### Etude comparative entre la commande vectorielle avec régulateurs PI et à mode glissant pour l'asservissement de la vitesse ou de la position d'un moteur synchrone à aimants permanents

### F. BENCHABANE, A. MENACER, A. BENAKCHA, D. TAIBI, K. YAHIA

Laboratoire LGEB, Université de Biskra, B. P 145 Biskra, Algérie

kd\_yahia@yahoo.fr menacer\_arezki@hotmail.com

*Absruct* -- In this paper, we analyzed the behaviour of the control system by a PI controller and a variable structure controller (VSC) for various operating conditions of the permanent magnet synchronous motor. The results so obtained are compared for the control speed and position. This comparison is carried out under the same operating conditions (references, loads, disturbances) and in the same configuration of digital simulation (sampling time, duration of simulation).

*Résumé*-- Dans cet article, nous avons analysé le comportement du système de commande par un régulateur PI et à structure variable (CSV) pour diverses conditions de fonctionnement du moteur synchrone à aimants permanents. Les résultats ainsi obtenus sont comparés pour l'asservissement de vitesse et de position. Cette comparaison est effectuée dans les mêmes conditions de fonctionnement (consignes, charges, perturbations) et dans la même configuration de simulation numérique (pas d'échantillonnage, durée de la simulation).

Mots clés: MSAP, commande vectorielle, commande à structure variable.

### I. Introduction

Aujourd'hui, les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP) sont recommandés dans le monde industriel. Ceci est dû au fait qu'ils sont simples, fiables et moins encombrants que les moteurs à courant continu.

L'absence de découplage naturel entre l'inducteur et l'induit rend la commande du MSAP plus difficile, à l'opposé de sa simplicité structurelle.

Les lois de commande classique de type PI donnent de bons résultats dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires, ces lois peuvent être insuffisantes car elles ne sont pas robustes, surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont sévères. On doit faire appel à des lois de commande insensibles aux variations de paramètres, aux perturbations et aux non linéarités.

La commande CSV, qui par sa nature est une commande non linéaire, possède cette robustesse.

Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété de surfaces de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à suivre celle définie par l'équation de la surface [1]. Quand l'état est maintenu sur cette surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramètres tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

Dans ce travail, nous présentons le modèle du MSAP dans le repère de *Park*. Nous développons ensuite les lois de commande vectorielle PI et CSV pour l'asservissement en vitesse et en position du MSAP.

Pour évaluer les performances de ces deux techniques de commande, les résultats obtenus seront comparés dans les mêmes conditions de fonctionnement et pour la même configuration.

### II. Modélisation du MSAP

Le modèle du MSAP, exprimé dans le référentiel lié au rotor sous forme d'équations d'état avec les hypothèses simplificatrices habituelles [2], s'écrit :

٦

avec :

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ \Omega \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$F(X) = \begin{bmatrix} f_1(X) \\ f_2(X) \\ f_3(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 \cdot x_3 \\ b_1 \cdot x_2 + b_2 \cdot x_1 \cdot x_3 + b_3 \cdot x_3 \\ c_1 \cdot x_3 + c_2 \cdot x_1 \cdot x_2 + c_3 \cdot x_2 - C_r / J \end{bmatrix}$$

et:

$$a_{1} = -\frac{R_{s}}{L_{d}}; \ a_{2} = \frac{p \cdot L_{q}}{L_{d}}; \ b_{1} = -\frac{R_{s}}{L_{q}}; \ b_{2} = -\frac{p \cdot L_{d}}{L_{q}}$$

$$b_{3} = -\frac{p \cdot \phi_{f}}{L_{q}}; \ c_{1} = -\frac{f}{J}; \ c_{2} = \frac{p \cdot (L_{d} - L_{q})}{J}; \ c_{3} = \frac{p \cdot \phi_{f}}{J}$$

Les variables à contrôler sont le courant  $I_d\, et\,$  la vitesse mécanique  $\Omega$  .

$$Y(X) = \begin{bmatrix} y_1(X) \\ y_2(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(X) \\ h_2(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_d \\ \Omega \end{bmatrix}$$
(2)

### III. Commande vectorielle du MSAP

La stratégie de commande, la plus souvent utilisée, consiste à maintenir le courant  $I_d$  à une valeur nulle et à régler la vitesse et/ou la position par le courant  $I_q$  via la tension  $V_q$ . Pour la commande de vitesse ou de position du MSAP, on supposera donc  $I_d = 0$ , (figure 1).

Le contrôle du couple exige la connaissance des courants statoriques  $I_d\, et\,\, I_a$  .

