

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche scientifique



Université Mohamed Khider Biskra

Faculté des Sciences et de la Technologie

Département de Génie Mécanique

Filière : Génie Mécanique

**Option:** Systèmes énergétique et développement durable

Réf:.....

**Mémoire de Fin d'Etudes**

**En vue de l'obtention du diplôme de:**

**MASTER**

*Thème*

Modélisation d'un échangeur  
air/sol dont le but de  
rafraichissement des locaux

**Présenté par :**

Mr : Belloufi Yousef

**Proposé et dirigé par :**

Pr : Atmani Rachid

**Promotion : Juin 2012**

## Remerciements

En déposants ce mémoire, je tien à remercier et à présenter mon gratitude en premier lieu à mon encadreur le Pr ATMANI RACHID pour la qualité du thème qu'il me a proposé, pour ses conseils judicieux et pour m'avoir procuré la documentation.

Ma reconnaissance va particulièrement à mes enseignants Pr MOUMMI NOUREDDINE, Dr BRIMA ABDELHAFID pour toute l'aide qui j'ai apporté et ses conseils fructueux afin de m'orienter dans mon travail.

Il m'est agréable de remercier mes enseignants du département de génie mécanique qui ont contribués à mon formation, ainsi que le laboratoire de génie mécanique à l'université de Biskra.

Son oublie toutes les personnes qui m'ont généreusement approché soutien moral ou autre.

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à :*

Ma très chère et douce mère, Mon très cher père à qui  
m'adresse au ciel les vœux les plus ardents pour la conservation  
de leur santé et de leur vie.

*Je le dédie également:*

*A mes frères.*

*A toute ma famille.*

*A mes collègues.*

*A chaque cousins et cousines.*

*A toutes la promotion de génie mécanique : 2011-2012*

# SOMMAIRE

Remerciement	
Nomenclature	
Liste des figures	
Introduction	1

## ***I. Généralités***

I.1 Définitions	2
I.1.1 Champ de température	2
I.1.2 Gradient de température	2
I.1.3 Les écoulements	2
I.1.3.1 Ecoulements permanents et non permanents	2
I.1.3.2 Ecoulements établis et non établis	3
I.2. Modes de transferts thermiques	4
I.2.1. La conduction	4
I.2.2 La convection	5
I.2.3. Rayonnement	6
I.2.4. Bilan thermique	7
I.3 La géothermie	7
I.3.1 Histoire de la géothermie	7
I.3.2 Première installation opérationnelle	8
I.3.1. Structure interne du globe	8
I.3.2 Définition de la géothermie	9
I.3.3 Les types de géothermie	10
I.3.3.1 La géothermie haute et moyenne énergie	10
I.3.3.2 La géothermie basse énergie	10
I.3.3.3 La géothermie très basse énergie	11
I.3.4 Les avantages et les inconvénients de la géothermie	11
I.3.4.1 Les avantages	11
I.3.4.2 Les inconvénients	11

## ***II. Les procédés de la géothermie***

II.1 Puits canadien	12
II.1.1 Principe de fonctionnement	12
II.1.2 Caractéristiques des tubes	13
II.1.2.1 Nombre de tubes	13
II.1.2.2 Longueur de chaque tube	13
II.1.2.3 Diamètre des tubes	13
II.1.2.4 Disposition des tubes	13
II.1.2.5 Profondeur d'enfouissement des tubes	14
II.1.2.6 Espacement entre les tubes	14
II.1.2.7 Pente du conduit	15
II.1.2.8 Matériau constitutif des tubes	15
II.1.2.9 Zone à risque radon	15
II.1.2.10 Traitement antimicrobien	15
II.1.2.11 Entretien du puits	15
II.1.3 Système d'évacuation des condensats	16
II.1.3.1 Présence d'un sous-sol	16
II.1.3.2 Absence de sous-sol	17
II.1.4 Dimensionnement et mise en œuvre pour entrée l'air pure	17
II.1.5 Conclusion	18
II.2 Pompe à chaleur géothermique	18
II.2.1 Définition	18
II.2.2 Fonctionnement	19
II.2.3 Principe thermodynamique	20
II.2.4 Différentes sources froides	21
II.2.4.1 L'air extérieur	21
II.2.4.2 L'air intérieur	21
II.2.4.3 Le sol	21
II.2.4.4 L'eau	22
II.2.5 Les différents types des PAC géothermique	22
II.2.6 Mode de fonctionnement hivernal (chauffage)	23
II.2.7 Mode de fonctionnement estival (rafraîchissement)	24

II.2.8 Mode de fonctionnement réversible	24
--	----

### ***III. Formulation mathématique***

III.1 Le modèle thermique du sol	26
III.1.1 Cas de la température à la surface du sol $T_s$ constante	26
III.1.1.1 La profondeur de pénétration de la chaleur	30
III.1.2 Cas du flux de chaleur à la surface du sol $\varphi_s$ constant	33
III.1.2.1 La profondeur de pénétration de la chaleur	35
III.1.3 Température à la surface du sol variable	37
III.2 Le modèle thermique de l'échangeur horizontal air-sol	40
III.2.1 Température de l'air dans le tube	41
III.2.2 Quantité de chaleur échangée avec le sol le long du tube	43

### ***IV. Résultats et discussions***

IV.1.1 Cas de la température à la surface du sol constante	44
a. Température dans le sol	44
b. La profondeur de pénétration de la chaleur	45
III.1.2 Cas du Flux de chaleur à la surface du sol constant	45
a. Température dans le sol	45
b. La profondeur de pénétration de la chaleur	46
IV.1.3 Cas de la température à la surface du sol variable	47
a. Température à la surface du sol	47
b. Température à l'intérieur du sol	47
IV.2 Le modèle thermique de l'échangeur air-sol	48
IV.2.1 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes valeurs de température du sol ( $T_s$ )	48
IV.2.2 La chute de température de l'air dans le tube pour différents valeurs de l'épaisseur ( $e$ ) de la gaine	49
IV.2.3 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes valeurs de la conductivité thermique ( $\lambda$ ) de la gaine	49
IV.2.4 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes températures de l'air entrant $T_{ae}$	50

IV.2.5 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes vitesses (u) de l'air dans la gaine	51
IV.2.6 La chute de température de l'air dans le tube pour différents rayons (r) de la gaine	51
IV.2.7 La chute de température de l'air dans le tube pour différents rayons du sol (r sol)	52
IV.2.7 La variation de la quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur le long du tube	53
Conclusion	54
Références bibliographiques	55

## Nomenclature

N°	Symbole	Désignation	unité
01	$T$	Température	degré
02	$\varphi$	Flux de chaleur	W
03	D	Dérivée particulaire	-
04	d	Dérivée totale	-
05	$\lambda$	Conductivité thermique	W/(m.degré)
06	$h$	Coefficient d'échange de chaleur par convection	W/(m <sup>2</sup> .degré)
07	$S$	Surface d'échange	m <sup>2</sup>
08	$T_{\infty}$	Température du fluide	degré
09	$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67 \times 10^{-8}$ )	W m <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup>
10	$e$	Facteur d'émission de la surface	-
11	$T_i$	Température initiale du sol avant l'échauffement	degré
12	t	Temps	s
13	$z$	Profondeur dans le sol	m
14	$\alpha$	Diffusivité du sol en [m <sup>2</sup> /s]	m <sup>2</sup> /s
15	$\rho$	Masse volumique du sol en	kg/m <sup>3</sup>
16	$C_p$	Chaleur massique du sol	j/kg.degré
17	$T_s$	Température à la surface du sol	degré
18	$\delta$	Profondeur de pénétration de la chaleur	m
19	erf	Erreur de Gauss	-
20	$T_{moy}$	Température moyenne du jour	degré
21	$T_{sol}$	Température du sol	degré
22	$R$	Résistance thermique	m. °K/W
23	$m$	Masse d'air	kg
24	$c_{p\ air}$	Chaleur massique de l'air	j/kg.degré
26	$R_{itot}$	la résistance thermique totale par unité de longueur	°K/W
26	$x$	Longueur du tube	m
27	$T_{ae}$	Température de l'air à l'entrée du tube	degré
28	$u$	Vitesse de l'air dans le tube	m/s
29	$r$	Rayon intérieur du tube enterré	m
30	$r_1$	Rayon extérieur du tube enterré	m
31	$r_{sol}$	Rayon de la couche adiabatique du sol	m
32	$q^+$	quantité de chaleur échangée de l'air dans le tube vers le sol	w



# LISTE DES FIGURES

## *Chapitre I*

Fig I.1 : Ecoulement permanent non établi	3
Fig I.2 : Ecoulement permanent établi	3
Fig I.3 : Les trois modes de transferts de chaleur	4
Fig I.4 : schéma représentatif du phénomène de conduction	4
Fig I.5 : schéma représentatif du phénomène de convection	5
Fig I.6 : schéma représentatif de phénomène de rayonnement	6
Fig I.7: Schéma de la structure interne du globe	9

## *Chapitre II*

Fig II.1 : Schéma simplifié d'un puits canadien	12
Fig II.2 : Schéma de fonctionnement été-hiver	13
Fig II.3 : Différents circuits pour l'implantation des tubes	14
Fig II.4 : La méthode de l'emplacement du tube de l'échangeur	15
Fig II.5 : schéma de Système d'évacuation des condensats dans le sous-sol	16
Fig II.6 : schéma de Système d'évacuation des condensats à l'absence sous-sol	17
Fig II.7 : Schéma représentatif de la prise d'entrée de l'air neuf	17
Fig II.8 : Les trois principales composantes d'un système PCG	19
Fig II.9 : Principe de fonctionnement d'une PAC	19
Fig II.10 : Schéma de principe d'une machine thermodynamique	20
Fig II.11 : Exemple de système géothermique à boucle ouverte	22
Fig II.12 : Exemple de système géothermique à boucle fermée	23
Fig II.13 : Exemple de dimensionnement en mode chauffage	23
Fig II.14 : Exemple de dimensionnement en mode rafraîchissement	24
Fig II.15 Exemple de dimensionnement en mode réversible	24

## *Chapitre III*

Fig. III.1 : Le transfert de chaleur dans le sol dont la température constante à la surface	26
Fig. III.2 : Fonction erf( $\eta$ )	29
Fig. III.3 : variation de la température à l'intérieur du sol dont la température constante à la surface	30

Fig. III.4 Le transfert de chaleur dans le sol cas du flux constant à la surface.	33
Fig. III.4 Le transfert de chaleur dans le sol cas de température variable à la surface	37
Fig. III.5 Le transfert de chaleur entre l'échangeur et le tube coupe longitudinale et radiale	41

## *Chapitre IV*

Fig IV.1 : variation de la température pour l'intérieur du sol pour différents temps	44
Fig IV.2 : variation de la température $\theta = \frac{T-T_i}{T_s-T_i}$ pour différents temps	44
Fig IV.3 : variation de la profondeur z en fonction du temps pour le cas de température constante à la surface	45
Fig IV.4 : variation de la valeur $\theta_2$ pour différents temps	46
Fig IV.5 : variation de la profondeur z en fonction du temps pour le cas flux de chaleur constante à la surface	46
Fig. IV.6 Evolution de la température ambiante (°C) sur une journée d'été	47
Fig. IV.7 Température journalière d'un sol à différentes profondeurs (z)	47
Fig IV.8 : Courbes de $T_a(x)$ pour différentes $T_{sol}$	48
Fig IV.9 : Courbes de $T_a(x)$ pour différents épaisseurs de la gaine	49
Fig IV.10 : Courbes de $T_a(x)$ pour différentes $\lambda_{gaine}$	49
Fig IV.11 : Courbes de $T_a(x)$ pour différentes $T_{ae}$	50
Fig IV.12 : Courbes de $T_a(x)$ pour différentes vitesses de l'air dans la gaine	51
Fig IV.13 : Courbes de $T_a(x)$ pour différents rayons de la gaine	51
Fig IV.14 : Courbes de $T_a(x)$ pour différents rayons du sol	52
Fig IV.15 : Courbe de q/l (w/m) le long du tube	53

# INTRODUCTION

En Algérie comme ailleurs dans le monde, la demande d'électricité due à la climatisation est en forte augmentation, surtout à la période d'été. Pour limiter ce développement, il s'agit d'une part de mettre en œuvre des mesures architecturales et constructives adéquates (réduction des gains solaire), et d'autre part des techniques de rafraîchissement.

Le sol constitue un potentiel thermique très important qui peut être exploité dans la climatisation. La récupération de l'énergie thermique du sol se fait essentiellement à travers des échangeurs de chaleur enterrés.

Nous nous intéresserons ici à la technique de rafraîchissement utilisant l'échangeur air-sol (appelé en France puits canadien ou encore puits provençal), son principe est simple, on fait passer l'air de renouvellement, avant qu'il n'entre dans la maison, dans un tube enterré. En hiver, l'air est ainsi préchauffé car le sol est plus chaud que l'air extérieur. En été, l'air est rafraîchi car c'est le phénomène inverse qui se produit.

Notre travail se compose de quatre axes principaux :

- Chapitre I expose Des généralités sur les écoulements puis les modes de transfert thermique, et la géothermie en historique et ses divers types.
- Le deuxième chapitre : concerne les procédés de la géothermie et comment retirer l'énergie contenue dans le sol par diverses techniques, soit par le puits canadien ou les pompes à chaleur.
- Le chapitre III est consacré au calcul mathématique. Dans sa première partie on étudie la profondeur de pénétration de la chaleur dans le sol en utilisant l'équation de la chaleur en mode conductif pour un enfouissement idéal et moins coûteux de l'échangeur. En deuxième partie : Nous proposerons une corrélation analytique à partir du bilan thermique en mode convectif Pour trouver la température en tout point le long du tube horizontal enterré.
- Enfin, dans le quatrième chapitre : des résultats de simulation sont présentés pour illustrer le développement des équations théoriques présentées dans le chapitre précédent.

## I. Généralités

### I.1 Définitions

#### I.1.1 Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température :  $T = f(x,y,z,t)$ . La valeur instantanée de la température en tous points de l'espace est un scalaire appelé champ de température.

#### I.1.2 Gradient de température

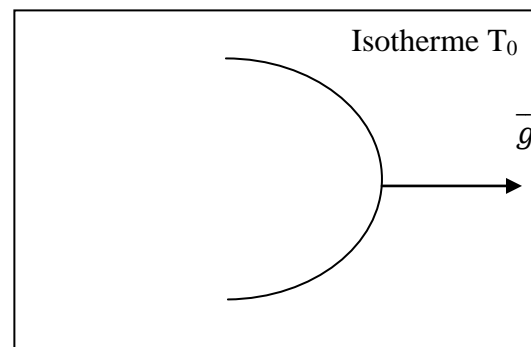
Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température [1]:

$$\overrightarrow{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial n} \vec{n}$$

Avec :

$\vec{n}$  : Vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$  : Dérivée de la température le long de la normale.



#### I.1.3 Les écoulements

##### I.1.3.1 Ecoulements permanents et non permanents

En général les propriétés du fluides (propriétés physiques ou cinématiques) en un point donnée de l'espace varient avec le temps, l'écoulement est appelé non permanent ou instationnaire.

Parfois ces propriétés en un point fixe ne varient pas avec le temps, (les particules qui passent successivement en ce point y présentent donc les mêmes propriétés), l'écoulement est alors appelé permanent ou stationnaire. La description

d'une propriété quelconque d'un tel mouvement correspond à une forme simple telle que :

$$Q=q(r) \text{ ou } Q=q(x, y, z)$$

Quand l'écoulement est permanent, les trajectoires sont des courbes fixes, confondues avec les lignes de courant, et les lignes d'émission.

Enfin il existe une très importante catégorie d'écoulements non permanents, dont cependant en un point fixe, les propriétés moyennes temporelles sont constantes .il est alors possible de trouver un intervalle de temps  $t$  assez grand tel que les quantités moyennes de la formes :

$$\bar{q} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} q dt$$

Sont indépendantes de l'instant initial  $t$  choisi.

Ces écoulements sont appelés permanents en moyenne. On en définira aisément par exemple le vecteur vitesse moyenne  $\bar{\vec{v}}$ , dont les projections sont  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ , indépendantes du temps.

### I.1.3.2 Ecoulements établis et non établis

Si on considère l'écoulement dans une conduite cylindrique qui fait suite à un réservoir, après un coude ou plus généralement une singularité, dans une première partie de la conduite, l'écoulement évolue le long de celle-ci, il est non établi (fig I.1). Après un certain parcours les caractéristiques cinématiques n'évoluent plus d'une section droite à l'autre, l'écoulement est alors établi (fig I.2).

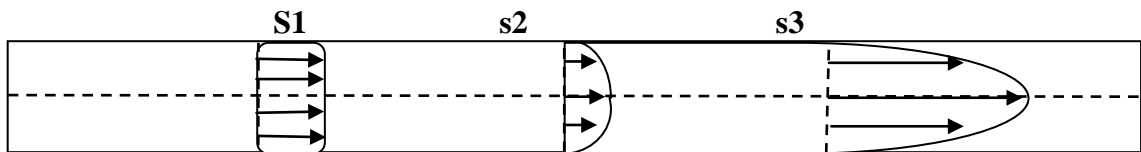


Fig I.1: Ecoulement permanent non établi

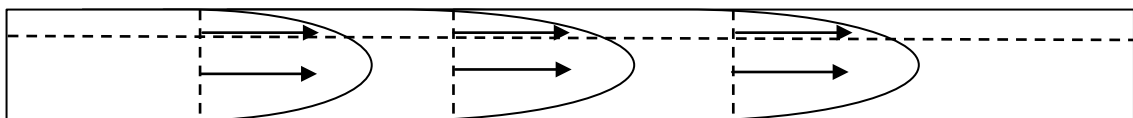


Fig I.2: Ecoulement permanent établi

La notion d'écoulement permanent est une notion temporelle tandis que la notion d'écoulement établi est une notion spatiale [2].

## I.2. Modes de transferts thermiques

Il existe trois modes essentiels de transferts de chaleur : la conduction, le rayonnement et la convection.

Exemple

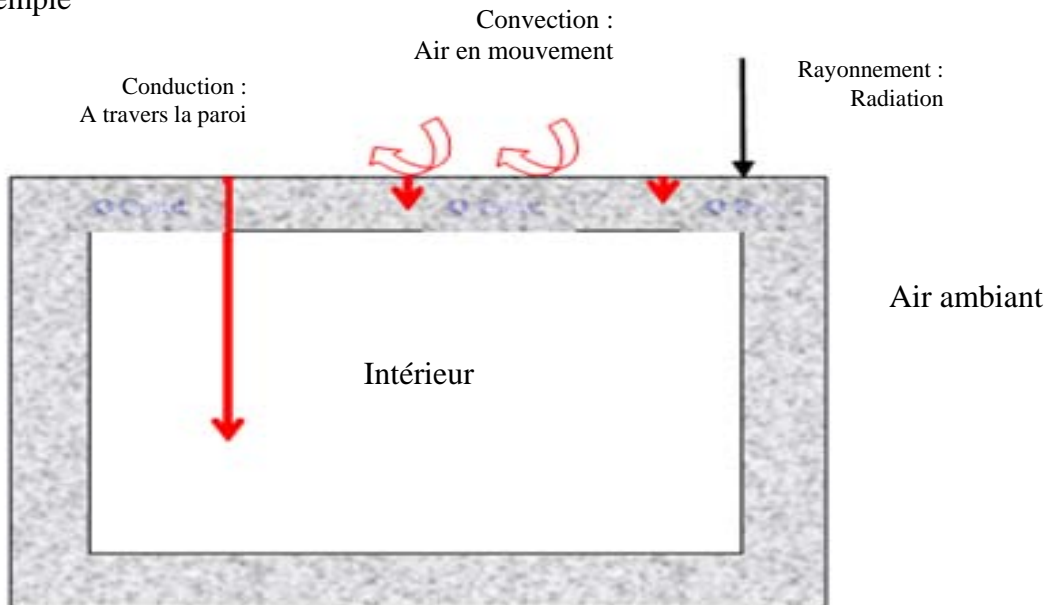


Fig I.3 : Les trois modes de transferts de chaleur.

### I.2.1. La conduction

C'est la transmission de la chaleur au sein de la masse d'un corps solide, des points les plus chauds vers les points les moins chauds, par suite du contact des particules entre elles et sans déplacement apparent de matière.

