{2}T_{6,N+1} = L_{6,N} \quad (\text{III.121})$$

En introduisant la condition à la limite droite on élimine $T_{6,N+1}$ de l'équation précédente.

$$\frac{\alpha_{6,N}}{2}T_{6,N-1} - \left(\frac{\alpha_{6,N}}{2} + \frac{\beta_{6,N}}{2} + 1 \right) T_{6,N} = L_{6,N} \quad (\text{III.122})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.119) (III.120) et (III.122).

➤ **Fluide froid 5**

Pour $j=1$ $T_{5,1} = T_{f5,entrée}$ (III.123)

Pour $j=2, N$

L'équation du fluide froid 5 en notation indicielle :

$$\frac{\alpha_{5,j}}{2}T_{5,j-1} - \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} + 1 \right) T_{5,j} = L_{5,j} \quad (\text{III.124})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.123) et (III.124).

➤ **Paroi chaude 4**

L'équation de la paroi 4 en notation indicielle :

Pour $j=1$

$$\frac{\alpha_{4,1}}{2}T_{4,0} - \left(\alpha_{4,1} + \frac{\beta_{4,1}}{2} + \frac{\gamma_{4,1}}{2} + 1 \right) T_{4,1} + \frac{\alpha_{4,1}}{2}T_{4,2} = L_{4,1} \quad (\text{III.125})$$

En introduisant la condition à la limite gauche on élimine $T_{4,0}$ de l'équation précédente :

$$- \left(\frac{\alpha_{4,1}}{2} + \frac{\beta_{4,1}}{2} + \frac{\gamma_{4,1}}{2} + 1 \right) T_{4,1} + \frac{\alpha_{4,1}}{2}T_{4,2} = L_{4,1} \quad (\text{III.126})$$

Pour $j=2, N-1$

$$\frac{\alpha_{4,j}}{2}T_{4,j-1} - \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} + 1 \right) T_{4,j} + \frac{\alpha_{4,j}}{2}T_{4,j+1} = L_{4,j} \quad (\text{III.127})$$

Pour $j=N$

$$\frac{\alpha_{4,N}}{2} T_{4,N-1} - \left(\alpha_{4,N} + \frac{\beta_{4,N}}{2} + \frac{\gamma_{4,N}}{2} + 1 \right) T_{4,N} + \frac{\alpha_{4,N}}{2} T_{4,N+1} = L_{4,N} \quad (\text{III.128})$$

En introduisant la condition à la limite droite on élimine $T_{4,N+1}$ de l'équation précédente :

$$\frac{\alpha_{4,N}}{2} T_{4,N-1} - \left(\frac{\alpha_{4,N}}{2} + \frac{\beta_{4,N}}{2} + \frac{\gamma_{4,N}}{2} + 1 \right) T_{4,N} = L_{4,N} \quad (\text{III.129})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.126), (III.128) et (III.129).

➤ **Fluide chaud 3**

L'équation du fluide chaud 3 en notation indicielle prend la forme suivante :

$$\text{Pour } j=1 \quad T_{3,1} = T_{f3, \text{entrée}} \quad (\text{III.130})$$

Pour $j=2, N$

$$\frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1} - \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1 \right) T_{3,j} = L_{3,j} \quad (\text{III.131})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.130) et (III.131).

➤ **Paroi froide 2**

L'équation de la paroi 2 en notation indicielle

Pour $j=1$

$$\frac{\alpha_{2,1}}{2} T_{2,0} - \left(\alpha_{2,1} + \frac{\beta_{2,1}}{2} + \frac{\gamma_{2,1}}{2} + 1 \right) T_{2,1} + \frac{\alpha_{2,1}}{2} T_{2,2} = L_{2,1} \quad (\text{III.132})$$

En introduisant la condition à la limite gauche on élimine $T_{2,0}$ de l'équation précédente :

$$-\left(\frac{\alpha_{2,1}}{2} + \frac{\beta_{2,1}}{2} + \frac{\gamma_{2,1}}{2} + 1 \right) T_{2,1} + \frac{\alpha_{2,1}}{2} T_{2,2} = L_{2,1} \quad (\text{III.133})$$

Pour $j=2, N-1$

$$\frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j-1} - \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} + 1 \right) T_{2,j} + \frac{\alpha_{2,j}}{2} T_{2,j+1} = L_{2,j} \quad (\text{III.134})$$

Pour $j=N$

$$\frac{\alpha_{2,N}}{2} T_{2,N-1} - \left(\alpha_{2,N} + \frac{\beta_{2,N}}{2} + \frac{\gamma_{2,N}}{2} + 1 \right) T_{2,N} + \frac{\alpha_{2,N}}{2} T_{2,N+1} = L_{2,N} \quad (\text{III.135})$$

En introduisant la condition à la limite droite on élimine $T_{2,N+1}$ de l'équation précédente :

$$\frac{\alpha_{2,N}}{2} T_{2,N-1} - \left(\frac{\alpha_{2,N}}{2} + \frac{\beta_{2,N}}{2} + \frac{\gamma_{2,N}}{2} + 1 \right) T_{2,N} = L_{2,N} \quad (\text{III.136})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.133), (III.134) et (III.136)

➤ **Fluide froid 1**

L'équation du fluide froid 1 en notation indicielle

$$\text{Pour } j=1 \quad T_{1,1} = T_{f1,entr\acute{e}e} \quad (\text{III.137})$$

Pour $j=2, N$

$$\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1} - \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1 \right) T_{1,j} = L_{1,j} \quad (\text{III.138})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.137) et (III.138).

III.5.2. Echangeur à contre-courant

➤ **Fluide chaud 3**

L'équation du fluide chaud 3 en notation indicielle

$$\text{Pour } j=N \quad T_{3,N} = T_{f3,entr\acute{e}e} \quad (\text{III.139})$$

Pour $j=1, N-1$

$$-\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1 \right) T_{3,j} + \frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j+1} = L_{3,j} \quad (\text{III.140})$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.139) et (III.140).

III.5.3. Echangeur à contre-courant/co-courant

➤ **Fluide chaud 3**

Pour $j=N$ $T_{3,N} = T_{f3,entrée}$ (III.141)

Pour $j=1, N-1$

$$-\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)T_{3,j} + \frac{\alpha_{3,j}}{2}T_{3,j+1} = L_{3,j} \quad (III.142)$$

Ainsi on obtient un système d'équations (III.141) et (III.142).

➤ **Fluide froid 1**

Pour $j=N$ $T_{1,N} = T_{f1,entrée}$ (III.143)

Pour $j=1, N-1$

$$-\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)T_{1,j} + \frac{\alpha_{1,j}}{2}T_{1,j+1} = L_{1,j} \quad (III.144)$$

Le système d'équations (III.143) et (III.144) est obtenu.

III.5.4. Echangeur à co-courant/contre-courant

➤ **Fluide froid 1**

Pour $j=N$ $T_{1,N} = T_{f1,entrée}$ (III.145)

Pour $j=1, N-1$

$$-\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)T_{1,j} + \frac{\alpha_{1,j}}{2}T_{1,j+1} = L_{1,j} \quad (III.146)$$

Ainsi, on obtient un système d'équations (III.145) et (III.146).

III.6. Ecriture matricielle

Une fois l'équation, condition initiale et conditions aux limites discrétisées sont bien posées, on arrive finalement à des systèmes d'équations qui peuvent se mettre sous la forme matricielle suivante :

III.6.1. Echangeur co-courant

➤ **Paroi froide 6**

$$\begin{bmatrix}
 A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & 0 & A(j, j-1) & A(j, j) & A(j, j+1) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & A(N-1, N) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N, N-1) & A(N, N)
 \end{bmatrix}
 \times
 \begin{bmatrix}
 T_6(1) \\
 T_6(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 T_6(j) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 T_6(N-1) \\
 T_6(N)
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 L_6(1) \\
 L_6(2) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 L_6(j) \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 L_6(N-1) \\
 L_6(N)
 \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour j=1

$$A(1,1) = -\left(\frac{\alpha_{6,1}}{2} + \frac{\beta_{6,1}}{2} + 1\right)$$

$$A(1,2) = \frac{\alpha_{6,1}}{2}$$

$$L_{6,1} = -\left(\frac{\alpha_{6,1}}{2} + \frac{\beta_{6,1}}{2} - 1\right)T_{6,1}^k - \frac{\alpha_{6,1}}{2}T_{6,2}^k - \beta_{6,1}T_{5,1}^k$$

Pour $j=2, N-1$

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{6,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{6,j}}{2}$$

$$L_{6,j} = -\frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j-1}^k + \left(\alpha_{6,j} + \frac{\beta_{6,j}}{2} - 1\right)T_{6,j}^k - \frac{\alpha_{6,j}}{2}T_{6,j+1}^k - \beta_{6,j}T_{5,j}^k$$

Pour $j=N$

$$A(N, N-1) = \frac{\alpha_{6,N}}{2}$$

$$A(N, N) = -\left(\frac{\alpha_{6,N}}{2} + \frac{\beta_{6,N}}{2} + 1\right)$$

$$L_{6,N} = -\frac{\alpha_{6,N}}{2}T_{6,N-1}^k + \left(\frac{\alpha_{6,N}}{2} + \frac{\beta_{6,N}}{2} - 1\right)T_{6,N}^k - \beta_{6,N}T_{5,N}^k$$

➤ **Fluide froid 5**

$$\begin{bmatrix} A(2,1) & A(2,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(3,2) & A(3,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 & A(j-1,j) & A(j,j) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N,N-1) & A(N,N) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_5(1) \\ T_5(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_5(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_5(N-1) \\ T_5(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_5(2) \\ L_5(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_5(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_5(N-1) \\ L_5(N) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=2, N$

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{5,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} + 1\right)$$

$$L_{5,j} = -\frac{\alpha_{5,j}}{2} T_{5,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{5,j}}{2} + \frac{\beta_{5,j}}{2} + \frac{\gamma_{5,j}}{2} - 1\right) T_{5,j}^k - \beta_{5,j} T_{4,j}^k - \gamma_{5,j} T_{6,j}^k$$

➤ **Paroi chaude 4**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & A(j, j-1) & A(j, j) & A(j, j+1) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & A(N-1, N) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N, N-1) & A(N, N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_4(1) \\ T_4(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_4(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_4(N-1) \\ T_4(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4(1) \\ L_4(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_4(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_4(N-1) \\ L_4(N) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour j=1

$$A(1,1) = -\left(\frac{\alpha_{4,1}}{2} + \frac{\beta_{4,1}}{2} + \frac{\gamma_{4,1}}{2} + 1\right)$$

$$A(1,2) = \frac{\alpha_{4,1}}{2}$$

$$L_{4,1} = -\left(\frac{\alpha_{4,1}}{2} + \frac{\beta_{4,1}}{2} + \frac{\gamma_{4,1}}{2} - 1\right)T_{4,1}^k - \frac{\alpha_{4,1}}{2}T_{4,2}^k - \beta_{4,1}T_{3,1}^k - \gamma_{4,1}T_{5,1}^k$$

Pour j=2, N-1

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{4,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{4,j}}{2}$$

$$L_{4,j} = -\frac{\alpha_{4,j}}{2}T_{4,j-1}^k + \left(\alpha_{4,j} + \frac{\beta_{4,j}}{2} + \frac{\gamma_{4,j}}{2} - 1\right)T_{4,j}^k - \frac{\alpha_{4,j}}{2}T_{4,j+1}^k - \beta_{4,j}T_{3,j}^k - \gamma_{4,j}T_{5,j}^k$$

Pour $j=N$

$$A(N, N-1) = \frac{\alpha_{4,N}}{2}$$

$$A(N, N) = -\left(\frac{\alpha_{4,N}}{2} + \frac{\beta_{4,N}}{2} + \frac{\gamma_{4,N}}{2} + 1\right)$$

$$L_{4,N} = -\frac{\alpha_{4,N}}{2}T_{4,N-1}^k + \left(\frac{\alpha_{4,N}}{2} + \frac{\beta_{4,N}}{2} + \frac{\gamma_{4,N}}{2} - 1\right)T_{4,N}^k - \frac{\alpha_{4,N}}{2}T_{4,N+1}^k - \beta_{4,N}T_{3,N}^k - \gamma_{4,N}T_{5,N}^k$$

➤ **Fluide chaud 3**

$$\begin{bmatrix} A(2,1) & A(2,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(3,2) & A(3,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 & A(j-1,j) & A(j,j) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N,N-1) & A(N,N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_3(1) \\ T_3(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_3(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_3(N-1) \\ T_3(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_3(2) \\ L_3(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_3(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_3(N-1) \\ L_3(N) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=2, N$

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{3,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)$$

$$L_{3,j} = -\frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right) T_{3,j}^k - \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \gamma_{3,j} T_{2,j}^k$$

➤ **Paroi froide 2**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & A(j, j-1) & A(j, j) & A(j, j+1) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & A(N-1, N) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N, N-1) & A(N, N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_2(1) \\ T_2(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_2(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_2(N-1) \\ T_2(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_2(1) \\ L_2(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_2(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_2(N-1) \\ L_2(N) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=1$

$$A(1,1) = -\left(\frac{\alpha_{2,1}}{2} + \frac{\beta_{2,1}}{2} + \frac{\gamma_{2,1}}{2} + 1\right)$$

$$A(1,2) = \frac{\alpha_{2,1}}{2}$$

$$L_{2,1} = -\left(\frac{\alpha_{2,1}}{2} + \frac{\beta_{2,1}}{2} + \frac{\gamma_{2,1}}{2} - 1\right) T_{2,1}^k - \frac{\alpha_{2,1}}{2} T_{2,2}^k - \beta_{2,1} T_{3,1}^k - \gamma_{2,1} T_{1,1}^k$$

Pour $j=2, N-1$

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{2,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{2,j}}{2}$$

$$L_{2,j} = -\frac{\alpha_{2,j}}{2}T_{2,j-1}^k + \left(\alpha_{2,j} + \frac{\beta_{2,j}}{2} + \frac{\gamma_{2,j}}{2} - 1\right)T_{2,j}^k - \frac{\alpha_{2,j}}{2}T_{2,j+1}^k - \beta_{2,j}T_{3,j}^k - \gamma_{2,j}T_{1,j}^k$$

Pour $j=N$

$$A(N, N-1) = \frac{\alpha_{2,N}}{2}$$

$$A(N, N) = -\left(\frac{\alpha_{2,N}}{2} + \frac{\beta_{2,N}}{2} + \frac{\gamma_{2,N}}{2} + 1\right)$$

$$L_{2,N} = -\frac{\alpha_{2,N}}{2}T_{2,N-1}^k + \left(\frac{\alpha_{2,N}}{2} + \frac{\beta_{2,N}}{2} + \frac{\gamma_{2,N}}{2} - 1\right)T_{2,N}^k - \beta_{2,N}T_{3,N}^k - \gamma_{2,N}T_{1,N}^k$$

➤ **Fluide froid 1**

$$\begin{bmatrix} A(2,1) & A(2,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(3,2) & A(3,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & 0 & A(j-1,j) & A(j,j) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N,N-1) & A(N,N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_1(1) \\ T_1(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_1(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_1(N-1) \\ T_1(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(2) \\ L_1(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_1(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_1(N-1) \\ L_1(N) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=2, N$

$$A(j, j-1) = \frac{\alpha_{1,j}}{2}$$

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)$$

$$L_{1,j} = -\frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j-1}^k + \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1\right) T_{1,j}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k$$

III.6.2. Echangeur à contre-courant

A part le fluide chaud 3, les autres cas sont inchangés (ca co-courant).

➤ **Fluide chaud 3**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(2,2) & A(2,3) & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & A(j,j-1) & A(j,j) & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N-1,N-1) & A(N-1,N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_3(1) \\ T_3(2) \\ . \\ . \\ T_3(j) \\ . \\ . \\ . \\ T_3(N-1) \\ T_3(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_3(1) \\ L_3(2) \\ . \\ . \\ L_3(3) \\ . \\ . \\ . \\ L_3(N-1) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=1, N-1$

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{3,j}}{2}$$

$$L_{3,j} = \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right) T_{3,j}^k - \frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j+1}^k - \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \gamma_{3,j} T_{2,j}^k$$

III.6.3. Echangeur à contre-courant/co-courant

Les deux fluides qui changent sont le fluide froid 1 et le fluide chaud 3.

➤ **Fluide chaud 3**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(2,2) & A(2,3) & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & A(j,j-1) & A(j,j) & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N-1,N-1) & A(N-1,N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_3(1) \\ T_3(2) \\ . \\ . \\ T_3(j) \\ . \\ . \\ . \\ T_3(N-1) \\ T_3(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_3(1) \\ L_3(2) \\ . \\ . \\ L_3(3) \\ . \\ . \\ . \\ L_3(N-1) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=1, N-1$

$$A(j,j) = -\left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j,j+1) = \frac{\alpha_{3,j}}{2}$$

$$L_{3,j} = \left(\frac{\alpha_{3,j}}{2} + \frac{\beta_{3,j}}{2} + \frac{\gamma_{3,j}}{2} - 1\right) T_{3,j}^k - \frac{\alpha_{3,j}}{2} T_{3,j+1}^k - \beta_{3,j} T_{4,j}^k - \gamma_{3,j} T_{2,j}^k$$

➤ **Fluide froid 1**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(2,2) & A(2,3) & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & 0 & A(j, j-1) & A(j, j) & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N-1, N-1) & A(N-1, N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_1(1) \\ T_1(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ T_1(j) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_1(N-1) \\ T_1(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(1) \\ L_1(2) \\ \cdot \\ \cdot \\ L_1(3) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ L_1(N-1) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour $j=1, N-1$

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{1,j}}{2}$$

$$L_{1,j} = \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1\right) T_{1,j}^k - \frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j+1}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k$$

III.6.4. Echangeur à co-courant/contre-courant

A part le fluide froid 1 les autres fluides restent inchangés (cas co-courant).

➤ **Fluide froid 1**

$$\begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A(2,2) & A(2,3) & 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & A(j, j-1) & A(j, j) & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A(N-1, N-1) & A(N-1, N) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} T_1(1) \\ T_1(2) \\ . \\ . \\ T_1(j) \\ . \\ . \\ . \\ T_1(N-1) \\ T_1(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(1) \\ L_1(2) \\ . \\ . \\ L_1(3) \\ . \\ . \\ . \\ . \\ L_1(N-1) \end{bmatrix}$$

Avec :

Pour j=1, N-1

$$A(j, j) = -\left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} + 1\right)$$

$$A(j, j+1) = \frac{\alpha_{1,j}}{2}$$

$$L_{1,j} = \left(\frac{\alpha_{1,j}}{2} + \frac{\beta_{1,j}}{2} - 1\right) T_{1,j}^k - \frac{\alpha_{1,j}}{2} T_{1,j+1}^k - \beta_{1,j} T_{2,j}^k$$

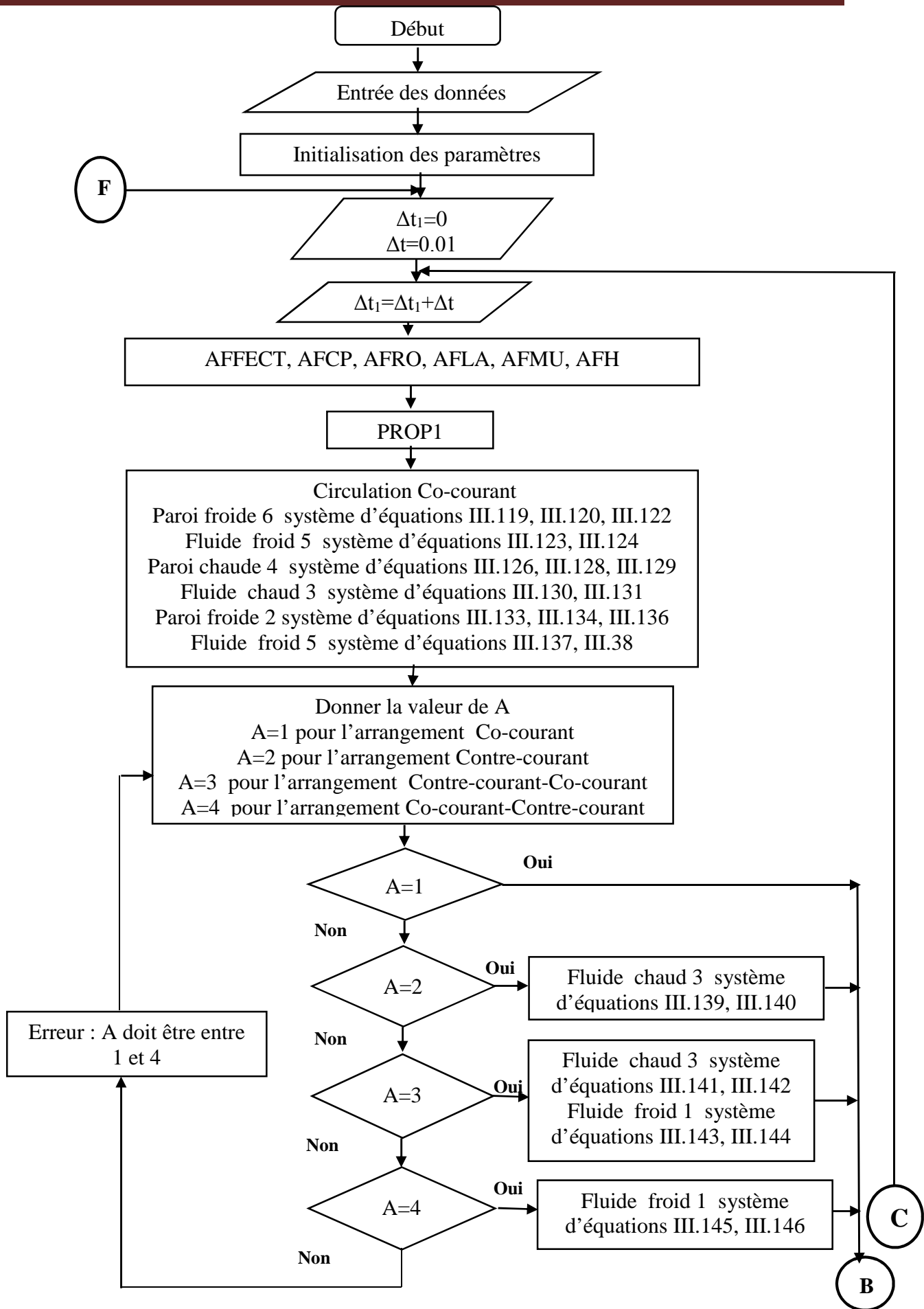
III.7. Organigramme

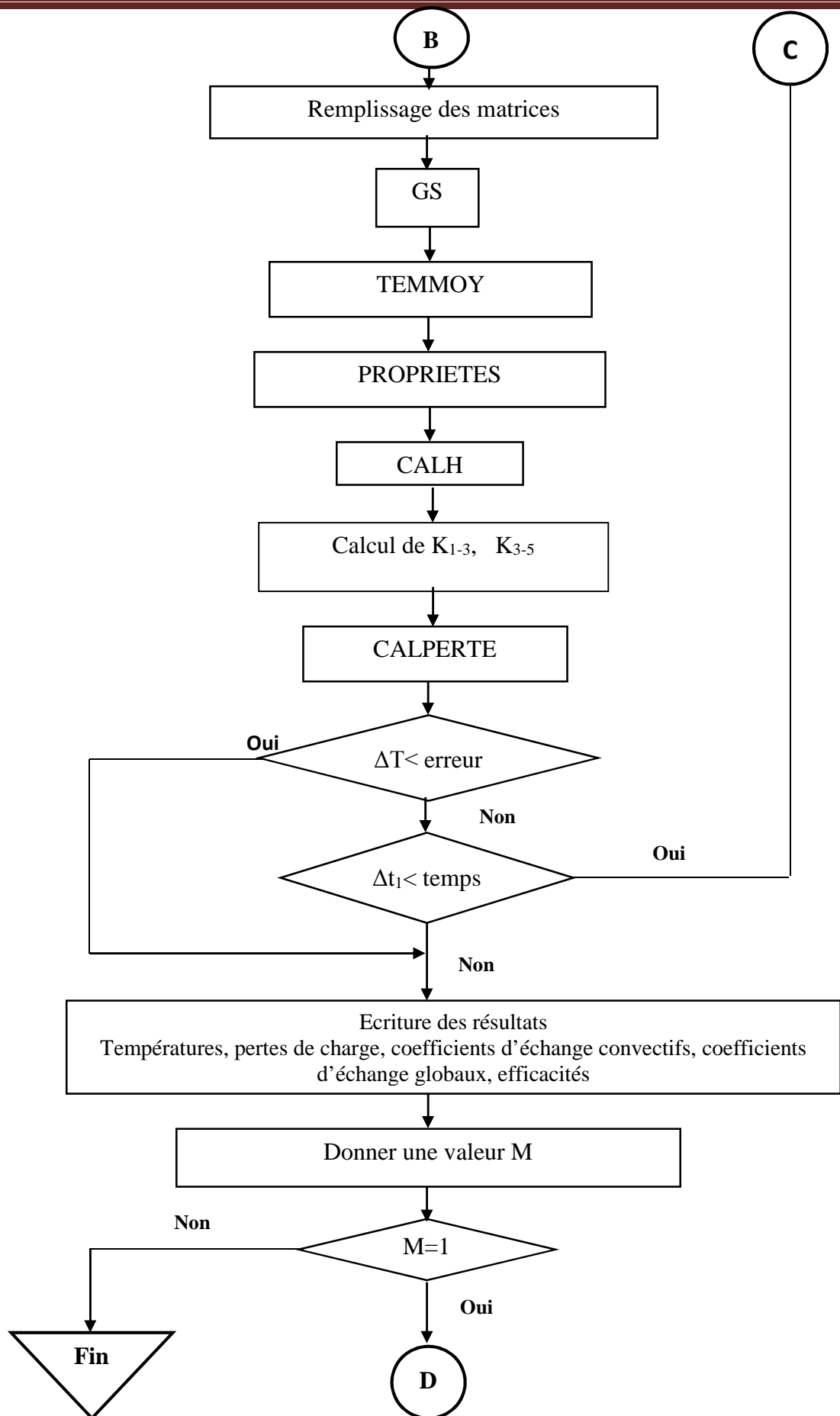
Un programme en langage FORTRAN "Triple-Trans" a été réalisé pour la résolution numérique des systèmes d'équations obtenus.