La mise en place des boucles de courants a pour effet d'orienter en valeurs instantanées le vecteur courant statorique  $I_s$  par action sur ses composantes.





Figure.1: Commande vectorielle de la MSAP a) en vitesse b) en position

Pour assurer le découplage, on ajoute à la sortie des régulateurs des f.e.m  $(e_d, e_q)$  de compensation [3], tel que :

 $\int V_q = V'_q + e_q$ 

Avec :

$$\begin{bmatrix} V_{d} = V_{d} + e_{d} \\ e_{q} = p \cdot \Omega \cdot L_{d} \cdot I_{d} + p \cdot \Omega \cdot \phi_{f} \\ e_{d} = -p \cdot \Omega \cdot L_{q} \cdot I_{q} \end{aligned}$$
(4)

La figure 1 représente le schéma global de la commande vectorielle de la vitesse ou de la position. Pour les courants  $I_d$  et  $I_q$ , on choisit des régulateurs de type PI, tandis que pour la vitesse, on opte pour un régulateur de type IP.

Le régulateur de position à action proportionnelle, permettant de générer la vitesse de référence, est défini par:

$$\frac{\theta(p)}{\Omega(p)} = \frac{1}{P}$$
(5)

La constante de temps de position doit être 5 à 10 fois plus grande que celle de la vitesse [4]; ce qui permet de déterminer le coefficient  $K_{\theta}$  du régulateur de position.

### IV. Commande CSV du MSAP

La commande par modes glissants consiste à ramener la trajectoire d'état vers la surface de glissement et de la faire évoluer au dessus avec une certaine dynamique jusqu'au point d'équilibre [2].

La conception des régulateurs à modes glissants prend en charge les problèmes de stabilité et les performances désirées d'une façon systématique.

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes.

• le choix de la surface de glissement concerne non seulement le nombre nécessaire de surfaces, mais également leur forme et ce en fonction de l'application et de l'objectif visé. Ainsi, la surface S(x) représente-t-elle le comportement dynamique désiré du système. JJ Slotine [5] propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement assurant la convergence d'une variable vers sa valeur désirée :

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x\right)^{r-1} e(x)$$
(6)

avec:

(3)

e(x) : Écart de la variable à régler  $e(x) = x_{ref} - x$ 

- $\lambda_x$ : Constante positive qui interprète la bande passante du contrôle désiré.
- r : Degré relatif, égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande.

S(x) = 0: Une équation différentielle linéaire dont

l'unique solution est e(x) = 0.

• la condition de convergence est la première condition qui permet à la dynamique du système de converger vers les surfaces de glissement. Il s'agit de formuler une fonction scalaire positive V(x)>0 pour les variables d'état du système. Elle est définie par la fonction de Lyaponov suivante [6]:

$$V(x) = \frac{1}{2}S^{2}(x)$$
(7)

Pour que la fonction de Lyaponov décroisse, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci est vérifié si :

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{S}(\mathbf{x}) < 0 \tag{8}$$

• la commande est calculée pour ramener la variable contrôler vers la surface et, ensuite, vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants. On pose donc

$$U(t) = U_{eq} + U_n$$

 $U_{eq}$ : correspond à la commande équivalente proposée par *Utkin* [3]. Elle est calculée en supposant que le comportement du système durant le mode de glissement est décrit par :

$$\mathbf{\hat{S}}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \tag{10}$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne modulée, grandeur continue que prend la commande lors de la commutation rapide entre  $U_{min}$  et  $U_{max}$  [6], [7].

La commande non linéaire  $U_n$  est déterminée pour garantir l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface de glissement et satisfaire la condition de convergence [1].

La fonction la plus simple est sous forme de relais

$$\begin{cases} U_n = k \cdot sig \, n \, S(x) \\ k > 0 \end{cases}$$
(11)

Un " k " élevé peut provoquer le phénomène de chattering qui peut être réduit en remplaçant la fonction relais par une fonction continue (lisse), définie par [1].

$$U_{n} = k \cdot \frac{S(x)}{|S(x)| + \lambda}$$
(12)

où  $\lambda$  est un paramètre définissant le degré d'atténuation des oscillations.

## IV.1 Synthèse de la CSV pour l'asservissement de la vitesse

Le réglage par mode de glissement utilise le principe de la méthode de réglage en cascade (Stratégie de réglage à trois surfaces).