Exemple : Transmission de la chaleur à travers une paroi, dont les températures des deux faces sont différentes. La chaleur se propage de la face la plus chaude vers la face la moins chaude.

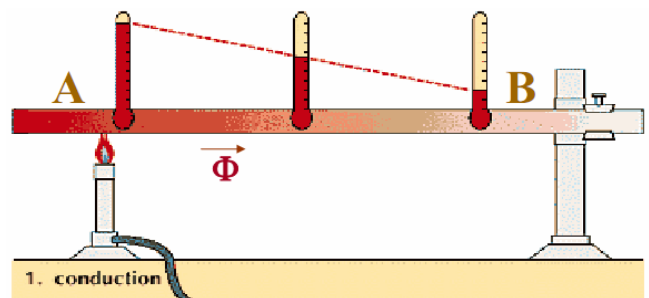


Fig I.4 : schéma représentatif du phénomène de conduction

Pour un régime permanent, la quantité de flux de chaleur échangé entre deux points d'un corps de températures différentes est exprimée par la loi de Fourier.

$$\vec{\varphi} = -\lambda \cdot S \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T$$

Avec :

$\varphi$  : Flux de chaleur en W.

$\lambda$  : Conductivité thermique en W/(m.degré).

$T$  : Température en degré.

$S$  : Surface d'échange en m<sup>2</sup>.

### I.2.2 La convection

C'est le mode de transmission de chaleur qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux.

On le trouve dans l'échange qui a lieu entre une paroi et un fluide.

**Convection forcée :** On distingue la convection forcée, dans laquelle le mouvement du fluide est dû à l'action d'une pompe, d'un ventilateur ou d'une cheminée placée dans le circuit.

**Convection naturelle :** la convection naturelle, dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles-mêmes dues à des différences de températures existant dans le fluide.

Le flux de chaleur échangé entre un fluide mis en contact avec une paroi de température différente est donné par la loi de Newton.

$$\varphi = h \cdot S \cdot (T_p - T_\infty)$$

Avec

$h$  : Coefficient d'échange de chaleur par convection, en W/(m<sup>2</sup>.degré)

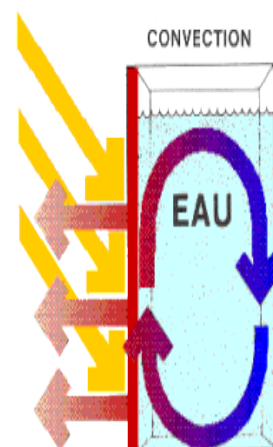


Fig I.5 : schéma représentatif du phénomène de convection

$T_p$  : Température de la paroi, en degré

$T_\infty$ : Température du fluide, en degré

$S$  : Surface d'échange en  $m^2$ .

### I.2.3. Rayonnement

Le rayonnement thermique est le mode de transmission par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à un autre plus froid, les deux corps ne se touchent pas, mais ils sont séparés par un milieu transparent tel l'air, ou le vide. Il s'agit d'un rayonnement électromagnétique, mais limité aux longueurs d'onde du "rayonnement thermique", dont l'absorption par certains corps a la pro  
ou en partie) "l'énergie radiante" en chaleur ou plus exactement en énergie calorifique.

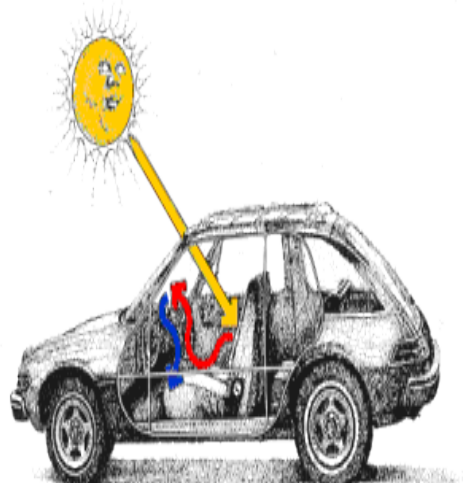


Fig I.6 : schéma représentatif de phénomène de rayonnement

En conséquence, l'énergie émise par rayonnement d'une surface  $S$  est donnée par l'équation de Stefan-Boltzmann :

$$\varphi = \sigma \cdot e \cdot S \cdot (T_p^4 - T_\infty^4)$$

Avec

$\sigma$  : Constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ ).

$e$  : Facteur d'émission de la surface.

$T_p$  : Température de la paroi, en degré

$T_\infty$  : Température du milieu ambiant, en degré

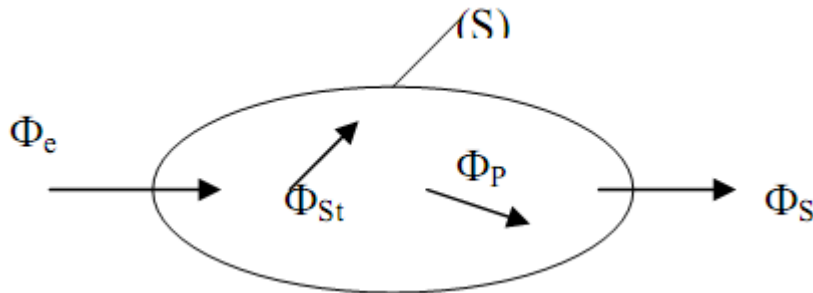
$S$  : Aire de la section en  $m^2$

Exemple : Le soleil transmet la chaleur à la terre par rayonnement [3].



## I.2.4. Bilan thermique

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être [4]:



$\Phi_{st}$  : Flux de chaleur stocké dans le système (S)

$\Phi_p$  : Flux de chaleur produit dans le système (S)

$\Phi_e$  : Flux de chaleur entrant dans le système (S)

$\Phi_s$  : Flux de chaleur sortant dans le système (S)

Si on applique le principe des bilans thermique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\Phi_e + \Phi_p = \Phi_{st} + \Phi_s$$

Production + Echanges = Stockage.

## I.3 La géothermie

### I.3.1 Histoire de la géothermie

À la fin du 17<sup>e</sup> siècle, à Paris, le physicien et chimiste Lavoisier observe la constance de la température dans le sol. En 1860, Lord Kelvin découvre que la variation de température à une profondeur de 8.1 mètres (26.6 pieds) est de 1/20 par rapport à la température de la surface et n'est que de 1/400 à une profondeur de 16.2

mètres (53.1 pieds). En fait, ces deux découvertes n'étaient que le début de l'étude des sols en général.

### I.3.2 Première installation opérationnelle

Le principe d'enterrer une tubulure dans le sol pour faire un échange thermique a été breveté en 1912. Mais la première installation opérationnelle d'une géothermie a été réalisée en 1945 au États-Unis, à Indianapolis. Cette installation fut effectuée à l'aide d'un compresseur de 2.2 kw relié à un serpentín en expansion directe enterré dans le sol et qui fournissait de la chaleur à un système de chauffage à air pulsé [5].

### I.3.1. Structure interne du globe

Le globe terrestre peut être subdivisé en trois enveloppes principales :

La plus superficielle : la croûte terrestre, a une densité moyenne de 2,7 dans les zones continentales et de 3,3 dans les zones océanique, son épaisseur varie de 60 kilomètres en moyenne sous les continents à 30 kilomètres sous les océans.

Sous la croûte : le manteau d'une épaisseur de 2900 kilomètres a une densité moyenne de 5,7. Sa température varie de 1000 à 3000°C.

Plus profond : le noyau est constitué d'une enveloppe liquide d'une densité de 10,2 et d'un cœur solide d'une densité de 11,5. La température y atteindrait de l'ordre de 4000°C avec un rayon de l'ordre de 3 470 km [6].

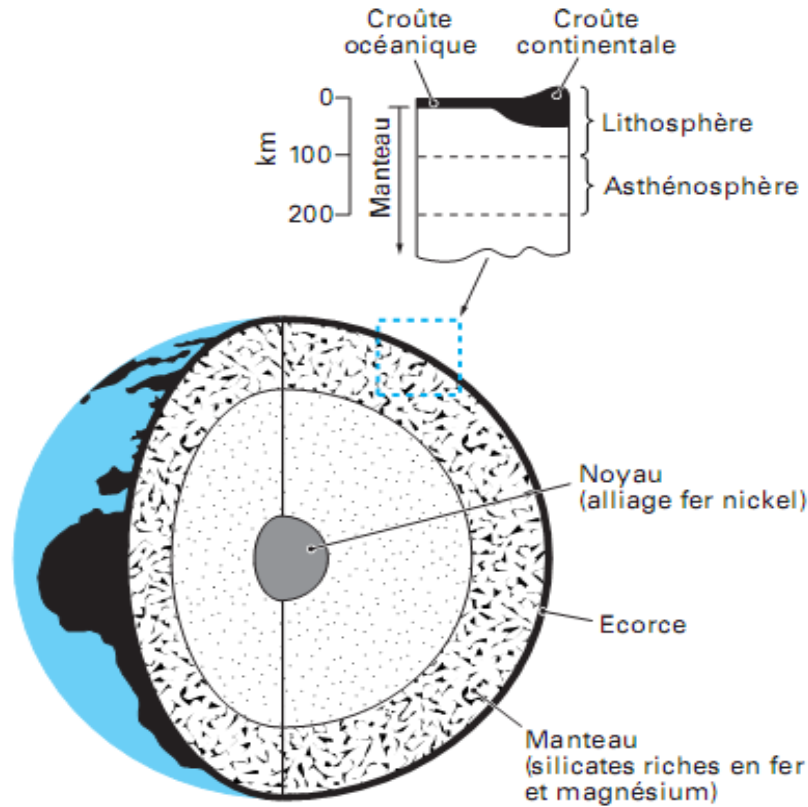


Fig I.7: Schéma de la structure interne du globe

### I.3.2 Définition de la géothermie

La géothermie est une énergie renouvelable qui consiste à prélever la chaleur contenue dans le sol.

Le but de la géothermie est d'assurer le confort thermique d'une habitation ou d'une construction en absorbant la chaleur inépuisable contenue dans le sol.

La géothermie permet de chauffer des habitations, des piscines et même de produire de l'eau chaude sanitaire. Elle sert aussi à rafraîchir ou à climatiser sa maison par simple inversion du système, avec le même appareil (« réversibilité »). La géothermie est l'un des rares modes de chauffage qui permette cette réversibilité.

La terre est chauffée à la fois par le soleil, l'air, le vent et l'eau de pluie. Le sol autour d'une maison constitue donc un réservoir qui reçoit en permanence de l'énergie sous forme de calories. Pour capter ces calories puis assurer le confort thermique d'une maison (chauffage, rafraîchissement) ou produire de l'eau chaude.

L'installation géothermique comporte trois éléments majeurs : des capteurs extérieurs, un générateur et un circuit de chauffage à l'intérieur de l'habitation.

La géothermie s'inscrit dans la famille des énergies renouvelables thermiques propres qui contribuent à préserver l'environnement. C'est donc une énergie d'avenir [7].

### **I.3.3 Les types de géothermie**

L'exploitation de la géothermie dépend du type de gisements et du fluide géothermique existant, ainsi, se distingue trois types de géothermie dans le monde :

#### **I.3.3.1 La géothermie haute et moyenne énergie**

La géothermie haute énergie, exploite les gisements de vapeur sèche ou humide (mélange eau et vapeur). Ces gisements se caractérisent par des températures supérieures à 150°C.

On rencontre cette géothermie haute énergie dans les régions volcaniques et sismiques (frontières de plaques) ou le gradient géothermique est particulièrement élevé.

La géothermie haute énergie est destinée principalement à la production d'électricité. La vapeur, qui est puisée dans le réservoir géothermique, est déchargée dans une turbine, reliée à un alternateur pour la production d'électricité.

La vapeur sèche est directement utilisée alors que la vapeur humide qui est plus fréquente nécessite l'utilisation d'un séparateur.

Un exemple de ce type de géothermie est donné par la centrale de Bouillante en Guadeloupe (France).

#### **I.3.3.2 La géothermie basse énergie**

La géothermie basse énergie se caractérise par une température comprise entre 30°C et 150° C, elle est rencontrée à une profondeur moyenne de 1000 à 2500 m, dans les formations perméables remplies d'eau situées principalement dans les bassins sédimentaires de grandes dimensions.

Elle est destinée principalement au chauffage urbain et au chauffage des serres.

#### **I.3.3.3 La géothermie très basse énergie**

La géothermie très basse énergie est rencontrée à des faibles profondeurs (nappes phréatiques) ou la température est de l'ordre de 10 à 12°C.

Elle est utilisée pour le rafraîchissement, chauffage des bâtiments à travers les puits canadiens [8].

### **I.3.4 Les avantages et les inconvénients de la géothermie**

#### **I.3.4.1 Les avantages**

- C'est une énergie fiable et stable dans le temps, car elle ne dépend pas des conditions atmosphériques ou conditions climatiques.
- La géothermie est une énergie renouvelable et propre (pas de déchets à stocker, très peu d'émissions de CO<sub>2</sub>).
- La géothermie à très basse énergie est disponible dans tous les sous-sols de la planète.

#### **I.3.4.2 Les inconvénients**

- L'eau géothermique est souvent très salée, très chargée en sels minéraux : jusqu'à trois fois plus que l'eau de mer.
- Elle ne peut alors être utilisée qu'à travers un circuit parallèle de l'eau douce, les deux n'étant jamais en contact : il y a perte de rendement.
- Les eaux géothermales sont presque toujours corrosives. Cette corrosion augmente le coût de maintenance.
- Il y a risque de pollution quand l'eau extraite contient des métaux lourds, ce qui nécessite de la réinjecter dans le sous-sol.
- Si l'énergie prélevée est gratuite, les coûts d'investissement et de maintenance sont en revanche très élevés.

## II. Les procédés de la géothermie

### II.1 Puits canadien

#### II.1.1 Principe de fonctionnement

Le puits canadien, appelé aussi puits provençal, est un système géothermique qui utilise l'inertie thermique du sous-sol à une profondeur limitée de 2 à 3 m. Ce système sert pour le préchauffage de l'air en hiver et pour le rafraîchissement en été. Il est basé sur le simple constat que la température à 2 mètres de profondeur est à peu près constante, environ 12°C en été et 7°C en hiver.

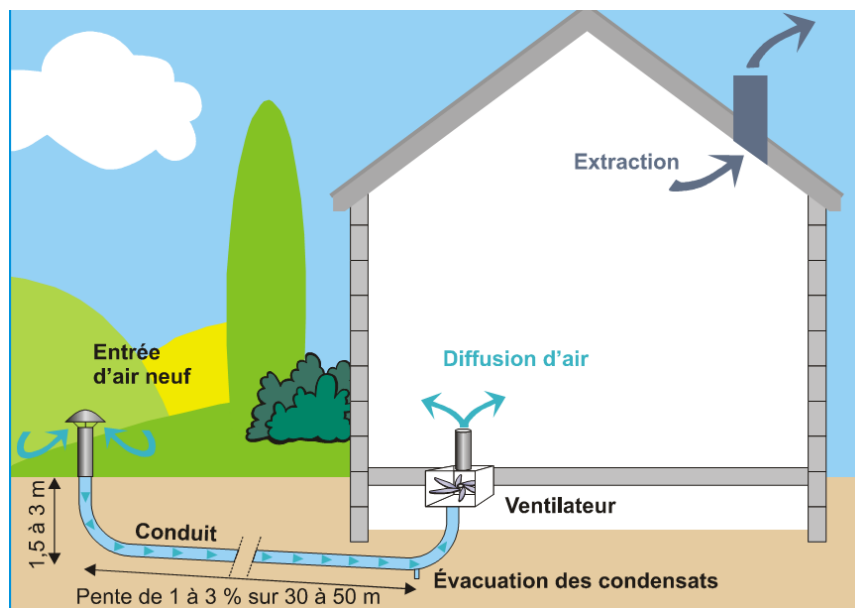


Fig II.1 : Schéma simplifié d'un puits canadien

Si l'on fait circuler de l'air dans une canalisation enterrée à faible profondeur, il ressortira plus chaud que l'air extérieur l'hiver, et plus frais que l'air extérieur l'été, d'où l'application de ce principe pour le renouvellement de l'air d'une habitation pour réaliser des économies d'énergie. En demi-saison la différence de température entre l'air extérieur et le sol n'est pas significative et la circulation dans le sous-sol n'est pas nécessaire [9].

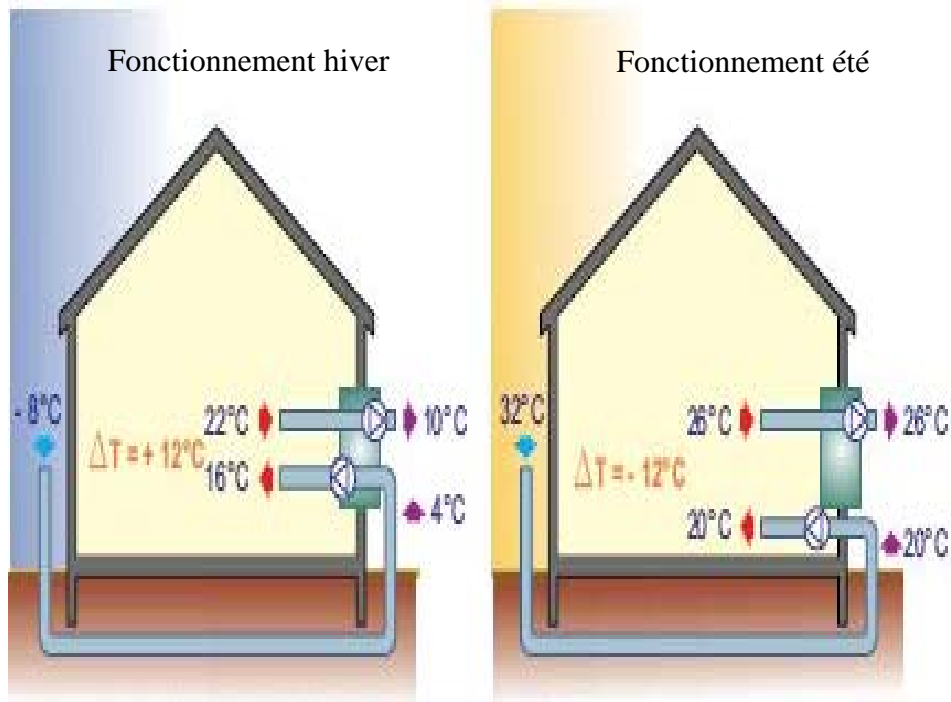


Fig II.2 : Schéma de fonctionnement été-hiver

## II.1.2 Caractéristiques des tubes

**II.1.2.1 Nombre de tubes :** le conduit du puits peut être constitué d'un seul tube posé en méandre ou en boucle autour du bâtiment ou être organisé sous la forme d'un réseau de tubes parallèles installés entre des collecteurs afin d'augmenter le débit d'air circulant dans le puits.

**II.1.2.2 Longueur de chaque tube :** elle est habituellement de l'ordre de 30 à 50 m afin de limiter les pertes de charge. La longueur totale du conduit est calculée en fonction du débit d'air souhaité, de la nature du sol, de la zone géographique (température extérieure tout au long de l'année) et du type d'installation choisie.

**II.1.2.3 Diamètre des tubes :** pour optimiser les transferts thermiques sol/air, la vitesse de l'air au sein du puits doit être comprise entre 1 et 3 m/s. En fonction des débits d'air requis, le diamètre du conduit du puits est alors calculé pour respecter ces conditions de vitesse d'air.

**II.1.2.4 Disposition des tubes :** afin de minimiser les pertes de charge au sein du conduit et de faciliter son entretien, il est conseillé de limiter le nombre de coudes.