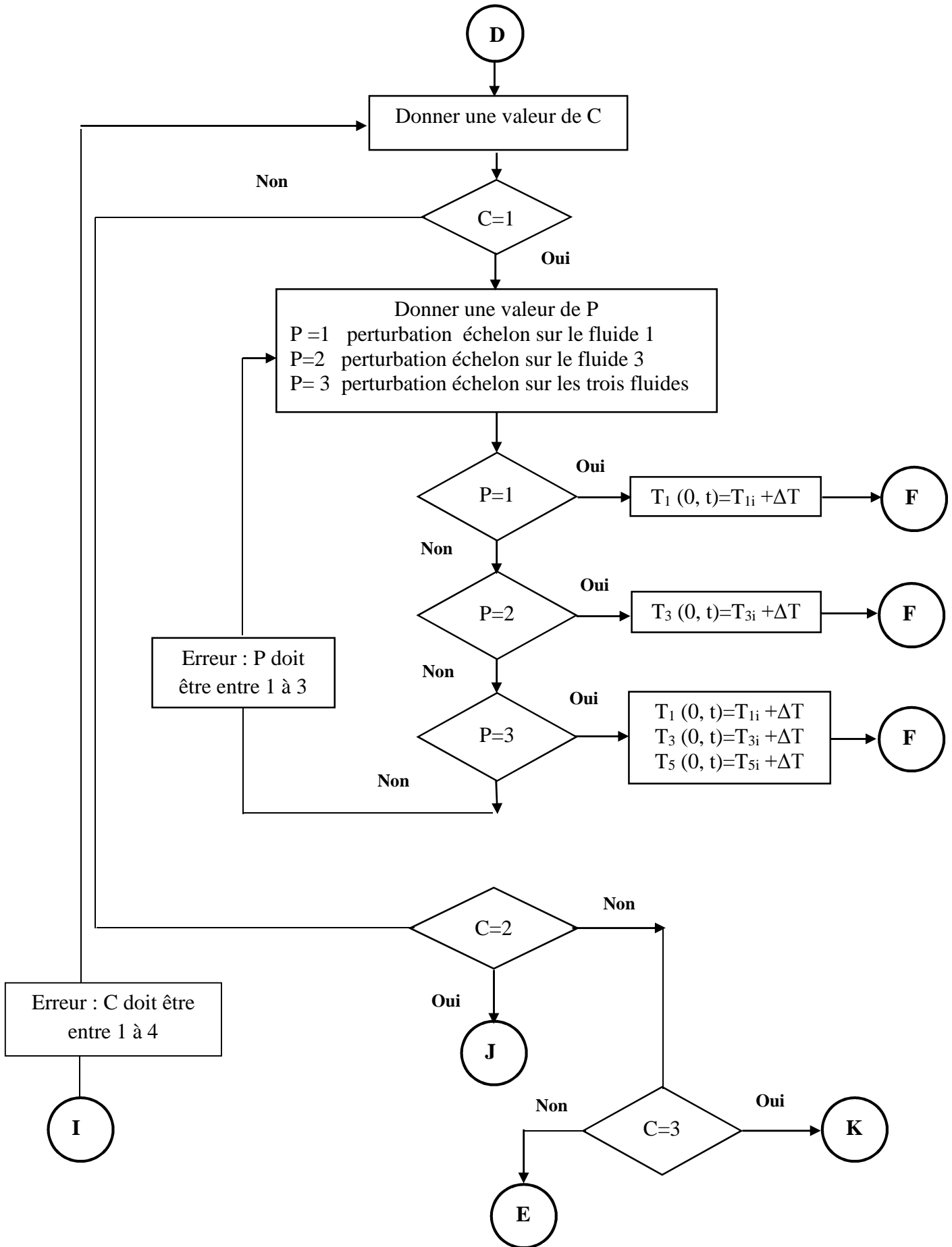
Les différentes sous-routines présentées dans l'organigramme (Figure III.1) sont comme suit :

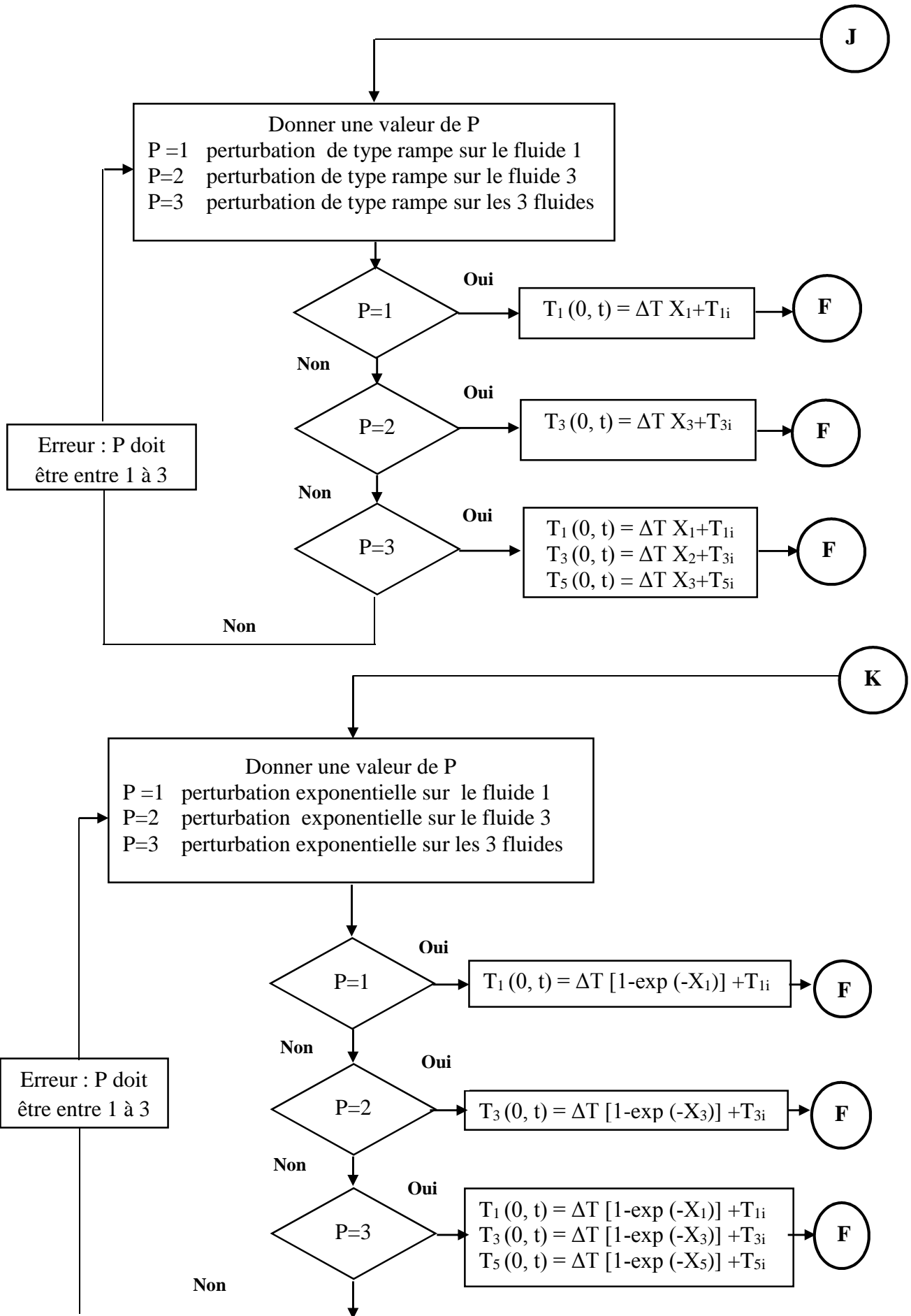
AFECT	Subroutine permettant l'affectation des températures calculées.
AFCP	Subroutine permettant l'affectation des chaleurs spécifiques cp calculées.
AFRO	Subroutine permettant l'affectation des masses volumiques ρ calculées.
AFLA	Subroutine permettant l'affectation des conductivités thermiques λ calculées.
AFMU	Subroutine permettant l'affectation des viscosités dynamiques μ calculées.
AFH	Subroutine permettant l'affectation des coefficients d'échanges h .
PROPI	Subroutine permettant le calcul des groupes adimensionnelles (α, β, γ) .
GS	Subroutine de résolution par la méthode de Gauss-Seidel.
TEMMOY	Subroutine de calcul des températures moyennes.
PROPRIETES	Subroutine de calcul des propriétés thermo-physiques des trois fluides.
CALH	Subroutine de calcul des coefficients d'échanges h .
ALPERTE	Subroutine de calcul des pertes de charge.

L'organigramme est donné sur la Figure III.1, les différentes étapes de calcul sont indiquées.









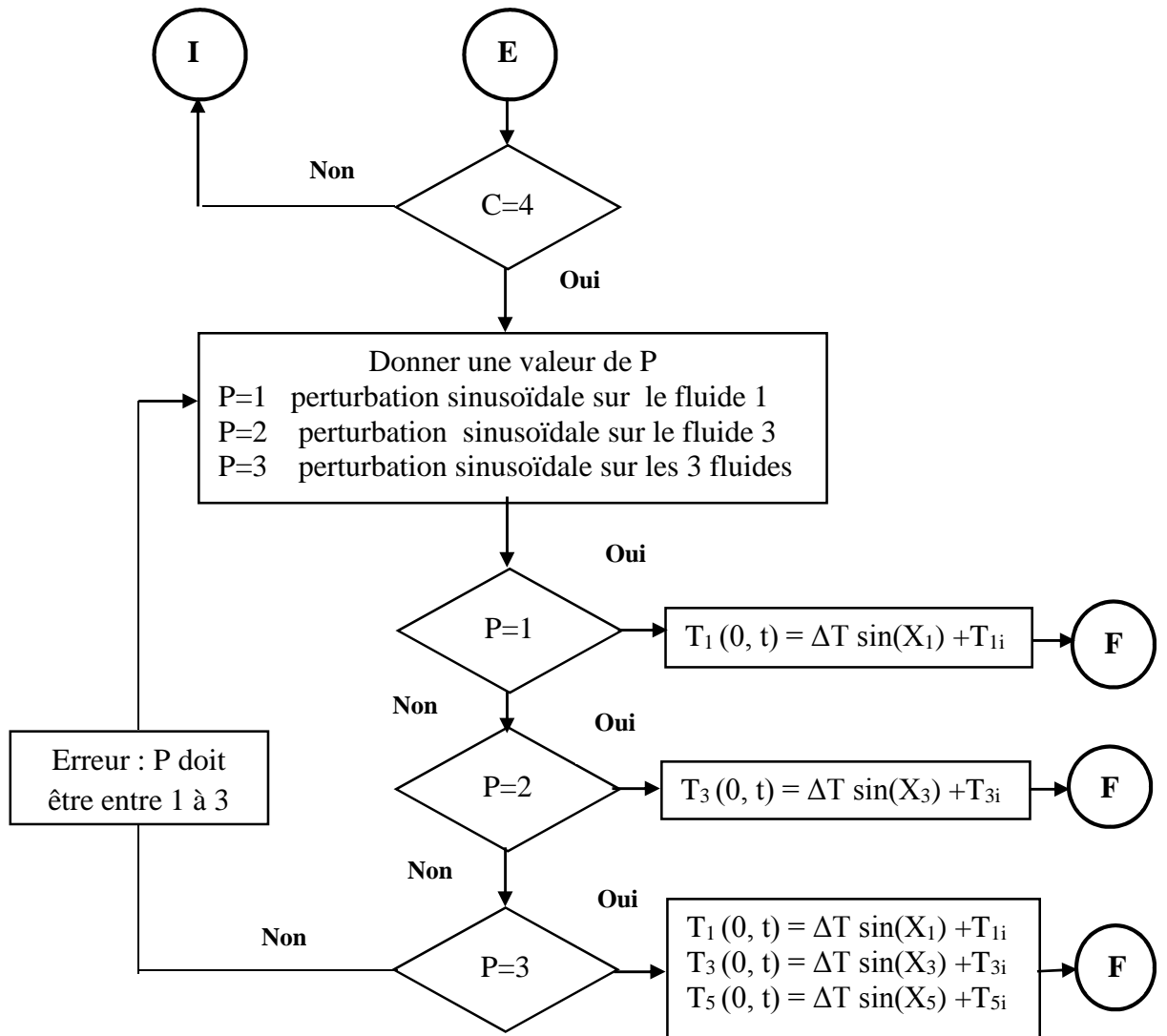


Figure III.1 : Organigramme du programme " Triple-Trans"

Chapitre IV : Résultats et discussions

Sommaire

IV.1. Introduction.....	93
IV.2. Etude du maillage	93
IV.3. Validation du programme numérique.....	94
IV.4. Etudes des régimes instationnaire et stationnaire.....	96
IV.4.1. Régime instationnaire.....	96
IV.4.1.1. Circulation à contre-courant.....	96
IV.4.1.2. Circulation à co-courant.....	103
IV.4.2. Régime stationnaire.....	109
IV.4.2.1. Circulation à contre-courant.....	109
IV.4.2.2. Circulation à co-courant.....	110
IV.5. L'étude des différents arrangements.....	111
IV.6. Effet de la position du fluide dans l'échangeur de chaleur.....	112
IV.7. Etudes de différentes sollicitations.....	118
IV.7.1. Sollicitation du type échelon.....	119
IV.7.2. Sollicitation du type rampe.....	123
IV.7.3. Sollicitation du type sinusoïdale.....	127
IV.7.4. Sollicitation du type exponentiel	132
IV.8. Comparaison entre l'échangeur à double et à triple tube concentrique	136

IV.1. Introduction

Un programme informatique "Triple-Trans" en langage Fortran est réalisé pour simuler numériquement un échangeur de chaleur à triple tube concentrique, en tenant compte de la conduction axiale dans les parois et des propriétés thermo-physiques variables en fonction de température. Des résultats sous formes de courbes sont données pour :

- Les deux régimes de fonctionnement
 1. Régime transitoire
 2. Régime permanent

Ce programme détermine pour les deux cas cités précédemment les champs de température des trois fluides et des trois parois, les coefficients de transfert convectifs, les coefficients d'échanges globaux, les pertes de charges et les températures de sortie des trois fluides pour les deux arrangements co-courant et contre-courant.

- Les différents arrangements pour un échangeur à triple tube.
- Le cas de refroidissement et d'échauffement.
- Les différentes perturbations.
- La comparaison entre un échangeur à double tube concentrique et celui à triple tube concentrique.

IV.2. Etude du maillage

Afin de nous assurer que la solution numérique est indépendante du nombre de mailles qui forme la grille de calcul, nous avons choisi différents maillages pour les trois fluides. Un maillage uniforme est utilisé dans la direction axiale, nous avons utilisé trois maillages différents : (200 nœuds, 500 nœuds et 1000 nœuds) avec un pas spatial $dx=L/n$ (L : longueur de l'échangeur et n nombre de nœuds) et un pas temporel en fonction du pas spatial $dt=0.9*dx$.

Après l'exécution du programme pour les trois maillages, les résultats obtenus sont présentés sous forme de courbes sur la Figure IV.1. On remarque que les profils des températures des trois fluides sont parfaitement confondus (superposés) dans les trois cas présentés ce qui explique la compatibilité des solutions.

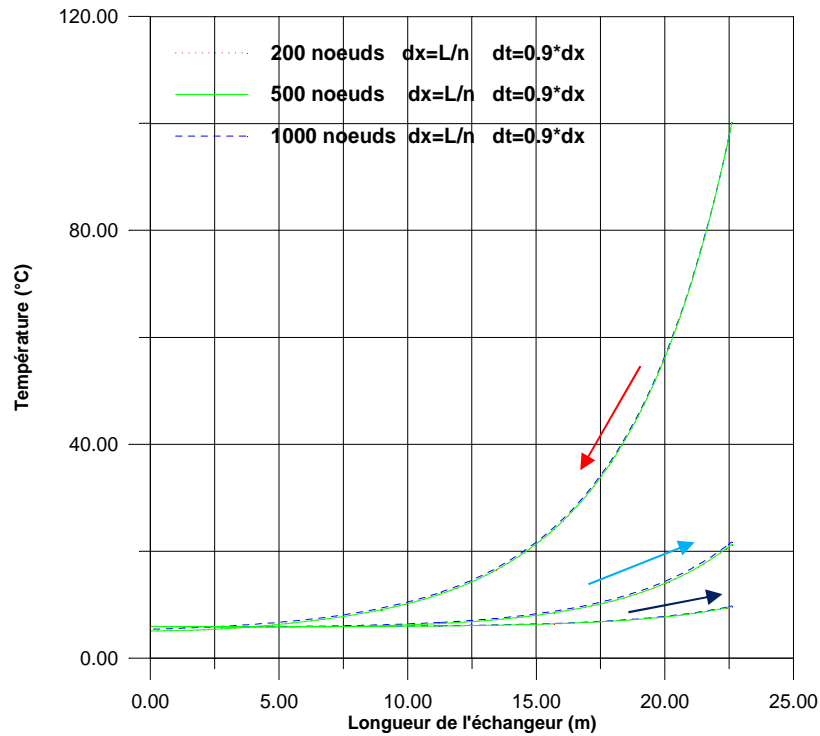


Figure IV.1 : Profils des températures des trois fluides pour les trois maillages.

IV.3. Validation du programme numérique

Dans l'objectif de valider le programme numérique réalisé "Triple-Trans" et pour donner plus de confiance aux résultats de notre simulation numérique, nous avons comparé ces derniers avec d'autres investigations expérimentales trouvées dans la littérature.

Les propriétés thermo-physiques des fluides chaud et froid et les dimensions de l'échangeur thermique sont illustrées dans le Tableau IV.1.

Dimensions et propriétés	Tube central	Tube intermédiaire	Tube extérieur
R_i (m)	$R_2 = 0.0238$	$R_4 = 0.0301$	$R_6 = 0.0365$
R_e (m)	$R'_2 = 0.0254$	$R'_4 = 0.0318$	$R'_6 = 0.0381$
L (m)	22.6	22.6	22.6
Fluides	Propylène glycol	Eau	Propylène glycol
C_p (kJ/kg.°C)	3.956	4.175	3.978
ρ (kg/m ³)	1025	989	1025
Débit volumique (gal/min)	40.5	13.4	4.0
T_e (°C)	5.9	100.0	5.9
T_s (°C)	10.7	6.1	19.9
λ_{tube} (acier) (W/mK)	16	16	16

Tableau IV.1 : Dimensions et propriétés thermo-physiques des fluides de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique [BATMAZ et SANDEEP, 2007].

La distribution axiale des températures des trois fluides (fluides froids N°1 et N°5) et (fluide chaud N°3) de l'échangeur à triple tube concentrique à circulation contre-courant en régime permanent est comparée avec les résultats expérimentaux obtenus par [BATMAZ et SANDEEP 2008] comme le montre la Figure IV.2. En premier lieu, nous pouvons remarquer la bonne similitude de nos résultats numériques avec ceux de [BATMAZ et SANDEEP 2008], surtout pour les deux fluides froids 1 et 5, toutefois il existe un petit écart d'évolution entre la température du fluide chaud 3 numérique et expérimentale. Pour les fluides 1 et 5, on observe une parfaite concordance entre les résultats expérimentaux et numériques, l'erreur calculée par la formule $\left| \frac{T_{exp} - T_{num}}{T_{exp}} \right|$ ne dépasse pas 4%, les courbes sont presque confondues. Pour le fluide chaud 3, l'erreur maximale entre les résultats numériques et expérimentaux est de l'ordre de 9%. Une très bonne cohérence des résultats est observée.

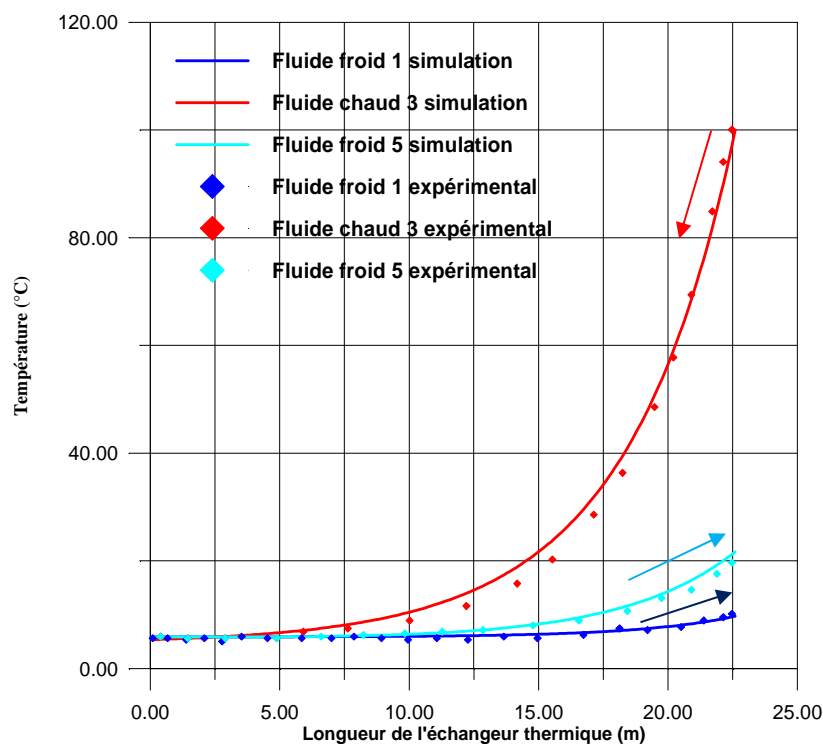


Figure IV.2 : Comparaison entre nos résultats numériques et les résultats expérimentaux de [BATMAZ et SANDEEP, 2008].

IV.4. Etudes des régimes instationnaire et stationnaire

Les courbes représentées ci-dessous ont été calculées pour les données suivantes :

Dimensions et propriétés	Tube central Fluide froid 1	Tube intermédiaire Fluide chaud 3	Tube extérieur Fluide froid 5
R_i (m)	$R_2 = 0.0238$	$R_4 = 0.0301$	$R_6 = 0.0365$
R_e (m)	$R_2' = 0.0254$	$R_4' = 0.0318$	$R_6 = 0.0365$
L (m)	2.5	2.5	2.5
Fluide	Eau	Eau	Eau
Débit volumique (cm ³ /min)	4500	4500	4500
T_e (°C)	25	70	25

Tableau IV.2 : Données du calcul de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.

IV.4.1. Régime instationnaire

Dans ce qui suit les résultats sont donnés pour le cas de démarrage ou de mise en fonction de l'échangeur de chaleur.

IV.4.1.1. Circulation à contre-courant

- **Profils des températures des trois fluides**

Les champs des températures à l'intérieur de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime transitoire (instationnaire) pour un écoulement à contre-courant sont représentés sur la Figure IV.3. On remarque que le temps nécessaire de passage du régime transitoire au régime permanent est de 22.24 s, à la première seconde le transfert de chaleur est réalisé uniquement pour la moitié de la surface d'échange à partir de l'entrée du fluide chaud 3. Le taux de surface d'échange participant aux échanges thermiques atteint le 100% au bout de 2s. Ce temps représente le temps de retard prouvé expérimentalement par plusieurs auteurs dans leurs études tels que [ELWAKIL et al 1995] et [GUELLAL et al 2010].

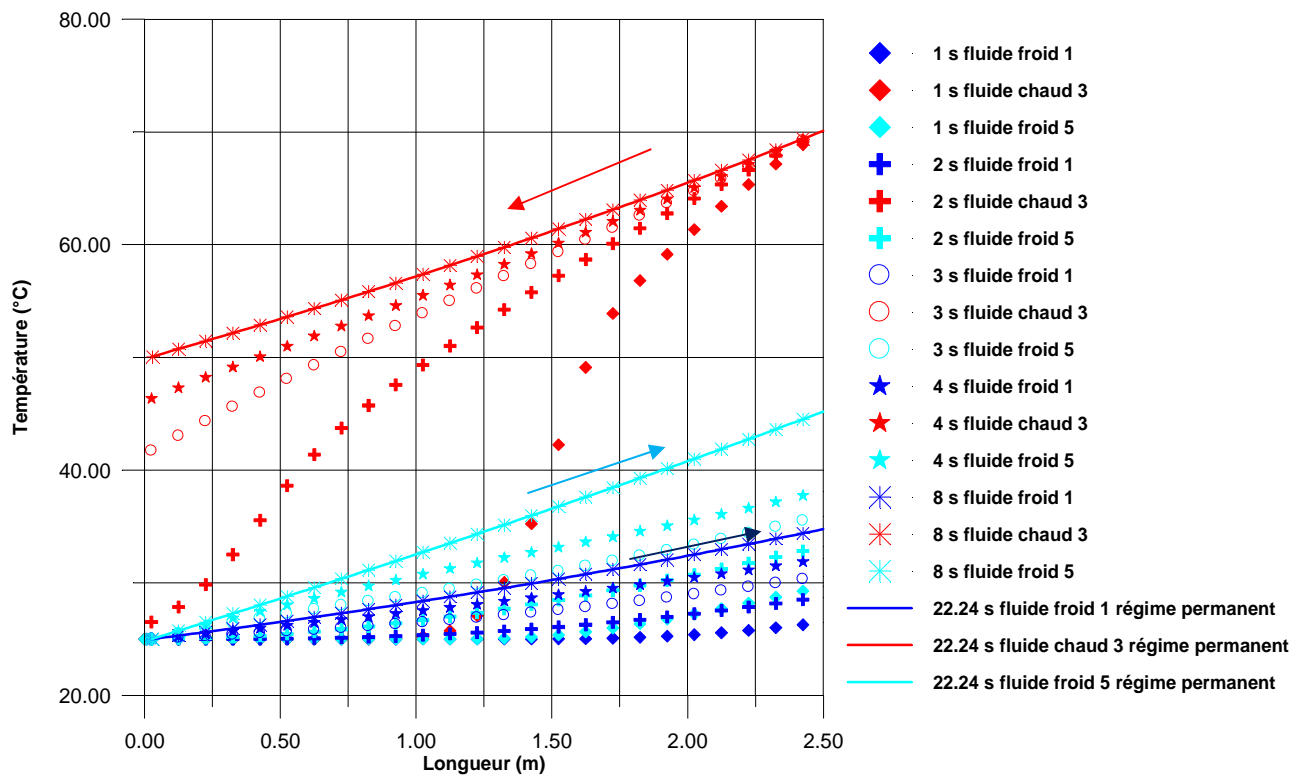


Figure IV.3 : Profils des températures des trois fluides chaud et froid en régime transitoire, cas contre-courant.

• Profils des températures des trois parois

La Figure IV.4 représente l'évolution avec le temps des températures des trois parois de l'échangeur de chaleur. A l'instant $t=0$, les trois parois étaient à la température de 25°C. Dans le cas de la circulation à contre-courant, les parois froides "2" et "6" s'échauffent plus vite en allant vers la sortie de l'échangeur de chaleur et cela est dû à l'entrée du fluide chaud. La température de la paroi froide "2" très proche de celle de la paroi chaude car le coefficient d'échange de chaleur du fluide froid passant dans le tube "1" est plus élevé que celui du fluide "5", voir Figure IV.5. Le régime permanent est atteint pendant le même temps que celui des fluides.

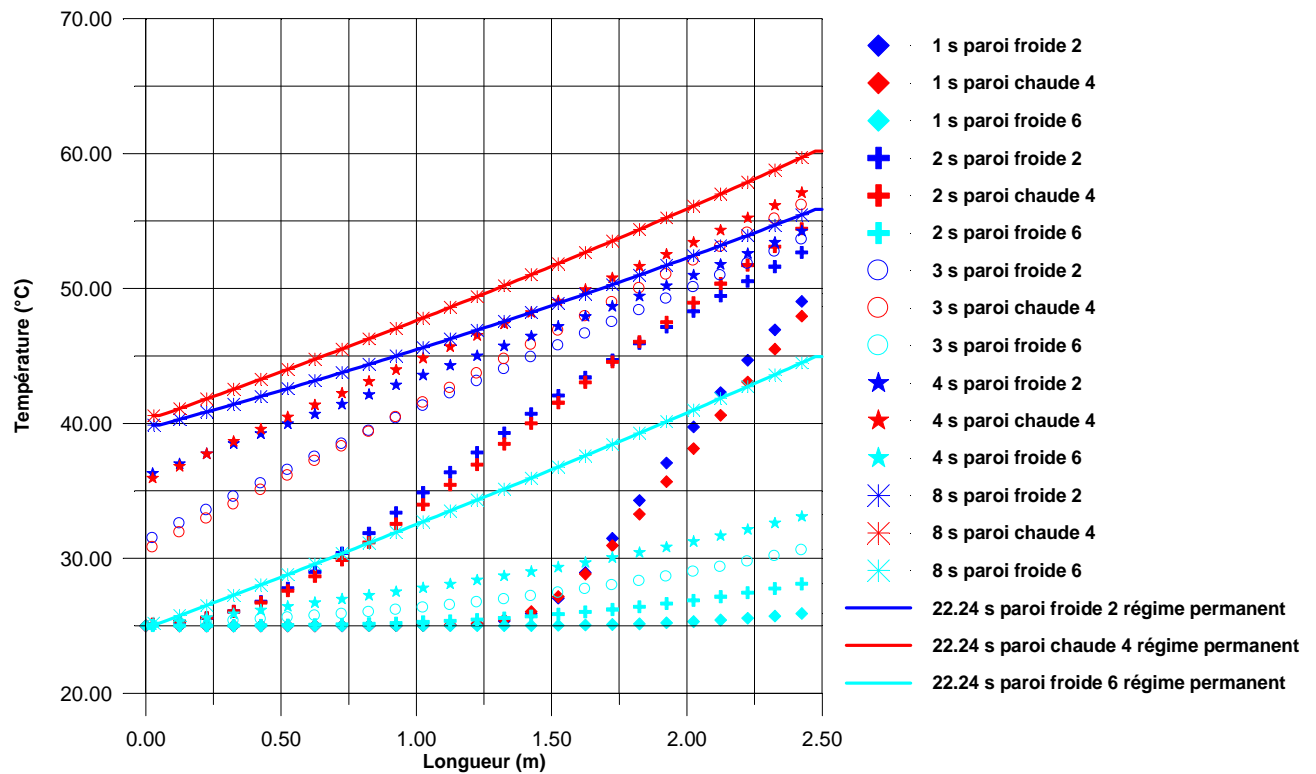


Figure IV.4 : Profils de températures des trois parois chaude et froide en régime transitoire, cas contre-courant.

- **Coefficients d'échange de chaleur par convection**

On remarque que les trois coefficients d'échange de chaleur par convection des trois fluides en régime transitoire augmentent avec le temps, cela prouve que les propriétés thermo-physiques dépendent de la température et du temps. L'échange de chaleur est plus performant en régime permanent, Figure IV.5.

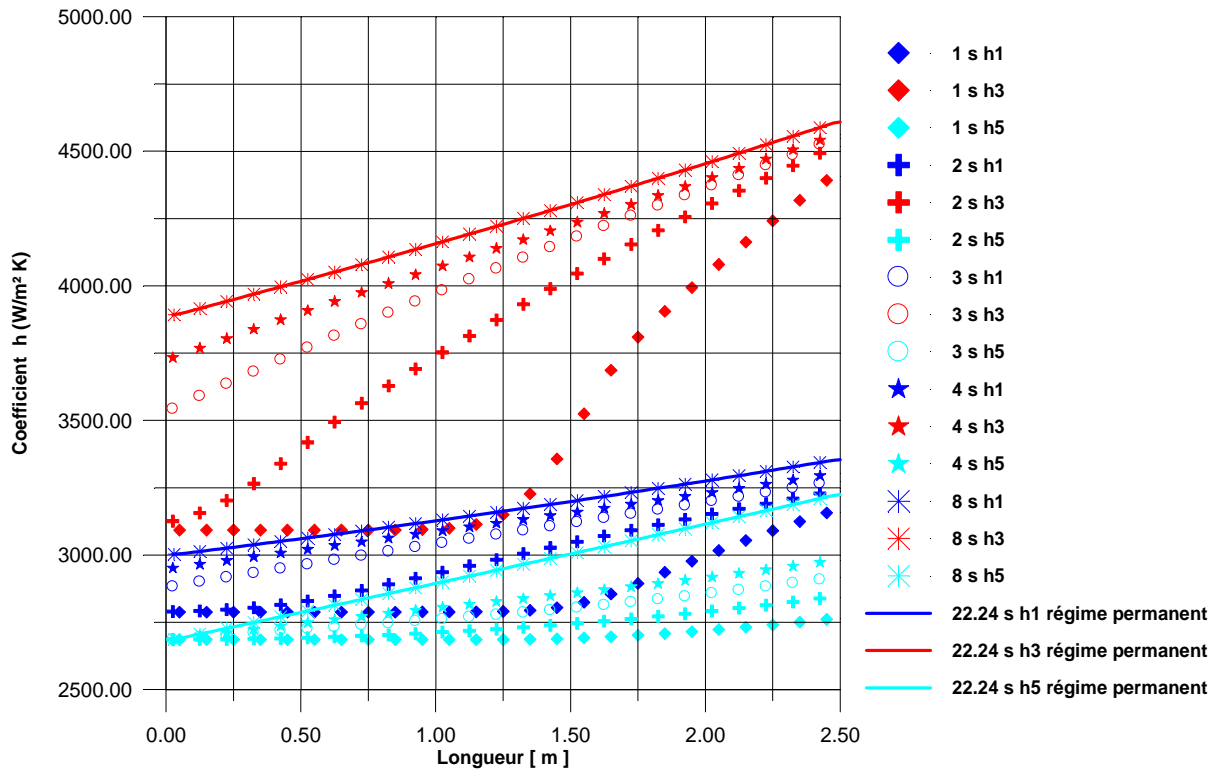


Figure IV.5 : Variation des coefficients d'échange des trois fluides en fonction du temps, cas contre-courant.