### a) Réglage de la vitesse

Comme la poursuite de vitesse est imposée par la commande de  $I_{qref}$  et que la surface  $S(\Omega)$  doit être de degré relatif d'ordre 1, alors l'erreur de réglage est choisie comme surface :

$$S(\Omega) = \Omega_{\rm ref} - \Omega \tag{13}$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\overset{\bullet}{\mathbf{S}}(\Omega) = -\mathbf{c}_1 \cdot \Omega + \frac{\mathbf{C}_r}{\mathbf{J}} + \overset{\bullet}{\mathbf{\Omega}}_{ref} - (\mathbf{c}_2 \mathbf{I}_d + \mathbf{c}_3) \cdot \mathbf{I}_q \quad (14)$$

où :

 $\Omega_{ref}\;$  désigne la dérivée temporelle de la référence de vitesse. La sortie du régulateur de vitesse sera donc :

$$I_{qref} = \frac{-c_1 \cdot \Omega + \frac{C_r}{J} + \Omega_{ref}}{(c_2 I_d + c_3)} + K_{\omega} SignS(\Omega)$$
(15)

La commande de I<sub>aref</sub> n'existe que si la valeur du

courant 
$$I_d$$
 est différente de la valeur  $\left(-\frac{c_3}{c_1}\right)$ .

### **b)** Réglage du courant I<sub>d</sub>

La surface de glissement est la suivante :

$$S(I_d) = I_{dref} - I_d$$
(16)

La dérivée de cette surface est donnée par l'expression :

$$\mathbf{S}(\mathbf{I}_{d}) = \mathbf{I}_{dref} - \mathbf{a}_{1} \cdot \mathbf{I}_{d} - \mathbf{a}_{2} \cdot \mathbf{I}_{q} \cdot \mathbf{\Omega} - \frac{1}{\mathbf{L}_{d}} \mathbf{v}_{d}$$
(17)

La commande à la sortie du régulateur sera :

$$\mathbf{v}_{d}^{*} = \frac{\underbrace{(\mathbf{I}_{dref} - \mathbf{a}_{1} \cdot \mathbf{I}_{d} - \mathbf{a}_{2} \cdot \mathbf{I}_{q} \cdot \mathbf{\Omega})}{\mathbf{L}_{d}} + k_{d} \operatorname{signS}(\mathbf{I}_{d}) \quad (18)$$

### c) Réglage du courant I<sub>a</sub>

La valeur de  $I_{qref}$  à la sortie du régulateur de vitesse est comparée à celle mesurée. L'erreur résultante sera corrigée par un régulateur fonctionnant en mode de glissement.

La surface de cette régulation est :

$$S(I_q) = I_{qref} - I_q$$
(19)

Sa dérivée est :

$$\mathbf{S}(\mathbf{I}_{q}) = \mathbf{I}_{qref} - \mathbf{I}_{q}$$
(20)

La commande  $v_q^*$  à l'entrée de l'onduleur sera :

$$\mathbf{v}_{q}^{*} = \frac{(\mathbf{I}_{qref} - \mathbf{b}_{1}\mathbf{I}_{q} - \mathbf{b}_{2}\mathbf{I}_{d}\cdot\mathbf{\Omega} + \mathbf{b}_{3}\cdot\mathbf{\Omega})}{\mathbf{L}_{d}} + \mathbf{k}_{q}\mathrm{signS}(\mathbf{I}_{q})(21)$$

où

 $k_d$  et  $k_q$  sont des constantes positives.

Pour le choix des coefficients des régulateurs, le coefficient  $k_q$  est imposé de telle façon que la boucle du courant soit très rapide par rapport à celle de la vitesse [2].

 $k_d$  est choisi de façon à assurer la rapidité et la stabilité du système à régler [2].

Le schéma global de la commande pour l'asservissement de vitesse est présenté à la figure 2.



Figure.2: Structure de commande de la vitesse pour la MSAP

# IV.2 Synthèse de la CSV pour l'asservissement de la position

La CSV pour la position est élaborée à partir d'une variété de glissements de type une droite :

$$S(\theta) = R_1 \cdot e_{\theta} + R_2 \cdot e_{\theta}$$
(22)

avec:  $e_{\theta} = \theta_{ref} - \theta$ 

 $e_{\theta}$  la dérivée de l'erreur de position.

R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> sont les paramètres de la variété de glissements.

On utilise un asservissement à structure variable de position qui génère le courant de référence. L'asservissement de vitesse ne figure plus sur le schéma de commande (figure3). Par contre, la CSV utilise l'information sur la vitesse (un retour tachymétrique existe).