Deux dispositions sont majoritairement utilisées lorsque le puits ne comporte qu'un seul tube :

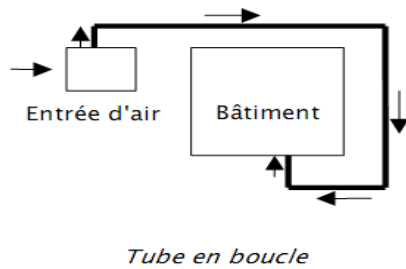
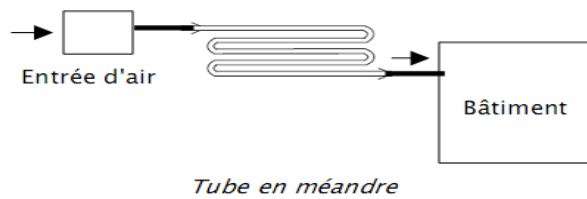
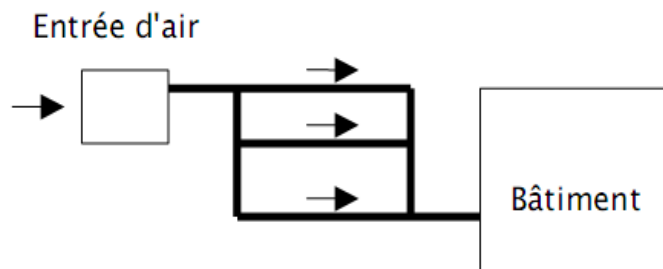


Fig II.3 : Différents circuits pour l'implantation des tubes

La disposition souvent utilisée lorsque le puits est constitué d'un faisceau de tubes est la suivante :



**II.1.2.5 Profondeur d'enfouissement des tubes :** la profondeur préconisée est souvent comprise entre 1,5 et 3 m. A ces profondeurs, la température du sol varie bien moins que la température de l'air extérieur entre l'été et l'hiver (entre 7 et 12 °C en moyenne). Il est cependant possible d'enfouir les tubes plus profondément mais cela augmente les contraintes de terrassement et de pose du conduit.

**II.1.2.6 Espacement entre les tubes :** il est préférable qu'il soit supérieur à 3 fois le diamètre des tubes afin de garantir un bon échange thermique de chaque tube avec le sol.



**II.1.2.7 Pente du conduit** : elle doit être comprise entre 1 et 3% pour favoriser l'évacuation des condensats qui peuvent se former dans le conduit lorsque l'air extérieur chaud est en contact avec les parois plus froides du puits.

**II.1.2.8 Matériau constitutif des tubes** : le choix du matériau est important car il impacte directement sur les échanges thermiques sol/puits. L'utilisation de parois compactes à conductivité thermique élevée doit être favorisée car elle permet d'augmenter les échanges et ainsi de réduire la longueur du puits. Les matériaux utilisés doivent également avoir une bonne tenue à l'enfouissement (une classe de rigidité minimale de 8 kN/m<sup>2</sup> est conseillée). Les tubes entrant dans la composition des puits canadiens/provençaux actuellement en fonctionnement sont généralement en PVC, en polyéthylène ou en polypropylène souple ou rigide. Certains tubes sont constitués de matières plastiques (PVC structurés ou gaines type TPC) emprisonnant des bulles d'air, ce qui diminue l'échange thermique sol/conduit. Le recours à ce type de tube est donc déconseillé.

**II.1.2.9 Zone à risque radon** : le radon peut être introduit dans la maison par l'intermédiaire du puits si le conduit apportant l'air extérieur n'est pas étanche. Dans les zones à risque radon, il convient donc de veiller à l'étanchéité du puits et de porter une attention particulière à l'enrobage du conduit avec de la terre afin d'éviter la formation de cavités où le radon pourrait se loger.

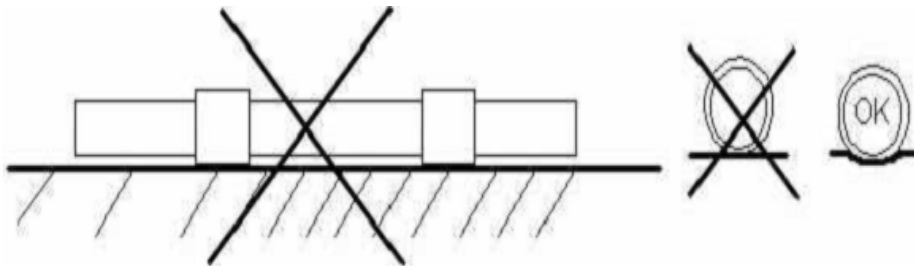


Fig II.4 : La méthode de l'emplacement du tube de l'échangeur

**II.1.2.10 Traitement antimicrobien** : les tubes du conduit peuvent avoir subi un traitement permettant de freiner la prolifération microbienne, source de mauvaise odeur dans les bâtiments et de dégradation de la qualité de l'air intérieur. L'emploi de sel d'argent est par exemple un excellent traitement antimicrobien.

**II.1.2.11 Entretien du puits** : il doit être régulier (une à deux fois par an) et doit comporter le remplacement des filtres de la bouche d'entrée d'air neuf,

l'inspection de l'intérieur du conduit pour vérifier le bon écoulement des condensats et le contrôle de l'état général du puits.

### II.1.3 Système d'évacuation des condensats

La vapeur d'eau contenue dans l'air qui circule dans le conduit enterré peut se condenser en fines gouttelettes lorsque celui-ci est en contact avec les parois intérieures froides du puits. La stagnation de cette eau de condensation au sein du puits favorise le développement de germes et de bactéries, peut perturber la circulation et altérer la qualité de l'air neuf dans le puits. Afin d'éviter ces phénomènes, le puits dont le conduit est incliné, doit impérativement être muni d'un système d'évacuation des condensats. La structure de ce système dépend de la présence ou non d'un sous-sol au sein du bâtiment :

**II.1.3.1 Présence d'un sous-sol :** la récupération des condensats peut alors se faire dans le sous-sol. Ils sont ensuite évacués vers l'égout à l'aide d'un siphon, ce qui permet une étanchéité parfaite du puits depuis l'entrée d'air neuf jusqu'au système de ventilation. Cette solution est donc à privilégier dans les zones à forte concentration de gaz radon dans le sol ou si le sol entourant le puits est très humide.

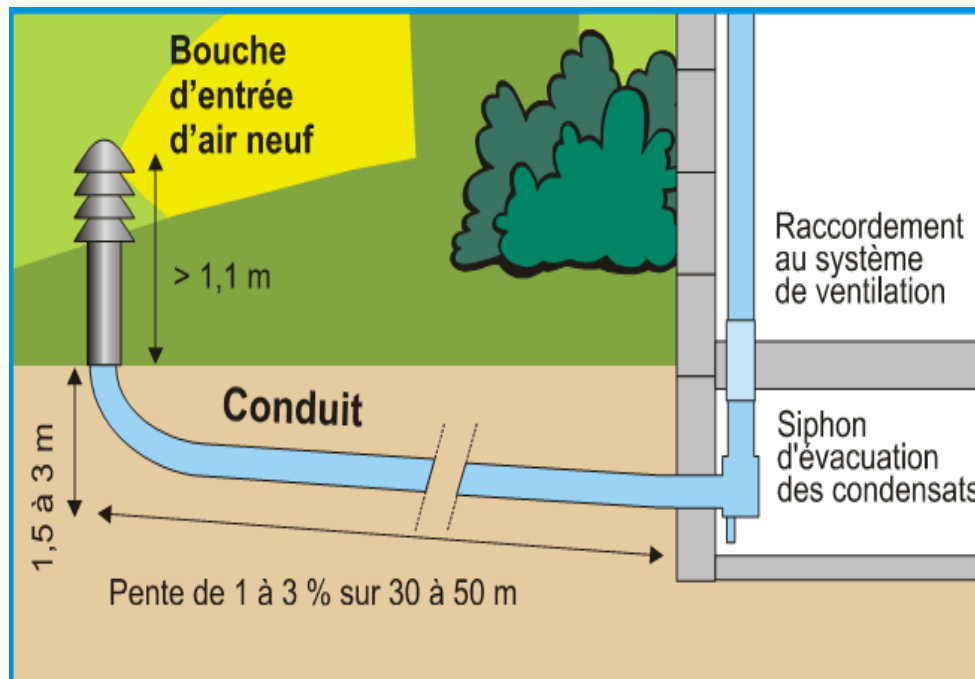


Fig II.5 : schéma de Système d'évacuation des condensats dans le sous-sol

**II.1.3.2 Absence de sous-sol :** un regard de visite doit être placé à l'endroit le plus bas du puits (sous la bouche d'entrée d'air si le conduit est montant, à l'extrémité du conduit côté bâtiment si celui-ci est descendant) afin d'évacuer les condensats soit par infiltration dans le sol à l'aide d'un lit de cailloux, soit en utilisant une pompe de relevage. Ce regard permet également d'inspecter visuellement le conduit afin de déceler d'éventuels problèmes et de procéder à l'entretien du puits.

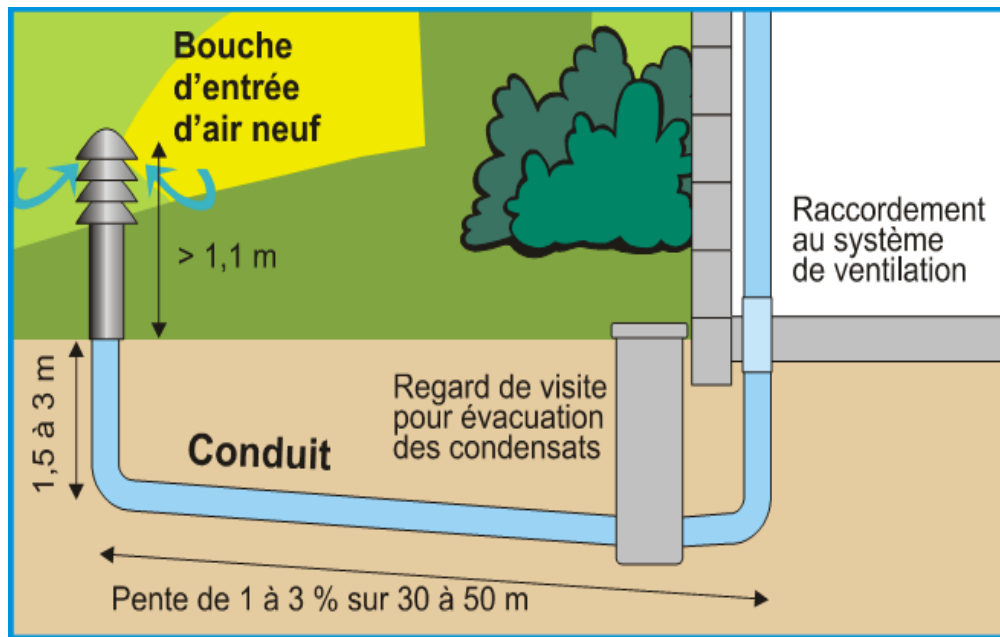


Fig II.6 : schéma de Système d'évacuation des condensats à l'absence sous-sol

#### II.1.4 Dimensionnement et mise en œuvre pour entrée l'air pure

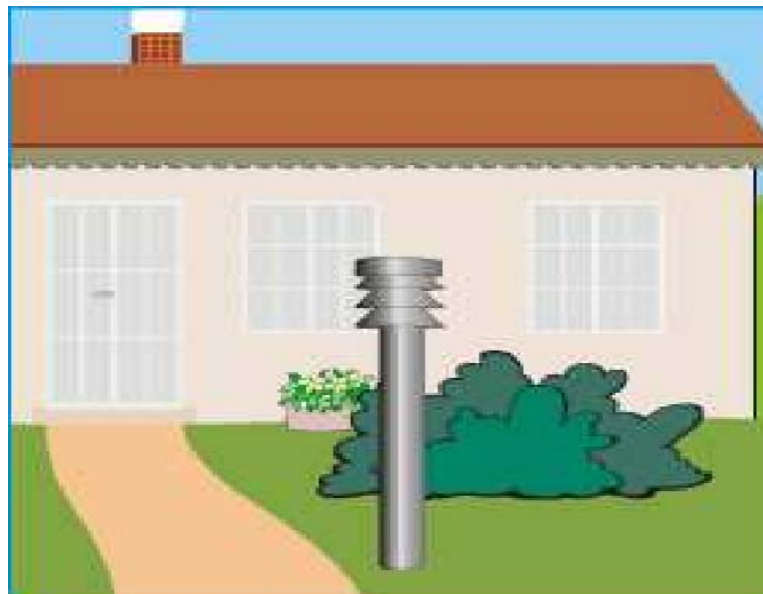


Fig II.7 : Schéma représentatif de la prise d'entrée de l'air neuf

**II.1.4.1 Type d'entrée :** il s'agit généralement d'une bouche extérieure pour le secteur résidentiel et d'un plénum pour le secteur tertiaire nécessitant de plus gros volumes de renouvellement d'air.

**II.1.4.2 Hauteur de la prise d'entrée d'air neuf :** elle doit être supérieure à 1,10 m pour limiter l'encrassement.

**II.1.4.3 Chapeau de protection :** il permet d'éviter les infiltrations d'eau de pluie à l'intérieur du puits.

**II.1.4.4 Grille de protection à fin maillage :** elle est indispensable pour éviter l'intrusion de rongeurs, oiseaux, insectes. Elle doit être facilement accessible pour nettoyage.

**II.1.4.5 Filtres :** il est conseillé de munir les entrées d'air des puits canadiens/provençaux d'un filtre. La classe du filtre à utiliser dépend de la densité et du type de poussières à proximité de l'entrée d'air. Il est recommandé d'inspecter et de changer régulièrement les filtres (trois à quatre fois par an en moyenne) car un filtre encrassé contribue à augmenter les pertes de charge du puits et donc la consommation du ventilateur.

**II.1.4.5 Positionnement de l'entrée d'air neuf :** celle-ci doit être implantée loin des sources de pollution (voirie, parking, poubelles) et loin de toute végétation pouvant produire des pollens allergisants [10].

## **II.1.5 Conclusion**

Il est important de noter que le puits canadien ne suffit pas à remplacer un système de chauffage, mais il contribue à une diminution des dépenses énergétiques nécessaires au renouvellement d'air. Il permet aussi de mettre une habitation hors gel en hiver et surtout d'avoir un vrai confort d'été avec une baisse significative des températures d'air neuf lors des pics de chaleur [9].

## **II.2 Pompe à chaleur géothermique**

### **II.2.1 Définition**

La pompe à chaleur est un appareil capable de transférer de l'énergie d'un milieu « froid » vers un milieu « chaud ».

Concrètement, cela consiste à prélever des calories du milieu naturel (air, sol ou eau) pour les injecter à l'intérieur du bâtiment que l'on souhaite chauffer. Même « froids », l'air, le sol et l'eau renferment de la chaleur qu'il est possible d'extraire moyennant une dépense énergétique initiale.

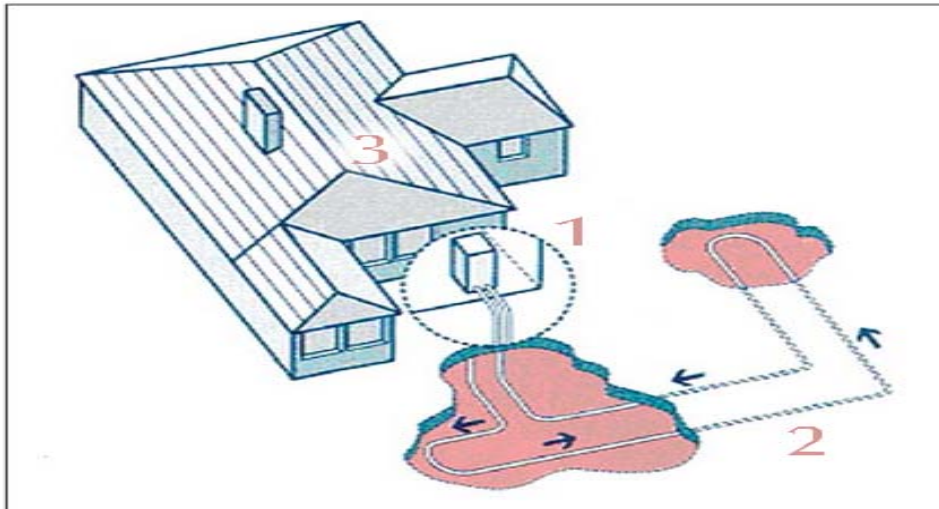


Fig II.8 : Les trois principales composantes d'un système PCG

- (1) Pompe à chaleur
- (2) Echangeur de chaleur avec le sol
- (3) Système de distribution intérieur de chaleur et de froid

## II.2.2 Fonctionnement

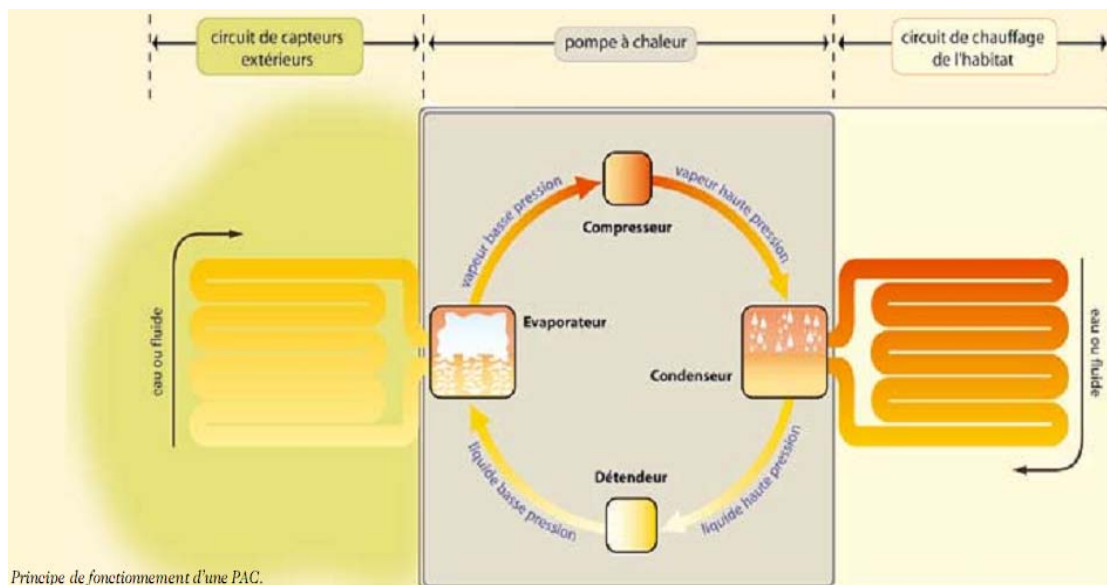


fig II.9 : Principe de fonctionnement d'une PAC

De gauche à droite sur le schéma :

- La chaleur prélevée dans le milieu naturel est captée par le fluide caloporteur au niveau de l'évaporateur.
- Le fluide change d'état et se transforme en vapeur.
- Le compresseur comprime cette vapeur, augmentant ainsi sa température.
- Au niveau du condenseur, la vapeur, en se condensant, transmet sa chaleur au milieu à chauffer. La température du fluide s'abaisse alors dans le détendeur, le rendant prêt pour un nouveau cycle.

Le principe est similaire à celui du réfrigérateur: la chaleur est extraite du compartiment interne du réfrigérateur, d'où l'apparition de froid. La chaleur produite est évacuée par la grille derrière l'appareil et chauffe... la cuisine [11].

### II.2.3 Principe thermodynamique

Le principe de la pompe à chaleur (PAC) est connu depuis longtemps, si l'on prend pour origine l'énoncé des principes de la thermodynamique par Carnot (1824), qui a établi l'équivalence du travail et de la chaleur.

Une pompe à chaleur est un système thermodynamique qui fonctionne entre deux sources : une source froide et une source chaude. Le principe consiste à transférer des calories de la source froide vers la source chaude, donc à un niveau de température supérieur. Ce transfert se fait via un fluide caloporteur (fluide frigorigène) et ne peut se réaliser que s'il y a apport d'énergie sous forme de travail (dans le cas de PAC à compression). [9]

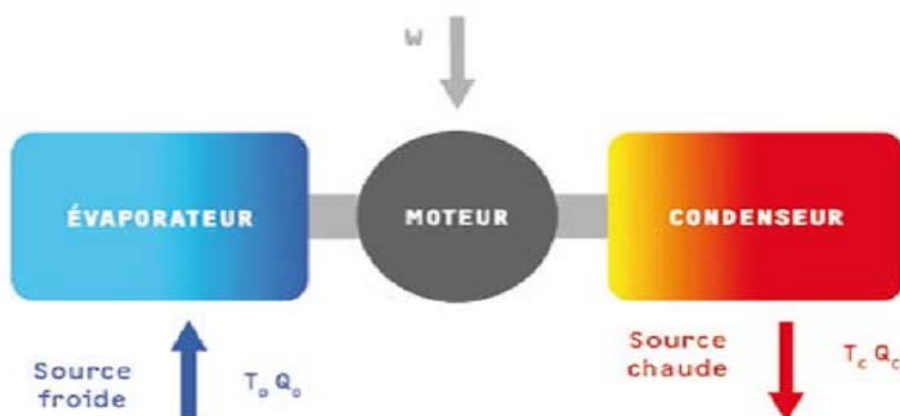


fig II.10 : Schéma de principe d'une machine thermodynamique

## II.2.4 Différentes sources froides

### II.2.4.1 L'air extérieur

C'est la source froide la plus utilisée dans la mesure où elle est disponible partout.