- **Variation des températures de sortie des trois fluides**

La Figure IV.6.a représente la variation des températures de sortie des trois fluides en écoulement contre-courant, au cours du temps l'allure de ces réponses est d'une forme exponentielle, on voit clairement que le fluide chaud "3" présente un retard de réponse à peu près de 2 secondes. Après cet intervalle de temps la température de sortie augmente jusqu'à l'établissement du régime permanent. Par contre les deux fluides froids "1" et "5" ne présentent aucun temps de retard.

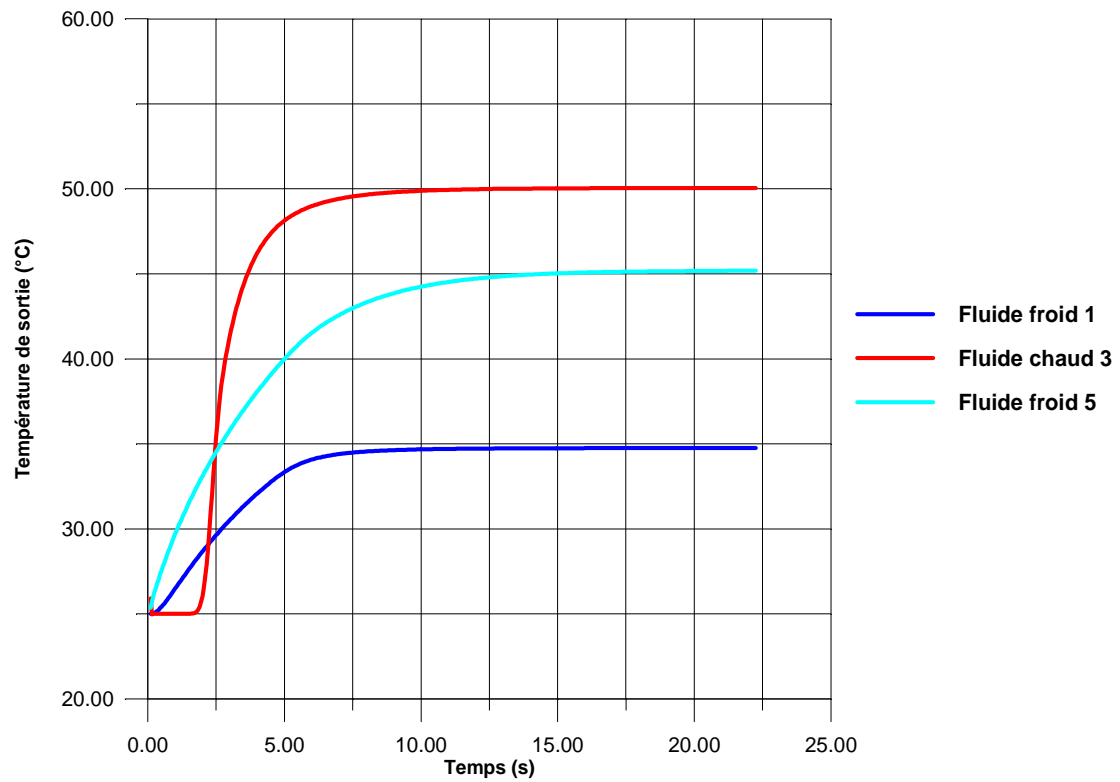


Figure IV.6.a : Variation des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.

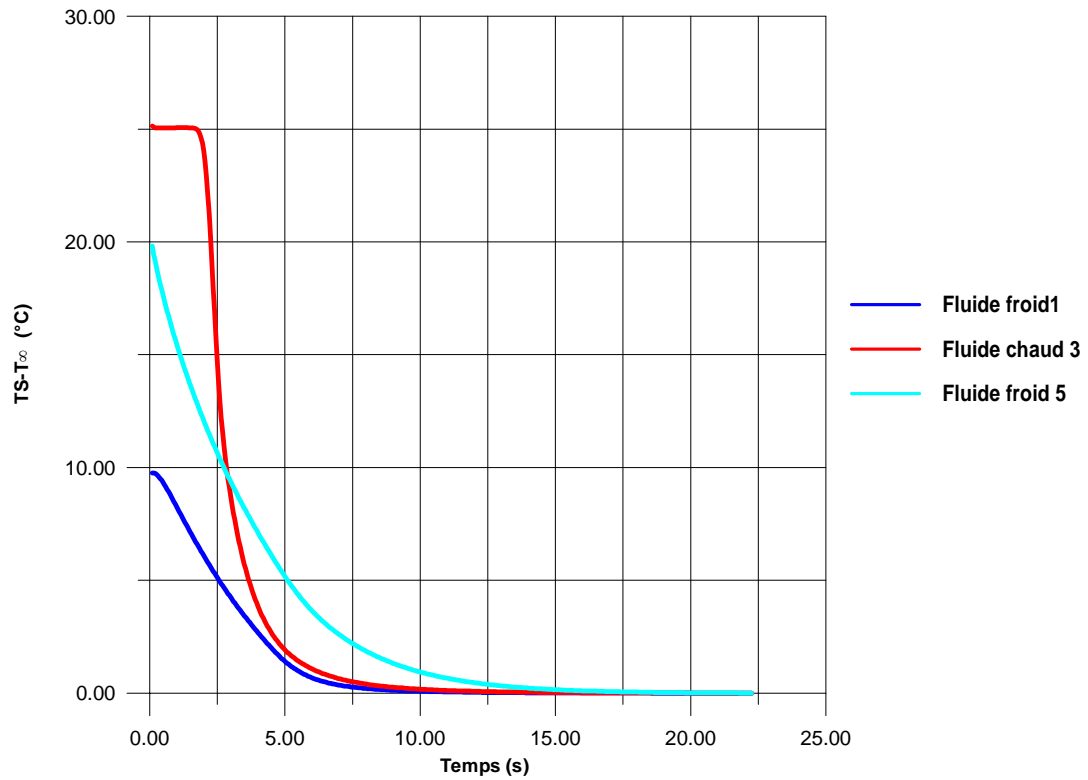


Figure IV.6.b : Evolution des températures ($T_S - T_\infty$) des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.

La Figure IV.6.b et une autre représentation de l'évolution des températures de sorties des trois fluides au cours du temps ($T_S - T_\infty$), on remarque clairement l'existence de trois constantes de temps $\tau_1 = 9.50$ s, $\tau_3 = 11.35$ s, $\tau_5 = 16.05$ s contrairement aux études qui suppose une constante de temps unique pour les deux fluides [PIERSON (1988), AZILINON(1989)] (cas d'un échangeur à double tube).

- **Pertes de charge des trois fluides**

En ce qui concerne les valeurs des pertes de charges, elles sont dans les normes pour ce type d'échangeur : 3000 Pa à la sortie du fluide chaud "3", 750 Pa pour le fluide froid "1" et 1650 Pa pour le fluide froid "5" et elles sont directement proportionnelles à la longueur, voir Figure IV. 7.

- Durant les deux premières secondes (le temps nécessaire pour que toute la surface participe à l'échange de chaleur), les pertes de charge des deux fluides chaud "3" et froid "5" augmentent vers la sortie des fluides cela est dû à l'augmentation de la masse volumique ainsi que de la longueur. Au-delà des deux secondes, on constate que les pertes de charge sont indépendantes du temps est demeurent constantes jusqu'à l'établissement du régime permanent.
- Dans l'intervalle des 2 premières secondes, les pertes de charge augmentent puis elles diminuent vers la sortie du fluide froid "1", ce qu'est dû à l'augmentation de température dans cette zone. Après cet intervalle de temps les courbes deviennent superposées jusqu'à l'établissement du régime permanent.
- On constate aussi que les pertes de charge pour les deux fluides "3" et "5" sont plus importantes que celle du fluide froid "1" à cause de leurs faibles diamètres hydrauliques devant le diamètre hydraulique correspondant au fluide froid.

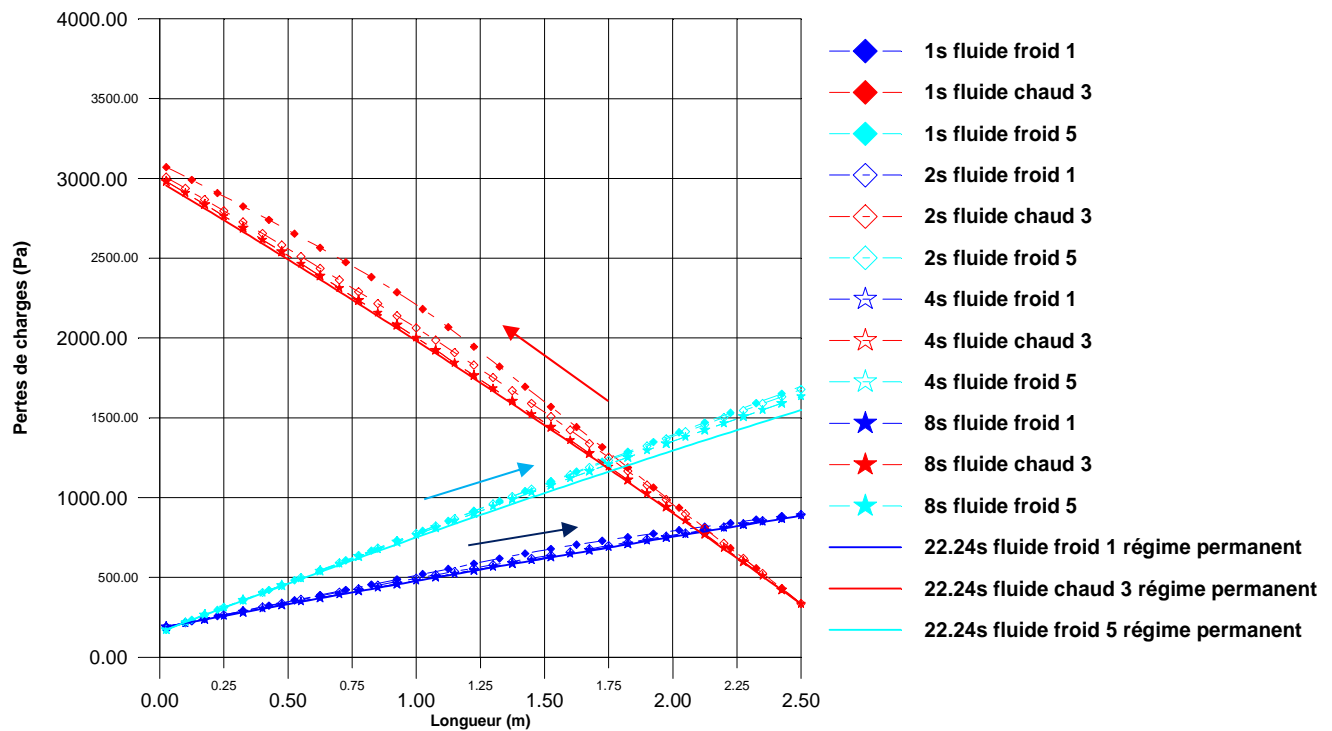


Figure IV.7 : Variation des pertes de charge des trois fluides en fonction du temps, circulation à contre-courant.

- **Coefficients d'échange globaux K_{1-3} et K_{3-5}**

Dans l'échangeur de chaleur à double tube concentrique, le transfert thermique se fait dans une seule direction (du fluide chaud vers le fluide froid), par contre dans l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique l'énergie du fluide caloporteur dans l'espace annulaire intérieur est transférée dans deux directions opposées, vers le fluide froid "1" dans l'espace circulaire et vers le fluide "5" dans l'espace annulaire extérieur.

Dans ce cas il existe deux coefficients d'échange globaux K_{1-3} et K_{3-5} .

Les profils des coefficients d'échange globaux le long de la surface d'échange pour la circulation à contre-courant dans la phase transitoire jusqu'à l'établissement du régime permanent sont présentés sur la Figure IV.8. On constate que dans les deux premières secondes, il y a une forte variation des coefficients d'échange dans la partie de fort écart de température. Ce coefficient augmente avec le temps et atteint ces valeurs maximales au régime permanent. On remarque que ces valeurs sont plus petites à l'entrée qu'à la sortie de l'échangeur cela est dû au rapprochement des températures des fluides à l'entrée de l'échangeur. On constate aussi que le coefficient K_{1-3} est plus important que le coefficient K_{3-5} pour la raison que le l'écart de température entre le fluide chaud "3" et le fluide froid "1" est

plus grand que celui entre le fluide "3" avec le fluide froid "5" en d'autres termes, l'échange de chaleur est plus grand entre les fluides "1-3" que les fluides "3-5". Cela est dû au faible coefficient d'échange par convection h_5 , voir Figure IV-5. Les coefficients d'échange globaux sont plus importants en régime permanent.

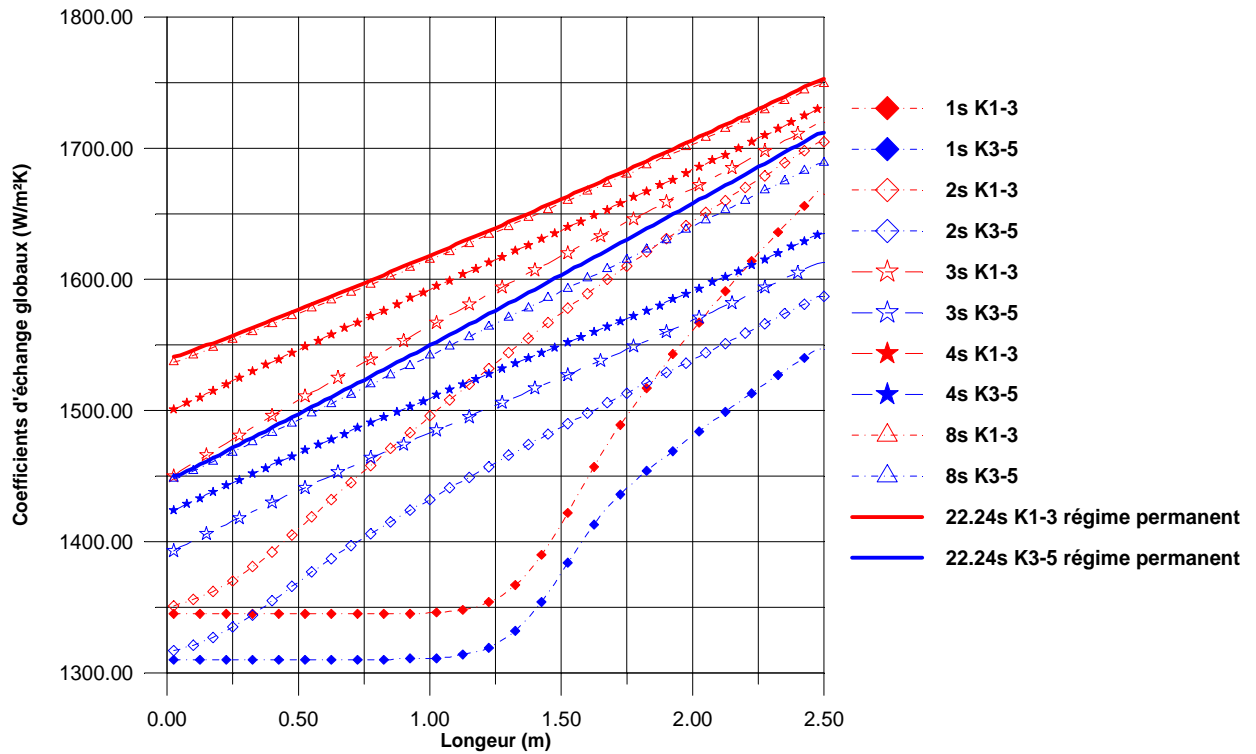


Figure IV.8 : Variation des coefficients d'échange globaux en fonction du temps, circulation à contre-courant.

IV.4.1.2. Circulation à co-courant

- Profils des températures des trois fluides

La Figure IV.9 représente l'évolution des températures des trois fluides d'un échangeur à triple tube concentrique en régime instationnaire à écoulement co-courant. On remarque que le transfert thermique entre les trois fluides se fait plus rapidement que dans le cas d'un échangeur à contre-courant. Cela est dû à l'entrée des fluides du même côté (les fluides sont en contact thermique dès l'entrée de l'appareil). A la première seconde, 1.5 m de la longueur de l'échangeur de chaleur côté fluide chaud "3" participe à l'échange de chaleur et 1.25 m de la longueur de l'échangeur de chaleur côté fluide froid "1" et "5" participe à l'échange de chaleur, après 16.30s le régime permanent s'établit.

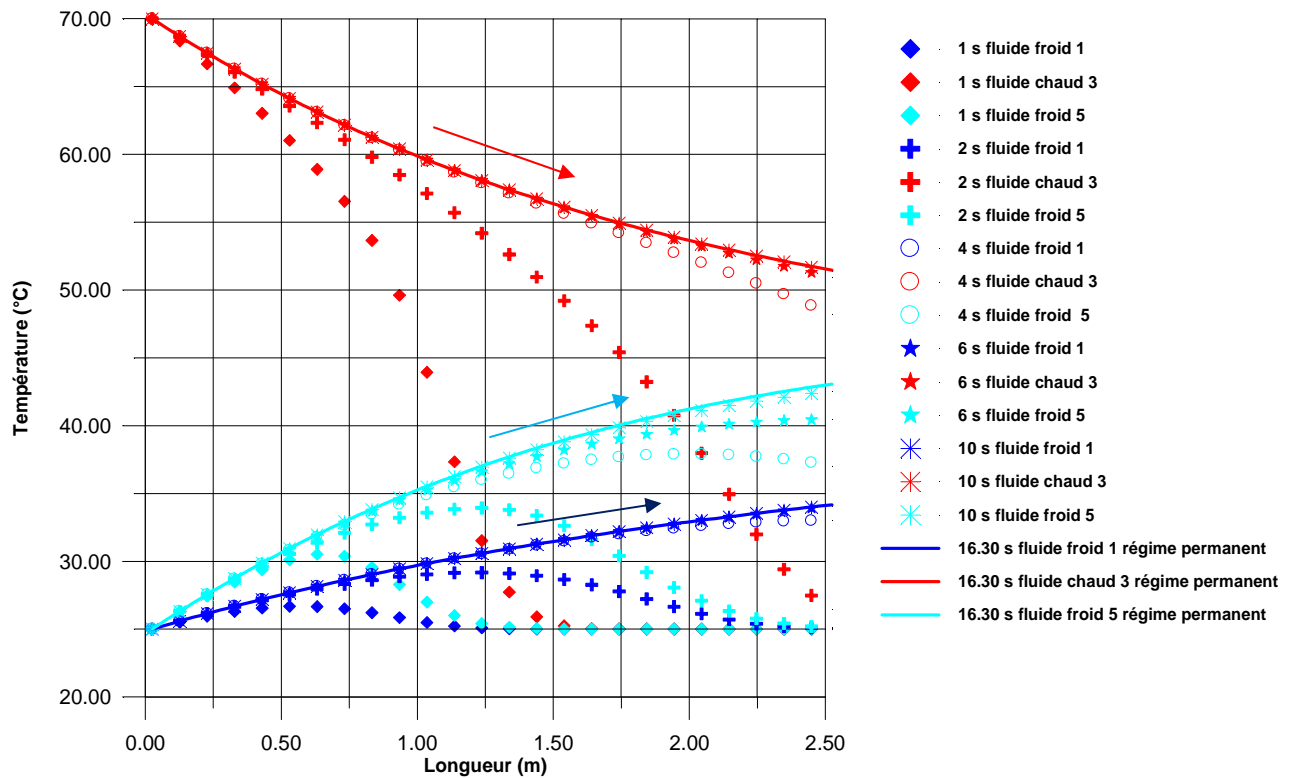


Figure IV.9 : Profils de températures des trois fluides chaud et froid en régime transitoire, circulation à co-courant.

Contrairement à la circulation contre-courant, les trois fluides présentent des temps de retard, il est presque le même pour les deux fluides froids dans ces conditions (débits massiques proches) et il est moins important pour le fluide chaud comme il est illustrée sur la Figure IV.10.a qui représente l'évolution temporelle des températures de sortie des trois fluides. L'abaissement de température du fluide chaud et l'échauffement des fluides froids sont moins importants que dans le cas d'une configuration à contre-courant.

Les constantes de temps sont $\tau_1 = 6.01$ s, $\tau_3 = 9.15$ s, $\tau_5 = 13.42$ s, voir Figure IV.10.b. Elles sont plus petites que celles du cas de la circulation à contre-courant. De ce qui précède, on peut conclure que l'arrangement a une influence sur les constantes de temps dans l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.

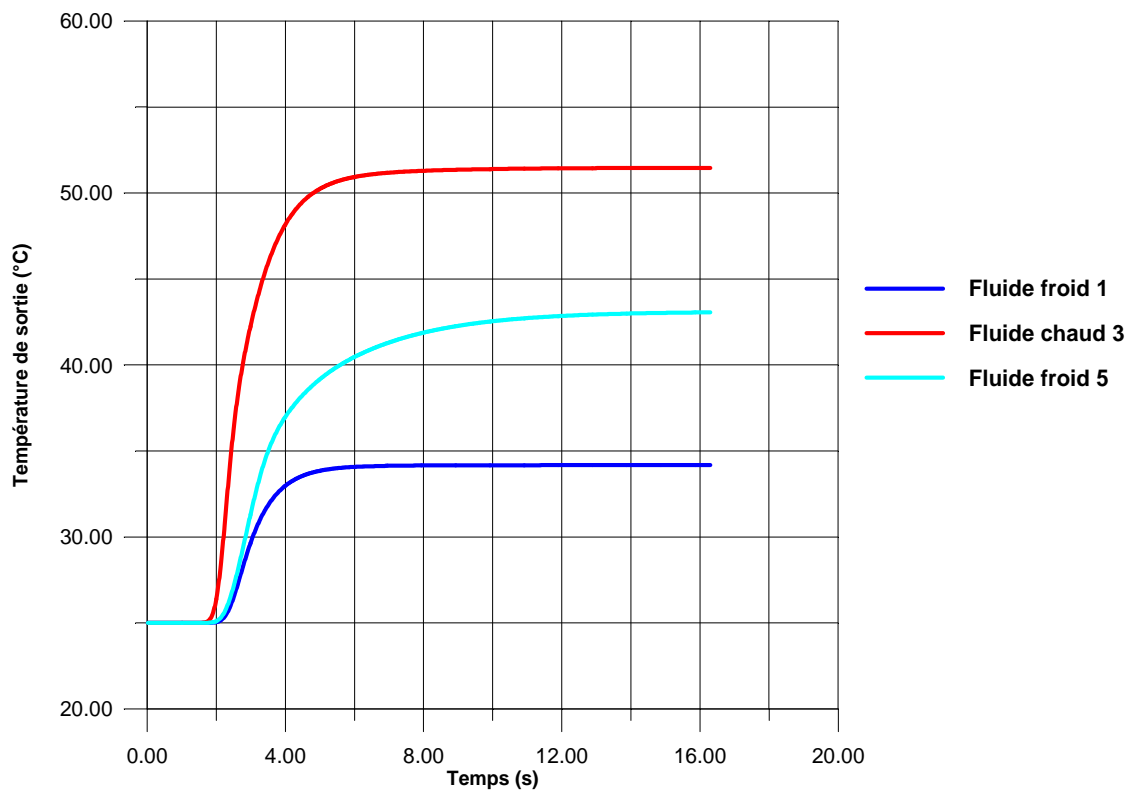


Figure IV.10.a : Variation des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à co-courant.

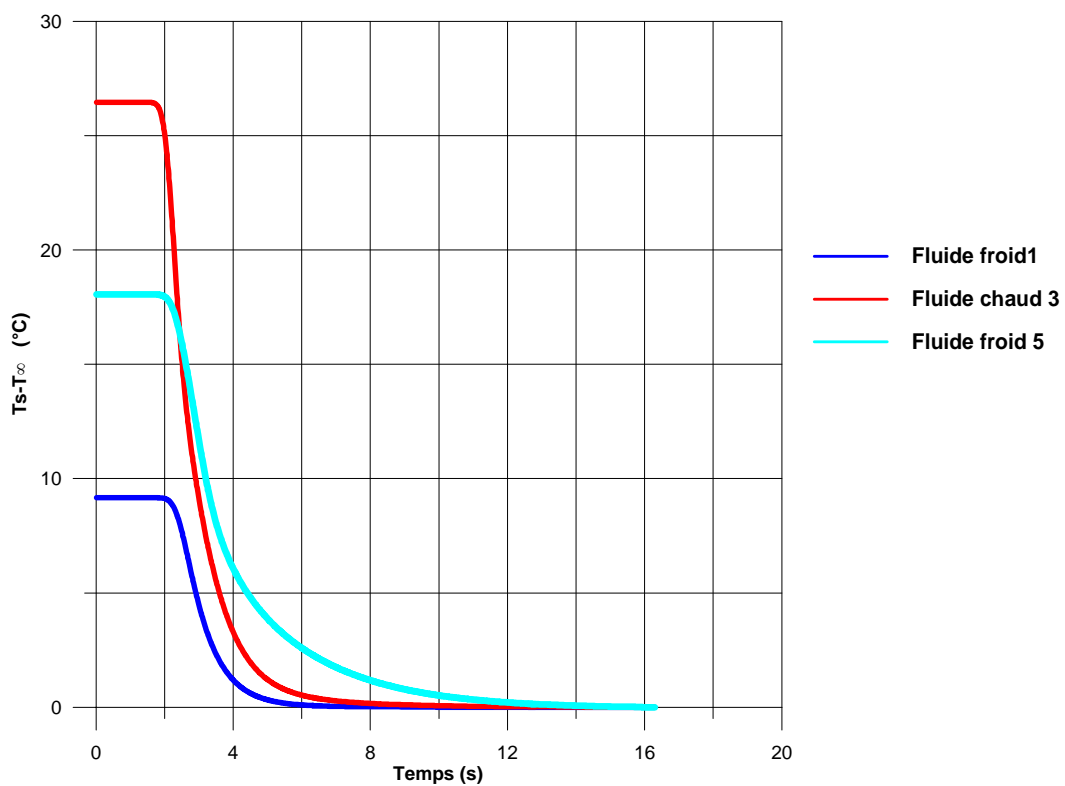


Figure IV.10.b : Evolution des températures de sortie des trois fluides en fonction du temps, circulation à co-courant.

• Profils des températures des trois parois

Les températures des parois "2" et "4" ont le même profil que celle de la température du fluide chaud "3". La paroi "4" est plus chaude que les deux autres parois cela est due au mauvais échange de chaleur du fluide froid 5 qui a un coefficient d'échange h_5 plus faible que ceux des autres fluides, Figure IV.12. La paroi 4 n'est pas bien refroidie par le fluide 5, la paroi "6" est adiabatique et suit le profil du fluide froid "5", voir Figure IV.11.

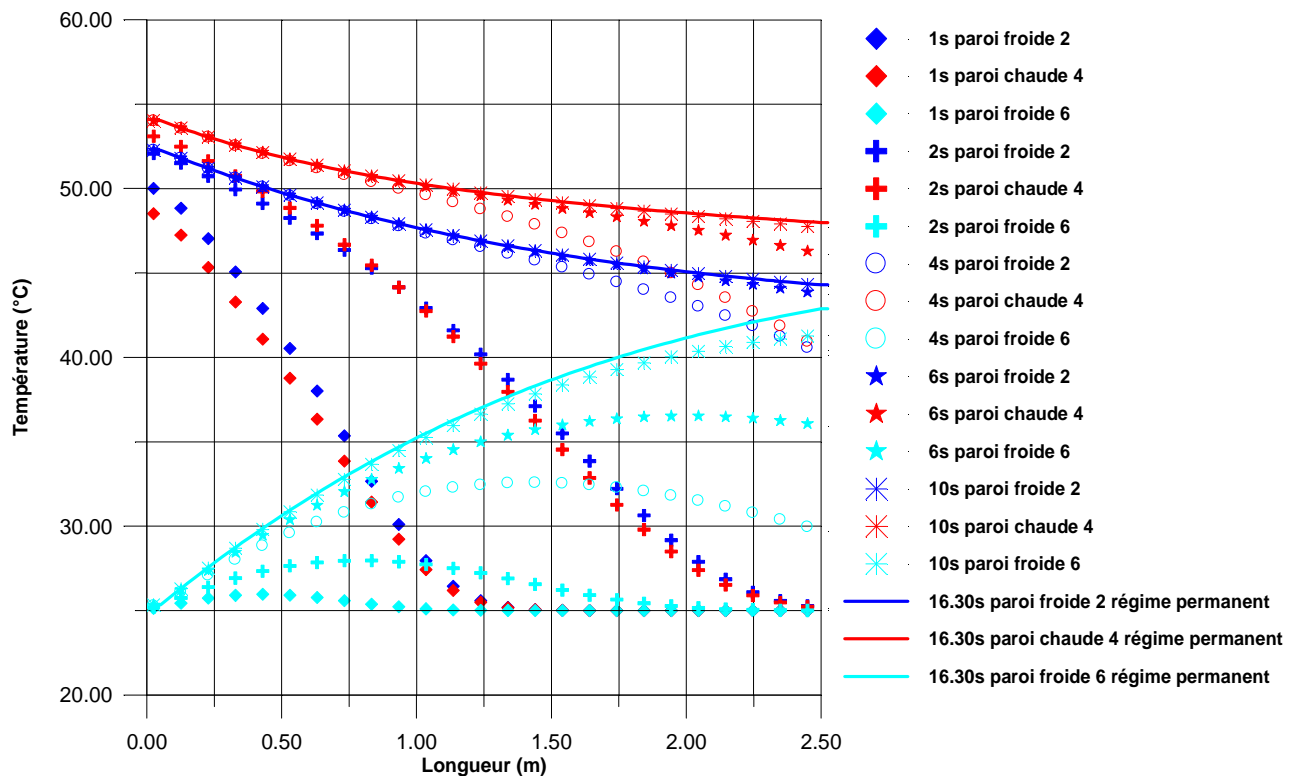


Figure IV.11 : Profils de températures des trois parois chaude et froide en régime transitoire en cas co-courant.