La condition nécessaire et suffisante pour l'obtention d'un régime glissant sur  $S(\theta)$  est que  $R_1$  et  $R_2$  doivent être positifs. Le rapport  $R_2/R_1$  détermine la constante de temps du régime glissant sur la variété et, par conséquent, la rapidité du système commandé [8].

L'utilisation de la commande, rendue continue (lisse) ,diminue considérablement l'amplitude des oscillations de hautes fréquences (dues aux commutations autour de la variété de glissements). Pour cette raison, la commande pour l'asservissement de position est composée uniquement d'une partie commande rendue continue. Ceci d'autant plus vrai que l'addition d'une commande équivalente pour cet asservissement ne modifie pas la réponse en position [8].



Figure.3: Structure de commande de la position du MSAP

### IV.3 Estimation du couple de charge

Le couple de charge est difficilement mesurable ce qui nous oblige à estimer sa valeur dans l'expression de  $\rm I_{qref}$  .

La méthode proposée par *le Pioufle* permet d'estimer en temps réel le couple de charge [1]. La figure 4 illustre le principe de l'estimation.



Figure.4: Estimation du couple de charge

L'erreur entre la vitesse mesurée et la vitesse estimée est présentée comme entrée d'un régulateur PI dont la sortie est:

$$\hat{C}_{r} = \frac{1 + \frac{k_{1}}{k_{2}}P}{1 + \frac{1 + k_{1}}{k_{2}}P + \frac{1}{k_{2}}P^{2}}C_{r}$$
(23)

 $k_1$  et  $k_2$  sont déterminés par une imposition des pôles.

### V. simulation

### a) Asservissement de vitesse

La figure.5 présente les réponses en vitesse et en couple pour la CV classique et la CSV pour une inversion de sens de rotation de 230rd/s à-230rd/s à t=0.3s avec l'application et l'annulation du couple de charge Cr = 5Nm à t=0.1s et t=0.2s respectivement.

Cet essai montre que la CSV est meilleure que la CV du point de vue du temps de réponse et de la rejection des perturbations de la charge. Pour le couple, il existe des oscillations à hautes fréquences et grande amplitude qui peuvent détériorer le fonctionnement normal du moteur pour les deux commandes.

Dans la figure.6, des consignes sinusoïdales sont appliquées pour tester la robustesse des deux types de commande dans la poursuite. On remarque que la CSV suit de près la consigne même après l'application de la charge à t=0.1s. Par contre, la réponse de la CV est détériorée avec l'existence du retard et d'une erreur d'amplitude très importante. La figure.7 montre la comparaison entre la CV et la CSV pour une inertie de J =  $J_n \pm 0.5 J_n$ .On remarque la supériorité de la CSV par rapport à la CV exprimée par une meilleure poursuite de vitesse en régime permanent.

### b) Asservissement de position

La fig.8 montre l'inversion de position de 360° à -360°. On observe que le temps de réponse de la CSV est plus rapide que celui de la CV. Le couple pour le cas de la CSV est caractérisé par un pic après l'instant de l'inversion de position. La fig.9 montre que l'effet de la charge est plus remarqué dans la CV par contre à la CSV. La variation de J influe beaucoup plus sur la réponse de vitesse du moteur commandé par la CV d'après la fig.10.



Figure.5: Réponses de la MSAP aux variations de la charge 5Nm(t=0.1,t=0.2s)et inversion de la vitesse 230rd/s



Figure.5: Réponses de la MSAP aux variations de la charge 5Nm(t=0.1,t=0.2s)et inversion de la vitesse 230rd/s(suite)



Figure. 6: Poursuite d'une trajectoire de vitesse



Figure.7: Fonctionnement lors du variation du moment d'inertie du moteur  $(J{=}J_n{+}~0.5$  .  $J_n$  ,  $J{=}J_n$   $J{=}J_n{-}~0.5$  .  $J_n)$ 



Figure. 9: Démarrage à vide et application d'une charge de 5Nm à t=0.2s



Figure.10: Fonctionnement lors des variations du moment d'inertie du moteur  $(J=J_n+0.5 . J_n , J=J_n J=J_n-0.5 . J_n)$ 

### Conclusion

Dans cet article, nous avons analysé les propriétés statiques et dynamiques de la commande vectorielle et de la commande CSV par comparaison des résultats obtenus pour l'asservissement de la vitesse et de la position.

Concernant la CSV, le choix convenable des surfaces de commutation permet d'obtenir de très bonnes performances grâce à la nature de la CSV qui s'adapte bien aux systèmes non linéaires.

Nos résultats de simulation montrent la rapidité et la robustesse de la CSV vis-à-vis des perturbations dues à l'application du couple de charge et aux variations paramétriques du moteur.