L'inconvénient réside dans la variabilité de son niveau de température, et donc de sa baisse de performance pour les températures extérieures basses, au moment où l'on a besoin de plus d'énergie thermique. Il est nécessaire également d'apporter une attention particulière aux problèmes de bruit ainsi qu'au givrage de l'évaporateur.

### II.2.4.2 L'air intérieur

Cette solution est envisageable lorsqu'il y a un renouvellement d'air important. L'inconvénient de cette source est sa limitation en volume et donc en puissance récupérable.

### II.2.4.3 Le sol

Le sol présente l'avantage de constituer un volant thermique intéressant. Les pompes à chaleur utilisant le sol sont souvent désignées sous le vocable de «géothermiques».

Cette filière est en plein développement ; elle s'appuie sur deux systèmes :

- **Les systèmes à capteurs horizontaux:** ils sont constitués par des tubes en PEHD2 (polyéthylène Haute Densité) enterrés dans le sous-sol à une profondeur inférieure à 1 mètre et dans lesquels circule un fluide caloporteur. C'est en fait l'énergie du sol qui provient du rayonnement solaire et de la migration des eaux de pluie qui est exploitée.

- **Les systèmes à capteurs verticaux (sondes géothermiques) :** ce dispositif est constitué par un forage dans lequel est descendu un tube PEHD2 coaxial ou en U dans lequel circule en circuit fermé un fluide caloporteur. La profondeur du forage est généralement comprise entre 50 et 100 m. Pour des besoins importants (petits immeubles collectifs ou ensembles tertiaires) il est possible de multiplier sur un même site le nombre de forages, constituant ainsi un champ de sondes géothermiques.

#### II.2.4.4 L'eau

Elle peut être prélevée dans des aquifères (objet de la présente étude), mais elle peut aussi être pompée dans une rivière, dans un lac ou dans la mer. On peut également installer des pompes à chaleur sur des rejets d'eaux usées ou industrielles.

Contrairement aux sources précédemment évoquées, l'eau n'est pas disponible partout. Cependant, la Lorraine a quand même la chance de disposer dans son sous-sol de nombreux aquifères à faible profondeur pouvant servir de source froide aux systèmes thermodynamiques réversibles [12].

#### II.2.5 Les différents types des PAC géothermique

Bien qu'il existe plusieurs conceptions et technologies, ces pompes peuvent être regroupées dans deux principales catégories : les systèmes à boucle ouverte et ceux à boucle fermée.

Les systèmes à boucle ouverte pompent l'eau d'un puits, font passer cette eau à travers une pompe à chaleur pour faire un transfert de chaleur, puis la rejette dans un puits de retour. Ce type de système nécessite en général deux puits, le premier pour l'approvisionnement en eau, et le second pour le rejet de l'eau.

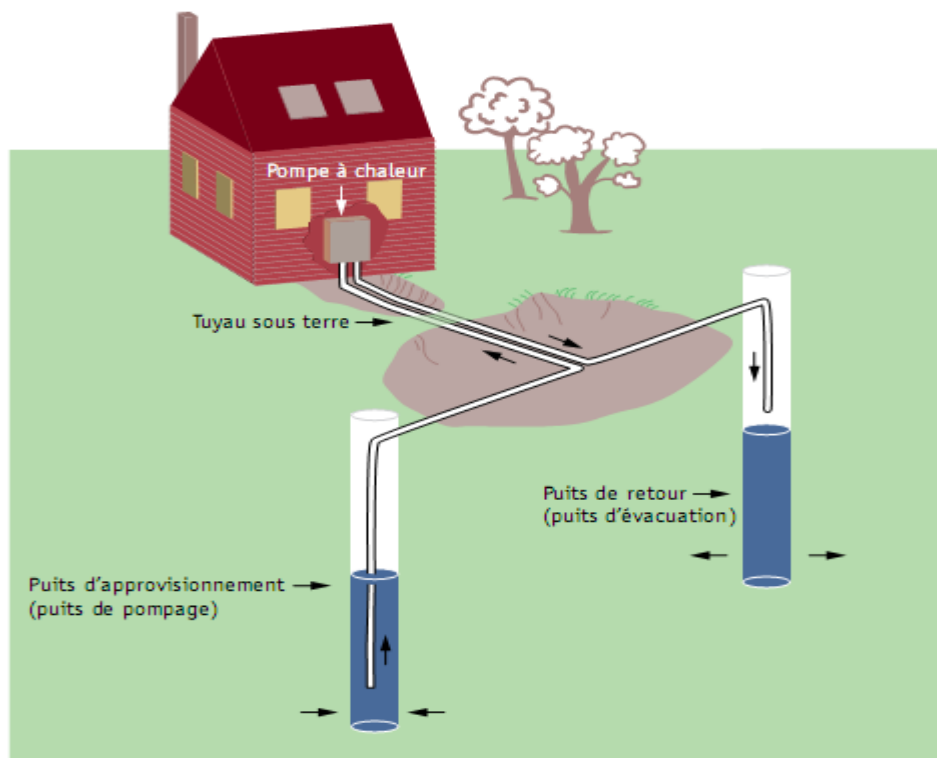


Fig II.11 : Exemple de système géothermique à boucle ouverte



Dans un système à boucle fermée, des tuyaux en serpentin sont placés sous terre ou installés dans un puits. Un liquide antigel circule dans ces tuyaux; celui-ci est enfermé hermétiquement et ne peut donc pas entrer en contact direct avec le sol. Dans ce type de système, aucun pompage d'eau n'est effectué.

Les systèmes à boucle fermée installés dans une tranchée peu profonde sont dits horizontaux, et les systèmes installés dans un puits sont dits verticaux [13].

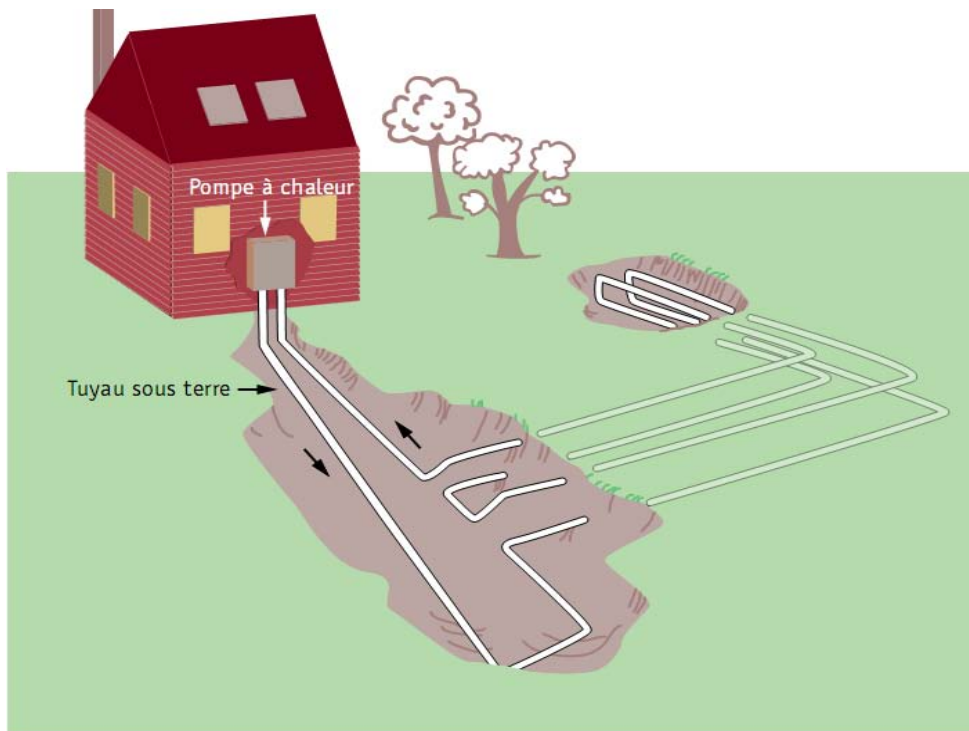


fig II.12 : Exemple de système géothermique à boucle fermée

### II.2.6 Mode de fonctionnement hivernal (chauffage)

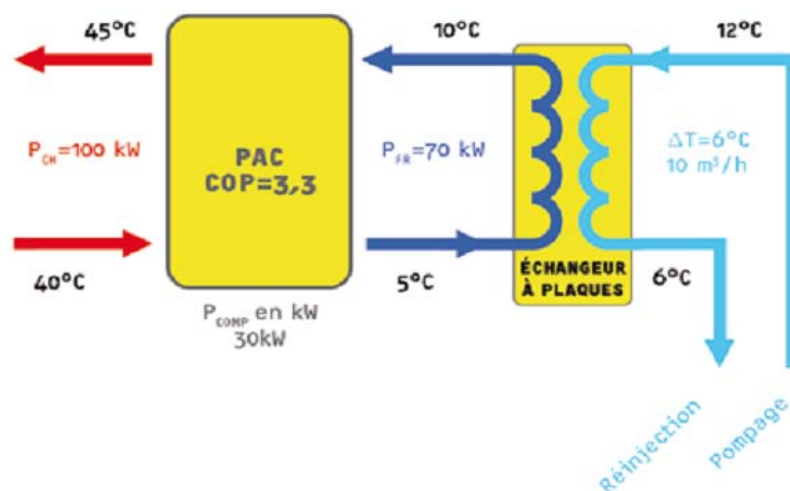


fig II.13 : Exemple de dimensionnement en mode chauffage

## II.2.7 Mode de fonctionnement estival (rafraîchissement)

Pour ce mode de fonctionnement, la PAC prélève de la chaleur dans le local et la réinjecte dans la nappe.

Il est nécessaire de prendre en compte les exigences réglementaires relatives à la limitation de la température de rejet et de l'écart de température prélèvement / rejet.

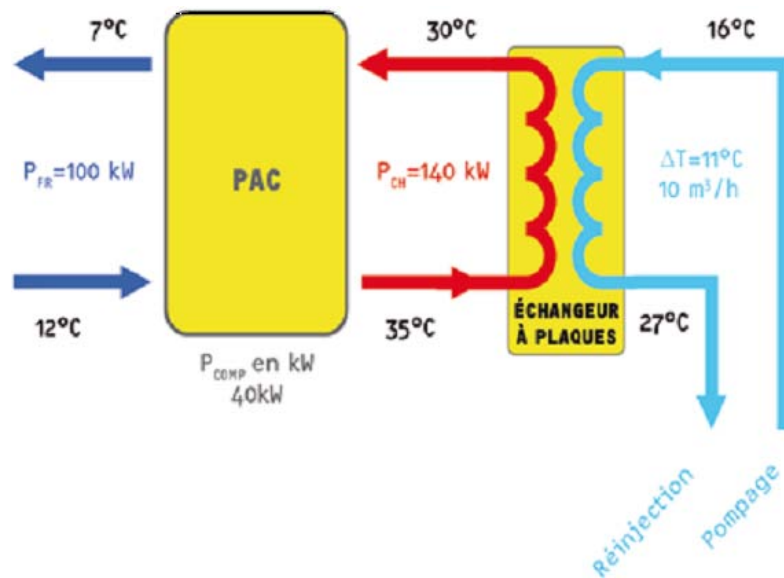


Fig II.14 : Exemple de dimensionnement en mode rafraîchissement

## II.2.8 Mode de fonctionnement réversible

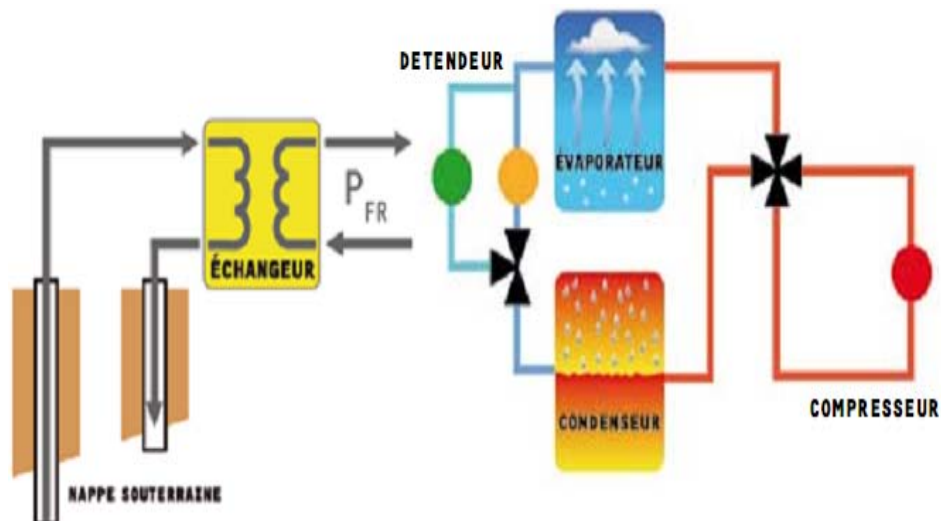


Fig II.15 Exemple de dimensionnement en mode réversible

Il existe deux configurations :

- Même puits de production été et hiver, seul le puits producteur est équipé d'une pompe d'exhaure.

- Les deux puits du doublet sont équipés d'une pompe d'exhaure. C'est le principe du puits chaud – puits froid. L'hiver, l'eau refroidie est réinjectée dans le puits froid. L'été, l'eau de rafraîchissement est prélevée au puits froid et réinjectée dans le puits chaud, après prélèvement de chaleur dans le bâtiment à rafraîchir [12].

### III. Formulation mathématique

#### III.1 Le modèle thermique du sol

Le sol est considéré comme un milieu homogène et invariant, caractérisé par une conductivité thermique  $\lambda_{\text{sol}}$ , une masse volumique  $\rho_{\text{sol}}$  et une capacité calorifique massique  $C_{\text{sol}}$ . La variation temporelle du taux d'humidité du sol due à l'infiltration d'eau est négligée et aucune nappe phréatique n'est prise en compte sous la zone d'implantation de l'échangeur. Le sol s'apparente donc à un massif semi-infini.

Pour attirer le froid maximal contenu dans les premiers mètres du sous-sol à un coût financier faible, nous devons étudier la profondeur de pénétration dans le sol pour l'emplacement de notre échangeur air-sol et cela signifie que là où la température reste invariante en fonction du temps et de profondeur.

##### III.1.1 Cas de la température à la surface du sol $T_s$ constante

Soit :

$T$  : La température du sol en [degré]

$T_i$  : Température initiale du sol avant l'échauffement en [degré].

$T_s$  : Température à la surface du sol (une constante donnée).

L'équation générale de la conduction dans le sol est :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \Delta_r T \right) \quad (III.1)$$

Les températures des points à la surface du

sol sont identiques alors  $\Delta_r T \rightarrow 0$ .

L'équation (III.1) s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (III.2)$$

Avec  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot C}$

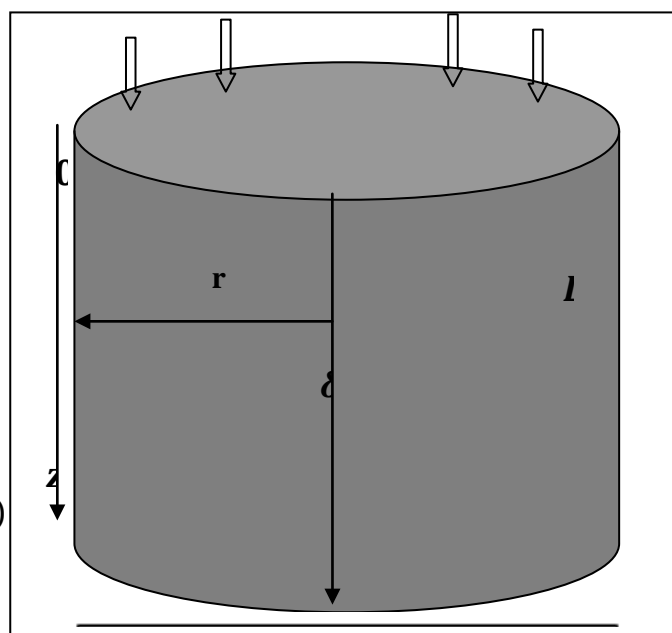


Fig. III.1 : Le transfert de chaleur dans le sol dont la température constante à la surface

Tels que :

$t$  : Le temps en [s]

$z$  : La profondeur en [m]

$\alpha$  : La diffusivité du sol en [m<sup>2</sup>/s]

$\lambda$  : Conductivité thermique du sol en [W/(m. degré)]

$\rho$  : La masse volumique du sol en (kg/m<sup>3</sup>)

$C_p$  : La chaleur massique du sol en (j/kg.degré)

Les conditions aux limites sont :

- $z = 0 \quad T = T_s$
  - $z \rightarrow \infty \quad T \rightarrow T_i$
  - $t = 0 \quad T = T_i$
- (III.3)

Faisons le changement de variables suivant :

$$\theta = \frac{T - T_i}{T_s - T_i}$$

$$\eta = \frac{z}{2\sqrt{\alpha t}}$$

L'équation (III.2) devient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \tag{III.4}$$

Les conditions aux limites deviennent :

- $\eta = 0 \quad \theta = 1$
  - $\eta \rightarrow \infty \quad \theta \rightarrow 0$
- (III.5)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{-\eta}{2t} \theta'$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha t}} \theta'$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{4\alpha t} \theta''$$

L'équation (III.4) s'écrit :

$$-\frac{\eta}{2t} \theta' = \alpha \frac{1}{4\alpha t} \theta''$$

$$\theta'' + 2\eta\theta' = 0 \Rightarrow \frac{\theta''}{\theta'} = -2\eta$$

$$\ln \theta' = -2\eta^2 + C \Rightarrow \theta' = C_1 e^{-\eta^2}$$

$$\theta = C_1 \int e^{-\eta^2} + C_2$$

On peut lier cette intégrale à fonction erreur de GAUSS :

$$\text{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta \quad \text{avec} \quad \text{erf}(0) = 0, \quad \text{erf}(\infty) = 1$$

$$\text{La solution sera : } \theta = C_2 + C_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(\eta)$$

On détermine  $C_1$  et  $C_2$  d'après les conditions aux limites (III.5) :

$$\eta = 0; \quad \theta = 1; \quad 1 = C_2 + C_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(0) \Rightarrow C_2 = 1$$

$$\eta \rightarrow \infty; \quad \theta = 0 \quad 0 = C_2 + C_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erf}(\infty) \Rightarrow 1 + C_1 \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0; \quad C_1 = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}$$

On aura finalement :

$$\theta = 1 - \text{erf}(\eta) = \text{erfc}(\eta) \quad (\text{III. 6})$$

donc :

$$T = (T_s - T_i)[1 - \text{erf}(\eta)] + T_i$$

$$T = T_s - T_i - (T_s - T_i)[\text{erf}(\eta)] + T_i$$

$$\frac{T - T_s}{T_i - T_s} = [\text{erf}(\eta)] \quad (\text{III. 7})$$

Ceci est la solution exacte de la variation de température dans le sol.