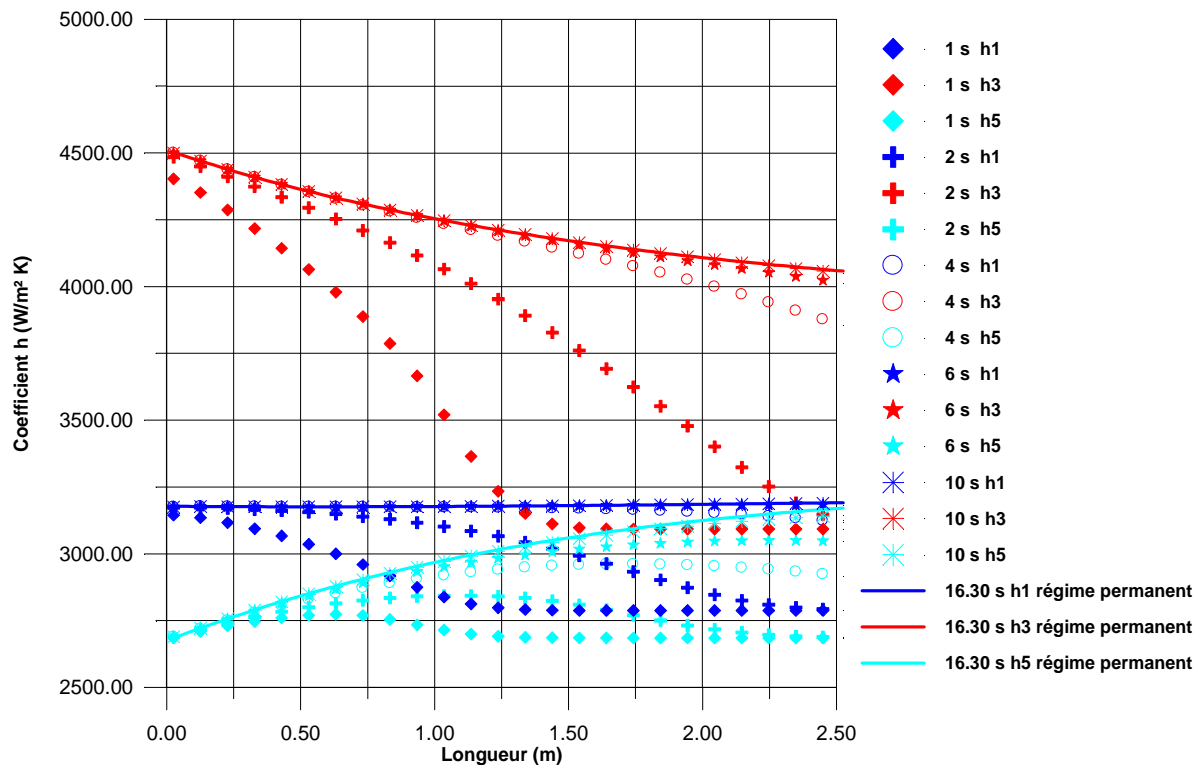


Figure IV.12 : Variation des coefficients d'échange des trois fluides en fonction du temps, cas co-courant.

• **Variation des pertes de charge**

La Figure IV.13 représente la variation des pertes de charge des trois fluides en fonction du temps et de la longueur de l'échangur thermique, on remarque qu'elles sont indépendantes du temps pour les distances (0.5 m) pour le fluide chaud "3", (1.25m) pour le fluide froid "1" et le fluide froid "5". Après ces distances les pertes de charges varient inversement au temps et augmentent de l'entrée vers la sortie jusqu'à l'établissement du régime stationnaire.

Les pertes de charges sont plus importantes pour le fluide chaud "3" pour deux raisons :

- le fluide chaud "3" s'écoule dans l'espace annulaire de plus petit diamètre hydraulique.
- La température du fluide chaud "3" va en diminuant de l'entrée vers la sortie, ce qui entraîne une augmentation de la masse volumique.
- L'écart de température est plus grand pour ce fluide que les deux autres.

Par comparaison des deux arrangements les pertes de charge sont plus intenses dans le cas à co-courant que dans le cas à contre-courant.

Les pertes de charge sont plus importantes dans le cas du régime transitoire que le cas permanent.

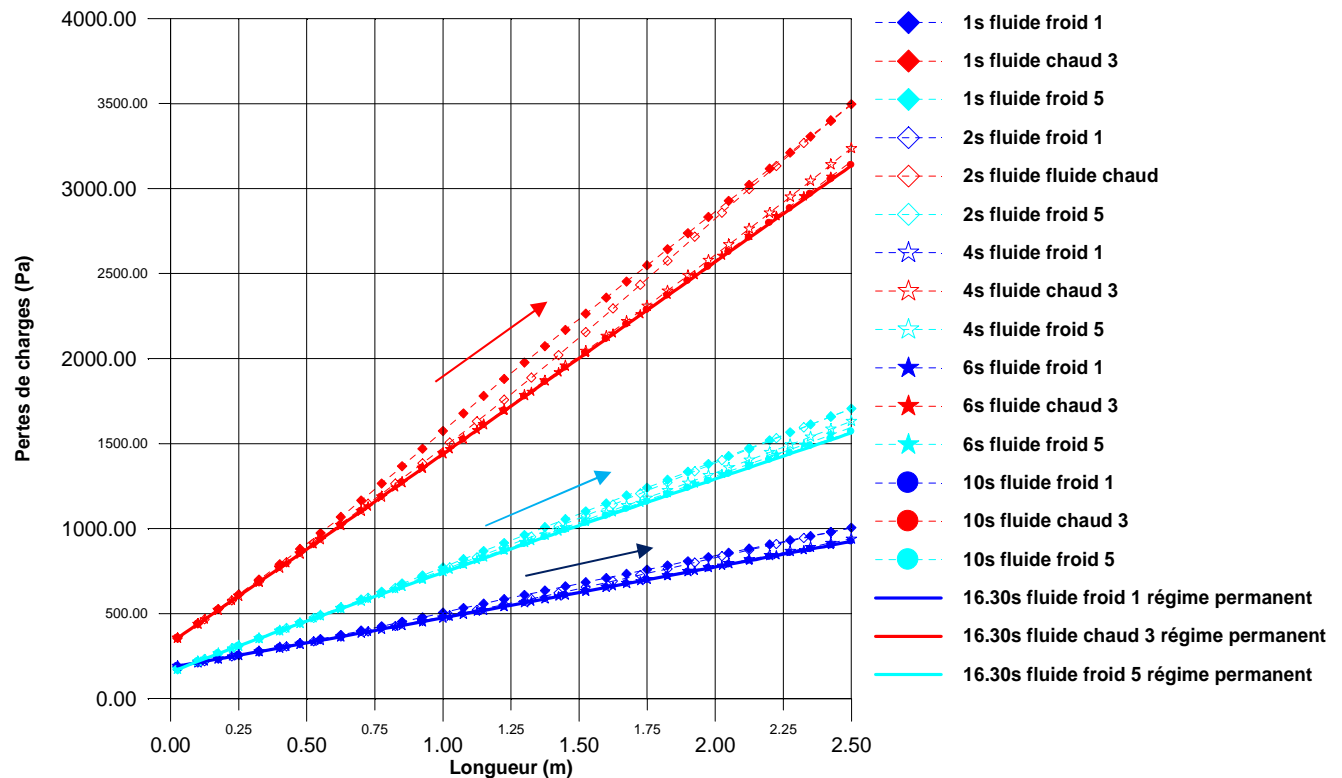


Figure IV.13 : Pertes de charge des trois fluides en régime transitoire dans le cas co-courant.

• Coefficients d'échange globaux

Sur la Figure IV.14 les coefficients d'échanges globaux K_{1-3} entre les fluides (1 et 3) et K_{3-5} entre les fluides (3 et 5) varient en fonction du temps et de la longueur. En observant les courbes, on remarque qu'à la première seconde les deux coefficients d'échange diminuent jusqu'à la distance de 1.5 m, au delà de cette distance les coefficients d'échange prennent des valeurs constantes pour le reste de la surface d'échange, dès la deuxième seconde ces coefficients augmentent avec le temps jusqu'à atteindre des valeurs maximales au régime stationnaire inférieurs à celles du cas contre-courant.

Les deux coefficients seront égaux pour une surface de longueur infinie de l'échangeur de chaleur.

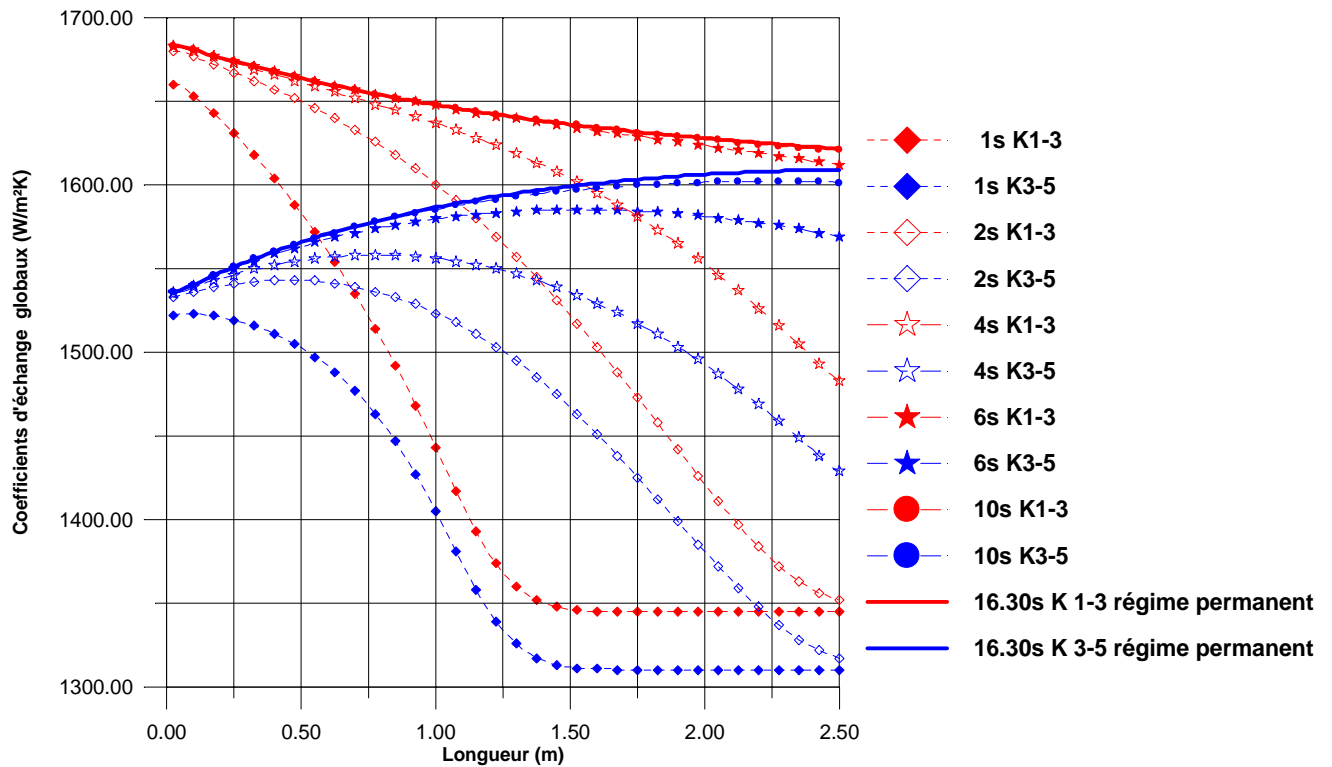


Figure IV.14 : Coefficients d'échange globaux $K_{1,3}$ et $K_{3,5}$ en régime transitoire, cas co-courant.

IV.4.2. Régime stationnaire

IV.4.2.1. Circulation à contre-courant

L'évolution des températures des trois fluides est des trois parois en régime permanent sont représentées sur la Figure IV.15, la température de chaque paroi est intermédiaire entre les températures des fluides en contact. La température de la paroi "6" est égale à celle du fluide "5" car la paroi est isolée thermiquement. Le fluide "5" s'échauffe plus vite à cause de sa grande surface d'échange de chaleur.

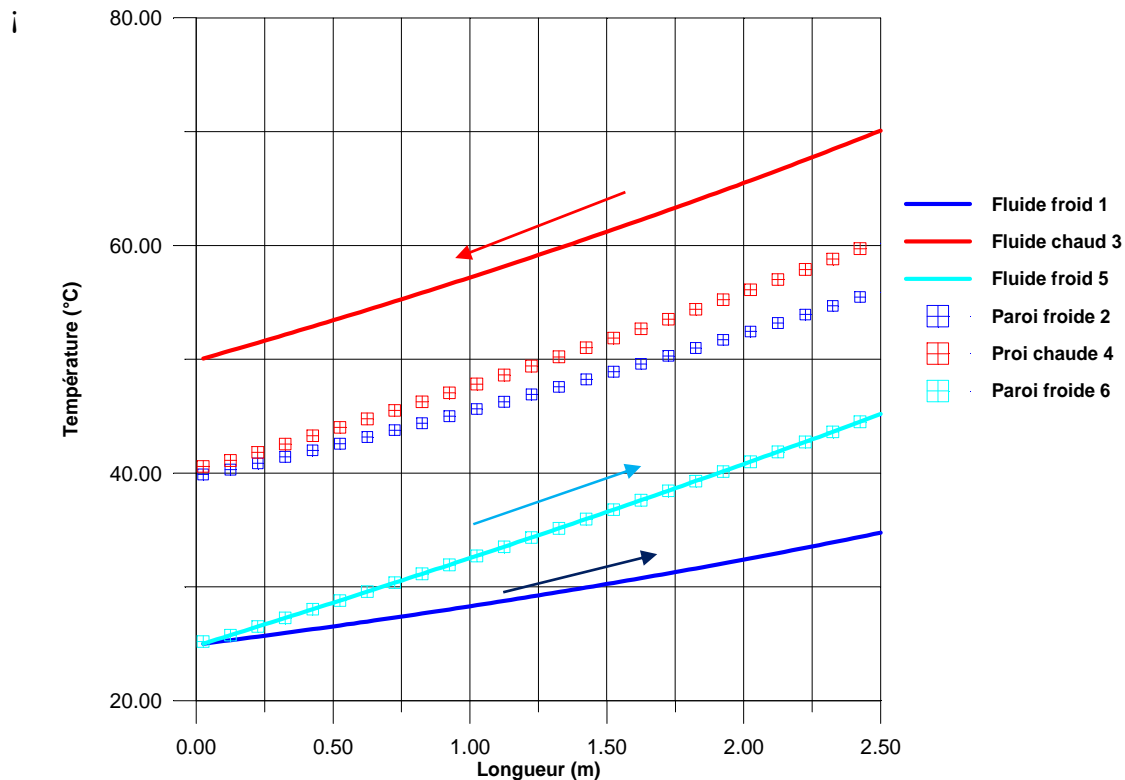


Figure IV.15 : Profils des températures des trois fluides et des trois parois en régime permanent, écoulement contre- courant.

IV.4.2.2. Circulation à co-courant

En régime permanent, on trouve les profils de température des fluides et des parois, voir la Figure IV-16 en co-courant.

L'abaissement de température du fluide chaud et l'échauffement des fluides froids sont moins importants que dans le cas d'une configuration à contre-courant. Les températures des parois "2" et "4" ont le même profil que celle de la température du fluide chaud "3". La température de la paroi "4" est plus élevée que la température des autres parois à cause de la faible valeur du coefficient d'échange convectif h_5 , la paroi 4 n'est pas bien refroidie (mauvais échange de chaleur).

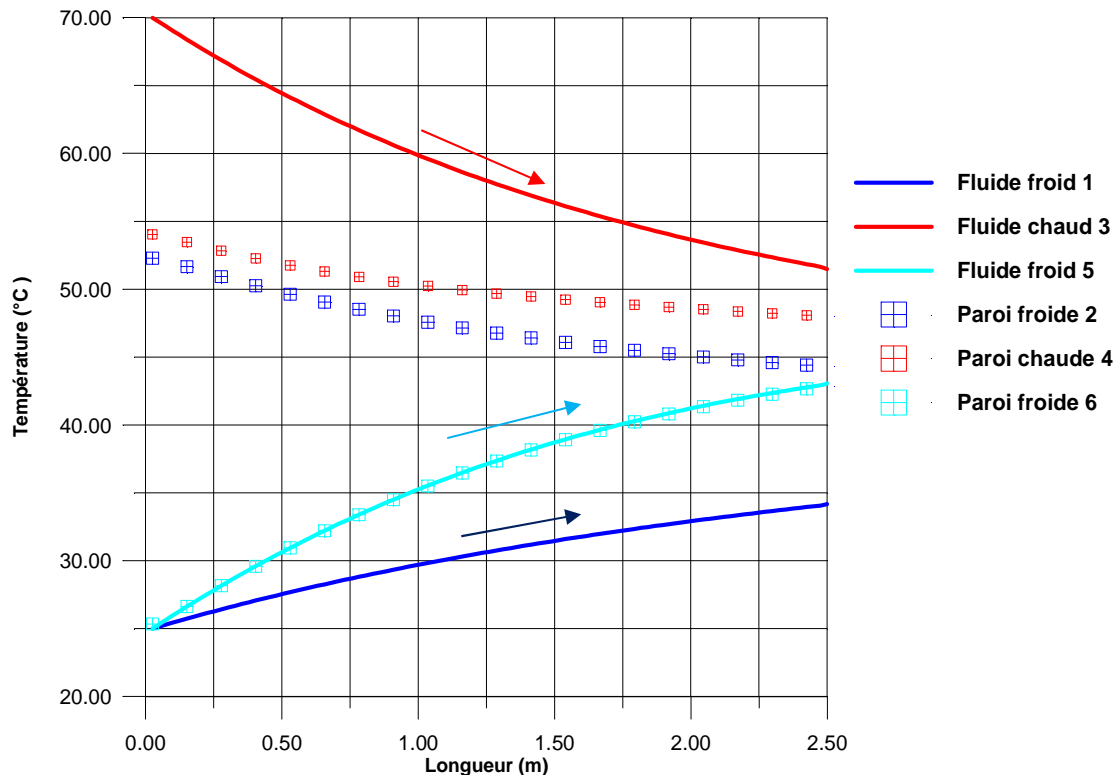


Figure IV.16 : Profils des températures des trois fluides et des trois parois en régime permanent, écoulement co-courant.

IV.5. L'étude des différents arrangements

Contrairement aux échangeurs de chaleur à double tube où les deux fluides peuvent circuler dans le même sens (co-courant) ou dans deux sens opposés (contre-courant), les trois fluides dans l'échangeur à triple tube concentrique peuvent avoir quatre arrangements possibles comme il est indiqué dans la note technique [D.P. SEKULIC, 1994].

Les Figures (IV.17 a-d) représentent les profils des températures des trois fluides pour les quatre arrangements possibles, ces résultats sont obtenus pour les données mentionnées dans le Tableau IV-2.

On remarque l'existence d'un point de croisement dans les circulations (contre-courant/co-courant et co-courant/contre-courant), ce qui représente un problème pour les échangeurs de chaleur, ce qui stoppe les transferts thermiques et fait chuter leurs performances.

Malgré ce croisement ces deux arrangements sont plus performants que la circulation à co-courant. On remarque qu'à l'inverse d'un échangeur de chaleur fonctionnant avec deux fluides où l'échange de chaleur s'arrête automatiquement, ici l'échange de chaleur continue jusqu'à la sortie des fluides.

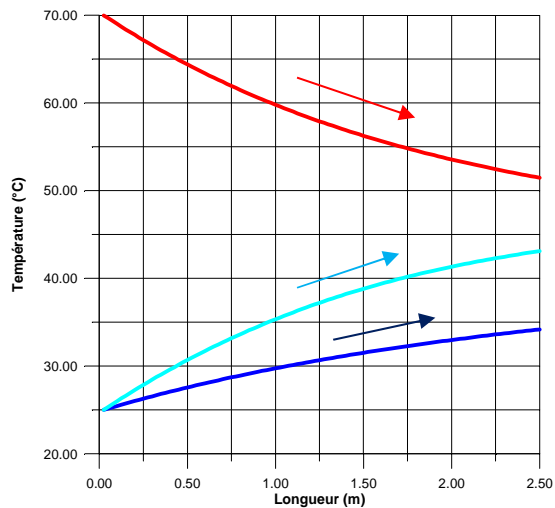


Figure IV.17. a : Circulation à co-courant.

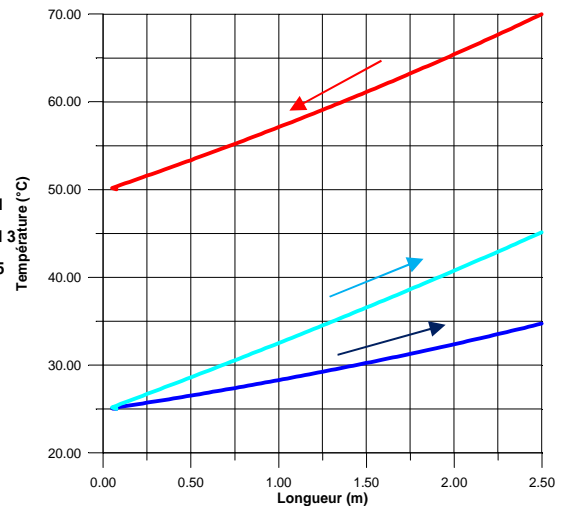


Figure IV.17. b : Circulation à contre-courant.

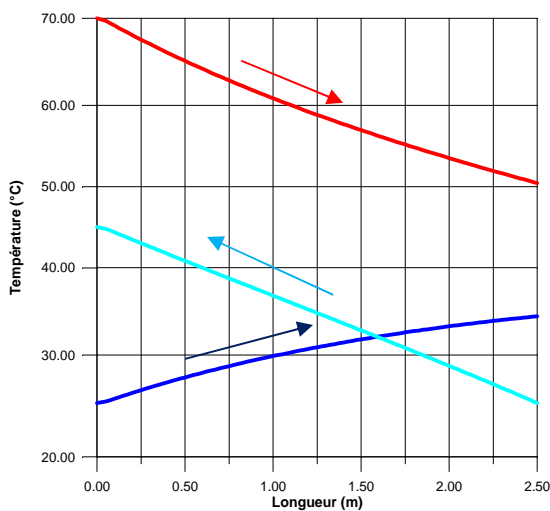


Figure IV.17. c : Circulation à contre-courant/co-courant.

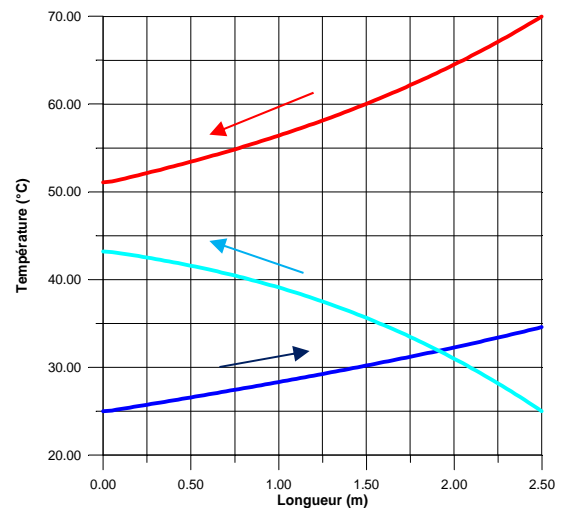


Figure IV.17. d : Circulation à co-courant/contre-courant.

IV.6. Effet de la position du fluide dans l'échangeur de chaleur

Pour se rendre compte de l'influence de la position du fluide chaud et froid dans l'échangeur de chaleur nous avons traité deux éventualités :

1. Dans la première « **cas de refroidissement** » le fluide chaud "3" circulant dans l'espace annulaire intérieur est refroidi par deux courants de fluide froid "1" dans le tube central et le froid "5" dans l'espace annulaire extérieur (F-C-F).
2. Dans la deuxième « **cas d'échauffement** » le fluide froid "3" est chauffé par les deux fluides chauds "5" et "1" (C-F-C).

Les résultats illustrés dans ce paragraphe sont obtenus pour les données suivantes.

Dimensions et propriétés	Tube central	Tube intermédiaire	Tube extérieur
R_i (m)	$R_2 = 0.0238$	$R_4 = 0.0301$	$R_6 = 0.0365$
R_e (m)	$R_2' = 0.0254$	$R_4' = 0.0318$	$R_6' = 0.0381$
L (m)	22.3	22.3	22.3
Fluides	Eau	Eau	Eau
Débit volumique (gal/min) (F-C-F)	15	4	4.7
T_e (°C) pour le cas (F-C-F)	2.9	100.0	2.9
T_e (°C) pour le cas (C-F-C)	100.0	2.9	100.0

Tableau IV.3 : Données géométriques et dynamiques pour le calcul de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique.

Après l'exécution du programme pour les données mentionnées ci-dessus, les résultats des quatre arrangements possibles sont présentés sous forme de courbes comme le montre les Figures (IV.18.a, IV.18.b, IV.18.c et IV.18.d). Pour le cas de refroidissement du fluide chaud "3" dans l'espace intermédiaire par les deux fluides froids "1" et "5" (F-C-F) et les Figures (IV.19.a, IV.19.b, IV.19.c et IV.19.d) pour le cas de réchauffement du fluide froid "3" avec les deux courants de fluides chauds "1" et "5" (C-F-C).

On constate que dans l'agencement à contre-courant les trois fluides ne présentent aucun croisement pour les deux cas, dans l'arrangement à co-courant, on remarque l'existence d'un seul point de croisement entre deux fluides (fluide froid "5" et fluide chaud "3") dans le cas de refroidissement et entre les deux fluides (fluide chaud "5" et le fluide froid "3") dans le cas d'échauffement. Dans les deux autres arrangements (co-courant/contre-courant et contre-courant/co-courant) le croisement existe en deux points différents (direct et indirect).

Dans sa note technique DUSAN P. SEKULIC définit le croisement direct comme étant le point d'intersection entre deux fluides adjacents et le croisement indirect par le point d'intersection entre les deux fluides non adjacents.

Le tableau ci-dessous illustre les différents points d'intersections des arrangements.

	Co-courant		Contre-courant		Contre-courant/co-courant		Co-courant/contre-courant	
	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂	P ₁	P ₂
Refroidissement (F-C-F)	x=8.69m T=37.7°C			x=22.3m T=16.07°C	x=13.49m T=15.30°C	x=13.93m T=38.74°C	x=20.96m T=15.91°C	
Réchauffement (C-F-C)	x=6.46m T=53.56°C			x=20.29m T=85.13°C	x=15.94m T=85.44°C	x=15.49m T=50.36°C	x=21.40m T=81.21°C	

Tableau IV.4 : Points de croisement des différents arrangements.

P₁ : point de croisement direct

P₂ : point de croisement indirect

• Cas de refroidissement

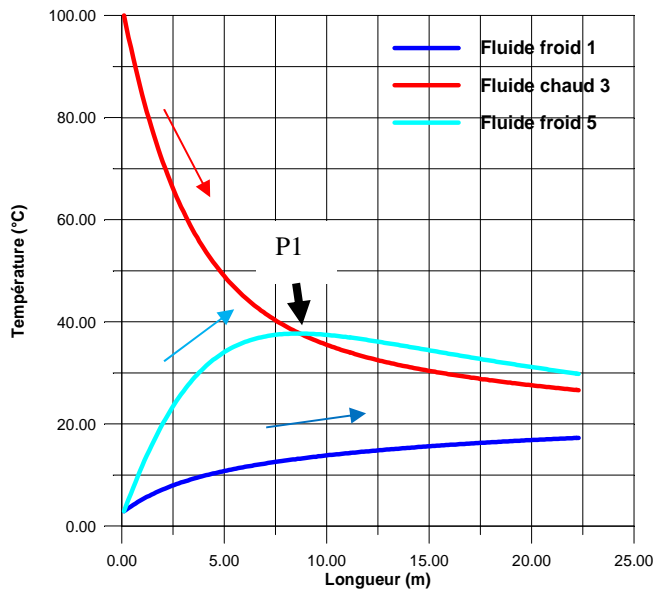


Figure IV.18.a : Refroidissement circulation à co-courant.

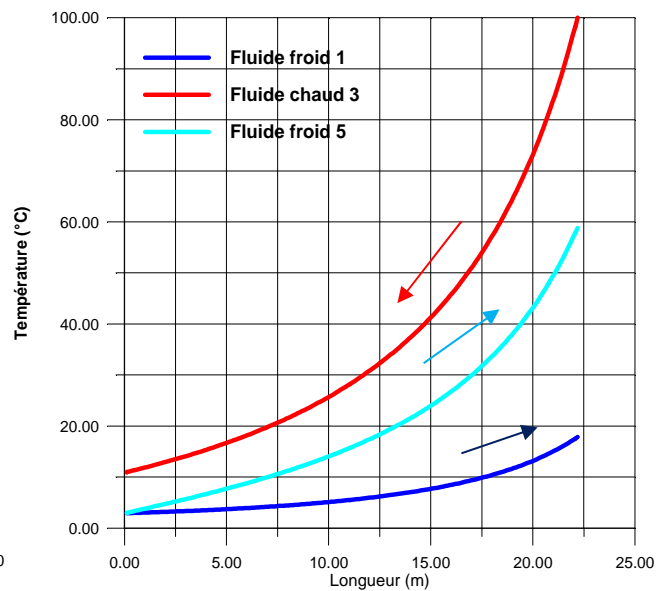


Figure IV.18.b : Refroidissement circulation à contre-courant.