D'autre part, la poursuite de vitesse et de position sans dépassement, le découplage, la stabilité et la convergence vers l'équilibre sont assurés sur toute la plage de variations.

Les résultats obtenus avec la CSV sont meilleurs comparativement au réglage classique CV.

### Paramètres du moteur

$$\begin{split} & L_d = 4mH, \ L_q = 2.8mH, \ \varphi_f = 0.12Wb, \ p = 4, \\ & J = 1.1.10^{-3}\,Kg.m^2 \,, \quad f = 1.4.10^{-3}\,Nm.s.rd^{-1}, \\ & C_r = 8.5Nm, \,R_s = 0.6\Omega, \ I_{qn} = 20A, \ \Omega = 230rd/s \end{split}$$

### Liste des symboles

MSAP	Moteur synchrone à aimants permanents
0d,0q	Repère de Park (lié au rotor)
CSV	Commande à structure variable
CV	Commande vectorielle
MLI	Modulation de largeur d'impulsion
R <sub>s</sub>	Résistance statorique [ $\Omega$ ]
f	Coefficient de frottement visqueux [Nm/rad/s]
J	Moment d'inertie de l'entraînement [kg.m <sup>2</sup> ]
р	Nombre de paires de pôles
Ω	Vitesse de rotation mécanique [rad/s]
$\Omega_{\text{ref}}$	La vitesse de référence [rad/s]
ω	Pulsation électrique des courants statorique [rad/
Т	Matrice de Park normalisée
C	Couple électromagnétique [Nm]

s]

C<sub>e</sub> Couple électromagnétique [Nm]

C <sub>r</sub>	Couple mécanique résistant [Nm]
$\theta_{ref}$	La position de référence [rad]
θ	La position réelle [rad]
K <sub>θ</sub>	Gain du régulateur de position
$V_d, V_q$	Tensions statoriques du repère de Park [V]
$I_d, I_q$	Courants statoriques du repère de Park [A]
$L_d, L_q$	Inductance du stator les axes d,q [H]
$\phi_{\rm f}$	Flux des aimants [Wb]
U	Vecteur de commande
U <sub>eq</sub>	La commande équivalente [V]
U <sub>n</sub>	La commande discontinue [V]
$S(\Omega)$	La surface de glissement de la vitesse [rad/s]
S(θ)	La surface de glissement de la position [rad]
$S(I_d)$	La surface de glissement du courant $I_d$ [A]
Р	Opérateur de Laplace $(=\frac{d}{dt})$
I <sub>qeq</sub>	Le courant de référence suivant l'axe q [A]
I <sub>dref</sub>	Le courant de référence suivant l'axe d [A]
$S(I_q)$	La surface de glissement du courant $I_q$ [A]
$R_1, R_2$	Les paramètres de la variété de glissements

 $K_{\omega}, K_{d}$  ,  $K_{q}\,$  Les paramètres de la commande par mode de glissement

U<sub>min</sub>, U<sub>max</sub> Les commandes minimale, maximale, [V]

### Références

[1] A.Meroufel "Commande par mode de glissement d'une machine synchrone à aimants permanents alimentée par un onduleur de tension à MLI", conférence on electrical engineering 10-11 décembre 2002 ; université de Batna.

[2] B. Belabbes "Etude comparative de la CSV et la commande non linéaire pour l'asservissement de vitesse d'un moteur synchrone à aimants permanents ", conférence on Electrical Engineering 10-11 décembre 2002, université de Batna.

[3] M.Boussak, R. Pilioua-Sendo "Commande vectorielle sans capteur mécanique avec l'estimation de la position initiale des servomoteurs synchrones à aimants", 16<sup>éme</sup> journées Tunisiennes d'Electrotechnique et d'automatique, Hammamet Tunisie, 8 et 9 Novembre 1996.

[4] C.Canudas de wit "Modélisation contrôle vectoriel et DTC (commande des moteurs asynchrones1) "Volume1.Paris Hermes Science Publication, 2000.

[5] V.I.Utkin "Sliding mode in controle optimisation" springer-verlag, Berlin 1992.

[6] H.Buhler "Réglage par mode de glissement", presse polytechnique romande 1986.

[7] V.I.Utkin "Sliding mode control design principles and application to electric drives", IEEE Trans On Elect, Vol 40 feb93, pp23-36.

[8] IT. Zaharieva "Les algorithmes de CSV appliqués un moteur synchrone autopiloté pour le contrôle en vitesse et en position ", thèse L'INSA, Toulouse, 1998.