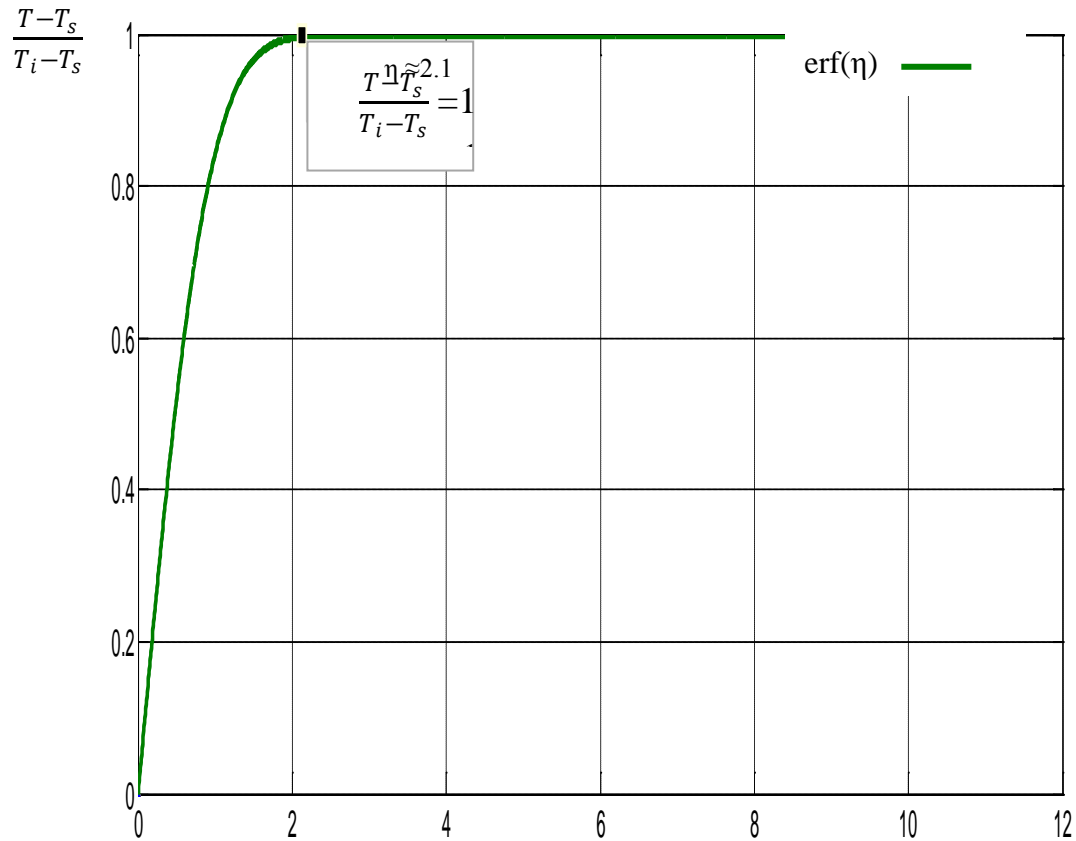


Fig. III.2 : Fonction erf( $\eta$ )

Remarquant qu'à partir de l'abscisse  $\eta_0=2.1$  la fonction erf ( $\eta$ ) reste stable à la valeur 1, de cette valeur on peut trouver la profondeur de pénétration de la chaleur  $\delta(t)$ .

Alors :

$$\eta_0 = \frac{z_0}{2\sqrt{\alpha t}} \Leftrightarrow z_0 = \delta(t) = \eta_0 \cdot 2\sqrt{\alpha t}$$

A.N :  $z_0 = 2,1 * 2\sqrt{0,0036.16}$

donc :  $z_0 = 1 [m]$

À partir de cette profondeur on peut placer l'échangeur dans le sol.

### III.1.1.1 La profondeur de pénétration de la chaleur :

Pour trouver la distance de pénétration  $\delta(t)$ , on propose le profile suivant de la

$$\text{température : } T = A + Bz + Cz^2 \quad (\text{III. 9})$$

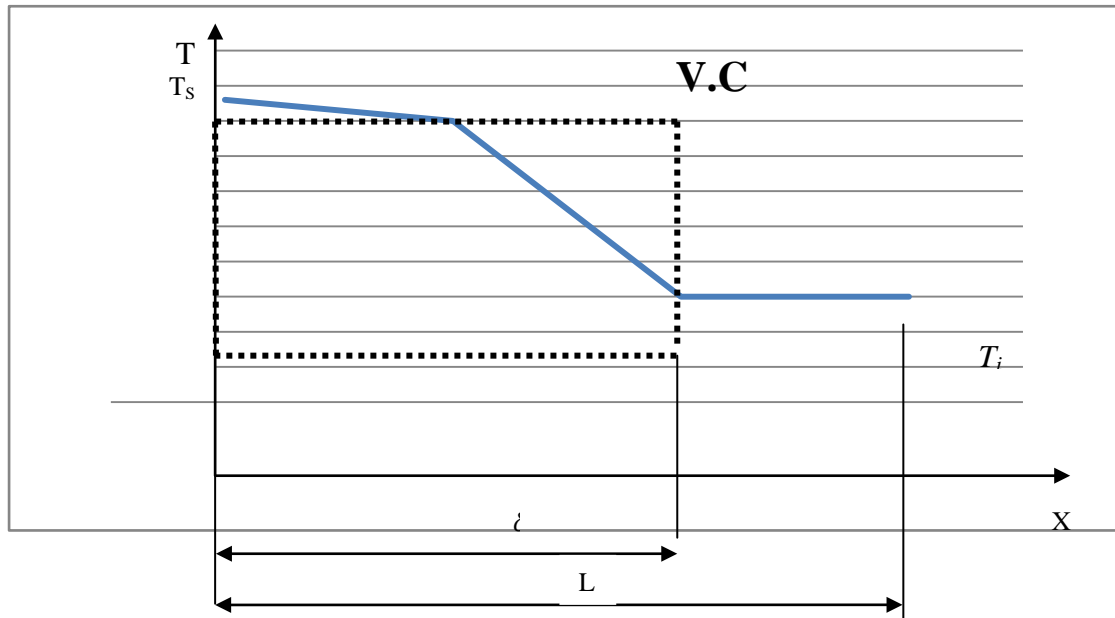


Fig. III.3 : variation de la température à l'intérieur du sol dont la température constante à la surface

Pour déterminer les constants A, B et C ; On pose les conditions aux limites suivantes :

- $z = 0 \quad T = T_s, \quad \forall t > 0$
  - $z = \delta \quad T = T_i$
  - $z = \delta \quad \frac{\partial T}{\partial z} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = 0$
- (III.10)

$$T = T(z) = A + Bz + Cz^2$$

De (III.10) on tire les constantes A, B et C :

$$A = T_s$$

$$C = \frac{(T_s - T_i)}{\delta^2}$$

$$B = -2 \frac{(T_s - T_i)}{\delta}$$

Alors :



$$T(z, \delta) = T_s - 2 \frac{(T_s - T_i)}{\delta} z + \frac{(T_s - T_i)}{\delta^2} z^2 \quad (III.11)$$

On a aussi l'équation intégrale de l'énergie (de VON-KARMAN) suivante pour déterminer l'expression de  $\delta(t)$  :

$$q - w = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} (\rho e) dv + \int_{S.C} \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \rho (\vec{q} \cdot \vec{n}) ds \quad (III.12)$$

Où :

$q$  : La quantité de chaleur transférée au volume de contrôle par unité de temps (taux de transfert)

$w$  : La quantité de travail établi par le V.C par unité de temps (pas de travail dans le solide car pas d'écoulement)

$\frac{\partial}{\partial t} \int (\rho e) dv$  : Taux d'accumulation d'énergie dans le V.C

On note que :  $e + \frac{p}{\rho} \approx \hat{u} + \frac{q^2}{2} + gz + \frac{p}{\rho}$

$\hat{u}$  : Énergie interne par unité de temps

$\frac{q^2}{2}$  : Énergie cinétique par unité de temps

$gz$  : Énergie potentielle par unité de temps

$\frac{p}{\rho}$  : Énergie d'écoulement par unité de temps

Donc  $\int_{S.C} \left( e + \frac{p}{\rho} \right) \rho (\vec{q} \cdot \vec{n}) ds$  : Flux massique des énergies précédents à travers la S.C

(il est nul parce que pas de vitesse d'écoulement dans le solide)

$\vec{q}$  : La vitesse

On note aussi que :  $e = c_p \cdot T$

L'équation (III.12) après simplification devient :

$$q_z = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L (\rho c_p T) dv$$

$$\frac{q_z}{A} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^L (\rho c_p T) dz$$

$$\frac{q_z}{A} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \int_0^\delta \rho c_p T dz + \int_\delta^L \rho c_p T_i dz \right\}$$

$$\frac{q_z}{A} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta \rho c_p T dz - \rho c_p T_i \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

$\frac{q_z}{A}$  : indique la quantité de chaleur reçu par le système par unité de surface. Ici notre système est le volume de contrôle et

$$\frac{q_z}{A} = \frac{q_z}{A} \Big|_{(z=0)} - \frac{q_z}{A} \Big|_{(z=\delta)}$$

$\frac{q_z}{A} \Big|_{(z=\delta)} = 0$  ; Car notre volume de contrôle se termine en  $z = \delta$  en commençant de

$z = 0$  ; mais comme on a supposé que le flux ne passe pas et que  $T = T_i = cst$

à  $z = \delta$  ; alors :

$$\begin{aligned} \frac{q_z}{A} = \frac{q_z}{A} \Big|_{(z=0)} &= -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -\lambda \left[ -2 \frac{(T_s - T_i)}{\delta} + 2 \frac{(T_s - T_i)}{\delta^2} z \right] \\ &= 2\lambda \frac{(T_s - T_i)}{\delta} \end{aligned}$$

Le membre gauche de l'équation (7) nous donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta \rho c_p T dz - \rho c_p T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} = \rho c_p \left( \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta T dz - T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} \right)$$

Supposant que  $\rho c_p$  sont indépendants de profondeur  $z$  et du temps  $t$ , alors

$$\begin{aligned} \rho c_p \left( \frac{\partial}{\partial t} \left[ T_s z - \frac{(T_s - T_i)}{\delta} z^2 + \frac{(T_s - T_i)}{3\delta^2} z^3 \right]_0^\delta - T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} \right) \\ = \rho c_p \frac{\partial}{\partial t} \left( T_s \delta - (T_s - T_i) \delta + \frac{(T_s - T_i)}{3} \delta - T_i \delta \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\rho c_p}{3} \frac{\partial}{\partial t} [(T_s - T_i)\delta]$$

Donc :

$$2\lambda \frac{(T_s - T_i)}{\delta} = \frac{\rho c_p}{3} \frac{\partial}{\partial t} [(T_s - T_i)\delta]$$

$$6\alpha \frac{(T_s - T_i)}{\delta} = (T_s - T_i) \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

$$6\alpha \partial t = \delta \partial \delta \Rightarrow 6\alpha t = \frac{1}{2} \delta^2 + C_1$$

Où à  $t = 0$  ;  $\delta = 0$  donc  $C_1 = 0$

Finalement on aura l'expression de  $\delta(t)$  comme suit :

$$\delta(t) = 2\sqrt{3\alpha t} \tag{III.13}$$

### III.1.2 Cas du flux de chaleur à la surface du sol $\varphi_s$ constant :

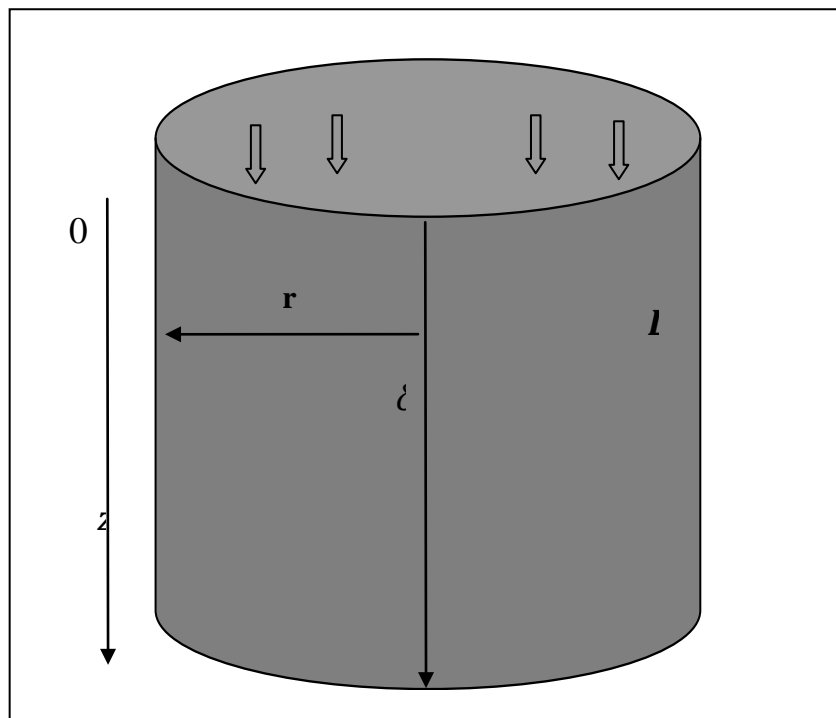


Fig. III.4 Le transfert de chaleur dans le sol cas du flux constant à la surface.

Faisant le changement de variable  $\theta = T - T_i$  à L'équation de la chaleur (III.1) donne :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \Delta_r \theta \right) \quad (III. 14)$$

Avec :  $\Delta_r \theta \rightarrow 0$ .

Ces conditions aux limites sont :

$$\begin{aligned} \bullet \quad z = 0 \quad \varphi_s &= -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} = \beta = \text{cnst} \\ \bullet \quad z = \delta \quad \theta &= 0 ; \varphi = 0 \\ \bullet \quad t = 0 \quad \theta &= 0 \end{aligned} \quad (III. 15)$$

Utilisant la transformée de LAPLACE :

$$\bar{T}(z, p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} T(z, t) dt$$

Dans laquelle  $p$  est un nombre réel ou complexe ,  $\bar{T}(p)$  est appelée image ou transformée de la fonction originale  $T(t)$ .

L'application de la transformation de LAPLACE à la condition (III.15) et à l'équation de la chaleur unidimensionnelle (III.14) donne :

$$(III. 15) \Leftrightarrow \frac{\beta}{p} = -\lambda \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{\partial \theta}{\partial z} dt = -\lambda \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} e^{-pt} \theta(z, t) dt$$

$$\frac{\beta}{p} = -\lambda \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$$

$$(III. 14) \Leftrightarrow \int_0^{\infty} e^{-pt} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dt - \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} e^{-pt} \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) dt = 0$$

En utilisant la propriété de différentiation sous le signe somme pour la première intégrale, et en intégrant la seconde par parties, on obtient la relation:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \int_0^{\infty} e^{-pt} \theta(z, t) dt - \frac{1}{\alpha} \left\{ [\theta(z, t) e^{-pt}]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} e^{-pt} \theta(z, t) dt \right\} = 0$$

$$\theta(z, t) e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = 0$$

Donc la première intégrale représente  $\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial z^2}$ , la deuxième correspond à  $\bar{\theta}$ . L'équation transformée s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial z^2} - \frac{p}{\alpha} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = 0$$

On voit alors l'intérêt de la transformation de Laplace qui nous a conduit à une simple équation différentielle du second ordre dont la solution est:

$$\bar{\theta} = C_1 \exp(-kz) + C_2 \exp(kz) \quad (\text{III. 16})$$

La température  $T(z, t)$  ainsi sa transformée  $\bar{\theta}(z, p)$  ne pouvant tendre vers l'infini, la constante  $C_2$  est nécessairement nulle donc :

$$(\text{III. 16}) \Rightarrow \bar{\theta} = C_1 \exp(-kz)$$

$$\text{à } z = 0 \quad \frac{\beta}{p} = -\lambda \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\frac{\beta}{p\lambda} = -C_1 k \exp(-kz) \quad (\text{à } z=0); \text{ cette condition détermine que:}$$

$$A = \frac{\beta}{p \cdot \lambda \cdot k} \quad \text{avec } k^2 = \frac{p}{\alpha} \quad \text{donc } \bar{\theta} = \frac{\beta}{\lambda} \frac{\exp(-kz)}{k \cdot p}$$

D'après la table des transformées de LAPLACE, on trouve finalement :

$$\theta = \frac{\beta}{\lambda} \left[ 2 \sqrt{\frac{\alpha t}{\pi}} e^{-\eta^2} - z \operatorname{erfc}(\eta) \right]$$

$$\frac{(T - T_i) \cdot \lambda}{\beta} = \left[ 2 \sqrt{\frac{\alpha t}{\pi}} e^{-\eta^2} - z \cdot \operatorname{erfc}(\eta) \right]$$

### III.1.2.1 La profondeur de pénétration de la chaleur :

$$T = A + Bz + Cz^2 \quad (\text{III. 17})$$

Les conditions aux limites sont :

- $z = 0 \quad \frac{q_z}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \beta = \text{cnst}$

- $z = \delta \quad T = T_i$  (III.18)

- $z = \delta \quad \frac{q_z}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

$$(III.18) \Rightarrow \begin{cases} B = -\frac{\beta}{\lambda} \\ C = \frac{\beta}{2\lambda\delta} \\ A = T_i + \frac{\beta\delta}{2\lambda} \end{cases}$$

Alors l'équation (III.17) s'écrit sous la forme :

$$T(z, \delta) = T_i + \frac{\beta\delta}{2\lambda} - \frac{\beta}{\lambda}z + \frac{\beta}{2\lambda\delta}z^2 \quad (III.19)$$

On peut trouver l'expression de  $\delta(t)$  en utilisant l'équation de VON-KARMAN (III.12) :

$$\frac{q_z}{A} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta \rho c_p T dz - \rho c_p T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (III.20)$$

$$\frac{q_z}{A} = \frac{q_z}{A_{(z=0)}} = \beta \quad (III.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta \rho c_p T dz - \rho c_p T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \rho c_p \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( T_i + \frac{\beta\delta}{2\lambda} \right) \delta - \frac{\beta}{2\lambda} \delta^2 + \frac{\beta}{6\lambda\delta} \delta^3 \right] - T_i \frac{\partial \delta}{\partial t} \right\} \\ &= \rho c_p \frac{\beta\delta}{3\lambda} \frac{\partial \delta}{\partial t} \end{aligned} \quad (III.22)$$

Remplaçons (III.21) et (III.22) dans (III.20) on obtient:

$$\beta = \rho c_p \frac{\beta\delta}{3\lambda} \frac{\partial \delta}{\partial t} \Rightarrow 3\alpha \partial t = \delta \partial \delta$$

$$\frac{1}{2} \delta^2 = 3\alpha t + C_1; \quad \text{à } t = 0, \quad \delta = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\delta(t) = \sqrt{6\alpha t} \quad (III.23)$$

### III.1.3 Température à la surface du sol variable:

Soit  $T = T_i + T_{moy} \cdot \cos[w(t - t_0)]$

Posant  $T - T_i = \theta = T_{moy} \cdot \cos[w(t - t_0)]$  dans l'équation de la chaleur (III.1) nous donne :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \Delta_r \theta \right) \quad (III.24)$$

Avec :  $\Delta_r \theta \rightarrow 0$ .

Ces conditions aux limites sont :

- $z = 0 \quad \theta = T_{moy} \cdot \cos[w(t - t_0)]$
  - $z = \delta \quad \theta = 0$
  - $t = 0 \quad \theta = 0$
- (III.25)

Où :

$T_i$  : Température à l'intérieur du sol.

$T_{moy}$  : Température moyenne du jour (*degré*).

$w$  : Fréquence angulaire [ $w = 2\pi/24$ ] (rad/heure).

$t_0$  : L'heure de la journée où maximale (midi solaire). ( $t_0 = 12.5 h$ ).