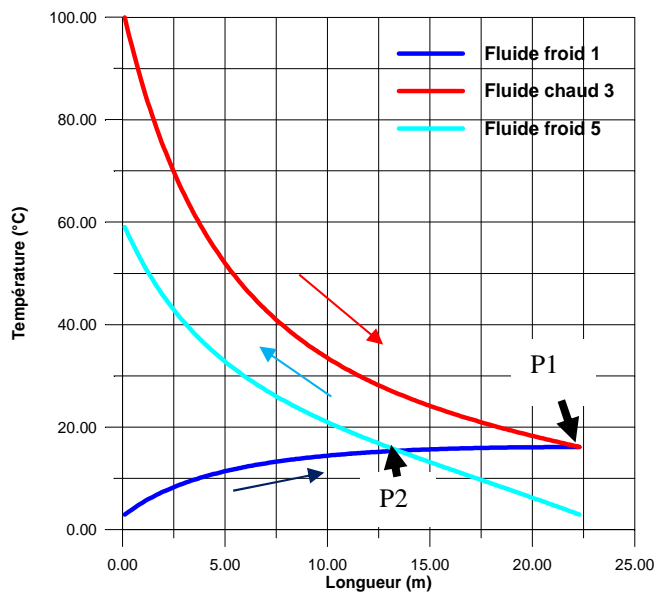


Figure IV.18.c : Refroidissement circulation à contre-courant/co-courant.

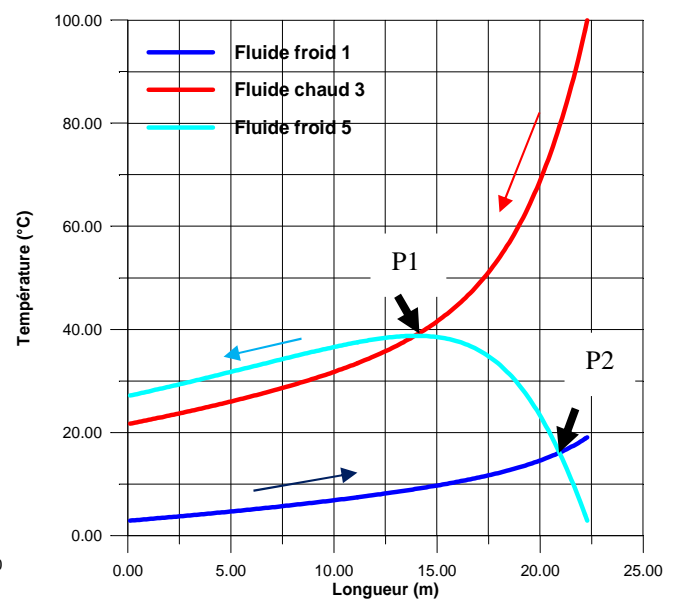


Figure IV.18.d : Refroidissement circulation à co-courant/contre-courant.

• Cas d'échauffement

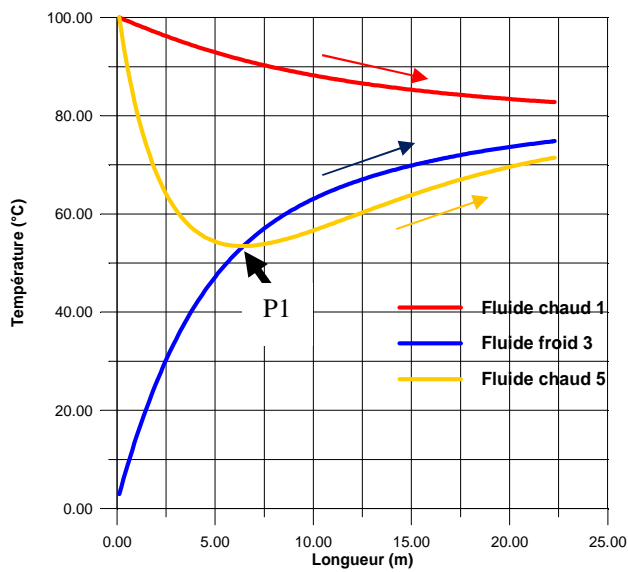


Figure IV.19.a : Echauffement circulation à co-courant.

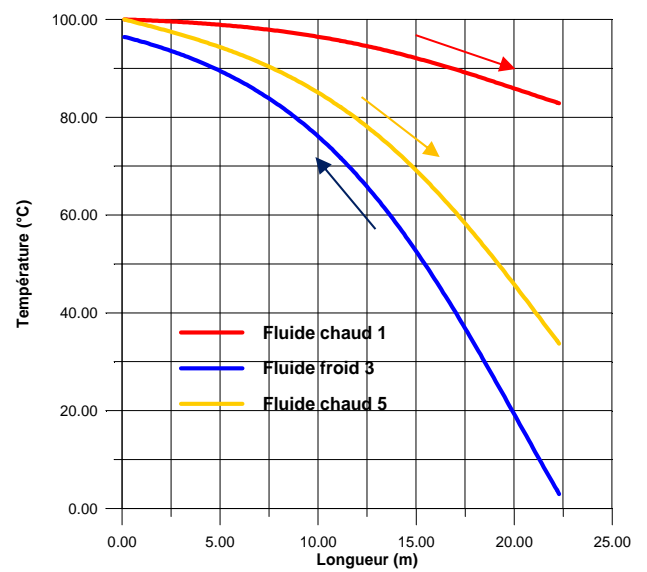


Figure IV.19.b : Echauffement circulation à contre-courant.

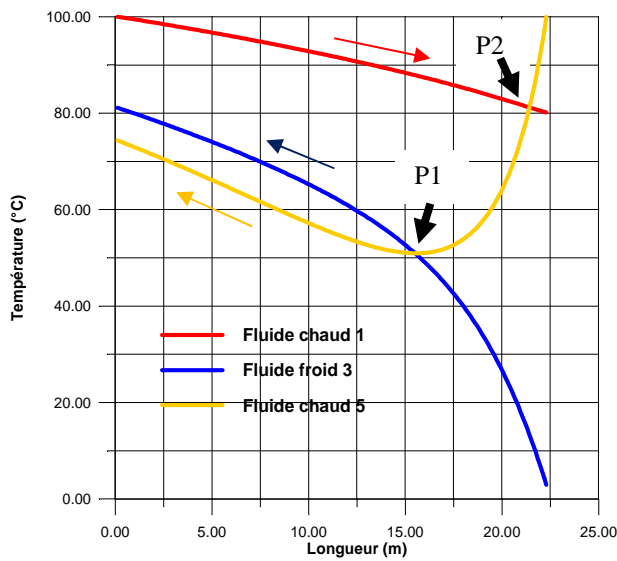


Figure IV.19.c : Echauffement circulation à co-courant/contre-courant.

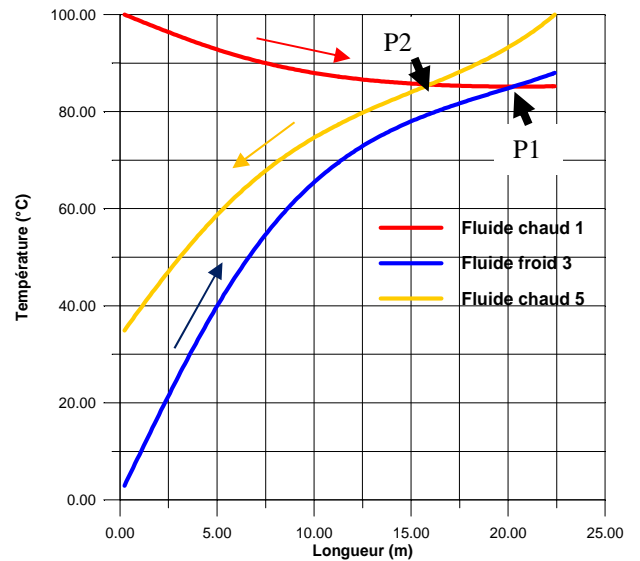


Figure IV.19.d : Echauffement circulation à contre-courant/co-courant.

Suivant les cas étudiés, on note qu'il vaut mieux travailler uniquement avec la configuration à contre-courant.

- **Efficacité d'un échangeur à triple tube concentrique**

L'efficacité d'un échangeur est le rapport entre le flux de chaleur effectivement transféré par l'échangeur et le flux de chaleur maximal transférable.

$$E = \frac{\Phi}{\Phi_{max}}$$

Pour un échangeur à deux fluides

$$\Phi_{max} = \text{Min}(\dot{m}_1 C_{p1}, \dot{m}_2 C_{p2}) \times \Delta T_{max}$$

Ou d'une autre façon, on peut écrire

$$E = \frac{\text{Max}(\Delta T_1, \Delta T_2)}{\Delta T_{max}}$$

Avec :

$$\Delta T_1 = T_{1e} - T_{1s}$$

$$\Delta T_2 = T_{2s} - T_{2e}$$

$$\Delta T_{max} = T_{1e} - T_{2e}$$

Si le fluide "1" commande le transfert : $E = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_{max}}$

Si le fluide "2" commande le transfert : $E = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{max}}$

On a étendu cette définition pour le cas d'un échangeur à trios fluides.

$$\Phi_{max} = \text{Min}(\dot{m}_1 C_{p1}, \dot{m}_3 C_{p3}, \dot{m}_5 C_{p5}) \times \Delta T_{max}$$

Donc

$$E = \frac{\text{Max}(\Delta T_1, \Delta T_3, \Delta T_5)}{\Delta T_{max}}$$

Avec

$$\Delta T_1 = T_{1s} - T_{1e}$$

$$\Delta T_3 = T_{3s} - T_{3e}$$

$$\Delta T_5 = T_{5s} - T_{5e}$$

$$\Delta T_{\max} = T_{3e} - T_{1e}$$

On remarque que pour les deux cas (refroidissement et échauffement) le fluide chaud "3" est le fluide qui commande le transfert donc :

$$E_{ref} = \frac{\Delta T_3}{\Delta T_{\max}}$$

$$E_{ech} = \frac{\Delta T_3}{\Delta T_{\max}}$$

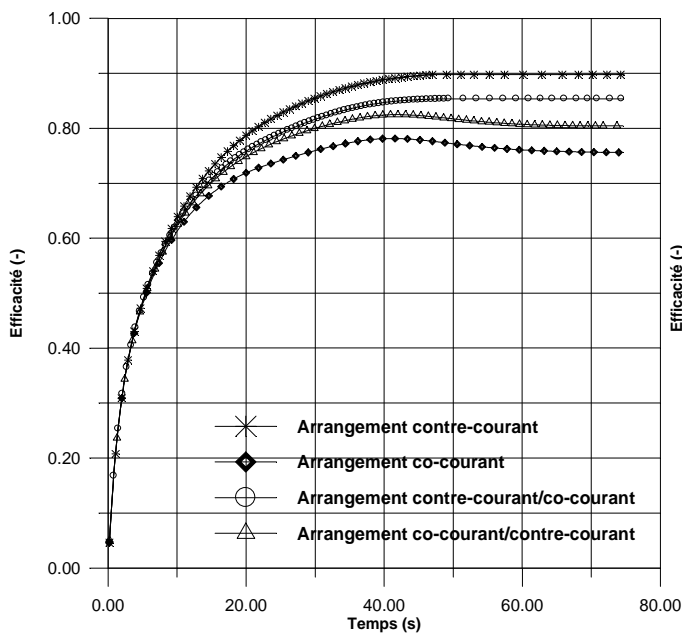


Figure IV.20 : Efficacité des quatre circulations, cas de refroidissement.

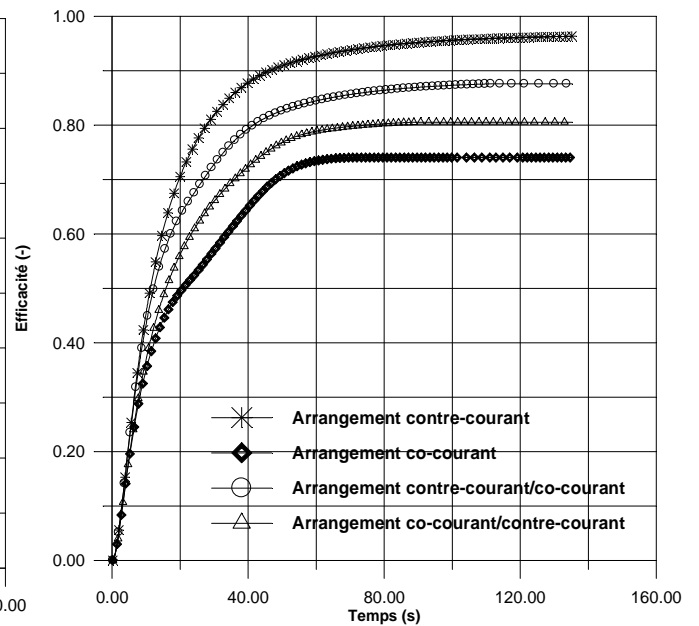


Figure IV.21 : Efficacité des quatre circulations, cas d'échauffement

Les Figures (IV.20 et IV.21), représentent les efficacités au cours du temps d'un échangeur thermique d'une très grande surface d'échange, pour les quatre agencements (co-courant, contre-courant, co-courant/contre-courant et contre-courant/co-courant), dans les deux cas de refroidissement et d'échauffement.

On remarque que la circulation à contre-courant représente le meilleur choix pour les deux cas "échauffement" et "refroidissement", l'efficacité peut atteindre (97% pour l'échauffement et 90% pour le refroidissement). Pour les trois autres arrangements, on remarque que celui à co-courant est le mauvais type de circulations à cause du croisement direct entre le fluide primaire "3" et le fluide secondaire "5". Dans les deux cas, le fluide "5" après le point de croisement sert à chauffer le fluide chaud "3" Figure IV.18.a et à refroidir le fluide froid IV.19.a (inversion de fonction).

Les deux autres circulations (contre-courant/co-courant) et (co-courant/contrecourant) malgré les deux points de croisements présentent des efficacités supérieures à celle de l'arrangement co-courant. On remarque aussi que l'efficacité de l'agencement à "contre-courant/co-courant" s'approche de celle de l'arrangement contre-courant.

IV.7. Etudes de différentes sollicitations

Dans cette partie et après l'établissement du premier régime permanent, nous avons appliqué différentes sollicitations (échelon, rampe, sinusoïdale et exponentielle) sur les températures aux trois entrées de l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique selon les cas suivants :

- Sollicitation de type échelon
 - Fluide froid perturbé
 - Fluide chaud perturbé
 - Trois fluides perturbés
- Sollicitation de type rampe
 - Fluide froid perturbé
 - Fluide chaud perturbé
 - Trois fluides perturbés
- Sollicitation de type sinusoïdale
 - Fluide froid perturbé
 - Fluide chaud perturbé
 - Trois fluides perturbés
- Sollicitation de type exponentielle
 - Fluide froid perturbé
 - Fluide chaud perturbé
 - Trois fluides perturbés

Les résultats présentés ci-dessous sont obtenus pour les mêmes données indiquées au Tableau IV.2 et cela pour un échangeur à circulation co-courant.

IV.7.1. Sollicitation du type échelon

- **Echelon positif sur le fluide froid 1**

La Figure IV.21 représente la réponse des trois fluides à un échelon positif de température à l'entrée du fluide froid "1" ($T_1 = 25^\circ\text{C}$ à 35°C).

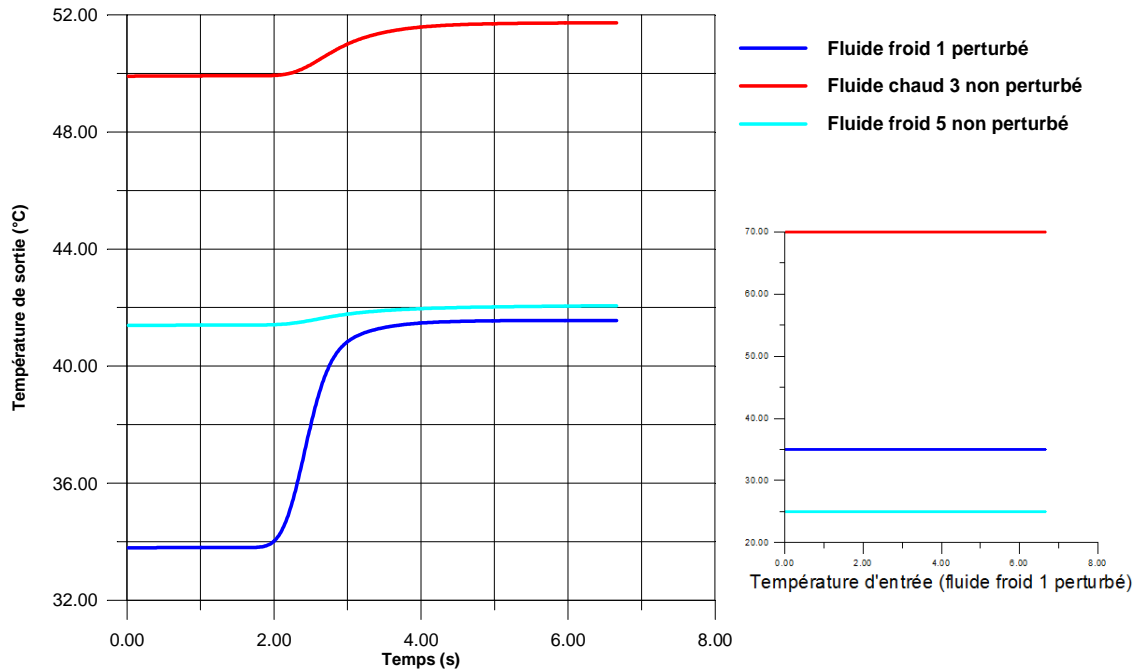


Figure IV.22 : Réponse à un échelon de température sur le fluide froid 1.

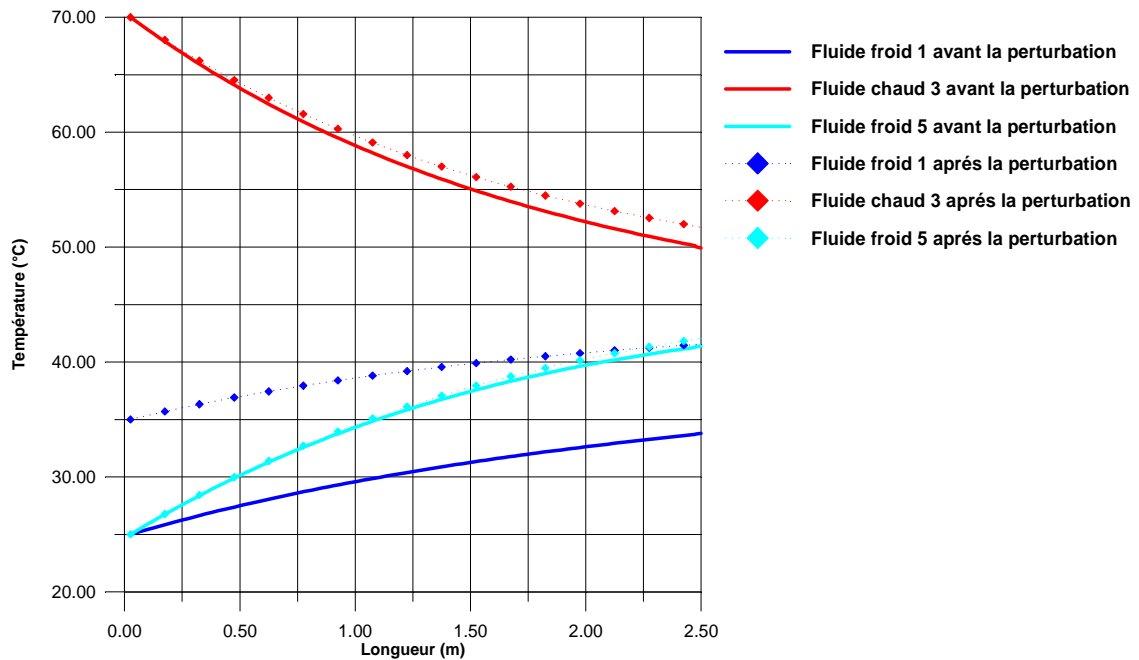


Figure IV.23: Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur le fluide froid 1.

On remarque l'existence d'un retard à la réponse de presque 2 secondes sur les trois fluides, après ce retard les deux fluides "1" et "3" varient avec le temps jusqu'à l'établissement du régime permanent par contre le fluide "5" est légèrement influencé par cette perturbation, il peut avoir une température supérieure à celle du fluide froid "1" à la sortie de l'échangeur voir Figure IV.23.

- **Echelon positif sur le fluide chaud 3**

Une perturbation du même échelon 10°C (70°C — 80°C) est appliqué à la température d'entrée du fluide chaud "3", Figure IV.24. Les températures de sorties des trois fluides ont une forme exponentielle avec un temps de retard (2s) égale à celui du 1^{er} cas. La variation des températures de sortie des trois fluides est considérable parce-que le fluide chaud circule dans l'espace intermédiaire entre les deux autres fluides.

En régime permanent les nouveaux champs de températures ont la même allure que ceux avant la perturbation avec une augmentation de températures à la sortie des trois fluides Figure IV.25.

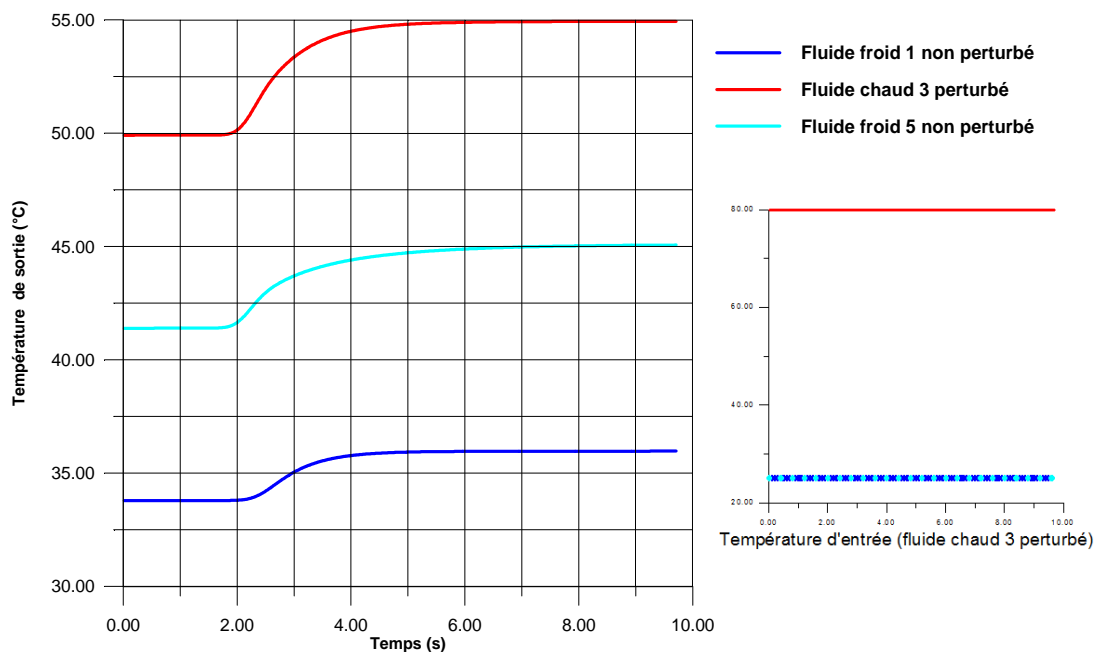


Figure IV.24 : Réponse à un échelon de température sur le fluide chaud 3.

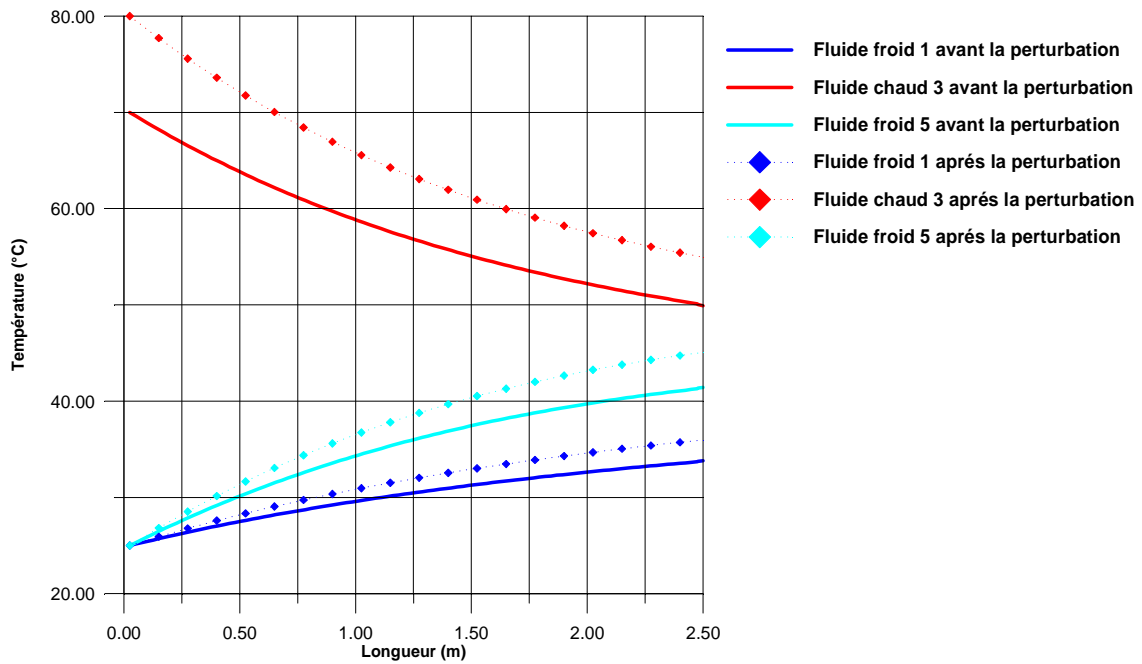


Figure IV.25 : Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur le fluide chaud 3.

- **Echelons positifs sur les trois fluides**

Dans cette troisième éventualité nous avons appliqué trois échelons de température de même valeur sur trois entrées de l'échangeur thermique.

Fluide froid "1" (25°C--35°C), fluide froid "5" (25°C—35°C) et le fluide chaud "3" (70°C—80°C).

Le temps de retard marqué sur les trois fluides est quasi constant, les températures de sortie des trois fluides sont influencées par les perturbations, Figure IV.26. En régime permanent, les champs de températures des trois fluides augmentent le long de l'échangeur de chaleur d'une valeur égale à celle de l'échelon (10°C) après la perturbation, Figure IV.27.

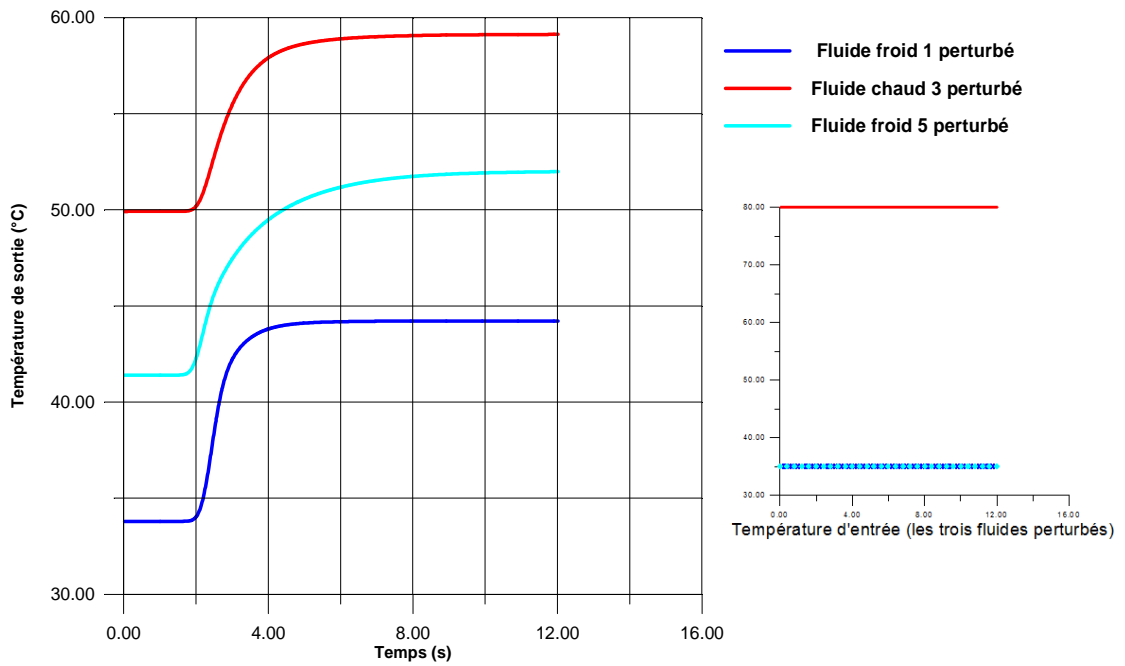


Figure IV.26 : Réponse aux échelons de température sur les trois fluides.

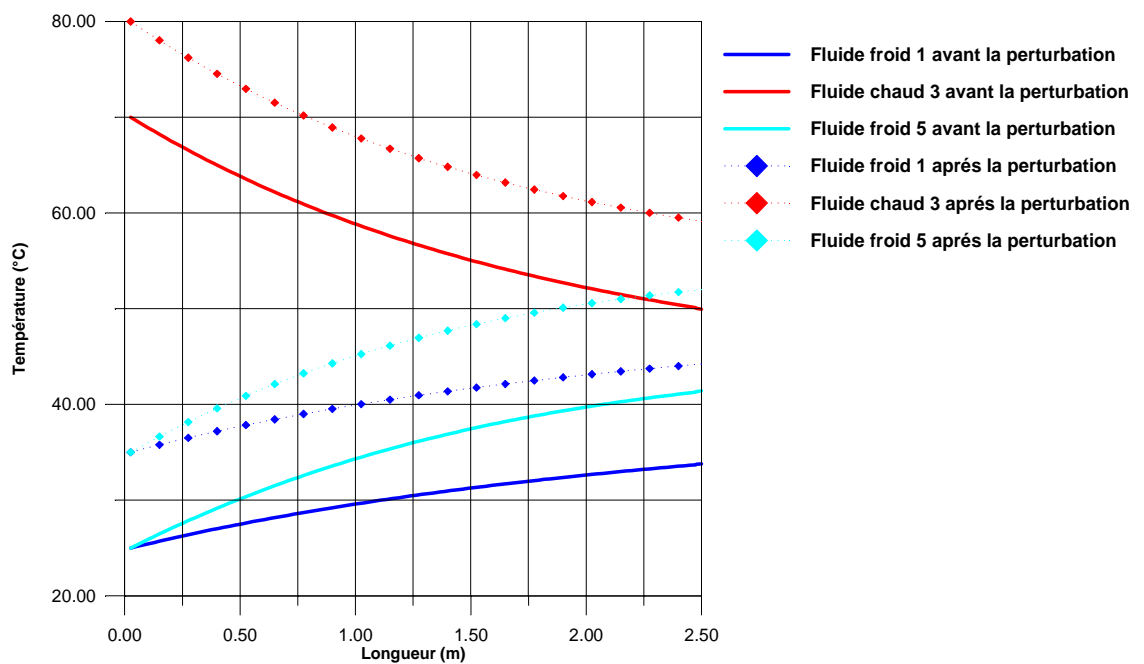


Figure IV.27 : Températures des trois fluides avant et après la perturbation échelon sur les trois fluides.

IV.7.2. Sollicitation du type rampe

- **Le fluide froid "1" perturbé**

La condition d'entrée du fluide froid "1".

$$T1(1) = T_i + 10 X_1$$

avec, $T_i = 25^\circ\text{C}$ et $X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t$

- **Le fluide chaud "3" perturbé**

La condition d'entrée du fluide chaud "3".

$$T3(1) = T_i + 10 X_3$$

avec, $T_i = 70^\circ\text{C}$ et $X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t$

- **Les trois fluides perturbés**

Dans ce cas les trois fluides sont sollicités simultanément.

La condition d'entrée du fluide froid "1".

$$T1(1) = T_i + 10 X_1$$

avec, $T_i = 25^\circ\text{C}$ et $X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t$

La condition d'entrée du fluide chaud "3".

$$T3(1) = T_i + 10 X_3$$

avec, $T_i = 70^\circ\text{C}$ et $X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t$

La condition d'entrée du fluide froid 5

$$T5(1) = T_i + 10 X_5$$

avec, $T_i = 25^\circ\text{C}$ et $X_5 = \frac{U_5}{L} \Delta t$

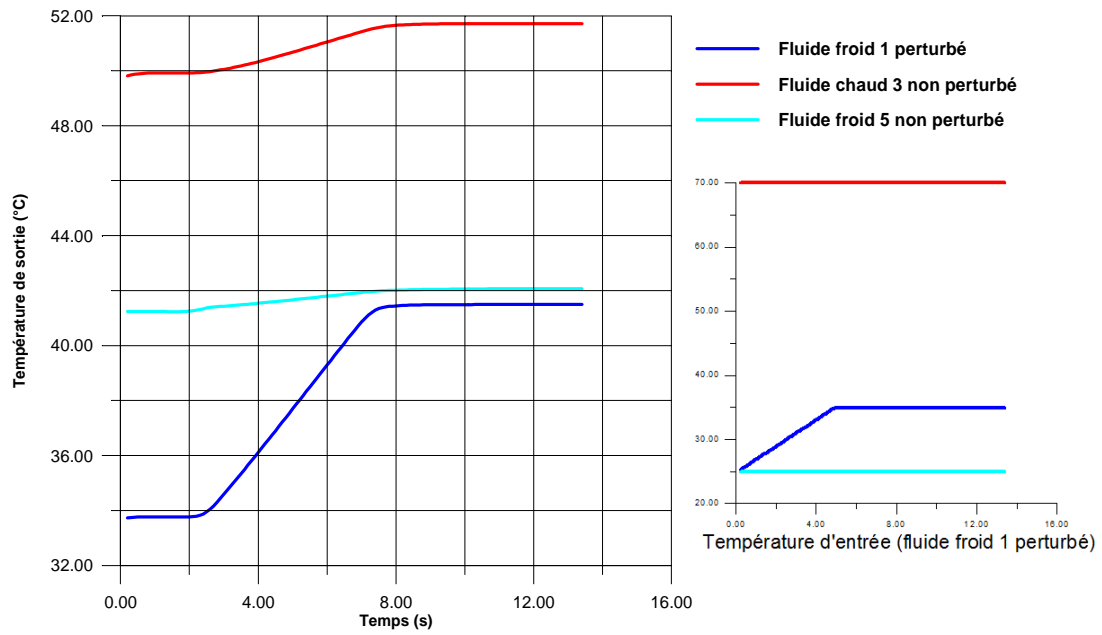


Figure IV.28 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur le fluide froid 1.

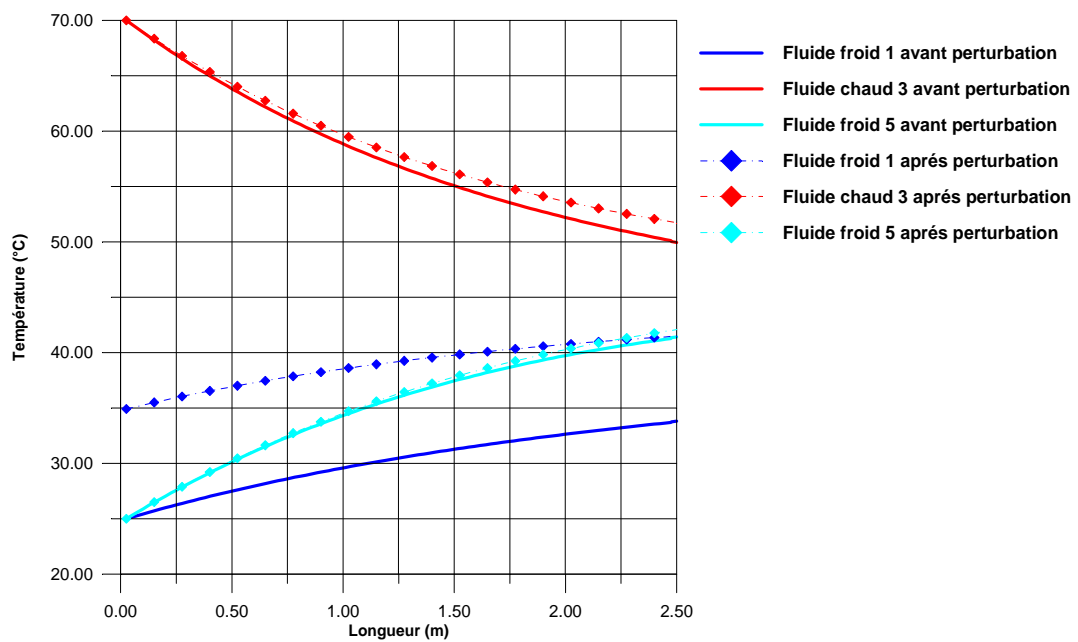


Figure IV.29 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur le fluide froid 1.

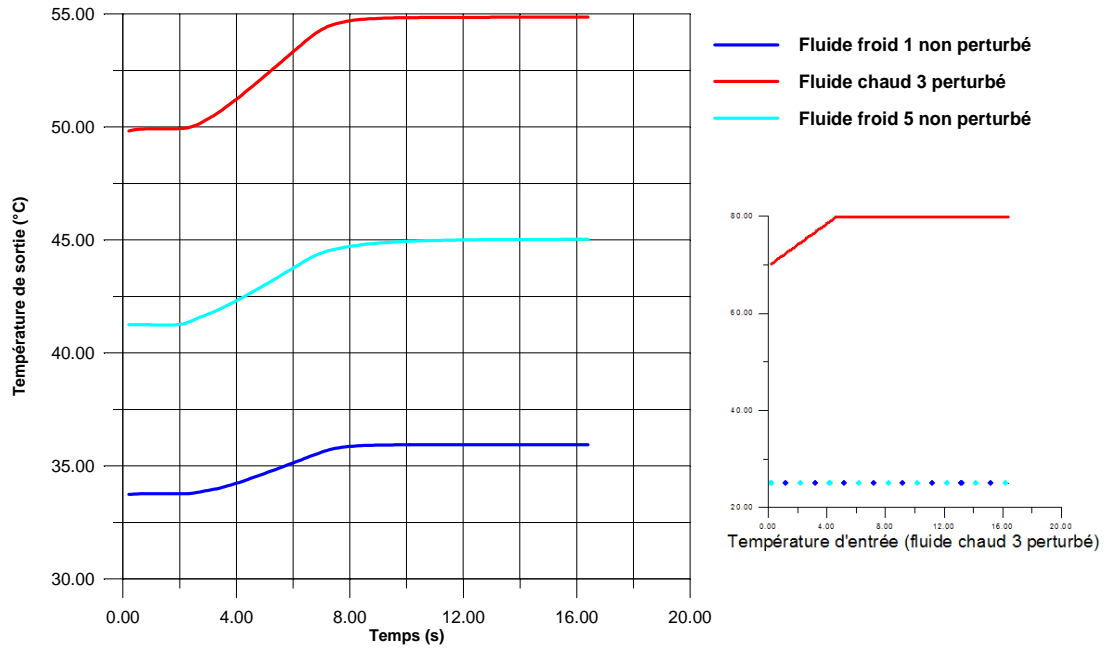


Figure IV.30 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur le fluide chaud 3.

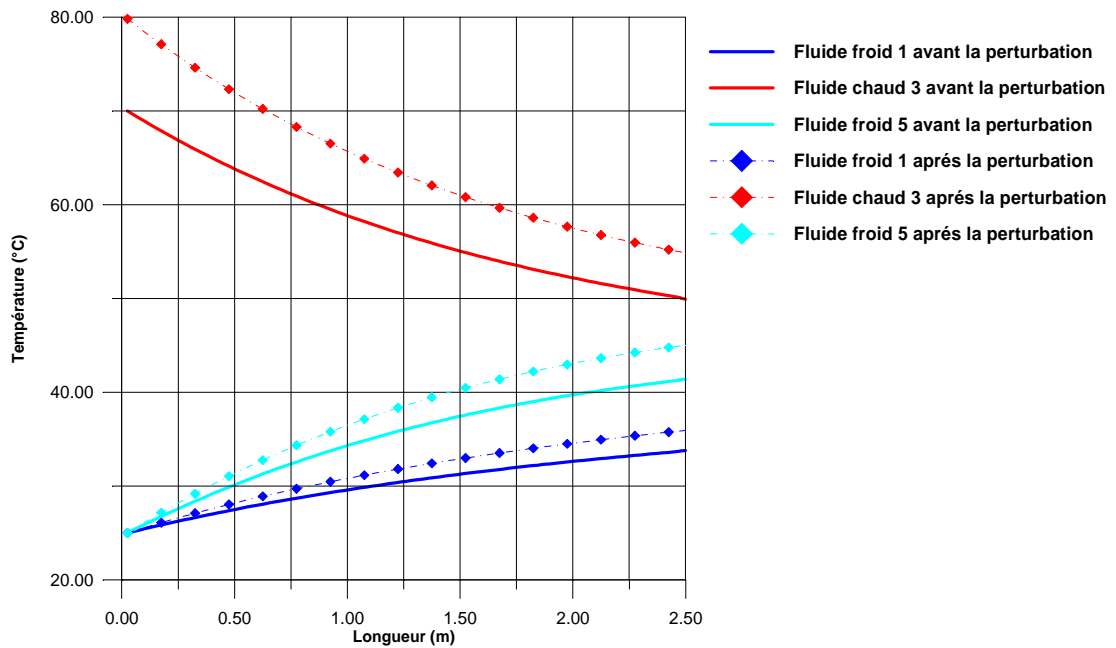


Figure IV.31 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur le fluide chaud 3.

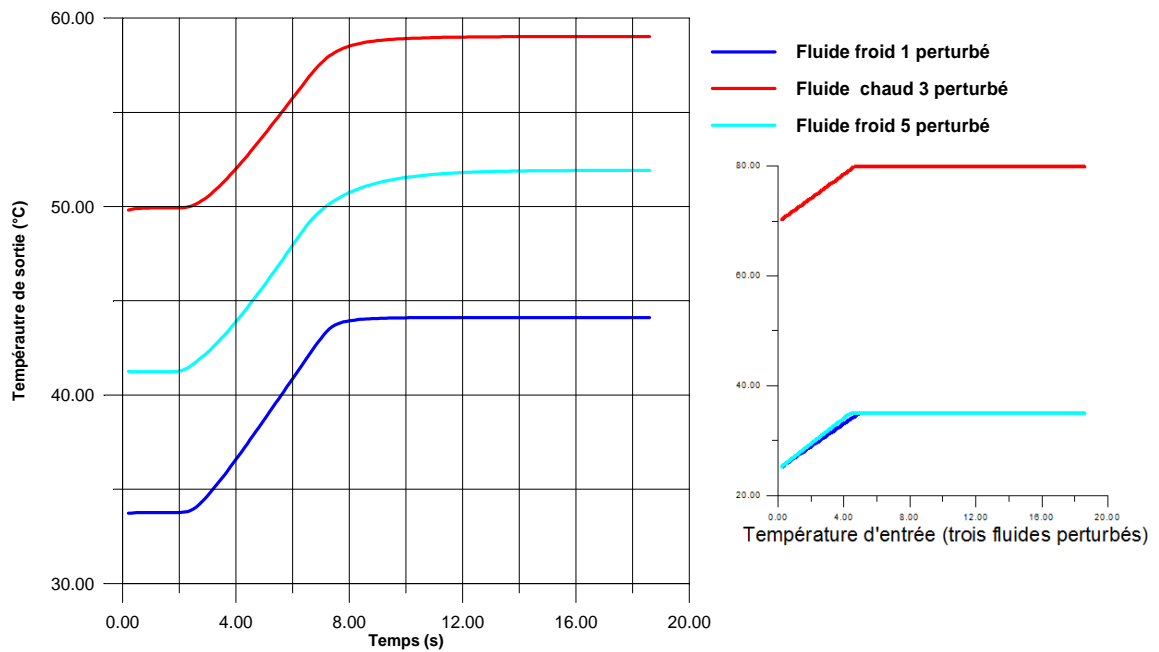


Figure IV.32 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type rampe sur les trois fluides.

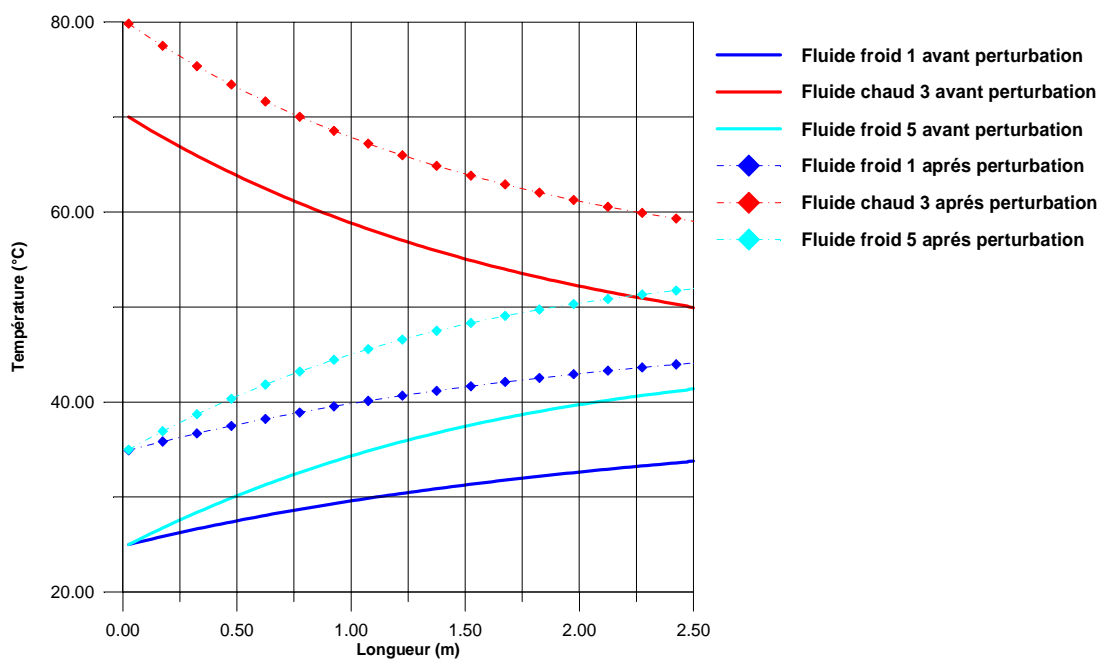


Figure IV.33 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation rampe sur les trois fluides.

Après l'application d'une sollicitation de type rampe sur le fluide froid "1", le fluide chaud "3" et sur les trois fluides, les résultats sont représentés sous forme de courbes sur les Figures (IV.28, IV.30 et IV.32). On remarque que les allures des réponses prennent les mêmes formes que les signaux d'entrées, le fluide froid "5" dans la Figure IV.28 est le moins influé par la perturbation du fluide froid "1".

Les Figures (IV.29, IV.31 et IV.33) représentent les champs de températures des trois fluides avant et après les perturbations, elles sont similaires à ceux de la perturbation échelon.

IV.7.3. Sollicitation du type sinusoïdale

Dans cette partie, nous avons appliqué une perturbation sinusoïdale à l'entrée de l'échangeur de chaleur sur le fluide froid "1" et le fluide chaud "3" séparément, ensuite sur les trois fluides simultanément. Les sollicitations sont signalées comme suit :

- **Le fluide froid "1" perturbé**

La condition d'entrée du fluide froid "1"

$$T1(1) = T_i + 10 \sin(X_1)$$

$$\text{Avec : } X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t, \quad T_i = 25^\circ C$$

- **Le fluide chaud "3" perturbé**

La condition d'entrée du fluide chaud "3"

$$T3(1) = T_i + 10 \sin(X_3)$$

$$\text{Avec : } X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t, \quad T_i = 70^\circ C$$

- **Les trois fluides perturbés**

Fluide froid "1"

$$T1(1) = T_i + 10 \sin(X_1)$$

$$\text{Avec : } X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t, \quad T_i = 25^\circ C$$

Fluide chaud "3"

$$T3(1) = T_i + 10 \sin(X_3)$$

$$\text{Avec : } X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t, \quad T_i = 70^\circ C$$

Fluide froid "1"

$$T5(1) = T_i + 10 \sin(X_5)$$

$$\text{Avec : } X_5 = \frac{U_5}{L} \Delta t, \quad T_i = 25^\circ C$$

Après l'exécution du programme avec les conditions aux limites indiquées précédemment, à partir des résultats obtenus on constate que les températures de sortie des trois fluides (réponses transitoires) suivent la variation sinusoïdale de la température d'entrée du fluide sollicité (Figures IV.34, IV.36 et IV.38),

On remarque aussi que le fluide froid "5" est légèrement influencé par la perturbation du fluide froid "1" parce que ces deux fluides ne sont pas adjacents, Figure IV.34. Par contre la perturbation du fluide chaud "3" influe sur les trois fluides à cause de la circulation du fluide chaud dans l'espace annulaire intérieur entre les deux fluides froids "1" et "5", Figure IV.36.

Les variations des champs des températures le long de l'échangeur thermique sont exposées par les courbes des Figures (IV.35, IV.37 et IV.39), nous distinguons que pour toutes les perturbations les nouveaux champs de températures sont plus intenses que ceux de l'état permanent précédent.

On note que le fluide froid "5" dans ce type de sollicitation peut avoir une température à la sortie de l'échangeur supérieure à celle du fluide froid "1" et par conséquent l'existence des points de croisement, croisement indirect à 2.175m de l'entrée de l'échangeur, voir Figure IV.35 et le point de croisement indirect à 0.5m de l'entrée de l'échangeur, voir Figure IV.39, par contre le cas où le fluide chaud est perturbé ne présente aucun croisement.

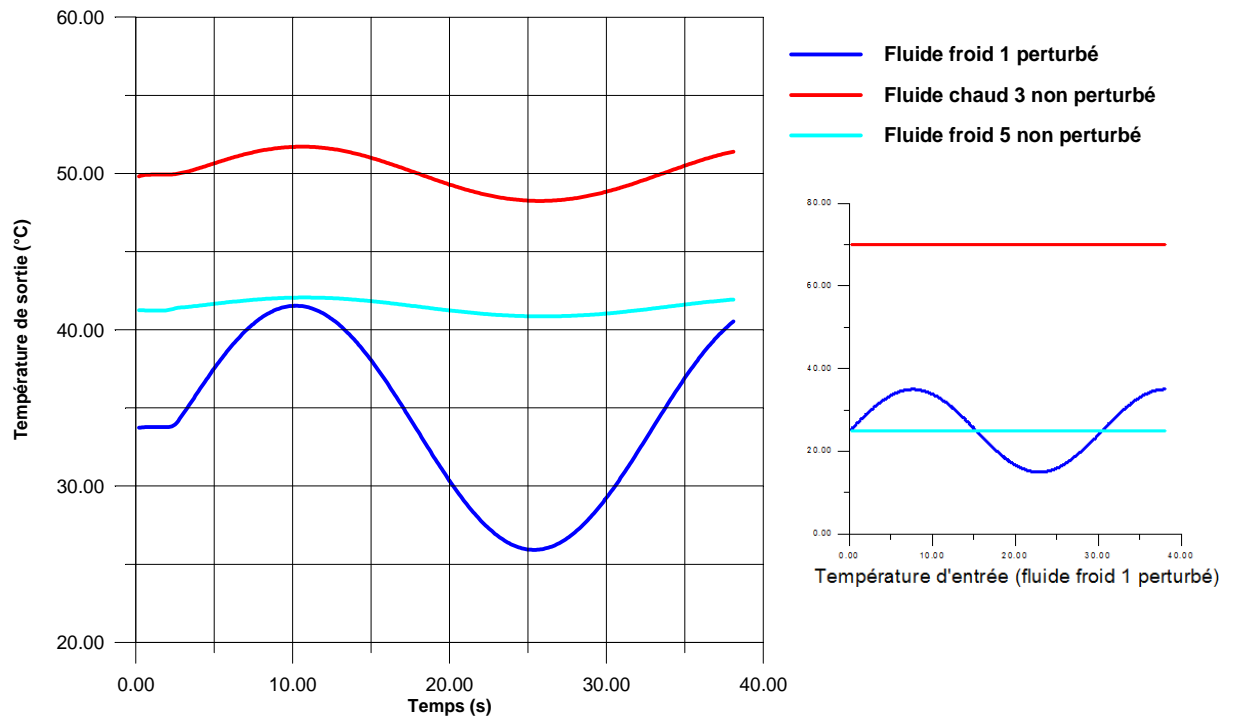


Figure IV.34 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur le fluide froid 1.

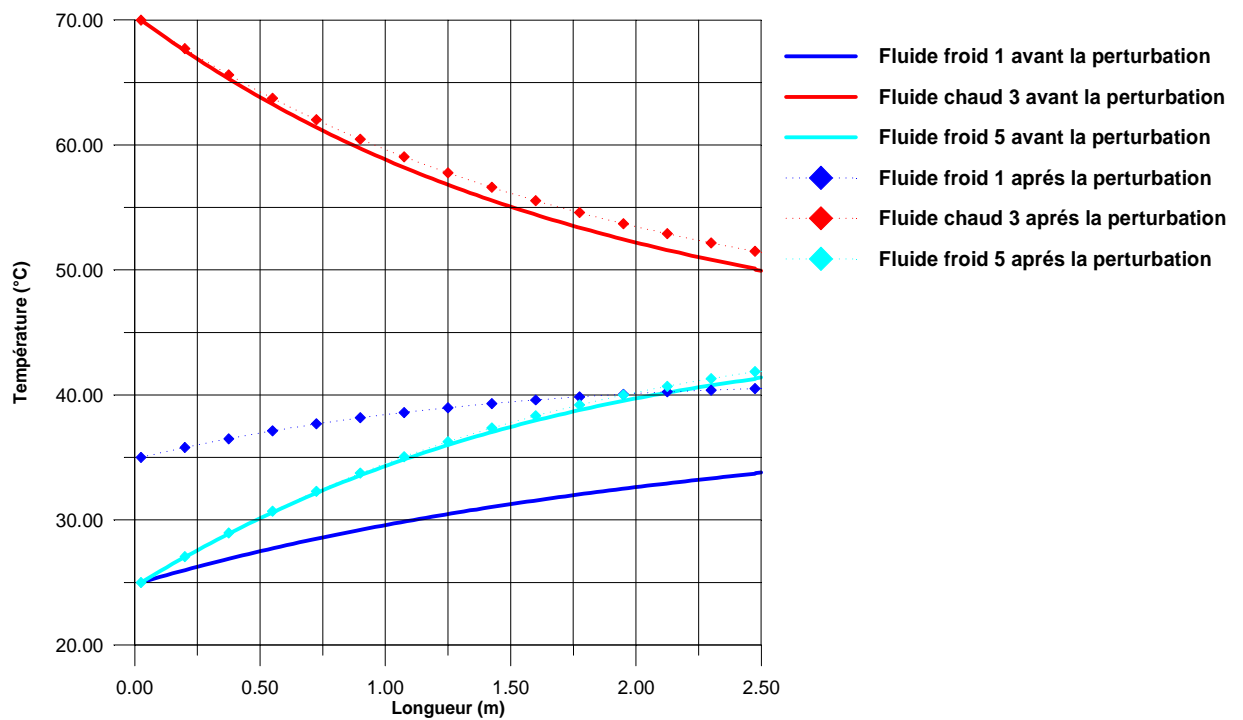


Figure IV.35 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation sinus sur le fluide froid 1.

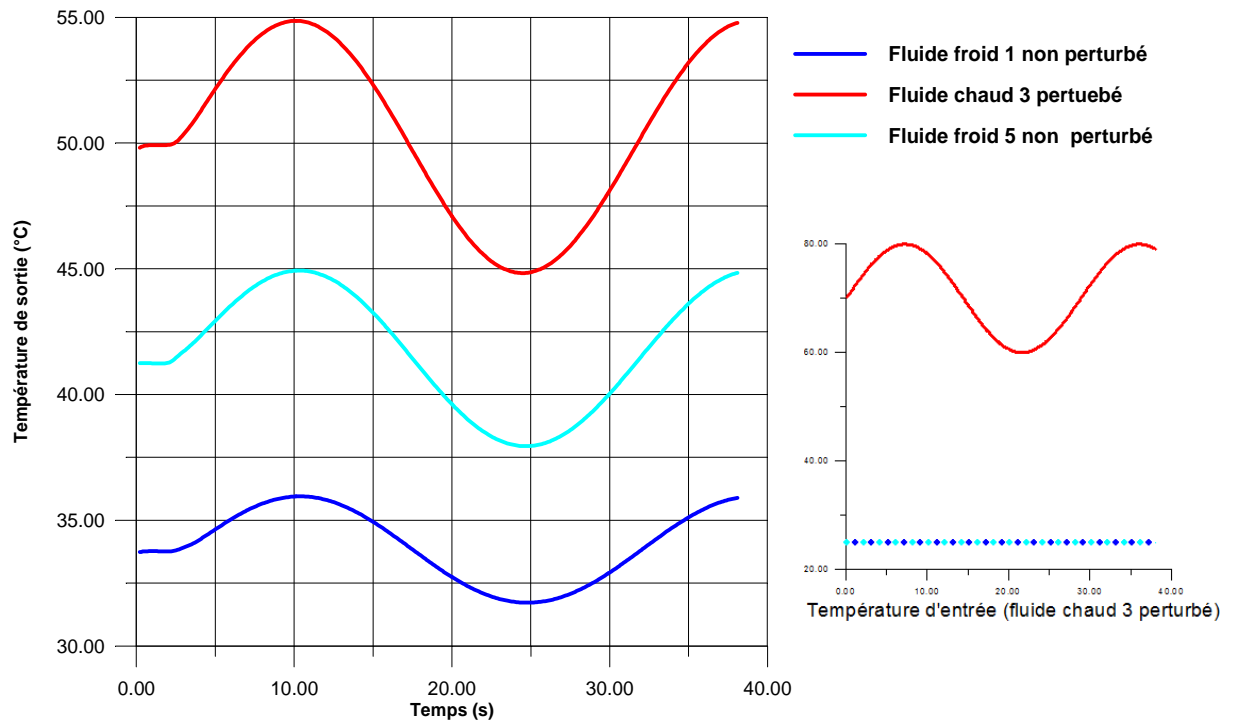


Figure IV.36 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur le fluide chaud 3.

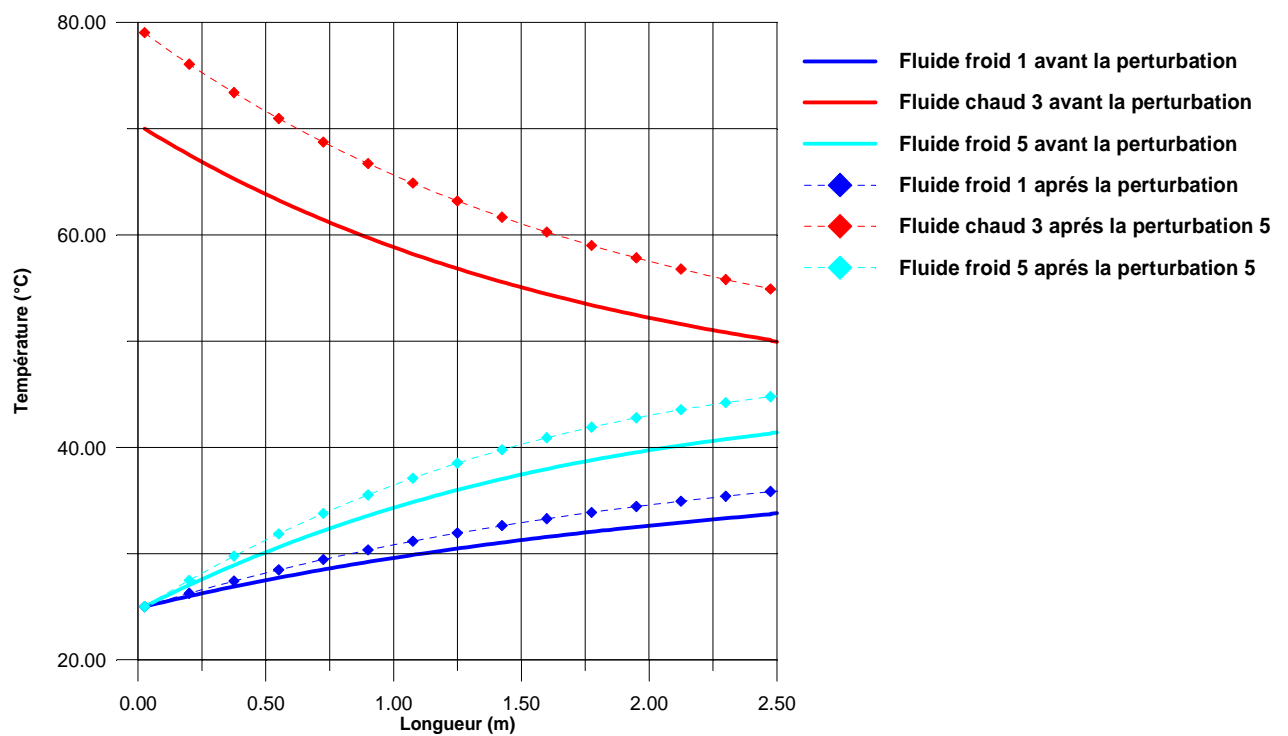


Figure IV.37 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation de type sinus sur le fluide chaud 3.