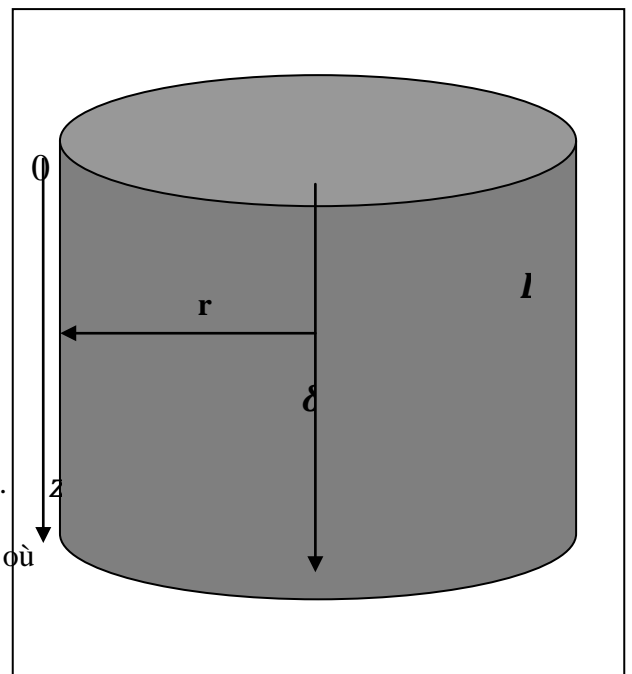


Fig. III.4 Le transfert de chaleur dans le sol cas de température variable à la surface

Pour résoudre l'équation (III.24), on utilise la méthode de séparation des variables suivante :

$$\theta(z, t) = Z(z) \cdot Y(t) \quad (III.25)$$

Remplaçons (III.25) dans l'équation (III.24) on aura :

$$Z(z) \cdot Y'(t) = \alpha \cdot Z''(z) \cdot Y(t)$$

Divisons les deux membres de l'équation par  $Z(z) \cdot Y(t)$  on obtient :

$$a \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \beta = cst \quad (III. 26)$$

Tel que :

$$\beta = iw \quad (\text{Nombre complexe constant})$$

$$\begin{aligned} (III. 24) &\Rightarrow a \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \beta \\ &\Rightarrow a.Z''(z) - \beta.Z(z) = 0 \\ &\Rightarrow Z''(z) - \frac{\beta}{a}.Z(z) = 0 \end{aligned} \quad (III. 27)$$

La solution de l'équation (III.25) prendra la forme suivante :

$$\begin{aligned} Z(z) &= a. \exp\left(-\sqrt{\frac{\beta}{a}}z\right) + b. \exp\left(\sqrt{\frac{\beta}{a}}z\right) \\ (III. 24) &\Rightarrow \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \beta \\ &\Rightarrow Y'(t) - \beta.Y(t) = 0 \end{aligned} \quad (III. 28)$$

Sa solution est comme suit :

$$Y(t) = c. \exp(\beta t)$$

Donc :

$$\theta(z, t) = \left[ A. \exp\left(-\sqrt{\frac{\beta}{a}}z\right) + B. \exp\left(\sqrt{\frac{\beta}{a}}z\right) \right] . \exp(\beta t) \quad (III. 29)$$

Où A, B et C sont trois constantes d'intégration, on applique les conditions aux limites pour les déterminer :

- Pour que la solution reste finie lorsque  $z \rightarrow 0$  ; il faut nécessairement que :  $B=0$ .
- Et sur la paroi  $z=0$  ; on doit avoir :



$$\begin{aligned}\theta(0, t) &= \text{réelle} [A \cdot \exp(\beta t)] = \text{réelle} [A \cdot (\cos(\omega t) + i \sin(\omega t))] = \\ &= T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]\end{aligned}$$

Donc

$$A = \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)}$$

$$\text{En remarquant que : } \sqrt{i \cdot \omega} = \sqrt{\frac{\omega}{2}} \cdot (1 + i)$$

La solution complexe de l'équation (III.27) peut s'écrire :

$$\theta(z, t) = \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}(i + 1) \cdot z\right) \cdot \exp(i\omega t)$$

$$\theta(z, t) = \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) \cdot \left[\exp(i\omega \cdot t) \cdot \exp\left(-i\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right]$$

$$\begin{aligned}\theta(z, t) &= \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) \cdot \left[(\cos \omega t + i \sin \omega t) \cdot \left(\cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right.\right. \\ &\quad \left.\left.+ i \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta(z, t) &= \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) \cdot \left[\left(\cos \omega t \cdot \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right.\right. \\ &\quad \left.+ i \cos \omega t \cdot \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) + i \sin \omega t \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right. \\ &\quad \left.+ i^2 \sin \omega t \cdot \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta(z, t) &= \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[\omega(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) \cdot \left[\cos \omega t \cdot \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right. \\ &\quad \left.- \sin \omega t \cdot \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right. \\ &\quad \left.+ i \left(\cos \omega t \cdot \sin\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right) + \sin \omega t \cdot \cos\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2a}} z\right)\right)\right]\end{aligned}$$

La fluctuation de la température recherchée est la partie réelle de la solution complexe ci dessus soit donc

$$\theta(z, t) = \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[w(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} z\right) \cdot \left[ \cos \omega t \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} z\right) + \sin \omega t \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} z\right) \right]$$

Donc :

$$T(z, t) = T_i + \frac{T_{\text{moy}} \cdot \cos[w(t - t_0)]}{\cos(\omega t)} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} z\right) \cdot \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}} z\right) \quad (III.30)$$

### III.2 Le modèle thermique de l'échangeur horizontal air-sol

L'échange thermique entre le sol et l'air circulant dans les tubes dépend de la structure de l'échangeur, de la température d'entrée de l'air et de la température du sol à proximité des tubes.

Nous faisons ici l'hypothèse que la température au loin du tube est constante, ce qui revient à considérer que l'inertie thermique du sol est grande devant les quantités de chaleur échangée. Nous considérons de plus que l'échange thermique se fait en régime stationnaire, c'est à dire que les températures restent constantes dans le sol et à la paroi du tube.

L'échange de chaleur à l'intérieur d'un tube enterrée où circule un fluide se fait par convection forcée. Le flux thermique  $\phi$ , à travers la paroi du tube est proportionnel à la différence entre la température du sol ( $T_{\text{sol}}$ ), et la température de l'air dans le tube ( $T_{\text{air}}$ ), et à l'inverse de la résistance thermique séparant les deux domaines.

$$q = \frac{(T_{\text{sol}} - T_{a(x)})}{R_{\text{totale}}}$$

La résistance thermique totale ( $R_{\text{totale}}$ ) est composée d'une part, de la résistance à la conduction du sol ( $R_{\text{sol}}$ ), et celle de la gaine ( $R_{\text{gaine}}$ ), et d'autre part de la résistance de la convection de l'air ( $R_{\text{cv}}$ ).

$$R_{\text{totale}} = R_{\text{sol}} + R_{\text{gaine}} + R_{\text{cv}}$$

Remarque : La résistance thermique convective forcée est fonction de la vitesse de circulation de l'air [14].

$$R_{cv} = \frac{1}{5,55 \cdot u^{0,8}}$$

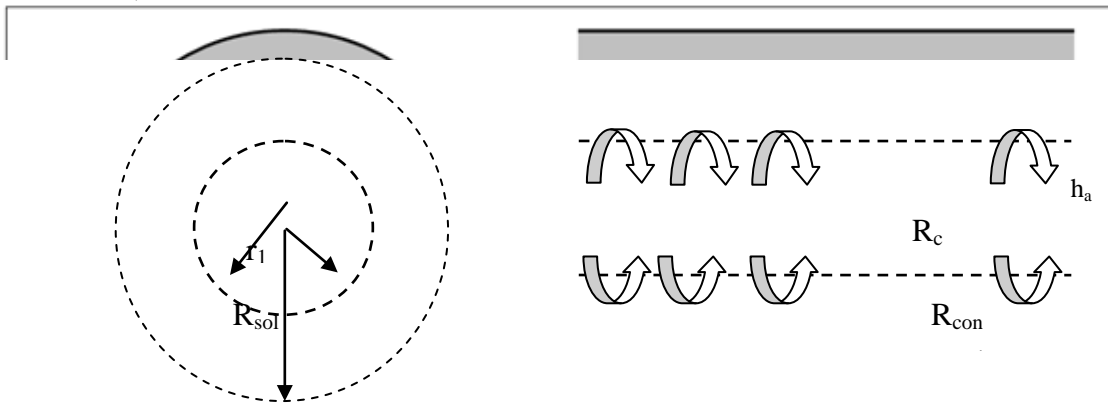


Fig. III.5 Le transfert de chaleur entre l'échangeur et le tube coupe longitudinale et radiale

### III.2.1 Température de l'air dans le tube

La quantité de chaleur absorbée par l'air est :  $m \cdot c_p \cdot \frac{DT}{Dt}$

Le bilan d'énergie entre deux sections de tube distante de  $\Delta x$  s'écrit :

$$m \cdot c_p \text{ air} \cdot \frac{DT}{Dt} = \frac{(T_{sol} - T_a(x))}{R_{totale}}$$

$$m \cdot c_p \text{ air} \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{(T_{sol} - T_a(x))}{R_{sol} + R_{gain} + R_{cv}} \quad (III.31)$$

Avec :

$m$ : Masse d'air [kg]

$c_p \text{ air}$ : Chaleur massique de l'air  $\left[ \frac{J}{Kg \cdot ^\circ K} \right]$

$R_{sol}$ : Résistance thermique entre le tube et le sol  $\left[ \frac{m \cdot ^\circ K}{W} \right]$

$R_{cv}$ : Résistance thermique convective entre l'air et le tube  $\left[ \frac{m \cdot ^\circ K}{W} \right]$

$R_{gaine}$  : Résistance thermique du tube enterré  $\left[ \frac{m \cdot ^\circ K}{W} \right]$

$T_{sol}$  : Température du sol [ $^\circ K$ ]

$$R_{sol} = \frac{1}{\lambda_{sol} \cdot 2\pi \cdot \Delta x} \ln \left( \frac{r_{sol}}{r_1} \right)$$

$$R_{gaine} = \frac{1}{\lambda_{gaine} \cdot 2\pi \cdot \Delta x} \ln \left( \frac{r_1}{r} \right)$$

$$R_{cv} = \frac{1}{h_{cv} \cdot 2\pi \cdot r \cdot \Delta x}$$

Soit :  $R_{itot}$  la résistance thermique totale par unité de longueur.

Avec

$$R_{itot} = \frac{1}{\lambda_{sol} \cdot 2\pi} \ln \left( \frac{r_{sol}}{r_1} \right) + \frac{1}{\lambda_{gaine} \cdot 2\pi} \ln \left( \frac{r_1}{r} \right) + \frac{1}{h_{cv} \cdot 2\pi \cdot r}$$

Où :

$r$  : Rayon intérieur du tube enterré [ $m$ ]

$r_1$  : Rayon extérieur du tube enterré [ $m$ ]

$r_{sol}$  : Rayon de la couche adiabatique du sol [ $m$ ]

$\lambda_{gaine}$  : Conductivité thermique du tube enterré  $\left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ K} \right]$

$\lambda_{sol}$  : Conductivité thermique du sol  $\left[ \frac{W}{m \cdot ^\circ K} \right]$

$h_{cv}$  : Coefficient de convection de l'air  $\left[ \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ K} \right]$

On considère le cas du transfert stationnaire :  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$$(III.31) \Leftrightarrow \rho \cdot S \cdot \Delta x \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot \frac{dT}{dx} = \frac{\Delta x \cdot (T_{sol} - T_{a(x)})}{R_{itot}}$$

Où :

$R_{itot}$  : La résistance thermique totale par unité de longueur.

$$\frac{1}{(T_{a(x)} - T_{sol})} dT = \frac{-1}{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot R_{itot}} dx$$

$$\ln(T_{a(x)} - T_{sol}) = \frac{-1}{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot R_{itot}} x + C$$

à  $x = 0$  ;  $T_{a(x)} = T_{ae} \Rightarrow C = \ln(T_{ae} - T_{sol})$

Si :

$T_{ae}$  : Température de l'air à l'entrée du tube

Donc :

$$\ln\left(\frac{T_{a(x)} - T_{sol}}{T_{ae} - T_{sol}}\right) = \frac{-1}{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot R_{itot}} x$$

$$\left(\frac{T_{a(x)} - T_{sol}}{T_{ae} - T_{sol}}\right) = \exp\left(\frac{-1}{\rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot R_{itot}} x\right) \quad (III.32)$$

(III.32) est l'expression donnant la température d'un point quelconque de l'air dans le tube enterré :

$$T_{a(x)} = T_{sol} + (T_{ae} - T_{sol}) \cdot \exp\left(-\frac{1}{\rho \cdot 2\pi \cdot c_p \text{ air} \cdot u \cdot R_{itot}} x\right) \quad (III.33)$$

### III.2.2 Quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur le long du tube

On note  $q^+$  : quantité de chaleur échangée de l'air dans le tube vers le sol.

$$q^+ = \frac{(T_{a(x)} - T_{sol})}{R_{totale}}$$

Donc la quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur est :

$$q^+/l = \frac{(T_{a(x)} - T_{sol})}{\frac{1}{\lambda_{sol} \cdot 2\pi} \ln\left(\frac{r_{sol}}{r_1}\right) + \frac{1}{\lambda_{gaine} \cdot 2\pi} \ln\left(\frac{r_1}{r}\right) + \frac{1}{h_{cv} \cdot 2\pi \cdot r}} \quad (III.34)$$

## IV. Résultats et discussions

### IV.1.1 Cas de la température à la surface du sol constante

#### b. Température dans le sol

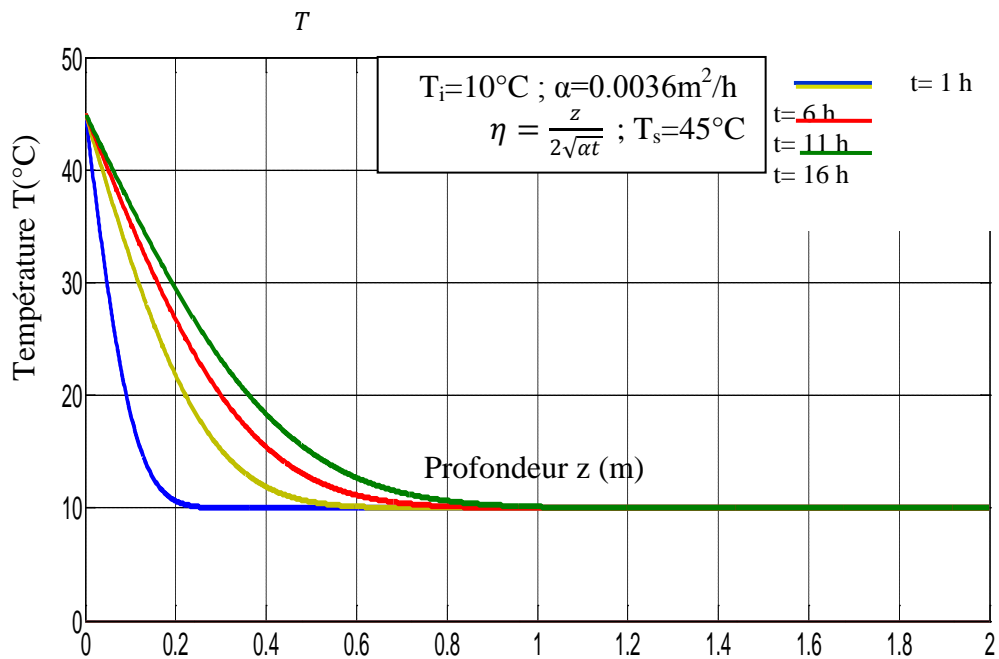


Fig IV.1 : variation de la température à l'intérieur du sol pour différents temps

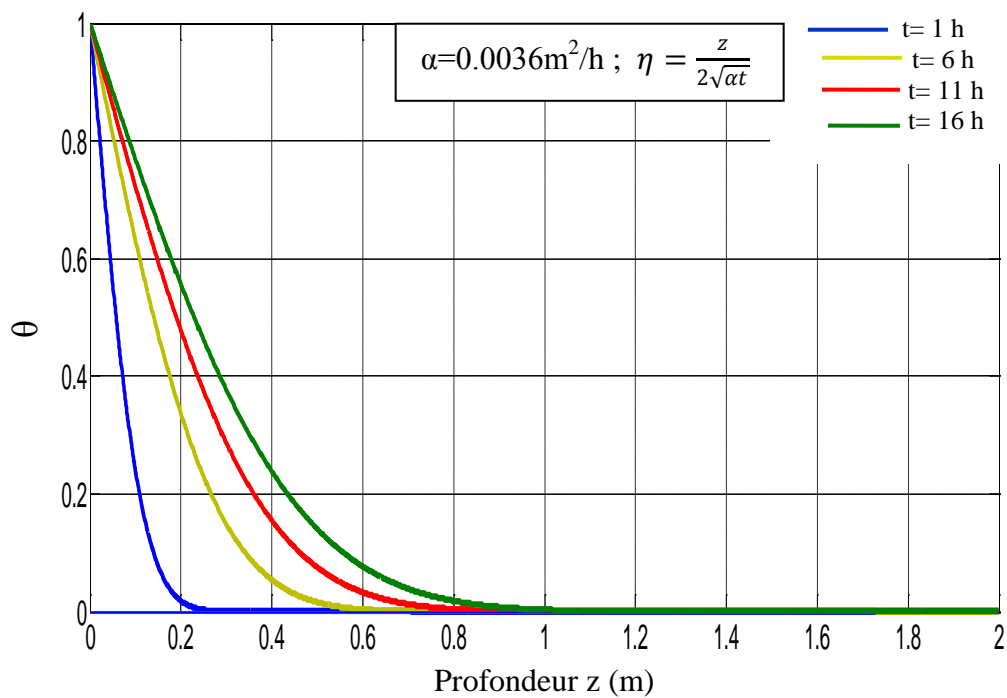


Fig IV.2 : variation de la température  $\theta = \frac{T-T_i}{T_s-T_i}$  pour différents temps

La température  $T$  (fig IV.1) et la fonction  $\theta$  (fig IV.2) diminuent quand on pénètre d'avantage dans le sol, mais à partir de la profondeur  $z=1\text{m}$ , les températures  $T$  et  $\theta$  restent insensibles à l'augmentation de la profondeur, donc l'emplacement de l'échangeur se fait à partir  $z=1\text{m}$ .

### b. La profondeur de pénétration de la chaleur

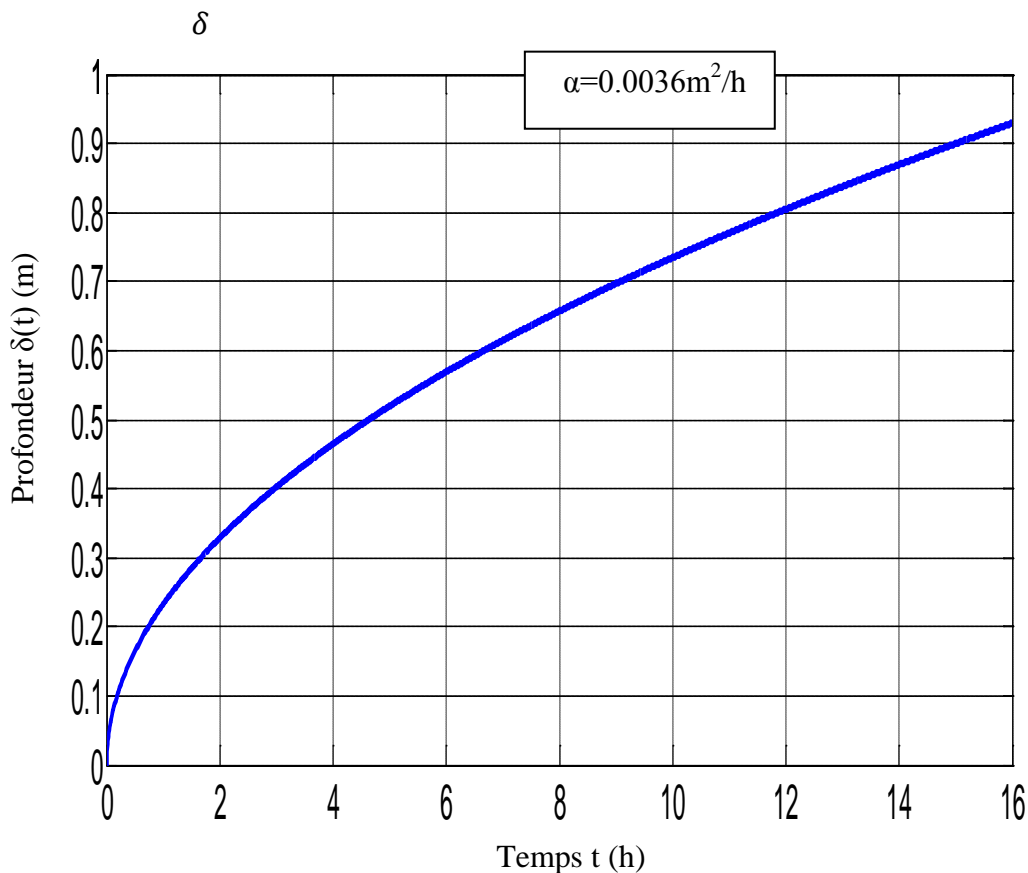


Fig IV.3 : variation de la profondeur  $z$  en fonction du temps pour le cas de température constante à la surface

La profondeur de pénétration est une fonction du temps, si on augmente le temps la profondeur augmente aussi, jusqu'à la profondeur maximale  $\delta \approx 1$  m après 16 heures.