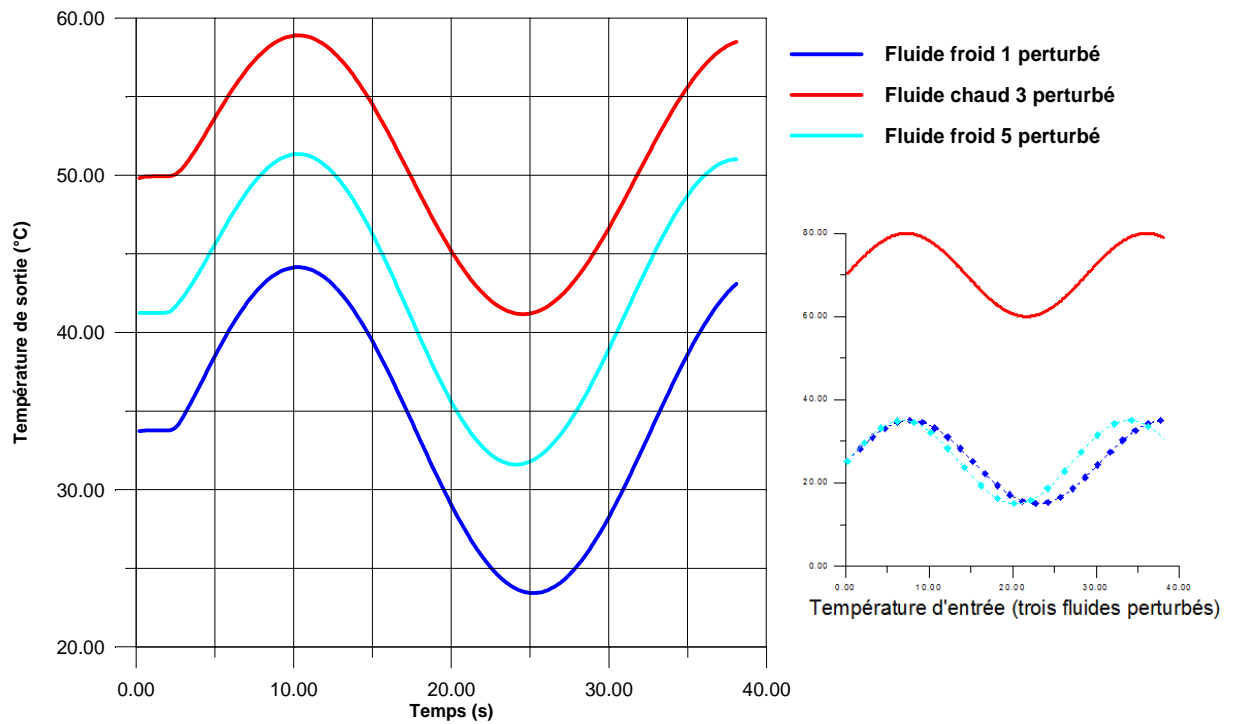


Figure IV.38 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation de type sinus sur les trois fluides.

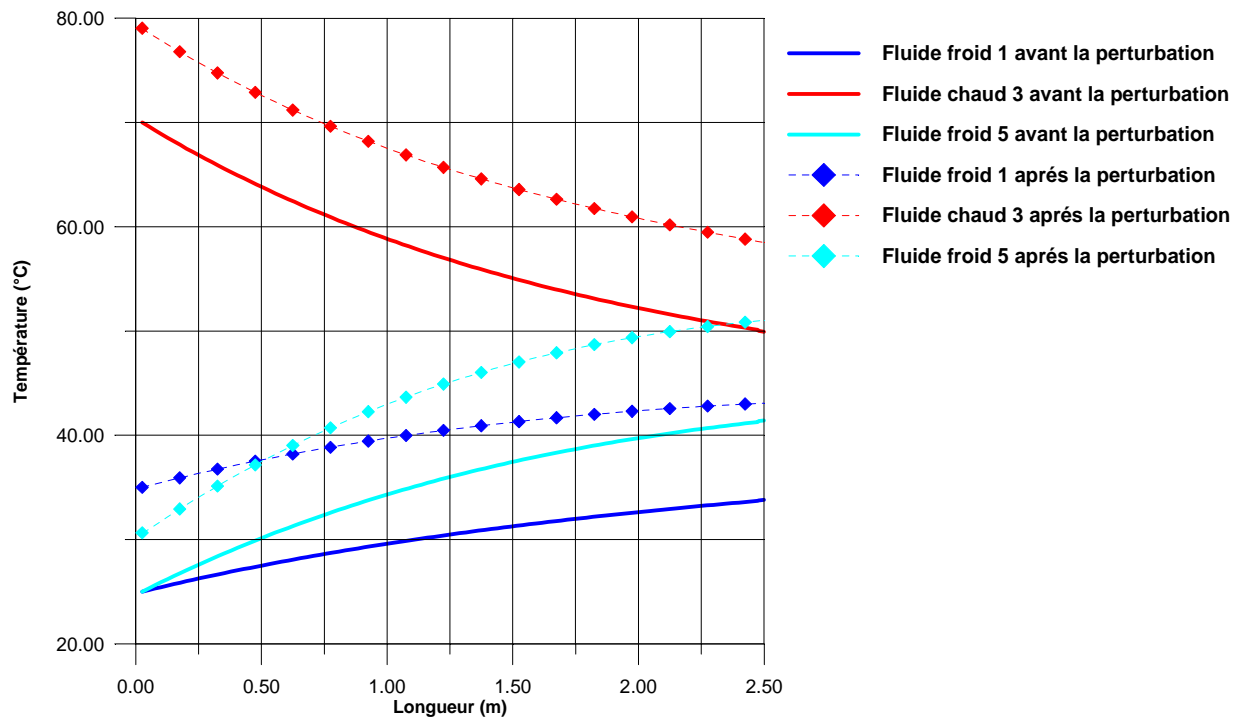


Figure IV.39 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation sinus sur les trois fluides.

IV.7.4. Sollicitation du type exponentiel

- **Le fluide froid "1" perturbé**

$$T1(1) = T_i + 10 [1 - \exp(-X_1)]$$

$$\text{avec : } T_i = 25^\circ\text{C} \text{ et } X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t$$

- **Le fluide chaud "3" perturbé**

$$T3(1) = T_i + 10 [1 - \exp(-X_3)]$$

$$\text{avec : } T_i = 70^\circ\text{C} \text{ et } X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t$$

- **Les trois fluides perturbés**

Dans ce cas les trois fluides sont sollicités simultanément.

La condition d'entrée du fluide froid "1".

$$T1(1) = T_i + 10 [1 - \exp(-X_1)]$$

$$\text{avec : } T_i = 25^\circ\text{C} \text{ et } X_1 = \frac{U_1}{L} \Delta t$$

La condition d'entrée du fluide chaud "3".

$$T3(1) = T_i + 10 [1 - \exp(-X_3)]$$

$$\text{avec : } T_i = 70^\circ\text{C} \text{ et } X_3 = \frac{U_3}{L} \Delta t$$

La condition d'entrée du fluide froid "5".

$$T5(1) = T_i + 10 [1 - \exp(-X_5)]$$

$$\text{avec : } T_i = 25^\circ\text{C} \text{ et } X_5 = \frac{U_5}{L} \Delta t$$

Les Figures (IV.40, IV.42 et IV.44), représentent les réponses transitoires des fluides face à la perturbation exponentielle selon les cas cités précédemment respectivement, les réponses ont des allures similaires à ceux des sollicitations. Les températures des trois fluides le long de l'échangeur de chaleur augmentent pour les cas de la perturbation du fluide chaud "3" et la perturbation des trois fluides dans ce dernier le fluide froid "5" peut avoir une température

supérieure à celle de sortie du fluide chaud "3" de l'état stationnaire précédent comme l'indique la Figure IV.45.

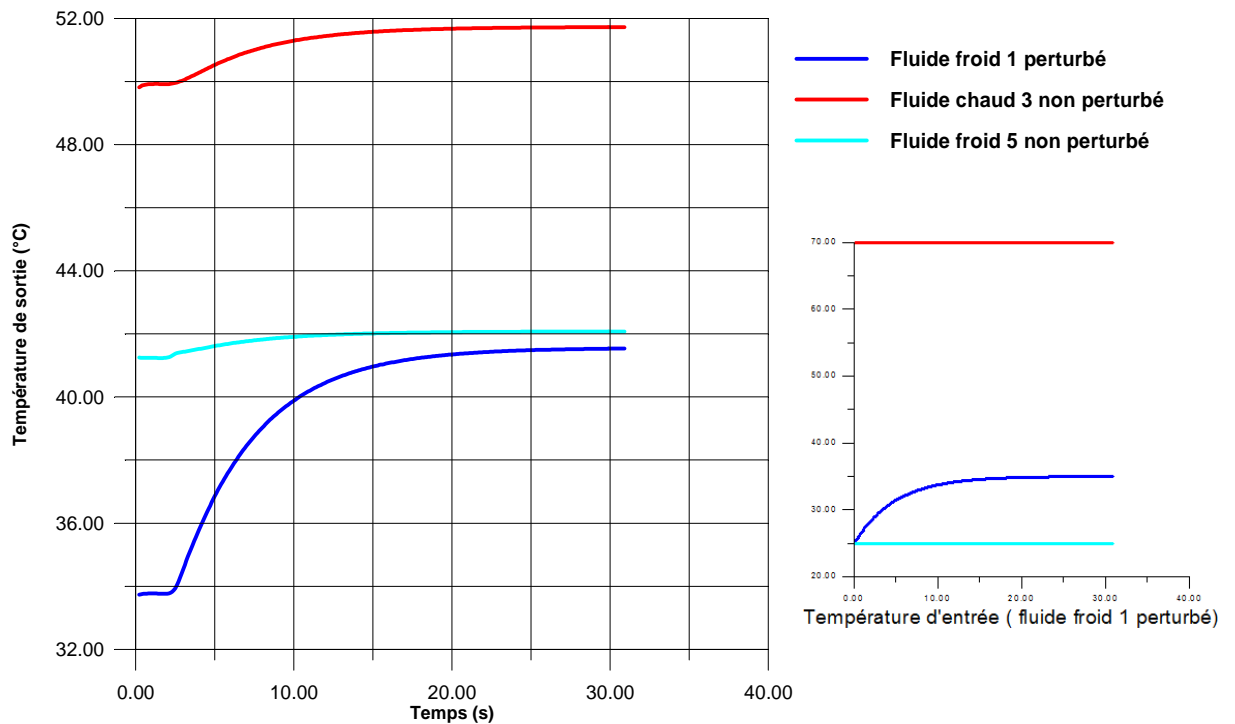


Figure IV.40 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle sur le fluide froid 1.

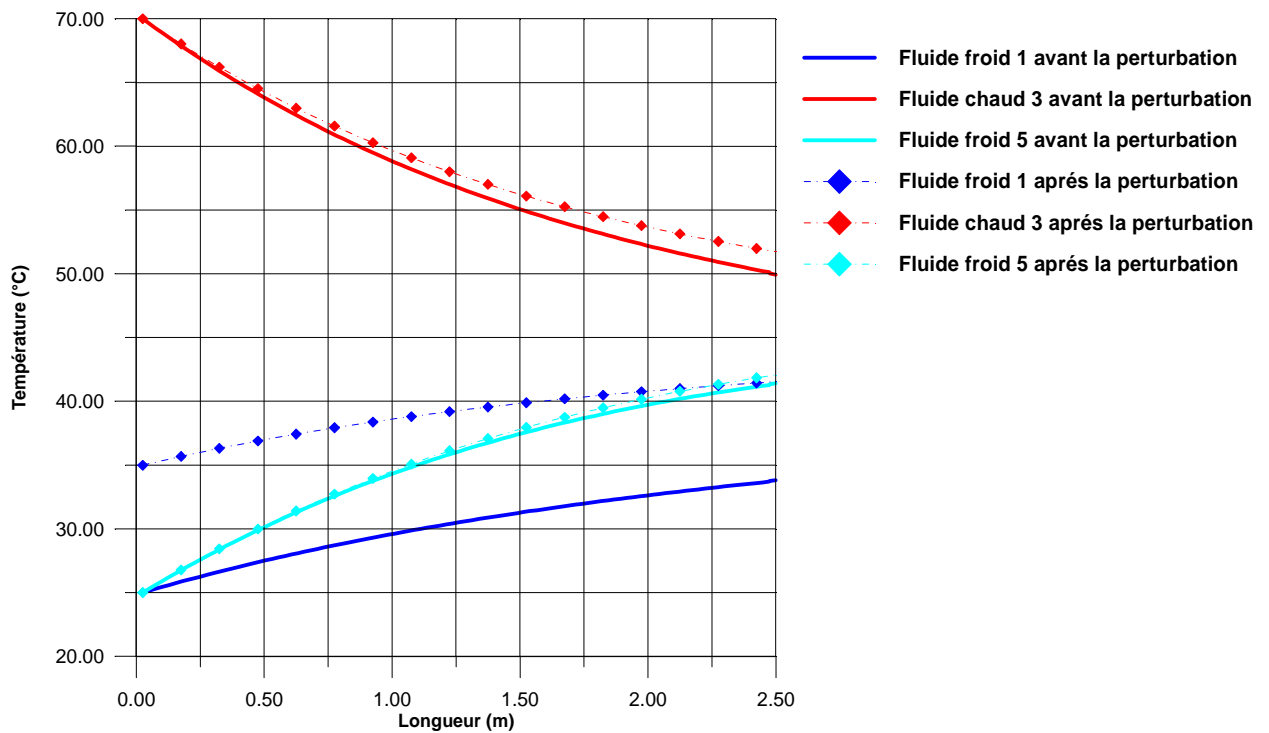


Figure IV.41 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur le fluide froid 1.

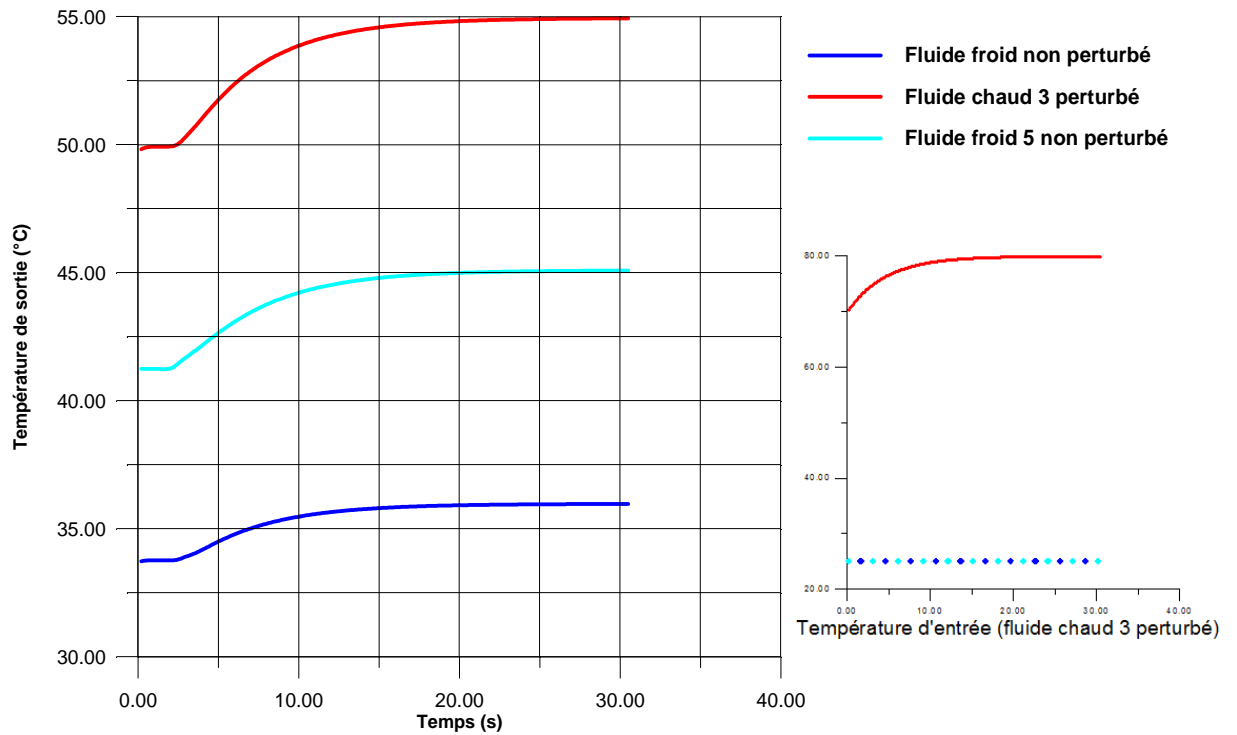


Figure IV.42 : Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle sur le fluide chaud 3.

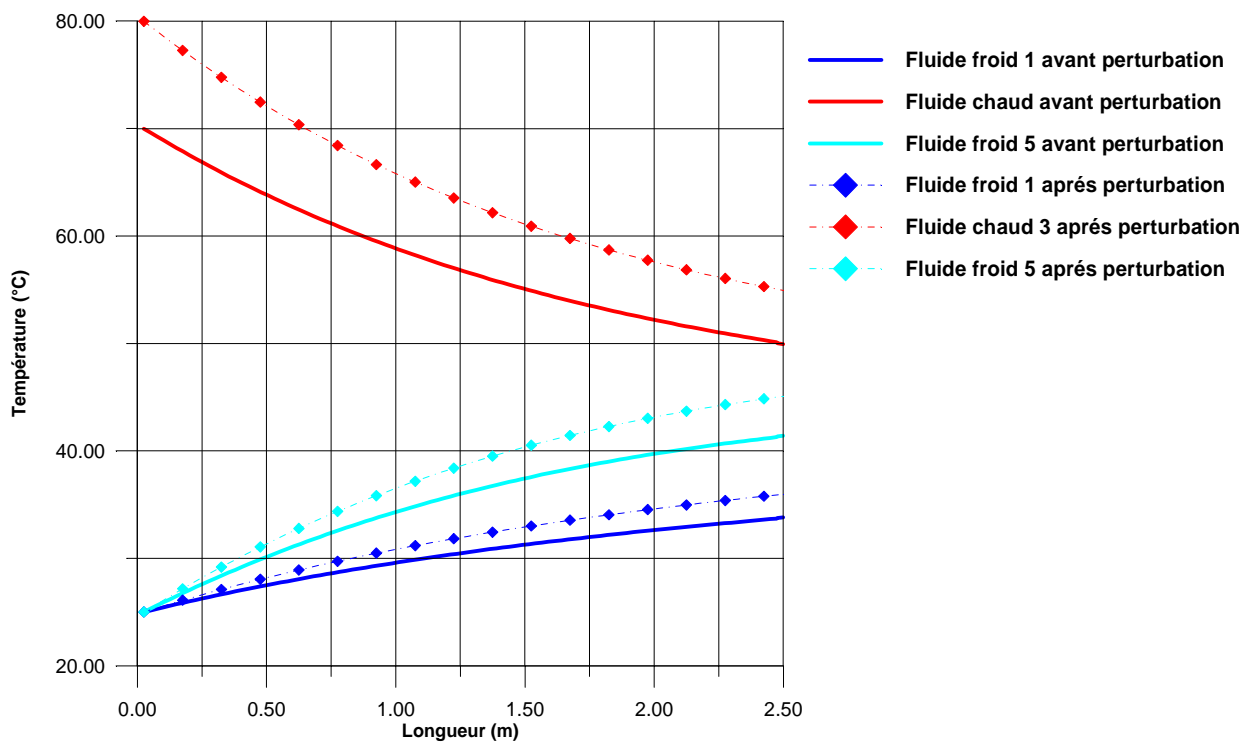


Figure IV.43 : Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur le fluide chaud 3.

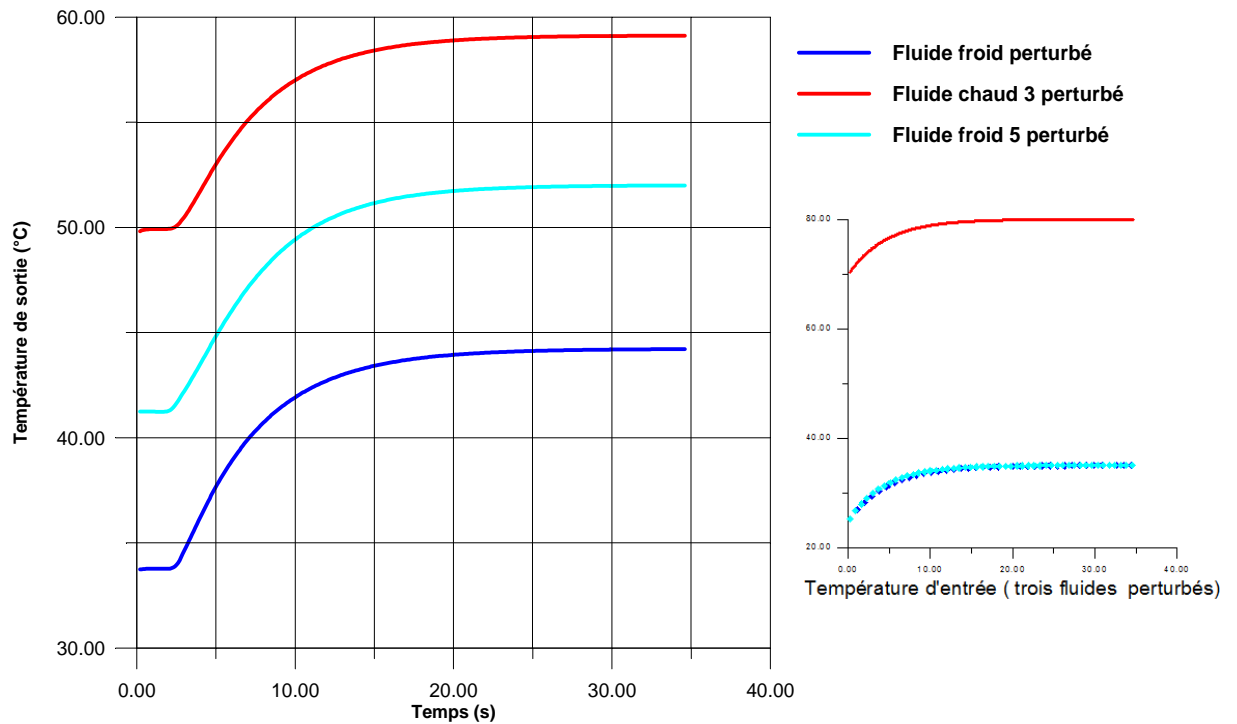


Figure IV.44: Réponse transitoire des trois fluides face à une perturbation exponentielle sur les trois fluides.

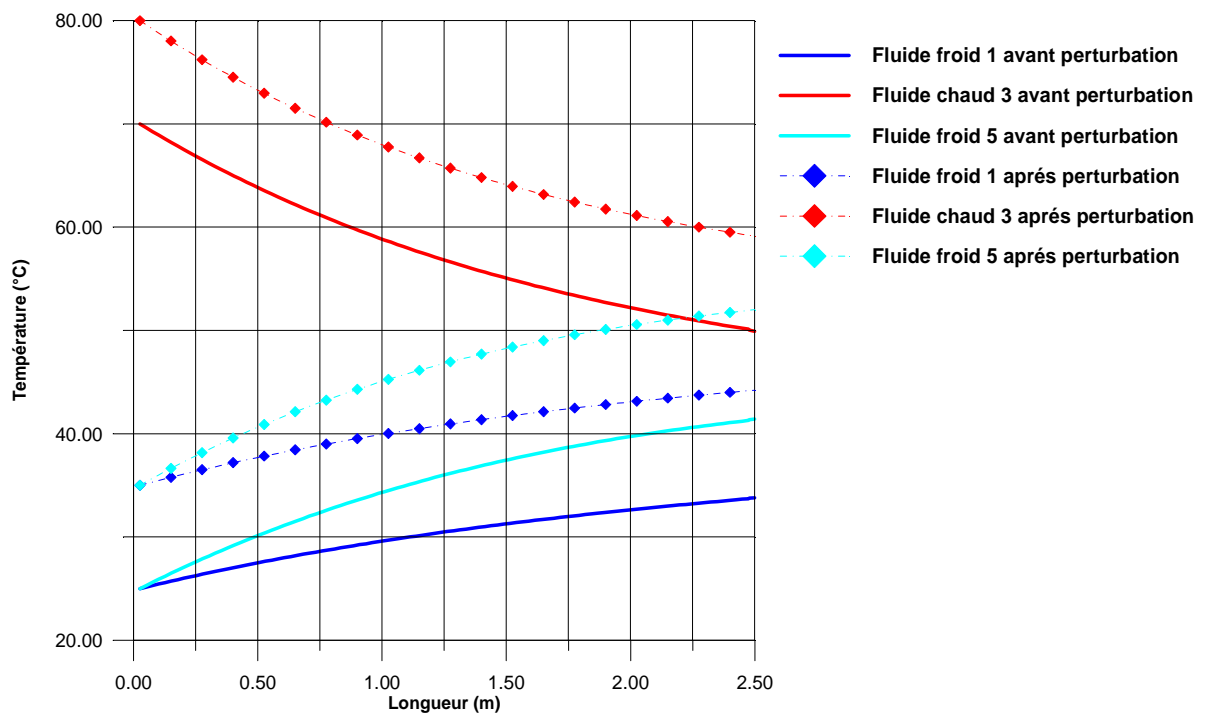


Figure IV.45: Profils des températures des trois fluides avant et après la perturbation exponentielle sur les trois fluides.

En comparant les quatre sollicitations, nous remarquons que dans la perturbation de type échelon le nouveau régime permanent est atteint plus rapidement que les autres perturbations. Le temps de convergence (temps d'établissement du régime permanent) il prend la valeur la plus petite pour le cas d'un échelon sur le fluide froid "1" ($t=6s$).

La température du fluide froid "5" peut avoir vers la sortie de l'échangeur thermique, une valeur supérieure à celle du fluide chaud "3" de l'état stationnaire précédent (le cas des trois fluides perturbés) dans les quatre cas analysés ci-dessus.

IV.8. Comparaison entre l'échangeur à double et à triple tube concentrique

A partir de l'échangeur à triple tube concentrique, trois cas possibles pour concevoir un échangeur de chaleur à double tube concentrique (deux tubes intérieurs), (deux tubes extérieurs), et (tube interne et tube externe).

Nous avons exécuté le programme "Triple-Trans" pour les données illustrées sur le Tableau IV.5.

Dimensions des trois échangeurs à double tube			
Deux tubes internes	$R_2 = 0.0238$ $R_2' = 0.0254$	$R_4 = 0.0301$ $R_4' = 0.0318$	
Deux tubes externes		$R_4 = 0.0301$ $R_4' = 0.0318$	$R_6 = 0.0365$ $R_6' = 0.0381$
Tube interne-tube externe	$R_2 = 0.0238$ $R_2' = 0.0254$		$R_6 = 0.0365$ $R_6' = 0.0381$
L_1 (m)	22.5		
L_2 (m)	5.3		
Fluides	Eau		
Débit volumique fluide chaud (gal/min)	4		
Débit volumique fluide froid (gal/min)	53.8		
T_e (°C) fluide chaud	100.0		
T_e (°C) fluide froid	2.9		

Tableau IV.5 : Données géométriques et dynamiques pour le calcul des trois cas possibles de l'échangeur de chaleur à double tube concentrique.

Dans le cas d'un échangeur à double tube pour toutes les possibilités citées précédemment. Le débit du fluide chaud reste le même que celui du fluide chaud "3" et celui du fluide froid est la somme des débits des 2 fluides froids "1" et "5" fluide froid 1 (40.4gal/min) et fluide froid 5(13.4 gal/min).

▪ **Circulation à contre –courant.**

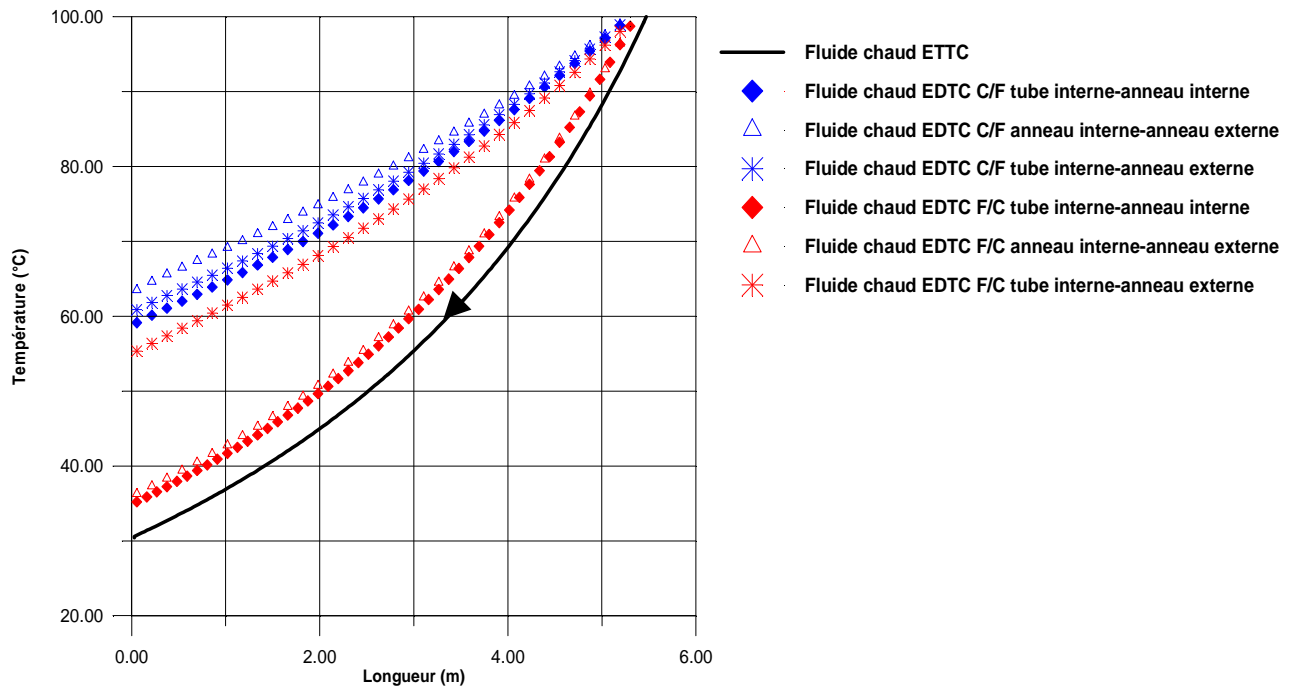


Figure IV.46 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à contre-courant (longueur 5.3 m).