## III.1.2 Cas du Flux de chaleur à la surface du sol constant

### c. Température dans le sol

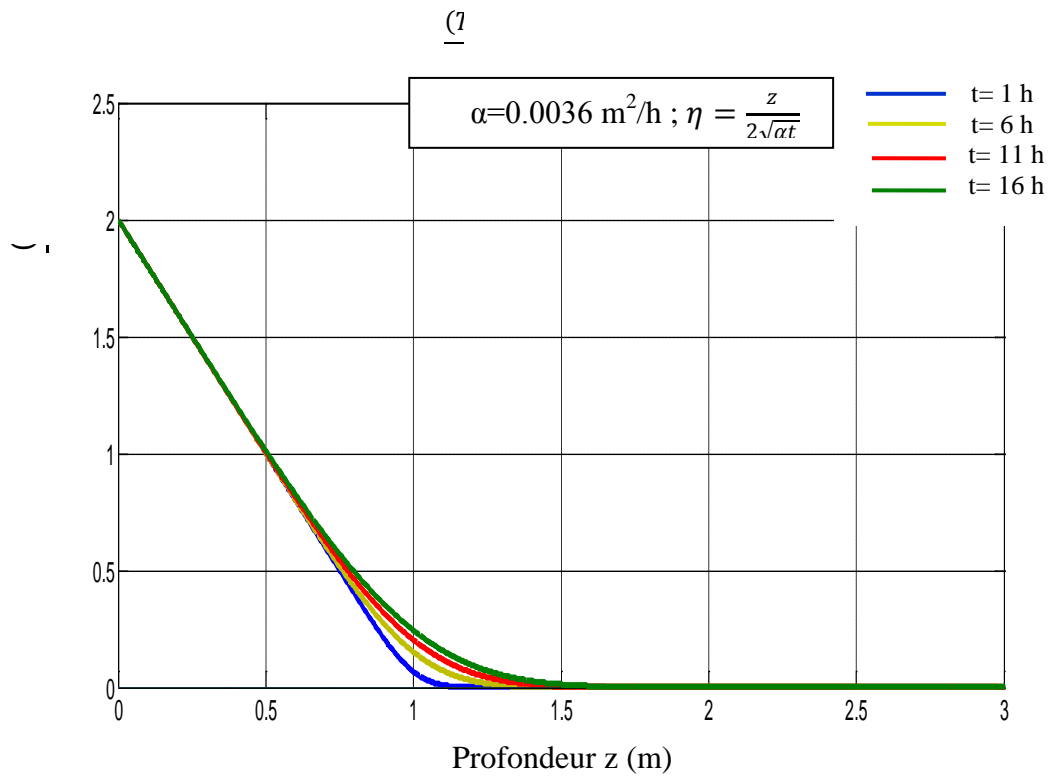


Fig IV.4 : variation de la valeur  $\theta_2$  pour différents temps

Dans le cas du flux constant à la surface du sol examinons  $\frac{(T-T_i).\lambda}{\beta}$  qui est aussi proportionnelle à la profondeur z, mais à partir de la valeur  $z= 1.7\text{m}$  toutes les courbes pour différents temps se stabilisent quelque soit l'augmentation de la profondeur z.

**d. La profondeur de pénétration de la chaleur**

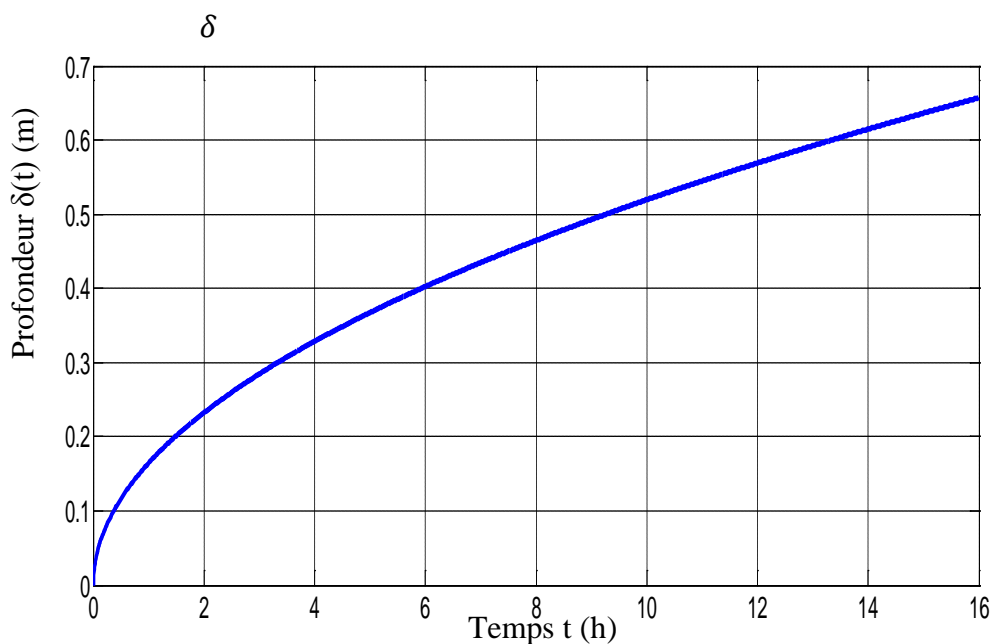




Fig IV.5 : variation de la profondeur z en fonction du temps pour le cas flux de chaleur constante à la surface  
 surface du sol cet  
 pour le cas flux de chaleur constante à la surface cette  
 profondeur on peut placer l'échangeur dans le sol.

### IV.1.3 Cas de la température à la surface du sol variable

#### a. Température à la surface du sol

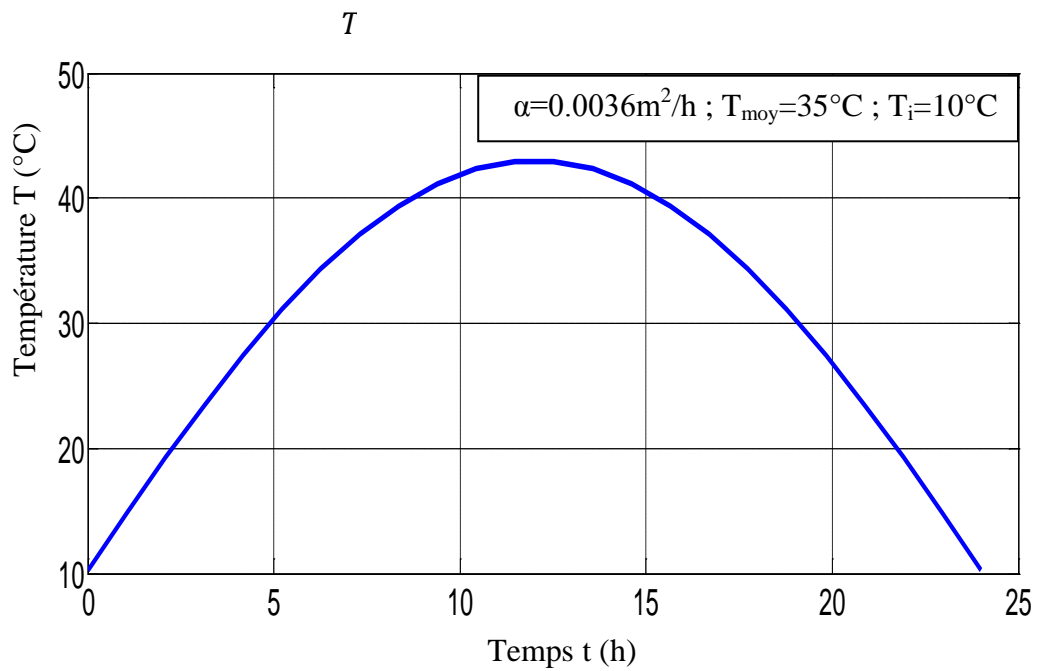
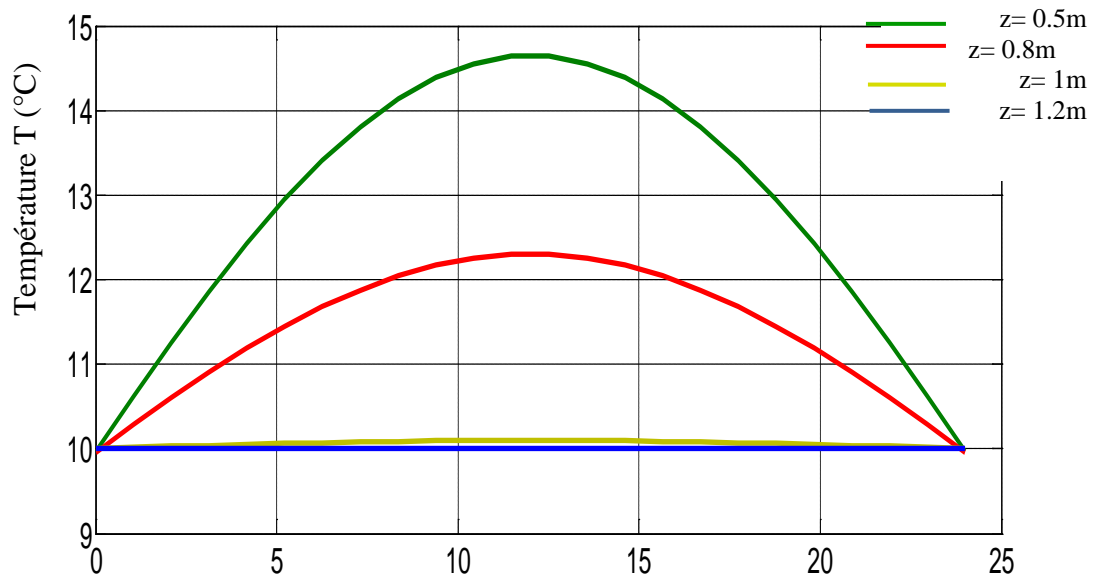


Fig. IV.6 Evolution de la température ambiante (°C) sur une journée d'été

#### b. Température à l'intérieur du sol



Les variations le long de la longueur de la température du sol à différentes prof. Fig. IV.7 Température journalière d'un sol pour différentes profondeurs, si la valeur de la diffusivité du sol et les températures moyenne et initiale de la localité sont connues ( $\alpha=0.0036\text{m}^2/\text{h}$  –pour l'argile- ;  $T_{\text{moy}}=35^\circ\text{C}$  ;  $T_i=10^\circ\text{C}$ ). La figure (IV.1.7) représente ces variations de la température, elle se stabilise à la profondeur  $z=1.2\text{m}$ , c'est la valeur optimale pour placer l'échangeur dans le sol [15].

## IV.2 Le modèle thermique de l'échangeur air-sol

### IV.2.1 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes valeurs de température du sol ( $T_s$ )

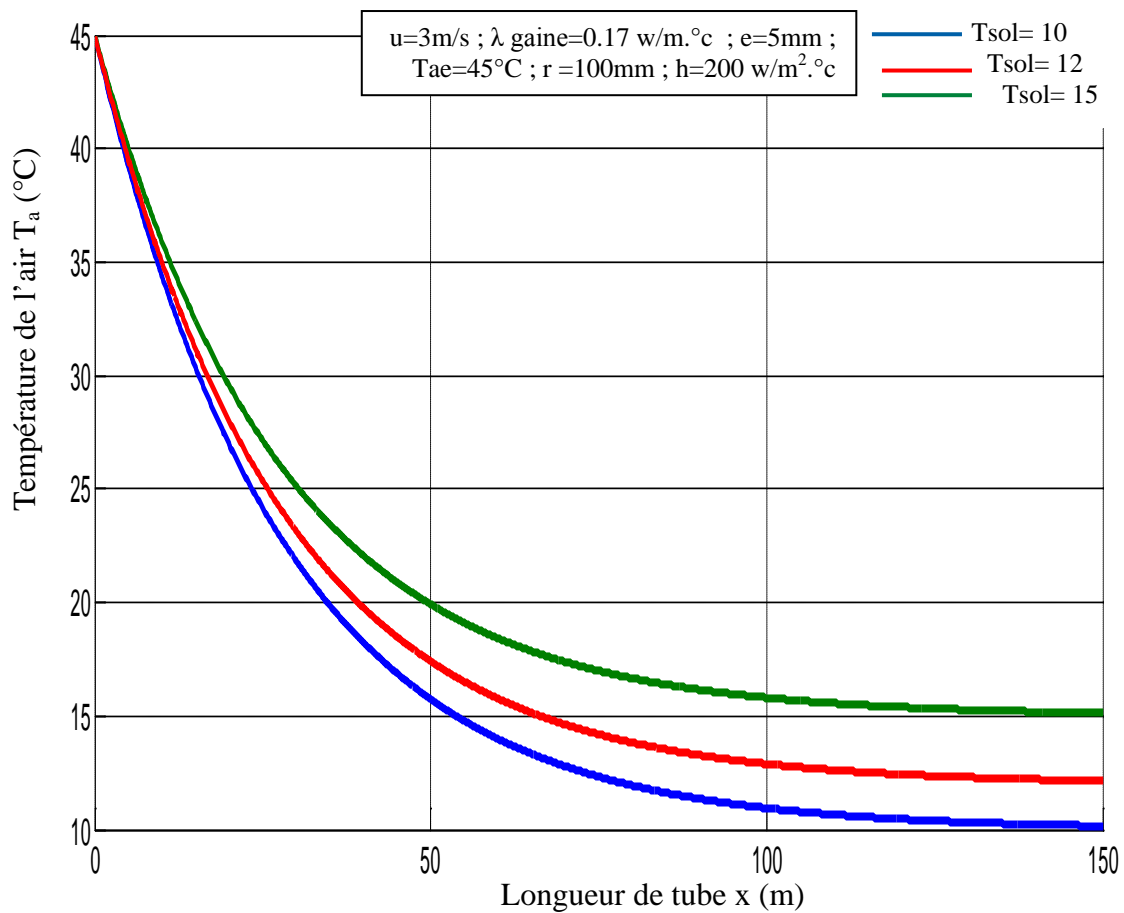


Fig IV.8 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différentes  $T_{\text{sol}}$

Cette figure montre que la température de l'air est proportionnelle à la température du sol, quand la température du sol diminue, la température de l'air diminue aussi. Donc la température du sol joue un rôle très important au rendement de l'échangeur air/sol.

#### IV.2.2 La chute de température de l'air dans le tube pour différents valeurs de l'épaisseur (e) de la gaine

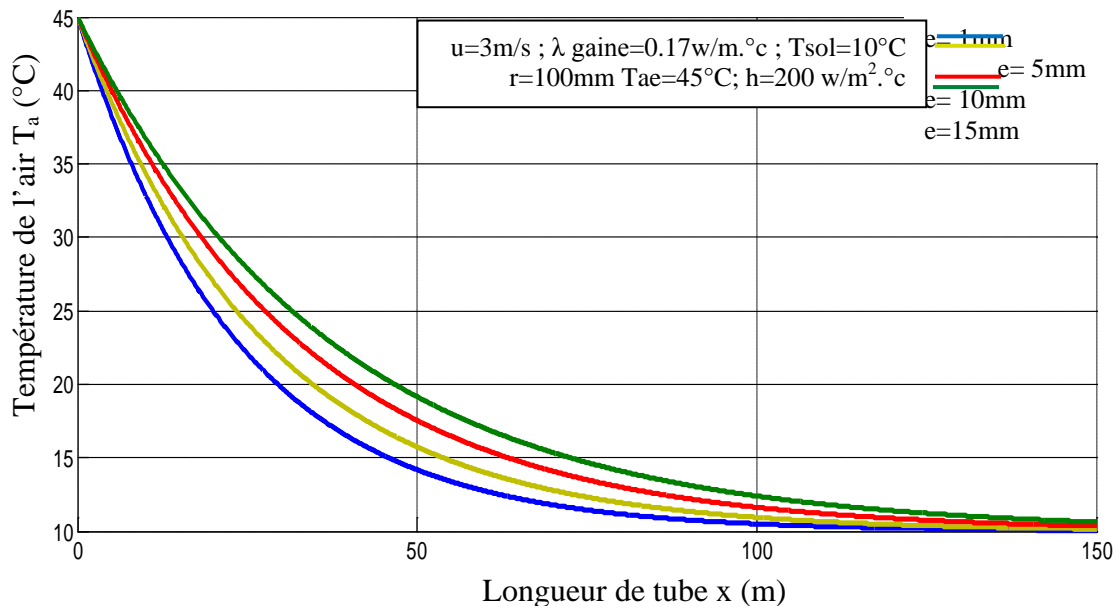


Fig IV.9 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différents épaisseurs de la gaine

Pour absorber le maximum de froid contenu dans le sous-sol, il faut diminuer au maximum l'épaisseur de la gaine afin de faciliter le passage du flux de l'extérieur à l'intérieur du tube.

#### IV.2.3 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes valeurs de la conductivité thermique ( $\lambda$ ) de la gaine

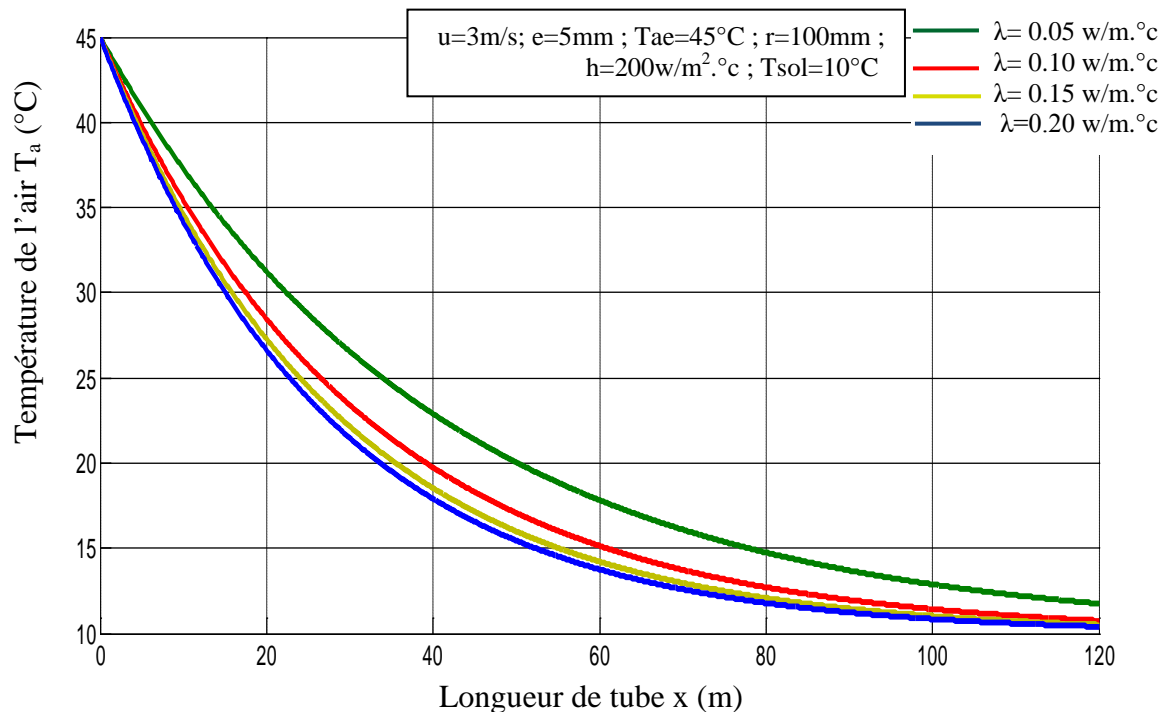


Fig IV.10 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différentes  $\lambda_{\text{gaine}}$

Pour obtenir la plus basse température à la sortie de l'échangeur il faut utiliser une gaine de forte conductivité thermique.