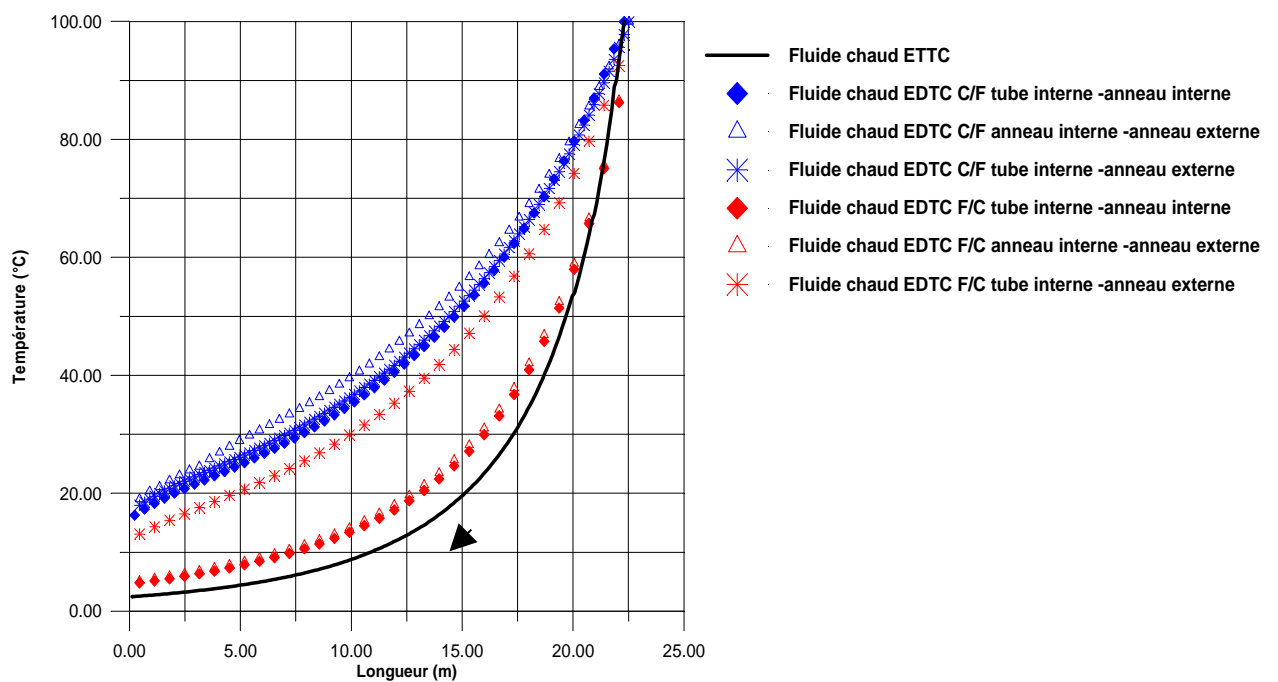


Figure IV.47 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à contre-courant (longueur 22.5m).

▪ Circulation à co-courant

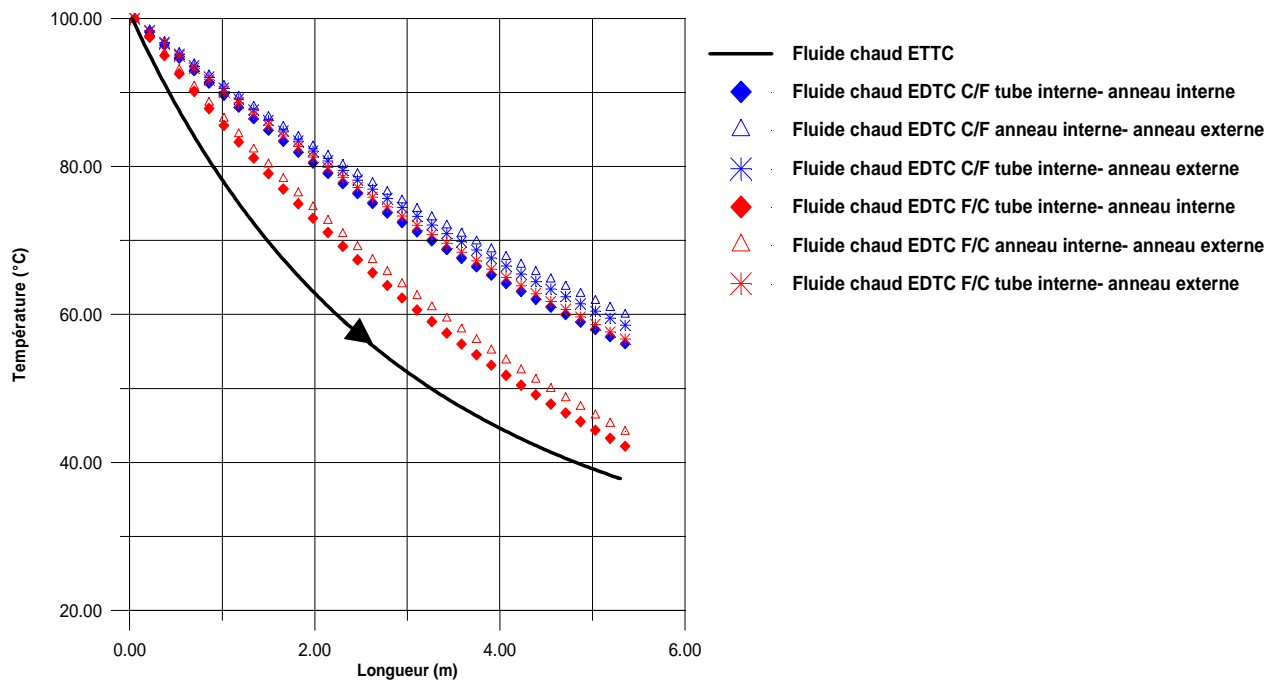


Figure IV.48 : Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à co-courant (longueur 5.3m).

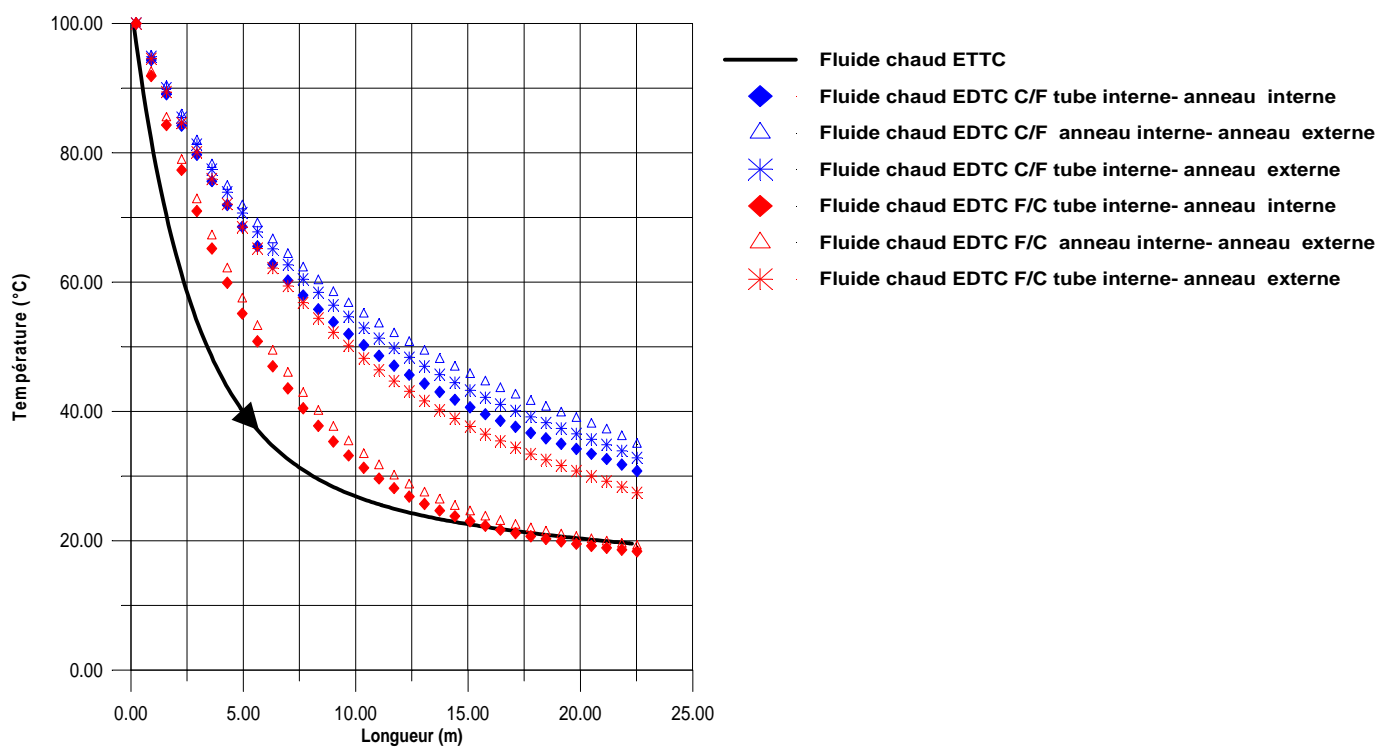


Figure IV.49: Profils de la température du fluide chaud de l'ETTC et la température du fluide chaud des différents cas possibles de l'EDTC circulation à co-courant (longueur 22.5m).

Les Figures (IV.46, IV.47, IV.48 et IV.49) représentent la température du fluide chaud de l'échangeur à triple tube concentrique et celle de l'échangeur à double tube concentrique pour les différentes combinaisons des diamètres circulation à "contre-courant" et "co-courant" pour des longueurs de l'échangeur thermique 5.3 m et 22.5m. En comparant les résultats on remarque que dans le cas des petites longueurs, l'échangeur à triple tube concentrique est plus efficace que l'échangeur à double enveloppe pour toutes les combinaisons des diamètres citées au-dessus.

Pour l'échangeur assez long (22.5m) les résultats sous formes d'efficacités sont regroupés dans Tableau IV.6.

	Contre-courant		Co-courant	
Les deux tubes internes	Le fluide froid dans le tube interne F/C	le fluide chaud dans le tube interne C/F	Le fluide froid dans le tube interne F/C	le fluide chaud dans le tube interne C/F
	$E = 0.97$	$E = 0.86$	$E = 0.84$	$E = 0.71$
Les deux tubes externes	Le fluide froid dans le tube externe1	le fluide chaud dans le tube externe1	Le fluide froid dans le tube externe 1	le fluide chaud dans le tube externe 1
	$E = 0.97$	$E = 0.83$	$E = 0.83$	$E = 0.67$
Le tube interne et le tube externe 2	Le fluide froid dans le tube externe2	le fluide chaud dans le tube externe2	Le fluide froid dans le tube externe 2	le fluide chaud dans le tube externe 2
	$E = 0.89$	$E = 0.84$	$E = 0.74$	$E = 0.69$
Echangeur à triple tube concentrique	$E = 0.99$		$E = 0.82$	

Tableau IV.6 : Efficacités de l'échangeur à double tube concentrique et triple tube concentrique pour une longueur de 22.3m

La lecture des résultats mentionnés au Tableau IV.6 montre que l'échangeur à triple tube concentrique à circulation contre-courant est le plus efficace pour les deux cas : de refroidissement (F-C-F) et de l'échauffement (C-F-C), par contre dans le cas de circulation à co-courant, l'EDTC est plus efficace que l'ETTC dans deux cas (le fluide froid dans le tube interne et le fluide chaud dans le tube externe et le fluide froid dans l'espace annulaire interne et le fluide froid dans l'espace annulaire externe) dans le cas de l'échauffement (C-F-C), cela est dû forcément à l'existence du point de croisement dans la configuration co-courant.

Pour conclure l'échangeur de chaleur à triple tube reste plus efficace que l'échangeur à double tube parce qu'il conçu essentiellement pour améliorer la performance ce dernier.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale.....	141
Perspectives.....	143

Conclusion générale

La présente thèse s'est centrée sur l'étude d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique. L'objectif consistait d'élaborer un programme de simulation numérique pour le régime transitoire (instationnaire) et permanent.

Les systèmes des équations gouvernantes le problème ont été résolus numériquement par une méthode des différences finies. Un schéma numérique de différence centrale implicite a été utilisé pour les parois et un schéma Up-Wind pour la discrétisation des trois fluides, les propriétés thermo-physiques sont variables avec la température.

Pour donner plus de confiance aux résultats de notre simulation numérique, nous avons comparé ces derniers avec d'autres études expérimentales présentées dans la littérature, un excellent accord est apprécié entre les deux.

Nos simulations numériques ont été effectuées pour les quatre modes de circulations : "co-courant", "contre-courant", "contre-courant/co-courant" et "co-courant/contre-courant". Les entrées de l'échangeur ont été soumises à des différentes sollicitations (échelon, linéaire sinusoïdale et exponentielle).

On a obtenu les champs de température (fluides et parois), les coefficients d'échange globaux, les pertes de charge et les températures des sorties des fluides.

La période transitoire peut être subdivisée en deux intervalles de temps. Le premier intervalle de temps appelé temps de retard dont lequel on remarque un retard dans la réponse au niveau du fluide chaud (cas d'écoulement Contre-courant) et pour les trois fluides chauds et froids (cas d'écoulement Co-courant), ce retard est dû à la participation partielle de la surface de l'appareil à l'échange thermique. Le deuxième intervalle de temps dont lequel toute la surface de l'échangeur participe à l'échange de chaleur jusqu'à l'établissement du régime permanent.

Les coefficients d'échange globaux (K_{1-3} et K_{3-5}) en régime transitoire varient fortement dans l'intervalle de temps de retard, et ils prennent graduellement les allures de ceux du régime permanent.

Malgré l'utilisation des fluides incompressibles les pertes de charge varient dans l'intervalle du temps de retard (variation appréciable de la masse volumique en fonction de la température)

Au-delà de cet intervalle, les pertes de charge ne sont plus fonction du temps et elles dépendent uniquement de la longueur.

En régime permanent, les températures des fluides et des parois suivent l'allure habituelle des champs de températures, l'échange en circulation à contre-courant et plus performant que l'écoulement à co-courant.

Les températures d'entrées des trois fluides sont soumises à différentes sollicitations (échelon, sinusoïdale, rampe et exponentielle), selon les trois éventualités : le fluide froid "1" dans le tube central perturbé, une perturbation sur le fluide chaud "3" dans l'espace annulaire interne et finalement les entrées des trois fluides sont perturbées. Les réponses transitoires des températures des trois fluides ont l'allure exponentielle pour les deux sollicitations échelon. Elles prennent la forme du signal d'entrée pour les deux autres perturbations. Le fluide froid "5" est légèrement influencé par la perturbation du fluide froid "1" parce que ces deux fluides ne sont pas adjacents. La période transitoire est plus courte pour la perturbation échelon. Les nouveaux champs de températures stationnaires sont plus intenses que précédemment à la perturbation.

Des points de croisement peuvent intervenir dans le cas d'une sollicitation périodique "sinusoïdale". La température du fluide froid "5" peut avoir une température supérieure à la température du fluide chaud "3" du champ permanent initial vers la sortie de l'échangeur thermique lorsque les trois fluides sont perturbés.

Dans un échangeur à triple tube concentriques, quatre modes de circulation se présentent : "co-courant", "contre-courant", "contre-courant/co-courant" et "co-courant/contre-courant", l'étude de ces configurations montre que l'arrangement à "contre-courant" est plus performant que les autres. L'existence d'un seul point de croisement fait diminuer la performance de l'échangeur thermique à "co-courant"

Pour les deux autres agencements : "contre-courant/co-courant" et "co-courant/contre-courant" et malgré les deux points de croisement, ils sont plus efficaces que l'arrangement "co-courant".

Deux cas de position sont traités (C-F-C), l'échauffement du fluide froid par deux courants de fluides chauds et (F-C-F) ou le fluide chaud est refroidi par deux fluides froids, les résultats ont montré que pour une circulation à "contre-courant" que l'efficacité de l'échangeur thermique à triple tube (F-C-F) est de (97%) et (90%) pour le cas (C-F-C).

Une comparaison est faite entre l'échangeur de chaleur à triple tube concentrique (contre-courant, co-courant) et un échangeur à double tube de même longueur pour toutes les combinaisons de diamètres et de positions de fluides possibles, on a constaté que dans aucun cas, l'échangeur de chaleur à double tube concentrique peut avoir une efficacité supérieure à

l'échangeur à triple tube contre-courant, par contre pour la configuration à co-courant l'échangeur à double enveloppe peut avoir une efficacité meilleur à celle d'un échangeur de chaleur à triple tube pour une longueur infinie.

Dans tous les cas on a constaté que l'échangeur thermique est plus performant en régime permanent, c'est-à-dire les pertes de charge sont faibles et les coefficients d'échange de chaleur sont plus élevés.

Perspectives : On propose

- L'utilisation de la méthode à deux paramètres pour l'étude de la phase transitoire pour la détermination des constantes de temps et les temps de retard pour un échangeur à triple fluides soumis avec des sollicitations des débits et de températures.
- Il serait intéressant de faire la même étude dans le cas de changement de phase (condenseur et évaporateur).
- Cette étude peut être étendue pour voir le comportement d'une centrale thermique, groupe frigorifique ou toute autre installation fonctionnant en régime transitoire.

Références bibliographiques

A

- [AGHAYARI, 2015] R. Aghayari, H.Maddah, F. Ashori, A.Hakiminejad, M.aghili, effect of nanoparticles on heat transfer in in mini double-pipe heat exchangers in turbulent flow. *Heat and Mass Transfer* 51(3) (2015) 301-306.
- [ALDUS, 1966] D. Aldus, An analytical method for the design of a three-channel heat exchanger for cryogenic applications. M.S. Thesis, Louisiana Polytechnic Institute, Ruston, Louisiana (1966).
- [ANSARI, 2006] M. Ansari, V. Mortazavi, Simulation of dynamical response of a counter-current heat exchanger to inlet temperature or mass flow rate change. *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) (17–18), 2401–2408.
- [ANSARI, 2007] M. Ansari, V. Mortazavi, Transient response of a co-current heat exchanger to an inlet temperature variation with time using an analytical and numerical solution. *Numerical Heat Transfer, Part A*, (52) (2007) 71–85.
- [AZILINON, 1989] D. Azilinson, Etude de la réponse d'un échangeur aux variations de température ou de débit des fluides caloporteurs. Thèse de doctorat. Université de Reims, 1988.

B

- [BAGUI, 2006] F. Bagui, H. Chafouk, Transient heat transfer in coflow heat exchanger. *Heat Mass Transfer* (42) (2006) 835–841.
- [BATMAZ, 2005] E. Batmaz, K. Sandeep, Calculation of overall heat transfer coefficients in a triple tube heat exchangers. *Heat and Mass Transfer* (41) (2005) 271–279.
- [BATMAZ, 2008] E. Batmaz, K. Sandeep, Calculation of overall heat transfer coefficients and axial temperature distribution in a triple tube heat exchangers. *J Food Process Eng* (31) (2008) 260–279.
- [BEHERA, 2014] V. Behera, D. Das, A. Nayak, Numerical analysis of triple tube heat exchanger using ANSYS. *Int J Sci Eng Res* 5 (11) (2014) 1226–1231.

- [BONTEMPS, 1995] A. Bontemps, A. Garrigue, C. Goubier, J. Huetz, C. Marvillet, P. Mercier, R. Vidil, Échangeurs de chaleur- Description des échangeurs. Technique de l'ingénieur (1995) Réf : B2341.
- [BOUGRIOU, 1997] C. Bougriou, C. Calculs et technologie des échangeurs de chaleur décembre 1997 Université de Batna.
- [BOULTIF, 2009] N. Boultif, C. Bougriou, N. El-Wakil, Comportements des échangeurs de chaleur à tubes coaxiaux face aux perturbations revue des énergies renouvelables 12 (4) (2009) 607 – 615.
- [BIELSKI, 2005] S. Bielski, L.Malinowski, An analytical method for determining transient temperature field in a parallel-flow three-fluid heat exchanger. Heat Mass Transf 32 (2005)1034–1044.

E

- [EL-WAKIL, 1995] N. El-Wakil, M. Lachi, M. Guellal, J. Padet, Transient behaviour of shell and tube heat exchangers. Eurotherm seminar 46, Pisa, Italy, (1995) pp 141–147.

G

- [GILLES, 1971] G. Gilles, Elaboration d'un modèle mathématique et commande Optimale par calculateur numérique d'un échangeur thermique piloté. Thèse d'état, université de Grenoble, 1971.
- [GUELLAL, 2010] M.Guellal, H. Abdesselam, Empirical correlation for the time lag of double pipe heat operating with variable flow rates. Energy Convers Manag (50) (2010) 970–976.
- [GVOZDENAC, 1993] D. Gvozdenac, analytical solution for transient response of counter flow heat exchanger with finite wall capacitance. Wärme und stoffübertragung (28) (1993).

H

- [HADDAD, 1964] M. Haddad, Régime dynamique des échangeurs de chaleur. Traitement analytique, simulation : calcul itératif.1ère partie. Revue Générale Thermique 34 (1964) 1251-1266.
- [HENRION ,1991] M. Henrion, M. Feidt, Comportement en régime transitoire de divers types d'échangeurs modélisation et conséquences, Int. Comm. Heat Mass Transfer 18 (1991) 731-740.

- [HADIDI, 1995] M. Hadidi Loi de réponse de réponse d'un échangeur thermique soumis à des échelons de températures aux entrées, Int. Comm Heat Mass Transfer (1995), 1789-1871.

I

- [IDRISSI, 2001] A. Idrissi, Analytical and experimental response time to flow rate step along a counter flow double pipe heat exchanger. Int. J. Heat and mass transfer (44) (2001) 3721-3730.

K

- [KAKC, 1987] S. Kakc, Y. Yener, Transient forced convection in ducts, Handbook of single phase convective heat transfer. Wiley, New York (1987).

L

- [LACHI, 1997] M. Lachi, The time constant of double pipe and one pass-shell and tube heat exchangers in the case of varying fluid flow rates. Int. J. Heat and mass transfer. 40 (9) (1997) 2067-2079.

- [LAKSHMANAN, 1994] C. lakshmanan, Dynamic simulation of countercurrent heat exchanger modeling-start-up and frequency response. International Communications in Heat and Mass Transfer, 21 (3) (1994) 421-434.

- [LASKOWSKI, 2015] R. Laskowski, The black box model of a double-tube counter-flow heat exchanger, Heat and Mass 51 (8) (2015) 1111-1119.

M

- [MAI, 1999] T. Mai, Method for heat exchanger effectiveness calculation under variable dynamic conditions. Int. Comm. Heat and Mass Transfer, 26 (5) (1999) 739-748.

- [MALINOWSKI, 2004] L. Malinowski, S. Beilski An analytical method for calculation of transient temperature field in the counter-flow heat exchangers. Int. Comm. Heat Mass Transfer 31 (5) (2004) 683-691.

- [MORLEY, 1933] T. Morley, Exchange of heat between three fluids, Engineer 155 (1933) 134.

- [MOZLEY, 1956] J. Mozley, Predicting dynamics of concentric pipe heat exchangers. Industrial Engineering Chemistry 1035-1041.

N

- [NEMA, 2005] P. Nema, A. Datta, A computer based solution to check the drop in milk outlet temperature due to fouling in a tubular heat exchanger. *J Food Eng* (71) (2005) 133–142.
- [NEMA, 2006] P. Nema, A. Datta, Improved milk fouling simulation in a helical triple tube heat exchanger. *Int J Heat Mass Transf* (49) (2006) 3360–3370.
- [NOUGIER, 1991] J. Nougier, *Méthodes de calcul numérique*, 3rd Ed. Masson, Paris (1991).

P

- [PATRASCIOIU, 2015] C. Patrascioiu, S. Radulescu, Prediction of the outlet temperature in triple concentric-tube heat exchangers in laminar flow regime: case study. *Heat Mass Transf* (51) (2015) 59–66.
- [PEIGNE, 2013] P. Peigné, C. Inard, L. Druette, Experimental study of a triple concentric tube heat exchanger integrated into a wood-based air-heating system for energy-efficient dwellings *Energies* 6 (2013) 184-203.
- [PIERSON ,1988] P. Pierson, J. Padet, Etude théorique et expérimentale des échangeurs en régime thermique instationnaire. Simulation d'une phase de relaxation, *Int. J. Heat Mass Transfer* 31(8) (1988) 1577-1586.
- [PIERSON, 1989] P. Pierson, D.Azilinson, J. Padet, Simulation du fonctionnement des échangeurs thermiques soumis à des conditions aux limites variables, *Revue Phys.* (24) (1989) 93-107.
- [PIERSON, 1990] P. Pierson, Définition d'une efficacité moyenne pour un échangeur fonctionnant en régime thermique variable, *Int, comm. Heat Mass Transfer* (17) (5) (1990) 567-57.

Q

- [QUADIR, 2013] G. Quadir, S. Jarallah, N. Salman, I. Badruddin, Experimental investigation of the performance of a triple concentric pipe heat exchanger. *Int J Heat Mass Transf* (62) (2013) 562–566.
- [QUADIR, 2014] G. Quadir, I. Badruddin, N. Salman, Numerical investigation of the performance of a triple concentric pipe heat exchanger. *Int J Heat Mass Transf* (75) (2014) 165–172.

R

- [RABINOVICH, 1961] G.D.Rabinovich, Steady state heat transfer among three streams in a parallel flow recuperator (in Russian), *Inzh.- Fiz. Zh* 4(11) (1961) 37-43.
- [RADULESCU, 2012] S. Radulescu, I. Negoita, I. Onutu, Heat transfer coefficient solver for a triple concentric-tube heat exchanger in transition regime. *Rev Chim (Buchar)* 8 (2012) 820–824.
- [RAO, 2005] N. Rao, B. Maiti, P. Das, Comparison of dynamic performance for direct and fluid coupled indirect heat exchange systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005) 3244–3252.

S

- [SAHOO, 2003] P. Sahoo, M. Ansari, A. Datta, A computer based iterative solution for accurate estimation of heat transfer coefficients in helical tube heat exchanger. *J Food Eng* (58) (2003) 211–214.
- [SAHOO, 2005] P. Sahoo, M. Ansari, A. Datta, Milk fouling simulation in helical triple tube heat exchanger. *J Food Eng* 69 (2005) 235–244.
- [SARMAD, 2015] A. Sarmad, Experimental Investigation of Double Pipe Heat exchanger by using Semi Circular Disc Baffles. *International Journal of Computer Applications* (975 - 887) 115 (4) (2015).
- [SEKULIC, 1994] D. Sekulic, A compact solution of the parallel flow three-fluid heat exchanger problem. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 37 (14) (1994) 2183-2187.
- [SIEDER, 1936] E. Sieder, G. Tate, Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes. *Ind Eng Chem* 28 (12) (1936) 1429–1435.
- [SPALDING, 1972] D. Spalding, A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives. *Int J Numer Methods Eng* 4:551–559.
- [SU, 2003] F. SU, R.C. Prasad, a transient experimental method to determine the overall heat transfer coefficient in a concentric tube heat exchanger. *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 30 (5) (2003) 603-614.

T

- [TIMOTHY, 2006] J. Timothy, G. Vijaya, Numerical studies of a double-pipe Helical heat exchanger Applied Thermal Engineering (26) (2006) 1266–1273.

U

- [ÜNAL, 1998] A.Ünal, Theoretical analysis of triple concentric-tube heat exchangers Part 1: Mathematical modelling, International Communications in Heat and Mass Transfer 25 (7) (1998) 949-958.
- [ÜNAL, 2001] A. Ünal, Theoretical analysis of triple concentric-tube heat exchangers Part 2: Case studies, International Communications in Heat and Mass Transfer 28 (2) (2001) 243-256.

V

- [VALADARES, 2004] O. García-Valladares, Numerical simulation of triple Concentric- tube heat exchangers, International Journal of Thermal Sciences 43 (10) (2004) 979-991.

W

- [WOLF, 1964] J. Wolf, General solution of the equations of parallel flow Multichannel Heat exchangers, International Journal of Heat And mass Transfer 7 (8) (1964) 901-919.

Y

- [YIN, 2003] J. Yin, M. Jensen, Analytic model for transient heat exchanger response International Journal of Heat and Mass Transfer 46 (2003) 3255–3264.

Z

- [ZOHIR, 2015] A.Zohir, M. Habib, M. Nemitallah, Heat transfer characteristics In a double-pipe heat exchanger equipped with coiled circular experimental heat transfer, 28 (2015):531–545.
- [ZURITZ, 1990] C. Zuritz, On the design of triple concentric-tube heat exchangers, Journal of Food Process Engineering 12 (2) (1990) 113-130.