#### IV.2.4 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes températures de l'air entrant $T_{ae}$

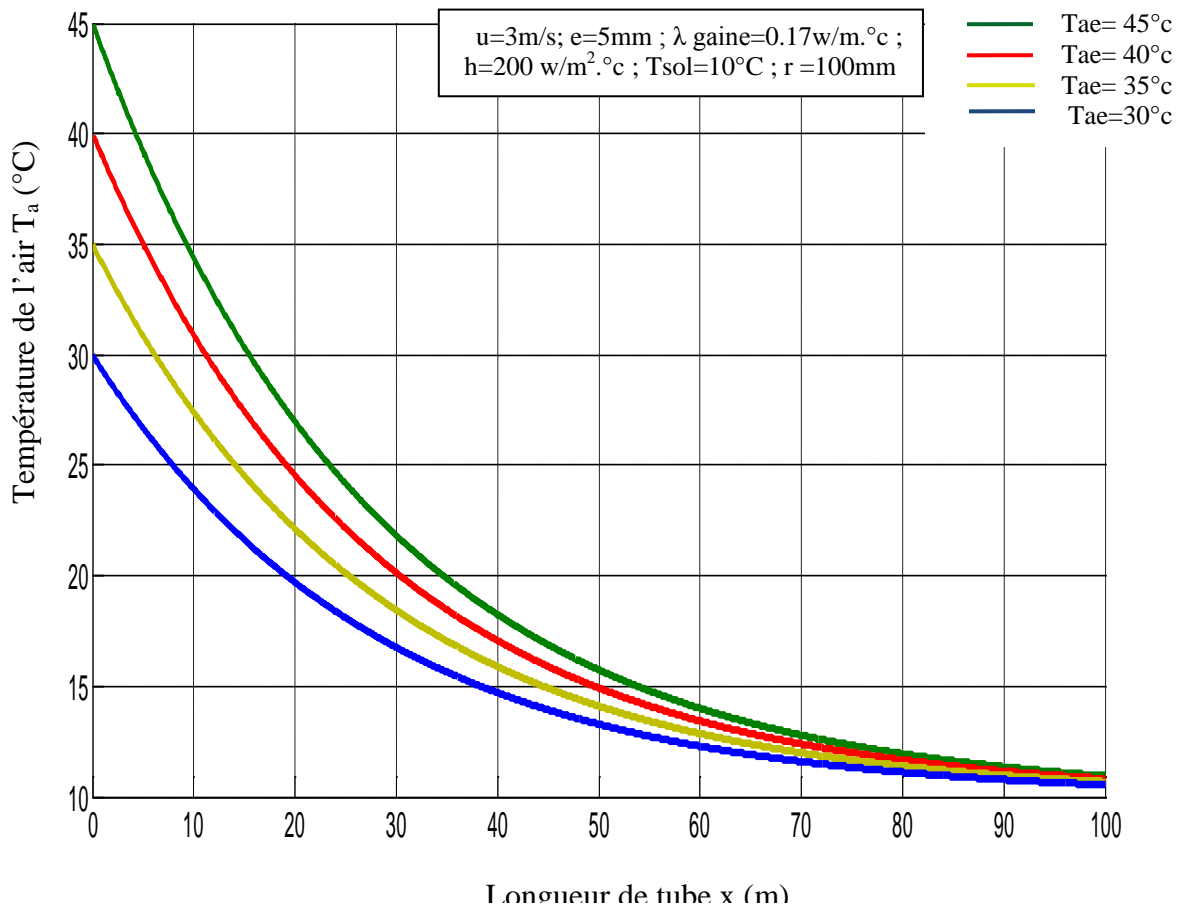


Fig IV.11 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différentes  $T_{ae}$

A cet cas on conclu que l'agrandissement de la gaine est la seule solution dans les zones à haute température, mais son inconvénient est l'occupation d'une surface supplémentaire.

#### IV.2.5 La chute de température de l'air dans le tube pour différentes vitesses (u) de l'air dans la gaine

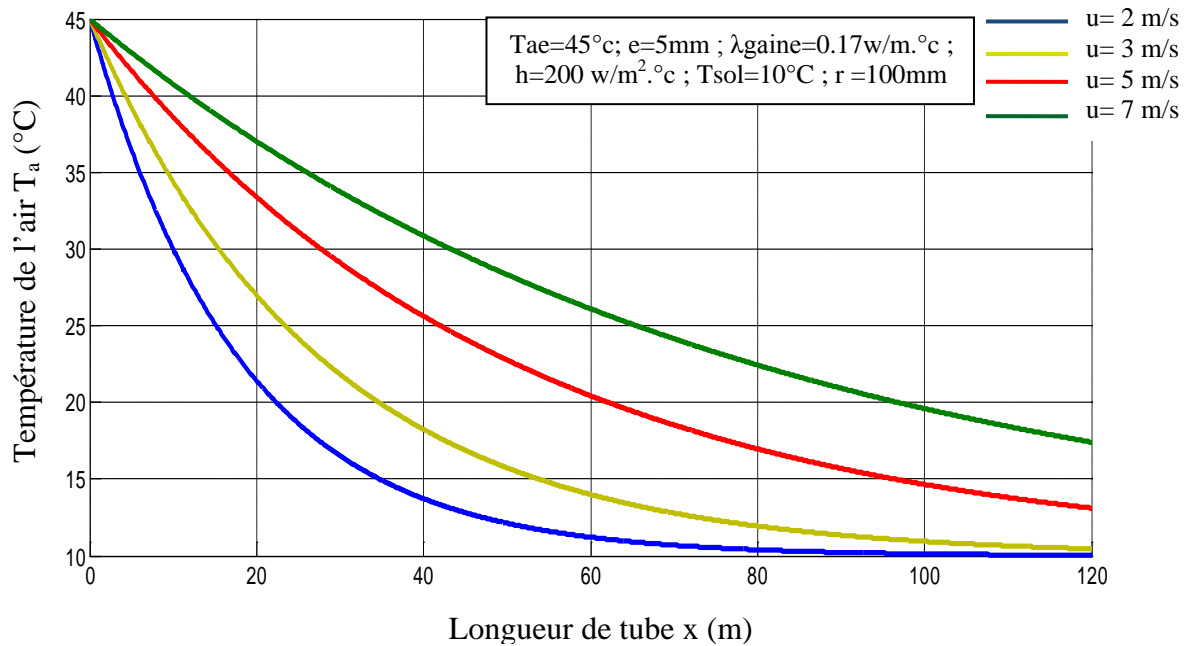


Fig IV.12 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différentes vitesses de l'air dans la gaine

Cette figure illustre l'influence de la vitesse. Lorsqu'on élève la vitesse de l'écoulement de l'air ; le fluide n'aura suffisamment de temps pour transférer la chaleur avec le sol, donc il n'est pas conseillé d'augmenter sévèrement la vitesse d'écoulement de l'air.

#### IV.2.6 La chute de température de l'air dans le tube pour différents rayons (r) de la gaine

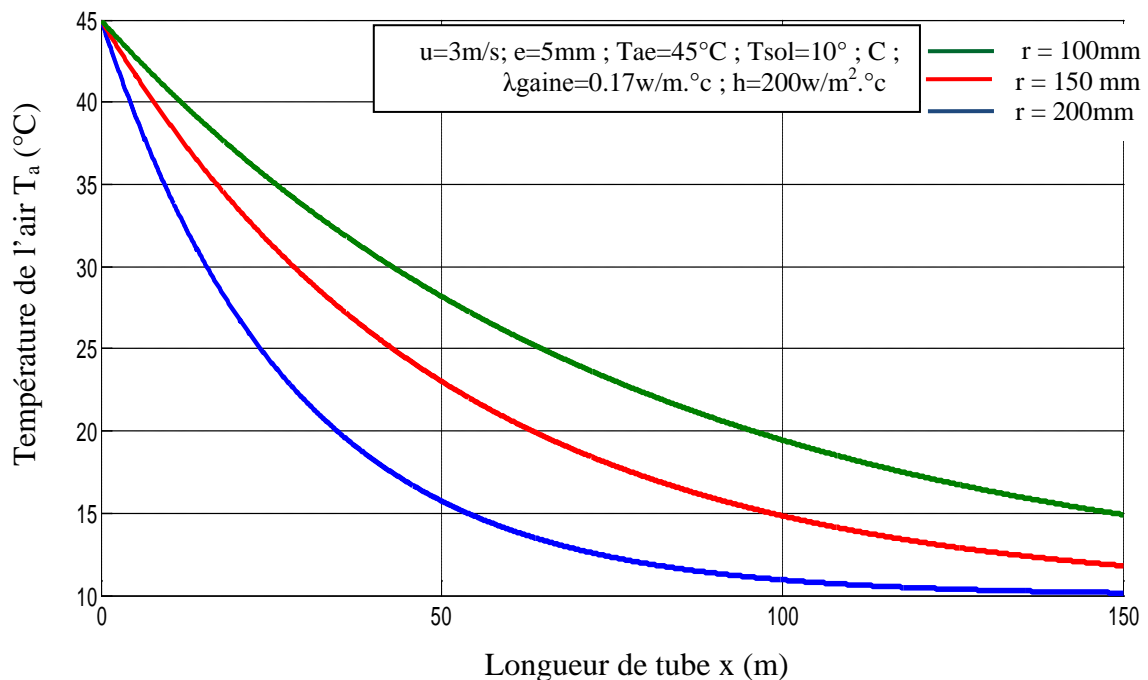


Fig IV.13 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différents rayons de la gaine

La figure (IV.13) montre l'influence du rayon du tube porté de l'air, plus on augmente le diamètre du tube plus l'air se refroidit ; à cause de l'augmentation de la surface d'échange entre l'air et le tube d'un part et entre le tube et le sol d'autre part.

- Remarquant le rôle du matériau du tube qui peut être isolant à faible conductivité, ou peut être conducteur à grande conductivité.

#### IV.2.7 La chute de température de l'air dans le tube pour différents rayons du sol (r sol)

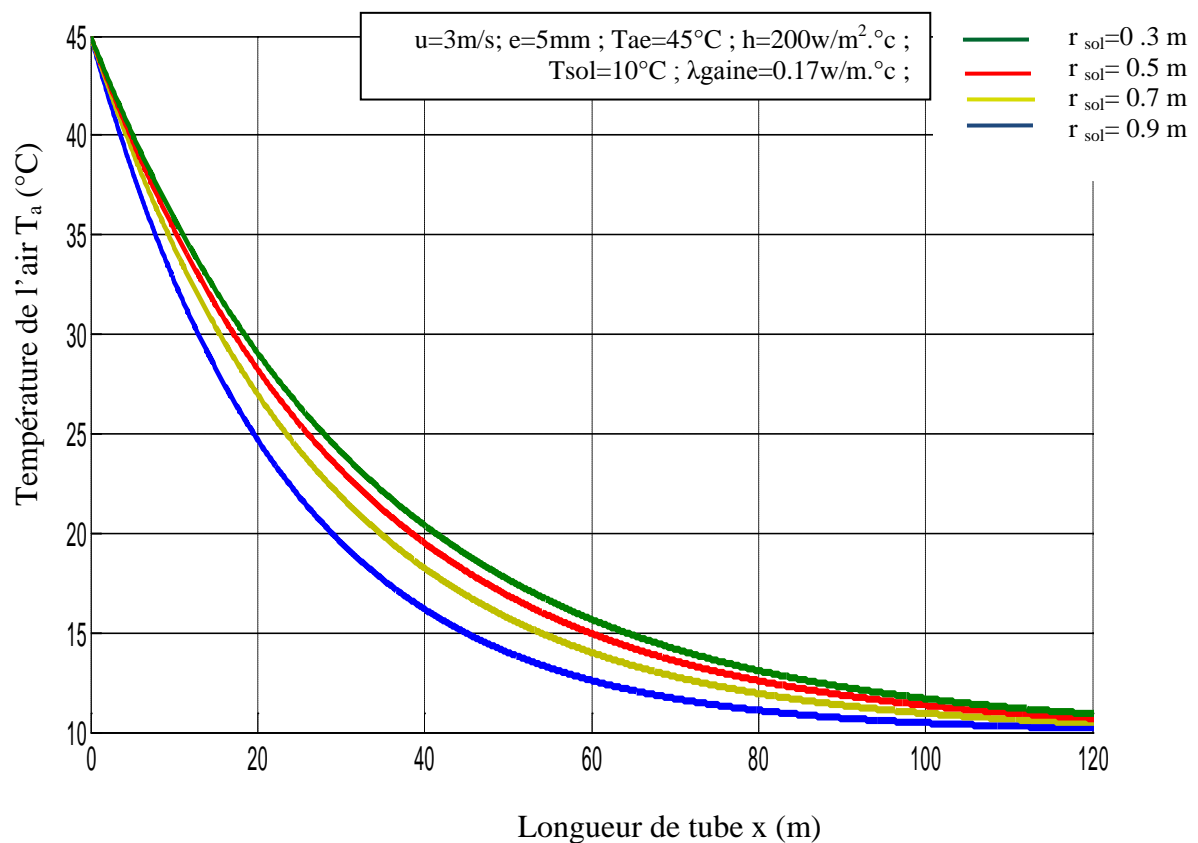


Fig IV.14 : Courbes de  $T_a(x)$  pour différents rayons du sol

Rayon du sol : C'est le premier rayon thermique loin du tube où la température du sol ne change pas par l'influence de la circulation d'air dans le tube.

Plus que le rayon du sol augmente plus que l'air dans la conduite se refroidit. Pendant l'enterrement de la conduite ; Il est recommande de tenir compte de ce rayon en plus à la profondeur de pénétration de la chaleur  $\delta(t)$ .

#### IV.2.7 La variation de la quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur le long du tube

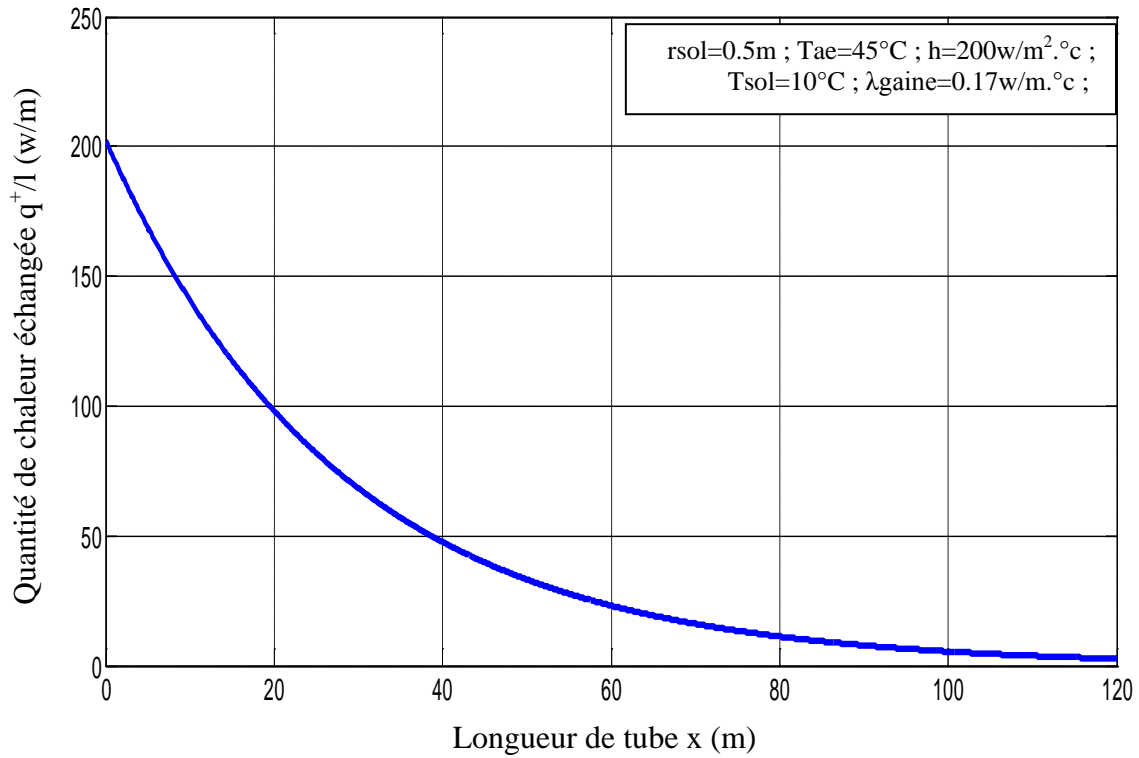


Fig IV.15 : Courbe de  $q^+/l$  (w/m) le long du tube

La courbe de  $q^+/l$  est semblable à celle de  $T_a(x)$ , elle commence par un maximum de 200 w/m, et diminue à cause du refroidissement de l'air dans le parcours du tube. Elle tend vers zéro quand la température de l'air dans le tube est plus proche à celle du sol.

# CONCLUSION

Dans ce travail nous avons présenté:

Une culture générale et un rapport de connaissances sur l'extraction de l'énergie à partir du sol: soit un gain de chaleur ou de rafraichissement pour le confort thermal de l'habitat. Les pays froids comme le Canada et la France et d'autres, se sont intéressés à l'extraction de la chaleur. Vu la nature saharienne de l'Algérie (80%) nous nous intéressons dans ce travail à l'extraction du froid.

Notre objectif est de placé une conduite (échangeur) sous-terrains qui permet d'échanger de la chaleur avec le sol et récupérer de l'air frais à la sortie. En deuxième partie nous avons présenté les procédés techniques de l'installation.

La troisième et quatrième partie apporte les calculs et les résultats nécessaires pour montrer essentiellement:

- la profondeur minimale de placement de la conduite.
- la température et la chaleur échangée avec le sol durant ce parcours.

Nous conseillons en perspective à ce travail, le calcul de cet échangeur placé en position vertical dans le sol.



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Yves JANNOT. TRANSFERTS THERMIQUES. Cours de 2ème année. Ecole des Mines Nancy. 2011.
- [2] R.COMOLET. Mécanique des fluides expérimentale. Tome I et II. Masson.1994.
- [3] André B, De Vriendt. La transmission de la chaleur. Volume 1, tome1, deuxième édition. Gaetan morin.
- [4] Hicham.T. *Cours détaillé et Approfondi de Transfert de Chaleur*. Almohandiss. 16 nov.2011.
- [5] Lys Air Mécanique Inc Enterprise. La référence en matière de gestion de l'air au Québec. 2006-2012.
- [6] Jacques VARET. Géothermie basse énergie, usage direct de la chaleur. Masson. 1982
- [7] Anonyme. La Géothermie et l'Aérothermie. Avenir-Énergie.
- [8] Ouali Salima. ETUDE GEOTHERMIQUE DU SUD DE L'ALGERIE. Mémoire de Magister En géophysique. Université de boumerdès 2006.
- [9] Jean Lemale. La géothermie. Le moniteur. © Dunod, Paris 2009. ISBN 978-2-10-052879-0.
- [10] Lucie TOME, Les puits canadiens/Provençaux et qualité de l'air intérieur : Analyse des dégradations potentielles. Mémoire de l'ingénieur en génie sanitaire de l'Ecole de Hautes Etudes en santé Publique, 28 sept. 2009.
- [11] J.-L. Boulan, A. Dudouble. Pompes à chaleur et géothermie, Agence Régionale de L'environnement de Haute-Normandie. Edition: Partenaires d'Avenir. ISSN : 1274 – 8749, N 62. © AREHN, 2010.
- [12] Jean Lemale, Daniel Gourmez. Pompe à chaleur géothermique sur aquifère Conception et mise en œuvre. Guide technique, collection scientifique et technique Février 2008.
- [13] Pompes à chaleur géothermiques. Ministère de l'Environnement NOVA SCOTIA, Nouvelle-Ecosse 1-877-9ENVIRO. jan.2010.

- [14] David Amitrano. Eléments de dimensionnement d'un échangeur air/sol, dit «puits canadien». Université J. Fourier, Grenoble. Version du 28-04-2006.
- [15] M. Benhammou, B. Draoui. Modélisation de la température en profondeur du sol pour la région d'Adrar - Effet de la nature du sol. Revue des Energies Renouvelables Vol.14 N°2 (2011) 219 – 228.

**Résumé :**

L'étude que nous présentons est relative à la modélisation du comportement thermique d'un échangeur de chaleur dans le sol destiné au rafraîchissement d'air d'un local. Notre problème revient à résoudre l'équation de la chaleur en régime variable dans le sol qui est considéré comme un milieu semi-infini homogène et invariant. Une résolution analytique simplifiée est proposée en appliquant le principe de conservation de l'énergie. Ce modèle nous a permis d'éclaircir l'influence des différents paramètres sur le transfert à savoir : les différentes températures, les diamètres et les épaisseurs de la gaine, les conductivités thermiques, et les vitesses de l'air dans la gaine.